

Windows 世代の計測・解析技術の修得

工学部技術部 情報・分析技術系

増田健二

1. 情報・分析技術系の専門研修

1.1 研修の主旨

昨今、「計測・解析」環境も変わりつつあり、PC98 パソコンから DOS/V パソコンへの移行、DOS に加えて Windows の拡充があげられる。DOS/V パソコンのほとんどには Windows がプリインストールされており、計測環境が大きく変わりつつある。また、計測などで得られたデータをグラフ化・解析するのに様々なソフトウェア (Excel・Visual Basic など) がある。

今回の研修では、従来 BASIC や C 言語などを用いた MS-DOS レベルの計測にかわり、Windows 環境の各種ツールをハードウェア (A-D コンバータ・GPIB など) と一体で使いこなせるようにする。さらに、デジタル画像計測を試みる。

この研修は、勤務時間の 10% (160 時間程度) を技術開発及び技術研鑽にあてるとした、技術部規約の一貫として行われている。研修費は技術系ごとに配分されており、受講者は、下記の情報・分析技術系の全員を対象としている。

受講者：中嶋英司，永尾佐恵子，高木広信，馬塚丈司，桑原憲弘，加藤武則，嘉嶋康彦

1.2 研修の内容

具体的には①～③の実験を Windows 環境において計測・解析した。

- ① 半導体位置検出素子 (PSD) による連成振動の測定：PSD の電圧信号を A-D コンバータを用いてパソコンに取り込む。
- ② 振動リード法によるヤング率の測定：試料板に貼り付けた鏡にレーザー光をあて、その反射光の位置を PSD で電圧信号としてオシロスコープに表示する。そして、その画面を GPIB でパソコンに取り込む。
- ③ 二重振り子の運動解析：デジタルビデオカメラの画像を編集ソフトでパソコンに取り込み、RGB プログラムで解析する。

2. PSD による連成振動の測定

2.1 原理

実験装置の配置を図 1 に示す。直径 10mm 長さ 60cm の真鍮丸棒 2 本 P、Q の上部 10cm に穴をあけ、直径 1.5mm 長さ 60cm 程度の鋼鉄棒を連結する。支持台にその鋼鉄棒を水平におき丸棒 P、Q を振動させると、重力を復元力とし鋼鉄棒のねじれの力を結合力とする連成振動をする。

P、Q をそれぞれ l m 質量 M kg の一様な棒とし、棒の重心より h m の位置に棒に垂直に鋼鉄棒 S を通して固定する。 ϕ_1, ϕ_2 は P、Q の鉛直線からの角変位である。P、Q の軸 S の慣性モーメントを I kgm^2 とすると、P、Q の回転の運動方程式は次のようになる。

$$I \frac{d^2 \phi_2}{dt^2} = -Mgh \sin \phi_2 + c(\phi_2 - \phi_1) \quad (1)$$

$$I \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} = -Mgh \sin \phi_1 - c(\phi_2 - \phi_1) \quad (2)$$

P、Q の振幅が小さい時は $\sin \phi_1 \equiv \phi_1$, $\sin \phi_2 \equiv \phi_2$ となり、 A, B, α, β は初期条件で決まる定数である。よって ϕ_1, ϕ_2 は、

$$\phi_1 = \frac{A}{2} \sin(\omega_1 t + \alpha) + \frac{B}{2} \sin(\omega_2 t + \beta) \quad (3)$$

$$\phi_2 = \frac{A}{2} \sin(\omega_1 t + \alpha) - \frac{B}{2} \sin(\omega_2 t + \beta) \quad (4)$$

となる。

(3)、(4) 式を見ると P、Q の振動 ϕ_1, ϕ_2 は 2 つ

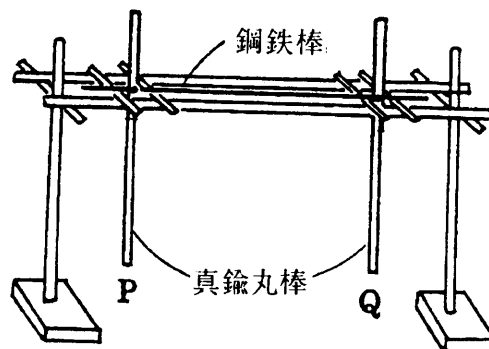


図 1 連成振動実験装置の配置

の角度の単振動 $\frac{A}{2}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, $\frac{B}{2}\sin(\omega_2 t + \beta)$ の和または差の振動になっていることがわかる。この様に、複雑な連成振動を単純な単振動の重ね合わせで表せるとき、これらの単振動をこの系の規準振動、またその振動数を規準振動数（または固有振動数）という。一般に N 個の自由度をもつ連成振動系の小振動においては、 N 個の規準振動があり、各自由度に対する座標の時間的変化は N 個の規準振動の一次結合として取り扱うことができる [1-3]。

2.2 測定方法

測定系の全景を図2に示す。PSDの受光面を光源で照らし、その間に丸棒P, Qに連結した遮蔽板を吊す。遮蔽板の中心にはスリットを設け、そこを通過する光の位置から、丸棒の変位を測定する。遮蔽板には、 $25 \times 60 \times 0.3$ mmのアルミ板を用いた。PSD（浜松ホトニクス S1352）を信号処理基盤（C3683-01）にハンダ付けし、 ± 15 Vの電源を接続する。このPSD素子は最大 ± 17 mmの位置（最大10V）まで検出でき、変位1.7 mmに対して1Vの出力電圧を生じる。光源には、明るい部屋でもPSDが反応するようにバイク用のスモールランプ（6V, 12W）を用いる。アルミ缶の底に直径15 mm程度の穴を開けランプを覆い、スポット光源としてPSDの受光面のみを照らすように工夫した。なおこの測定系は、現在工学部1・2年次の物理学実験で説明用の演示実験装置として活用している。

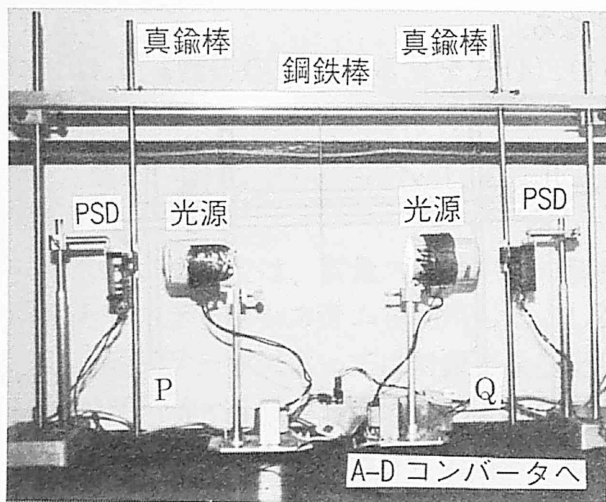


図2 測定系の全景

2.3 測定結果

棒P, Qを図1のようにセットする。このとき鋼鉄棒Sは水平に、またP, Qは鉛直下方を向くようにSに固定する。棒Qを鉛直下方に固定した状態で棒Pを適当な角度だけ変位させ、P, Qを同時に静かに放す。

この方法により、初期条件

$$\phi_1 = \alpha, \phi_2 = 0, \frac{d\phi_1}{dt} = 0, \frac{d\phi_2}{dt} = 0$$

とし、(3), (4)および(3), (4)を t で微分した式に入れると

$$A = B = a, \alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$$

となる。よって(3), (4)は

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{a}{2}(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) \\ &= a \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \frac{a}{2}(\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \\ &= a \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \end{aligned} \quad (6)$$

となる。 $\omega_1 \approx \omega_2$ のとき、P, Qの振動 ϕ_1, ϕ_2 は角振動数 $(\omega_1 + \omega_2)/2$ で変化するが、その振幅は角振動数 $(\omega_2 - \omega_1)/2$ で「うなり」のようにゆるやかに変化していくことがわかる（図3）。

P, Qの振動の周期 T は

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} T = 2\pi \quad \therefore T = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (7)$$

また、振幅の周期 τ は

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \tau = \pi \quad \therefore \tau = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} \quad (8)$$

となる。 ϕ_1, ϕ_2 の振動の変化は位相が $\pi/2$

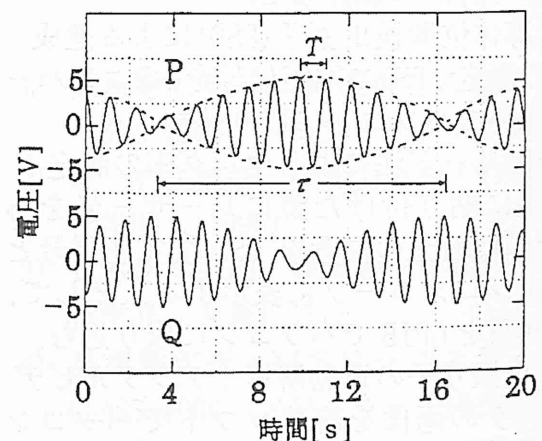


図3 「うなり」の振動波形

ずれているので、P, Q の振動の振幅は一方が最大るとき他方は最小となり、振動のエネルギーは交互に入れかわることになる。図3の振動の周期 $T=1.15[s]$ 、振幅の「うなり」の周期 $\tau=12.5[s]$ となった。規準角振動数 ω_1, ω_2 は(7), (8)より、

$$\omega_1 = \pi \left(\frac{2}{T} - \frac{1}{\tau} \right) = 5.21 [\text{rad/s}]$$

$$\omega_2 = \pi \left(\frac{2}{T} + \frac{1}{\tau} \right) = 5.71 [\text{rad/s}]$$

となる。ここでは、P, Q を同じ方向に同じだけ変位させ、同時に放した際の周期 T_1 から $\sin \phi_1 \equiv \phi_1$ 、により位相差 0 の振動モードに対する基準角振動 $\omega_1 = 5.27 [\text{rad/s}]$ である。また、P, Q を反対方向に同じだけ変位させ、同時に放した際の周期 T_2 から $\omega_2 = 2\pi/T_2$ により位相差 π の振動モードの基準角振動 $\omega_2 = 5.67 [\text{rad/s}]$ が求まる。

3. 振動リード法によるヤング率の測定

3.1 原理

固体の弾性率(ヤング率)を測定する方法には、大別して、静的方法と動的方法がある。静的方法は、試料に加重を加えて変形を測る方法(EwingやSearleの方法)であり、学生実験で一般的に行われている。動的方法は、試料を振動させて、その共振周波数を測定する方法である。ここで述べるのは、後者の振動リード法[4-6]という動的方法である。試料板の一端を固定し、もう一端を振動させた際の共振周波数 f_n は

$$f_n^2 = \frac{a_n^4 k^2 E}{4\pi^2 l^4 \rho} \quad (9)$$

で与えられる。 a_n は振動の次数による定数で、基本振動に対して $a_0 = 1.875$ 第1, 第2次振動に対して、 $a_1 = 4.694$ $a_2 = 7.855$ である。 k^2 は板の断面の形による定数で、厚さ d の板の場合 $k^2 = d^2/12$ である。 E はヤング率、 l は板の長さ、 ρ は密度である。よって、共振周波数 f_n を測定し(10)式よりヤング率 E を求める。

$$E = \frac{4\pi^2 l^4 \rho f_n^2}{a_n^4 k^2} \quad (10)$$

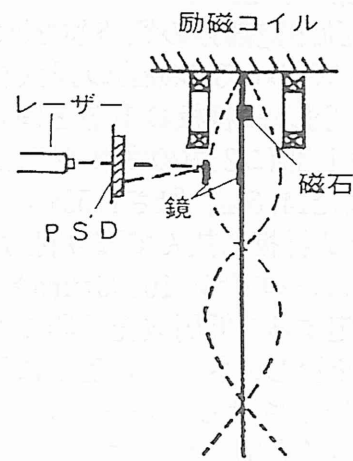
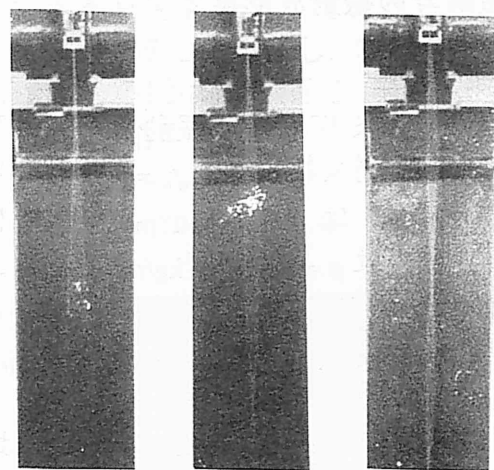


図4 振動測定部分の概略図



基本振動 第1次振動 第2次振動

図5 基本、第1次、第2次振動の様子

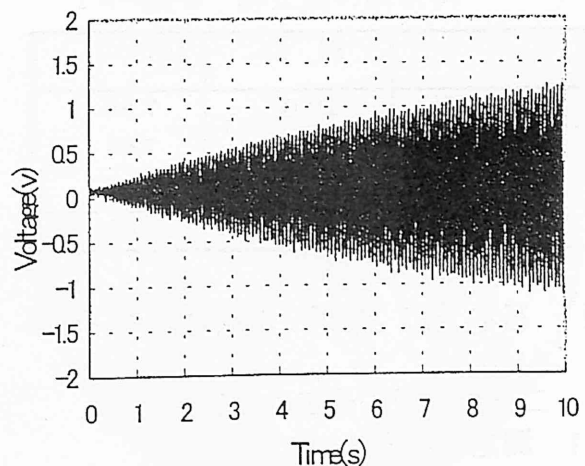


図6 アルミ板の基本振動の共振波形

3.2 測定方法

図4に、振動測定部分の概略図を示す。試料の大きさは16×0.3×500mmの鋼鉄板とアルミ板を使用し、試料板の上部を固定する。試料板の上部に2個のネオジム磁石(Nd-Fe-B, 直径14.6mm, 厚さ1.55mm, 表面磁場0.15T)を試料板に挟んで取り付ける。ネオジム磁石は、コイル(10000turn×2)の中心軸に設定する。低周波発振器で励磁コイルに電流を流し、ネオジム磁石に連動した試料板を振動させる。基本, 第1次, 第2次振動の様子を図5に示す。

測定では、それぞれの振動形態が共に振動する位置に鏡を貼り付け、レーザー光をあて反射光の位置をPSDで測定する。PSDの電圧信号の振動波形をオシロスコープで表示する。

3.3 測定結果

図6にアルミ板の基本振動の共振波形を示す。共振周波数 f_0 は、 $f_0=1.05\text{Hz}$ となる。板の厚さは $d=0.3\times 10^{-3}\text{m}$ 、長さは $l=0.50\text{m}$ 密度は $\rho=8.60\times 10^3\text{kg/m}^3$ である。(10)式により、測定した共振周波数 f_0 からヤング率 E を求めると、 $E=7.89\times 10^{10}\text{N/m}^2$ となる。

共振周波数を測定した結果、鋼鉄板は、 $f_0=1.19\text{Hz}, f_1=6.32\text{Hz}, f_2=17.5\text{Hz}$ アルミ板は、 $f_0=1.05\text{Hz}, f_1=6.20\text{Hz}, f_2=16.5\text{Hz}$ であった。それぞれの共振周波数 f_n を(10)式に代入して求めたヤング率の値を表1に示す。

[$\times 10^{10}\text{N/m}^2$]

	鋼 鉄	アルミニウム
基本振動	29.0	7.89
第1次振動	22.2	7.01
第2次振動	20.4	6.26
定数表の値	20.1—21.6	7.03

表1 基本, 第1次, 第2次振動のヤング率

4. 二重振り子の運動の測定

4.1 測定の主旨

二重振り子は比較的簡単な力学系であるにも関わらず、振幅が大きくなると非常に複雑な運動を行い、その運動はカオス的

な運動であることはよく知られている[7-8]。また、二重振り子は手軽に作れ、持ち運びも簡単なことから、講義や演示実験などでしばしば用いられ、カオスの現象への興味を抱かせる格好な教材となっている。しかしながら、これまで二重振り子の運動は、シミュレーションでのみ説明され、実測から解析されることはなかった。

そこで今回、デジタルビデオカメラとパソコンを利用したビデオ画像位置解析法を開発した[9-10]。具体的には、ビデオの動画を編集ソフトで静止画にして、ビットマップ形式で保存されている静止画のカラー情報(RGB)を活用するものである。そして、静止画の各点ごとのRGBの中から、特徴ある場所だけを選び出し、画面上の位置を算出する方法である。

4.2 二重振り子の概略

図7に二重振り子の概略図を示す。二重振り子は、厚さ3mm幅25mm長さ150mmと125mmの2枚の真鍮板による2つの剛体振り子からなっている。振り子の回転部分にベアリングを用いれば、振動が減衰しないうちに十分に不規則な運動の様子が観察できる。

第一の振り子には緑色(G)、第二の振り子には赤色(R)の発光ダイオード(LED)が取り付けられている。LEDの色には、位置をカラー情報(RGB)からコンピューターにより識別させるため、赤色と緑色のLEDを選んだ。また色の識別効率を上げるため、黒色の背景の中に二重振り子をセットし、加えて二重振り子もつや消し黒色で塗装した。

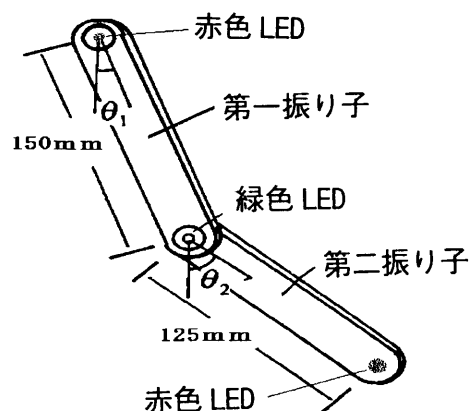


図7 二重振り子の概略図

4.3 測定方法

二重振り子の測定からデータ処理までを①～④までの手順で行う。

- ① 二重振り子の運動をデジタルビデオカメラ (SONY DCR-TRV900) で撮影する。
- ② ビデオ画像のパソコンへの取り込みには VAIO (SONY) の動画編集ソフト (DVgate Motion) を使用した。さらに、解析に必要なビデオ画像部分だけをトリミングするのに DVgate Assemble でハードディスクに保存した。
- ③ ビデオの動画を静止画に変換するため、動画編集ソフト (Adobe Premiere 5.0) を使用し、ビットマップファイル形式 (360 × 240, 15 枚/秒) で保存する。
- ④ VisualBasic で自作したプログラムにより、静止画像中の赤色及び緑色の LED の位置座標を解析し、表計算ソフト (Excel) で、刻々と変化する位置座標としてトレースし二重振り子の運動の様子をグラフ化する。

4.4 位置解析プログラム

図 8 に自作のプログラムによる解析実行中のパソコン画面を示す。まずこのプログラムでは、固定支点の位置及び LED の間隔を確認し、解析するのに必要な諸条件を設定する。つまり手動により、固定支点、第一、第二振り子の位置の 3ヶ所をマウスで合わせ、クリックすると自動的に固定支

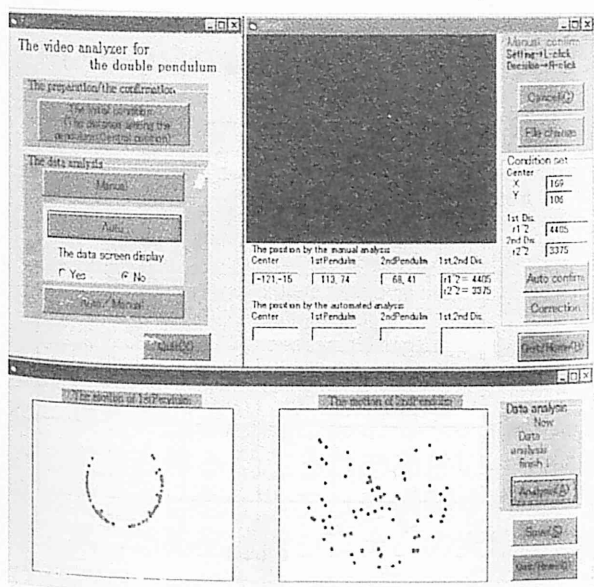


図 8 位置解析プログラム

点の位置、LED 間の距離が計算される。

このプログラムの特徴としては、画像のポイントごとのカラー (RGB) 情報を入手できることである。従って静止画面上の色的 (輝度的) 特徴のあるポイントは、この RGB を解析することにより、その位置を検出することが可能となる。

もう少し詳しくカラー情報を調べると、赤系では RGB の R の値が 140 以上、同様に緑系では G の値が 140 以上で、ともに他の色よりも値が大きければ、それぞれ赤系、緑系の色と認識されることが分かった。

次に第一、第二の振り子の回転中心を中心にその円周上を運動していることから、プログラムでは、回転半径が $r_{\max} \geq r \geq r_{\min}$ 領域にあることに着目してカラー情報を探し出す工夫をした。但し、実際のデータには r_{\max}, r_{\min} の円はない (図 9)。

4.5 測定結果

初期条件 $\theta_1 = \theta_2 = 110^\circ$ で 90 秒間測定した結果を図 10 に示す。第一振り子は、一

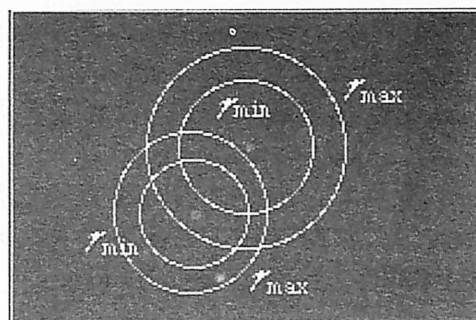


図 9 静止画の解析例

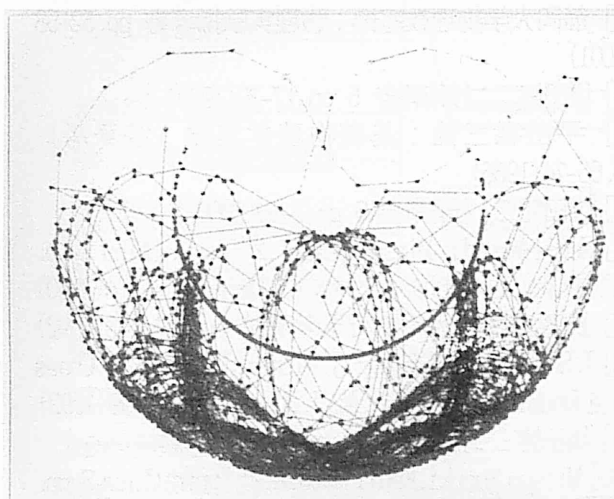


図 10 第一、第二振り子の軌跡

定の円周上を運動している。これに対して第二振り子は、非常に複雑な運動しており、まさにカオス的な振る舞いをしていることがよく分かる。なお $\theta_1, \theta_2 < 60^\circ$ (約30秒以降)では、単純な往復運動に不規則性が付加されている。

4.6 カオス的評価

θ_1 の時間変化をフーリエ変換し、パワースペクトルにより比較したのが図11である。 $\theta_1 = \theta_2 = 110^\circ$ では、特定の振動数ではなく、振動数全体に幅広く広がり、まさにカオスの特徴を示している。なお1.2Hz付近にピークが残っているのは、基本振動数(1.13Hz)に対応して、時間経過とともに単振動モードに変化していくためである。

二重振り子の微分方程式は、三次元のエネルギー多様体上のフローと考えることができ、この多様体上に二次元の曲面をとり、一本の軌道がこの曲面に交わる点を次々にプロットしてできる図をポアンカレ断面図という。図12は実測値をもとにポアンカレ断面図を描いたもので、データ数が十分ではないが、点のばらつきがカオス的であることを示している。

最後に、回転部分の摩擦がなく減衰しない状態での二重振り子のシミュレーションを図13に示す。広がりのある複雑な形をしており、これがカオスである場合のポアンカレ断面図の特徴となっている。

参考文献

- [1] 増田健二：大学の物理教育 1999-3 pp.44-49
- [2] 静岡大学物理教室編：物理実験指導書 pp.52-58 (2001)
- [3] 増田健二：技術報告 5 pp.17-20(1999)
- [4] 平田森三他：基礎物理学実験 (裳華房) pp.66-74(1966)
- [5] 増田健二：技術報告 6 pp.7-10(2000)
- [6] Kenji Masuda, Mitsuo Suzuki: 2nd Japan-China Symp. on Physics Education Society of Japan pp.71-74(2000)
- [7] 長島弘幸他：カオス入門 (培風館) pp.144-148(1992)
- [8] T. Shinbrot, C. Gregogi, J. Wisdom, J. A. Yorke: "Chaos In a Double Pendulum", Am. J. Phys., 60 491-499(1992)
- [9] 増田健二：技術報告 4 pp.25-28(1998)
- [10] Mitsuo Suzuki, Kenji Masuda: 2nd Japan-China Symp. on Physics Education Society of Japan pp.75-78(2000)

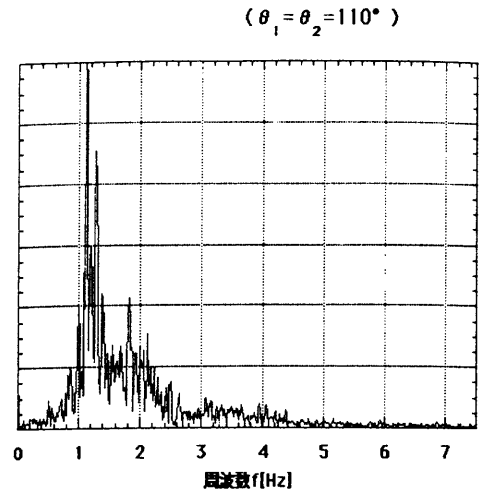


図11 パワースペクトル (第二振り子)

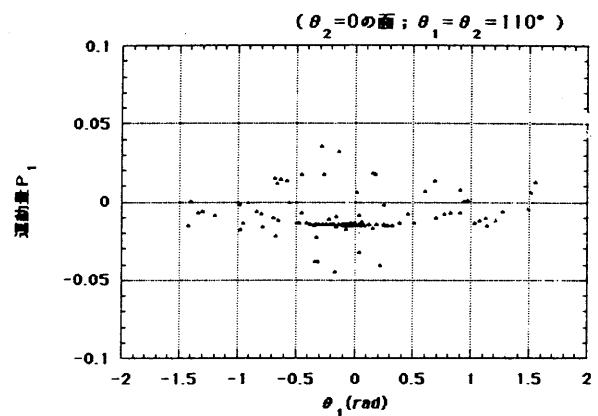


図12 ポアンカレ断面図 (実測値)

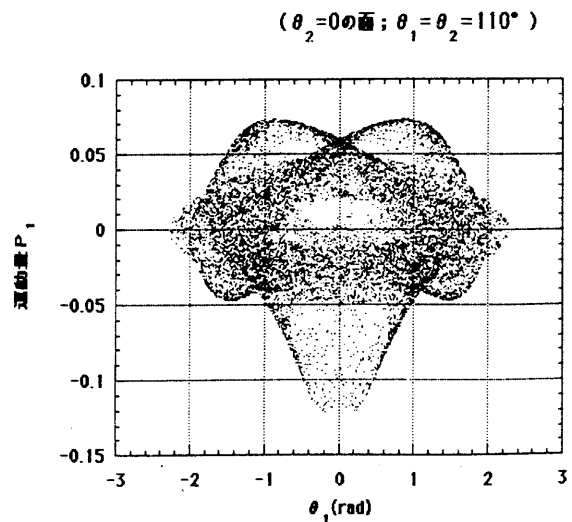


図13 ポアンカレ断面図 (シミュレーション)