

集成材の強度計算モデルおよび確率モデル*¹

平嶋義彦*², 山本幸雄*², 鈴木滋彦*²

Modeling for the Strength of Glulam Beams and for Their Probabilistic Distributions*¹

Yoshihiko HIRASHIMA*², Yukio YAMAMOTO*² and Shigehiko SUZUKI*²

Models were developed for predicting the modulus of rupture (MOR) of glulam beams and for estimating the population of MOR. The criteria for rupture of a beam, Equation (1), is composed of ratios of stress occurring in a lamina to the strengths of the lamina for bending and for tension. The probabilistic model employed in this report is a Monte Carlo simulation using data sets of the distances between knots, moduli of elasticity (MOE), and ultimate tensile strengths (UTS) of laminae.

Bending tests were conducted for each twenty-five glulam beams of 89 mm × 235 mm cross sections and 5 m in lengths produced in USA (A-GLT) and Japan (J-GLT). The data sets, the distributions of MOEs and UTSs, and their relationships of linear regressions, including the distributions of distances between knots, were established for laminae sawn from the glulam beams tested.

Monte Carlo simulations were made to estimate the population of MOEs and MORs of glulam beams using the data sets of laminae.

Kolmogorov-Smirnov tests were made to compare the simulation results with experimental data. The statistical tests showed that the estimated distributions of MOEs and MORs of glulam beams by using the model developed in this study agreed well with the experimental data.

Keywords: glulam beam, strength model, probabilistic model, Monte Carlo simulation.

集成材の曲げヤング係数および曲げ破壊係数に関する強度計算モデルおよびそれらの母集団分布を求める確率モデルについて、理論的・実験的検討を行った。強度計算モデルは、従来慣用されている複合応力破壊条件式（2次式）である。確率モデルとしては、モンテカルロシミュレーションを採用した。アメリカおよび日本で製造した市販の集成材梁（7プライ、ペイマツ、89 mm × 235 mm、長さ5 m）それぞれ25本を買い求め、曲げ破壊実験を行った。破壊した試験体の接着層に沿ってラミナを挽き出し、節の間隔を測定し、曲げヤング係数と引張り強さの分布および両者の回帰直線を求めた。かくして得たラミナのデータと、強度計算モデル（剛性モデルも含む）を使い、モンテカルロシミュレーションでそれぞれの集成材についてヤング係数および曲げ破壊係数の分布を求めた。計算結果は統計的検定によっても実験値とよく一致することを確かめた。

1. はじめに

近年の我が国の木造建築の進展には目覚ましいも

のがあるが、この状況を支えている主要な構造材料の一つは集成材である。集成材は、大規模木造はもとより、最近では住宅のような小規模建築にも用いられるようになってきており、その重要性は今後ますます増大するものと思われる。集成材はラミナの組み合わせが多様であるためその種類が多いこと、材価が相対的に高価であることなどから、製材で行われているようなイングレード試験は従来ほとんど行われておらず、集成材の強度特性についての統計的

*¹ Received March 4, 1994. 本研究の一部は日本木材学会中部支部研究発表会（1992年8月、高岡）および第43回日本木材学会大会（1993年8月、盛岡）で発表した。

*² 静岡大学農学部 Faculty of Agriculture, Shizuoka University, Shizuoka 422

情報は乏しい状況にある。これへの対応としては、集成材強度を計算するための力学的強度モデル、および材料強度の変動を考慮した統計学的確率モデルを開発し、これを使って集成材の強度特性を推定するというのが最も現実的に可能性のある方法と考えられる。これまでこのような観点から集成材強度を検討した報告は幾つかあるが¹⁻³⁾、ラミナから最終製品である集成材までを系統だてて検討したものは少ない。本研究では、集成材の曲げ試験を行い、それから挽きだしたラミナの材料特性を求め、これを使った集成材強度の計算値と実験値の比較を行って、強度モデル・確率モデルを含んだ一連の手続きの有効性を検討した。

2. モデル

2.1 強度モデル

本研究で行った集成材の曲げ試験（試験条件は後述する）より得た荷重-たわみ曲線は、その数例を示した Fig. 1 のように最終荷重のところまでほぼ直線であった。そこで集成材が破壊するまで、断面は同一平面を保つ、すなわちひずみは直線上にあると仮定する。任意のラミナのひずみは Fig. 2 のような片刃形になるが、これを曲げ成分と軸応力による成分に分ける。各ラミナの応力-ひずみ関係は、フックの法則に従うとすると、応力もひずみと同じような曲げ応力と軸応力に分解できる。ここで、集成材梁

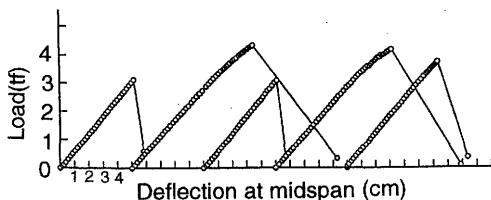


Fig. 1. Samples of load-deflection curves obtained from bending tests of glulam beams.

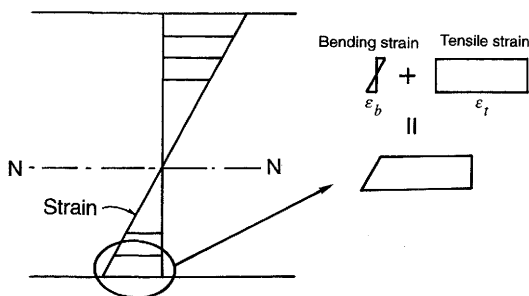


Fig. 2. Strain distribution at section of glulam beam and strain component in lamina.

の曲げ破壊条件として、慣用される複合応力式を考える。

$$\left(\frac{\sigma_{i-b}}{f_{i-b}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{i-t}}{f_{i-t}}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

ここに σ_{i-b} : i 層ラミナの曲げ応力成分, σ_{i-t} : i 層ラミナの引張応力成分, f_{i-b} : i 層ラミナの曲げ破壊係数, f_{i-t} : i 層ラミナの引張強さ。

ここで破壊のクライテリアとして引張りを考えているのは、集成材梁の破壊は最終的に引張り側で起こっていることを考慮したもので、 i 層ラミナが上記の破壊条件に達したとき i 層ラミナが破壊し、同時にそれがそのまま集成材梁の破壊であると考えられる。せん断破壊は考えない。

集成材梁が n 層のラミナからなるとすると、その相当曲げ剛性 R_e は各ラミナの曲げ剛性の和として次のように表される。

$$R_e = \sum_{i=1}^n E_i I_{i-NN} \quad (2)$$

ここに E_i : i 層ラミナのヤング係数, I_{i-NN} : 集成材の中立軸に関する i 層ラミナの断面 2 次モーメント。

梁のモーメント M は、各層ラミナの負担するモーメントの総和で、各ラミナの曲率 $1/\rho$ はそれぞれ等しいから

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{R_e} + \frac{M_i}{E_i I_i} \quad (3)$$

ここに M_i : i 層ラミナのモーメント。

これより

$$M_i = \frac{E_i I_i}{R_e} M \quad (4)$$

i 層ラミナの曲げ応力 σ_{i-b} は、 M_i をラミナの断面係数 Z_i で除して次のように得られる。

$$\sigma_{i-b} = \frac{M_i}{Z_i} = \frac{t_i}{2} \frac{E_i}{R_e} M \quad (5)$$

ここに t_i : i 層ラミナの厚さ。

さて、梁の上面から中立軸までの距離を λ 、梁の上面からの距離を y とするとひずみは Fig. 2 に示したように中立軸からの距離に比例し、次のように表現できる。

$$\epsilon = \epsilon_{i-b} + \epsilon_{i-t} = \frac{y - \lambda}{\rho} \quad (6)$$

中立軸から i 層ラミナの図心までの距離を g_i とすると、ラミナの図心位置で曲げひずみ成分は 0 となるので

$$\epsilon_{i-t} = \frac{g_i}{\rho} \quad (7)$$

と表される。

これにフックの法則を適用し, 引張応力で表すと

$$\begin{aligned}\sigma_{i-t} &= \varepsilon_{i-t} E_i \\ &= \frac{g_i}{\rho} E_i = \frac{g_i E_i}{R_e} M\end{aligned}\quad (8)$$

以上で曲げ応力及び引張応力と曲げモーメントとの関係を表現できたので, これらを破壊条件式(1)に適用して整理すると, 曲げモーメントは次のように表現される。

$$M = \frac{2R_e f_{i-t}}{E_i \sqrt{r_i^2 t_i^2 + 4g_i^2}} \quad (9)$$

ここに r_i : i 層ラミナの引張強さと曲げ破壊係数の比。

これを集成材梁のみかけの断面係数で割れば集成材梁の曲げ破壊係数 (MOR) が得られる。

2.2 確率モデル

集成材梁の最大曲げモーメントは, ラミナのヤング係数 (MOE) と引張強さ (UTS) および引張強さと曲げ破壊係数の比を用いて式(9)から計算できることになるが, ラミナのこれら力学特性は変動する値を持つ確率変数と考えねばならず, 集成材梁の曲げ破壊係数分布を求めるには, このことを考慮した確率モデルが必要である。

本報では確率モデルとして,

- (1) ラミナの MOE, UTS に確率分布をあてはめ, また両者の回帰関係を求め
 - (2) 式(9)を用いモンテカルロシミュレーションで集成材の MOR 分布を求める
- という方法を採用した。

3. 実験

3.1 集成材の曲げ試験

日本市場に流通している乙種構造用大断面集成材 (1 級) を買い求め, 曲げ試験に供した。試験材はペイマツ, 7 プライ, その寸法は $89 \times 235 \times 5000$ mm のものでアメリカ合衆国で生産したもの (以後 A-集成材, A-GLT と呼ぶ), 及び日本で生産したもの

(J-集成材, J-GLT と呼ぶ) それぞれ25体である。いずれも構造用大断面集成材の日本農林規格 (以後 JAS という) に基づいて製造したものである。

曲げ試験は, 容量100トン材料試験機を用い, スパン4.6 m, 上部の荷重点間距離1 m の4点荷重方式で行った。試験体が約10分で破壊するよう荷重速度を調整した。A-集成材は, 梁としての上下が指示されているのでそれに従った。J-集成材では, 一定モーメント区間に最外層ラミナのフィンガージョイントが存在するもの19体について, フィンガージョイントを上にしたもの10体, 下にしたもの9体とした。

3.2 ラミナの引張り試験

集成材の曲げ試験終了後, 接着層に沿って帯鋸でラミナを挽き出した。このとき, 割れなど破壊の影響のあるものについては除外している。集成材梁一体から, 最大で14枚, 最小で7枚のラミナを採取した。長さは1260~2750 mm で, これらラミナの両面にプレーナーをかけ, 厚さ20.8~32.6 (平均28.6) mm に仕上げた。次に縦共振法 (ラミナの木口をハンマーで叩き音の周波数解析より共振振動数を求める) により, ラミナのヤング係数を測定した。その後, 引張試験機 (容量40トン) により, 端部つかみ間距離600 mm で引張強さを求めた。

4. 実験結果

4.1 ラミナのヤング係数

JAS では, 集成材は外層, 中間層, 内層で構成するとし, それぞれの厚さを規定している。本報で用いた集成材の場合には, 外層は上下最外層のみ, 中間層は上下最外層の次の層各1層ずつ, 内層は中央部分3層となる。ラミナのヤング係数の分布を, これら層ごとに, また集成材種類別に Fig. 3 に示した。これらに正規分布・対数正規分布をあてはめ, その適合度を χ^2 検定で検討した。帰無仮説 H_0 : MOE の分布は正規 (または対数正規) 分布する, 対立仮説 H_1 : H_0 は真ではない, に対して検討し

Table 1. Result of chi-square tests for goodness of fit for MOEs and UTSs.

Distribution types		Normal			Log-normal		
Layers		Outer	Intermediate	Inner	Outer	Intermediate	Inner
MOE	A ^{a)}	○	×	×	×	×	×
	J ^{b)}	×	○	○	×	×	○
UTS	A	○	×	×	×	×	×
	J	○	○	○	×	×	○

^{a)} Lamina sawn from A-GLT. ^{b)} Lamina sawn from J-GLT.

Notes: ×: The null hypothesis can not be rejected at the 1% significance level. ○: The null hypothesis can be rejected at the 1% significance level.

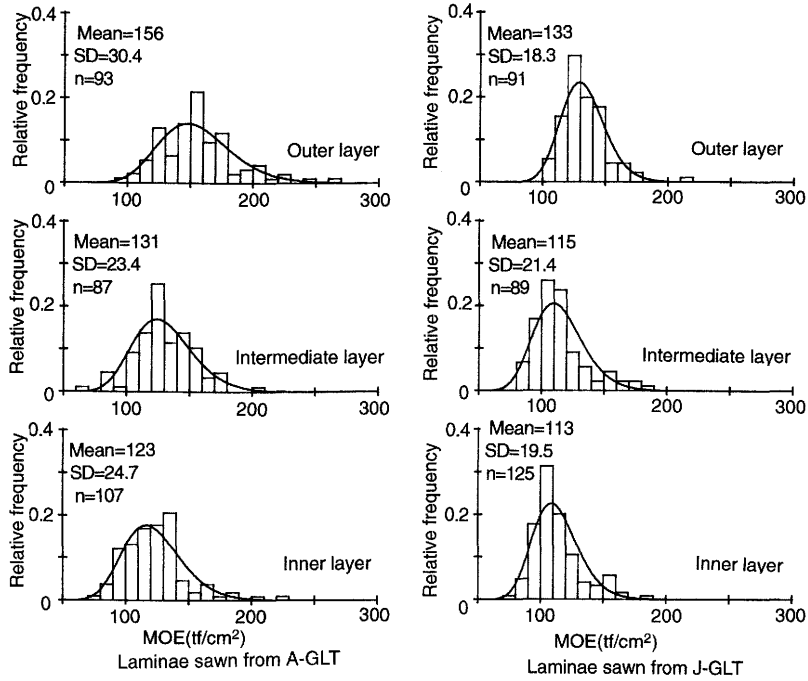


Fig. 3. Distributions of MOE of laminae sawn from glulam beams tested.
 Note: SD=Standard deviation, n=Number of specimes. Curved lines represent fitted distributions (log-normal) to experimental data.

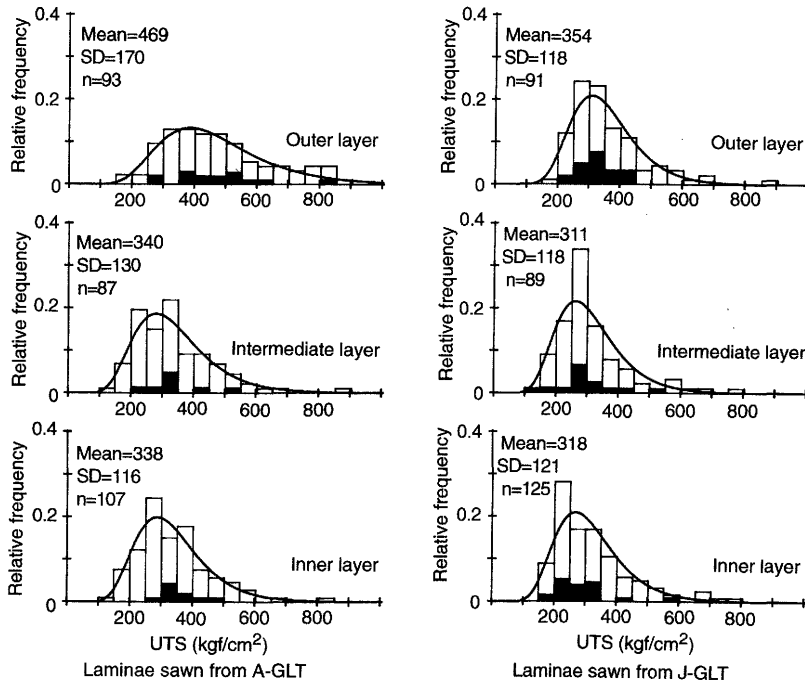


Fig. 4. Distribution of UTSs of laminae sawn from glulam beams tested.

Table 1のような結果を得た。この表は、全体的にみて対数正規分布がよく合っていることを示している。従来より木材のヤング係数の分布には正規分布が用いられることが多いが、この検定では、対数正規分布の方が適合度がよい結果となった。このことはまたカラマツラミナの65000枚以上の数のデータ⁴⁾にもあてはまることを確かめている。以上から、ラミナのヤング係数の分布には対数正規を用いることとした。

4.2 ラミナの引張強さ

ラミナの引張強さの分布を Fig. 4 に示す。これらに正規分布および対数正規分布をあてはめ、その適

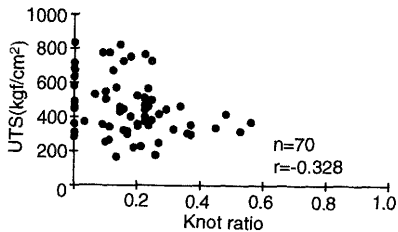


Fig. 5. Relationships between knot ratios and UTSs of laminae sawn from A-GLT (Outer layer).
Note: r = Coefficient of correlation.

合度を検討した (Table 1)。これを見ると対数正規分布は、J-集成材内層以外は仮説が棄却されないことから、引張強さについてもヤング係数同様適用してもよいようである。

引張試験片のうちフィンガージョイントを有しているものは、25% (A-集成材), 23% (J-集成材)であったが、このうちフィンガージョイント部で破壊したものは48% (A-集成材), 81% (J-集成材)であった。これらのヒストグラムを Fig. 4 の黒塗で示す。この図から、フィンガージョイント部で破壊したものの引張強さはヒストグラムのほぼ全域にわたって、また特定の所に偏することなく分布していることが分かる。また Fig. 5 は節径比と引張強さの関係を示したものであるが、両者の相関関係は低い (相関係数-0.328) ことが分かる。以上のことから、フィンガージョイントは材料強度の点から節と同等のものであると判断できる。

4.3 ヤング係数と引張強さの関係

両者の関係に回帰直線をあてはめたものが Fig. 6 である。決定係数は0.150 (J-集成材外層) から、0.486 (A-集成材内層) までかなり広い範囲に及んでいる。

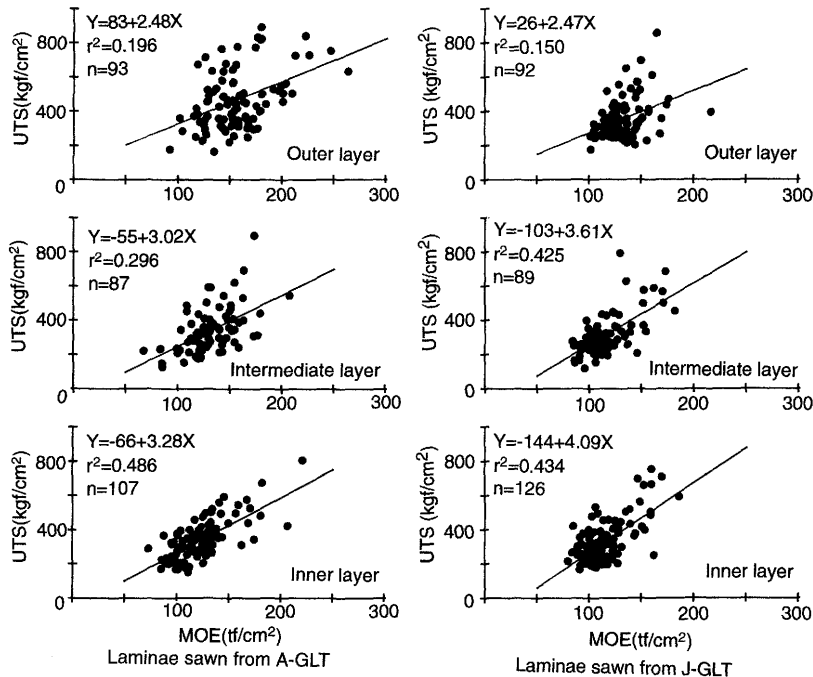


Fig. 6. Relationships between MOEs and UTSs.
Note: r^2 = Coefficient of determination.

4.4 節間隔の分布

4.2で節とフィンガージョイントを区別する必要がないことが分かったので、節と節または節とフィンガージョイントの間隔を測定した。ただし、ここでは10 mm未滿の節は無視している。節間隔(フィンガージョイント部も含む)の分布は外層、中間層それぞれについて求めたが、それらにあまり大きな差がないように思われたので一つにまとめた(Fig. 7, 図中の曲線は対数正規)。検定では対数正規は棄却されたが、ここではモデルの簡便性を考えて他の確率変数と同様の分布であると仮定した。

4.5 計算値と実験値の比較

4.1~4.4で得たラミナの材料特性値にもとづき、式(2)および式(9)を用いて集成材の曲げヤング係数および曲げ破壊係数を、モンテカルロシミュレーションで求めた。シミュレーションは次のような手順で行った。

- 1) 外層2枚, 中間層2枚および内層3枚のラミナについて, それぞれのMOE分布(Fig. 3)からランダムにMOEを割り当てる。
- 2) 引張側ラミナに欠点(節またはフィンガージョイント)の位置を欠点間隔の確率分布(Fig. 7)を用いてランダムに割り当てる。
- 3) 各層のラミナにおいて, 欠点に引張強さの順番をランダムに割り当てる。
- 4) 各欠点にヤング係数を割り当てる。ただし最も強度の低い欠点のヤング係数は1)で割り当てたものとし, それ以外の欠点に割り当てるヤング係数はそれ以上の値とする。
- 5) ヤング係数と引張強さの回帰関係(Fig. 6)を使い, 4)で割り当てたヤング係数に対応して各欠点に引張強さを割り当てる。
- 6) 式(2)および式(9)を用いて集成材のヤング係数と曲げ破壊係数を各層の各欠点について計算する。この時, 梁のモーメント分布を考慮して欠点部のモーメントに応じて曲げ破壊係数を調整する。
- 7) 以上引張側各層で求めた曲げ破壊係数のうちで最も低い値をその集成材の値とする。集成材のヤ

ング係数は1)で割り当てたラミナのヤング係数を用いて計算する。

8) この操作を1)にもとって十分に多数回繰り返し, 集成材のヤング係数および曲げ破壊係数の分布を求める。

ここで, ランダムな抽出には, 電子計算機の乱数(疑似)を利用している。引張強さは, 回帰直線からヤング係数に対応する値を求め, これに確率分布すると考えた標準誤差を加えて求めている。標準誤差の分布形は対数正規とした。ヤング係数の抽出およびそれに対応する引張強さが, 実験で得た値にどの程度適合しているか検討した。Fig. 8はその一例であるが, シミュレーションで用いたヤング係数および引張つよさの分布は, 実験値とよく一致していることを示している。ラミナの引張強さと曲げ破壊係数の比は, 本研究ではラミナ枚数の制限から求めることができなかったため, 既往のデータ^{5,6)}を参考にし, それらのほぼ平均的値と考えられる0.7を採用した。シミュレーションの繰り返し回数は5000回とした。なお, ラミナに節を割り当てないで行った予行計算によると, 引張側5, 6, 7層で破壊する割合はそれぞれ0.001, 0.331, 0.668(A-GLTの場合)であった。5層で破壊する確率は非常に低いことが分かったので以後の計算では6, 7層のみを計算対象とした。このような方法で計算した集成材のヤング係数および曲げ破壊係数の累積頻度曲線を実験値とともに Fig. 9 に示す。なお, ヤング係数はせん断

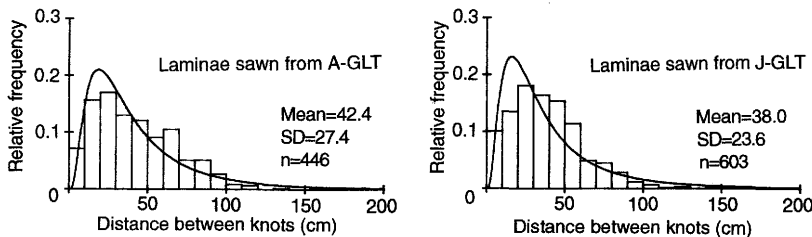


Fig. 7. Distributions of distances between knots.

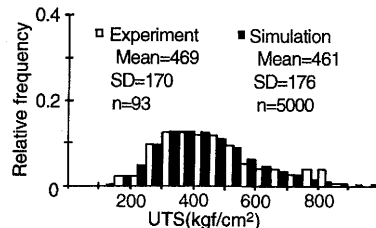


Fig. 8. Comparisons of distributions between simulations and experiments (A-GLT, outer layers).

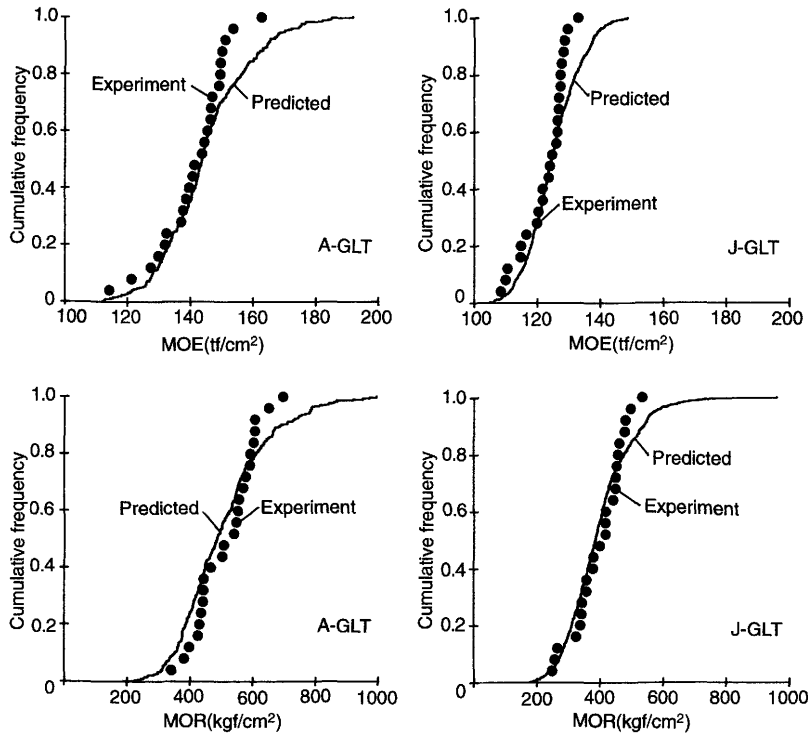


Fig. 9. Comparisons of predicted distributions with experimental values.

たわみの影響を考慮しASTMD198に従って補正してある。このときヤング係数とせん断弾性係数の比は、文献⁷⁾の値を用いた。この図から、ヤング係数の計算値は累積頻度の上部で実験値からやや離れるものの、それ以外のところではよく実験値に一致していることが分かる。曲げ破壊係数については、計算値は実験値によく合っていることが読み取れる。ここで実験値はシミュレーションで求めた分布から得られたものであるかどうかをKolmogorov-Smirnov検定(KS検定)で検討してみる。この検定は、「実験値はシミュレーションで予測した母集団からランダムに得られたものである」という帰無仮説について行うものである。ヤング係数の検定結果は、A-集成材15%、J-集成材5%の危険率で仮説は棄却されるというものであった。曲げ破壊係数の棄却レベルはA、J-集成材とも20%以上であった。つまり、本報の曲げ破壊係数を求める一連の手続きを妥当とする仮説を否定することは、20%以上の危険率が伴うということ、ここではそれを否定する積極的理由はないという言明を考えてよいであろう。

平均値と5%下限値について、シミュレーションと実験値を比較しTable 2にまとめた。ただし実験値から推測した5%下限値は、信頼度75%の95%下

Table 2. Ratio of predicted value to experimental one.

MOE or MOR	MOEs		MORs	
	A ^{a)}	J ^{b)}	A	J
Mean	1.03	1.02	0.98	1.00
5%-ile	1.02	1.02	0.87	0.96

^{a)}^{b)} Refer to Table 1.

側許容限界である。シミュレーションから得られる推測値は、ヤング係数ではやや大きめの値であるが、曲げ破壊係数では下側であり、満足のいくものであるといえる。

5. 結 論

強度モデルおよび確率モデルを用い、ラミナの確率的材料強度特性値にもとづいて集成材のヤング係数と曲げ破壊係数の分布を求める一連の手続きについて、実験で検証し、次の結論を得た。

- 1) ラミナのヤング係数および引張強さの分布には、対数正規が当てはまる。
- 2) ラミナのヤング係数の分布および集成材の相当曲げ剛性計算式を用い、モンテカルロシミュレーションで計算した集成材の曲げヤング係数は、実験

値によく一致した。

3) ラミナの節間隔の分布、ヤング係数と引張強さの回帰関係および集成材曲げ破壊係数計算式を用いモンテカルロシミュレーションで計算した集成材の曲げ破壊係数は、実験値によく適合した。

6. おわりに

本報で用いたモデルの有効性が明らかになったことから、これを応用してラミナの強度データから集成材の強度分布を求めることが可能になったといえる。またより信頼性の高い集成材を製造するにはラミナのブルーロードが必須であると考えるが、本報のモデルで集成材強度とブルーロードレベルとを結び付けることができるようになった。本報の成果が集成材の発展に寄与することを望むものである。

謝 辞

本研究の遂行に当たり、多大の御協力をいただいた静岡県林業技術センター池田潔彦氏に感謝いたします。

文 献

- 1) Komatsu, K.; Kawamoto, N.: Proceedings of the International Council for Building Research Studies and Documentation W-18 Timber Structures, Parksville, 1988, p. 1-13.
- 2) 林 知行: 木材学会誌, 37(10), 904-911 (1991).
- 3) Stone, M. F.: Proceedings of the International Council for Building Research Studies and Documentation W-18 Timber Structures, Lisbon, 1990, p. 1-4.
- 4) 橋爪丈夫ほか3名: 第43回日本木材学会大会研究発表要旨集, 盛岡, 1993, p. 312.
- 5) Rieberholt, H.: Proceedings of the International Council for Building Research Studies and Documentation W-18 Timber Structures, Lisbon, 1990, p. 1-5.
- 6) 西内 豊, 島田常郎: 高知県工業技術センター研究報告, No. 22, 108-110 (1991).
- 7) Wood Handbook: U.S. Government Printing Office, 1987, p. 4-6.