

光ファイバプローブによる気泡計測に関する研究*
(第2報, 気泡界面速度と弦長の同時計測)齋藤隆之*¹, 梶島岳夫*²Measurement of Bubble Dynamics by an Optical Fiber Probe
(2nd Report, Simultaneous Measurement of Interfacial Velocity
and Chord Length of a Bubble)Takayuki SAITO*³ and Takeo KAJISHIMA³ Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shizuoka University,
3-5-1 Johoku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561 Japan

To improve the probe methods to characterize bubbles and/or the interface between gas and liquid phases in multiphase flows, a single optical fiber probe with a wedge-shape tip have been developed. For the analysis of signals, the contacting process of a single bubble and the probe is elucidated using visualization by high-speed video cameras and digital image processing. Comparing both the motion of center of gravity and the interfacial motion of the bubbles with those of free rising bubbles, the presence of the probe has few influences on the motions. The measured values by the probe are compared with those obtained by visualization and digital image analysis. On the basis of these results, it is demonstrated that one can simultaneously measure interfacial velocity and chord length of bubbles by our probe.

Key Words: Bubble, Optical Instrument, Multi-phase Flow, Optical Probe, Interfacial Phenomena, Digital Image Processing

1. 緒 言

気泡乱流は、気泡を分散相、液を連続相とする混相乱流であり、自然界や工業において広範に見られる複雑流動現象である。新規産業分野と位置付けられる地球環境問題対策技術においても、気泡乱流研究の重要性は言を待たない。例えば、地球温暖化対策として二酸化炭素の処理技術においても、気泡乱流の取扱が中心的課題である^{1)~3)}。気泡乱流においては、分散する多数の界面を介して質量、運動量、エネルギーが授受されることから、気泡界面の検出方法、取り扱い方法、定式化等が重要な課題となる。また、気泡界面近傍のミクロな流動構造から気泡乱流全体のグローバルな組織化構造⁴⁾に至る階層構造を解明し、これを地球環境の理解や地球環境問題対策技術の構築に応用していくことが求められている。

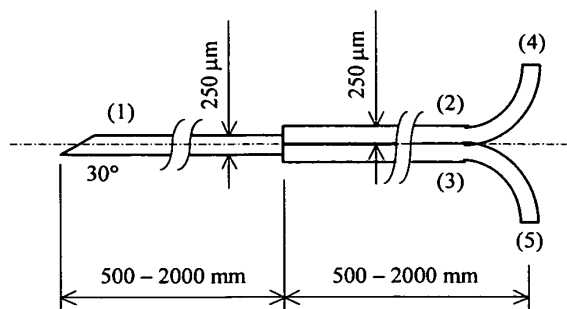
気液二相流における界面積濃度、界面分布、界面速度等、界面に関する種々の情報を実験により把握する方法としては、可視化・画像解析法⁵⁾、X線⁶⁾や電気抵抗トモグラフィ法⁷⁾、プローブ法⁸⁾が一般的である。可視化・画像解析法は非接触に気泡界面を抽出することができるが、小口径管でボイド率7~8%、大口径管では2%程度が可視化の限界である。X線やγ線トモグラフィ法は非接触計測法であり、多くの可能性を秘めた技術であるが、装置が高額かつ大がかりで取り扱いも難しい。その上、現状の応答速度は秒オーダーであり、気泡運動を厳密に追尾することは不可能である。電気抵抗や静電容量のトモグラフィは比較的簡便な装置で、応答性も1/100秒オーダーには達しているが、信号処理の負荷が大きい。

プローブ法では、電気抵抗プローブ⁹⁾と光ファイバプローブ^{10, 11)}が広く使用されている。プローブ法は気泡に細針を直接突き刺すことにより、気泡の移動界面そのものを電気抵抗や光のOn-Off信号¹²⁾として検知する方法である(ボイド率、気泡速度や気泡弦長を直接計測するものではない)。移動する気泡界

* 原稿受付 2001年7月2日。

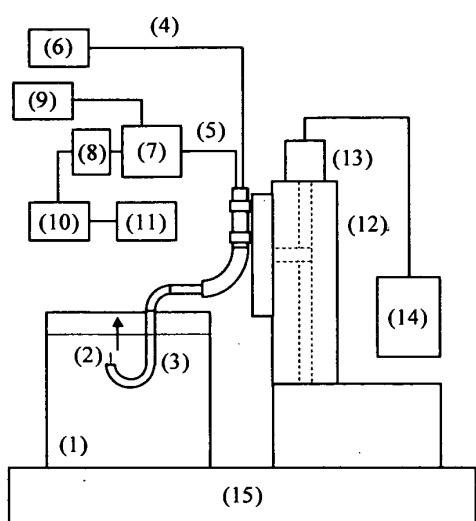
¹ 正員, 静岡大学工学部(☎432-8561 浜松市城北3-5-1)。² 正員, 大阪大学大学院工学研究科機械物理工学専攻(☎565-0871 大阪府吹田市山田丘2-1)。

E-mail: ttsaito@ipc.shizuoka.ac.jp



(1) Optical fiber for bubble detection, (2) Optical fiber for light source, (3) Optical fiber for photo multiplier, (4) Halogen lamp, (5) Photo multiplier

Fig. 1: Structure of Wedge-tip single optical fiber probe.



(1) Water vessel, (2) WT-SOFP, (3) Stainless tube, (4) Optical fiber for light source, (5) Optical fiber for photo multiplier, (6) Halogen lamp, (7) Photo multiplier, (8) Amplifier, (9) High-voltage DC supply, (10) A/D, (11) PC, (12) Optical Z-stage, (13) Stepping motor, (14) Controller, (15) Optical base

Fig. 2: Experimental setup for detecting WT-SOFP signal during piercing air-water interface.

面を検出する方法でありながら、界面に接触させなければならぬところに、プローブ法の弱点がある。すなわち、プローブ接触の気泡並進運動¹¹⁾および界面運動への影響を詳細に把握しなければならない。また、界面検出信号と接触過程との関係、気泡通過部位、気泡検知確率等の問題が指摘される¹³⁾。

本研究においては、前報¹⁴⁾の結果を基に、プロー

注1) 気泡は剛体ではないから厳密には気泡の重心運動と表現すべきであるが、本論文では、並進運動と言う。

ブ先端を楔状に切断することにより、プローブの気泡界面通過特性を向上させるとともに、界面検出信号の特性を利用して、単一プローブにより気泡弦長と気泡界面速度とを同時計測できることを示す。気泡並進運動と界面運動に対するプローブの影響に関しては、気泡とプローブとの接触過程を可視化し、画像解析によりこれを定量的に論じる。気泡弦長と気泡界面速度との同時計測に関しては、可視化・画像解析により求めた値と楔状チップ単一光ファイバプローブ (以下、Wedge-shape Tip Single Optical Fiber Probe: WT-SOFP) により計測した値とを比較検討し、試作したプローブの計測性能を示す。

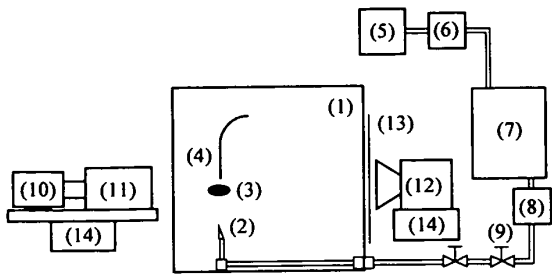
2. 実験と計測方法

2.1 楔状チップ単一光ファイバプローブ プローブに用いた光ファイバは、三菱レーヨン社製、外径 250 μm のプラスチック光ファイバ心線 (商品名エスカ) である。光の通路となるコアは直径 200 μm のポリメチルメタアクリレート、外皮膜 (クラッド) は厚み 25 μm の特殊フッ素樹脂である。なお、コアおよびクラッドとも疎水性と考えて良い。

この光ファイバ心線3本を Fig. 1 のように組み合わせて WT-SOFP とした。気泡検出用光ファイバ (1) の先端を、ファイバ軸に対して 30° に鋭くかつ滑らかに切断した。もう一方の先端は、ファイバ軸に対して直角に滑らかに切断されている。光源用光ファイバ (2) および光電変換器用光ファイバ (3) の両端をファイバ軸に対して直角に滑らかに切断し、気泡検出用光ファイバ側は端面を揃えて、ファイバ側面で接着する。(1) と (2) および (3) の端面を突き合わせてモールドし、WT-SOFP とする¹⁵⁾。

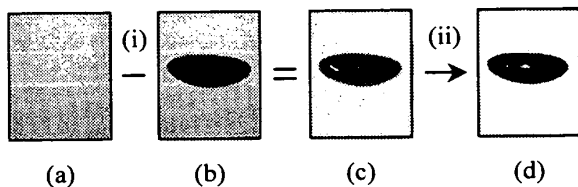
光電変換器には浜松ホトニクス社製 R212 を、シールド函体 (浜松ホトニクス社製 E1341) に挿入して使用した。光電変換器への印加直流電圧を -400 ~ -550V とし、増幅器には浜松ホトニクス社製 C665 を使用した。なお、発光周波数 1000Hz、発光半値幅 10 μs の高速ビデオ専用ストロボを利用して、本光学計測系の光電変換速度 (2 μs 以下) が気泡検出に対して十分な応答性を有することを予め検証した。

2.2 実験装置と方法 本研究においては、WT-SOFP の気液界面通過特性を把握するための実験 (以後、実験-1 と呼ぶ)、WT-SOFP と気泡との接触過程における気泡並進運動と界面運動を可視化・画像解析し、これらを定量化する実験ならびに単一気泡の界



(1) Water vessel, (2) Needle, (3) Single bubble, (4) WT-SOFP, (5) Cylinder, (6) Regulator, (7) Heat exchanger, (8) Micro flow meter, (9) Precision control valve, (10) High-speed video camera, (11) Substantial microscope, (12) Strobe scope, (13) Polyethylene film, (14) 6-freedom optical stage

Fig. 3: Experimental setup for visualization of bubble contacting process with WT-SOFP.



(a) Background image, (b) Bubble image, (c) Result, (d) Binary image, (i) Absolute difference, (ii) Binary

Fig. 4: Procedure of digital image analysis.

面移動速度と弦長とを WT-SOFP を用いて同時計測するための実験 (以後, 実験-2 と呼ぶ) を行った。

2.2.1 実験-1 使用した実験装置の概要を Fig. 2 に示す。300×300×300mm のアクリル水槽(1) にイオン交換水 (水道水を 1 μ m フィルターで濾過後, イオン交換樹脂で処理, 水温: 292~294K) を満たす。保護・固定用ステンレス細管(3)内に挿入した WT-SOFP(2)を精密自動光学ステージ(12)に鉛直に固定する。これにより液相から気相へと WT-SOFP を 4 段階のプローブ移動速度 $U_p = 4, 8, 12, 16$ mm/s で移動させて, 気液界面を通過させる。ハロゲンランプ(6)には光量可変の 100W タイプを用いた。アンプ(8)の出力を 12bit の A/D 変換器(10)を介して (変換速度 10kHz), パーソナルコンピュータ(11)に取り込んだ。

WT-SOFP の気液界面検出が屈折の法則¹⁶⁾によるものであることを確認するために, 切断バリを取り除いた端面の滑らかなものと切断バリが残っているものの 2 種を用いた。

2.2.2 実験-2 実験装置の概要を Fig. 3 に示す。300×300×300mm のアクリル製水槽(1)に水位

280mm でイオン交換水 (水温: 292~294K) を満たす。気泡発生用注射針(2) (内径 0.78mm) を水槽底部に鉛直に固定する。同針の鉛直線上 15mm にプローブ先端が位置するように WT-SOFP(4)を設置する。ガスポンペ(5)から圧力調整弁(6), 熱交換器(7), 微小流量計(8)および精密流量制御バルブ(9)を介して純空気 (温度: 292~294K) を気泡発生用注射針に送り込み, 一定周期 (約 2s) で単一気泡(3)を発生させる。WT-SOFP の光信号は実験-1 と同様の光电変換を行うとともに, 出力信号を同様の A/D 変換器 (ただし, サンプリングレートは 50kHz) を介して PC に取り込んだ。気泡と WT-SOFP との接触過程は, 光軸が互いに直交する 2 組の高速ビデオカメラ(10)により撮影する。2 組の高速ビデオカメラとストロボ(12)を 6 自由度 (XYZ 軸と各軸周りの回転) の光学ステージ(14)に装着し, 位置と光軸調整を高精度に行って可視化に供した。なお, これら高速ビデオとストロボは完全に同期していることを予め確認した。

2.3 可視化と画像解析 高速ビデオカメラ(10) (NAC 社製 HSV-500C3) に実体顕微鏡(11) (オリンパス社製 SZ1145 TRCTV) を装着して, 接触プロセスを拡大, 可視化した。ポリエチレン製乳白色フィルムによりストロボ光を散乱させて撮影領域における光強度を均一化し, 気泡の shadow image を捉えた。実験に先立ち, レクタール十字図表を用いて撮影画像の歪みを検査したところ, 画像の縦および横方向の歪みは $\pm 0.45\%$ 以下であり, 画像解析結果に及ぼす影響は無視できることを確認した。実験開始時には, 気泡を発生させない条件下で, ロンキールーリング (100Line/inch) をプローブ先端に位置させて較正用スケールを録画した。また, バックグラウンド画像を録画した。

録画された shadow image の大きさは光強度と絞り値に依存する。本可視化装置には絞り機構がないことから, 信頼できる数値データを得るには, 画像解析時のしきい値を何らかの方法で決定することが必要となる。Fig. 3 に示した実験装置において WT-SOFP を秤量瓶に置き換えて, 気泡を可視化・撮影すると同時に直接捕捉する。その気泡個数と体積とから気泡の平均体積と平均球等価径を算出し, 画像解析結果とこの直接計測値とを比較してしきい値を決定するという方法を採用した。二値化しきい値は 256 グレースケールにおいて 135 とした。推定される気泡境界の誤差は ± 8.1 pixel であり, 画像解析より得られた気泡長径および短径が各々 149~206pixel および 68~112pixel であることから, この気泡境界の誤差は, 弦長換算で \pm

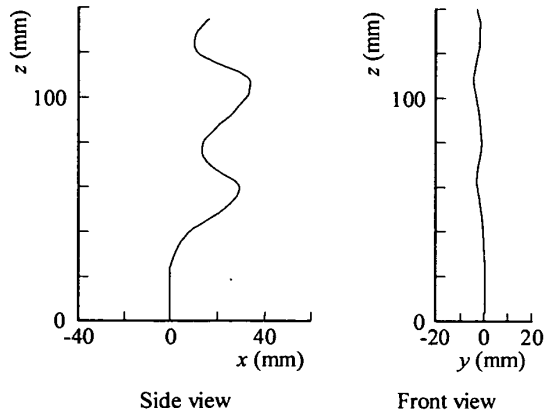


Fig. 5: Average trajectory of rising motion of single bubbles.

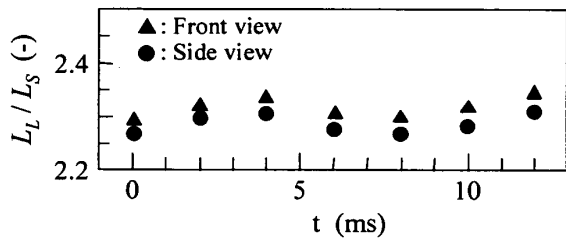


Fig. 6: Time evolution of average chord-length ratio of single bubbles.

4~±12%と見込まれる． pixel 化誤差は±0.16pixel と推定できることから画像取り込みにおける誤差は無視できる．

可視化撮影した画像をパーソナルコンピュータに取り込んだ後， Fig. 4 に示す手順により処理と解析を行った． バックグラウンド(a)と気泡画像(b)とを Median filter により処理した後， 両画像の対応するピクセル間で絶対演算(i)を行って， 気泡のみを抽出する(c)． 次に， 二値化処理(ii)を行って， 気泡二値化画像(d)を得る． この気泡画像を解析して， 長軸， 短軸， 重心， 気泡エッジを算出する．

3. 実験結果と考察

3.1 自由気泡の特性 WT-SOFP と接触させずに静止流体中を自由上昇させた場合の気泡（以下， 自由気泡）の並進運動と界面運動とを考察する． Fig. 5 は， 100 個の気泡の上昇運動を平均化し（平均上昇速度 0.263m/s）， その平均軌跡を示したものである． 注射針（x=0, y=0）から離脱した直後， 気泡は z=15 ~20mm の区間を直線的に上昇し， その後， ほぼジグザグ運動しながら上昇する． 上昇気泡の軌跡から振幅

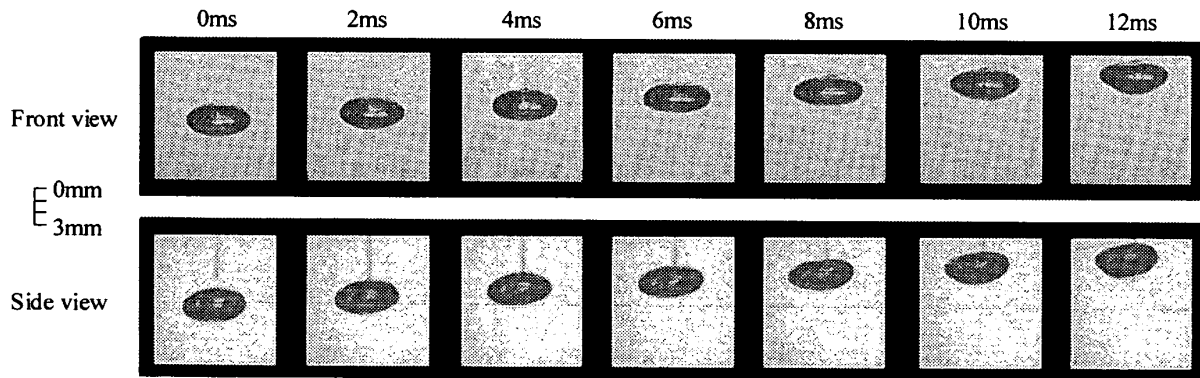


Fig. 7: Sample images of motions of a bubble contacting with WT-SOFP.

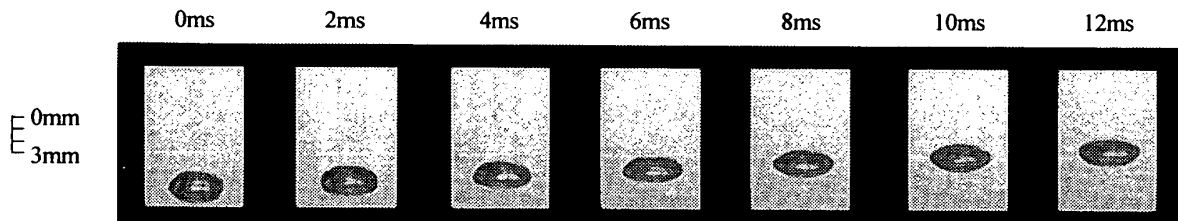


Fig. 8: Sample images of motions of a free bubble.

ならびに波長を求めたところ、平均振幅 15.9 mm、平均波長 42mm であった。Fig. 6 は、気泡長径と短径との比の経時変化を示している。気泡界面は約 10~12ms の周期で正弦波的に振動していることがわかる。

3.2 接触過程における気泡運動 Fig. 7 に WT-SOFP との接触過程における気泡の正面および側面画像の一例を示す。また、Fig. 8 に同位置における自由気泡の運動の一例を示す。両図とも画像の時間間隔は 2ms であり、12ms 間の気泡運動が示されている。Fig. 7 の例では、WT-SOFP が気泡のほぼ中心を貫いている。時刻 $t=2\text{ms}$ において、気泡の上部界面が WT-SOFP への接触を開始し、 $t=10\text{ms}$ において WT-SOFP 先端は、気泡の下部界面に到達している。 $t=12\text{ms}$ では、WT-SOFP は気泡を完全に串刺しにして、先端は気泡下部の液相中にある。Fig. 7 と Fig. 8 とを比較すると、本実験のように気泡並進運動の方向とプローブの方向とが平行に近い状態で気泡がプローブに接触する場合には、WT-SOFP は気泡並進運動と

気泡運動に与える WT-SOFP の影響をより定量的に考察するために、気泡並進速度 U_{Bx} , U_{By} , U_{Bz} ならびに界面運動の両方にほとんど影響を与えないものと判断できる。にプローブ接触面における気泡界面速度 U_{Ll} : 下部界面速度, U_{Ul} : 上部界面速度とを、画像解析により求めた。各々の結果を Fig. 9 および Fig. 10 に示す。図中各プロットは 50 個の気泡運動の平均値である。また、図中実線は各速度の時間平均値を示す。気泡並進速度はプローブとの接触後においても変化が見られず、WT-SOFP が気泡並進運動に影響を及ぼさないことが定量的に明らかとなった。気泡界面速度は気泡本来の界面振動を反映して周期 10~12ms で変動しているが、プローブとの接触後においても変化は認められない。WT-SOFP は界面運動にも大きな影響を与えないものと判断される。

3.3 プローブの界面検出信号 気液界面通過特性実験(実験-1)により得られたプローブ出力信号を Fig. 11(a), (b)に示す。(a)は tip 端面を滑らかに仕上げた場合の、(b)はバリを残した場合の結果であ

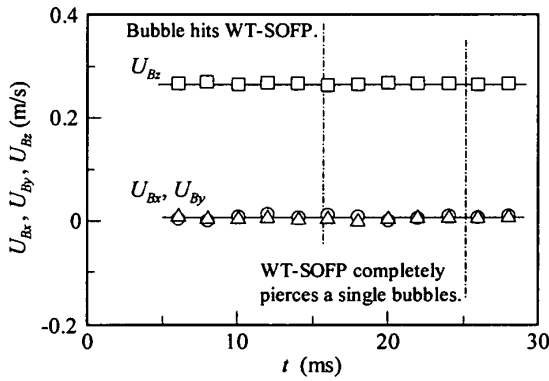


Fig. 9: Time evolution of average rising motion of bubbles. \circ : U_{Bx} , \triangle : U_{By} , \square : U_{Bz} .

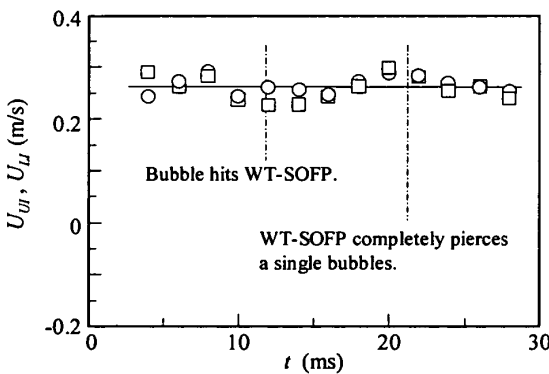
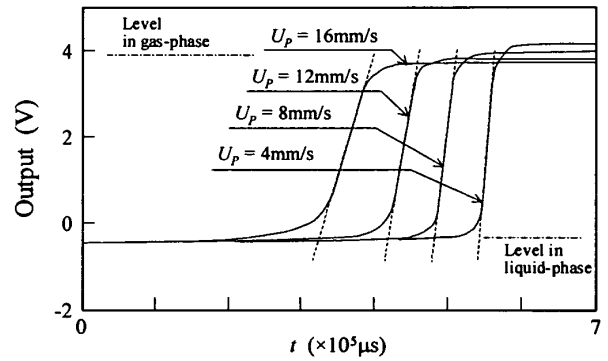
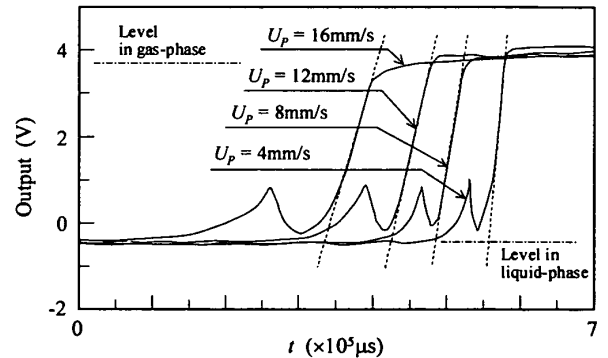


Fig. 10: Time evolution of average interfacial velocity of bubbles. \square : U_{Ul} , \circ : U_{Ll} .



(a) WT-SOFP with smooth surface of the tip.



(b) WT-SOFP with rough surface of the tip.

Fig. 11: Output of WT-SOFP at piercing liquid-gas interface.

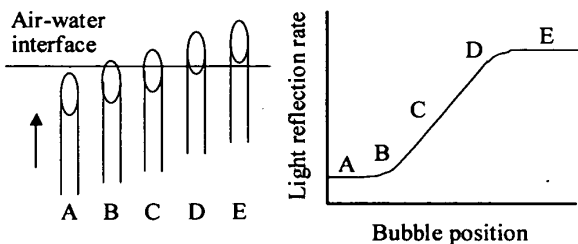


Fig. 12: Relationship between bubble position and light reflection rate at the probe tip.

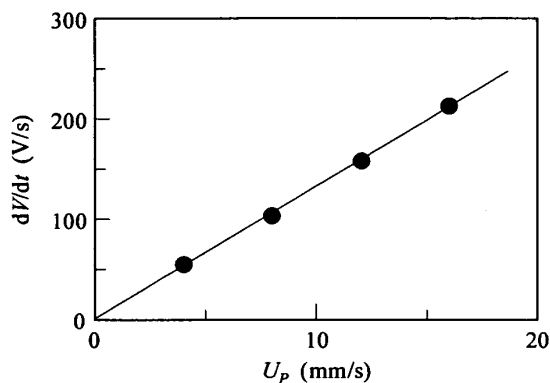


Fig. 13: Relationship between dV/dr and velocity of moved WT-SOFP

る。(a)では、界面検知の初期において、出力は滑らかに増加しているが、(b)では、いったん上昇した後に急激に減少に転じ、再度増加している。このピークは気液界面運動がバリにより妨げられるために発生すると考えられる。この実験事実から、WT-SOFPによる気液界面検出は、屈折の法則（tipが水中にある場合には光ファイバと水との密度差が小さいため光が水中に照射され、気相中にある場合には両者の密度差が大きいため tip 端面で光が反射される）に基づくものと判断される。(a)の出力の立ち上がりを調べると、接触初期にはなだらかに増加しかつその増加率が増大する。破線で示したように直線的に増加する区間を経て、増加率が徐々に減少し、出力は一定となる。この直線の勾配は、プローブ移動速度の増加とともに大きくなっている。この過程を模式図（Fig.12）を使って考察する。Fig. 11の出力信号は、Fig. 12に示されるように、楕円形のプローブ先端断面が一定速度で気液界面を通過することに対応している。WT-SOFP先端が水中にある状態 A においては、端面における反射光量に変化はなく、光電子増倍管出力は一定値（水中

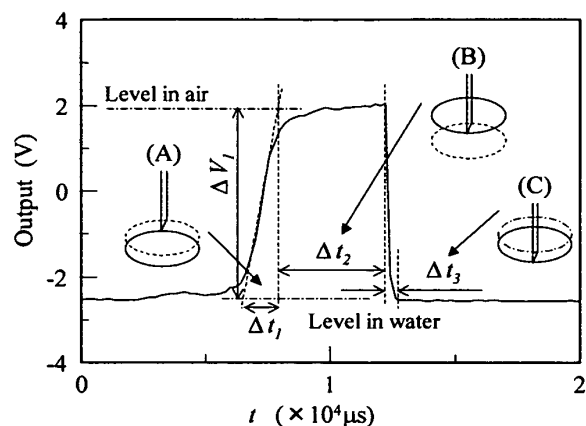


Fig. 14: Typical signal outputted from WT-SOFP.

出力レベル)をとる。WT-SOFPが気液界面に接触を開始した直後の B においては、プローブの上昇とともに気相による端面被覆面積の増加率が大きくなっていく。このため、端面における反射光量の増加率が大きくなり、出力増加率も大きくなる。端面被覆面積の増加率がほぼ一定となる C においては、反射光量の増加率も一定となり、出力は直線的に増加する。D においては、気泡界面の上昇とともに端面被覆面積の増加率が減少するため、出力増加率も小さくなる。E においては、端面が完全に気相に含まれるために、反射光量に変化はなく、出力は一定値（気相出力レベル）をとる。

直線区間の傾き dV/dr とプローブ移動速度 U_p との関係を Fig. 13 に示す。 dV/dr は U_p の増大とともに直線的に増加している。この関係を利用すれば、WT-SOFPによる気泡検出時の出力信号の勾配から気泡界面速度を推定することができる。

4. 界面移動速度と気泡弦長の同時測定

実験-2において気泡計測時に WT-SOFP から出力される典型的な信号を Fig. 14 に示す。チップが水中にあるときには出力はほぼ一定値をとる（シフターにより -3V を印加しているため、出力が負となっている）。気泡が WT-SOFP に接触すると、初期には徐々に出力が増加し、その後直線的に急激に増加する（時間区間 Δt_1 ）。気泡とプローブとの位置関係は図中(A)となっている。出力増加率が徐々に減少する区間ならびに出力が一定となる時間区間 Δt_2 （チップが完全に気泡に含まれる(B)）を経て、急激に減少し（時間区間 Δt_3 ）、水中レベルに戻る。気泡とプロー

Table 1: Comparison of average U_{Bz} , average U_{UI} and average L_C calculated from visualization and digital image analysis (V & DIA) with those measured by WT-SOFP.

Method	Average U_{Bz} (mm/s)	Average U_{UI} (mm/s)	Average L_C (mm)
V & DIA	266	262	2.21
WT-SOFP	Not measurable	227	2.05

ブとの位置関係は図中(C)となる。この急激な減少は、プローブ表面の濡れ性と気液界面との相互作用とに関係している¹⁷⁾。

信号立ち上がり時の直線部分の勾配 $\Delta V_I/\Delta t_I$ は、3.3項の考察から気泡界面速度に比例する。したがって、あらかじめこの関係を求めておけば、直線部分の勾配から上部の気泡界面速度 U_{UI} を求めることができる。WT-SOFP の信号解析では、大小2つのしきい値 (最大出力の70%および30%) を用いて、直線部分の両端座標を求め、この座標から勾配を算出した。

Δt_2 は WT-SOFP のチップが完全に気泡に含まれた瞬間から気泡下部界面がチップ上端より離脱する瞬間までの時間である。この間の気泡界面の振動と変形が無視できるものであれば、気泡は弦長分だけ移動することになる。これは近似的に次のように言い換えることができる。WT-SOFP と接触中の気泡上部界面速度の時間平均値を気泡並進速度の z 成分 U_{Bz} と見なすことができ、かつ接触中の上部界面速度 U_{UI} ならびに下部界面速度 U_{LI} の変化が小さければ、気泡は上部界面速度で弦長分移動したと見なすことができる。

Fig. 9 および Fig. 10 から、 U_{Bz} の平均値 (= 0.266m/s) と U_{UI} の平均値 (= 0.262m/s) とはほぼ等しい値である。また、Fig.10 から界面速度変動の片振幅は平均値の±14%以内であり、小さいものとみなし得る。よって、WT-SOFP により計測・算出される気泡弦長は、近似的に $U_{UI} \times \Delta t_2$ と表すことができる。本研究においては、しきい値を気泡出力レベルの70%として、 Δt_2 を算出した。Table 1 に可視化・画像解析から算出された平均 U_{Bz} 、平均 U_{UI} および平均弦長 L_C と WT-SOFP により計測・算出されたそれらとの比較を示す (WT-SOFP では原理的に U_{Bz} を計測することはできないので、空欄とした)。WT-SOFP による計測値は、 U_{UI} においては可視化・画像解析により求めた値より13.4%、 L_C においては7.2%、それぞれ小さい値を示した。WT-SOFP の信号処理においては改良すべき点があるが、単一光ファイバプロー

ブにより気泡界面速度と弦長 (当然ながら時間ボイド率も算出可能) とを同時計測し得ることを示したと考える。本計測手法は、最小で球等価径 1.5mm 程度の気泡を検知することは可能である。ただし、気泡径が小さくなればプローブによる気泡界面変形の影響が相対的に大きくなる。また、計測値にはプローブによる気泡界面変形の影響ならびにプローブ通過位置の影響が混在して含まれるから、これらを分離して、計測値に対するそれぞれの影響度を明確にする必要がある。

5. 結 言

気泡乱流中における気泡界面情報・気泡特性を計測することを目的として、先端を楔状に切断した単一光ファイバプローブを試作した。同プローブへの気泡接触過程を高速ビデオカメラにより可視化し、気泡並進速度と界面速度に影響を与えないことを定量的に明らかにした。さらに、同プローブの気泡検出信号の特性を利用することにより、気泡界面速度と弦長とを同時に計測し得ることを示した。

同プローブを実際の気泡乱流に使用するには、気泡がプローブに対して斜めに接触・移動していく際の気泡並進速度や界面速度に対する影響を定量的に把握すること、ならびに小気泡に対する同プローブの気泡捕捉確率、通過位置と測定弦長との関係、界面変形量等を定量的に把握することが必要である。これらについてはモンテカルロシミュレーションが有効と考えられる。さらに、計測精度を向上させるには複数のプローブを組み合わせる方法も考えられる。これらを今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) P. M. Haugan & H. Drange: *Nature*, Vol. 357, 318, (1992).
- 2) T. Saito, T. Kajishima & R. Nagaosa: *Environmental Science & Technology*, Vol. 34, No. 19, 4140, (2000).
- 3) T. Saito, S. Kosugi, T. Kajishima & K. Tsuchiya: *Energy & Fuels*, Vol.15, No.2, 285, (2001).
- 4) R. F. Mudde & T. Saito: *J. Fluid Mech.*, Vol. 437, 203, (2001).
- 5) A. Tokuhito, M. Maekawa, K. Iizuka, K. Hihsida, & M. Maeda: *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, 1383, (1998)
- 6) K. Hori, T. Fujimoto, H. Kawanishi & H. Nishikawa; *OECD/CSNI Specialist meeting on Advanced Instrumentation and Measurement Techniques*, Santa Barbara, USA,

- March 17-20, (1997).
- 7) H. M. Rasser, A. Böttger & J. Zschau: *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 9, 111, (1998).
 - 8) M. Lance and J. Bataille: *J. Fluid Mech.*, Vol. 222, 95, (1991).
 - 9) I. Kataoka, M. Ishii, & A. Serizawa: *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 12, 505, (1986).
 - 10) M. Ishida, H. Tanaka: *J. Chem. Eng. Japan*, Vol. 15, No. 5, 389, (1982).
 - 11) A. Cartellier & E. Barrau: *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 24, 1265, (1998).
 - 12) N. Abuaf, O. C. Jones & G. A. Zimmer: *Rev. Sci. Instruments*, Vol. 49, No.8, 1090, (1978).
 - 13) W. Liu, N. N. Clark & A. I. Karamavruc: *AIChE J.*, Vol. 42, No. 10, 2713, (1996).
 - 14) 齋藤, 北村, 梶島, 幡野: *機論B編*, Vol.65, No.636, 2619, (1999).
 - 15) 齋藤: 日本国特許第 3018178, (2000).
 - 16) M. Born & E. Wolf, *Principles of Optics* 6th Edition, 38, Cambridge University Press, (1980).
 - 17) Y. -M. Chen & L. -S. Fan, *Chemical Engineering Science*, Vol. 44, 2762, (1989)
-