

## シミュレーションによる繊維飽和点以上の木材中における応力波伝播速度の検討\*<sup>1</sup>

祖父江信夫\*<sup>2</sup>

### Simulation Study on Stress Wave Velocity in Wood above Fiber Saturation Point\*<sup>1</sup>

Nobuo SOBUE\*<sup>2</sup>

In the stress wave propagation method, a Young's modulus above the fiber saturation point, calculated from a stress wave velocity and a density, increases with increases of moisture content. The calculated dynamic modulus contradicts the physical meaning of the Young's modulus of wood. In this paper, a simulation study on the effects of free water in cells above the fiber saturation point, on stress wave velocity and a dynamic Young's modulus is made.

Above the fiber saturation point, the mobility of free water,  $k$ , is defined as a ratio of the weight of free water, which moves in the same phase as wood cell-walls, to the weight of total free water. An effective density which works to generate a dynamic force,  $\rho_{eff}$ , in Equation (16), also is defined. A true Young's modulus is introduced from the mobility of free water and the effective density as the same vibration equation in a homogeneous elastic body. The stress wave velocity decreases gradually with increases of moisture content, and the effects of the mobility of free water on the stress wave velocity is large with the small mobility of free water.

From a comparison between the introduced formulae and experimental results, the mobility of free water is estimated to be  $k=0.78$  at 200 kHz and  $k=0.12$  at 1 MHz. Namely, free water which is left from the vibration of wood cell-walls increases with increases of vibration frequency. The dynamic Young's modulus is shown to be constant at above the fiber saturation point as in the case of static Young's modulus.

*Keywords* : stress wave propagation, above fiber saturation point, dynamic Young's modulus, effective density, free-water mobility.

応力波伝播法では、繊維飽和点以上において伝播速度と密度から計算されるヤング係数が含水率の増加につれて増加し、計算されるヤング係数の物理的な意味が不明確である。本研究では繊維飽和点以上における応力波の伝播速度とそれから計算されるヤング係数について、自由水の挙動と関係づけてシミュレーションによる検討を行った。

繊維飽和点以上の含水率で木材が高速で振動するとき、全自由水に対する木材実質と同相で運動できる自由水の割合を“自由水の運動効率： $k$ ”と定義し、振動力の発生に寄与する有効密度  $\rho_{eff}$  の考え方をを用いることにより、応力波の伝播速度、動的ヤング係数および有効密度の関係を弾性体の速度式と同様に表すことができた。また、応力波伝播法においても、有効密度  $\rho_{eff}$  と実測の伝播速度を用いれば繊維飽和点以上で静的ヤング係数と力学的な対応のつく動的ヤング係数を求められることが示された。超音波の伝播速度に関する既報の実験結果から自由水の運動効率  $k$  を求めたところ200 kHzでは約0.78, 1 MHzでは0.12となり、応力波の周波数の増加につれて自由水の運動効率が低下し、木材の運動に追従できない自由水の割合が増加することが示された。

#### 1. 緒 言

\*<sup>1</sup> Received September 21, 1992.

\*<sup>2</sup> 静岡大学農学部 Faculty of Agriculture, Shizuoka University, Ohya, Shizuoka 422

最近、木材を打撃した際に発生する応力波の伝播速度によって立木や丸太などの材質を評価する試み

が行われている。気乾状態の木材では、応力波の伝播速度と密度から算出されるヤング係数と静的方法や縦共振法によって得られるヤング係数とはほぼ一致する。しかし、応力波伝播法では繊維飽和点以上において計算されるヤング係数が含水率の増加につれて増加し、応力波伝播法によるヤング係数の物理的な解釈に苦慮することになっている。このことが応力波伝播法による生材状態の製材や丸太のヤング係数の評価を行う際の問題点で、解決を急ぐべき課題となっている。

繊維飽和点以上における木材中の応力波伝播速度に関する知見とそれから計算されるヤング係数の問題点は次のように要約される。

(1) 応力波の伝播速度は、繊維飽和点を越えても徐々に遅くなる傾向を示す。この傾向は比較的古くから指摘されており、Gerhards は<sup>1)</sup> 打撃による応力波の伝播速度を含水率15~150%の範囲で測定し、この現象を報告している。最近では、さらに周波数の高い超音波の伝播速度にも同様な傾向がみられることが南沢ら<sup>2)</sup>、酒井ら<sup>3)</sup>、小玉<sup>4)</sup> によって報告されている。また、名波ら<sup>5)</sup> はスギ丸太を打撃した場合にも同様な傾向がみられることを報告している。

(2) 振動の減衰は、繊維飽和点付近を越えると急激に増大し、その後も徐々に増加を示す。この現象は、酒井ら<sup>3)</sup>、小玉<sup>4)</sup> によって超音波の伝播で確認されている。

(3) 応力波の伝播速度から計算されるヤング係数は繊維飽和点付近を越えると徐々に増大する。応力と変形の比として定義される静的ヤング係数の物理的意味から考えると、自由水は応力分担をしないので、ヤング係数が繊維飽和点付近を越えると徐々に増大することは理解しにくい。Gerhards は<sup>1)</sup> 最初にこの現象を報告し、その後、酒井ら<sup>2)</sup> は超音波領域でも同様な現象が起こることを報告している。また、名波らは<sup>5)</sup> スギ丸太における同様な現象を報告している。

水は粘弾性挙動を示す。したがって、応力波の伝播のように動的現象では、繊維飽和点以上で細胞孔に存在する自由水は刺激の速さ(周波数)によって異なった挙動を示すことが考えられる。そこで、本研究では繊維飽和点以上における応力波の伝播速度とそれから計算されるヤング係数の物理的解釈について、自由水の挙動と関係づけてシミュレーションによる検討を行った。

## 2. 理論と考察

応力波伝播法によるヤング係数  $E$  の決定は、(1)式

によってなされる<sup>6)</sup>。

$$E = \rho c^2 \quad (1)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $c$  は応力波の伝播速度である。

従来、含水率が繊維飽和点を越えて木材細胞孔に自由水が存在するようになった場合にも、便宜的に(1)式を用いる場合が多い。

### 2.1 振動方程式と応力波の伝播速度

ここで、(1)式の誘導について考えてみる必要がある。振動方程式を誘導するには、まず材料内部に静的な力が作用する場合の力の釣り合い方程式をたて、次に刺激となる静的な力を慣性力に置き換えること(ダランベールの原理)が一般に行われる<sup>6)</sup>。いま、Fig. 1 のような細長い様な棒の微小要素の力の釣り合いを考える。

棒の任意断面  $mn$  におけるひずみ  $\varepsilon$  と引張力  $S$  は、断面積を  $A$ 、変位を  $u$  とすると次式で表される。

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad S = AE \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

また、 $m_1n_1$  断面では、引張力は次式となる。

$$S + dS = AE \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \right) \quad (3)$$

一方、微小要素  $mnm_1n_1$  部分の慣性力  $F$  は、次式で表される。

$$F = -M \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = -\rho A dx \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \quad (4)$$

ただし、 $M$  は微小要素の質量である。

ここで、ダランベールの原理を適用すると縦振動の方程式が得られる。

$$-\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx + AE \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx = 0 \quad (5)$$

これを整理すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6)$$

ここで、

$$c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (7)$$

の関係が導かれ、 $\rho$  は密度、 $c$  は縦波の伝播速度<sup>6)</sup>と

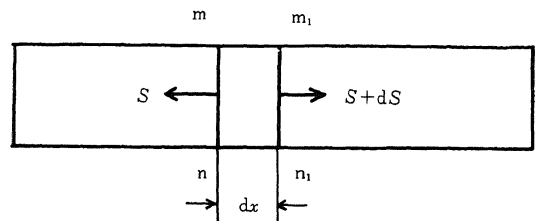


Fig. 1. Stress induced in an elastic bar.

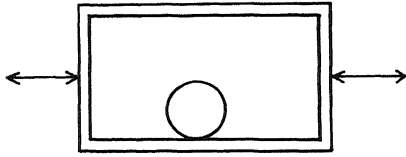


Fig. 2. A completely-free ball in element.

なる。

この方程式の誘導の過程からわかるように、密度  $\rho$  は微小要素  $mn_1n_1$  部分の慣性力に関係する。すなわち、慣性力は振動する微小要素の質量と加速度の積となり、このとき微小要素中の全ての質量が同位相で運動することを前提としていることに注意しなければならない。

つぎに、Fig. 2 に示すような箱の中で自由に転がり、摩擦力を生じない玉が入った微小要素の場合について考えてみる。この場合、箱が急に動いたとき玉と箱との間には摩擦力がないので、慣性の法則にしたがって箱の中の玉は静止した状態を保とうとし、玉と箱は相対的に逆位相で運動する。したがって、玉の質量は要素の慣性力を生じるためには働かない。繊維飽和点以上の木材の振動では、これに近い現象が起こることが考えられる。

2.2 自由水の挙動と応力波の伝播速度

繊維飽和点を越えた木材の細胞中に存在する水分には、結合水と自由水がある。前者はセルロースなどの細胞壁の物質と結合しているので木材実質の振動と同位相で振動し得る。しかし、細胞孔に存在する自由水は、結合水のような木材実質との結合力が作用しないので、木材実質が高速で振動するとその振動に追従することができずに取り残され、自由水と木材実質は逆位相の運動をすることが考えられる。すなわち、自由水は上の例に示した摩擦のない玉のように、振動によって要素の慣性力を生じさせる質量としては働かないことが予想される。

自由水が木材実質と逆位相で運動することは、繊維飽和点以上で振動損失が急激に増大すること<sup>3,4)</sup>からも推測される。すなわち、木材実質と自由水が逆位相で運動することにより、細胞孔の表面と自由水との間の摩擦によってエネルギー損失が生じると考えられるからである。

自由水の質量を含んだ木材の密度  $\rho$  を用いた場合のヤング係数  $E$  は(8)式のように表される。ただし、要素の全質量を  $m$ 、全乾状態の要素の質量を  $m_d$ 、要素中の結合水の質量を  $m_b$ 、自由水の質量を  $m_f$ 、要素の体積を  $v$  とする。

$$E = \rho c^2 = [m/v]c^2 = [(m_d + m_b + m_f)/v]c^2 \quad (8)$$

いま、自由水は慣性力の発生に寄与しないとすれば、要素の質量のうち実際に振動に寄与する質量は  $(m - m_f) = (m_d + m_b)$  となるので、実際のヤング係数は次式となる。

$$E = [(m_d + m_b)/v]c^2 \quad (9)$$

したがって、応力波の伝播速度は、次式で表される。

$$C = \sqrt{\frac{E}{[(m_d + m_b)/v]}} \quad (10)$$

(10)式において、繊維飽和点以上では平方根内の分母は変化しない。また、繊維飽和以上において応力と変形の比として定義されるヤング係数が一定になる ( $E = E_{fsp}$ ) と仮定すれば、伝播速度は繊維飽和点以上で含水率に依存しないことになる。

しかし、従来の多くの実験結果によれば、繊維飽和点以上でも含水率の増加につれて伝播速度は徐々に低減することがわかっている<sup>2-5)</sup>。このことは、仮定のように自由水の全てが木材実質と逆位相で運動するのではなく、自由水の一部は細胞壁に引きずられて同位相で運動すると考えれば説明がつく。すなわち、自由水のうちで細胞壁に引きずられて同位相で運動する質量を  $m_i$  とすれば、次式が得られる。

$$c = \sqrt{\frac{E_{fsp}}{[(m_d + m_b + m_i^2)/v]}} \quad (11)$$

この式から、繊維飽和点以上で含水率が増加することにつれて細胞壁に引きずられて同位相で運動する自由水が多くなると考えれば、ヤング係数が一定のとき音速が徐々に低減することを説明できる。

2.3 シミュレーションによる伝播速度におよぼす自由水の影響の検討

応力波の伝播速度におよぼす自由水の影響を次のモデルを基にしてシミュレーションによる検討を行う。

Fig. 3 に示すように、全乾状態の要素の体積と質

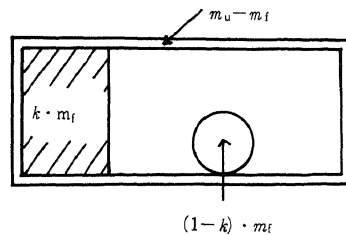


Fig. 3. Water in element above the fiber saturation point (F.S.P.).

Legend:  $m_u$ : mass of element.  $m_f$ : mass of free water in element.  $k$ : mobility of free water defined in Equation 12.

量をそれぞれ  $v_d, m_d$ , 含水率  $u$  のときの要素の体積と質量をそれぞれ  $v_u, m_u$ , 含水率  $u$  のときの要素中の自由水の質量を  $m_f$ , 木材実質と同位相で振動する自由水の質量を  $m'_f$ , 要素の振動力に実質的に寄与する密度を  $\rho_{eff}$  とすると、次式が定義できる。

$$k = \frac{m'_f}{m_f} \tag{12}$$

$$\rho_{eff} = \frac{m_u - (1-k)m_f}{v_u} \tag{13}$$

ここで、 $k$  を自由水の運動効率と呼ぶことにする。 $k$  は、 $0 \leq k \leq 1$  の範囲をとり、 $k=0$  は自由水の全てが木材実質と逆位相で運動する場合、 $k=1$  は自由水の全てが木材実質と同位相で振動する場合にあたる。

次に、近似的に繊維飽和点を28%とし、繊維飽和点までは含水率の増加に対して水の増加と同体積の要素の体積変化が生じ、繊維飽和点以上では体積変化がないと仮定すれば、繊維飽和点以上の含水率で次式が得られる<sup>7)</sup>。ただし、 $\rho$  は含水率  $u$  のときの密度、 $\rho_0$  は全乾状態の密度とする。

$$v_u = v_d(1 + 0.28\rho_0) \tag{14}$$

$$u = \frac{(100 + 28\rho_0)\rho}{\rho_0} - 100 \tag{15}$$

(14)式および(15)式を(13)式に代入すれば、有効密度  $\rho_{eff}$  は次式となる。

$$\rho_{eff} = \rho \left\{ 1 - \frac{(1-k)(u-28)}{(100+u)} \right\} \tag{16}$$

したがって、有効密度  $\rho_{eff}$  は、 $k$  を実験パラメータとし、含水率とそのときの密度によって計算することができる。

さらに、(15)式を用いて(16)式の  $\rho$  を消去すれば、木材の全乾密度  $\rho_0$  と含水率  $u$  を用いた次式が誘導される。

$$\rho_{eff} = \frac{(100+u)\rho_0}{100+28\rho_0} \left\{ 1 - \frac{(1-k)(u-28)}{(100+u)} \right\} \tag{17}$$

同様に、含水率  $u$  を消去して、木材の全乾密度と含水率  $u$  のときの密度を用いた次式が誘導される。

$$\rho_{eff} = \rho \left[ 1 - (1-k) \left\{ 1 - \frac{128\rho_0}{(100+28\rho_0)\rho} \right\} \right] \tag{18}$$

ここで、応力波の速度  $c$  は次式で示される。

$$c = \sqrt{\frac{E_{rsp}}{\rho_{eff}}} \tag{19}$$

また、繊維飽和点以上におけるヤング係数は、次式で示される。

$$E_{rsp} = \rho_{eff} c^2 \tag{20}$$

Fig. 4 に(17)式によって計算される有効密度  $\rho_{eff}$  と含水率  $u$  の関係でパラメータ  $k$  を変化させたときのシミュレーション結果を、Fig. 5 に(19)式によって

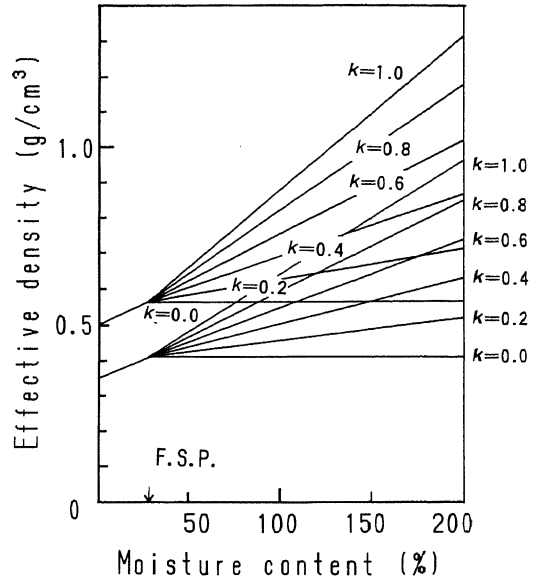


Fig. 4. Effects of the mobility of free water,  $k$ , on relationships between effective densities and moisture contents.

Note: Mobility of free water and effective density are defined in Equations 12 and 13, respectively.

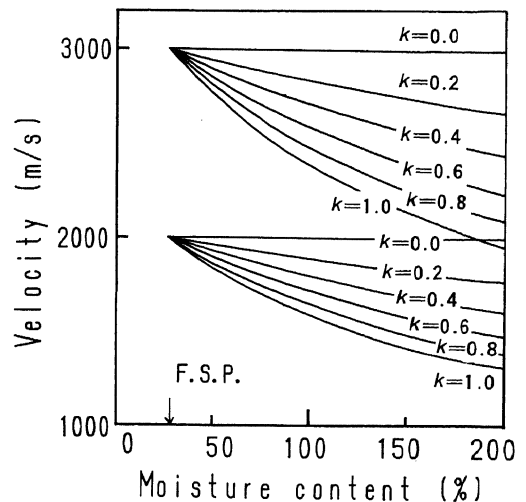


Fig. 5. Effects of the mobility of free water,  $k$ , on relationships between stress wave velocities and moisture contents.

Note: Mobility of free water is defined in Equation 12.

計算される伝播速度と含水率の関係でパラメータ  $k$  を変化させたときのシミュレーション結果を示す。自由水の運動効率の増加につれて、繊維飽和点以上

で伝播速度が遅くなることが示される。また、自由水の運動効率が小さいときに伝播速度におよぼす影響の大きいことがわかる。

2.4 応力波伝播速度と含水率の関係式の実験結果への適用

応力波伝播速度は、(17)式と(19)式から、繊維飽和点におけるヤング係数  $E_{fsp}$ 、木材の全乾密度  $\rho_0$  および含水率  $u$  をパラメータとして計算することができる。いま、 $E_{fsp}$  と  $\rho_0$  は具体的な樹種を想定して適当に与えれば、応力波伝播速度と含水率との関係を予測できる。ただし、自由水の運動効率  $k$  は実験結果との対応から実験パラメータとして最適値を決定する必要がある。

小玉は200 kHz の超音波パルスを用い、スギおよびヒノキの音速  $c$  (m/s) を繊維飽和点以上の含水率  $u$  (%) で測定している。

そこで、(17)式と(19)式を用い、小玉の実験結果<sup>4)</sup> に適合する自由水の運動効率の最適値を最小自乗法によって求めた。ただし、全乾状態の密度  $\rho_0$  と繊維飽和点における伝播速度  $c_{fsp}$  は繊維飽和点を28%と仮定して公表の図中データから推定し、スギおよびヒノキでそれぞれ  $\rho_0=0.35, 0.47 \text{ g/cm}^3$  および  $c_{fsp}=2134, 1845 \text{ m/s}$  とした。

Fig. 6 に示すように、最適の自由水の運動効率は、スギとヒノキでそれぞれ  $k=0.78, 0.79$  となった。図

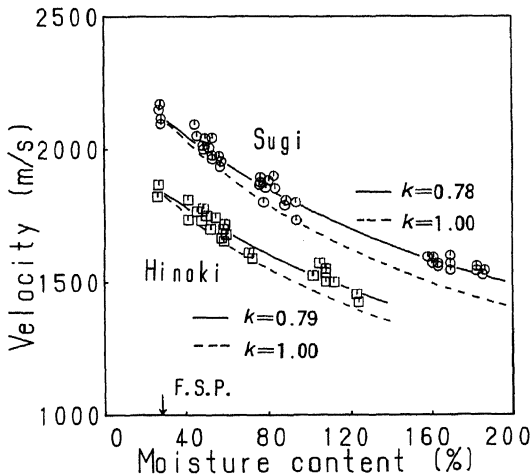


Fig. 6. Calculation of the optimum value of the mobility of free water from the simulation model in the case of a relatively low-frequency ultrasonic wave.

Notes: Kodama's results<sup>4)</sup> are referred to. An ultrasonic wave of 200 kHz was used. Sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don). Hinoki (*Chamaecyparis obtusa* Endl.).

のように繊維飽和点以上で含水率の増加とともに伝播速度が低下する様子を定量的に表現することができ、繊維飽和点以上でも応力波の伝播速度と有効密度から計算される動的ヤング係数は静的なヤング係数と同様に含水率に依存しないことが示される。200 kHz 程度の周波数領域では、自由水の約80%程度が木材実質と同位相で運動していることになる。

水は粘弾性挙動を示すので、自由水の運動効率は応力波の周波数に依存することが考えられる。従来の共振法による実験結果では、丸太の縦共振周波数と全質量から計算される密度を用いて得られるヤング係数の値は繊維飽和点以上でも含水率に依存せずほぼ一定値を示すことが知られている<sup>5)</sup>。すなわち、丸太の縦共振では、自由水の運動効率は1に近いことになる。実丸太材では、縦共振周波数は0.5 kHz ~ 1 kHz 程度となり、小玉の超音波領域の200 kHz に比べると2オーダーほど低いので、自由水は木材実質の運動に十分に追従できるものと考えられる。そこで、さらに高い周波数領域における自由水の運動効率を、南沢らの実験結果から算出してみた。

南沢らは、1 MHz の超音波パルスを用いた実験を行っている<sup>2)</sup>。小玉の実験結果に対する適用と同様な方法で、自由水の運動効率を求めた。ただし、公表の図中のデータから  $\rho_0=0.32 \text{ g/cm}^3$  および  $c_{fsp}=4410 \text{ m/s}$  と推定した。最小自乗法の適用の結果から、Fig. 7 に示すように  $k=0.12$  を得た。図の実

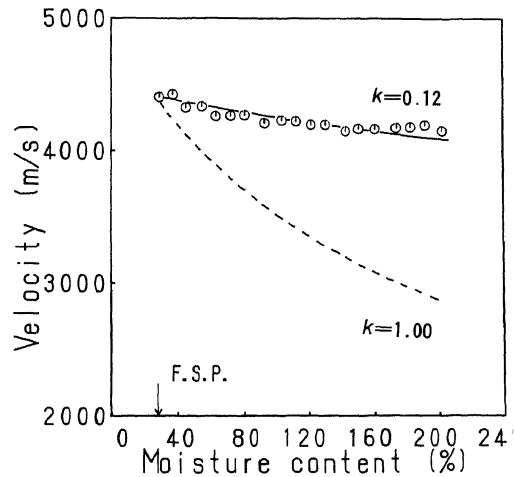


Fig. 7. Calculation of the optimum value of mobility of free water from the simulation model in the case of a high-frequency ultrasonic wave.

Notes: Minamisawa's results<sup>2)</sup> are referred to ultrasonic wave of 1 MHz was used.

線は適合曲線、点線は全ての自由水が木材実質と同相で運動したと仮定した計算値である。1 MHz の超音波では、刺激が速すぎるために自由水の約10%程度しか木材の運動に追従できないことがわかる。したがって、伝播速度と全質量から計算した密度を用いて動的ヤング係数を算出すると、繊維飽和点以上で含水率の増加につれて急速にヤング係数が大きくなる結果となることがわかる。

すなわち、応力波の周波数が高くなるにつれて自由水の運動効率が低下し、木材実質の運動から取り残される自由水の割合が増加することを示している。また、応力波伝播法においても、有効密度  $\rho_{eff}$  と実測の伝播速度を用いれば繊維飽和点以上で静的ヤング係数と力学的な対応のつく動的ヤング係数を求められることを示している。

### 3. 結 論

繊維飽和点以上の含水率で応力波の伝播速度が含水率の増加につれて徐々に低下する現象を、繊維飽和点以上における細胞中の自由水の運動と関係づけて検討した。木材が高速で振動するとき、自由水は結合水のような細胞壁の物質との結合力が作用しないので、一部の自由水は木材の振動に追従することができずに木材実質と逆位相で運動することが考えられる。そこで、全自由水に対する木材実質と同相で運動できる自由水の割合を“自由水の運動効率： $k$ ”と定義し、振動力の発生に寄与する有効密度  $\rho_{eff}$  の考え方をを用いることにより、次式のように応力波の伝播速度、ヤング係数および密度の関係を弾性体の速度式と同様に表すことができた。

$$c^2 = \frac{E_{tsp}}{\rho_{eff}}$$

また、応力波伝播法においても、有効密度  $\rho_{eff}$  と実測の伝播速度を用いれば繊維飽和点以上で静的ヤング係数と力学的な対応のつく動的ヤング係数を求められることが示された。

超音波の伝播速度に関する既報の実験結果から自由水の運動効率  $k$  を求めたところ、応力波の周波数の増加につれて自由水の運動効率が低下し、木材の運動に追従できない自由水の割合が増加することが示された。

### 文 献

- 1) Gerhards, C.: *Forest Prod. J.*, **25**(4), 54 (1977).
- 2) 南沢明子, 根岸勝雄, 高木堅志郎: 第38回日本木材学会大会研究発表要旨集, つくば, 1990, p. 67.
- 3) 酒井春江, 南沢明子, 高木堅志郎: 第39回日本木材学会大会研究発表要旨集, 沖縄, 1989, p. 13.
- 4) 小玉泰義: 材料, **41**, 144-147 (1992).
- 5) 名波直道, 中村 昇, 有馬孝禮: 第42回日本木材学会大会研究発表要旨集, 名古屋, 1992, p. 105.
- 6) 林 卓夫, 田中吉之助: “衝撃工学”, 日刊工業新聞社, 1988, p. 8.
- 7) Kollmann, F. F. P.; Cote, W. A.: “Principles of Wood Science and Technology I Solid Wood”, Springer-Verlag, 1968, p. 160-165.