

中学校での図形指導の改善

—日本中等教育数学会雑誌での論考に基づいて—

Improvement of Teaching Geometry in Lower Secondary School
based on JOURNAL of MAJSE

国 宗 進

Susumu KUNIMUNE

(平成11年10月4日受理)

はじめに

1. 日本中等教育数学会創立の頃の幾何教授
 - (1) 幾何教授についての主な議論
 - (2) 小倉金之助の「数学教育の意義」
 - (3) 国元東九郎の直観幾何教授
2. 1931年（昭和6年）教授要目改正の頃の幾何教授
 - (1) 1931年（昭和6年）の教授要目
 - (2) 新登場「幾何図形」の教授
 - (3) 新要目に基づく実践報告とその問題点
 - (4) 幾何教授に対する新たな提言
 - (5) 1942年（昭和17年）の教授要目
3. 図形指導改善に対する示唆
 - (1) 図形指導のねらい
 - (2) 立体に関する学習指導
 - (3) 直観的扱いと論証指導との関連
 - (4) 生徒の活動

おわりに

はじめに

小学校算数科・中学校数学科でのカリキュラムを検討する場合、代数に関してはどの程度まで取り扱うかが議論の中心になるのに対して、図形に関しては、何を指してどんな内容をどのような方法で取り扱うのかというように、議論が多岐にわたることが多い。それ程、図形指導のあり方については、戦前から今まで一貫して、学習指導上の問題点の1つである。

2002年から小学校、中学校で完全実施される新教育課程においては、週5日制の実施に伴う総時間数の減少や総合的な学習の時間の創設等々の理由によって、教科学習に当てられる時間が大きく減少した。算数・数学科においても、学習内容の「削除、縮減」、あるいは取り上げる学年を遅らせるという改訂が行われた。特に図形領域をみた場合、小学校では、合同を初めとする図形の関係的な見方に関わる内容がほとんどなくなり、「面白い内容がほとんど削除統合されたと言うほかはなく、図形領域はどう考えても厳選の行き過ぎ」（中原、1998）になっている。また、中学校での学習内容からは、円周角の定理を除く「円の性質」が全て削除されていて、

「図形の面白さをどこで伝えるか」(藤森・羽田・榛葉、1999)が問題になっている。これまで永い年月をかけて培ってきた図形概念の形成に関する系統等は、どこかへ飛んで行ってしまった感がある。このような現実を眺めるとき、具体的なカリキュラム編成は各実践者が行うものではあるが、自分の考え、特に納得のいかないものについて積極的に提案していくことが、我々数学教育に関係する者の課題であることを痛感する。

本稿は、中学校数学科での図形指導の改善について追究することを目標とする研究(小関、1987;国宗、1994;国宗・長崎、1996;国宗・羽田・榛葉、1999)の一環であり、次の(1)(2)をねらいとしている。

- (1) 戦前の、特に1920年頃から1940年頃の中学校での幾何教授の実際を明らかにすること。
- (2) (1)に基づいて、今日の図形指導の改善に関する示唆を得ること。

(1)については、当時の「日本中等教育数学会雑誌」(以下、「中数雑誌」と略記する)に掲載されている幾何教授に関する論考を網羅的に検討し、いくつかの視点を設けて事例的に記述するという方法をとる。(2)については、(1)での具体的な主張等に基づき、観点を決めて改善点をまとめる。

1919年(大正8年)に創刊されたこの中数雑誌は、当時の中等教育の数学教育に関する雑誌のうち、全国的なものとしては唯一のものであった(小倉・鍋島、1957)。これがまず、本稿において中数雑誌に着目する理由である。なお、小学校向けには大日本学術協会(後にモナスと改名)による『算術教育』が1923年(大正12年)から発行され、中学校に関しては1930年(昭和5年)に、東京高等師範附属中学校を中心とする『数学教育』、及び広島高等師範附属中学校を中心とする『学校数学』という2つの雑誌が出ている。

また、上の(1)での「1920年頃から1940年頃」という限定は、中数雑誌が創刊された1919年(大正8年)から、1942年(昭和17年)の要目改正前の頃までを対象とすることを意味している。この20年間のちょうど中間の時点である1931年(昭和6年)に教授要目が改正され、「幾何図形」が新たに登場して、特にその前後に直観幾何と論証幾何についての多くの議論が行われている(島田、1968)。今日の中学校での図形指導において、第1学年での直観的な扱いと第2学年以降の論証的な扱いとの関連は依然として問題であるが、この時期の活気ある議論がその解決の参考になると考えたのである。

なお、「1940年頃」以降については、1943年(昭和18年)発行の1種検定教科書『数学第1類・第2類』に関する研究の範疇において、別の視点から行われる必要があると考えられる(長崎、1991;宮崎、1968)。

ここで、当時の中学校が置かれていた位置について、簡単にみておく。義務教育は小学校の6年間である。初等後教育は、初等教育の一部である高等小学校、及び中等教育である中学校、高等女学校、実業学校において行われた。その在籍数は次の表の通りである。(文部省、1972.に基づいて作成した。)

年 度	小学校	高等小	中学校	高等女	実業学校
1919 (大正8)	758	79	17	13	12
1931 (昭和6)	907	131	34	36	29
1942 (昭和17)	1052	215	53	68	68

(単位は万人)

当時の日本人が小学校を終えた時点での進路は、ほぼ次の5つのコースに分かれていて、学校階段梯の比較的上級に進むのはA、Bだけであった(寺崎、1985)。

- A. 中学校→高等学校(または大学予科)→大学 [男子のみ]
- B. 中学校・高等女学校・実業学校→専門学校 [中学校は男子のみ]
- C. 中学校・高等女学校・実業学校
- D. 高等小学校(=小学校高等科)または青年学校普通科→青年学校本科
[男子のみ義務制]
- E. 小学校卒業後、直ちに実業・家業などにつくコース

長崎(1990.3)は、1942年頃には小学校卒業生の約8%だけが中学校に進学したと試算している。

1. 日本中等教育数学会創立の頃の幾何教授

ここではまず、1931年(昭和6年)の中学校教授要目の改正に先立つ、およそ10年間の幾何教授に関する議論や実践等をまとめる。中数雑誌でいえば、1919年(大正8年)の創刊号第1巻第1号から1930年頃までの巻を対象とする。

その時代は、1911年(明治44年)改正の「中学校教授要目(数学)」に基づく教育が行われていた。「算術、代数、幾何、三角法」と分けて記されているが、「常ニ(これらの)聯絡ヲ図リテ教授シテニ算術ニ関スル複雑ナル事項ハ代数及幾何ヲ授ケル場合ニ之ヲ教授スベシ」として、融合主義が若干反映されたものになっている。幾何に関する内容項目は、次の通りである。

「第三学年 直線 角 平行線/直線形 三角形 平行四辺形/円
 第四学年 比例、比例線/相似形
 第五学年 平面、平面ト直線 二面角 立体角/多面体、角柱 角錐
 /曲面体、円柱 円錐」

この時期の特徴として、島田茂(1963)は、1911年の要目とその実施直後の数種の教科書を分析して、「極端な分科主義が終りとなったのは、だいたいこの時期とみてよいのではなかろうか」と述べている。

なお、この教授要目は、菊池大麓、藤沢利喜太郎の思想と方法によって決定され日本の数学教育を統一したといわれている1902年(明治35年)の「中学校教授要目」の改定版である。菊池、藤沢による1902年の教授要目においては、1886年(明治19年)以来第1学年で毎週1時間ずつ扱うことになっていた「幾何学初歩」がなくなり、1901年から欧米で始まっていた数学教育改良運動の精神に逆行したものになっていた。

(1) 幾何教授についての主な議論

厳密な幾何教授に対する反省

1919年(大正8年)に日本中等教育数学会が発足する。それはその前年12月の全国師範学校中学校高等女学校数学科教員協議会の開催がきっかけになっていて、その様子は中数雑誌創刊号(1919)の雑報に掲載されている。その中で、中学校における数学教授について「今特に改善を要する主要なる点」として、幾何教授に関しては以下のことが挙げられている。(本稿では、以下、中数雑誌に掲載された論考の引用にあたっては新かなづかいによる。)

「(1) 幾何の初歩教授の困難を軽減するため其緒論に於ては

(一) 図形に親ましむること。

(二) 作図用具の使用に慣れしむること。

(三) 公理的事項或は簡單なる定理にして証明の必要を感じしめ難き事項を実験的方法其他によりて認めしむること。

(四) 証明の必要を悟らしむること等の方針によりて教授す其後に於ても実験実測は定理を索め其理會を助け又其応用を知らしむる等の目的を以て適宜之を加味すべきものとす但し之を以て証明に代ふることは避くべし。

(2) 論理的思想の涵養にのみ偏せず空間に関する観察力及想像力の養成に注意すること。

(3) 作図題に於ては幾何学的方法の外分度器物差三角定規を併用して簡単に作図する方法をも授くること。

(4) 全系統上須要ならざる定理及手練を要する複雑なる問題は之を省略すること。

(5) 比の無理数の場合の証明は近似値を以て論じ餘りに深入りせざること。

(6) 立体幾何に於ては一層球面に関する知識を正確にし且透視画投影画の基本原則をも説明すること。」

これは、文部省諮問題の内の1つ「師範学校中学校及高等女学校の幾何教授に於て幾何学入門を課し其他此教授に於て実験実測を加味する方案如何」に対する、日本中等教育数学会の回答であった。

また、第1回総会での講演において、理学博士中川銓吉(1919)は、「幾何学に於ては厳格なことを貴ぶ」が、中学校程度の幾何ではそれを「取去りたい」とし、「証明中の或事が少し位不十分でも幾分それを軽く見て黙許したならば宜からうと思ひます」と語っている。そして、「出来る丈け此幾何学なるものの負担を減ずるやうに御尽力を仰ぎましたならば、誠に一般の中等教育を受ける学生の大に幸福とする所であらうと存じます」と講演を終えている。

第四回総会での講演では、理学博士河合十太郎(1922)がユークリッドの厳密性を徒に崩すべきではないと語った記事もあるものの、上に引用した改善点のように、また中川の提言に代表されるように、必要以上に厳密な幾何教授に対する改善の動きが優勢であり、実際に改善されつつあった。当時、幾何の初歩教授の処遇、特に実験実測の扱いが中心的な論点であったことがわかる。

幾何教授の内容

では、その時代に扱われた内容項目はどのようなものであったのであろうか。

第1回総会では中学校数学科教授要目について検討し決議案を出している。その中の「幾何教授要目」については、次の通りである。

「第二学年(毎週二時)

幾何学緒論／三角形、多角形、平行四辺形．／円弧、中心角、弓形．

第三学年(毎週二時)

切線及割線、内接円及外接円、二つの円．／軌跡、作図題．／面積．／比例線、相似形．

第四学年(第一学期第二学期毎週二時、第三学期毎週三時)

相似形(続き)／鋭角の三角函数、直角三角形の解法(対数を用ひず)．／面積の比、円周率．／直線及平面．／二面角、立体角．／角柱、角錐．／円柱、円錐、球．／応用問題(対数を用ひて直角三角形を解く問題をも含む)．」

第3回定期総会記事(1921)には、第五学年数学教授要目についての決議案も見られる。

幾何学の初歩教授

幾何学の初歩の扱いの実際は、当時の幾何教授に関する中心的な論点であった。

曾田梅太郎は、「点の定義より入って定理とその証明の形式を教授し終わるまでを幾何学入門とし之れを幾何学の基礎と名づけ」て、12時間で扱ったとい、指導展開の概要を示している。

そこでは、「用語の意味を明らかにすることと之を正確に言ひ表はすこと」を強調している(曾田、1926)。この事例は、以下の小項(3)で取り上げる国元東九郎の実践よりずっと論証的であり、論証幾何教授にしばられている感がある。

曾田はまた、数学において実験実測を行わせる場合について言及して、それは次の3通りがあるとしている(曾田、1930)。

- 「1. 或数的事実を発見せんとする場合
2. 或数的事実を検証せんとする場合
3. 或数理を証明せんとする場合」

である。そこでは、三角形の内角の和の性質を例にして、第1は内角の和が180度であることを測って発見する方法を、第2は測ったり、または紙にかいた角の部分をピリピリ集める方法を、第3は三角形を折り曲げ各頂点を一点に集める方法をあげている。そして、「第1及び第2は多くは測定によるものであって主として帰納的実験をなすもので物理的の性質を応用するか、実測計算によるかである。第3の場合は数学に於ける証明を具体的直観的ならしめて理解を助け印象を深からしめんとするものである。」とし、特に

「第3の実験は最も有効なものであって、…正に数学的の実験といふべきであらう」と主張する。したがって、数学における実験実測の価値目的は

- 「1. 数理を認識し、2. 数量の直観をなし空間概念を養い、3. 工夫考案創造の力を養い、
4. 数学と実用との関係を一層明かならしめることが出来る」

ことにあるとしている。

山本政治は、幾何学入門において、「実生活と関係深く、而も生徒にとり最も興味ありと思はれるのみを選んで」、「或は直観により、或は実験、実測、作図、模型の製作等の種々の作業によって」問題の解決方法を攻究させたという(山本、1926)。そこでは、「生活上必須な知識技能を得しめる」と同時に、「生徒の観察力、空間的想像力、数学的考察力を養成すること」を教授の主眼にし、「絶へず理論幾何を学ぶ土台を築くことに注意した」として、各節の終わりに「総括」としてそれをまとめている。実際、幾何学入門教授細目(30時間)のリストを示している。その、節のタイトルは、「2点間の距離、方角、点と直線との距離、2点間の距離と間接測定、縮図と拡大図、幾何模様、面積、立体と其体積、総括」である。

曾田、山本による2つの論考からすると、幾何学入門それ自身を独自に取り扱おうとしているというよりも、論証幾何の前段階としての位置付けが極めて大きいものであったということが出来るであろう。

数学教授の改善に対する提言もみられる。高等師範附属中学校を経て京都師範で教鞭をとっていた堤政助は、次の理由から日本の中学校数学教育は改善が必要であるという(堤、1922)。教授の実際は伺えないが、その理念がよく現れている。

- 「1. 世界の大勢に伴はねばならぬ。
2. 国民の生活状態の変遷に伴はねばならぬ。

3. 中学教育を受くる者の数及種の変化に伴はねばならぬ。
4. 中学教育を受くる者の心理的発達の状態に伴はねばならぬ。
5. 中学教育の目的に伴はねばならぬ。」

そして、「従来の中学数学教育は理論的に組立てられた数学事項の初等数学を知らしむるを主としたるものの様であるが、然し吾々は寧ろ生徒全体の心理的発達状況より考へ従来の如く厳正なる分類的教材を廃し直接生活に関係あることより出発し又之を实地に應用させる訓練に重きを置きて」という立場に立ち、最も主要な改善点は「教材の選択及配列なりと考へ」、次のように言う。

- 「1. 数学全部を一の有機体とすること。
2. 函数概念を以て数学教授の骨子とすること。
3. 直覚能力の養成に重きを置くこと。」

「幾何学的教材も初年級より導入し初めは断定的に叙述し証明を与へず直覚に訴ふる様にし」さらには、「我々實際教職にある者は速に改善せられんことを叫ぶ」ことを勧めている。

1922年(大正11年)10月に行われた総会では、「中学校に於て第二学年より幾何を課するの可否」が論題に上っている(広島高師附中数学研究会、1923)。その賛否は中学校第1学年より「代数科」を課すかどうかと同様、「既に実行の期に入居る」が、特に「幾何学の初歩教授を如何にすべきかについては何れの学校も共に苦心」しているとある。

また、「用器画と幾何科との連絡について」の問題も上がっている。「用器画には図画科として美的情操の養成、工夫、考案、創作力の涵養等の重大な任務がある」にもかかわらず、それを忘れ、「単に幾何学に於ける作図題を清書することを能とし」、幾何学での作図題と異なる所がないという記述が見える。

この用器画については、佐藤良一郎の「幾何学と用器画との関係」という論文がある。そこでは、「幾何学の考へる図形は論理的に思惟された図形で、用器画の取扱ふ図形は感覚的に表現された図形で」とあり、用器画は「幾何学的原理+審美的意匠或は幾何学的原理×審美的意匠と理解さるべき」としている(佐藤、1923)。そして、「中等教科としての幾何学の教授に於ては、図形を實際に具体的に道具を用ひて画くということ」にもっと注意を払う必要があるとし、用器画は「数学の教師に受持たせる方が有効でないかと思ひます」としている。

教材の扱い方の違いから、数学と他教科との関連が問題になっていたのである。

教授の過程に関する提言

当時の論考の中には、かなり生徒の側に立った今日的な教授の実際も幾つか目にすることができる。

矢舗大治郎は、幾何学教授の方法について、「証明の詳細な述べ方や書き表し方よりもその証明の大方針を述べさせ」「書き表し方を練習するのは早くとも三角形の合同定理を終って、仮設、終結、証明等の形式的な事項を教えた頃になりませう。」として、口述することの重要性、記述を急がないことを主張している(矢舗、1927)。

さらに、教科書に取り上げられている問題を各方面から取り扱いたいとして、「問題の色々な証明方法及びこれ等の比較は勿論各種の逆定理及び裏定理の作成及びこれ等の証明、更らにこの問題の変化及びこれに伴う上記各種の事項等」を扱うことを主張している。

また、二階源市は、「教科書の証明形式も記述の形式一天張(ママ)にせず、實際の思考過程、数学創造の思考過程に改める必要」があるといっている(二階、1926)。

掛谷宗一は、練習問題がいかにかに研究的課題となるかについて、「目的を予め示さないで其の結果を学ぶ者自身に求めさす」ことの効果を指摘し、「同一の問題でも目的を隠して結果を見出さうとすれば研究的問題になる。」と述べている（掛谷、1929）。

矢舗や掛谷の主張からは、口述の重視、多様な証明法を取り上げること、また、近年の「問題の発展的な扱い」の理念と同様の考え等、今日的な知見を読み取ることができる。

また、田中良運は、イギリスの幾何教授に関する報告を紹介している。そこでは、対称の重視と共に、次のような扱いの3段階を紹介している（田中、1929）。

A. 経験的の段階 主として口頭で扱う。12.5歳まで。

B. 演繹的の段階 12.5歳から15歳まで。

C. 組織化の段階 16歳から17歳まで。

指導段階に関する当時の着目がうかがえる。

さらに、「英米の中等程度の教科書も程度は可なり低い…吾々も教科書中から餘り価値のない六かしい問題を除去して、もっと実社会に活用されるやうな材料と問題とを多く取入れるやう工夫しなくてはならない」（曾田、1930）、「初歩の教授に於ては先づ事物を示して真実なる直観を得しめ、然る後其の説明に及ぶのが最も自然の道である」（森安、1927）、「実用的教材に依つてこそ初めて、数学の論理性を知ることが出来、科学的精神を發揚することができる」（勝野井、1939）、「抽象的思考力養成の第一の方法は、具体的体験、直観的体験の尊重」（片岡、1939）という諸説にみられるように、実用性、具体性が強調された。

幾何学教授の価値の検討

先にも引用した堤政助は、幾何学教授の価値やその改善について考究している（堤、1928）。

「数学教育の理想は自然科学の教育と相並んで人間性中の真理への自発性に培かひ自然及び社会を数学的に考察し得る様に教養するにある」、換言すれば「科学的精神に培い数学的知識を取得する方法を会得せしむる様に導くにある」という。そして、幾何学教授の価値として、次のことを上げている。

「1. 幾何学的教材の直観的取扱及び論理的取扱ひによつて科学的精神を養成すること。

2. 空間に関する観察力、想像力を養成し實際的知識を付与すること。」

教授については、「現行の教科書には十数年前迄に行はれて居りました様な形式陶冶一点張りの「ユークリッド」流の教科書は一も其の影を認めませぬが…多くの教科書は…大して改良も出来て居りません。」といい、改良に関する2点の提言をしている。

「第一 論理幾何に入る前に予備的事項をもつと徹底的に加え徹底的に教授する様に改善すること。

第二 論理幾何に入りても直に出来上りたる定理を掲げて之を証明するが如きことなく成るべく生徒各自の直観、作図又は実験実測等生徒の自力によつて定理を発見せしめ且つ証明を工夫せしむる様に仕組み且つ取扱ふ様に改善すること。」

第一については、「幾何の予備教授の目的は直観、実験、実測、作図等によつて幾何に於て取扱ふ全般の輪郭を与へ基礎的觀念を明確にして幾何形体を分解してその間に存在する性質關係を発見せしめそして此等の性質關係は何故に現はれて来たのであるかといふことを知らうとする欲望を起さしめ漸次証明の必要を感じしめる様にと期することにあります」とし、これを課することによつて達成すべき10の目的をあげている。以下はその中の2つである。

「8. 実験実測から真理を帰納せしむるとか、特別の場合から一般の場合に押し括めて研究

するとかの精神を起さしむること。

9. 実験実測から真理を帰納するのみならず何故かと云ふ疑問を起さしめ進んで演繹的に証明することの必要を感じしむること。」

さらに、事例として、三角形の内角の和、3中線、円に内接する四辺形についての教授が述べられている。

なお、形式陶冶論争に関する長田教授の講演記録（広島高師附中数学研究会、1923）や、それに対する国枝元治の反論（国枝、1924）等も、この時期の記事にみられる。

(2) 小倉金之助の「数学教育の意義」

小倉金之助の論考は、この時期の主張の中でも傑出している。近代日本思想史においても、「数学を、人生や社会と関連づけて考えようとした点で、小倉金之助はとび抜けた存在」（鹿野、1999）として評価される。

小倉（1922）は、物理学と幾何学との関連を考究する中で、「実在的空間、即ちその内には物質が存在し、重力、熱、光、電気等の現象も化学現象も生活現象も起り得る空間」を「自然空間」といい、その性質を研究する学問を「自然幾何学」と呼ぶことにすると、「ユークリッド幾何学を第一近似の自然幾何学と見做したのと言ひ得るだらうと考へられます」という。そして、「幾何学の歴史を眺めますと、先ず自然から生れた素朴な自然幾何学が、端麗にして形式的抽象的な公理幾何学に移り変りそして今や徹底的自然幾何学が生れたのであります」と位置付けている。

続いて、あの「数学教育の意義」が報告されている（小倉、1923）。「数学教育の意義は科学的精神の養成にあり」、それがいかに達成されるかという点、「先づ直接に大自然から科学を学ぶべき」であって、それはすなわち「図形の観察、実測及び其に附帯せる計算から初むべき」と主張する。この論文では、当時の分科主義を「愚論」と断じ、「平面幾何と立体幾何とを分離するが如きはこれ直覚の能力を無視したもの」であるということとともに、「受験の爲め」そして「眼前の便利安逸の爲め」という点で、「今日の教育こそ却って悪い意味に於ての実用主義である」とも批判している。

(3) 国元東九郎の直観幾何教授

女子学習院の国元東九郎による直観幾何教授も注目に値する。

国元は、1922年に京都で開かれた日本中等教育数学会総会で「最も疑惑を招きつつある直観幾何」について、むしろ小学校に関するものではあるが「幾何学入門に代へる事が出来るという立場から」、直観幾何教授について報告している（国元、1923）。

まず、直観幾何の目的として、次の2点を挙げている。

「形式的意義 立体の外面的及内部的直観によって明確なる空間的概念を作り空間観察眼想像力を涵養せしめること

実質的意義 美術工芸的職業に必須なる幾何知識を附与すること」

そして、演繹的推理の形式を採っている「論理幾何即ち公理幾何」に対して、「直観幾何」を「直観により実験によって帰納的に幾何学的性質を研究するもので、心力の発達幼稚な児童生徒に課する学課である」と規定する。

児童が生活でまず触れるのは立体であるから、直観幾何の対象は「先づ立体でなければなら

ない」と断言し、「分解し総合する間に自ら空間に関する明確なる概念が築き上げられこれが基礎をなしてよく想像判断推理の如き高等なる精神作用が敏速に正確に活躍するのである」とする。そのために、目測する、実測する、回転する、切断する、書く、結果の簡明な言語発表及び記述、形体の作成等が、極めて重要な作業として練習されることの重要性を説いている。そして、直観幾何の要目を挙げている。その編成にあたってはドイツの T. Treutlein の案に大きく負っているという。また、教授の実際例も紹介し、実施後の私見として、次の5点を主張する。(表現は筆者が簡略化した。)

1. 先ず自然物人工物で導入する。
2. (1つの立体だけでなく) 直六面体・正四角柱・立方体について先ず外部直観を試み、面・線等の研究に入る。
3. 切断を重要視する。模型は各種の切断を施しておく。
4. 平行四辺形菱形は、正四角柱の断面として導入する。
5. 推理の方法を導入して、論理幾何との連絡を円滑にする。

また、「論理幾何教授を控へた場合却って邪魔になる」という批判に関連して、「『実測といふものが中々精密には行かぬ、模範形体といつても測って見ると案外不正確だ。絶対的な精密も正確も結局は各人の心象にある。早く華かなる論理幾何の門に入りたい。』という予期的快感を抱かせる」ことができ、直観幾何教授がむしろ論証幾何の学習に入りやすい状況にしているのだと断言する。

中数雑誌の第2作(国元、1925)でも、さらに直観幾何と論証幾何との関連に言及している。なお、この掲載の時点では、単行本『直観幾何教授の理論と実際』(国元、1925)は既に世に出ている。

「論理幾何」においては、「直観的方法を考慮して論証との連絡に注意し、定理の発見性質の帰納には大に直観的実測的方法を採用する必要がある」とし、また、「既に直観幾何に於て取扱はれた容易なる定理は全然これを省略するか又は軽く通過して宜しい」と明言する。また、社会生活にもっと眼を開いて「教材の社会化生活化といふことを考慮するのが現下の急務ではあるまいか」と指摘する。

実際例を示した後、直観幾何の研究の進んだ上級の生徒は、「実測が近似的なものであり直観も不正確なことがあることを体験して、自ら進んで個々の実験の相互関係に就て或は実験の結果に就て論証を求めんといたします。」と述べている。

そして、直観幾何と論理幾何との相互の交渉連絡に留意して初めて、『人』を作るための「全幾何学」たりうるといふ。

国元のこれら2論は、直観幾何教授についての実践的な主張が多く盛り込まれていると共に、当時、直観幾何と論証幾何との関連、特に直観幾何教授が論証幾何教授に与える影響が精力的に議論されていたことを示している。

なお、国元に関する近年の研究としては、岡本光司(1984)、山本信也(1999)の研究がある。岡本は、国元の『直観幾何教授の理論と実際』を詳細に分析し、また、各学年での教材と指導順序及び教材間の関連を図解している。山本は、国元の直観幾何教授の特質をトロイトラインのそれと比較し検討し、また、国元の著作論文リストを示している。

2. 1931年（昭和6年）教授要目改正の頃の幾何教授

ここでは、1931年（昭和6年）の教授要目改正の頃から、1942年（昭和17年）の新たな要目改正が行われる前までのおよそ10年間の論考、中数雑誌でいえば1941年（昭和16年）までに刊行されたものを対象とする。

(1) 1931年（昭和6年）の教授要目

要目改正の気運

1901年のペリーの講演に始まる欧米での数学教育改良運動の影響や、デモクラシーの思想、自由主義的教育論などと相まって、数学教育の改造については大正期から叫ばれていた。文部当局も1918年（大正7年）頃と1924年（大正13年）に数学科の要目を改正しようとしたが、実現しなかった。ようやく、1931年（昭和6年）1月の中学校令施行規則の改正公示を受けて、2月に「中学校教授要目」が改正された。その年満州事変が始まり、それに先立つ1927年には大恐慌が起こっていたというのが、当時の社会状況である。

その当時の状況を、小倉金之助・鍋島信太郎は、「この改造運動の中心となった中等教育数学会のような大きな団体でも、指導者たちの間にはっきりとした指導方針がなく、多くは微温的で強い改造の意識を持たなかったのではなかろうか」と手厳しく評価している（小倉・鍋島、1957）。塩野直道も「昭和六年の要目は数学教育改革の世界的思潮を、よく言えばきわめて穩健に取り入れたとは言えようが、真の数学教育再建の気魄もなければ高い理念もなく」と、同様の趣旨のことを述べている（塩野、1947）。

大きな歴史的な流れからみれば小倉・鍋島や塩野のように評価される1931年の要目改正ではあるが、幾何教授については、第1学年に新たに「幾何図形」が位置付けられたことによって、中等学校での実際の教授は、以下で詳述するようによい方向へ向かっていったと考えることができる。松原元一も、日本中等教育数学会の活動に関して「見るべき議論の多かったことは否むことはできないであろう」と評価している（松原、1987）。

「中学校教授要目」

新たな「中学校教授要目」の記述は、次の通りである。

本要目ハ算術・代数・幾何・三角法ノ區別ヲナサズ単ニ教授内容ヲ列挙スルニ止メタリ而シテ其ノ取扱ハ或ハ之ヲ分科シ或ハ之ヲ総合スル等教授者ニ於テ任意工夫スベキモノトス

第一種及第二種ノ兩課程を第四学年ヨリ分ツ場合ニ於ケル要目ヲ甲トシ第三学年ヨリ分ツモノヲ乙トス

〔甲〕

第一学年 整数・小数・分数／正数・負数／一次方程式／幾何図形

第二学年 二次方程式／直線形／円

第三学年 分数方程式／比例／相似形／鋭角三角函数

第四学年 増課教材 基本教材ノ補充／級数／対数

第五学年 増課教材 平面及直線／多面体／曲面体／三角函数及其ノ応用
／全課程ノ総括及補充

〔乙〕

第一、第二、第四、第五学年は〔甲〕に同じ

第三学年 分数方程式／比例／相似形

増課教材 基本教材ノ復習及応用／鋭角三角函数

注意

- 一、歩合算・軌跡・作図題・求積等ハ本要目ニ列挙セル事項ニ聯関シテ適宜之ヲ授クベシ
- 二、第一学年ニ於ケル幾何図形ヲ教授スルニハ立体ノ観察測定、平面図形ノ作図、模型ノ作製等ニ依リテ空間ニ関スル觀念ヲ明瞭ニシ且後学年ニ於ケル学習ノ基礎ヲラシメンコトニカムベシ
- 三、教材ハ成ルベク實際生活ニ適切ナルモノヲ選ブベシ
- 四、教授ノ際常ニ函数觀念ノ養成ニ留意スベシ
- 五、珠算ハ適宜之ヲ課スルコトヲ得

要目改正の趣旨

この要目改正の趣旨は、日本中等教育数学会第13回総会での文部省督学官森岡常蔵による講演記録に示されている(森岡、1931)。それによれば、この改正は、中学校についての従来の「画一的な課程」を変えて、原則として第4学年から、必要によっては第3学年から、2種の課程を設けることができる道を開いたものであり、「殊に中学校の制度の点から見て大きな改正」であった。「今回は中学校の課程を画一的にする事を罷めました」と断言する森岡の発言からは、従来の中学校課程の画一性とこの改正の新規性が十分に伝わってくる。

ところで、戦前の中学校は、1886年(明治19年)の中学校令では

「中学校ハ稼業ニ就カント欲シ又ハ高等ノ学校ニ入ラント欲スルモノニ須要ナル教育ヲ為ス所トス」

として2重の目的が示されていたが、1899年(明治32年)制定の中学校令では

「中学校ハ男子ニ須要ナル高等普通教育ヲ為スヲ以テ目的トス」

となり、高等普通教育機関となった(寺崎、1985)。その後、生徒数の激増によって生徒の多様性、特に卒業後の進路の多様性が顕在化して、進学を目標に漫然と一般教養教育を行うことの不合理性が指摘され、この1931年に学科課程に大改革が行われたといえることができる。

この改正では、教科の授業時間数が減っている。それについて、広島高師附属中教官を経て広島高師教官であった新宮恒次郎は「新要目の如く、数学教授時間数を減少し、延いては数学そのものを軽視するの傾向を示さしめたものは、従来の偏皮頁な数学教育一形式的陶冶万能、否もっと卑近にも受験準備教育に没頭した非教育的数学教育を施した其の結果」(新宮、1930)であるとして、その原因を教授の不適切さに帰している。

このような当時の状況の中に、近年の中学校や高等学校における多様化対応に近いものを、また、教科の授業時間数減の方向につながるものを見いだすことができる。

なお、受験準備等に明け暮れる数学教育に対する批判は、「中学教育の真目的を犠牲にして上級学校入学のための準備に苦心しつつあるは誠に憂ふべきこと」(堤、1922)、「現下の中等学校に於ける数学教育の有様を見ると、…ひたすら入学準備に忙殺され」(曾田、1930)、「私の二三観察した中等学校に就いて考察するに、…甚だ熱意を欠いているやうに見受けられるのは、実に遺憾とする所」(小倉、1932)、「私は数学教育が難問へ難問へと深く漁り、学校教育本来の使命とかけ離れて進んだ過去の偏皮頁な数学教育を教育的良心を以て嫌悪し、受験準備教育に没頭する非教育的数学教育の施されることを憂ふる」(西崎、1939)、「数学無用論が台頭するのも、その原因の一半は現在までの数学教育自身が負ふべきもの」(丸山、1940)などのように、中数

雑誌の随所に見ることができる。

なお、改正の経緯等については、佐藤良一郎（1933）や島田茂（1968）の著作に詳しい記述がある。

新要目の評価

改正された要目の内容については、新宮恒次郎をして、「教育の理想、数学教育本来の所説に従い、与論の趨向を察し断然改めんとする新要目案に満腔の敬意と賛成とを表するものである。」（新宮、1930）、「後世数学教育史をものする人があれば、日本の数学教育に於ける1931年は特筆大書され、画期的時代と賞賛されることであらう。」（新宮、1932）と言わせる程に、また、武田登三をして、「吾人は絶大なる讚美の辞を惜まぬ者である」（武田、1931）と言わせる程、好意的に受け止められた。また、小倉金之助も「文部省の進歩的な改正」と表現している（小倉、1932）。

その新宮恒次郎は、直観幾何の系譜を概観する中で、大正時代の後半から1931年（昭和6年）の要目改正に至るまでの間に、次の点で「数学教育は可成り改造」されたと述べている（新宮、1932）。

- 「1. 幾学入門の出現となり、幾何学教授の階梯として実験的幾何学が証明幾何の初めに加へられたこと。
2. 其の結果中学校でならば、第三学年から始められた幾何学が第二学年から始められるようになったこと。
3. 直観幾何そのものが出現して、学年を超越して幾何が課せられ、特に小学校方面に幾何の導入が叫ばれるようになったこと。」

そして、1931年の中学校、師範学校の教授要目の改正に伴って、「中学校第一学年に於て直観幾何を課し、第二学年から初歩的証明幾何を始めるようになった。」ことを、特に賞讃している。その一方、教育界の実情については、「幾何学入門にした所で、それすら行はれていなかった方が多くはなからうか」、また、新要目の実施によって「算術を一層軽視し、基本課程を第三学年で終へることが公認された為、中学校第四学年、第五学年を通じて入学準備に没頭するに好都合」と考えられ始めているとし、改正の精神に則った指導が行われているかどうかについて否定的な見解を述べている。

武田登三は、中等教育における数学指導のあり方として、「専門数学の下への単なる延長であるやうな数学を捨てて、中等国民の生活に即したる一種の中等数学或は民衆数学なるものを建設しなければならぬと思ふ。」（武田、1931）と明確に主張する。それは、「専門数学としての代数学や、幾何学を教授する者は多いが中等教育の真の目的に立脚せる所の数学を教ふる者は比較的少ない」という現状認識に基づいている。

そして、新要目を旧要目と比較し、「最も注目に値する点」として次の3点をあげている。

- (I) 数学各分科の融合的取扱を認めたこと
- (II) 第一学年より幾何図形を取扱ふこと
- (III) 平面幾何は第三学年にて、代数は第四学年にて大成する」

数学教育改良運動の成果である融合的取り扱いが歓迎されたこと、また、幾何教授の改善が大きな問題になっていたことがよくわかる。

また、上の(III)に関連して、「形式的陶冶、論理的思考力の養成は勿論大切なことではあるが、従来の幾何の様に、斯様に超世間的、超生活的の問題について多くの時間と労力とを費さなけ

ればならないであらうか」と疑問を呈している。さらに、「基本課程の幾何」として5点を上げ、その4点目では、「作図題は定理の応用として興味深いものであるから随時成るべく多くの問題を課すること。但し吟味は略することを普通とし、解析は解法発見の一手段として授けること。」といている。定理の活用場面での作図題の利用に関する提案であり、傾聴に値する。

(2) 新登場「幾何図形」の教授

この改正で新たに「幾何図形」が登場した。1902年（明治35年）の要目改正で「幾何学入門」がなくなって30年ぶりの直観幾何の再登場である。

「幾何図形」の目標と内容

松尾正夫は、新要目の第1学年の幾何図形「教授の目標」として、次の7点をあげている（松尾、1931）。なお、(三)以降の目標は、論証幾何の準備としての目標であると位置付けている。

- 「(一) 図形に関する観念を明確にして図形の知識を豊富にすることに依て空間に関する観察力、想像力、鑑賞力を養成すること
- (二) 図形を観察し測定し作図することに依て図形に親しませ図形に興味を覚えさせると同時に、数学を作業化することに依て勤労の精神を養ふこと
- (三) 図形に関する生徒の既有観念や知識の程度を探って不正確な所は批正し、更に新観念や新知識を加へてこれを系統立てて、論証幾何の基礎を作ること
- (四) 幾何学に用ひる用語に慣れさせて正確な発表の練習をなすこと
- (五) 早く幾何学全体の輪郭を与えること
- (六) 実験実測の結果のみに満足せず、演繹的に証明することの必要を自ら感ぜしめるやうに漸次導くこと
- (七) 幾何図形の知識を豊富にすることに依て算術代数に於ける題材の選択を自由にして、他教科との連絡を計ること」

論証幾何の準備としての目標だけではなく、「幾何図形」に固有の2つの目標(一)、(二)を明示していることを大きく評価したい。

この1931年の要目改正によって今日の中学校数学科での学習指導の原型ができあがったといわれるが、幾何教授についてはまさにそう位置付けることができるであろう。数学の週授業時数は3時間であり、幾何図形の他に「算術、正数負数、一次方程式等」を扱っていて、この点でも現在に近い状況にあった。

松尾はまた、幾何図形には20～30時間を当てたいとして、全24時間の教授細目を具体的に示している。以下、項目のみ列挙する。記号/は、1時間ごとの区切りを示している。

2学期 幾何/図形/直線/円/角/垂線、斜線/角の単位/対頂角/平行線/多角形/図形の合同/平行四辺形、矩形、正方形、菱形、梯形/面積（2時間）

3学期 弧、弦、中心角/正多角形の作図/図形の対称/相似形/角柱（2時間）/角錐/円柱、円錐、球（2時間）/公理、定理、定義

このような教授事項の選択配列については、「実生活に関係深く興味があると思はれる問題、実験実測作業に適當する問題、幾何学全般の輪郭を知るに適當する問題」を選択し、また、次の3点にも注意を払ったとしている。

- 「(一) 公理及び生徒が証明の必要を感じない程度の定理は成る可くとしてこれを直観的に実験的に扱うやうにしたこと

- (二) 幾何入門では平面幾何立体幾何の両者を融合して自由に研究出来る便宜がありますから、連絡して都合のよい所では成る可くそれに努めたこと
- (三) 演繹的幾何に入ってからでは反って取扱難い、而も是非共どこかで知らせて置きたいと思はれる重要な材料を採用したこと」

近年の中学校第1学年での図形学習に極めて近い原型を、この松尾の実践に見いだすことができる。特に、合同については、三角形の合同条件を実験的に定理としてまとめその利用は論証幾何に譲る点、相似については、「地図等の拡大縮小、縮図法に依る距離高さ面積の実測等」の扱いに止めている点は参考になる。なお、模型の扱いについてはそれを示すことから学習を展開するが、模型を作ることは立体の終盤においてであり、この点については改善の余地があると考えられる。

立体の作製・分解の強調

前田正雄は、「幾何図形教授の主目的は従来の幾何学入門式のものとは異なり直観に依り一形式的証明をなさず一平面及び立体の図形の性質を生徒自身に具体的に知覚せしむるにある」とし、「生徒実験と言ふものは当方が予期している事項以外に其過程に於て其の結果に於いて得る所が多いものであり、之れが又非常に尊いものである」として、特に立体の「作製、破壊」を強調する(前田、1933)。「自身の実験に依って、今日の語を以てすれば労作に依り、換言すれば作業に依って所謂“Arbeitsunterricht”に依って既存の知識と論証幾何との間に横はるGapを作らずに滑らかに教授を進行」させることができるという。そのために、多くの具体例を示している。以下、項目名のみ列挙する。

- A. 平面図形の製図 モールス符号、点字、楽譜、縮図、紋、視力表、羅針盤 附 バラモンの塔、グラフ
- B. 模型の作製 針金糸ボール紙等にて出来る軌跡、紙細工による立体、針金細工、ブリキ細工による立体、色紙使用の旗、粘土細工による立体

そして、結論として次の5点を上げている。

- 「1. 従来の幾何学入門に於て見受けられし定義の集団の如き観を呈してはならぬこと。
2. 器具は定木、コンパスに限定せず物差でも分度器でも其他あらゆる器具を使用すること。
3. 図形は平面図形を主とせず立体図形も大いに取り入れること。
4. 直観に依って得たる知識を基礎として高学年における論証幾何の内容に憧憬を持たしめるやう誘導することが必要である。
5. 自然界に於ける図形に関する生きたる事象は適当に取り入れること。」

前田が強調する模型の作製と分解は全く同感であり、また、例示された具体的で社会との関係も強い材料については、今日的にも研究に値するものである。

立体から始める

武田登三は「第一学年より幾何図形を取扱ふこと」に関して、生徒の心理的発達を十分考慮に入れて「従来の幾何学体系に大変革を加えねばならぬ」とし、そのために、「生徒の立場から考えるときに何等疑問も、必要も、興味も感じない様な自明の事柄」について、「公理的取扱の範囲を従来より大に拡張すべき」であるという(武田、1931)。それによって「幾何入門と理論幾何学との連絡が円滑に」なるという。

そして、「幾何教授は吾人の生活に密接の関係ある立体の観察から始めねばならぬ」「常に立

体から離れないこと」といい、新要目では第1学年と第5学年にしか立体に関することが現れないことを批判する。

石橋豊もまた、立体から教授を始めることを主張する。「平面図形はそれ自身としての価値を有するものもあるが大抵は立体の中に於て其の図形的特質を発揮しているものである。此の点よりして図形研究は大胆に物に当たって行くやうにするのがよいと思ふ。…最初から模型若しくは其の目的のために特に作られた物体を用ひるのでは真の取扱態度ではないと思はれる。」(石橋、1940) という立場に立っている。

(3) 新要目に基づく実践報告とその問題点

この項では、新教授要目に基づいた実践事例を学校種別に検討し、当時指摘された実践上の改善点等について考える。以下、中学校、高等女学校、高等小学校、工業学校での実践についてみていく。

中学校での実践

松尾正夫は、1931年(昭和6年)の教授要目改正から5年程経過した時期における私見を述べている(松尾、1937)。まず、「中学校の数学教育は如何にあるべきかの解決は責任ある教育を行ふ上の先決問題である」という指摘が目につく。中学校での数学教育の目標論がまだ確立されていなかったのであろう。

教科内容に関して、「第一学年に非形式的な幾何図形を加へ、第三学年に鋭角の三角関数を進出せしめたこと」は「大きな収穫であった」としながらも、幾何教授については、「幾何図形の扱ひに於て徒に幼稚な実験実測に終止して小学校の程度を一步も出ないやうな結果に陥り勝である。」「形式的幾何の基礎を作る、所謂過渡的過程の役目を果すことをも念頭に置かなければならない」と指摘している。実験実測だけに終わらない教授を目指して、当時の「幾何図形」教授の実際は、様々なレベルで行われていたことが伝わってくる。

高等女学校での実践

高橋亮助は、小樽市高等女学校での実験実測に関する実践を報告している(高橋、1935)。

高等女学校生徒の実情として、男子のように「入学試験や社会生活の競争の爲め」の数学の勉強が必要ではないので、数学学習に対する必要感は「数学そのものの特質から来る興味からのみ喚起せられると言ふても過言ではない」、そして、その最も効果的なのは「数学の現実的實際的効果を知らしめつつ教授することである」という。

高橋は「幾何学教授は幾何学の演繹的姿態の明確にして形式的構造の整然たることを鑑賞させ理解させ、思考の完全と明確とを要求する態度及び独創的に解決する態度を養う事を主眼とする」という立場に立ってはいるが、上で述べたような意味から、高等女学校においては「組織的なメートル法度量衡関係、円周率の計算、製図、物理学、裁縫公式、比例及び三角函数と間接測量等」が重要な教材になるとする。

この報告では、その教材配列や実施細目を詳細に紹介している。算術、代数、幾何の各分科において実験実測が積極的に位置付けられ、例えば第4学年第2学期における5時間扱いのピタゴラスの定理の展開については、次のようになっている。

1. 玄関敷石につき本定理の暗示的観察をなさしむ。
2. 各辺が3、4、5、なる様に縄を張りて三角形を観察せしめ庭球コート等の直角を観察せしむ。

3. 方眼紙に図を描かshめて実測的に本定理を誘導す。

4. 定理の証明、説明用模型の切抜き」

なお、女子教育に関して、内藤美城男は、「中堅社会層に入る女性の教育を担当する女学校に於ては広く、高い、道徳的、文化的、そして科学的教養と強健なる身体への錬成が行はれねばならぬと思ふ。…女子中等数学教育に於ては狭く数量中心に偏せず、広く数・量・形の数学全面を通して陶冶が行はれねばならぬ」とし、女学校において1年から図形を扱うことを提唱している。「幾何図形…の中の適当なるものを初年級に繰上げて算術教材との融合を図る」ことを主張して、教材配当試案を示している（内藤、1940）。

高等小学校での幾何学教授

大阪一二は、高等小学校の幾何学教授について報告している（大阪、1935）。高等小学校での教育は、義務教育となった戦後の中学校での教育を考える上でもっと参考にするべきであるという指摘もあるだけに、やや詳しくみておく。

1927年（昭和2年）に小学校算術教科書が改訂されたが、高等科の算術が最も大きな変化を受けていて、「教科書が改訂されるや否や、其の取扱上に於て猛烈な反対があが」ったという。「教材其のもののむつかしいところより来る困難、論理的証明をせしめんとするときに伴って来る教材配列系統の不統一、教材の過剰等」がその理由であり、また、教師は次のような気持ちを持っているという。（表現は筆者が簡潔化した。）

1. 高等科に幾何学を導入する精神を疑っていること。小学校数学教育の目的に疑問。
2. 教材そのものに対する熱心さを欠いている。教材に対する疑問。
3. 教授方法についての困惑。
4. いずれ教科書が改訂される等、そのうちに局面が開かれるであろうという日和見状態で暮らしていること。

大阪は「小学校に幾何学を導入せることは其の真精神に於て大いに賛成する」という立場を表明し、教師が「過去の数学教授態度を打捨て新しい観念に立って教授を進め」ること、そして「児童心理に即し実験的に実測的に教授を進め論理体系に変へるに実験法的体系を打立てることによって」効果が上げられるという。

そこで、定理を取り扱う過程として、次の「六階梯」を通ることが必要であると主張する。

- 「1. 定理の発見確認
2. 定理の変化関係の解明
3. 定理の各変化に対する言語発表、式の発表即ち定理の言語化、式化
4. 定理の函数的関係の考察
5. 定理の有用化
6. 定理の由来史」

上記の1に関して、小学校においては定理の「確認の為に苦しんでいる」という。定理の確認の方法としては、

- 「1. 論理的証明による方法
2. 実験的証明による方法
3. 論理的証明と実験的証明と併せ用いる方法」

の3つがあるとし、教科書では「見よ」「検せよ」「証せよ」といって、その過程は「直観より実験へ、実験より論理的証明へ」という順序で流れてはいるが、「口には要求し得るけれども到

底実行出来ないものが高等科の幾何学の論理的証明であります。」と断言する。

そして、「広い意味の実験法こそ高等科の幾何教授の解決策」と述べている。この「広い意味の実験法」については、「時には論理的証明により時には実験実測をなし時には模型を使用し時には直観により教授を進むるもの」と規定している。

また、六階梯の3は言語発表、言語化の重要性を主張するもので、そのねらいとするところは、「自己の思想を完全に発表する能力を養ふとともに或一つの真理を発見した場合如何にこれを他に伝達するか或文化価値を後代に伝達する場合如何にしてこれをなすや等文化伝達上の重大なる意味を有するもの」だからであるとしている。

高等小学校での実践に基づいた、「広い意味の実験法」よるべきという主張は、傾聴に値する。また、言語発表、言語化の重要性の指摘は、昨今の数学的コミュニケーションの強調を彷彿とさせる。

工業学校での実践

水内金太郎は、工業学校での幾何図形の教授について、「説明の程度」を次のように報告している（水内、1932）。

- 〔i〕 幾何図形の性質。
- 〔ii〕 適當の物を示して、点、線、面の概念を得る。
- 〔iii〕 同様にして、直線、平面の概念を得る。
- 〔iv〕 直線の概念から、逆に二点間に於ける点集合の公理を示す。
- 〔v〕 線分、線分の延長を定義して、直線の定義は点集合によって与へる。
- 〔vi〕 直線から、平面を定義する。」

そして、「これは一年生が大なる興味をもったもの」「小学校に於ける幾何教材を巧に利用することを怠ってはならない」と付け加えている。

また、定義の教授について、「適當な二三の定義の内容を比較検討して、定義は多くの同種類のものから其の物の特徴を抽出して得た断定であることを考へさせる」としている。定義そのものの意味を考えさせる指導として、注目に値する。

なお、水内金太郎は別の稿で、高等小学校卒業を入学資格とする4カ年卒業の生徒に対する教授について報告している（水内、1936）。その実施要目は程度が高く、どのような学校での実践なのかは不明である。報告の中で、垂直二等分線という題目は「どの教科書にも見当たらないと思う」が、「これを三角形の合同の次に課して後来非常に便利」であり、作図については特に項目を設けずに、「作図題は定理の応用として随所に取扱った」と述べている。

(4) 幾何教授に対する新たな提言

1930年代も終盤になると、実践に基づいた改善についての新たな提言がみられる。緊迫した世界情勢の影響も大きい、1935年（昭和10年）から刊行が始まった『尋常小学算術』（緑表紙教科書）の精神が、中学校教育にも大きな影響を与えたことは見逃せない。なお、緑表紙教科書についての賛意は、「昭和十年新算術書が発行せられてから小学校の算術教育は非常な進歩改善が行はれた。」（林、1940）のような表現で、しばしば中数雑誌の中に見ることができる（清田、1937；丸山、1940）。

取り上げる問題の見直し

田中良運は立体幾何教授の改善を提言する（田中、1938）。田中は、中等学校での立体幾何教

授の目的は、次の2点であるとし、論証による立体幾何の部分を少なくして「用器画教材の採用」を主張している。

- 「1. 論理的思考に慣れさせる。
2. 空間的直観力、空間的想像力を養ふ。」

当時の幾何教授に関しては、

- 「1. 所詮「幾何図形」が導入され、直観的に扱ふことが可能になったこと
2. 実験実測の手段が重んぜられるに至ったこと
3. 生徒に自明と考へられる多くの定理を公理的に認めるやうになったこと」

という点に「著しい改善は認められる」ものの、「論証による平面幾何教授の現状に不満であるとし、その理由として、次の3点をあげている。

- 「1 “精神的軽業”を要求するやうな技巧の勝った証明問題
- 2 意味が了解されない面倒な作図問題
- 3 運動の観念を拒否する為に、困難な逆証を要求する軌跡問題
等が幅をきかせている」

なお、軌跡に関する論考は幾つか掲載されている（荒川、1919；堀、1935；上野、1936；藤野、1937；小倉、1938）。

水内金太郎は定理とその扱いについて述べている（水内、1937）。その中で、平行線の性質から多角形の内外角の和の性質を学習し、2辺とそのはさむ角の合同のところで「定理」の語を用いたという実践報告がある。現在の平行線と角から多角形の外角の和までの扱い等、現在の中学校第2学年での論証の初期指導とほとんど同様の展開やその考え方には驚かされる。

鎌田芳雄は、「中学校、実業学校、高等女学校を一括し、教科に於ては統合教科を採用」という新たな改定の動きの中、改善についての私見を述べている（鎌田、1939）。「工夫創造の力を養成する陶冶材として、数学は絶好の材料となる」といい、「幾何学全系統の中に直観幾何の材料を適宜織ませ、法則発見発明の方法として論証幾何と共に対等の位置を与え幾何学研究の一方法たることを明確にして進むことが必要である」と述べている。もっとも、その具体化については何も言っていない。

実験実測の一層の強調

越智政雄は、数学での実験実測には、

- 「1. 直観を助けて定理法則を生徒に発見せしめる。
2. 証明法を発見せしめる。
3. 検証的、実証的性質を有して、生徒に確実なる知識を与へる役目をなす。」

等が考えられるが、「一般には第三の、数学の諸種の定理を説明又は検証する為の実験実測に終始している傾向がある様に思はれる。」と指摘し、実験実測を広く採用することを主張する（越智、1940）。

小林衛は、実験実測を実行するための打開策として、次の3点を提唱する（小林、1940）

- 「1. 低学年に於て実験幾何を設ける事
2. 命題の終結を抹消すべし
3. 実験実測的処理を必要とする問題を多くせよ」

第2の提案は、それによって「生徒各自をして発見させる様にすべき」というものであり、「発見の実験を大に行はせる様に」したいと主張している。

真鍋義光は、幾何における実験実測では、次の「操作」を行うとしている（真鍋、1941）。

- 〔(1) 先ず其俣観察すること
- (2) 教具を利用して図形を移動させたり又紙上に図形を沢山描く
- (3) 長さ、角度等を測る
- (4) 方眼紙や棹を利用して面積体積を測る
- (5) 紙を折る。切る。重ねる。並べる。立体幾何では紙の代りに立体を用ふ。〕

この中でも特に (5)は「生産的な方法」としてしている。また、実験実測によって図形の性質等を発見することを主眼にして、三角形については正三角形、二等辺三角形、一般の三角形へと進め、四角形においても正方形から入り一般形へと向かうような展開を唱導している。

越智、小林、真鍋の主張は、いずれも発見の方法としての実験実測の強調であった。

また、内藤美城男は、女子中学校における実験実測を「数理思想啓培の為の実験実測」と「女子の日常生活を合理的に導く為の実験実測」の両面から、実践事例を添えて検討している。特に後者については、「手軽に気安く正しく測り得る技能」を得させなければならないとしている（内藤、1941）。

幾何図形の強調

黒田孝郎は、数学教育の意義は科学的精神にあるといわれながらもそれが20年近くの間、理想にとどまっているのは、入学試験という現実があるからとしている。そして、「幾何図形は成功したといふ言葉はきかれ」ないが、幾何図形においてこそ、「現今国家が切実に要望し、数学教育多年の理想であった科学的精神の養成が実施されなければならない」と主張する（黒田、1941）。

数学の学力とは

岩本俊千代は、数学教育の目的を考察している（岩本、1937）。当時の中数雑誌に掲載されている論考としては異色である。

岩本は、技術を現在よりも広くとらえている。つまり、「数学の力」を「数学的な知識、数学的な技術、数学的な態度」の3種類に区分し、「数学的な技術」には次のものが含まれるとする。

「計算の技術、発見の技術、批判の技術、発表の技術」

そして、「数学的技術の錬磨、数学的態度の要請なるものが数学教育の中心となるべきもの」であり、「数学的態度は、数学的技術を通じて涵養すべきもの」であるから、「方法の面から見て数学的技術の錬磨を数学教育の中心に置くのが適当」と主張する。また、「数学的技術の訓練は数学的知識の獲得を目標として錬磨はすれども、それは単に目標であって、その主目的は科学的研究、科学的態度の養成に置くべきもの」という。

さらに、「教授者自身の態度の問題」として、「兎角技術訓練を数学に限定したが、一般自然現象社会現象の中に数学的関係を見出さうとすることが少な過ぎる」、「価値批判的な態度をもつべき」、「物を発展的態度で眺める」ことが重要であるとする。このような点からすると、「幾何の組織の如きは非常な改革の余地を残すもの」と指摘する。

岩本の「数学の力」の規定は今日的である。また、技術を、計算、発見、批判、発表それぞれの技術を含むとして広くとらえている点は注目に値する。

なお、岩本は別の稿で、当時（1940年頃）の教育の改善は「体験と結びついた知識の獲得という要求」であり、その体験は「健全であり且つ基本的でなくてはならない」とする。ここでいう基本的な体験というのは、「具体的特殊なものを通して得られた知識が、一般的なものへ

の発展性を賦与せられるやうな体験でなくてはならない」ので、「生産活動に参画することを中心としての体験」こそ、健全でありかつ基本的な体験として最も適するといっている（岩本、1941）。当時の社会状況は、この岩本の論考に続く前田光（1941）の説が極めて国家主義的色彩の強いものであることによって想像することができる。

(5) 1942年（昭和17年）の教授要目

前項(4)で述べたような論考がある中、1942年（昭和17年）3月に「中学校教授要目」が改正される。この教授要目改正に至るまでの経緯、そしてそれ以降、1943年（昭和18年）3月15日から刊行が始まる1種検定の中学校用数学教科書『数学第一類・第二類』編纂の経緯、そして、1944年（昭和19年）の初めての国定の中学校用数学教科書である文部省著作『中等数学第一類・第二類』編纂の経緯、等々については、長崎栄三の詳細な一連の研究がある（長崎、1990.3、1990.9、1991、1992、1993、1995）。

ここでは、内容項目のみを列挙する。「注意」は、関係する項だけをあげてある。

「中学校教授要目」

第一学年	第一類	統計的处理	文字ノ使用ト公式	正数、負数	一次方程式
	第二類	測量、測定	図形ノ書キ方	図形ノ合同	図形ノ対称ト回転
第二学年	第一類	整式	分類式	平方ト平方根	二次方程式
	第二類	平行ト相似	直角三角形	円と球	
第三学年	第一類	多項式	不等式	対数	
	第二類	軌跡	円運動ト三角函数	三角形ト三角函数	
第四学年	第一類	個数ノ処理	自然数ト級数	系列ノ観察処理	連続的变化ノ考察処理
	第二類	投影図及透視図	球面上ノ図形	図形ノ切断	
第五学年	第一類	函数ノ変化	統計図表ノ考察		
	第二類	円錐曲線	力ト運動トノ考察		

注意

- 三 思考ノ表現ハ常ニ正確簡潔ニ為サシムルヤウ訓練スベシ
- 四 問題ハ徒ニ多キヲ望マズ持久的ニ考察スルノ態度ニ徹セシムベシ
- 七 図形ハ之ヲ正確ニ画ク習慣ヲ養フベシ
- 八 他学科目トノ関連ニ留意シ特ニ理科トノ連繫ヲ密ニスベシ

3. 図形指導改善に対する示唆

ここでは、中数雑誌の記述を中心とした前項までの考察に基づいて、今日の図形に関する学習指導の改善に役立つと考えられる指摘をまとめ、それに対する筆者の考えを述べる。それは、以下の①～⑩の10項目である。

総体的にみれば、図形指導に関する意義やねらい、指導内容や重点の置き方等についての以下の指摘は、今日の中学校での図形指導において、そのほとんどが取り入れられ改善されているといえることができる。今日、問題になっているのは、スローガンではなく、授業実践をどうするかにある。

(1) 図形指導のねらい

① 作業化によって勤労の精神を養成する

松尾正夫(1931)は、「幾何図形」指導のねらいを7点あげ、特にそのなかで、直観幾何指導に固有のねらいとして、次の2点をあげていた(2.(2)を参照)。

1. 空間に関する観察力、想像力、鑑賞力の養成
2. 図形に親しませ興味を覚えさせること、数学の作業化による勤労の精神の養成

このねらいの2の後半部分、「数学を作業化することによって、勤労の精神を養う」という点は、今日の図形の直観的な扱いのねらいとして語られることはほとんどない。立体を作ったり分解したり、作図したり、という実際の活動の中に、勤労の精神につながるものを見いだそうというものである。図形学習によってそこまで陶冶されるかどうかは気になるものの、数学と社会生活との乖離がなにかと喧伝される今日、留意しておきたい指摘である。なお、これは昭和26年の学習指導要領には明示されている。

また、国元東九郎(1923)は、直観幾何の目的として形式的意義と実質的意義をあげ、後者を、「美術工芸的職業に必須な幾何知識を与えること」としていた(1.(3)を参照)。ここにも、職業に対する目配りがある。

なお、1998年(平成10年)12月公表の学習指導要領での中学校における図形指導のねらいは、次のように述べられている(文部省、1999)。

- ・図形の概念形成、性質の理解について
 - ア 基本的な図形の概念や性質を理解する
 - イ 図に表現したり、正しく作図したりする能力を身に付ける
 - ウ 図形についての知識や技能を活用する能力を伸ばす
- ・論理的な思考力の育成について
 - ア 図形に対する直観や洞察の能力を伸ばす
 - イ 数学的な推論の理解と論理的に表現する能力を伸ばす

(2) 立体に関する学習指導

「幾何図形」に関する論考が多くみられた中でも、特に空間図形の指導に対する提言が目に着いた。

② 平面図形と立体とを融合的に扱う

松尾正夫(1931)は、平面図形と立体とを融合的に扱うことに努めていた。また、前田正雄(1933)は、立体の構成、分解の重要性を強調していた(2.(2)を参照)。

今日の中学校第1学年の数学教科書では、平面図形、空間図形がそれぞれ1つの章として別々に記述されている。内容項目や用語・記号に落ちがないようにとの配慮、また記述のし易さがその主な理由であると考えられるが、授業者がその教科書の記述の順に授業を流していったのでは、確かに豊かな学習指導は望めない。

例えば、展開図上で辺の平行や垂直を確認し、それを組み立てた場合について、空間での辺の平行や垂直を調べるという学習がある。これは、観察したり作製したり等、生徒の実際の活動を中心にした授業を行おうとすれば、2次元の平面での、そして3次元空間での考察が交錯することを示している。平面図形と空間図形とが融合的に扱われることは、ごく自然な授業展開なのである。実際の授業では、そのような授業計画を作成することが重要である。

③ 立体の学習から始める

国元東九郎(1923)は、直観幾何の対象は「まず立体」と断言した(1.(3)を参照)。武田登三(1931)は、図形指導は生活に密接に関係する立体の観察から始め、立体から離れないと主張し、また、石橋豊(1940)は、模型等ではなく物に直接に当たっていくと主張した(2.(2)を参照)。

上の②で考えた融合的な扱いをする場合の自然な帰結ではあるが、立体の学習から始めることが必然であろう。まず立体を作製し、それを観察したり、構成、分解を繰り返して、図形に関する概念を得ていくような授業展開をしたい。なお、立体の作製をどこで行うかについては、いろいろな場面が考えられるが、生徒自らが立体を手にし、それに基づいて学習を進めていくという立場に立つならば、作製は展開の冒頭で行うことが望ましいと考える。

④ 具体例を豊かに提示する

前田正雄(1933)は、「幾何図形」の指導に関して、例えば紙、針金、ブリキ、粘度を使った細工等、また、点字、楽譜、縮図、紋、視力表等、多くの具体例を取り上げた(2.(2)を参照)。また、高橋亮助(1935)は、数学の現実的実効的な効果を知らせて指導していくことが、数学学習の必要感を喚起するという(2.(3)を参照)。

今日の学習指導でも、例えば3点で平面が決定することに関連して三脚を取り上げたり、ねじれの位置にある2直線に関連して立体交差を取り上げたりというように、実生活からの話題をいろいろと示している。また、例えば向かい合って乗るブランコから平行四辺形の条件を見いだそうとしたり、つりあいから三角形の重心の学習に入ったりしている。このような数学と実生活との関連を一層取り上げることが重要である。

(3) 直観的扱いと論証指導との関連

明治の「幾何入門」以来今日まで、図形指導を行うに当たって、図形の直観的扱いと論証指導との関連をどうするのかは、終始変わらぬ大きな論点である。直観幾何、論証幾何それぞれに固有な指導についての検討とともに、直観幾何において論証幾何の土台をどう培うか、論証幾何において直観的な扱いをどう取り入れるかについての問題点は多い。

⑤ 皆で認めたものに基づいて推論を進める

大阪一二(1935)は、ある性質を確かめるのに、論理的証明で、実験実測で、模型の使用によって、直観で、というように、時に応じて指導を進めていくことを提案し、それを「広い意味の実験法」と呼んでいる(2.(3)を参照)。山本政治(1926)も同様の扱いを提案していた(1.(1)を参照)。

今日、中学校第1学年での図形指導においては、直観的な扱いが中心であり、そこでは実験実測、作図や作製等が一層積極的に行われることが重要である。

中学校第2学年での図形の論証の初期指導において、いわゆる公理として何を位置付けるのかという点については、各種の教科書やいろいろな実践記録をみても、共通理解がほぼ得られているものとする。例えば、三角定規を使って同位角に当たる部分を等しくして2直線をかけば、それらは平行になるというように、いわゆる公理とするのは、作図によって確かめたことがらであったり、小学校での学習によって既に確かめられていることがらであったりする。この点については、厳密さを強く求めた戦前の論証指導は、1950年代以降の実践研究の積み重ねによって、今日ではその多くが改善されているとみることができる。

その一方で、ある命題の証明の厳密性と、別の命題の直観的な確かめとの間のアンバランスについては、全体を見通して再検討する必要がある。

⑥ 証明の必要を感じない定理は直観的に実験的に

松尾正夫(1931)は、生徒が証明の必要を感じない定理は直観的に実験的に扱っている(3.(2)を参照)。また、田中良運(1937)は、生徒にとって自明と考えられる定理は公理的に認めていると述べている(2.(4)を参照)。証明の必要を感じない事項を実験的方法等によって認めることは、中数雑誌創刊号(1919)にも現れている(1.(1)を参照)。

これは、前項で考えたことと同様、厳密性が強調された戦前の指導を思うとき、また今日的には全ての同年齢の生徒が学習することを考えると、うなづけないこともない。ただ、この場合、どの命題が、生徒は証明の必要を感じないので直観的に実験的に、あるいは公理的に扱われたのかが、細かな議論として残っている。生徒が証明の必要を感じないままでもそのまま通り過ぎてしまったのでは困る中心的な命題の場合は、授業者の方から意図的に働きかけてきちんと証明しておくことも必要である。また、論証による学習指導が進んでくると生徒自らが「なぜ」を問うようになってくるが、その段階で、ある時は実験的にある時は証明せよというのは、生徒は戸惑うであろうし、系統的な学習指導は行われまいであろう。

証明の必要性をどう感じさせるかは、現在でも実践上の大きな課題である。

⑦ 実験実測によって発見する

小倉金之助(1923)は、図形の観察、実測から始めよといち早く主張した(1.(2)を参照)。国元東九郎(1925)は、論証幾何において定理の発見や性質の帰納に大いに直観的実測的方法を使うことを主張した(1.(3)を参照)。また、越智政雄(1940)や小林衛(1940)は、定理を説明するための実験実測だけでなく、発見する手段として実験実測を行うことを主張する(2.(4)を参照)。

今日、実験実測による方法を重視した授業実践はよく行われているであろう。1998年の学習指導要領公表以来、従来も重視されていた「数学的活動」が改めて強調されている。学習指導の過程を豊かにする上でも、実験実測を一層積極的に取り上げたい。

⑧ 作図問題を定理の適用問題として位置付ける

水内金太郎(1936)は、作図問題を定理の適用問題として扱っている(2.(3)を参照)。

今日、中学校第1学年で扱われる基本作図は、その作図の方法の学習が中心になっている。なぜその方法でよいのかの検討については、紙を折ったり等の具体的操作による確かめにとどまっていて、作図の学習が単に図をかき終りに終わりがちである。そして、第2学年において、例えば角の二等分線の作図が正しいことを、三角形の合同条件に基づいて証明している。基本作図を一まとまりとして第1学年では取り扱わず、水内も指摘するように、合同条件の学習の後に、その適用問題の一つとして機に応じて取り上げるのはどうであろうか。

(4) 生徒の活動

⑨ 言語発表、言語化を重視する

矢鋪大治郎(1927)は、証明の詳細な述べ方書き方よりも、その大方針を述べることの重要性を指摘した(1.(1)を参照)。また、大阪一二(1935)は、定理を取り扱う過程において言語発表を明確に位置付けている(2.(3)を参照)。

数学学習では、学習者がある命題を証明できた段階で、その学習者自身の思考活動は既に終

わっているものの、自分が行った証明が本当に真であることを再確認するために、また、他者に説いて聞かせるために、それを言語化する必要がある。それだけに、証明を書き付けるという活動には、大きな意味がある。実践上の問題としては、記述とともに口述も十分に取り入れることは、従来から指摘されている通りである。

⑩ 結論を生徒が見いだす

掛谷宗一(1929)は、結論を学習者に委ねることを指摘し、堤政助(1928)は、直観、作図、実験実測等によって生徒に自力で定理を発見させよと主張する(1.(1)を参照)。

これは、いわゆる証明問題よりも決定問題の形で学習を進めようというものであり、今日でもよく指摘される点である。結論を発見し証明するという学習の過程をとることは、結論がわかっているものの証明より生徒に抵抗を与えるだけに敬遠される傾向もみられるが、より真の学習が行われるし意欲の喚起にもつながるだけに重視したい。

おわりに

本稿は、「はじめに」で述べたように、中学校数学科での図形指導の改善について追究する研究の一環である。その研究の中で、筆者らは既に、中学校3年間を見通した図形指導について提言し、現在それを授業研究を通して検討しているところである(国宗・羽田・榛葉、1999)。そこでは、図形指導改善の基本的な考え方として、次の5点を示している。

- ① 図形指導のねらいを明確にする
- ② 第1学年の内容を、空間図形と多角形の角とで構成する
- ③ 基本作図を単独では扱わない
- ④ 小学校で学習した性質は既知として、その逆の追究から始める
- ⑤ 作図等を通して直観的に確認したことを定式化する

その目指す方向は、従来の図形教育と同様、論証を中心とした学習は第2学年から行い、その前段階である第1学年では、直観的な扱いを中心としながらも小学校以来の筋道立てて考える態度の育成を一層心掛けるというものである。

今後は、本稿で検討した戦前の幾何教育の知見を踏まえ、小学校や高等学校での図形指導も視野に入れて中学校3年間の図形カリキュラムを作成し、授業研究を通して検討を加えて、図形指導の改善に資することを目指したい。

本稿をまとめるにあたり、長崎栄三氏には参考文献の指摘等、種々の示唆をいただいた。ここに謝意を表したい。

<引用・参考文献>

- (1) 単行本、紀要論文等(日本中等教育数学会雑誌を除く)

岡本光司。「大正末期における直観幾何教授についての考察—国元東九郎の理論と実践を中心として—」。静岡大学教育学部研究報告(教科教育学篇)第16号。1984。pp.13-26.

小倉金之助・鍋島信太郎。『現代数学教育史』。大日本図書。1957.

鹿野政直。『近代日本思想案内』。岩波書店。1999。pp.220-224.

国宗進。「中学校数学科での論証の指導—その意義と問題点—」。日本科学教育学会第18回年会論文集。1994.

- S.Kunimune and E.Nagasaki, Curriculum Changes on Lower Secondary School Mathematics of Japan-Focused on Geometry, in Curriculum Changes in the secondary school, Freudenthal institute. 1996.
- 国宗 進・羽田明夫・榛葉伸吾. 「中学校での図形指導の改善」第32回数学教育論文発表会論文集. 1999. pp. 221-226.
- 国元東九郎. 『直観幾何教授の理論と実際』. 培風館. 1925.
- 小関熙純編. 『図形の論証指導』. 明治図書. 1987.
- 佐藤良一郎. 『改正教授要目と数学教育』. 目黒書店. 1933. pp. 1-177.
- 塩野直道. 『数学教育論』. 河出書房. 1947; 復刊啓林館. 1970.
- 島田 茂. 「幾何教育における融合的な扱いの変遷」. 日数学会誌数学教育学論究. Vol. VI. 1963. pp. 1-11.
- 島田 茂. 「第3章 数学教育改造の進展」. 日本数学教育学会「日本数学教育学会五十年史」. 1968. pp. 27-57.
- 寺崎昌男. 「日本の近代中等教育と人間形成」. 堀尾輝久・松原治郎・寺崎昌男編『教育の原理 人間と社会への問い』. 東大出版会. 1985. pp. 43-71.
- 中原忠男. 「21世紀型の算数教育の方向と研究課題」. 日数学会誌算数教育. 1998. pp. 16-23.
- 長崎栄三. 「数学教育再構成運動と数学第一類・第二類の誕生—戦時下の中学校数学教育—」. 国立教育研究所研究集録第20号. 1990. pp. 85-102.
- 長崎栄三. 「数学第一類・第二類の検定教科書の編纂とその思想—戦時下の中学校数学教育—」. 国立教育研究所研究集録第21号. 1990. pp. 43-56.
- 長崎栄三. 「戦時中の中学校数学教科書『数学第一類・第二類』の分析—題材と生徒の活動—」. 日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. 1992. pp. 305-310.
- 長崎栄三. 「わが国の中等数学教育における平面図形の指導の変遷」. 学芸大数学教育研究第4号. 1992. pp. 133-141.
- 長崎栄三. 「数学第一類・第二類の検定教科書の使用と教科書国定化—戦時下の中学校数学教育—」. 国立教育研究所研究集録第26号. 1993. pp. 53-66.
- 長崎栄三. 「中学校数学教育の新しいパラダイムの出現—戦時下の中学校数学教育論の検討から—」. 学芸大数学教育研究第7号. 1995. pp. 71-80.
- 藤森章弘・羽田明夫・榛葉伸吾. 「より豊かな数学学習をめざして」. 日数学会誌数学教育. 1999. pp. 39-42.
- 松原元一. 『日本数学教育史Ⅳ数学編(2)』. 風間書房. 1987.
- 宮崎勝式. 「第4章 数学教育改造運動と戦時下の数学教育」. 日本数学教育学会「日本数学教育学会五十年史」. 1968. pp. 58-75.
- 文部省. 『中学校学習指導要領解説—数学編—』. 大阪書籍. 1999. pp. 38-45.
- 文部省. 『学制百年史資料編』. 帝国地方行政学会. 1972.
- 山本信也研究代表. 「大正・昭和初期の中学校幾何教授史研究—P.トロイトラインの「幾何学的直観教授」の受容と定着—」. 平成9～10年度科学研究費研究報告書. 1999.
- (2) 『日本中等教育数学会雑誌』 所載論文
- 荒川乙吉. 「或る軌跡の研究」. 第1巻第3-4号. 1919. pp. 55-63.

- 石橋 豊. 「図形教材の観方と其の取扱」. 第22巻第2号. 1940. pp. 68-73.
- 岩本俊千代. 「中等数学教育に於ける一つの重点」. 第19巻第6号. 1937. pp. 421-429.
- 岩本俊千代. 「教育の革新に於ける数学教育の意義」. 第23巻第1号. 1941. pp. 14-19.
- 上野 治. 「軌跡教授法の工夫」. 第18巻第3号. 1936. pp. 135-146.
- 大阪一二. 「初歩幾何学教授と図形直観法に就て」. 第17巻第2号. 1935. pp. 109-120.
- 小倉金之助. 「物理学と幾何学との交渉」. 第4巻第4-5号. 1922. pp. 131-140.
- 小倉金之助. 「数学教育の意義」. 第5巻第4-5号. 1923. pp. 159-173.
- 小倉金之助. 「数学教育進展の爲めに」. 第14巻第4-5号. 1932. pp. 160-179.
- 小倉久雄. 「軌跡の定義変更とその取扱」. 第20巻第2号. 1938. pp. 87-93.
- 越智政雄. 「師範学校数学科に於ける実験実測」. 第22巻第6号. 1940. pp. 278-284.
- 掛谷宗一. 「初等数学の基礎事項に就て」. 第11巻第4・5号. 1929. pp. 188-200.
- 片岡正令. 「抽象的思考力の陶冶に就て」. 第21巻第4号. 1939. pp. 165-167.
- 勝野井靖美. 「實用主義の徹底」. 第21巻第3号. 1939. pp. 134-136.
- 鎌田芳雄. 「数学教育の現状を顧みて」. 第21巻第6号. 1939. pp. 406-413.
- 河合十太郎. 「中等教育及び高等普通教育に於ける数学」. 第4巻第4-5号. 1922. pp. 123-131.
- 国枝元治. 「数学教育雑感」. 第6巻第4・5号. 1924. pp. 131-150.
- 国元東九郎. 「直観幾何教授の実際」. 第5巻第6号. 1923. pp. 216-225.
- 国元東九郎. 「論理幾何と直観幾何との交渉」. 第7巻第4-5号. 1925. pp. 220-232.
- 黒田孝郎. 「幾何図形の意義」. 第23巻第1号. 1941. pp. 23-27.
- 小林 衛. 「実験実測を實行せしむべき方策に就いて」. 第22巻第6号. 1940. pp. 284-286.
- 佐藤良一郎. 「幾何学と用器画との関係」. 第5巻第6号. 1923. pp. 207-216.
- 新宮恒次郎. 「文部省の立案実施せんとする中学校数学科教授要目に対する私見」. 第12巻第4・5号. 1930. pp. 226-238.
- 新宮恒次郎. 「中等教育幾何学教授の再検討」. 第14巻第4・5号. 1932. pp. 219-227.
- 清田金三郎. 「教育的数学の根本的批判」. 第19巻第1号. 1937. pp. 13-21.
- 曾田梅太郎. 「幾何学入門に就て」. 第8巻第2号. 1926. pp. 60-75.
- 曾田梅太郎. 「数学教育の実質的改善」. 第12巻第4・5号. 1930. pp. 174-196.
- 高橋亮助. 「数学教授に於ける実験実測に関する報告」. 第17巻第4号. 1935. pp. 226-238.
- 武田登三. 「中学校に於ける及び数学科新要目実施上に就ての意見」. 第13巻第4・5号. 1931. pp. 208-216.
- 田中良運. 「学校に於ける幾何教授について」. 第11巻第4・5号. 1929. pp. 264-273.
- 田中良運. 「幾何教授と用器画」. 第20巻第6号. 1938. pp. 415-423.
- 堤 政助. 「中学校に於ける数学教育の改善につきて」. 第4巻第3号. 1922. pp. 87-98.
- 堤 政助. 「現代幾何学教授の考察」. 第10巻第6号. 1928. pp. 406-415.
- 内藤美城男. 「図形教材と算術教材との融合試案」. 第22巻第2号. 1940. pp. 73-78.
- 内藤美城男. 「女子中学校に於ける実験実測に就いて」. 第23巻第2号. 1941. pp. 79-82.
- 中川銓吉. 「幾何学雑論」. 第1巻第3-4号. 1919. pp. 3-14.
- 二階源市. 「数学的思考の本質」. 第8巻第4・5巻. 1926. pp. 42-249.
- 西崎 清. 「我国中等学校数学教育の動向」. 第21巻, 第3号. 1939. pp. 109-134.

- 林 兼一。「新算術書に盛られた実験実測の教材に就いて」。第22巻, 第6号。1940. pp. 286-293.
- 広島高師附中数学研究会。「中等学校教育研究会(数学部)記事」。第5巻第1号。1923. pp. 11-22.
- 広島高師附中数学研究会。「形式陶冶に関する最近の論争」。第5巻第2号。1923. pp. 60-74.
- 藤野勇吉。「或種軌跡問題の取扱に就て」。第19巻第1号。1937. pp. 21-26.
- 堀乙次郎。「軌跡及びグラフ教授に就て」。第17巻第2号。1935. pp. 120-125.
- 前田 光。「数学教育の実践」。第23巻第1号。1941. pp. 19-23.
- 前田正雄。「中学校第一学年に於ける幾何図形の学習に興味あらしむる一考察」。第15巻第4・5号。1933. pp. 243-255.
- 松尾正夫。「中学校に於ける幾何入門の取扱に就て」。第13巻, 第4・5号。1931. pp. 216-224.
- 松尾正夫。「現行中学校数学科教授要目実施後に於ける感想」。第19巻第3号。1937. pp. 145-153.
- 真鍋義光。「発見手段としての実験実測」。第23巻第5号。1941. pp. 197-203.
- 丸山俊朗。「数学教育改善に対する希望」。第22巻第2号。1940. pp. 64-67.
- 水内金太郎。「数学教授法の一形式に就ての具体的私見」。第14巻, 第4・5号。1932. pp. 279-288.
- 水内金太郎。「三年間に代数、幾何(平面, 立体)及び解析幾何, 微積分を教授したる体験を述べて数学教育改善論に及ぶ」。第18巻, 第1号。1936. pp. 390-402.
- 水内金太郎。「定理の取扱に就て」。第19巻第4号。1937. pp. 230-238.
- 森岡常蔵。「中学校及び師範学校の数学新教授要目に就て」。第13巻第4・5号。1931. pp. 187-193.
- 森安茂一。「直観数学教授に就て」。第9巻, 第4・5号。1927. pp. 236-241.
- 文部省。「中学校教授要目 昭和六年二月七日文部省訓令第5號抜刷」。第13巻第2号。1931. pp. 86-87.
- 矢舗大治郎。「幾何学初歩の教授に就て」。第9巻第4・5号。1927. pp. 270-276.
- 山本政治。「幾何学入門教授の一私案」。第8巻第4-5号。1926. pp. 216-220.
- 「第1回定期総会記事」。第1巻第3-4号。1919. pp. 15-44.
- 「第3回定期総会記事」。第3巻第4-5号。1921. pp. 171-175.