

高温超伝導体の磁氣的性質の測定と演示実験への活用

増田健二 (静岡大学工学部技術部)

1. はじめに

中高校生の理科(物理)離れが学会やマスコミ等でも問題視されている。ここで取り上げる。「高温超伝導」は、科学者・学生は基より社会的にも大きな関心が寄せられているテーマである。また教材としても注目され、静大の物理学実験^{1,2)}では、1987年から取り入れられており、多くの大学・高校等でも磁気浮上などの演示実験が行われている。先頃開催された小中高校生向けの科学実験をテーマとした「静岡大学テクノフェスタ in 浜松」において「超伝導の謎」と題した演示実験を行った。実験は、強力なネオジウム磁石が超伝導体の上に浮かぶ「磁気浮上」の実験、その反対に②超伝導体が磁石(発泡スチロール地球儀)を吊り下げる「磁束のピン止め効果」の実験③鉄板の上に磁石のN極を上向きに30cm並べ、その上に超伝導体をのせ軽く押すと超伝導体が音も立てずに滑らかに運動する「リニアモーター」の実験など、Y-Ba-Cu-O系の高温超伝導体の磁気特性を利用した演示である。

2. 高温超伝導体試料の作製

固相焼結法によるYBCO系試料では、成分の酸化物粉末を必要量(Y:Ba:Cu=1:2:3)だけ混ぜ合わせ、930°Cで10時間酸化した後、円盤状に加圧成型(400Kgf/cm²)し、その後940°Cで10時間にわたって焼結した。半熔融凝固法によるYBCO系試料では、上と同様に酸化した後、10%の銀を成分として追加した。加圧(400Kgf/cm²)した成型体を1100°Cに加熱し熔融させ、900°Cまで1時間3°Cで徐冷した後大気中で自然冷却した。この包晶反応によって、半熔融状態から超伝導相であるYBa₂Cu₃O₇(Y123)が生成する。そしてこの時、超伝導相の中に常伝導相である銀が分散してできる。この銀がピン止め点となり、液体窒素で冷却すると、強い磁束のピン止め効果³⁾が観測された。

3. 磁気浮上の観測と反撥力の測定

1・2年次物理実験の内容は、前半は液体窒素を用い徐冷の際の電気抵抗率の温度依存性を四端子法によって測るものである。後半は、固相焼結法により作成した比較的大きい試料(直径50mm)の上に、ネオジウム磁石を浮かせる磁気浮上の観測である(図1)。実験の主眼は、どちらかといえば前半にあるが、学生は磁気浮上の効果にも大きな興味を示す。

磁気浮上実験における磁場分布を測定し、磁石を浮かせる力となる反磁性電流をモデル化した。図2に磁石が浮いた状態で磁場分布を測定する装置を示す。通常磁石は斜めに浮かそうとするが、ここでは磁場分布及び理論を簡単化するために、アクリルパイプと円筒台を用い磁石が実際に浮いている高さ $h=10\text{mm}$ に固定した。測定器には低温用のGaAsホール素子を用い、磁場分布は超伝導体に対してセンサー面を水平及び垂直にして、縦横5mm間

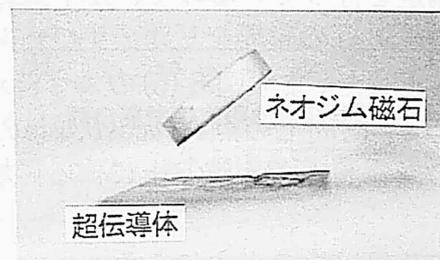


図1 磁気浮上の写真

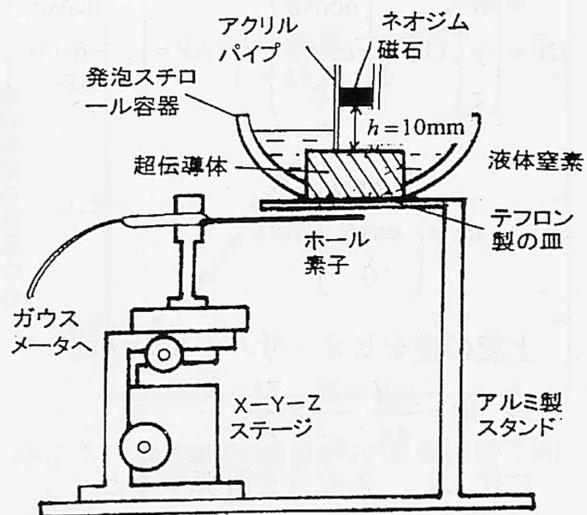


図2 磁気浮上の磁場分布の測定装置

隔で磁場の鉛直・水平成分を測定して、その結果をベクトル合成することにより求めた。

試料が超伝導状態の時と常伝導状態の時の磁場分布を各々測定する。なお、アクリルパイプに固定した磁石が移動するのを防ぐため、常伝導状態は容器内の液体窒素が蒸発するのを待って測定を行った。図3に超伝導状態の磁場から常伝導状態の磁場を引き、その差から超伝導体内部への磁束の侵入による磁場分布の変化分を求めた結果を示す。この磁場分布は、磁石の下向きの磁場に対して上向きの磁場が生じていることが分かり、超伝導体に反磁性電流が流れ磁石の磁場を排除する効果が働いていることを示している。

ここでこの磁場分布を基にして、超伝導上を流れる円形電流のモデルを考え、ビオ・サバールの法則から超伝導体上を流れる反磁性電流の位置をコンピュータシミュレーションにより推定した(図4)。このシミュレーションを式により説明する。図5(a)のようにxy平面上の原点を中心に半径a[m]の円周上を反時計回りに流れるI[A]の円形電流を考え、また実際の磁場分布は中心軸を含む面内で測定を行っているので、yz平面上の任意の点P(0,y,z)の磁界をビオ・サバールの法則より算出した。まず図5(b)のようにx軸と角度θをなす円周上の点A(acosθ, asinθ, 0)を考え、その微分部分dsが点P上に作る磁場を求める。

各諸量は次のようになる。

$$\vec{OP} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \\ z \end{bmatrix}, \vec{OA} = \begin{bmatrix} a\cos\theta \\ a\sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{r} = \vec{AP} = \begin{bmatrix} -a\cos\theta \\ y - a\sin\theta \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$d\vec{s} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix} \cdot a d\theta \quad (2)$$

上記の量をビオ・サバールの法則

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2} \quad (3)$$

に代入し、各成分を計算すると

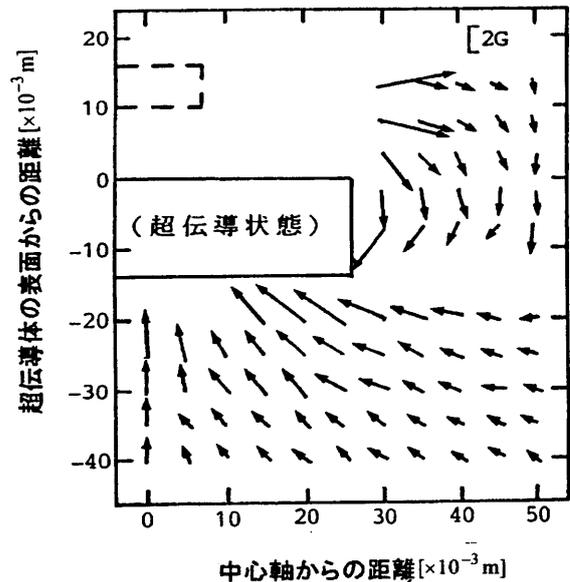


図3 反磁性電流のつくる磁場分布

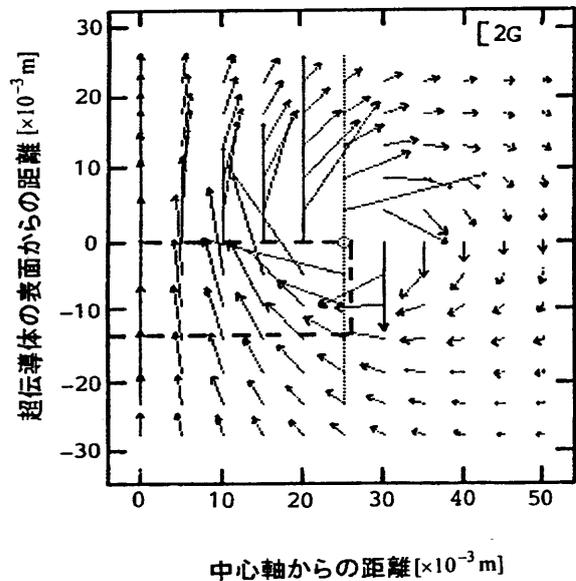


図4 シミュレーションによる磁場分布

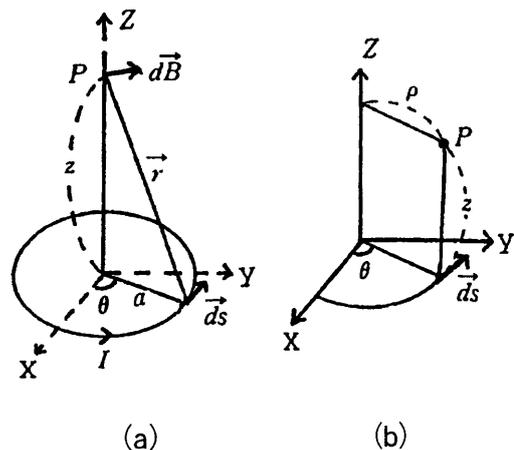


図5 ビオ・サバールの法則

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{ad\theta}{r^3} \begin{bmatrix} z\cos\theta \\ z\sin\theta \\ a - y\sin\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $r^3 = a^2 - 2aysin\theta + y^2 + z^2$ となる。

ここで円形電流全体から磁場を計算するには、 θ を0から 2π まで積分すればよいから、結局磁場の各成分は次のような式で表わされる。

$$B_x = \frac{\mu_0 I a z}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{r^3} = 0 \quad (5)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I a z}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{r^3} = 0 \quad (6)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a - y\sin\theta d\theta}{r^3} = 0 \quad (7)$$

$B_x = 0$ は軸対象性による考察から理解できる。また残りの B_y, B_z は(6), (7)式を基に半径 a を変えて、磁場分布の様子をコンピュータシミュレーションにより求めたのが図4である。図3の反磁性電流による磁場分布とよく一致する磁場分布をコンピュータシミュレーションにより作ってみると、円形電流が超伝導体の表面部分の端(半径 $a = 25\text{mm}$)に流れている場合である。

シミュレーションを基に図6のような円形電流が超伝導体表面の端に流れているモデルを考え、超伝導体裏側の中心軸上の磁場の理論値と実験値との比較から反磁性電流の大きさを推定する。

まず中心軸上の理論値は(7)式に条件 $y = 0$ を代入することで得られ、その結果は

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \quad (8)$$

図7に超伝導状態および常伝導状態のそれぞれの中心軸上の磁場を1mm間隔に測定した結果を示す。図7から超伝導状態の場合は、磁石の磁場を排除する磁場が反磁性電流により生じ、その排除する割合はわずか12%程度であることが分った。

次に、超伝導状態の磁場から常伝導状態の磁場を引き、その差をプロットしたものを図8に示す。反磁性電流による中心軸上の磁場の実測値と(8)式より求めた理論値を比較す

る。円形電流の半径 $a = 25\text{mm}$ とした場合、電流 $I = 38\text{A}$ とした時に理論曲線が実測値とよく一致することが分った。

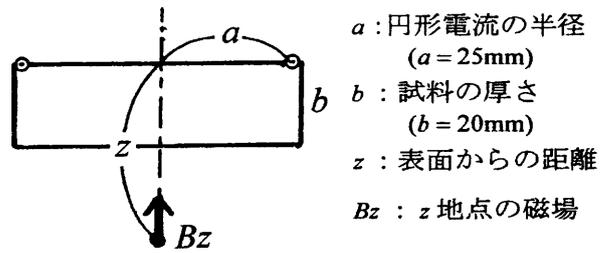


図6. 円形電流モデルと中心軸上の磁場

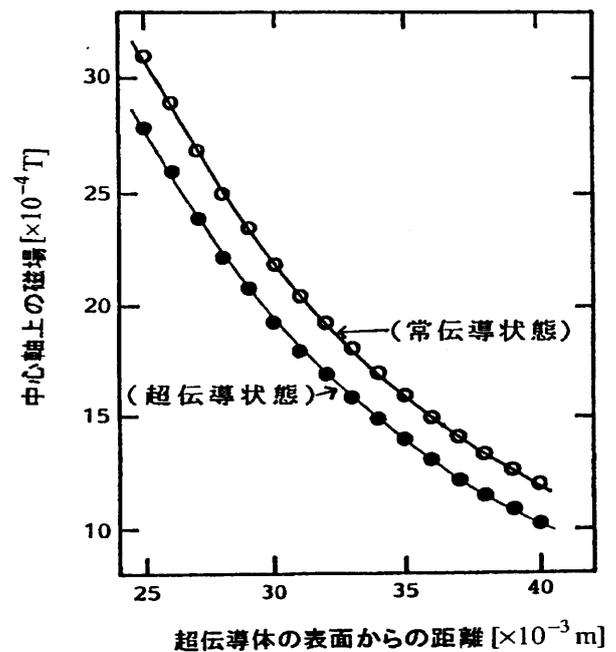


図7 中心軸場の磁場

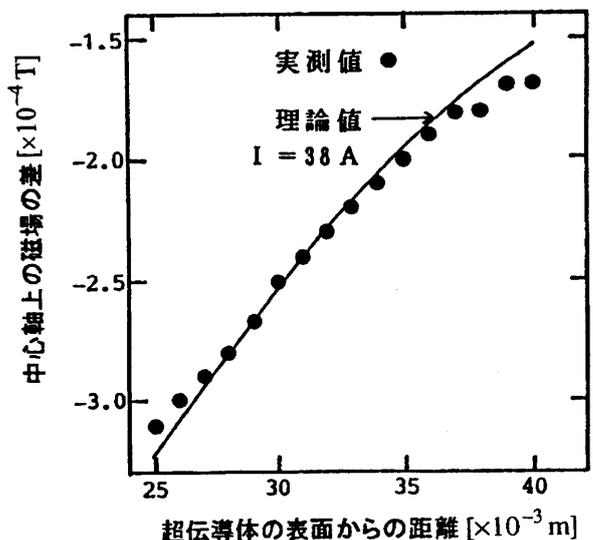


図8 反磁性電流の中心軸上の磁場

4. 水平方向に磁石を動かした場合の抵抗力の測定

浮上している磁石を水平方向に動かした時に感じる抵抗力を定量的に測定する。図9に測定装置の概略図を示す。この実験の場合、磁石の直径(14.5mm)に対して超伝導体の直径(30mm)および厚さ(15mm)は十分に大きいとはいえず、したがって、超伝導体が有限の大きさである効果が現れる恐れがある。そこで、厚さ1.5mmの板状のネオジム磁石の一辺の長さを4mmの正方形にカットし、磁石と超伝導体表面の距離 $h=1.5\sim 5.5\text{mm}$ の範囲のある一定の位置にくるようにした。この小磁石の表面磁場は約0.15T、磁気モーメントは 0.0135Am^2 である。小磁石の最初の位置を試料の中心にとり、回転台を用いて1°間隔で回転させた。回転角は台の目盛から、また、秤のねじれ角はHe-Neレーザーを利用した光でこのシステムによりモニターした。これらの角度から小磁石が試料に対して最初の位置からどの位ずれたかは容易に計算できる。なお、ねじれ秤には直径0.8mmの鋼鉄線を用いた。秤に作用する力は、鋼鉄線の剛性率を用いて求めることができる。

半径 $a=0.4\times 10^{-3}\text{m}$ の鋼鉄線の剛性率 G は、周期 $t=2.55\text{s}$ より

$$G = 8\pi / t^2 \cdot I / a^4 \cdot l_1 \cdot l_2 / (l_1 + l_2) \\ = 8.0 \times 10^{10} \text{N} \cdot \text{m}^{-2}$$

剛性率 G を用いると K_θ は、

$$K_\theta = \pi / 2 \cdot G \cdot (1/l_1 + 1/l_2) \cdot a^4$$

ねじれ角 θ とトルク T の間には、

$$T = -K_\theta \cdot \theta$$

が成り立ち、その結果、横力 F は、

$$F = T / r = -K_\theta \cdot \theta / r \\ = -7.83 \times 10^3 \cdot \theta \quad [\times 10^{-5} \text{N}] \quad (9)$$

ねじれ角 θ は、

$$\tan 2\theta = d / L, \theta = 1/2 \tan^{-1} d / L$$

中心軸からの距離 X (α は目盛板の移動角)は、 $X = r(\alpha - \theta)$

水平方向に磁石を動かした場合の抵抗力 F は、(9)式により求め、小磁石を超伝導体表面から1.5mmの高さ(表面磁場 $800 \times 10^{-4}\text{T}$)に保って移動させた場合の中心軸からの距離 X

との関係を図10に示す。この実験では、小磁石を超伝導体のほぼ中心部に置き、移動させた場合の抵抗力の変化を測定する。抵抗力は、最初はゼロで位置が中心からずれると急速に立ち上がり、数mmの移動の後、一定の飽和値をとる。固相法では $2 \times 10^{-3}\text{N}$ 、半溶融法では $10 \times 10^{-3}\text{N}$ となることが分かる。この抵抗力が横方向の移動に伴う磁束のピン止め力である。磁石の高さ $h=1.5\sim 5.5\text{mm}$ をかえて同様の実

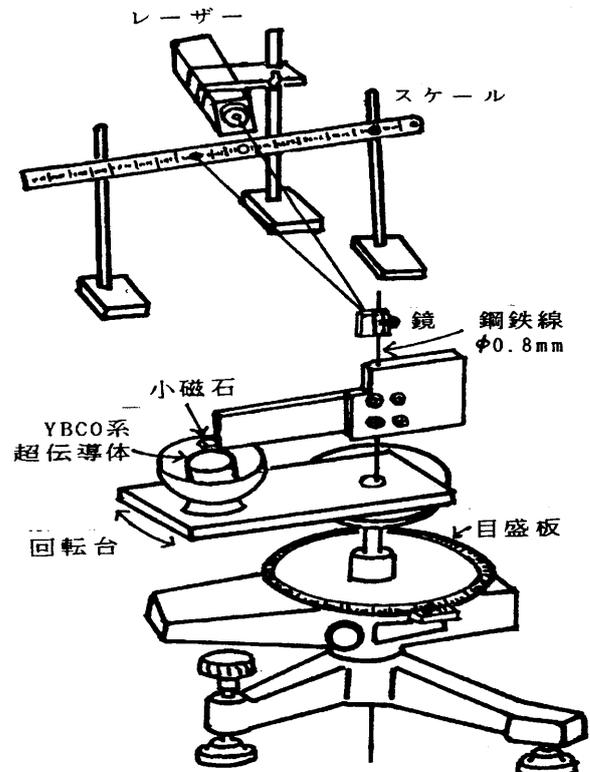


図9 小磁石に働く抵抗力の測定装置

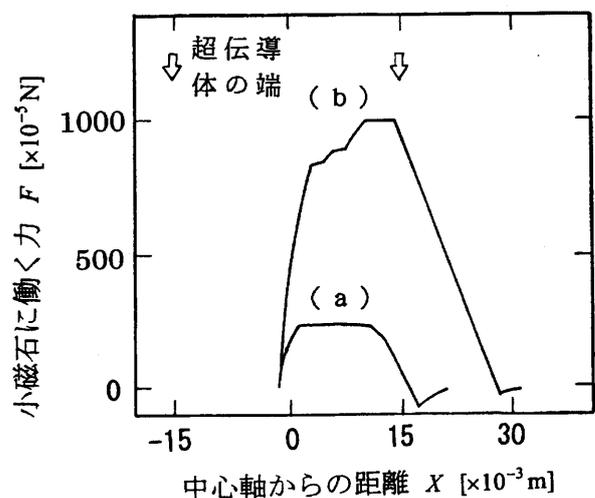


図10 小磁石に働く抵抗力($800 \times 10^{-4}\text{T}$)

験をいくつか行い、得られた抵抗力を表面磁場の関数としてまとめたものが図11である。固相法および半溶融法ともに表面磁場が $40 \times 10^{-4} \text{T}$ 程度から抵抗力を生じ、半溶融法の抵抗力は、表面磁場が大きくなるのに伴って急速に増加していくことが分る。図11から、抵抗力は超伝導体を貫く磁束に密接に関連し、半溶融法は固相法よりも常に大きな抵抗力を示し、半溶融法ではピン止め点が多く、磁束の振舞も複雑になっていると考えられる。

これを示す実験として、小磁石 ($4 \times 4 \times 1.5^t \text{ mm}$) をマイクロメータの先端に接着し、距離 h を 0.05 mm の制御した。ガウスメータのプローブを超伝導体の下方 $Z = 5 \text{ mm}$ に保ち、 h を変化させて裏面での中心軸上の磁束密度を測定した結果を図12に示す。横軸は超伝導体表面における中心軸での磁束密度の大きさ B_s で、これは表面に入ってくる磁束線の本数の目安となる。

$B_s = 800 \times 10^{-4} \text{T}$ が距離 $h = 1.5 \text{ mm}$ に、また、 $B_s = 100 \times 10^{-4} \text{T}$ が $h = 5.5 \text{ mm}$ に対応している。

この実験の場合、超伝導体試料に比べて十分に小さい磁石を用いているため、裏側の磁束密度は約 $2 \times 10^{-4} \text{T}$ と小さい値になっている。図12からもわかるように、この場合もやはり、磁石の磁場は超伝導体を通り抜けてくる。固相法試料を通り抜ける磁場の大きさは、常に常伝導状態よりも僅かに小さくなっている。半溶融法においても、表面での中心軸の磁束密度 B_s が $250 \times 10^{-4} \text{T}$ 程度までは同じことがいえるが、通り抜ける磁場は常伝導状態と比べて大きくなる。すなわち、半溶融法試料では入ってくる磁束が多いと中心軸への磁束の集中が起こる。この部分では、透磁率が見かけ上増加しているわけで、これはいわゆるピン止め効果で強磁性的な振る舞いが観測されたことに対応している。

5. 演示実験への活用

小中高校生向けの科学実験をテーマとした「静岡大学テクノフェスタ in 浜松004.11.13-14)」において、高温超伝導体の磁気特性をモチーフに演示実験を行った。強力なネオジム磁石が超伝導体の上に浮かぶ「磁気浮上」

の実験に関しても、より高く浮上するということが面白さに直結しており、「磁束のピン止め効果」の実験においても、発砲スチロールの地球儀を吊り下げることで演示的工夫をした。リニオモーターもどちらかと言えば機械的に精巧にできたモデルというものではないが、科学のおもちゃ的な観点から見て面白く、だれもが楽しめるということに主眼をおいて制作した。

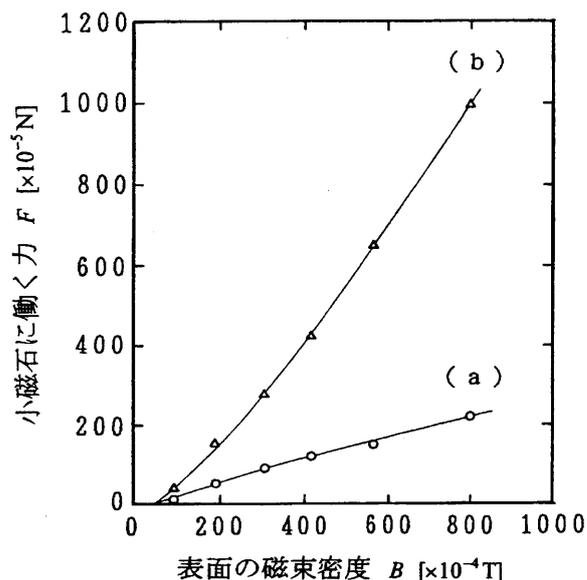


図11 小磁石に働く横方向の抵抗力
(a) 固相法 (b) 半溶融法

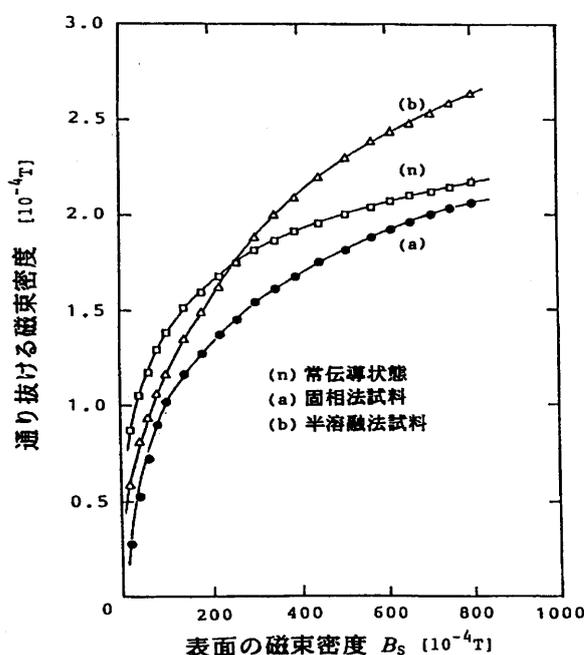


図12 超伝導体を通り抜ける磁束(中心軸上)

上記の実験は中心軸のみに関するものであったが、それでは、そのまわりの磁束密度の分布についてはどうであろうか。これを調べるため、超伝導体表面上で小磁石の高さ h を固定して、ホール素子プローブの位置を鉛直面(xz 面)内で2次的に動かして磁束密度の空間変化を調べた。半溶融法試料について、 B_s が $100 \times 10^{-4} \text{T}$ と $800 \times 10^{-4} \text{T}$ のときの結果を図13に示す。図では、試料が超伝導であるときと常伝導であるときの差をベクトルで表示してある。 B_s が $100 \times 10^{-4} \text{T}$ のときの試料は見かけ上、弱い反磁性を示しているが、これに対して、 B_s が $800 \times 10^{-4} \text{T}$ のときには、 $z = 4 \sim 7 \text{mm}$ [$\times 10^{-3} \text{m}$]の範囲ではベクトルが下向きになっており、したがって、中心軸付近での磁束の集中が確認された。つまりこのことが、図14のように、半溶融法超伝導体にネオジム磁石を押しつけて離すと発泡スチロール製の地球儀を吊り下げる「磁束のピン止め効果」の現象となることが説明できる。

リニアモーターのモデルの写真を図15に示す。浮上する力は、磁石と超伝導体との反

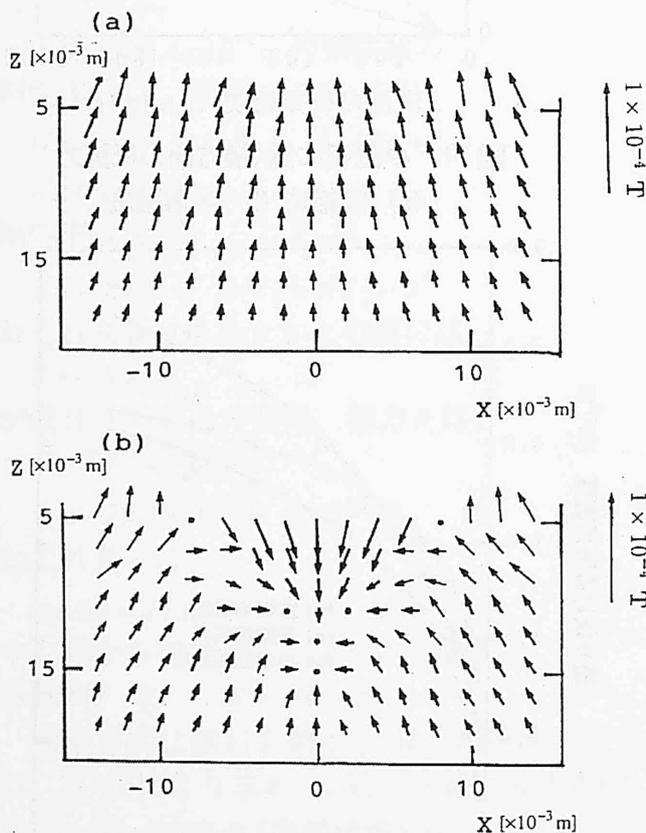


図13 半溶融法試料裏側の磁場分布
(a) $B_s = 100 \times 10^{-4} \text{T}$ (b) $B_s = 800 \times 10^{-4} \text{T}$

撥力を利用し、2cmの幅で角型ネオジム磁石を鉄板上にN極を上向きにして貼り付けた線路上に半溶融法超伝導体(車体)を浮上させる。推進力としては、ステッピングモーター動作原理を用い、超伝導体(発泡スチロール製の車体)の上に励磁コイルをのせ、コイルに交流の低周波電流を流し、極性を時間的に切り替えることによって、その側面のN極S極を交互に貼り付けた磁石(1ステップ毎の磁場)に励磁コイルが吸引・反撥を繰り返すことによって推進させる。

謝辞

この研究は、平成16年度日本学術振興会科学研究費(奨励研究)の補助を受けた。

参考文献

- 1) 「物理実験指導書」静岡大学物理教室 (1987~2004)
- 2) 長島弘幸, 増田健二他: 物理教育 38, pp.1-6 (1991)
- 3) 村上雅人: パリティ 6(5), 56 (1991)



図14 磁束のピン止め効果の演示

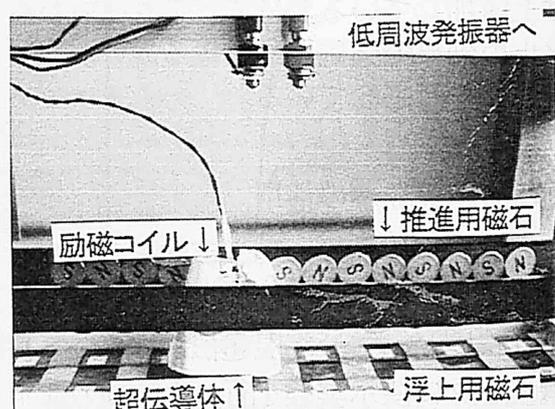


図15 リニアモーターのモデル