木材の微細構造と力学的性質に関する研究*' 細胞壁の繊維方向のヤング率とせん断弾性係数

祖父江信夫**, 浅野猪久夫**

Studies on the Fine Structure and Mechanical Properties of Wood^{*1}

On the Longitudinal Young's Modulus and Shear Modulus of Rigidity of Cell Wall

Nobuo SOBUE^{*2} and Ikuo ASANO^{*3}

The longitudinal Young's modulus E_y and the shear modulus of rigidity G_{xy} of the cell wall of Sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don) are studied in relation to the cellulose micell angle, the degree of crystallinity and the inherent elastic constants of cell wall components which are the anisotropic cellulose micell and the isotropic matrix.

As a result of the computer simulation for the double cell wall model used in this study, it became clear that the micell angle, the longitudinal Young's modulus of the cellulose micell E_3 , the Young's modulus of the isotropic matrix E_A and the degree of crystallinity C_r affected significantly on E_y and G_{xy} (Fig. 3). By the method of least squares, the combination of the values E_3 , E_A and C_r were obtained from the experimental values of E_y as shown in Table 2.

 E_y and G_{xy} were also investigated in relating to the parameter p in Eq.s 11 and 12 on the internal bonding rigidity of the double cell wall. If an axial or in-plane shearing stress is applied to the double cell wall, there arises an interlayer stress between two single cell walls, and the deformation of each of the single cell walls is restricted with each other. In the case in which the restriction of the deformation of each single cell wall was imperfect, the longitudinal Young's modulus \overline{E}_y , Eq. 13, and the shear modulus of rigidity \overline{G}_{xy} , Eq. 14, were induced by considering the parameter p. A value of E_3 obtained from Eq. 13 is about 1.8×10^6 kg/cm² (Table 3 and Fig. 6).

木材細胞壁が異方性のセルロースミセルと等方性の非晶質の二相からなるものと考え、これら二相の 各固有弾性定数、ミセル傾角および結晶化度と細胞壁実質の繊維方向ヤング率 E_y およびせん断弾性係数 G_{xy} との関係を重複細胞壁要素をもつモデルを用いて検討し、さらに主要な固有弾性定数 (E_s :セルロ ースミセルの縦ヤング率、 E_A : 非晶質のヤング率)をスギの E_y の実験値から推定した。また細胞壁間の 結合の剛さが E_y , G_{xy} におよぼす影響についても検討した。

1. 緒 言

一般に正常な仮導管の細胞壁でS₂壁は最も厚く,細胞 壁の弾性的性質に重要な役割を果していると考えられて いる。また木材試片中では,細胞壁どうしはS₂壁のミャ ル傾角を大きさが等しく互いに逆傾斜して接合し,重複 細胞壁を形成している。したがって、木材試片を繊維方 向に引っばった時には、一本の仮道管を引っぱった時の ような細胞壁のせん断変形に起因する細胞のねじれは 生じない。Schniewind¹⁾、Cave^{2),3)}はこの点に着目し、 重複細胞壁要素をもつモデルを用いて細胞壁の微細構造 と繊維方向ヤング率との関係を検討している。

本研究では、基本的には Schniewind らのように重複 細胞壁モデルを用いて細胞壁実質の繊維方向ヤング率Ey およびせん断弾性係数 G_{xy}を定量的に検討した。ただし、 重複細胞壁の弾性 基礎式の設定は Schniewind らの場合 と若干異なる。また重複細胞壁では、軸応力や面内せん 断応力に対して層間応力が発生して互いの単一細胞壁間

^{*1} Received Oct. 18, 1975. この研究は,第22回(1972 年,東京)および第24回(1975年,福岡)日本木材 学会大会において発表した。

^{*&}lt;sup>2</sup> 名古屋大学農学部 Faculty of Agriculture, Nagoya University, Nagoya

^{*&}lt;sup>3</sup> 東京大学農学部 Faculty of Agriculture, Tokyo University, Tokyo

の変形の拘束が起こる。そこで、細胞壁間の結合の剛さ が*E*_y, *G*_xvにおよぼす影響についても検討した。

2. 弾性基礎式の誘導

2.1 弾性基礎式誘導の基本的な考え方

本研究では、細胞壁の構成要素として異方性のセルロ ースミセル(以下ミセルと呼ぶ)と等方性の非晶質(ミセ ル以外の物質)の二相を考える。そこで、ミセルは長さ方 向に均質で非結晶領域を含まず細胞壁の上端から下端ま で連続して貫くとし、細胞壁は上記の二相が Fig.1のよ うに交互に並列に複合された直交異方性体で、その弾性 主軸が繊維方向から平均ミセル配向角⁹⁾に相当する角度 θ だけ傾斜した直交異方性板に等価なものと仮定する。 このとき木材試片中では、隣り合った二枚の細胞壁が Fig.2のように互に弾性主軸を繊維方向から θ ずつ逆傾 斜して接合し、一組の重複細胞壁を形成しており、木材 試片はこの重複細胞壁の集合体と考える。



Fig. 1. Fine structural models of the single cell wall of tracheid.



Fig. 2. Double cell wall structure of a pair of two single cell walls.

そして上記のモデルを用いて,二次元平面応力状態に おける二層斜交積層板の弾性に関する問題として取り扱い,細胞壁の弾性基礎式を誘導した。

2.2 細胞壁構成要素の固有弾性定数

ミセルの固有弾性定数は,直交座標系(O-123)でミ

セルの b 軸と第3軸を一致させ, ミセルが弾性的に b 軸 のまわりに∞回転対称性をもち, 1-2面が鏡映面となる ような面対称性をもつものとすれば, 次の四つの独立な 値となる。

 E_{3} :ミセルのb軸(長軸)方向のヤング率 E_{1} :ミセルのb軸に直交する方向のヤング率 G_{31} :ミセルのb軸を含む面内のせん断弾性係数 N_{31} :ポアソン比(b軸方向に力を作用させる)

また非晶質の固有弾性定数は,等方性の仮定から次の 二つの独立な値となる。

$$E_A: ヤング率 $N_A: ポアソン比$ (2)$$

2.3 単一細胞壁の弾性基礎式

いま単一細胞壁の弾性対称軸をX, Y(Y はミセルの長 軸方向)とすれば,その固有弾性定数は四つの独立な値 E_X , E_Y (ヤング率), G_{XY} (せん断弾性係数), N_{YX} (ポ アソン比)となり,これらをミセルおよび非晶質の固有 弾性定数を用いて表わすと,たとえば Fig.1 のモデルA では次式のようになる。

$$E_{X} = 1 / \{ f_{m} / E_{1} + (1 - f_{m}) / E_{A} \}$$

$$E_{Y} = f_{m} \cdot E_{3} + (1 - f_{m}) \cdot E_{A}$$

$$G_{XY} = 1 / \{ f_{m} / G_{31} + (1 - f_{m}) / G_{A} \}$$

$$N_{YX} = f_{m} \cdot N_{31} + (1 - f_{m}) \cdot N_{A}$$

$$G_{A} = E_{A} / \{ 2 \cdot (1 + N_{A}) \}$$

$$f_{m} = (r_{m} / r_{m}) \cdot C_{r}$$
(3)

ここで r_w , r_m はそれぞれ細胞壁実質およびミセルの密度で $r_w \Rightarrow 1.50 \text{ g/cm}^{s1}$, $r_m \Rightarrow 1.59 \text{ g/cm}^{s5}$, C_r は結晶 化度である。

また, ミセルの長軸方向と弾性主軸を一致させた場合 の単一細胞壁の応力成分 {σ} とひずみ成分 {ε} との関係 は次式となる。

$$\begin{aligned} \sigma_{X} \\ \sigma_{Y} \\ \tau_{XY} \end{aligned} = \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} & 0 \\ C_{XY} & C_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & C_{SS} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{X} \\ \varepsilon_{Y} \\ r_{XY} \end{aligned}$$
 (4)

 $C_{XX} = E_X / \lambda, \quad C_{XY} = N_{YX} \cdot E_Y / \lambda, \quad C_{YY} = E_Y / \lambda$ $C_{SS} = G_{XY}, \quad \lambda = 1 - N_{YX}^2 \cdot E_X / E_Y$ (5)

つぎに,弾性主軸*X*, *Y*からそれぞれθだけ回転した *x*, *y*軸に関する応力一ひずみの関係式は次式となる。

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xs} \\ C_{xy} & C_{yy} & C_{ys} \\ C_{xs} & C_{ys} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(6)

ここで, $C_{kl}(k, l=x, y, s)$ は, (4) 式の $C_{ij}(i, j=X, Y, S)$ から座標軸の変換公式によって得られる。

2.4 重複細胞壁の弾性基礎式

Fig.2に示すような重複細胞壁において同質同厚で厚 さ t の二枚の単一細胞壁の接合が完全で変形量が微小で あるとし、重複細胞壁のひずみが壁面内の膜力 $\{N\}$ によるひずみ $\{\epsilon_a\}$ と曲げモーメント $\{M\}$ によるひずみ $-z \cdot \{k\}$ の和として表わされると仮定すれば⁶⁾、次式がなりたつ。

$$\left\{\frac{N}{M}\right\} = \left[\frac{A}{B}\right] \frac{B}{D} \left\{\frac{\epsilon_a}{k}\right\}$$
(7)

したがって、重複細胞壁では中央面に関して両側の単 ー細胞壁の弾性主軸の方向が非対称であるため、上式の ように coupling 効果が存在し、膜力 N_y やN_{xy} によって 厚さ方向のたわみ変形が生じ、ねじれやカップ状変形が 現れると考えられる。

2.5 木材試片における細胞壁実質部分の弾性基 礎式

木材試片では,前述の coupling 効果による重複細胞 壁のたわみ変形は隣接する細胞どうしが互いにたわみ変 形を拘束し合うために打ち消され,ねじれやカップ状変 形は生じないものと考えられる。

このような仮定を行えば、繊維方向のヤング率 E_y およ び繊維方向を含む面内のせん断弾性係数 G_{xy} は、(7)式に おいて (B)=0と置くことにより、次式となる。

$$E_{y} = \frac{N_{y}}{2t \cdot \epsilon_{ya}} = C_{yy} - \frac{C_{xy}^{2}}{C_{xx}}$$
(8)

$$G_{xy} = \frac{N_{xy}}{2t \cdot \gamma_{xya}} = C_{ss} \tag{9}$$

3. 実験方法

樹種はスギ (*Cryptomeria japonica* D. Don)を用い, 試 験体の形状を Table 1 に示す。

木材試片の繊維方向のヤング率*EL*の測定には振動リード法を用いた。また板目面内のせん断弾性係数*GLT*は付

Table 1. Dimension	ns of samples.
--------------------	----------------

	length (mm)	thickness (mm)	width (mm)
EL	c.a. 20 (L)	c.a. 0.1 (R)	c.a. 3 (T)
E_{T}	25-30 <u>(</u> T)	0.7-1 (R)	6–7 (L)
E45°	25-30 (L-T, 45°)	0.7-1 (R)	6-7 (L-T, 45°)

L: fiber direction, R: radial direction,

T: tangential direction

加質量一定の振動数変化共振法⁷⁾を用いて繊維直交方向 のヤング率 E_T ,45°方向のヤング率 E_{48} 。を測定し,Jenkin 式⁸⁾によって計算した。なお試片の含水率(約12%)の 調整および弾性率の測定は、20 $^{\circ}$ R.H.65%の室内で行 った。

細胞壁実質部分の弾性率 *E*_yおよび *G*_{xy}は,仮道管の木 ロ断面が正方形で細胞壁の厚さが一定であると仮定し, 次式によって計算した。

$$E_{y} = (r_{0} / r) \cdot E_{L}$$

$$G_{ry} = (1 - \sqrt{1 - r_{0} / r}) / (1 - r_{0} / r)$$
(10)

ここで, r₀, r はそれぞれ細胞壁実質および試片の比重 で, r₀=1.50⁴⁾ である。

平均ミセル配向角θは,X線回折法を用い前報の方法^{θ)} に従って測定した。

4. 結果と考察

*E_y*および*G_{xy}*におよぼす各固有弾性定数な らびに結晶化度の影響

 E_y および G_{xy} におよぼす E_3 , E_1 , G_{31} , N_{31} , E_A , N_A な らびに C_r の影響を調べるため, Fig. 1 の微細構造モデ ルの場合についてシミュレーションを行った結果のうち



Fig. 3. Effects of the values of E_3 , E_A and C_r on E_y and G_{xy} .

——: Model-A, ----: Model-B. The dimension of E_3 or E_A is kg/cm². In Figure (a) or (b), the elastic constants except E_3 or E_A are equal to the values in Table 2 respectively and C_r =0.3. In Figure (c), the elastic constants except E_3 =1.135×10⁶ kg/cm² are equal to the values in Table 2.

主なものをFig.3に示す。

 E_y および G_{xy} に大きな影響をおよぼすのは E_s , E_A および C, で、その他の固有弾性定数の影響は小さく、またモデル A とモデル B との差もほとんどみられない。

4.2 実験による E_a および E_A の推定

従来の研究では、E_sの値は Mark¹⁰らのように結晶構 造モデルによる計算値が多く、これら完全な結晶を想定 した値は木村細胞壁中のセルロースミセルの値とは必ず しも一致していないであろう。

そこで、 E_y の実験結果からミセルおよび非晶質の固有 弾性定数を逆算する方法を試みた。前述のように、 E_y 、 G_{xy} に大きな影響をおよぼす因子は E_s 、 E_A および C_r で あるので、 E_y の実験値とモデルAの場合の E_y の計算値 とが最も一致する E_s 、 E_A および C_r の組合せを、 $C_r = 0.3$ および $C_r = 0.35$ の場合について最小二乗法によって求 めた。

捜索計算の結果をTable 2に示す。この結果を用いた E_y および G_{xy} の計算値とこれらの実験値とを平均ミセル 配向角との関係について示すと Fig.4 となり, G_{xy} の計 算値はミセル配向角との関係についてみると G_{xy} の実験 値の傾向とほぼ一致している。

本研究の*E*_sの推定値は鈴木の実験による推定値 0.73 <10^e~0.95×10^ekg/cm^{an}と比較的よく一致している

Table 2. Estimated values of E_3 , E_A and C_r (Sugi).

E_3 (kg/cm ²)	E_A (kg/cm ²)	C,
0.9×10 ⁶	0.025×10 ⁶	0.30
0.8×10 ⁶	0.02 ×10 ⁶	0.35

Above values were estimated from the experimental values of E_y in Fig. 4 and Eq. 8 by the method of least squares. Where the elastic constants $E_1=0.277\times10^6$ kg/cm², $G_{31}=0.0449\times10^6$ kg/cm², $N_{31}=0.1$ and $N_A=0.3$ which were calculated by Mark¹⁰ were used.



Fig. 4. Relation between E_y or G_{xy} and mean micell orientation angle.

: calculated lines of E_y or G_{xy} from Eq. 8, Eq.9 respectively and the inherent elastic constants in Table 2.

が、最近の Mark 他^{10),12)}の完全な結晶を想定した結晶構 造モデルによる計算値に比べると概して小さな値である。 細胞壁を構成する物質でセルロースミセル以外につい ては、その弾性率はほとんど知られていない。本研究で はセルロースミセル以外の物質を全て等方性の非晶質と 仮定し、そのヤング率として $E_A = 0.02 \times 10^6 \sim 0.025 \times 10^6$ kg/cm²の値を得たが、これが Srinivasan のリグ = ンに よる実験値¹⁰⁾ 0.0204 × 10⁶ kg/cm² とよく一致している ことは興味深い。

4.3 細胞壁間の結合の剛さについて

重複細胞壁に膜力 $N_y \approx N_{xy}$ が作用したとき、coupling 効果によって細胞壁間に層間応力が発生するため、単一 細胞壁は単独に存在する場合とは異って変形に拘束を受 ける。この変形の拘束は、木材試片では細胞間層を界して 行われるので、細胞間の結合の剛さは、細胞壁実質の弾 性率に影響をおよぼすと考えられる。そこで、単一細胞 壁の変形の拘束が不完全な場合について、変形の拘束の 程度が細胞壁実質部分の繊維方向ヤング率 \overline{E}_y およびせん 断弾性係数 \overline{G}_{xy} におよぼす影響について検討した。

いま、 σ_y による単独な単一細胞壁のせん断変形を 7_{xy} 、 重複細胞壁で層間せん断応力 $-\tau'_{xy}$ が発生して不完全な せん断変形の拘束状態にある単一細胞壁のせん断変形を τ'_{xy} とすれば、

 $r'_{xy} = p \cdot r_{xy}$ (0 ≤ p ≤ 1) (11) なるパラメーター p を考えることができる。同様に、 r_{xy} による単独な単一細胞壁の x, y 方向の垂直ひずみをそ れぞれ ϵ_x , ϵ_y , 重複細胞壁で層間垂直応力 σ'_x , σ'_y が発生 して不完全なひずみ拘束状態にある単一細胞壁の x, y 方向の垂直ひずみを ϵ'_x , ϵ'_y とすれば、

$$= p \cdot \epsilon_{x} \qquad (0 \le p \le 1)$$
 (12)
= $p \cdot \epsilon_{y}$

なるパラメーター p を考えることができる。ここで, p =0 は変形の拘束が完全な木材試片の場合, また p=1 は単独な単一細胞壁の場合に相当する。

 ε'_x

 ε'_y

したがって, $\overline{E}_y, \overline{G}_{xy}$ は(6)式,(11)式,(12)式より,次式となる。

$$\overline{E}_{y} = \frac{\sigma_{y}}{\epsilon_{y}} = C_{yy} - \frac{C_{xy}^{2}C_{ss} + p^{2}(C_{ys}^{2}C_{xx} - 2C_{xy}C_{xs}C_{ys})}{C_{xx}C_{ss} - p^{2}C_{xs}^{2}}$$
(13)

$$\overline{G}_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\tau_{xy}} = C_{ss} - p^2 \cdot \frac{C_{xs}^2 C_{yy} + C_{ys}^2 C_{xx} - 2 C_{xy} C_{xs} C_{ys}}{C_{xx} C_{yy} - C_{xy}^2}$$
(14)

つぎに、 \overline{E}_y および \overline{G}_{xy} におよぼすpの影響をモデルA の場合について求めると、Fig.5のようにpの影響は \overline{E}_y では単一細胞壁の弾性主軸の傾斜角(平均 ξ セル配向角) が10~20度付近、 \overline{G}_{xy} では45度付近で著しい。 しかし、pの値を実験によって一義的に定めることは 難かしいが、何らかの方法で E_8 または E_A が独立に定ま れば、推定は可能と考えられる。本研究では E_A の値を $0.02 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ とし、 $0 \le p \le 1$ の範囲で $E_8 \ge p$ の値 を $\overline{E_y}$ の実験値から逆算した結果、Table 3の値を得た。 これらの値を用いた $\overline{E_y}$ 、 $\overline{C_{xy}}$ の計算値と $\overline{E_y}$ 、 $\overline{C_{xy}}$ の実験 値とを平均ミセル配向角との関係について示すとFig.6





 $E_3=1.135 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $E_A=0.0204 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $C_r=0.3$ and other elastic constants are equal to the values in Table 2.

Table 3. Estimated values of E_3 and p when the parameter p is considered (Sugi).

$E_3 (\mathrm{kg/cm^2})$	р
1.8×10 ⁶	0.82

Above values were estimated from the experimental values of \overline{E}_y in Fig. 6 and Eq. 13 by the method of least squares. Where $E_A = 0.02 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ and $C_r = 0.3$, and the other elastic constants are equal to the values in Table 2.



Fig. 6. Relation between \overline{E}_y or \overline{G}_{xy} and mean micell orientation angle, when E_3 and p are unknown and $E_A = 0.02 \times 10^6$ kg/cm², $C_r = 0.3$.

• : experimental values, ——: calculated value of \overline{E}_y or \overline{G}_{xy} when the estimated values of $E_3=1.8\times10^6$ kg/cm² and p=0.82 in Table 3 were used. のようになる。このようにパラメーター pを導入することによって、変形の拘束が完全であるとした場合(Fig. 4)よりもミセル配向角の広い範囲にわたって実験値の 傾向をよりよく表現することができる。

ただし,実験によって定めた p の値には,前述の層間 応力によるひずみ拘束の程度を表わす以外に,細胞壁の 厚さ方向のひずみ分布やたわみ変形などの影響も含まれ ており,また樹種,含水率等によっても p の値は異なる ことが考えられる。

現在のところ,各要素の固有単性定数を直接に測定す る適当な方法がなく,本研究のように実験値から逆算す る方法もその他いずれの方法にしても不確定な要因が残 るが,今後も細胞壁構成要素の単性的性質に関する知見 を明確にする必要があると考えられる。

摘 要

木材を重複細胞壁の集合体と考え,直交異方性板の二 層斜交積層構造のモデルを基礎にして細胞壁の微細構造 と木材試片の細胞壁実質部分の繊維方向ヤング率*E*yおよ び繊維方向を含む面内のせん断弾性係数*G*xy との関係を スギを用いて検討し,次の結果を得た。

平均ミセル配向角が大きくなるにつれて、Eyは減
 少し、G_xyは増加する。

2) モデルによるシミュレーションの結果, E_y , G_{xy} に大きな影響をおよぼす因子は、平均ミセル配向角、細胞壁構成要素の固有弾性定数 E_s (セルロースミセル長軸 方向のヤング率)・ E_A (非晶質のヤング率)と結晶化度 C_r である。

3) E_y の実験値から E_s , E_A , C_r の値の組合せを,細胞壁間の結合が完全に剛である場合(p=0)について捜索し, Table 2に示す値を得た。これらの値から G_{xy} を計算してその実験値と比べると,比較的よい一致がみられた。

4) 重複細胞壁では細胞壁間に層間応力が発生し、単 一細胞壁どうしは互いに変形の拘束をする。単一細胞壁 相互間の変形の拘束が不完全な場合の細胞壁実質部分の 繊維方向ヤング率 $\overline{E_y}$ およびせん断弾性係数 $\overline{G_{xy}}$ は、(11) 式および(12)式のパラメーター pによってそれぞれ (13)式および(14)式のように定量的に表わすことが できる。 $E_A = 0.02 \times 10^6$ kg/cm², $C_r = 0.3$ として, $\overline{E_y}$ の実験値から E_3 , pの値を捜索するとp = 0.82 (Table 3) の値が得られた。(13)式および(14)式による計算値 は、p = 0の場合に比べて $\overline{E_y}$, $\overline{G_{xy}}$ の実験値によりよく適 合する。

216

謝 辞

本研究にあたり,種々ご指導・ご助言いただいた名古 屋大学・竹村冨男教授,静岡大学・平井信之助教授に, 深く感謝いたします。

文 献

- A. P. Schniewind and J. D. Barrett: "Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials," Ed. By B. A. Jayn, Syracuse University Press, New York, p. 83 (1972)
- 2) I. D. Cave: Wood Sci. and Tech., 2, 268 (1968)

3) — : *ibid.*, 3, 40 (1969)

 F.F.P. Kollmann and W.A. Côté, Jr: "Principles of Wood Science and Technology I," Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, p. 164 (1968).

- L.E. Alexander: "X-ray Diffraction Methods in Polymer Science," Willey, New York, p. 508 (1969)
- 6)赤坂 隆: "複合材料工学",林毅・編,日科技 連,p.542(1971).
- 7) 小野木重治: "レオロジー要論", 槇書店, p.181 (1971)
- 8) R. F. S. Hearmon: Forest Products Research, Special Report No. 7, p. 15 (1948)
- N. Sobue, N. Hirai and I. Asano: Mokuzai Gakkaishi, 17, 44 (1971)
- R. E. Mark: "Cell Wall Mechanics of Tracheids," Yale University Press, New Haven, p. 119 (1967)
- 11) 鈴木正治:木材誌, 14,268(1968)
- 12) R. E. Mark: "Theory and Design of Wood and Fiber Composite Materials," Ed. By B.A. Jayn, Syracuse University Press, New York, p. 49 (1972)