

# ビデオ画像位置解析法による発泡スチロール球の落下軌跡と乱流拡散の可視化

工学部技術部情報・分析系  
増田健二

## 1. はじめに

科学技術の急激な進歩による理工系ブームは、学生数の増加を招き、物理教育は必然的に大衆化し、マスプロ化することが必要となった。しかるに高校で物理を選択する学生は、どんどん減少し大学においても、自然科学の中で最も難解な学問という印象を与えている。こうした学生に物理への興味を抱かせるためには、身近な物理現象を題材に可視的に測定できる装置を用いることは有効な教育方法である。静岡大学の1・2年次物理学実験では、1989年から「ビデオカメラによる落下運動の測定<sup>1)</sup>」の実験を取り入れており、人気の高い実験種目

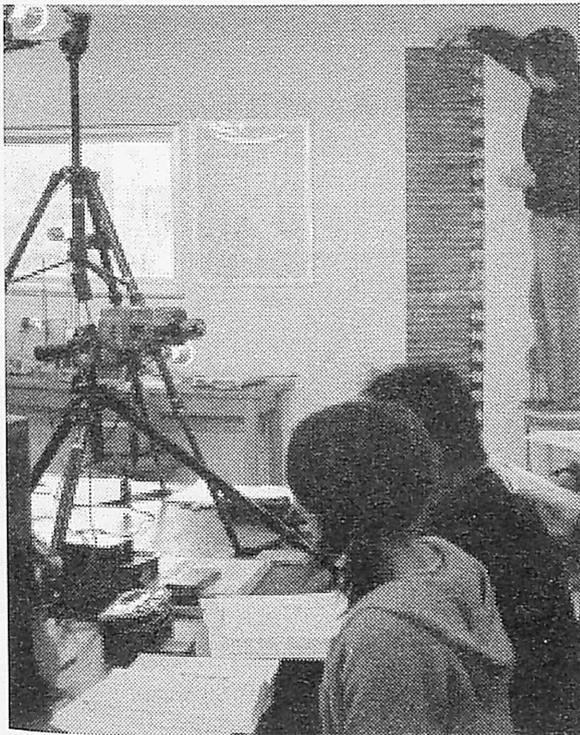


図1 落下の実験の様子

の一つとなっている(図12)。実験は、12人で1班を作り同じ題目を行う。図1に落下運動の実験の様子を示す。2人1組で実験を行い、1人は試料球を落とし、もう1人が撮影する。

## 2. 理論

図2に示すように、半径 $r$ 、密度 $\rho_s$ の球が、密度 $\rho$ 、粘性係数 $\eta$ の空気中を落下する運動を考える。この物体が速度 $v$ で落下しているときの運動方程式は、

$$\rho_s \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{dv}{dt} = \rho_s \frac{4}{3} \pi r^3 g - \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g - f \quad (1)$$

である。右辺第一項は重力、第二項は浮力と第三項は速度に関する抵抗力を表す。ただし、図2下向きを正としている。レイノルズ数 $Re$ は、

$$Re = \frac{2rv\rho}{\eta} \quad (2)$$

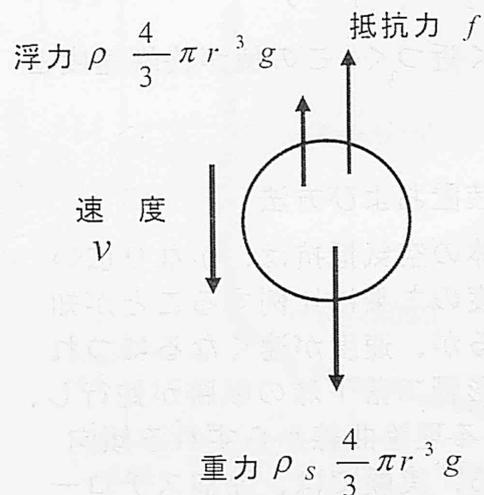


図2 落下運動に関わる力

であらわされる。(2)式よりレイノルズ数  $Re$  は、落下速度  $v$  に比例する。レイノルズ数の値によって、第三項の抵抗力  $f$  は異なることが知られている<sup>2)</sup>。 $Re < 1$  の場合は、抵抗力  $f$  は速度に比例するストークスの法則  $f = 6\pi r v \eta$  が成り立つ。また、 $10^3 < Re < 10^5$  の場合は、抵抗力  $f$  は速度の二乗に比例し、

$$f = C_D \frac{1}{2} \rho v^2 \pi r^2 \quad (3)$$

が成り立つ。ただし、抵抗係数  $C_D$  は球の場合、近似的には 0.4 である<sup>2)</sup>。

空気中の発泡スチロール球の落下運動は、後述のように測定結果からレイノルズ数を算出したところ、後者の抵抗力  $f$  が速度の二乗に比例する場合に入る。このことから(1)式に(3)式を代入し、 $t=0$  のとき  $v=0$  (初速度 0) となる初期条件のもとで、 $v$  について解くと、

$$v = \sqrt{\frac{8}{3C_D} r g \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)} \tanh \left( \sqrt{\frac{3}{8r} C_D g \left( \frac{\rho}{\rho_s} \right) \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right)} t \right) \quad (4)$$

となる。また  $t \rightarrow \infty$  のとき、 $\tanh(\quad) \rightarrow 1$  となり、 $v$  は

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{3C_D} r g \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)} \quad (5)$$

に限りなく近づく。この値が終端速度となる。

### 3. 測定装置および方法

落下物体の空気抵抗は、かなり広い範囲で速度の二乗に比例することが知られているが、速度が速くなるにつれて乱流の影響で落下球の軌跡が蛇行し、(4)式による理論曲線からずれる傾向が見られる。実験では、発泡スチロール球が空気中を自由落下する際の速度及びレイノルズ数と乱流拡散現象の関係を調べる。

測定の手順は、次のように行う。

- ① 幅 38cm 長さ 280cm の紙を黒く塗り、壁に貼り付ける。貼り付けた紙を蛍光灯で照らし、発泡スチロール球を落下させ、ビデオカメラで撮影する。
- ② 図 3 にビデオ画像位置解析の手順を示す。ビデオの動画を編集ソフト (Adobe Premiere) で静止画像に変換して、ビットマップファイル形式 (680×480) で保存する。
- ③ 静止画像は、インターレースモード (1/30 秒 = 1 フレーム間隔) で撮影しているので、1 秒間に 30 枚のファイルが得られるが、時間的にずれた 2 つの球が画像上に現れる。これは 1 フレーム中で奇数フィールド (1/60 秒間隔) と偶数のフ

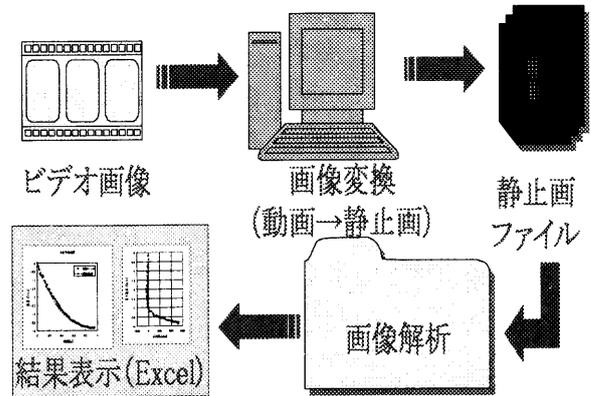


図 3 ビデオ画像位置解析の手順

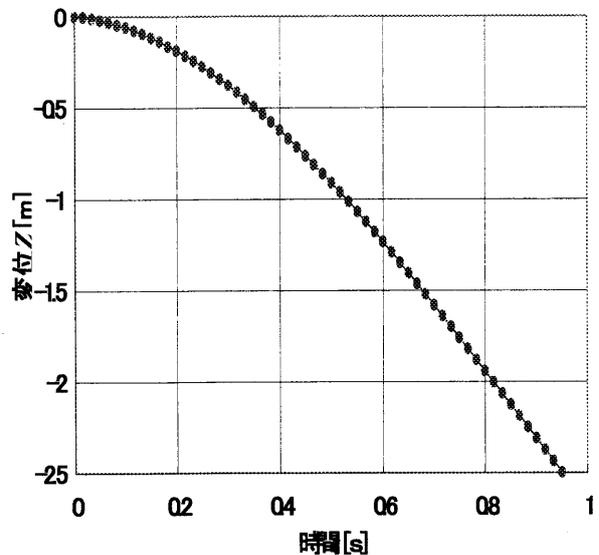


図 4 発泡スチロール球の変位の時間変化

フィールドの画像が交互に録画されるためである。

④ 静止画像ソフト(Adobe Photoshop)を開き、認識し易い倍率に設定して、カーソルを球の端に合わせて位置情報を記録する。次に、その位置情報を表計算ソフト(Excel)により、スタート位置からの変位を1フィールド間隔ごとにプロットする(図4)。

#### 4. 測定結果および考察

発泡スチロール球の落下における1フィールド間隔の変位の時間変化のグラフを図4に示す。次に1フィールド(1/60s間隔)の変位の差を60倍して速度(秒速)に換算することにより、速度の時間変化のグラフを求める(図5)。ここで式(4)による理論曲線と実測値を比較してみる。落下速度が1.5[m/s]を超えたあたりから、実測値が理論曲線の上にならず(速度が遅くなる)傾向がみられ、3.5[m/s]を越えると反対に下にならず(速度が速くなっていく)ことが分かる。

そこで次に左右のぶれ幅の測定を行う。図6に落下速度とぶれ幅の関係のグラフを示す。例えば、水の流れているガラス管の入口から赤インクを注入すると、水の流速が遅いときには赤い線が滑らかに長く伸びていく(層流状態にある)が、ある速度より速いと、赤い線は途中で乱れ、下流では一面に広がってしまう(乱流状態となる)。このように、層流か乱流かは、速度に依存するレイノルズ数 $Re$ の大小で判定できる。層流から乱流への移行は、 $Re \approx 1000$ 程度で起こると言われている<sup>3)</sup>。図6から $Re > 4000$ では、左右5mm程度蛇行して落下し始め、 $Re > 8000$ では、球が回転してカーブして最大で0.05m(5cm)ずれたことが分かる。

そこで、レイノルズ数の増加に伴う渦運動により生じた拡散現象をデジタルビデオカメラで撮影し、可視的に解析することを試みた。(2)式より、レイノルズ数 $Re$ は、落下速度 $v$ に比例関係にある。

レイノルズ数と変位の関係を調べると、層流から乱流への移行する1000程度の速度は0.37[m/s]、変位で0.02m(2cm)、時間にして0.03sであった。そのことから、変位の変化を発泡スチロール球の通過による拡散現象を観察することで層流から乱流への移行の判定に用いることは困難であることが分かる。

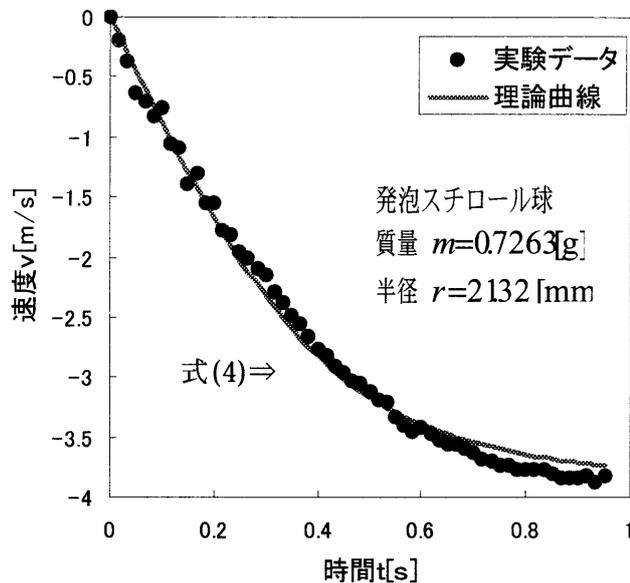


図5 発泡スチロール球の落下速度の時間変化

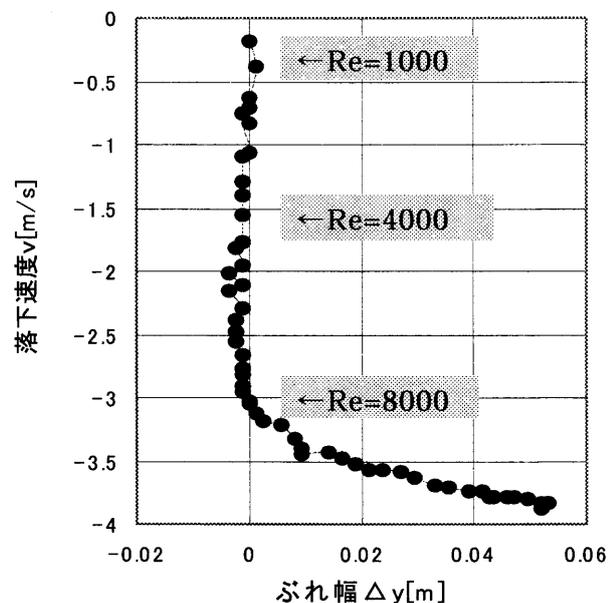


図6 落下速度とぶれ幅の関係

そこで、落下球の速度を遅くするため図8のような方法を考えた。図8-右のように、パイプの下部が開口した状態では、落下球に押された空気のほとんどは下部口から放出されるが、図8-左のように、下部が閉口している状態では、落下球に押された空気はパイプと落下球の隙間からしか出られず、そのため極めてゆっくりとした速度で回転しないでまっすぐに落下していく。

図9に落下速度制御装置の概略図を示す。仕組は、アクリルパイプ（内径 $\phi 45 \times 1000\text{mm}$ ）を電磁シャッターに連結し、閉口した状態で発泡スチロール球落下させ、パイプ下部を通過する瞬間にシャッターを開く。石英ガラスパイプ内には、線香の煙を充満させ、上下を電磁シャッターで閉口しておく。蛍光ランプを線香の煙にあて、緑色に発光させる（図10）。ビデオカメラを用いて、線香の煙が発泡スチロール球の通過による乱流拡散する現象を撮影する。さらに、速度測定用として、もう1台のビデオカメラを正面に設置する（図7）。



図7 乱流拡散測定用装置

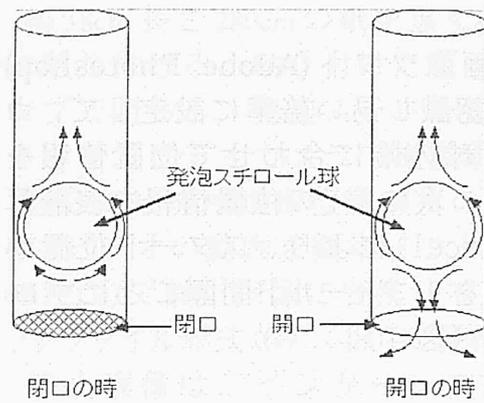


図8 落下速度制御装置の概略図

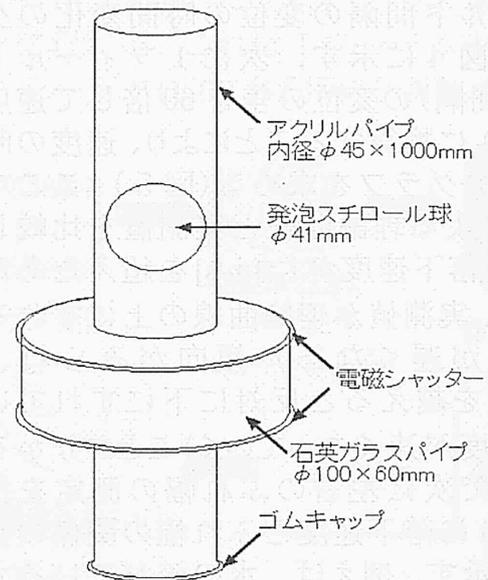


図9 落下速度制御方法の概略図

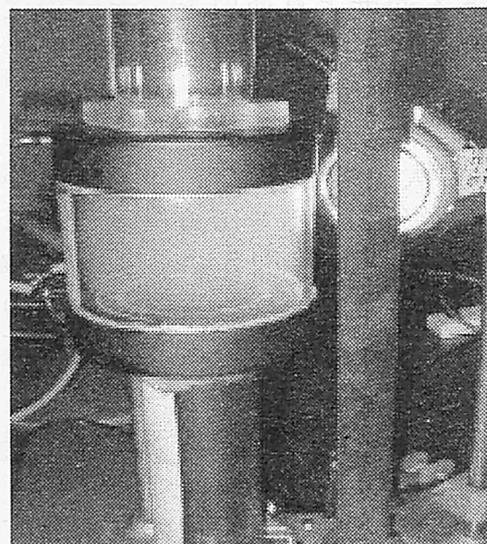


図10 石英ガラスパイプ部分

図 11 に発泡スチロール球の通過に伴う線香の煙の様子を示す。静止画では、ほとんど見分けが付かないので、線香の煙の流れを白線でなぞってみた。図 11-1 の  $Re=850(v=0.31\text{m/s})$  の場合、線香の煙の乱れはほとんど見られず層流状態であることが分かる。これに対して、 $Re=3980(v=1.46\text{m/s})$  の図 11-2 では、後流の渦によって乱れている様子が見られる。さらに、 $Re=8040(v=2.95\text{m/s})$  の場合は、乱流後流の渦によってかき混ぜられ、線香の煙が乱流拡散していく様子が観察できた (図 11-3)。

以上のデータをもとに、図 4 の発泡スチロール球の落下速度の時間変化のグラフにおいて実測値が理論曲線からずれる原因を考察する。理論曲線 (4) 式は、回転しない球が層流状態 ( $Re \leq 1000$ ) でまっすぐに速度の二乗に比例した空気抵抗を受けながら落下する運動方程式となっている。理論曲線と実測値を比べてみると、落下速度が  $1.5[\text{m/s}] (Re \approx 4000)$  を超えたあたりから、上にずれるのは図 5 のぶれ幅のグラフから分かるように、後流の渦 (図 11-2) の影響で左右に揺れながら落下するため速度が同じであれば、まっすぐに落下する理論曲線より見かけ上速度は遅くなる。さらに、 $3.5[\text{m/s}] (Re \approx 8000)$  を越すと反対に下にずれるのは、カーブしていくことから、球に回転が加わり空気抵抗を小さくする効果が働き、速度が速くなったと考えられる。

## 5. おわりに

本学の 1・2 年次物理学実験の種目としては、図 12 の 13 種目を行っており、半分近くの種目はどの大学でも展開している一般的な実験となっている。ここで 1 つの意見を述べさせていただきたい。物理学実験の内容が大部分の理工系大学では「判を押したように同じ」で、中には 20 年以上も前の古い装置を平気で使っている所もある。このような種目は、戦前の旧制高等学校の流れを汲む中

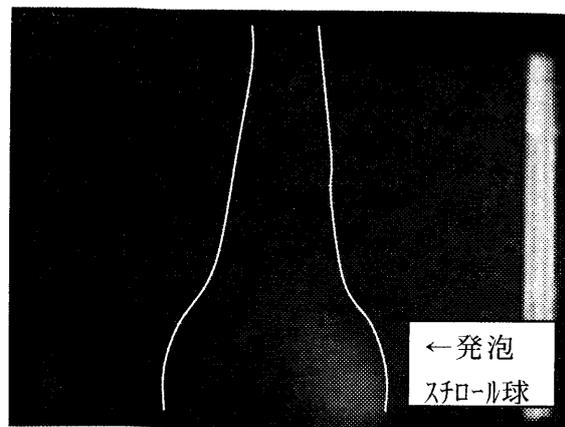


図 11-1  $Re=850$  の静止画

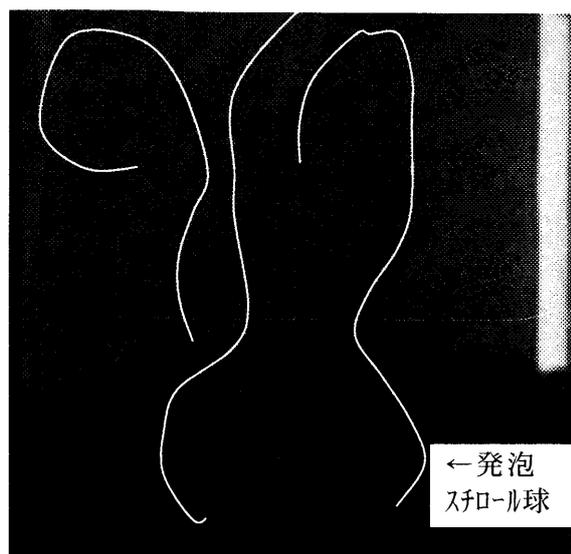


図 11-2  $Re=3980$  の静止画

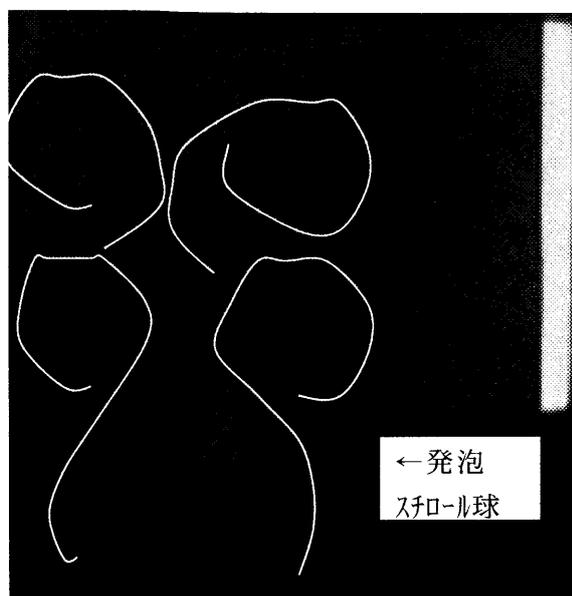


図 11-3  $Re=8040$  の静止画

村清二氏や吉田卯三郎氏の実験指導書が原点となっている。原理的には完成されたものであっても、現在のエレクトロニクス技術を駆使すれば、改良すべき点は多くあり、学生にも歓迎される測定法が開発できるはずである。学生実験の技術開発・改良は、そこに所属する技術系職員の職務であると認識されたい。そして、教材開発の技術分野を担当する者としてのプライドを持っていくことが、学生実験を指導する「技術系職員のステータス」を確立する上で重要であると考えられる。今回取り組んだ「ビデオカメラを用いた落下運動の測定<sup>1)</sup>」は、毎年実施しているアンケートにおいても、70%以上の学生は「面白いテーマである」と回答しており、人気の高い実験種目となっている(図12)。当初(17年前)は、家庭

用として出回りだしたCCDビデオカメラを力学的な測定に活用するという試みの段階から、測定および指導方法などを工夫する中で、学生が意欲を持って実験できるテーマとなったことを本稿で加えて報告する。

#### 謝辞

この研究は、平成17年度日本学術振興会科学研究費(奨励研究)の補助を受けた。

#### 参考文献

- [1] 長島弘幸, 増田健二: 物理教育 38-2 pp.76-79(1990)
- [2] Schlichting: Boundary Layer Theory, 6<sup>th</sup>ed., McGraw-Hill, p.17(1968)
- [3] 例えば、有馬朗人他: 基礎物理学, 上巻 pp.152-156(1987)

物理実験アンケート(H16年後学期~H17前学期:工学部628名)

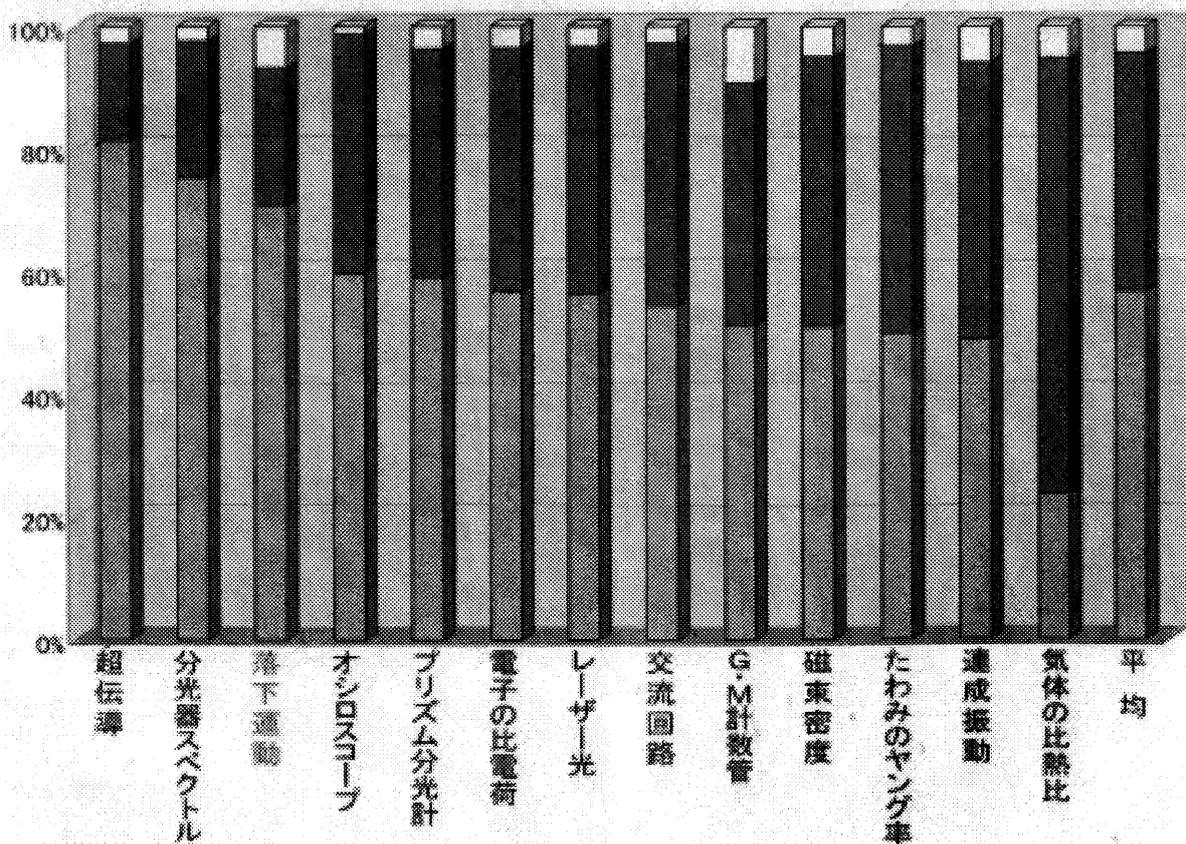


図12 物理学実験アンケートの結果