

# PSDによる基礎物理実験教材の開発：Ⅲ、ヤング率

工学部共通講座 増田健二

## 1. はじめに

固体の弾性率（ヤング率）を測定する方法には、大別して、静的方法と動的方法がある。静的方法は、試料に加重を加えて変形を測る方法（EwingやSearleの方法）であり、学生実験で一般的に行われている。動的方法は、試料を振動させて、その共振周波数を測定する方法とがあり、ここで述べるのは、後者の振動リード法[1]と呼ばれる動的方法である。振動リード法は、板状、針金状などのヤング率を測定するのに広く用いられている。振動は、半導体位置検出素子（PSD）を用いて、オシロスコープの画面に表示する。PSDによる振動実験の教材化として、減衰振動[2-3]、連成振動[4-5]の測定を行ってきた。今回は第3段として、振動リード法によるヤング率の測定を行う。さらに、PSDを用いた振動リード法によるヤング率の測定法を基礎物理実験に導入する可能性を検討する。

## 2. 原理

試料板の一端を固定し、もう一端を振動させた場合の共振周波数  $f_n$  は

$$f_n^2 = \frac{a_n^4 k^2 E}{4\pi^2 \ell^4 \rho} \quad (1)$$

で与えられる。 $a_n$ は振動の次数による定数で、基本振動に対して、 $a_0 = 1.875$ 、第1、第2次振動に対して、 $a_1 = 4.694$ 、 $a_2 = 7.855$ である。図1は、それぞれの振動の形態を表しており、数字は  $\ell = 1$  とした場合の節の位置を示している。 $k^2$ は板の断面の形による定数で、厚さ  $d$ の板の場合  $k^2 = d^2/12$ である。 $E$ はヤング率、 $\ell$ は板の長さ、 $\rho$ は密度である。よって、共振周波数  $f_n$  を測定し(2)式よりヤング率  $E$  を求める。

$$E = \frac{4\pi^2 \ell^4 \rho f_n^2}{a_n^4 k^2} \quad (2)$$

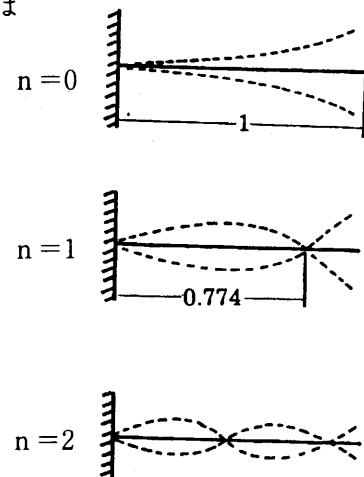


図1 原理図

## 3. 基本振動の測定方法

図2に装置の概要を示す。試料板(16×4.4×450mm)の先端にネオジウム磁石 (Nd-Fe-B, 直径14.5mm, 厚さ1.5mm, 表面磁場0.15T) 2個を試料板を挟んで取り付ける。ネオジウム磁石は、励磁コイル(5000turn×2)の中心軸に設定する。低周波発振器は、1~1kHzの範囲で安定した正弦波出力のものを使う。周波数は、発振器の出力端子に周波数測定器をつなぎ、0.01Hzの精度で読み取る。励磁コイルに低周波発振器で電流を流し、

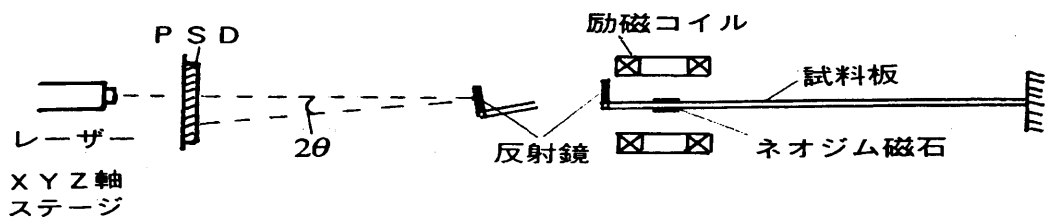


図2 基本振動の測定装置の概略図

試料板を振動させる。振動の変位は、光学テコの原理を用い、試料板先端の鏡にレーザー光が反射する角度  $\theta$  の変位を PSD で測定する。PSD (浜松ホトニクス S1352) を信号処理基盤 (C3683-01) にハンダ付けし、 $\pm 15V$  の電源を接続する。この PSD 素子は、最大  $\pm 17mm(10V)$  の位置まで検出でき、変位  $1.7mm$  に対して  $1V$  の電圧を生じる。電圧振幅の時間変化は、デジタルストレージオシロスコープの画面上に波形として表示される。この波形をホールドして GPIB でパソコンに取り込む。解析結果は、表計算ソフト (Excel) でグラフ化する。

#### 4. 基本振動の測定結果

周波数を変えて試料板の曲げ振動の波形を測定する。図3に真鍮板の共振波形、図4にうなりの波形を示す。周波数ごとの振幅のピークをオシロスコープの画面上で読み取り、グラフ化したものを図5に示す。共振周波数  $f_0$  は、 $f_0 = 13.29Hz$  となる。板の厚さは  $d = 4.30mm$ 、長さは  $l = 41.4mm$  密度は  $\rho = 8.60kg/m^3$  である。(2) 式により、測定した  $f_0$  から  $E$  を求めると、 $E = 9.24 \times 10^{10} N/m^2$  となる。

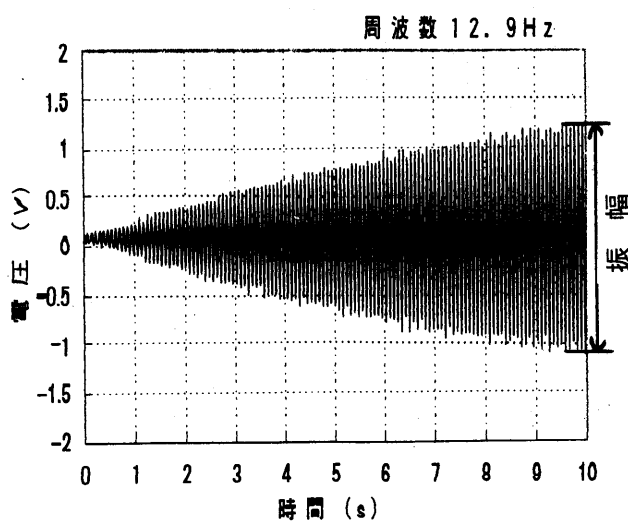


図3 真鍮板の共振波形

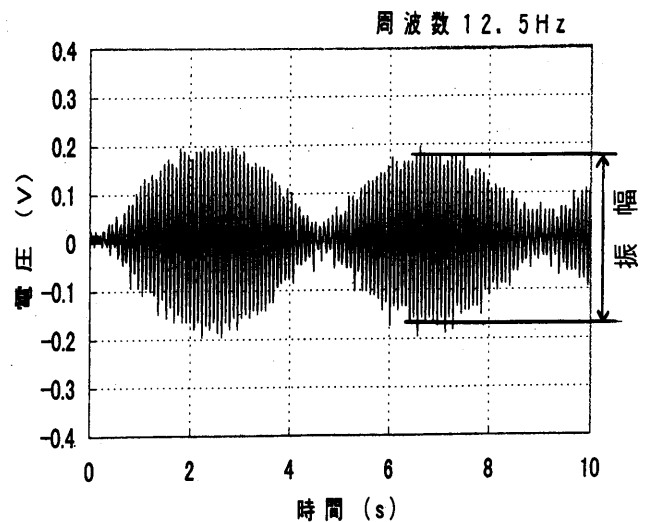


図4 真鍮板のうなり波形

同様に、鋼鉄板、銅板の共振周波数を測定した。双方の共振周波数は、鋼鉄板の  $f_0 = 17.55Hz$ 、銅板の  $f_0 = 14.26Hz$  であった。表1にそれぞれの共振周波数から求めたヤング率を示す。ヤング率は、3つの金属板とも定数表の値に比べ小さくなった。

表1 基本振動のヤング率 [ $\times 10^{10} N/m^2$ ]

|     | 真鍮    | 鋼鉄        | 銅     |
|-----|-------|-----------|-------|
| 測定値 | 9.24  | 14.1      | 9.99  |
| 定数値 | 10.06 | 20.1-21.6 | 12.98 |

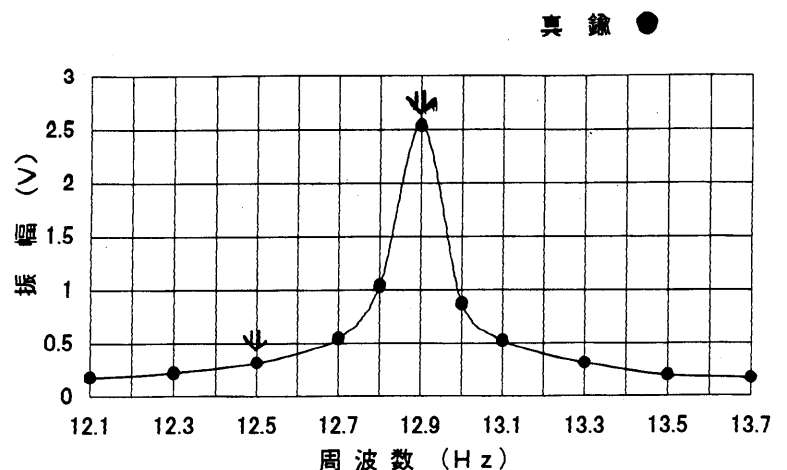


図5 周波数と振幅の関係

## 5. 基本, 第1次, 第2次振動の測定方法と結果

図6に, 基本(第0次), 第1次, 第2次振動の測定装置の写真・図を示す. 試料の大きさは $16 \times 0.3 \times 500 \text{mm}$ の鋼鉄板とアルミ板を使用し, 試料板の上部を固定し下部を振動させる. 試料板の上部に2個のネオジム磁石(Nd-Fe-B, 直径14.5mm, 厚さ6mm, 表面磁場0.3T)を試料板に挟んで取り付ける. ネオジム磁石は, 励磁コイル(10000turn $\times$ 2)の中心軸に設定する. 低周波発振器で励磁コイルに電流を流し, ネオジム磁石に連動した試料板を振動させる.

測定では, それぞれの振動形態が共に振動する位置に反射鏡を張り付け, 波形を観測し, 鋼鉄板とアルミ板の共振周波数を測定する. 基本, 第1次, 第2次振動の様子を図7に示す. それぞれの共振周波数を測定した結果, 基本, 第1次, 第2次振動に対して, 鋼鉄は,  $f_0 = 1.19 \text{Hz}$ ,  $f_1 = 6.32 \text{Hz}$ ,  $f_2 = 17.5 \text{Hz}$ であり, アルミニウムは  $f_0 = 1.05 \text{Hz}$ ,  $f_1 = 6.20 \text{Hz}$ ,  $f_2 = 16.5 \text{Hz}$ であった. それぞれの共振周波数  $f_n$  を(2)式に代入して求めたヤング率の値を表2に示す. 基本, 第1次, 第2次振動の順にヤング率が小さくなっていく傾向が見られる. また定数表の値に近いのは, 鋼鉄では第2次振動であり, アルミニウムは第1次振動であった. 基本振動は双方とも定数表の値より大きくなった.

### 5. 測定方法の評価

- ① 振動リード法による装置は, 容易に共振波形が測定でき, 振動現象の理解という点から格好な方法である.
- ② PSDは, 力学的振動を電氣的に測定するでき, このことから, オシロスコープでの波形測定ができ, 基礎物理実験において有効である.
- ③ 振動リード法より求めたヤング率は, 定数表の値に比べ図2の基本振動の装置は小さくなる傾向が見られ, 図6の基本, 第1次, 第2次振動の装置は大きくなる傾向が見られる. この原因には, 試料に貼り付

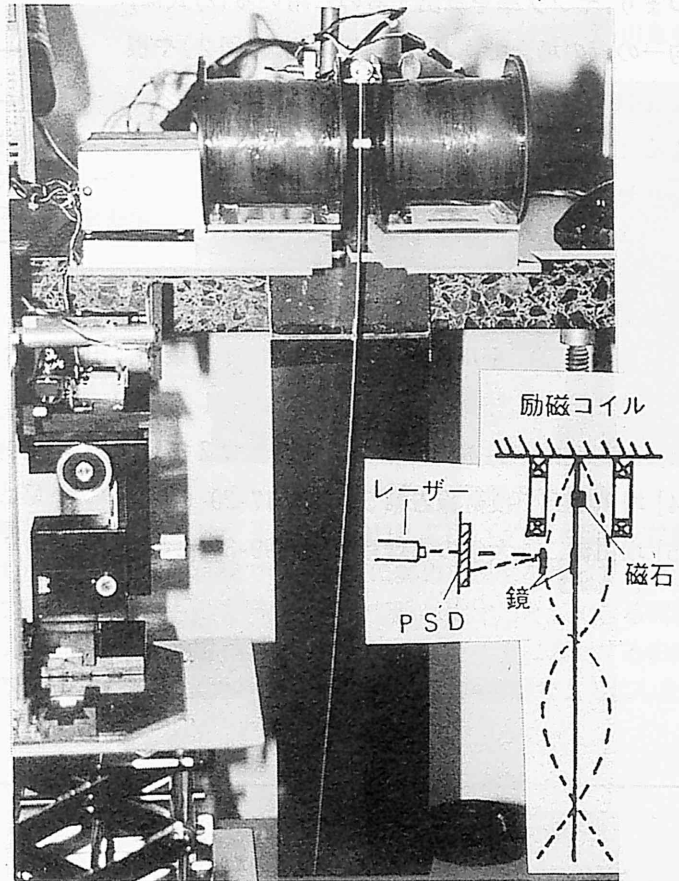


図6 基本, 第1次, 第2次振動の測定装置の概略図

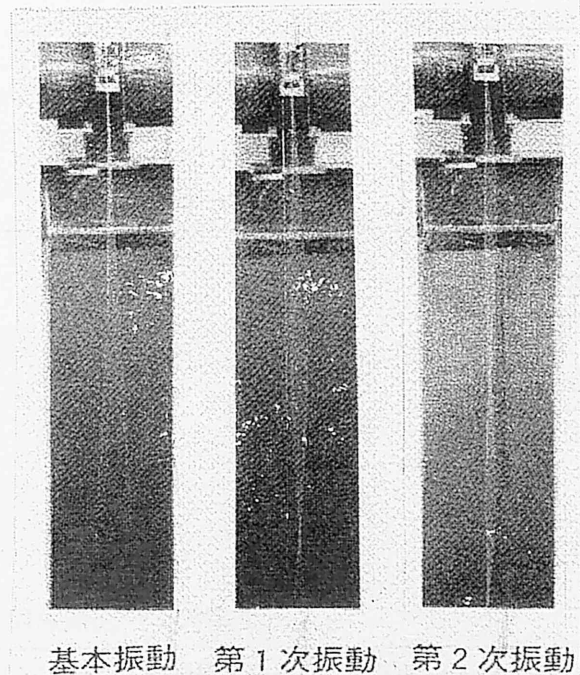


図7 基本, 第1次, 第2次振動の様子

けた磁石や鏡の重さが影響していると考えられる。つまり、ヤング率を算出するのに用いる(2)式は、均一の板の場合であり、試料板の先端(図2)や根元(図6)に磁石をつけるとその重さが値に影響すると考えられ、この装置の利点を生かした改良が必要である。

表2 基本, 第1次, 第2次振動のヤング率  
[ $\times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>]

|       | 鋼 鉄       | アルミニウム |
|-------|-----------|--------|
| 基本振動  | 29.0      | 7.89   |
| 第1次振動 | 22.2      | 7.01   |
| 第2次振動 | 20.4      | 6.26   |
| 定数表の値 | 20.1—21.6 | 7.03   |

#### 参考文献

- [1] 平田森三, 平川浩正, 兵藤申一, 中川康昭, 田幸敏治: 基礎物理学実験 (裳華房) pp.66-74(1966)
- [2] 増田健二: 技術報告第2号 pp.26-31 (1997)
- [3] 増田健二, 鈴木三男: 応用物理教育 **21**, pp.3-8 (1997)
- [4] 増田健二: 技術報告第5号 pp.17-20 (1999)
- [5] 増田健二: 大学の物理教育 1999-3 pp.44-49 (1999)