

ベーン形圧縮機のロータ端面すきまにおける漏れ流れの解析*

福田 充宏^{*1}, 柳沢 正^{*1}, 清水 孝^{*1}Analysis of Leakage Flow through Clearance on Rotor Face
in Vane Compressors

Mitsuhiro FUKUTA, Tadashi YANAGISAWA and Takashi SHIMIZU

The performance of compressors used for automotive air conditioners is affected greatly by leakage which flows through a clearance between a rotor face and a sideplate. There are some studies which analyze distributions of pressure and velocity on the rotor face under a certain boundary pressure distribution on the rotor circumference. In this study we analyzed the leakage flow through the clearance on the rotor face by using a more realistic boundary condition which considers that pressure on the rotor circumference changes periodically with rotation of the rotor. Because of less influence of inertial force than that of viscous force, the pressure and velocity distribution at each moment can be evaluated under a quasi-steady condition with an instantaneous pressure distribution on the rotor circumference. On the other hand, the average flow field on the rotor face must be analyzed under a boundary condition that pressure at each angular position on the rotor circumference is equal to the time average of pressure in a compression chamber which is facing that position.

Key Words: Compressor, Air Conditioning, Boundary Condition, Pressure Distribution, Velocity Distribution, Vane Compressor, Leakage Flow, Fourier Series

1. 緒 言

近年, カーエアコン用冷凍サイクルには小形で軽量のベーン形圧縮機が広く用いられるようになってきた。このベーン形圧縮機内部のしゅう動すきまでは冷媒および潤滑油の漏れ流れが発生しており, 特にロータ端面とサイドプレート間における漏れ流れは性能に対して大きな影響のあることが報告されている⁽¹⁾。このロータ端面すきまにおける漏れ流れに対しては, 現在までにナビエ・ストークスの式に基づいた摂動法による解析⁽²⁾や数値計算による解析例^{(3)~(6)}がある。しかしこれらの解析では, ロータ外周の境界条件としてある特定の圧力分布を与えた場合の結果しか示されておらず, ロータ外周の圧力が周期的に変化する実際の圧縮機内での漏れ流れに対する検討は不十分である。そこで本研究では Beinら⁽²⁾のフーリエ級数を用いた解析の適用範囲を検討し, 瞬間的な圧力分布や速度分布について解析を行うとともに, 平均的な流れ場を計算する場合のロータ外周の境界条件の与え方について考察する。

2. 理論解析

本研究において対象としたカーエアコン用ベーン形圧縮機のシリンダ部の概要と, ロータ端面とサイドプレート間のすきま流れの解析モデルを図1に示す。ロータ端面における流れ場は固定円板と角速度 ω の回転円板間のすきま流れであり, ロータ外周は圧縮室に面しているために周方向に圧力分布を持ち, しかもそれが周期的に変化する。このロータ端面すきまにおける漏れ流れを解析するに当たり, 以下の仮定をおく。

(1) すきま高さ h は一定であり, すきま内は密度

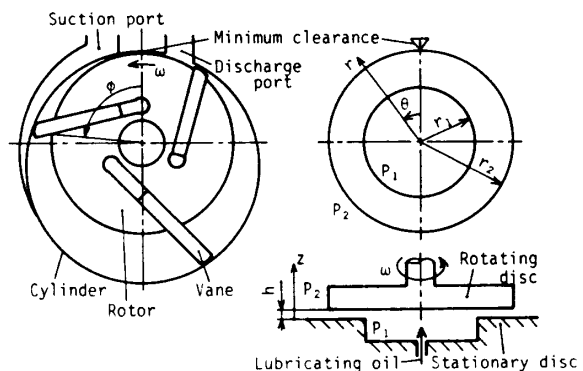


図1 シリンダ部の概要と解析モデル

* 平成3年10月26日 山梨地方講演会において講演, 原稿受付 平成3年7月4日。

*¹ 正員, 静岡大学工学部 (〒432 浜松市城北3-5-1)。

と粘度が一定の潤滑油で満たされている。

(2) すきま高さ方向の圧力分布は均一であり、すきま高さ方向の流速は零である。

(3) ロータ端面すきまの内周に設けられている潤滑油供給用溝内における圧力は一定である。

仮定(3)より潤滑油供給溝(半径 r_1)からロータ外周(半径 r_2)までの端面すきまにおける流れ場を解析の対象とする。

2・1 圧力分布 今回対象としたロータ端面漏れ流れのようにすきまに対して流れ場が十分大きな場合には、半径方向と接線方向に対するナビエ・ストークスの式はそれぞれ次式で表される⁽⁷⁾。

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \quad (2)$$

ここで P は圧力、 t は時間、 r は半径、 ρ は潤滑油の密度、 ν は潤滑油の動粘度、 z はすきま高さ方向座標、 v_r 、 v_θ はそれぞれ半径方向と接線方向の流速を示す。また θ は角度であり、最小すきま部を基準としたロータ端面上での位置を示す。慣性項、遠心項、コリオリの項が無視できるとすると、式(1)、(2)はそれぞれ

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \mu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = \mu \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \quad (4)$$

となる。ここで μ は潤滑油の粘度である。仮定(2)より $\partial P/\partial r$ と $\partial P/\partial \theta$ は z 方向に無関係であるから、式(3)、(4)をそれぞれ z 方向に2回積分し、境界条件

$$v_r = 0, v_\theta = 0 \quad (\text{at } z=0) \quad (5)$$

$$v_r = 0, v_\theta = r\omega \quad (\text{at } z=h) \quad (6)$$

を考慮すれば次式が得られる。

$$v_r = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial r} (z^2 - hz) \quad (7)$$

$$v_\theta = \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial P}{\partial \theta} (z^2 - hz) + \frac{z}{h} r\omega \quad (8)$$

一方、連続の式は次式で表される。

$$\frac{\partial}{\partial r} (rv_r) + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (9)$$

式(7)、(8)を式(9)に代入すれば以下のようなラプラス方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = 0 \quad (10)$$

今回の解析場のような円環のディリクレ問題に対するラプラス方程式の解は次式で与えられる⁽²⁾⁽⁸⁾。

$$P = a_0 + b_0 \log r + \sum_n \{ (a_n r^n + b_n r^{-n}) \cos n\theta + (c_n r^n + d_n r^{-n}) \sin n\theta \} \quad (11)$$

式(11)の各係数は内周および外周の境界圧力条件を満足するように決定される。内周(半径 r_1)の境界圧力 P_1 は仮定(3)より一定であり($P_1 = P_0$ とする)、外周(半径 r_2)の境界圧力 P_2 は円周方向に圧力分布を持っており、次式のようなフーリエ級数で与えることができる。

$$P_2 = A_0 + \sum_n (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \quad (12)$$

ここで式(12)の係数は、さまざまな境界条件に対応できるように離散的な境界条件をフーリエ近似⁽⁹⁾して与える。内周と外周の境界条件を式(11)に代入して整理すると次式が得られる。

$$P = a_0 + b_0 \log r + \sum_n (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \times \frac{(r/r_1)^n - (r_1/r)^n}{(r_2/r_1)^n - (r_1/r_2)^n} \quad (13)$$

ここで

$$a_0 = \frac{A_0 \log r_1 - P_0 \log r_2}{\log(r_1/r_2)}$$

$$b_0 = \frac{P_0 - A_0}{\log(r_1/r_2)}$$

2・2 流速分布 点(r, θ)におけるすきま高さ方向に平均した流速は、式(7)および式(8)より次式で与えられる。

$$\bar{v}_r = \frac{1}{h} \int_0^h v_r dz = -\frac{1}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial r} h^2 \quad (14)$$

$$\bar{v}_\theta = \frac{1}{h} \int_0^h v_\theta dz = -\frac{1}{12\mu r} \frac{\partial P}{\partial \theta} h^2 + \frac{1}{2} r\omega \quad (15)$$

ここで圧力こう配は式(13)より次のように与えられる。

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{b_0}{r} + \sum_n (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \times \frac{(n/r) \{ (r/r_1)^n + (r_1/r)^n \}}{(r_2/r_1)^n - (r_1/r_2)^n} \quad (16)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = \sum_n n (-A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta) \times \frac{(r/r_1)^n - (r_1/r)^n}{(r_2/r_1)^n - (r_1/r_2)^n} \quad (17)$$

一般にフーリエ級数による近似関数の微分はもとの関数の正しい微係数を示しているとは言えないが、これについては結果のところで検討する。

2・3 冷媒ガス流れの境界線 最小すきま部において、高压側の圧縮室の冷媒ガスがロータ端面を通過して低压の吸込室内に流入すると、圧縮機の性能が低下する。そのため、ロータ端面において冷媒ガスの流れる領域を明らかにする必要がある。文献(4)によれば、

潤滑油単相の流れ場においてロータ外周で内向きの流速を持つ流体粒子の流線群によってガス領域を近似しても実用上は十分であり、本研究では2・1、2・2節の解析を適用して定常的な流れ場におけるガス領域を求める。ロータ外周において内向きの流速を持つ流体粒子の流線群のうちで最も内側の流線がガス領域の境界となり、最も内側を流れる流体粒子の位置を (r_b, θ_b) とすると、その流線はロータ端面に入り込んだ位置を初期値として、次式をルンゲ・クッタ法により解いて得られる。

$$\left. \begin{aligned} dr_b/dt &= \overline{v_r} \\ d\theta_b/dt &= \overline{v_\theta}/r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

3. ロータ外周の圧力分布

本研究ではロータの回転に伴って変化するロータ端面の流れ場に対し、瞬間的な流れ場と時間的に平均した流れ場の両者について検討する。それぞれの流れ場は、ロータ外周の境界条件にロータの回転に対応した瞬間的な圧力分布を与えるか、または時間的に平均した圧力分布を与えるかによって解析できる。以下にそれぞれの圧力条件の与え方を示す。また計算に用いるベーン形圧縮機の諸元と解析条件を表1に示す。

3・1 圧縮室内体積と圧力変化 ロータ外周は圧縮室に接しているため、ロータ外周の境界圧力条件を与えるに当たり、ロータの回転に伴う圧縮室内の圧力変化を考慮する必要がある。図1に示すように最小すきま部からのベーン(ロータ)の回転角を ϕ とし、その位置のベーンに先行する圧縮室の体積 V の変化と圧力 P の変化を図2に示す。図2において圧縮室内の体積は幾何学的に求めたものである。また圧縮室内圧力は、圧縮室体積が最大となる位置までは吸込圧力であり、圧縮開始後は一定の比熱比 $\gamma(=1.16)$ で断熱圧縮され、圧力が吐出し圧力に達した後は過圧縮はなく一定圧力としている。また図2には示していないが最小すきまとベーンにより形成される吸込室の圧力は常に吸込圧力とする。

表 1 圧縮機諸元および解析条件

Number of vane		3	
Cylinder radius	r_c	36.3	mm
Rotor radius	r_2	28.8	mm
Oil groove radius	r_1	20.0	mm
Gap height	h	30.0	μm
Suction pressure	P_s	0.309	MPa
Discharge pressure	P_d	1.52	MPa
Oil supply pressure	P_b	1.06	MPa
Oil viscosity	μ	0.005	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
Rotational speed	N	2000	rpm

3・2 瞬間的な圧力分布 ロータの回転に対応した瞬間の流れ場を解析するために、ロータ外周の境界条件としてロータ回転角に対応した瞬間の圧力分布を与える(以下境界条件1と称す)。圧縮機にはベーンが3枚あり、圧縮室は $2\pi/3$ [rad]ごとに形成されるため、ロータ回転角が ϕ の瞬間に形成されている各圧縮室の圧力は、図2における角度 $\phi, \phi+2\pi/3, \phi+4\pi/3$ [rad]における圧力となっている(ただし吸込室は常に吸込圧力である)。ロータ外周はこれらの圧縮室に接しており、図3にロータ回転角 ϕ が $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ [rad]の場合のロータ外周の瞬間的な圧力分布を示す。ここでベーンの厚さに相当する部分では圧力が直線的に変化すると仮定し、また最小すきま前後 $0.17\text{ rad}(10^\circ)$ の範囲において圧力が直線的に変化すると仮定した。

3・3 時間平均圧力分布 ロータの回転に伴って変化するロータ端面の流れ場に対して時間的に平均した流れ場を解析するために、ロータ外周の境界圧力条件として平均圧力分布を与える。ロータ外周はロータの回転角に対応して図3に示したような圧力に面しており、ロータ外周上の各位置 θ において1周期分の圧力を平均したものを境界条件2として図4に実線で示す。一方文献(3)や文献(5)においては図4中の破線で示すような直線圧力分布がロータ外周の境界圧力条

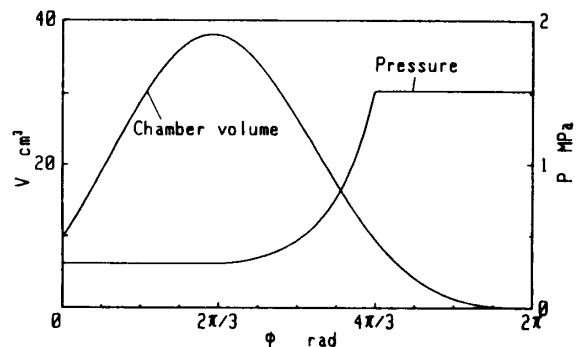


図 2 ロータ回転角と圧縮室内の体積・圧力変化

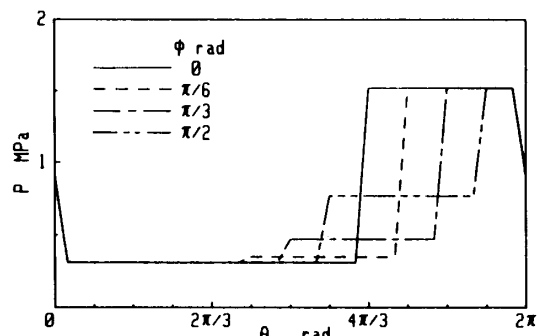


図 3 ロータ外周の瞬間圧力分布(境界条件1)

件として用いられている。図4中の破線はロータ端面上の位置 θ が零から $2\pi/3$ [rad]の間は吸込圧力、 $4\pi/3$ [rad]から 2π [rad]の間は吐出し圧力であるとし(最小すきま部前後 0.17 radは除く)、その間を直線補間したものであり、これを境界条件3として境界条件2の場合と比較する。

4. 結果および検討

4.1 フーリエ近似関数の微係数 まず2.2節で触れたフーリエ級数における微係数の正確さについて、図3中に示したロータ回転角 $\phi=\pi/2$ [rad]のときのロータ外周上の圧力分布に対応した円周方向の圧力こう配を例にとって検討する。図5は境界条件として与えた圧力分布の厳密な微係数と、式(17)によって計算されるフーリエ近似関数の微係数を示しており、ここではロータ外周上の圧力のサンプリング点を360点とし、近似の次数を180次と120次にした場合について示している。図5より、フーリエ級数の微分によって得られる微係数は微係数が急激に変化する点の近傍でやや振幅を持つが、全体的にはほぼ正しい値を示しており、近似の次数をやや小さくして高周波成分をなくせばこの振幅も小さくなることわかる。近似の次数が小さすぎたりサンプリング数が少ない場合には微係数の誤差が大きくなることや、圧力分布がもっと滑らかな場合には近似の次数が小さくても微係数の誤差は小さくなることなど、サンプリング数と近似の次数に注意する必要があるが、いずれにしてもフーリエ近似関数の微係数の誤差による流速の誤差は式(15)の右辺第2項に比べて小さく、また流速を積分して流量を求める場合にはこの微係数の誤差は打ち消されるため、実用上はフーリエ級数の微係数を使用して流速を求めても十分と考えられる。また圧力分布や流速分布がフーリエ級数の形で得られれば、さまざまな圧力分布に対する圧力の作用中心や任意のロータ位置における流量などもフーリエ級数の形で求められ、非常に有

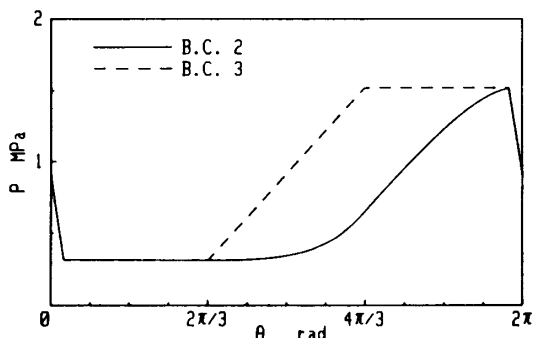


図4 ロータ外周の平均圧力分布(境界条件2・3)

用となる。なお、以下の解析には境界条件のサンプリング点を360点とし、120次のフーリエ近似を用いた。

4.2 瞬間的な圧力・速度分布 図6(a)~(d)に境界条件1(図3, ロータ回転角 $\phi=0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ [rad])に対応したロータ端面の圧力分布と流速分布を示す。ここで流速分布は2.2節で示したすきま高さ方向に平均した流速で示している。図6中において ∇ 印は最小すきま部、]印はベーン位置を示し、ロータの回転とともに高圧の部分が移動し、それに伴って流速の分布が変化する様子を示している。図6よりロータの外周上では圧力の低い部分が多く、ロータ端面から外部へ流出する流れの多いことや、最小すきま部において高圧の作動流体がロータ端面を通して低圧の吸込室へ流入していることがわかる。

ここで図6に示した圧力・流速分布は図3に示した境界条件を与えた場合の定常的な流れ場であり、すきま内の流体の慣性力が無視できるほど小さい場合に、これをロータの回転に伴う瞬間的な流れ場とみなすことができる。そこでロータ回転角 $\phi=\pi/2$ [rad]のときのロータ外周のすきま高さの中央における流体に着目し、式(1)における半径方向の慣性力の非定常項(左辺第1項)と対流項(左辺第2, 第3項)の相対的な大きさを図7に示す。図7(a)はロータ外周のすきま高さの中央における半径方向の流速、図7(b)は回転角 $\phi=\pi/2$ [rad]の微小時間前後の流速を用いて計算した慣性力の非定常項、図7(c)は式(7), (8)および式(13)より解析的に求めた慣性力の対流項である。ここで非定常項および対流項はそれぞれ式(1)における粘性項(右辺第2項)のロータ外周全周における平均値を用いて無次元化して示している。この図7より、半径

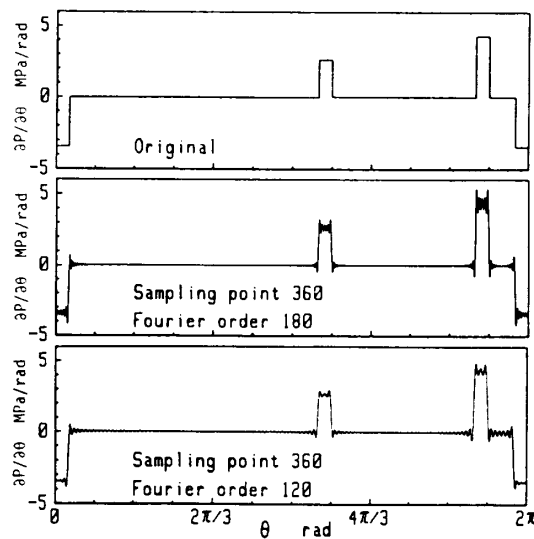


図5 フーリエ近似関数の微係数($\phi=\pi/2$ [rad])

方向流速はベーン部($\theta=7\pi/6, 11\pi/6$ [rad])や最小すきま部($\theta=0$ rad)において鋭いピークを示しており、その位置で慣性力も大きいことがわかる。したがって実際には、図7(a)のピークを示している部分の流速は慣性力の影響によりもっと小さくなることが予想される。しかし全体的には慣性力の大きな部分は局所的であり、ロータ端面全体における流れを把握したりロータ端面から圧縮室へ出入りする流量を求めることに

対する影響は少ないと考えられる。圧縮機の回転数やロータ端面のすきま高さが非常に大きな場合には慣性力も大きくなるが、回転数を5000 rpm、すきま高さを50 μm とした場合でも、局所的に慣性力の大きな部分以外での慣性力の大きさは粘性力に対して5%程度であり、瞬間の流れ場を解析する場合にはロータの回転に伴う圧力変化に対して慣性力を無視した準静的な取扱いをしても差し支えない。また回転数を5000 rpm、すきま高さを50 μm とした場合の遠心力の大きさは粘性力の3%程度であり、遠心力も慣性力と同様に無視できる。

4.3 平均の圧力・速度分布

ロータの回転に対して時間的に平均した流れ場を解析するにあたり、境界条件2(図4実線)を与えた場合と境界条件3(図4破線)を与えた場合の違いを比較する。図8と図9はそれぞれの境界条件に対するロータ端面の圧力分布とすきま高さ方向に平均した流速分布を示す。ロータ外周の境界条件として圧縮室内の瞬間的な圧力の平均を与えた境界条件2では、ロータ外周上で低圧の部分が多いため外向きの流速を示している部分が多く、ロータ端面から外部へ流出する潤滑油の量が多いことが示唆されるが、境界条件3ではロータ外周上で高圧の部分が多いため内向きの流速を示している部分が多くなっている。ここで式(14)の半径方向の流速をロータの外周全周にわたって積分してロータ外周より流出する全流量を求めると、境界条件2の場合3.40 cm^3/s 、境界条件3の場合1.16 cm^3/s であり、境界条件により流量は大きく異なる。ロータの回転に伴う各瞬間の流量を求めてそれを平均すると境界条件2の場合の流

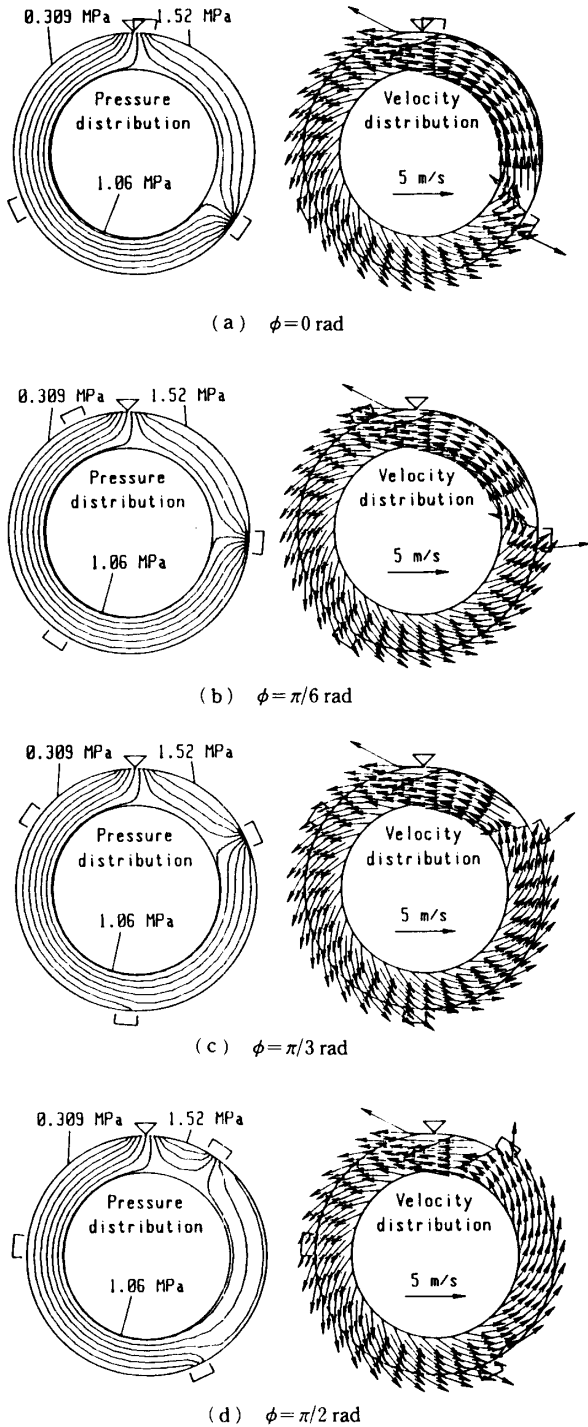


図6 瞬間の圧力・速度分布(境界条件1)

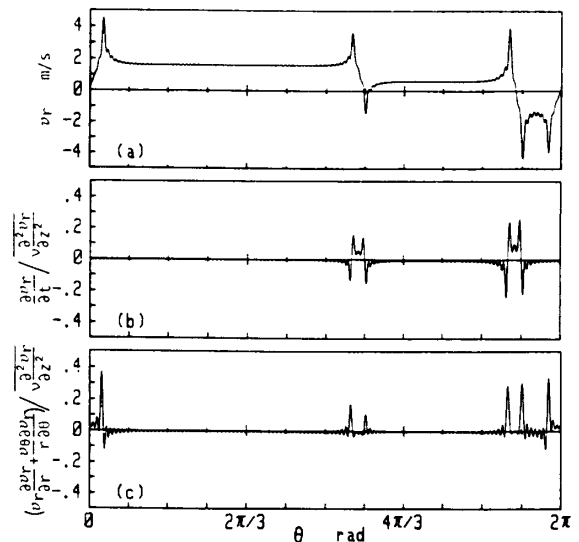


図7 粘性項に対する慣性項の大きさ ($\phi=\pi/2$ [rad], $z=h/2$)

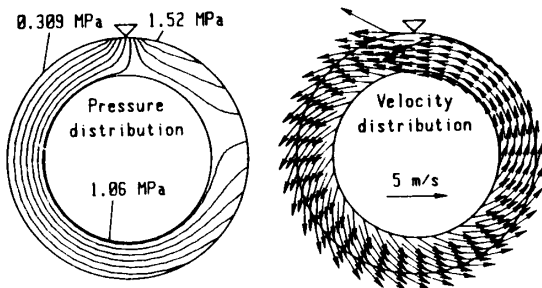


図 8 平均圧力・速度分布(境界条件 2)

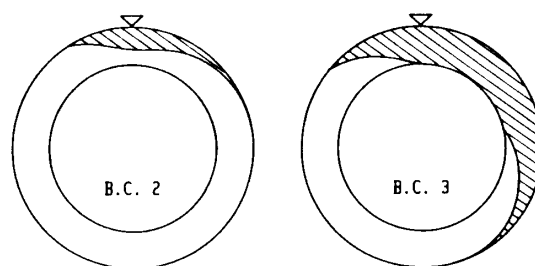


図 10 ガス流れの領域

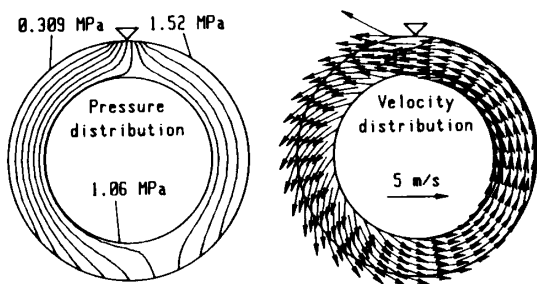


図 9 平均圧力・速度分布(境界条件 3)

量に一致し、平均流量を予測する場合にもロータ外周の時間平均圧力分布を境界条件として与えればよいことがわかる。さらに境界条件 2, 3 について、ガス領域の境界線を式(18)で計算し、ガス領域をハッチングしたものを図 10 に示す。境界条件 3 の場合にはガスが内周の潤滑油供給溝にまで達してしまうという結果となり、性能に大きな影響をおよぼすガス漏れの領域の見積もりは境界条件の与え方によって大きく異なる。したがって境界条件の与え方には注意を払う必要があり、ロータ端面の平均的な流れ場を考える場合には、図 4 中の実線のような圧縮室内の瞬間圧力を時間平均した圧力分布を境界条件に与えるほうが好ましいといえる。なお今後ロータ端面の可視化によるモデル実験により、解析結果と実験結果の比較を行う予定である。

5. 結 言

カーエアコン用のペーン形圧縮機のロータ端面すき

まにおける漏れ流れについて粘性流体理論に基づいた解析を行い、フーリエ級数を用いて圧力分布や速度分布を求めた結果、以下の結論を得た。

(1) ロータ外周上の境界圧力条件をフーリエ近似関数で与える場合、サンプリング数と近似の次数を適切に選べばフーリエ級数の微係数を用いて流速分布を求めても実用上は十分である。

(2) 流体の慣性力はペーンが通過する部分と最小すきま部をのぞいて十分小さく、ロータの回転に対して瞬間的な流れ場も準静的であるとして解析できる。

(3) 平均的な流れ場を解析する場合にはロータ外周の境界条件として圧縮室内の圧力変化を考慮した時間平均圧力分布を与える必要があり、これは過去の研究で用いられている圧力分布とは異なっている。

終わりに臨み、本研究を行うにあたり有益な助言を与えて下さったスズキ(株) 田中守氏に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 例えば、本田・ほか 4 名、機論, 57-534, B(1991), 564.
- (2) Bein, M., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, 98-2(1976), 217.
- (3) Hirano, T., ほか 2 名, *Proc. PURDUE Compr. Tech. Conf.*, (1982), 305.
- (4) 萩本・ほか 4 名, 三菱重工技報, 23-2(1986), 160.
- (5) 本田・ほか 5 名, 機論, 55-512, B(1989), 1164.
- (6) 本田・ほか 3 名, 機論, 56-526, B(1990), 1607.
- (7) 豊倉・亀本, 流体力学, (1976), 206, 実教出版.
- (8) スタンリー・ファーロウ(伊理訳), 偏微分方程式, (1983), 274, 啓学出版.
- (9) 赤坂, 数値計算, (1967), 87, コロナ社.