

避雷針への雷放電パターンのコンピュータシミュレーション

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2011-06-20 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 亀山, 寛 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00005690

避雷針への雷放電パターンのコンピュータシミュレーション

Computer Simulation of Lightning Discharge Pattern to the Lighting Rods

亀山 寛

Hiroshi KAMEYAMA

（平成22年10月6日受理）

1. はじめに

雷の成因の最近の研究によれば、雲中の電荷分布は最上空に正極性、下層に負極性、最下層に小さなポケット状の正極性の三重極構造が生じることによるとされている^{1,2)}。三重極構造の成因はあられと氷晶の衝突による着氷電荷分離機構説^{3,4)}が有力である^{5,6)}。これにより-10度付近の電荷分布の反転する図1の雷雲中の電荷分布の三重極構造を説明できる。雷放電は雲から地表に向かう1) 下向き負極性落雷、2) 下向き正極性落雷、地上突起物から雲中に向かう3) 上向き負極性落雷、4) 上向き正極性落雷の4種類に分類されている^{1,2,7,8)}。通常の落雷の多くは下向き負極性落雷がほとんどである。時には北陸の冬季雷のように正極性の落雷も見られる。上向きの落雷は生じることが少ない。落雷の放電過程は最初の前駆放電のリーダ（leader）があり、地表に到達後リーダに沿って放電路と逆方向に進展する帰還電撃すなわち、リターンストローク（return stroke）が見られる¹⁾。帰還電撃は太いので、一見してリーダと見分けができる。最近では雷雲の頂点から電離層に向かう発光現象が生じることが見いだされ、研究も行われている^{9,10)}

雷放電進展のシミュレーションとして、ステップトリーダモデルがある¹¹⁾。しかし、このモデルを発展させたシミュレーション¹²⁾でも雷の破壊パターンは得られていると言いがたい。雷のようなトリー（Tree）パターンの導出に、確率的手法が用いることなく、関連する電磁気学の方程式を厳密に解くゆきかたをとって成功した例は筆者の調査した範囲では見あたらない。

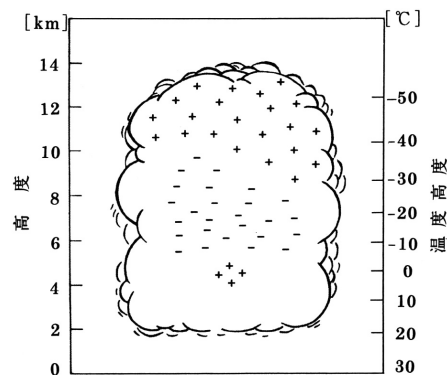


図1 雷雲中の電荷分布の三重極構造¹⁾

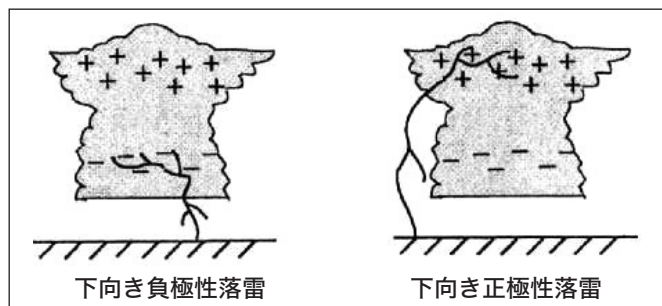


図2 下向き負極性落雷と下向き正極性落雷²⁾

一方、確率を取り入れた絶縁破壊モデルがDBM (Dielectric Breakdown Model)¹³⁾である。古くから絶縁破壊パターンとして知られていたリヒテンベルグ図形 (Lichtenberg figure)^{13, 14)}をシミュレーションするモデルとして提出され、2次元のラプラス電場において、破壊確率が局所電界に比例するとしてフラクタル的な絶縁破壊パターンの導出に成功した。DBMはフラクタルパターンを導出する拡散律速凝集 (Diffusion Limited Aggregation, DLA) モデル¹⁵⁾と等価である¹⁶⁾。DBMはDLAモデルを拡張する新たな観点である η モデルを付加し、枝分かれの少ない、フラクタル次元数の小さい誘電破壊パターンを導出した¹³⁾。その後、DBMの3次元への拡張¹⁷⁾も行われ、さらに最低絶縁破壊電界値と破壊クラスタ内部に内部電場を加え、固体内の誘電破壊パターンにも対応できる拡張が行われた¹⁸⁾。固体絶縁体内においても樹枝状の絶縁破壊パターンを示すことが知られており^{19, 20)}、トリーと呼ばれている。DBMに基づいた針状電極よりの電気トリーのコンピュータシミュレーションは数多く行われた²¹⁻²⁴⁾。筆者も内部電場を考慮した場合の2次元ラプラス場における絶縁破壊トリーパターンとそれらのフラクタル次元数を明らかにした²⁵⁾。

DBMは固体における絶縁破壊モデルと位置づけられる¹¹⁾場合があるが、内部電場を導入しなければ、気体における絶縁破壊モデルであり、雷パターンの導出に適用でき、本研究はDBMを採用した。L. Niemyerらによって提案されたDBM¹³⁾においては、局所電界の強さを η 乗にする η モデルを採用し、 $\eta > 1$ とすると破壊パターンの分岐はより少なくなる。絶縁破壊べき乗指数 η は絶縁破壊パターンに対する効果は大きい、その物理的意味が不明な点が指摘され続けてきている^{26, 27)}。 η モデルは $\eta = 1$ の場合においては、絶縁破壊は局所電界に比例することの物理的意味は明解であるが、 $\eta \neq 1$ において、物理的意味は不明となる。本研究において、最低絶縁破壊電界値を大きく設定して、 $\eta = 1$ とすることによって、現実の雷パターンに近いものを得ることを示す。絶縁破壊が天空から開始し、最低絶縁破壊電界値を大きく設定して、 $\eta = 1$ として放電破壊パターンのシミュレーションを行うのは、著者の管見の限り、はじめてのケースなので、シミュレーション計算は2次元に限定する。

避雷針の発明はBenjamin Franklinによるものであり、彼の貢献は生誕300年を偲ぶ論文で論じられている²⁸⁾。避雷針のはたらきは避雷針先端から一定以内に進入してくる雷の前駆放電を吸引し、落雷電流を大地に逃がすことにある⁸⁾。

雷放電の成因や絶縁破壊シミュレーションはかなり明らかにされてきている。しかし、雷放電のシミュレーションになると多くのモデルが提案されているものの^{11, 12)}、実雷による検証が不十分であり、かつ、不明なパラメータが多く十分な精度が得られてない状況である²⁹⁾。まして避雷針への雷放電のパターンに関する研究は著者の管見する限りにおいて、ほとんどなされていない。本研究は雷放電パターンに絞って研究を行う。雷の放電過程を巨視的に把握し、雲から地表に向かう下向き (downward) の雷を対象を絞る。負極性と正極性双方に適用できるモデルを設定し、避雷針への落雷を可視化するコンピュータシミュレーションを行う。本研究の計算結果は雷放電と避雷針の研究を進めるものであるが、同時に電気技術教育に生かせる内容をもつ。

2. 避雷針への雷放電パターンシミュレーションモデル

雲から地表に向かう下向きの雷を対象を絞る。以下のモデルは負極性と正極性双方に適用できるが、例示は発生回数の多い負極性にする。避雷針への雷放電パターンをシミュレーションで求めた研究は知られてないので、2次元に限定して行うことにする。2次元空間における電位

分布を求めるために、境界条件として地表 (y=0) の電位を0とし、天空の雲中 (y=300) の電位を負極性雷の場合は-1 (標準化した電位)、正極性雷の場合は+1と設定する。負極性雷放電の実際の現象として地上に正電荷が誘起されるが、電位差は相対的であるので、簡単のために地上の電位は0としても、一般性を損なわない。避雷針は0電位を持つ (図3)。雷の発生源の高さは2kmから10km程であるが、それがy=300に対応することとなる。天空の雲中の電位値を直接記述した論文は見いだせないが、雷電流、高さ、持続時間、最大エネルギーから換算すると最大電位の絶対値は1億V以上と推定されるが、このような最大電位値を-1と見なす。雲の境界以外に電荷が存在しないとすると、大気中の電位 ϕ はラプラス方程式に従う。

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{1}$$

上式を2次元正方格子で差分化すると、

$$\phi_{m,n} = (\phi_{m+1,n} + \phi_{m-1,n} + \phi_{m,n+1} + \phi_{m,n-1}) / 4 \tag{2}$$

のようになる。差分は先行のDBM研究^{13, 15, 17)}と同様に無次元化し、1とした。(2)式に従って、2次元正方格子上で計算を行い、電位を決定する。x方向は周期的境界を持たせる。破壊の進行はある点が破壊されると、その破壊点の前後、左右の隣に位置する格子点が空白の場合、新たな破壊候補点となる。図3において破壊候補点を白丸で示した。これらの破壊候補点の中から、

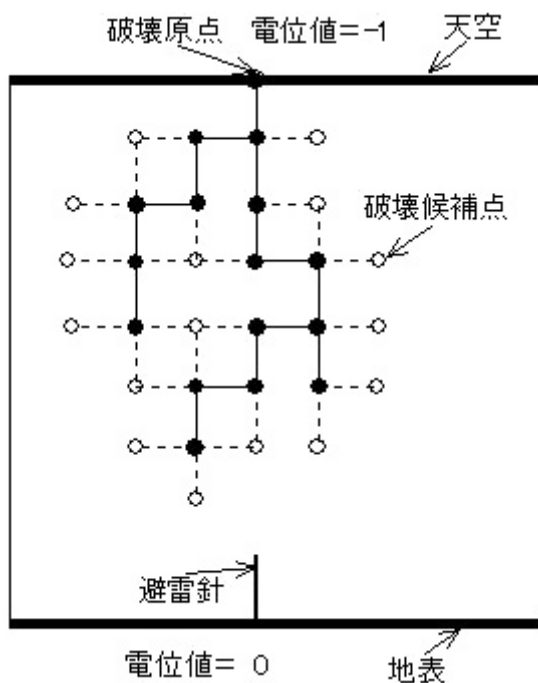


図3 雷雲と地上間の電位配置

絶縁破壊のCriteriaに従って、破壊点が決定される。破壊された点の電位は天空と同一の-1となる。破壊候補点 (i, j) における局所電界の強さ $E_{i,j}$ とすると絶縁破壊のCriteriaは次式である¹³⁾。

$$E_{i,j}^\eta / \sum E_{i,j}^\eta > \text{乱数} (0 \dots 1) \tag{3}$$

WisemannとZeller¹⁸⁾に従って、最低絶縁破壊電界値 (E_c) を導入する。

$$E_{i,j}^\eta / \sum E_{i,j}^\eta > E_c \tag{4}$$

(3) や (4) 式からわかるように、破壊点の決定には確率が伴うのが大きな特徴である。局所電界の強さを η 乗にする η モデル¹³⁾ を採用し、 $\eta > 1$ とすると破壊パターンの分岐はより少なく

なる。 $\eta=1$ の場合においては、絶縁破壊は局所電界に比例することの物理的意味は明解であるが、 $\eta \neq 1$ において、物理的意味は不明となる。今回の2次元電位分布計算においては、 $\eta=1$ として、 $\eta > 1$ の η モデルを採用しなかった。

3. 避雷針への雷放電パターンシミュレーション計算

計算はVC++Ver. 6を用いて行った。破壊候補点(図3中の白丸)は構造体リスト(4図)を構成する。各破壊候補点はメンバーにxy座標値、電界の強さ、破壊の真偽などをもつ構造体であるが、ノードを形成し、各破壊候補点(ノード)は次の破壊候補点(ノード)とリンクで結ばれたリスト構造を形成している。リンクはC言語のポインタを用いて実現している。破壊が進行する度に破壊された破壊候補点の削除と新たな破壊候補点の追加が必要になる。構造体リストにおいては各構造体の新規挿入と削除が容易であり、かつ、絶縁破壊のCriteriaの照合が必要となる。構造体リストにおいてはノード間の探索も容易である。

400×300=120,000個のメッシュの直角格子を用いた。初期電位値は初期電位値計算用のプログラムで計算を行い、ファイルに保存し、本計算プログラムで初期電位値ファイルを読み出して使用した。初期電位値計算は水平方向において、周期的境界条件を適用し、避雷針の入った状態で計算を行った。避雷針の電位は地上と同じく0である。

本計算プログラムのアルゴリズムは図5の流れ図で示した。計算を早めるために電位値再計算は破壊点中心にして一定の領域(100×100)に限定して行う。電位値再計算の収束値は0.0001である。計算の終了は避雷針への落雷もしくは地表への落雷で終了とした。

フラクタル次元は密度相関数法¹⁶⁾によって求めた。密度相関関数 $C(r)$ は距離 r だけ離れた点に2つの粒子が存在する確率である。空間座標 x の粒子の存在を $n(x)$ 、 $\langle \dots \rangle$ をアンサンブル平均とすると、

$$C(r) = \langle n(x) \cdot n(x+r) \rangle \quad (5)$$

となる。粒子の集まりのクラスターが自己相似性をもつとすると $C(r)$ はべき乗の型になる¹⁶⁾。

$$C(r) \propto r^{D-d} \quad (6)$$

ここで、 D はフラクタル次元数、 d は空間の次元数である。(6)式の両対数をとると

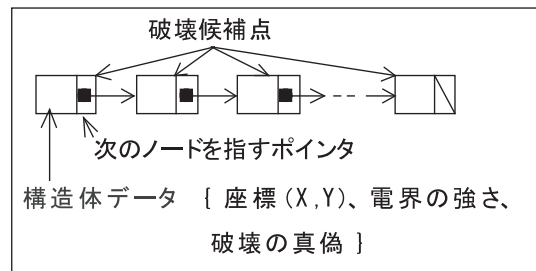


図4 破壊候補点のデータ構造

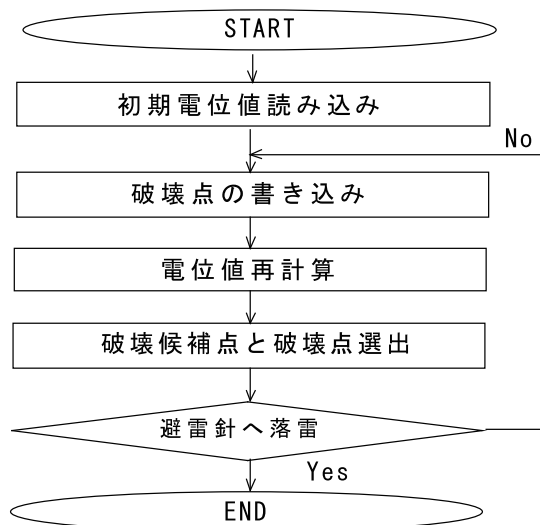


図5 計算アルゴリズム

$$\log(C(r)) \propto (D-d) \cdot \log(r) \tag{7}$$

となる。すなわち、密度相関関数とrの両対数プロットの比例定数からフラクタル次元数を求めることができる。

4. 避雷針への雷放電パターンシミュレーション計算結果と討論

4-1 基本的な条件下におけるシミュレーション

次の2個のパラメータを変化させて計算を行った。

- (1) E_c : 最低絶縁破壊電界値
- (2) η : 絶縁破壊べき乗指数

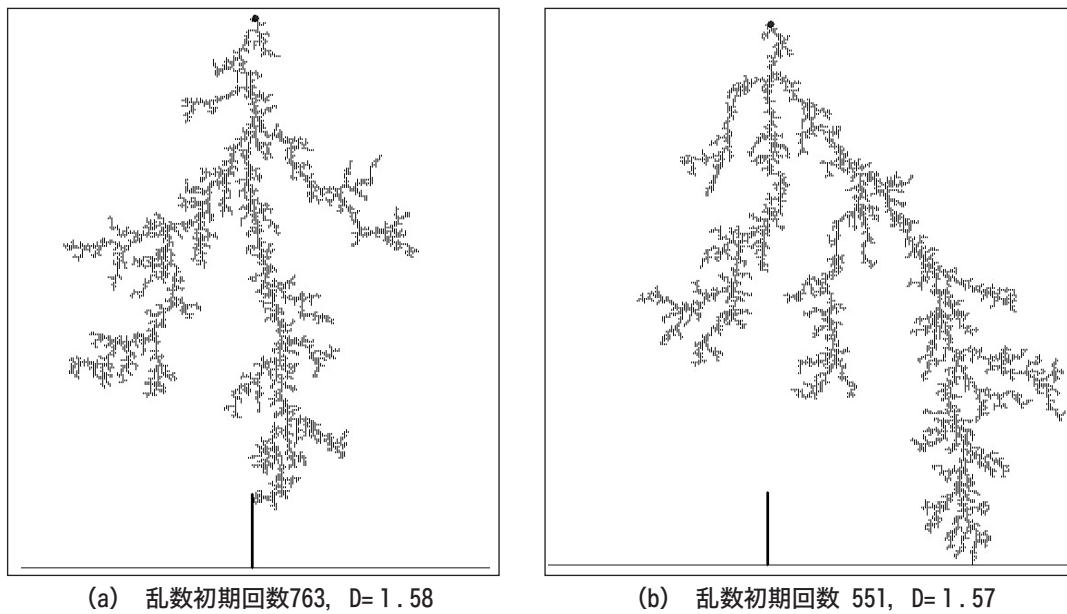


図6 $E_c=0$ における放電破壊パターン ($\eta=1$)

最初に最低絶縁破壊電界値 $E_c=0$ 、絶縁破壊べき乗指数 $\eta=1$ の最も基本的な場合の放電破壊パターンを図6に示した。なお、計算は無次元で行ってあるので、電界の大きさなどでの単位は省略する（以下同様）。避雷針の高さは、以下の計算すべてにおいて40格子に設定してある。これらは雷リーダに相当する破壊パターン図であり、いわゆるリターンストロークは考慮していない。計算条件は乱数初期回数を除いては、全く同じであるが、全く異なるパターンが得られる。乱数初期回数は計算が開始するときの時間の関数として設定し、繰り返しシミュレーション計算の始まる前に乱数の乱数初期回数の中から読みを行い、異なる破壊パターンを得るようにした。図6に例では、一方は避雷針に落雷し、もう片方は避雷針に落雷せずに、地面に落雷している。

破壊パターンは異なっているが、フラクタル次元数Dはほぼ同じである。10回の試行で平均のフラクタル次元数は $D=1.57 \pm 0.02$ であり、8回は避雷針に落雷し、避雷針への落雷率は80%である。避雷針に落雷する場合が多く、避雷針の効果を確認するシミュレーションができた。通常の2次元フラクタル次元数より少し小さい値が得られている。これは境界条件の違いによると考えられる。 $E_c=0$ での破壊パターンは実際の雷放電より分岐が多く、この点異なっている。実際の最低絶縁破壊電界値 E_c は0でなく、大きい値である。同じ条件で、乱数初期回数を変更して計算すると全く異なるパターンが得られるが、フラクタル次元数Dはほぼ同じである点はフラク

タル的である。雷の破壊パターンはフラクタル的であるので、フラクタル次元数が破壊パターンの特徴を表現していることになる。

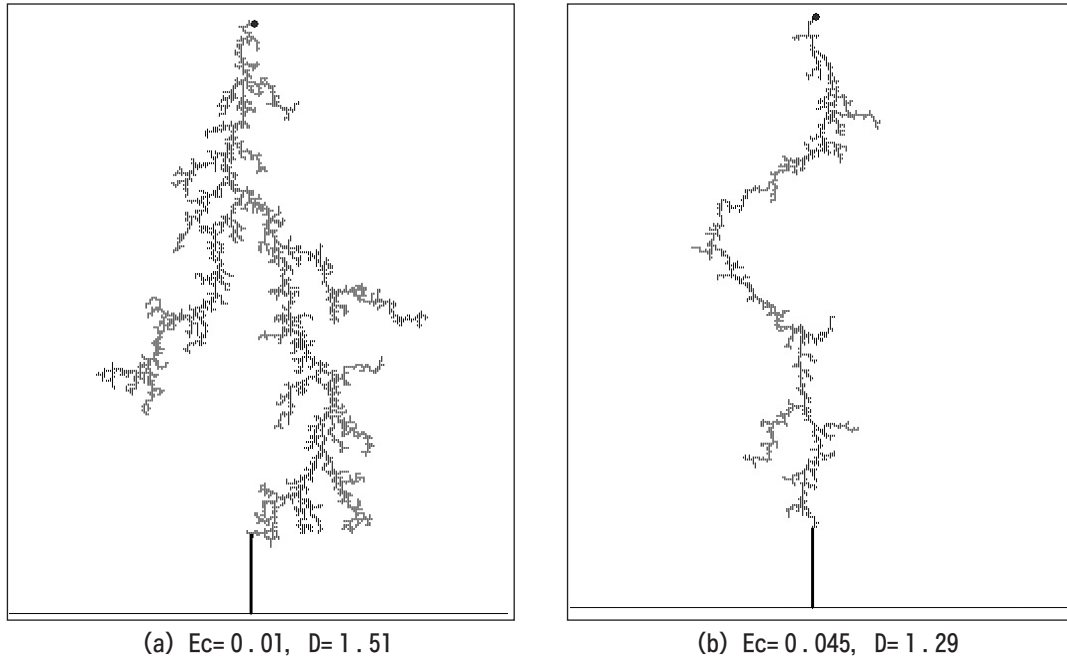


図7 最低絶縁破壊電界値 E_c による放電破壊パターン ($\eta = 1$)

4-2 最低絶縁破壊電界値 E_c による影響

実際の破壊現象として、電界の値が最低絶縁破壊電界値 E_c (Critical Electric Field of Dielectric Breakdown) より大きくないと生じない。最低絶縁破壊電界値 E_c と破壊パターンを調べてみる。図7に最低絶縁破壊電界値 E_c による放電破壊パターンを示した。最低絶縁破壊電界値が大きくなると分岐が少なくなり、フラクタル次元数が小さくなり、1次元的なパターンになる。 E_c が大きいが実際の雷放電図に近くなる。

最低絶縁破壊電界値 E_c によってフラクタル次元数 D の変化を求めたのが図8である。フラクタル次元数 D は計算条件が同一でも、乱数初期回数が異なると、少し値が変動する。各 E_c に対して4回計算を行い、フラクタル次元数を平均して求めた値が示してある。標準偏差は0.01から0.04である。 E_c が0.05以上になると初期のうちに、計算が止まり、破壊が進行しない。実際の雲中は圧力の低下や降水粒子の存在で E_c が小さくなる³⁰⁾ことを考慮し、 E_c が0.05以上において、出発点から高さ方向の30%以内は E_c を段階的に大きくするようにして計算を行った。雷のリーダがある程度突き進んだ状態では、後述するようにリーダの先端に電位集中効果が生じ、破壊しやすい状態になる。そのような状況での E_c は大きな値になると考えられる。大きな E_c でのシミュレーションを実現させるためにも、出発点から高さ方向の30%以内で E_c を段階的に大きくすることは有効であるといえる。

このようにして得られた図8であり、非常に大きい E_c に対しての値が示されているのが特徴である。フラクタル次元数は最低絶縁破壊電界値 E_c と共に小さくなるのがわかる。

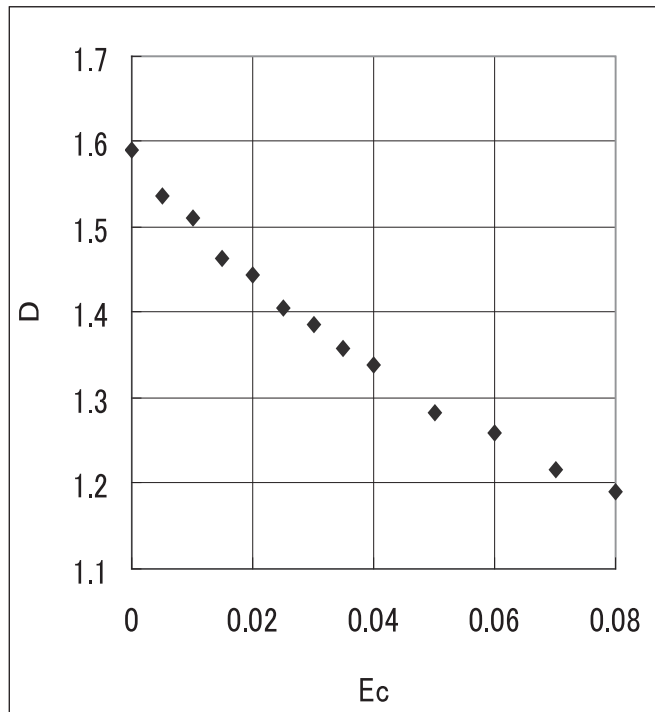


図8 最低絶縁破壊電界値 E_c に対するフラクタル次元数 ($\eta=1$)

そして、フラクタル次元数 D が1.3以下をシミュレーションすることができた。

実雷の2次元写真19例よりフラクタル次元を求めた結果によると、フラクタル次元は1.221で標準偏差が0.116である³¹⁾。1.2-1.3の間の度数が一番大きい。実際の雷は3次元での現象であるので、2次元写真で得たフラクタル次元数は検討の必要があるが、他に比較できるフラクタル次元数のデータがないので、検討の対象とした。また2次元でのシミュレーション結果との簡単にできないことも考慮した上で、参考値として比較することにする。図8から E_c が0.05以上ではフラクタル次元数は1.3より小さい値が得られている。

4-3 絶縁破壊べき乗指数 η による影響

絶縁破壊べき乗指数 η による影響を計算したのが図9である。絶縁破壊べき乗指数 η による効果は大きく、 η が1以上に大きくなると放電破壊パターンの分岐数は少なくなり、次元数も小さくなる。この点は最低絶縁破壊電界値 E_c と同様な傾向を持っているといえる。図10に絶縁破壊べき乗指数 η によるフラクタル次元数 D の変化を示した。各絶縁破壊べき乗指数 η に対して4回計算を行い、フラクタル次元数を平均して求めた値が示してある。フラクタル次元数は絶縁破壊べき乗指数 η と共に小さくなるのがわかる。この傾向も E_c と同様である。絶縁破壊べき乗指数 η は絶縁破壊パターンに対する効果は大きいですが、その物理的意味が不明確な点が指摘され続けてきている^{30, 31)}。2次元の雷放電絶縁破壊シミュレーションにおいて、 $\eta > 1$ の場合を用いなくても、 $\eta=1$ とし E_c を大きくすれば、実際の雷放電のパターンに近いパターンが得られる。以下は $\eta=1$ の場合のみで、シミュレーション計算を行うことにする。

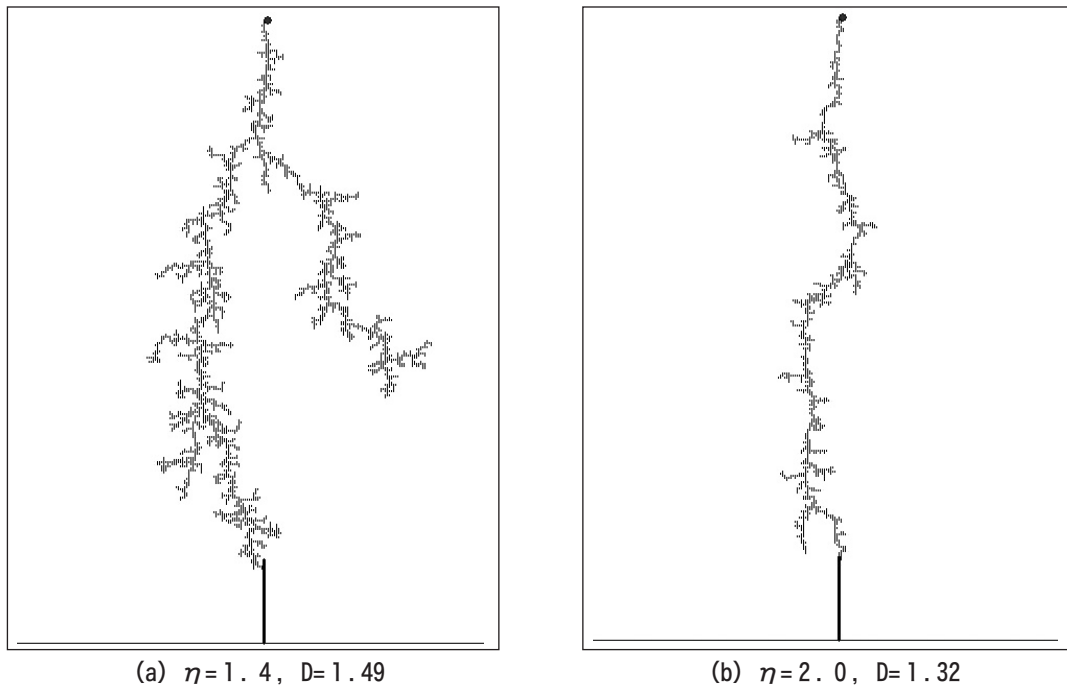


図9 絶縁破壊べき乗指数 η による放電破壊パターン ($E_c = 0$)

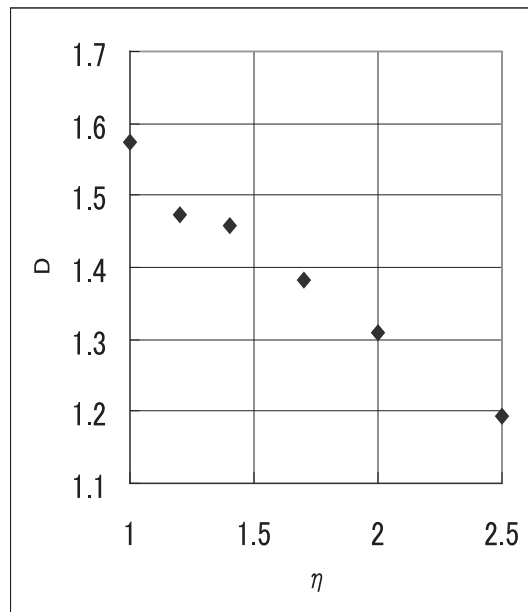


図10 絶縁破壊べき乗指数 η に対するフラクタル次元数 ($E_c = 0$)

4-4 針状避雷針における雷のリーダの進行と等電位線

雷のリーダの進行と電位分布との関係は興味深いものがあるので、空間の電位分布を表示するプログラムを別途作成した。 $E_c = 0.04$ の場合における典型的なリーダの進行と電位分布の結果を図11に示した。ちなみにフラクタル次元 D は1.36であった。

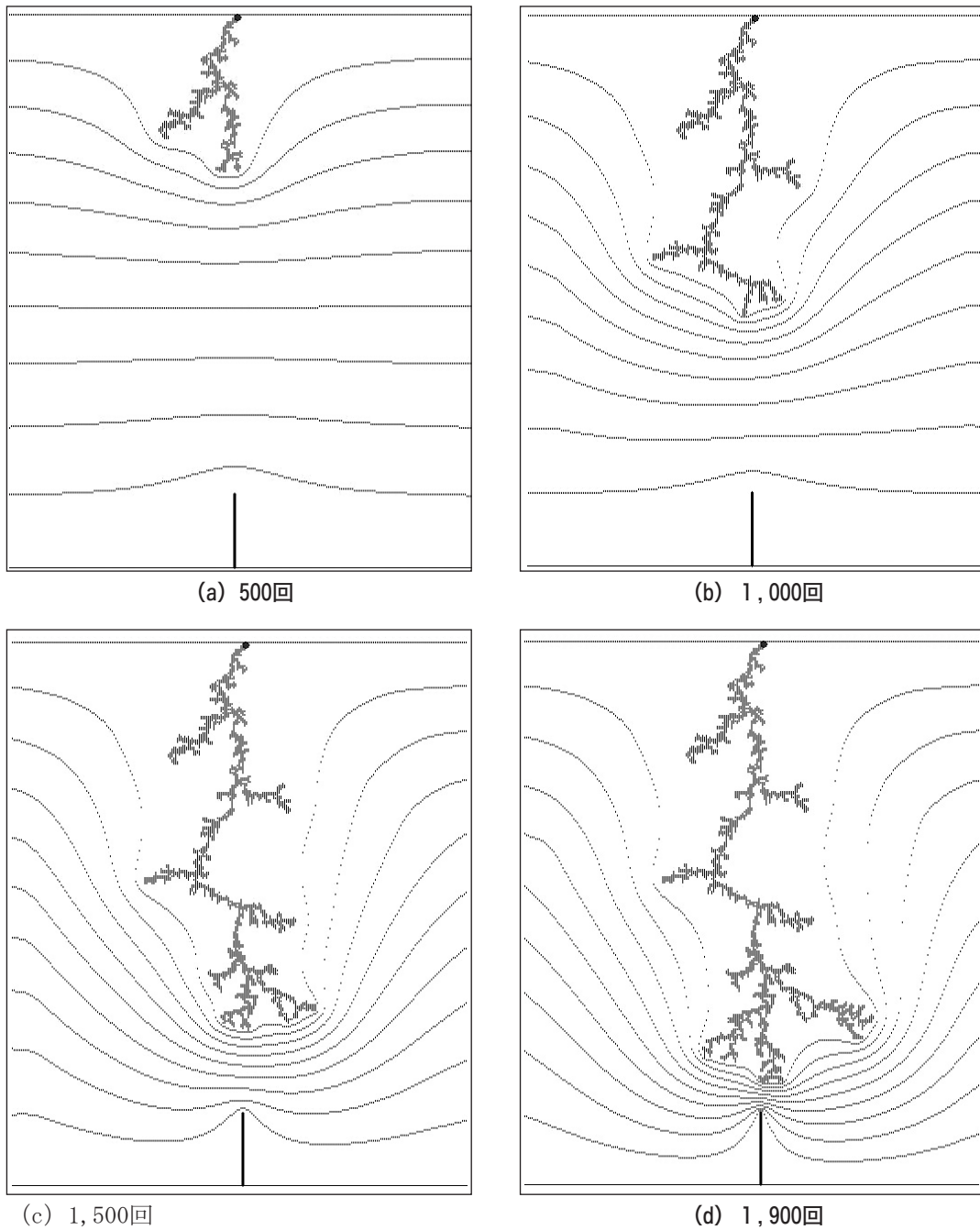


図11 針状避雷針における雷のリーダの進行と等電位線 ($E_c = 0.04$)

天空は-1.0、地表と避雷針の電位は0であり、等電位線は0.1きざみとし、併せて10本の等電位線が示されている。等電位線は天空から、-1.0、-0.9、-0.8のような値を持っている。避雷針は針状であり、破壊が生じる前から、電位分布に避雷針の影響は存在する。2040回の破壊で、避雷針の先端に落雷するが、途中の500回(a)、1,000回(b)、1,500回(c)、1,900回(d)での等電位線の図を示した。

図11から、雷のリーダの最先端部分に等電位線が集中するようになり、雷リーダの地表に向かって進みやすくなることもわかる。リーダは絶縁破壊点の集合体であるから、リーダの電位は天空と同一の-1である。このことが等電位線の集中させる要因となる。雷リーダが地表に近

づくほど、等電位線の集中度は大きくなる。そして、リーダの先端が避雷針近傍に近づくと、避雷針の近傍で等電位線が集中する。すなわち、リーダの先端が避雷針近傍に近づくと、避雷針近傍の電界が大きくなり、雷放電を避雷針に導いている。

以上のことから雷のリーダの先端には電位集中効果があることがわかる。そして、この電位集中効果が避雷針に雷を導く。力学的破壊において亀裂の先端に応力集中効果³²⁾が生じ、破壊を進展させることと同様な効果が雷リーダの先端に生じているといえる。

4-5 矩形避雷針における雷のリーダの進行と等電位線

リーダの進行とともに、避雷針に等電位線が集中する現象を明らかにするために、仮想的な矩形の避雷針を導入する。矩形（幅10、高さ40）の避雷針を用いて、 $E_c=0.04$ の条件で計算した

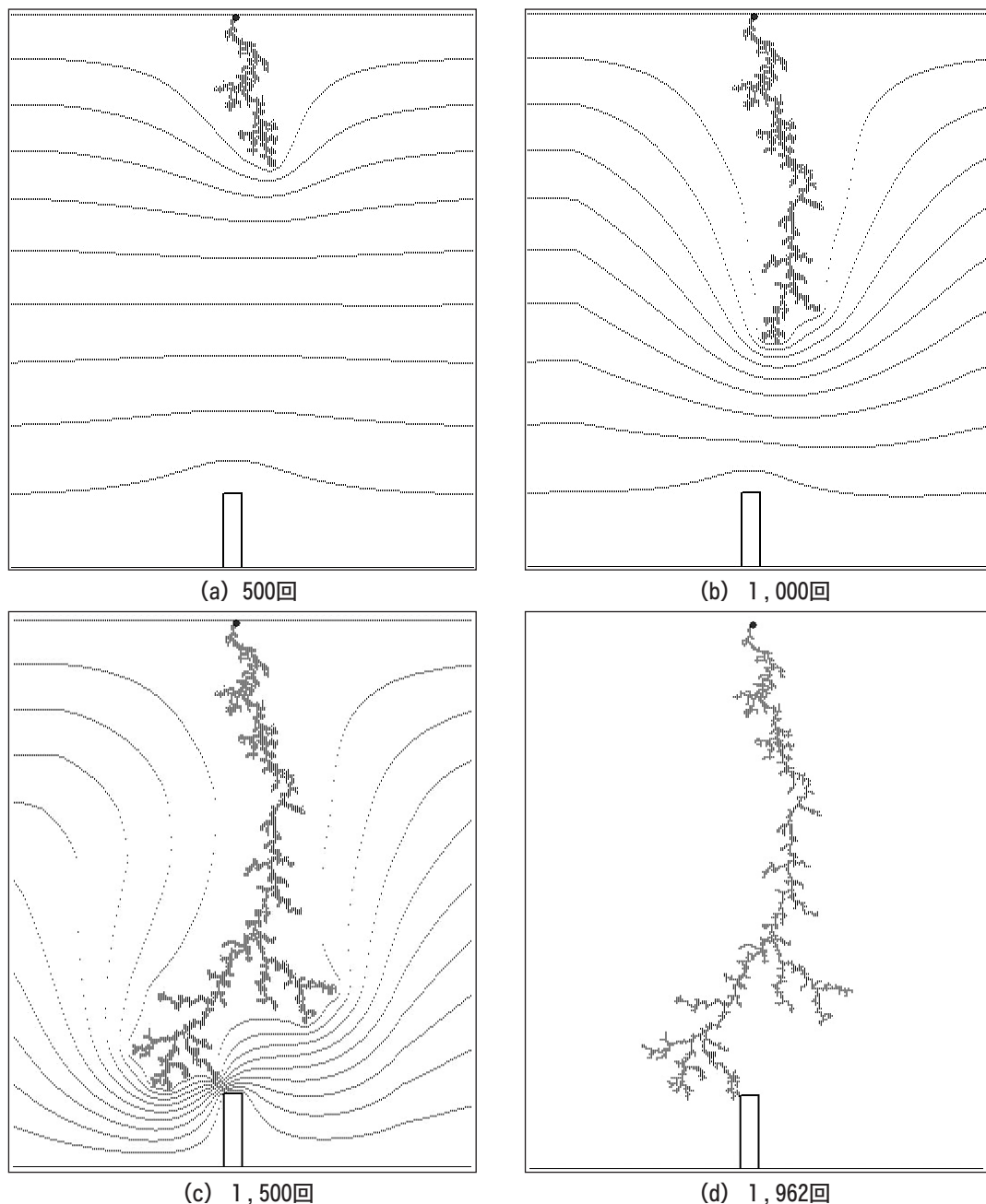


図12 矩形避雷針における雷のリーダの進行と等電位線 ($E_c=0.04$)

結果の例を図11に示した。1,961回の破壊で、避雷針の先端に落雷するが、途中の500回(a)、1,000回(b)、1,500回(c)での等電位線の図を示した。同図(d)には避雷針に落雷時の放電破壊パターンを示した。(d)図には見やすくするために、敢えて等電位線は省いてある。ちなみにフラクタル次元Dは1.41であった。

図12の等電位線分布から、図11と同様に電位集中効果が明瞭に読み取れる。さらにリーダの進行とともに、矩形避雷針の上部の角に等電位線が集中するようになることがわかる。矩形避雷針の角に等電位線が集中し、電界は大きくなる。矩形避雷針の角のところに落雷する結果となる。電位集中効果は鮮明になる。図12は避雷針の先端が尖っている必要があることを示しているし、一般的に尖った金属片に落雷しやすいことを教える内容にもなっている。

5. 避雷針への雷放電パターンシミュレーションの教育への適用

電気技術に電気に関わる内容は、電圧や電流自体、本質的に目に見えない現象であり、理解が難しいところがある。特に電圧概念は場の概念に属しており、日常的に利用頻度が高い割に正しく概念を把握するのは難しい。オームの法則を形成する電圧、電流、抵抗の中で電圧の概念把握が一番困難であることを指摘した^{33,34)}。小学校、中学校における電気回路の教育は電流を中心にして教えられており、原因というべき電圧を扱うことが難しく、教師、生徒と共に電気回路につまずく大きな要因になっている³⁴⁾。このような中で雷の避雷針への落雷現象は高い電圧源の雷雲、放電リーダの雷電流を備えており、自然現象から電圧、電界、電流、絶縁破壊などを具体的に、興味深く学べる教材といえる。

避雷針を含む等電位分布線と雷リーダの進行の現象は

- 1) 電位（電圧）と電界の区分、
- 2) 電界が大きいと絶縁破壊が生じ、雷は電氣的な絶縁破壊現象であること
- 3) 雷リーダはリターンストロークを導くこと
- 4) 避雷針の効果

などを学ぶことができる。避雷針における雷のリーダの進行と等電位線を表現する図11や図12は1)から4)を学ぶに好都合な教材となっている。従来このような雷のリーダ進行の等電位線を表現する図は作成されたことがなかったので、今回貴重な資料を作成したことになるだろう。内容的には直感的に把握できる部分から高度な電気の専門的内容まで含むので、中学生から高校生、大学生までの広範囲の生徒、学生を対象としたものとなり得る。中学校の技術の授業で、内燃機関の点火プラグや蛍光灯の放電現象などに利用できるといえる。高等学校においては、理科の電磁気学習の中で、電位や電界の学習に大いに活用できるし、工業科の電気学科や機械科で活用も期待できる。大学の工学部や教育学部などにおいて、電気を専門に学ぶ学生に対して、電気技術教育や電磁気の教育に役立てることが可能である。

6. 討論

本研究は、2次元ラプラス場におけるDBMに従ったモデルで、避雷針への落雷シミュレーションを行った。DBMは絶縁破壊確率が局所電界の強さの η 乗に比例する η モデル¹³⁾であり、 $\eta > 1$ とすると破壊パターンの分岐はより少なくなり、リヒテンブルグ図におけるような放電パターン

をシミュレーションできる。しかしながらDBMにおける放電シミュレーションは η の物理的意味が不明な点が大きな問題点である^{27, 28)}とされてきた。

DBMの(3)式は $\eta=1$ の場合を含んでいる。 $\eta=1$ の場合においては、絶縁破壊は局所電界に比例することの物理的意味は明解である。一方 $\eta \neq 1$ において、物理的意味は不明となる。今回の2次元電位分布計算においては、 $\eta=1$ として、通常 η モデルと考えられている $\eta > 1$ の場合を採用しなかった。本研究においては、最低絶縁破壊電界値 E_c を導入し、 E_c を大きくすることによって分岐数を減らしたパターンを得ることができた。実際の雲中は圧力の低下や降水粒子の存在で E_c が小さくなる³⁰⁾ことを考慮し、 E_c が0.05以上において、出発点から高さ方向の30%以内は E_c を段階的に大きくするような工夫を行った。そして、 $\eta > 1$ となる場合の η モデルを使用せず、現実の落雷パターンと同様なフラクタル次元数が1.3以下の破壊パターンを得ることができた。本研究において、少なくとも2次元正方向格子では $\eta=1$ となるDBMが有効であることが示せたといえる。 η の物理的意味が不明であるDBMの弱点を克服する一つの方法といえる。

2次元格子上において、避雷針シミュレーションでないが、針状電極におけるDBMモデルを用いた放電シミュレーションの研究²¹⁾が存在する。初期破壊点が針状電極から開始し、格子のメッシュ数が100格子(本研究では300格子)という条件の違いがあるが、 E_c が0.015でフラクタル次元数が 1.48 ± 0.06 の値が得られており、本研究の値 1.46 ± 0.05 (図8参照)とほぼ同様な値といえる。残念ながら、Barclayらの研究において、求められている E_c の最大値は0.015であり、この E_c 以上の値は報告されてない。本研究においては E_c の最大値は0.08であり、フラクタル次元数は 1.19 ± 0.04 である。 E_c が大きい場合におけるフラクタル次元数を算出できたことは本研究の評価すべき点であろう。

$\eta=1$ となるDBMで、避雷針への落雷シミュレーションにおいて、等電位線を求めた。そして、リーダの進行とともに、リーダの先端に等電位線が集中する様子が等電位分布図で示すことができた。リーダの先端に等電位線が集中することによって、リーダの先端部分の電界が大きくなり、絶縁破壊が進行することが示せた。リーダの先端が避雷針近傍に近づくと、避雷針近傍の近傍で等電位線が集中し、電界が大きくなり、雷放電を避雷針に導くことがわかった。

矩形の避雷針では角に等電位線が集中し、角の部分落雷しやすいことがわかった。雷のリーダの先端には電位集中効果があるといえる。力学的破壊において亀裂の先端に応力集中効果が生じ、破壊を進展させること³²⁾と同様な効果が生じていることがわかった。DBMは確率的なモデルであり、弾性論における応力集中による亀裂の算出は決定論的な方法である。従って、雷パターンのような分岐のある破壊パターンはDBMで扱うことが出来るが、弾性論で扱われている応力集中の手法だけでは、分岐のある弾性破壊パターンは扱うことが出来ないといえる。この点がDBMの優れた点といえる。

今回の研究は電リーダに絞り、実際に大電流を流すリターンストロークには触れなかった。リターンストロークは雷リーダで構成された絶縁破壊のパスを辿って、地上から雲中に中和のための電荷を運び、大電流を流し、ひときわ明るい雷光を発する雷の本体と言えるものである。しかし、雷電流としては本体であるが、雷全体の生成機構からみれば、地上への絶縁破壊へのパスを開拓するリーダが基本的(primary effect)な現象であって、リターンストロークは第2次的な効果(secondary effect)といえる。この意味から、本研究における雷リーダのパターンシミュレーションは重要なものと位置づけられる。

7. まとめ

本研究は、2次元ラプラス場におけるDBMに従ったモデルで、避雷針への落雷シミュレーションを行った。2次元ラプラス場において、最低絶縁破壊電界値 E_c を導入して、物理的意味が明解な $\eta=1$ となるDBMで、現実の落雷パターンと同様なフラクタル次元数が1.3以下の破壊パターンを得ることができた。本研究をまとめると次のようになる。

- 1) 負帯電リーダ（通常）、正帯電リーダ双方に適用できるDBMモデルを設定した。最低絶縁破壊電界値 E_c を考慮して、 $\eta=1$ となるDBMで避雷針への落雷パターンの可視化シミュレーションを行うことができた。
- 2) 雷リーダの進行の段階毎に、リーダの先端に等電位線が集中するようになってゆくことから、リーダには電位集中効果の存在することを明らかにした。この電位集中効果によって避雷針が落雷を導きやすいことを示すことができた。
- 3) 避雷針落雷時の電位分布を可視可は電気技術教育や電磁気の教育に役立てることが可能である。

最後に、本研究の遂行に当たって、試行的な計算を行ってくれた吉田貴成君に感謝する。

文献

- 1) 北川 信一郎：『雷と雷雲の科学』、森北出版、2001年
- 2) 河崎善一郎：「雷放電とは—雷放電の物理—」、J. Plasma Fusion Res. Vol. **80**、No. 7、pp. 589-596 (2004)
- 3) 高橋劭：「雷の電気」、日本気象学会「気象研究ノート」第154号、1986年
- 4) T. Takahashi, "Thunderstorm Electrification-A Numerical Study", J. Atmos. Sci. **41**, pp. 2541-2558 (1984)
- 5) 河崎善一郎：「雷放電現象の構造と素過程」、J. Plasma Fusion Res. Vol. **84**, No. 7, pp. 405-409、2008年
- 6) 高橋劭：『雷の科学』、東京大学出版会、2009年
- 7) M. A. Uman, "The Lightning Discharge", Academic Press Inc, 1987
- 8) 北川信一郎, 河崎善一郎, 三浦和彦, 道本光一郎：『大気電気学』、東海大学出版会、1996年
- 9) V.P. Pasko et al., "Electrical discharge from a thundercloud top to the lower ionosphere", Nature **416**, pp. 152-154 (2002)
- 10) H. T. Su et al., "Gigantic jets between a thundercloud and the ionosphere," Nature **423**, pp. 974-976 (2003)
- 11) 電気学会放電ハンドブック出版委員会編：「雷放電のシミュレーション」、『放電ハンドブック 下』、オーム社、pp. 441-446、1998年
- 12) R. Kligbleil and D. A. Tidman, "Theory and computer model of the lightning stepped leader", J. Geophys. Res. Vol. **79**, No. 36 pp. 865-869, (1974)
- 13) L. Niemyer, L. Piertronerio and H. J. Wisemann, "Fractal Dimension of Dielectric Breakdown", Phys. Rev. Lett., **52**, pp. 1033-1036 (1984)
- 14) 大重力、原雅則：『高電圧現象』、森北出版、pp162-163、1973年

- 15) T. A. Witten and L. M. Sander, "Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon", *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 1400 (1981)
- 16) 本田勝也:「結晶成長とフラクタル」、高安秀樹編著『フラクタル科学』、朝倉書店、pp. 5-57、1987年
- 17) S. Satpathy, "Dielectric breakdown in three dimensions: Results of numerical simulation", *Phys. Rev. B*, **33**, pp. 5093-5095 (1986)
- 18) H. J. Wisemann and H. R. Zeller, "A fractal model of dielectric breakdown and prebreakdown in solid dielectrics" *J. Appl. Phys.*, **60**, pp. 1770-1773 (1986)
- 19) D. W. Kitchen and O. S. Pratt, "Treeing in Polyethylene as a Prelude to Breakdown", *Trans. Amer. Inst. Elect. Engrs. Pt. III*, **77**, pp. 180-185 (1958)
- 20) N. Shimizu and K. Horii, "The Effect of Absorbed Oxygen on Electrical Treeing in Polymers", *IEEE vol. EI-20 No. 3* pp. 561-566 (1985)
- 21) A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado and C. C. Stevens, "Stochastic modeling of electrical", *J. Phys. D. Appl. Phys.* **23**, pp. 1536-1545 (1990)
- 22) K. Kudo, "Fractal Analysis of Electrical Trees", *IEEE Trans. Dielect. and Elect. Insul.* **5**, pp. 713-727 (1998)
- 23) 植原弘明、工藤勝利:「確率モデルを用いた3次元シミュレーションのフラクタル解析」、*電学論 A*, **120**、pp. 75-79、2000年
- 24) K. Wu, Y. Suzuki and H. Xie, "Sub-fractal structure of single partial discharge in an electrical tree", *J. Phys. D. Appl. Phys.* **33**, pp. 2954-2957 (2000)
- 25) 亀山寛:「内部電場を考慮したDELECTRIC BREAKDOWN MODEL によるパターン形成」、*静岡大学教育学部研究報告 (自然科学篇)*、第45号、pp. 49-59、1994年
- 26) J. V. Champion and S. J. Dodd, "An approach to the modeling of partial discharges in electrical trees", *J. Phys. D. Apply. Phys.* **31**, pp. 2305-2314 (1998)
- 27) L. A. Dissdo, "Understanding Electrical Trees in Solids : From Experiment to Theory", *IEEE Trans. Dielect. And Elect. Insul.* **9** pp. 483-497 (2002)
- 28) E. Phylip Krider, "Benjamin Franklin and Lightning Rods", *Physics Today* **59**, No. 1, 42 (2006)
- 29) 三木恵:「雷放電のシミュレーション」、*放電研究*、第50巻第2号、pp. 9-14、2007年
- 30) 高橋劭:『雷の科学』、東京大学出版会、pp. 25-26、2009年
- 31) 勝野泰:「雷放電路は、フラクタルであるか」、*電学論A*、111巻5号、pp. 496-497、1991年
- 32) 例えば、岡村弘之:『線形破壊力学入門』、培風館、1976年、吉田総仁:『弾塑性力学の基礎』、共立出版、1997年、日本機械学会編:『固体力学におけるコンピュータアナリシス』、コロナ社、1991年
- 33) 亀山寛:「電気回路と水流モデルとの類推に関する考察 (I) - 電位差 (電圧) について -」、*静岡大学教育学部研究報告 (教科教育篇)* 第12号、pp. 197-209、1981年
- 34) 亀山寛、永田健太郎:「電気回路の基本概念と電流の微視的モデルシミュレーション」、*静岡大学教育学部研究報告 (教科教育篇)*、第29号、pp. 87-103、1998年