Mathematicaによる一般均衡モデルの数値シミュレーション
― CGEモデル教育用ソフトウェアの開発に向けて ―

黄　愛珍・石橋　太郎・浅利　一郎

はじめに

我々は、コンピュータソフト *Mathematica** によりCGEモデルの教育用ソフトウェア開発を目的とし、まずは本稿で一般均衡モデルの数値シミュレーションプログラムを検討する。しかし、シミュレーションプログラムを検討する前に、目標とするCGEモデルについて解説をしておくことは有益であろう。

したがって、本稿は、はじめてCGEモデルを学習する人のために、第1節でCGEモデルとは何かを説明し、第2節でCGE分析の発展経緯を説明する。第3節で、CGEモデル構築の基礎となる一般均衡モデルの数値シミュレーションプログラムを検討する。最後に、本稿のまとめと次稿の予定を紹介する。

1. CGEモデルとは何か

CGEモデル（Computable General Equilibrium model）は計算可能な一般均衡モデル、あるいは、応用一般均衡モデル（AGEモデル：Applied General Equilibrium model）と呼ばれる[1)]。

では、CGEモデルとは何か。一言で言えば、ワルラスの一般均衡構造を現実経済の抽象的な表現から、現実の経済を反映するデータを組み入れ、現実の政策評価に利用できる実用的な数値モデルのことである。その基本的な理論枠組みは、ワルラスの一般均衡体系である。

ワルラスの理論的な一般均衡体系において、すべての財について、需要と供給は経済主体の最適化行動により導出され、それぞれの市場で需要と供給が一致する（均衡状態が成立する）。即ち、消費者は価格を所与として予算制約の下で効用最大化により財の需要と要素の供給を決定する。企

---

* *Mathematica* は、Wolfram Research, Inc. の登録商標です。
1）本論では、両者について特に区別して扱わないこととし、CGEモデルと呼ぶこととする。

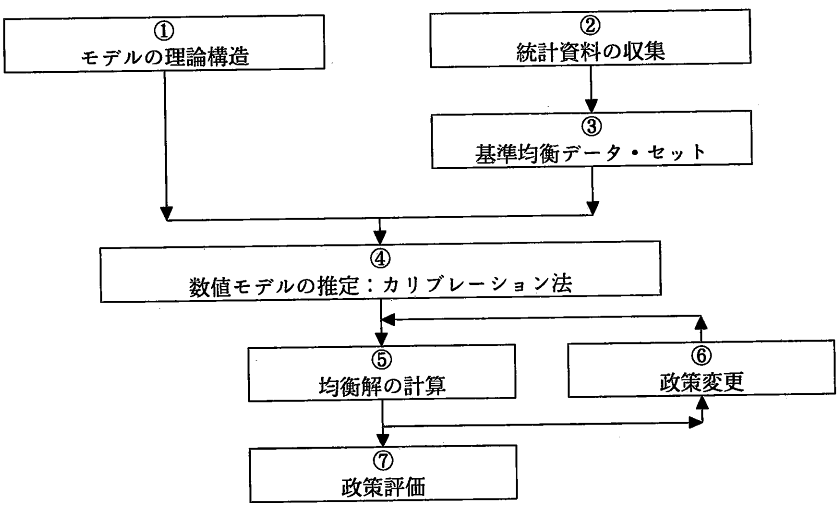
業も価格を所与として利潤最大化行動の下で財の供給と要素の需要を計画する。均衡においては、需要と供給が一致する均衡市場価格が成立する。もちろん、個々の経済主体がそれぞれの意思決定に基づいて行動しているために、個別の需要と供給をすべての主体について集計して得られる各財の市場需要と市場供給が最初から常に均衡するとは限らない。

もし、市場において、需要が供給を上回る場合、財の価格が上昇し、逆に、需要が供給を下回る場合、財の価格が下落するというように、超過需要の大きさに応じて価格が伸縮的に調整されるものとしよう。すると、各経済主体が新しい価格ベクトルをシグナルとして、意思決定をしなおし、それぞれの需要量と供給量を変更する。そして、市場における集計的な需要と供給のバランスがすべての財において同時に成立するならば、価格の調整は停止する。この時の価格（ベクトル）を均衡価格（ベクトル）という。そしてこの状態を一般均衡とよぶ。

このように、ワルラスの一般均衡体系は、完全競争市場を想定しており、現実の経済で重要な役割を果たす家計や企業などの経済主体の行動を基礎にしている。そして、経済政策の変更が、家計や企業の行動の変更を通じて、資源配分、所得分配、経済厚生などに及ぼす影響を、誰が得をし、誰が損をするかという水準まで評価することができるのである。このような政策評価は実証的なマクロモデルでは十分に捕らえることができないという意味で、ワルラスの一般均衡モデルは経済政策評価のために理想的な枠組みを提供しているといえよう。

次に、ワルラスの一般均衡枠組みが現実経済政策の評価にどのように利用されるのか、即ち、CGE 分析の進め方について簡単に説明する。

図－1は、CGE モデルを構築し、実際の政策評価分析に利用する際の典型的な手順を示している。ここで、図－1の順を追って説明しよう。



図－1　CGE 分析の典型的な手順

① モデルの理論構造

まず、CGE モデルを利用して、どのような政策分析を行うかを決める。そして、分析目的に応じて一般均衡の枠組みにおけるモデルの理論的な構造を設計しなければならない。即ち、ワルラスの基本的な一般均衡体系を実際の経済政策に応用する際に、分析する政策目的に応じて、現実経済で重要な役割を果たしている経済制度をモデルに組み入れる必要がある。例えば、租税政策の分析の際には、税制の仕組みを詳細にモデルに組み込まなければならない。

② 統計資料の収集

手順①で理論モデルの設計が終わったら、次になすべきことは、理論モデルに使われるデータの収集である。ほとんどの CGE 分析において、最新の『産業連関表』がまず選ばれる。そして、この最新版『産業連関表』の年がモデルの基準年とされることが多い。次によく利用される統計資料としては、分析目的によって異なり、例えば橘木（1990）の中で、公共財政関連の研究に主眼を置く CGE 日本モデルの構築に使われる関連資料として、『産業連関表』とともに、『所得再分配調査』（厚生省)、『家計調査年報』（総理府)、『国税庁統計年報書』（国税庁)、『地方財政統計年報』（自治省)、『財政金融統計月報（租税特集・法人企業統計年報特集)』（財務省）などが利用されている。

③ 基準均衡データ・セット

CGE 分析では、ある基準年において、経済が一般均衡を達成していると仮定する。これを基準均衡とする。注意すべき点は、基準均衡といっても、実態経済が基準年において必ずしも均衡しているとする必要がなく、また意味するものでもない。この均衡は現実に存在するさまざまな租税を含み、拡張された価格ベクトルの下で成立している。従って、ワルラスの一般均衡体系における経済主体の行動は価格ベクトルに影響を受けるだけではなく、生産者の行動は法人税、関税などモデルに導入された様々な税率にも影響を受ける。また、消費者の行動は、税を含んだ価格以外に、例えば政府からの所得移転があった場合に、所得移転にも左右されることになる。

CGE 分析においては、ある一時点のデータがあれば、均衡データを構築することができる[2)]。しかし、各種の統計から収集されたデータについては、データの出所、統計の範疇、分類基準などが相違したり、暦年と年度の違いもあったり、必ずしも一般均衡の基本的な条件を満たしているとは限らない。従って、基準均衡のデータを構築するために、データの加工や調整を行う必要がある。例えば、あるデータが正しいものとみなし、その他のデータはそれに整合するように調整する。Shoven and Whalley（1992）によると、構築される基準均衡データ・セットは一般的に、次の 4 つの均衡条件を満たすことになる[3)]。

(a) すべての財について需要と供給が等しい。

2）場合によって、基準となる数年平均のデータが用いられることもある。
3）詳細については、Shoven and Whalley（1992）に参照されたい。

(b) すべての産業の利潤は非正である。

(c)（政府を含めて）国内にあるすべての主体の需要は自分の予算制約を満たす。

(d) 海外部門はバランスしている。

④ 数値モデルの推定：カリブレーション法

この手順は、手順①で設計した理論モデルに基づいて、手順③で調整済みの基準年の均衡データを用いて、その基準時点の実際の経済を描写する数値モデルを推定することである。推定方法として通常考えられるのは、時系列データによる計量経済学的手法であるが、しかし、中型CGEモデル、特に大型C GEモデルのように、説明変数がたくさん存在する場合には、それを時系列データに基づいて推定するのは、データの制約で大変難しい。代わりに、CGE分析においては、カリブレーション（calibration）という方法が広く利用されている。

カリブレーション法とは何か。ある現実の経済が基準年において均衡を達成していると仮定する。この基準均衡は、手順①で設定した理論経済モデルの中に想定してある生産関数や効用関数の形に従って、それぞれ最適化行動の下で生産や消費を行った結果であると考える。そして、基準年のデータを、理論経済モデルに代入し、その均衡として基準均衡が再現されるように、生産関数と効用関数などのパラメーターを推定する方法は、いわゆるカリブレーション推定法である。

以下では、簡単のために、生産関数（付加価値関数）がCobb-Douglas関数の場合の、カリブレーション法を用いたパラメーターの推定方法を示してみよう[4)]

各産業がCobb-Douglas付加価値関数

$$V_j = L_j^{\alpha_j} K_j^{1-\alpha_j} \quad \cdots\cdots(1)$$

を与えられているとする。ここで、V_jは各産業の付加価値、L_jとK_jは資本サービスと労働サービスの投入量、α_jはシェア・パラメータを示している。

各産業は費用最小化の原理の下で生産を行われると仮定する。その生産行動を以下の式で表すことができる。

$$\begin{aligned} &Min \quad L_j w_j + K_j r_j \\ &s.t. \quad V_j = L_j^{\alpha_j} K_j^{1-\alpha_j} \end{aligned}$$

w_jは労働価格（賃金率）、r_jは資本価格（利子率）を示す

最適化の1階条件は以下の式になる。

$$\frac{\partial V_j}{\partial L_j} \Big/ \frac{\partial V_j}{\partial K_j} = \frac{w_j}{r_j} \quad \cdots\cdots(2)$$

これによると、(3)が求められる。

4）関数がCES型の場合の、カリブレーション法によるパラメータ値の推定法については、Shoven and Whalley (1992) を参照されたい。

$$\alpha_j = \frac{w_j L_j}{r_j K_j + w_j L_j} \qquad \cdots\cdots(3)$$

このように、生産関数や効用関数の関数形がCobb-Douglas関数である場合には、関数のすべてのパラメーターが基準均衡データの価格と数量の観察値[5] だけで、モデルの中で一意的に決定されることができる。即ち、基準均衡データから、L_j と K_j の値が求まり、また、基準均衡の価格が1であるために、シェア・パラメータ α_j の値が(3)によって簡単に計算できる。

関数形がCES型の場合には、代替の弾力性の値を外生的に与える必要がある。代替の弾力性の値が与えられると、残りのパラメーターは同様の方法で簡単に計算される。

⑤ 均衡解の計算（基準均衡）

パラメーターの推定が終わると、推定されたパラメーターの値をモデルに代入し、均衡解を求め、求めた均衡解は基準均衡と一致しているかどうかの再現テストが行われる。

⑥ 政策変更による仮設均衡解の計算

基準均衡の再現テストが合格すると、数値モデルを用いて、政策が変更された場合の均衡解（仮設均衡）を求める。

⑦ 政策評価

計算された仮設均衡と基準均衡の数値を比較することによって、仮設的政策の評価を行う。

2．CGEモデルの発展経緯

19世紀後半に、ワルラス（L. Walras）によって開発された一般均衡体系が、理論的に非常にすぐれた精緻なものであり、政策評価の枠組みとして理想的であることは知られていたが、モデルがあまりにも複雑すぎて、実際分析に利用されることは稀であった。

ワルラスの一般均衡理論を用いて現実の経済現象を分析するために、理論に基づいて作られたモデルにまず均衡点が存在する必要がある。従って、ワルラスの一般均衡体系が確立して以来、一般均衡モデルの均衡点の存在証明問題が当時の主な研究主題であった。1950年代に、Arrow, Debreuなどの人々による存在証明の研究を通じて、ワルラスの一般均衡体系が抽象的数理モデルとして精緻化されるに至った。しかし、それまでの主な研究は不動点定理を用いた存在証明であった。また、一般均衡分析は定性分析に限られたものである。即ち、「均衡点が存在するかどうか」という問いに対して答えることができても、「均衡値はいくらか？」という問いについて答えを与えることができなかったのである。また経済政策の分析についても、ある特定の政策が生産主体（生産者、消

5）通常、産業連関表などの統計資料で集めたデータにより調整された基準年のデータは、価額で表示されているので、CGE分析では基準均衡における価格（税込み）を1になるように基準年の数量単位を決定している。

費者）にプラス効果、またはマイナス効果を与えるという変化の方向を示すだけで、具体的にどのぐらいのプラス効果またはマイナス効果を与えたかを数値的に示すことができなかった。

この問題を解決してくれたのは、正にスカーフによる遂次的数値解法アルゴリズムの開発である。1960年代中頃、米国イェール大学の数理経済学者スカーフ（Herbert Scarf）による均衡価格の近似的算出のアルゴリズム開発によって、一般均衡体系における定量的な分析が可能になり、CGE分析が経済政策のための実用的な道具となったのである。

このスカーフ・アルゴリズムを利用したCGE分析は、1970年代初頭より、スカーフの弟子であった米国スタンフォード大学のショーブン（John Shoven）とカナダのウエスタン・オンタリオ大学のウォーレイ（John Whalley）という2人の財政学者により、租税政策の評価の分野で始まった。その後、貿易政策、エネルギー政策、環境政策などさまざまの分野に応用されるようになった。さらに、先進国のみではなく、途上国を対象とした、所得分配問題や構造調整問題へのCGEモデル分析が世界銀行によって行われている[6]。1970年代から現在にいたるまで、CGEモデルは30カ国以上の発展途上国を対象に構築されている。

3. *Mathematica* よる一般均衡モデルの構築と数値シミュレーション

第1節において、CGE分析の手順を説明したが、最初の手順はモデルの理論構造の設計であった。本節では、*Mathematica* による数値シミュレーションが可能となる一般均衡モデルを検討する[7]。ただし、CGE分析が要求するパラメータの推定、基準均衡データ・セット等については、ここでは未だ考慮しない。この点により、本稿はCGEモデル教育用ソフトウェア開発に向けての事前の準備にすぎないものである。

さて、ここで検討する一般均衡モデルは、Dinwiddy and Teal (1988) に従い、経済主体として代表的家計と2企業を仮定し、2財2生産要素市場からなるものを基本モデルとする。

一般均衡モデルを作成する上で、2財の需要関数と供給関数、2生産要素市場の派生需要関数を導出しなければならない。財の需要関数は家計の効用最大化行動から導出する。財の供給関数については、まずは企業の費用最小化行動から生産要素の派生需要を導出し、その結果を利用して利潤極大化モデルを解いて導出する。これらの結果を利用して、基本モデルを定式化しよう。

次に、基本モデルを修正・拡張する。これもDinwiddy and Teal (1988) に従い、最初の修正は、規模に関する収穫不変の生産関数を用いたモデルに修正する。そしてこの修正モデルにより、外国部門をふくむモデルへの拡張、政府部門の導入へとモデルを拡張する。

6）Robinson (1988) は途上国を対象としたCGE分析のサーベイ論文である。

7）本稿では、*Mathematica* の初歩的な操作ができる読者を前提としている。したがって、*Mathematica* の操作・文法等についての解説は行わない。*Mathematica* の操作や文法を全く知らない読者は、浅利一郎他（1997年）を参照。

3－1　基本モデルの予備的準備

3－1－1　代表的消費者の需要関数の導出

需要関数を導出するために、まずは、代表的消費者の効用最大化モデルを解こう。ここでの効用関数は、Cobb-Douglas 型 $U(c_1,\ c_2) = c_1^{\frac{1}{2}}c_2^{\frac{1}{2}}$ として次のように定義する。

In[1]= **U[c1_, c2_] := Sqrt[c1]*Sqrt[c2]**

c1、c2 は家計が消費する第 1 財、第 2 財をそれぞれ表している。この効用関数最大化モデルを解くために、予算を制約として次のラグランジュ関数を定義する。

In[2]= **L = U[c1, c2] - lambda*(Y - p1*c1 - p2*c2)**
Out[2]=

$$\sqrt{\mathrm{c1}}\sqrt{\mathrm{c2}} - \mathrm{lambda}\ (-\mathrm{c1p1} - \mathrm{c2p2} + \mathrm{Y})$$

ここで、p1、p2 はそれぞれ第 1 財の価格、第 2 財の価格を、Y は家計の所得を表している。

効用最大化モデルを解くために、ラグランジュ関数 L を c1、c2、lambda について偏微分した式を 0 とおき（1 階の条件)、3 つの方程式をリスト foc に登録する (関数 Solve で入力を簡単にするため)。

In[3]= **foc = {D[L, c1] == 0, D[L, c2] == 0, D[L, lambda] == 0}**
Out[3]=

$$\left\{\frac{\sqrt{\mathrm{c2}}}{2\sqrt{\mathrm{c1}}} + \mathrm{lambda\ p1} == 0,\right.$$

$$\left.\frac{\sqrt{\mathrm{c1}}}{2\sqrt{\mathrm{c2}}} + \mathrm{lambda\ p2} == 0,\ \mathrm{c1p1} + \mathrm{c2p2} - \mathrm{Y} == 0\right\}$$

上の結果より、リスト foc には 1 階の条件を表す 3 つの方程式が配置され、foc という変数で連立方程式を表現している。*Mathematica* で連立方程式を解くコマンドは Solve。ここでは、解いた答えを変数 sol に登録しておこう。

In[4]= **sol = Solve[foc, {c1, c2, lambda}][[1]]**

Out [4]=

$$\left\{c1 \to \frac{Y}{2p1},\ c2 \to \frac{Y}{2p2},\ \text{lambda} \to -\frac{1}{2\sqrt{p1}\sqrt{p2}}\right\}$$

上の結果を見て分かるように、財c1、財c2の需要関数と所得の限界効用を表すlambdaの値が計算されている。なお、連立方程式をSolveで解くと、*Mathematica*は答えをリストのリストで返すため、*In [4]*の入力式の最後に入力した **[[1]]** が必要になる。

*Out [4]*により消費者の需要関数が計算されたとはいえ、*Mathematica*上ではまだ登録されているわけではない。もし、明示的に*Mathematica*上に定義したければ、次のように入力しよう。

In [5]= **c1 = c1 /. %**

Out [5]=

$$\frac{Y}{2p1}$$

In [6]= **c2 = c2 /. %%**

Out [6]=

$$\frac{Y}{2p2}$$

さて、ここで計算結果を保存しておこう。また、新しい計算を行う上で、一度カーネルを終了し、改めてカーネルを起動しよう。

3－1－2 生産要素の需要関数の導出

第1企業の生産要素の需要関数を導出するために、次のCobb-Douglas型生産関数 $X_1(K_1, L_1) = K_1^{\frac{1}{4}} L_1^{\frac{1}{2}}$ を定義しよう。

In [1]= **X1[k1_, l1_] := k1^(1/4)*l1^(1/2)**

生産要素の需要関数を導出するために、費用最小化モデルを定式化しよう。このモデルを解くために、生産関数を制約として次のラグランジュ関数を定義する。

In [2]= **L = r*k1 + w*l1 + lambda*(x1 - X1[k1, l1])**

Out [2]=

$$k1r + l1w + \text{lambda}\ (-k1^{\frac{1}{4}}\sqrt{l1} + x1)$$

ここで、rは資本の要素価格、wは労働の要素価格を表している。

さて、ラグランジュ関数 L を k1、l1、lambda について偏微分した式を 0 とおき（1 階の条件）、3 つの方程式をリスト foc に登録する。

In[3]= **foc = {D[L, k1] == 0, D[L, l1] == 0, D[L, lambda] == 0}**

Out[3]=

$$\left\{-\frac{\sqrt{l1}\,\text{lambda}}{4\text{k1}^{\frac{3}{4}}}+\text{r}==0,\right.$$

$$\left.-\frac{\text{k1}^{\frac{1}{4}}\text{lambda}}{2\sqrt{l1}}+\text{w}==0,\ -\text{k1}^{\frac{1}{4}}\sqrt{l1}+\text{x1}==0\right\}$$

ここでも、リスト foc には 1 階の条件を表す 3 つの方程式が配置され、foc という変数で連立方程式を表現している。次に、この連立方程式を解こう。方法は前項と同様。解いた答えを変数 sol に登録しておこう。

In[4]= **sol = Solve[foc, {k1, l1, lambda}][[1]]**

Out[4]=

$$\left\{\text{k1}\rightarrow\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\text{w}^{\frac{2}{3}}\text{x1}^{\frac{4}{3}}}{\text{r}^{\frac{2}{3}}},\ \text{l1}\rightarrow\frac{(-1)^{\frac{2}{3}}2^{\frac{1}{3}}\text{r}^{\frac{1}{3}}\text{x1}^{\frac{4}{3}}}{\text{w}^{\frac{1}{3}}},\right.$$

$$\left.\text{lambda}\rightarrow 2(-1)^{\frac{2}{3}}2^{\frac{1}{3}}\text{r}^{\frac{1}{3}}\text{w}^{\frac{2}{3}}\text{x1}^{\frac{1}{3}}\right\}$$

上の結果を見て分かるように、第 1 企業の生産要素 k1、l1 の需要関数と lambda の値が計算されている。*Out[4]* により生産要素の需要関数が計算されたとはいえ、*Mathematica* 上ではまだ登録されているわけではない。もし、明示的に *Mathematica* 上に定義したければ、次のように入力しよう。

In[5]= **k1 = k1 /. %**

Out[5]=

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\text{w}^{\frac{2}{3}}\text{x1}^{\frac{4}{3}}}{\text{r}^{\frac{2}{3}}}$$

In[6]= **l1 = l1 /. %%**

Out [6]=

$$\frac{(-1)^{\frac{2}{3}}2^{\frac{1}{3}}r^{\frac{1}{3}}x1^{\frac{4}{3}}}{w^{\frac{1}{3}}}$$

3－1－3　第 1 企業の最適生産量の導出

次に、第 1 企業の最適生産量を導出しよう。ここではこれは、第 1 財の市場供給関数となる。

最適生産量を導出するために、第 1 企業の利潤最大化問題を解く。利潤式は次のように定義する。

In [7]= **profit = p1*x1 - r*k1 - w*l1**

Out [7]=

$$p1x1-\frac{(-1)^{\frac{2}{3}}r^{\frac{1}{3}}w^{\frac{2}{3}}x1^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}-(-1)^{\frac{2}{3}}2^{\frac{1}{3}}r^{\frac{1}{3}}w^{\frac{2}{3}}x1^{\frac{4}{3}}$$

利潤を最大にする生産量 x1 を求めるために、この利潤式を x1 について偏微分し 0 とおく。すなわち 1 階の条件を求め、この方程式をさらに x1 について解こう。

In [8]= **sol2 = D[profit, x1]**

Out [8]=

$$p1-2(-1)^{\frac{2}{3}}2^{\frac{1}{3}}r^{\frac{1}{3}}w^{\frac{2}{3}}x1^{\frac{1}{3}}$$

In [9]= **Solve[sol2 == 0, x1][[1]]**

Out [9]=

$$\left\{x1\rightarrow\frac{p1^{3}}{16rw^{2}}\right\}$$

上の結果を見て分かるように、第 1 企業の最適生産量、すなわち第 1 財の市場供給関数が計算されている。*Out [9]* により最適生産量が計算されたとはいえ、*Mathematica* 上ではまだ登録されているわけではない。もし、明示的に *Mathematica* 上に定義したければ、次のように入力しよう。

In [10]= **x1 = x1 /. %**

Out [10]=

$$\frac{p1^{3}}{16rw^{2}}$$

さて、ここで計算結果を保存しておこう。また、新しい計算を行う上で、一度カーネルを終了し、

改めてカーネルを起動しよう。

なお、第 2 企業の生産要素の需要関数、最適生産量も同様に計算することができる。ここでは、第 2 企業の生産関数を Cobb-Douglas 型 $X_2(K_2, L_2) = K_2^{\frac{1}{2}} L_2^{\frac{1}{4}}$ として仮定しよう。

3－2　基本モデルの定式

上の結果を受け、いよいよ一般均衡モデルの基本モデルを定式化しよう。

3－2－1　財市場均衡の定義

まずは、前項で求めた第 1 財の需要関数と第 2 財の需要関数を改めて定義する。ただし、ここでは次のようにリスト形式で定義する。

In[1]= `eqD = {c1==Y/(2*p1), c2==Y/(2*p2)}`

Out[1]=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2\mathrm{p1}},\ c2 == \frac{\mathrm{Y}}{2\mathrm{p2}}\right\}$$

すなわち、2 つの需要関数をそれぞれ方程式としてリスト eqD に登録する。

次に、第 1 財と第 2 財の供給関数を同じように、リスト形式で定義する。

In[2]= `eqS = {x1 == p1^3/(16*w^2*r), x2 == p2^3/(16*w*r^2)}`

Out[2]=

$$\left\{\mathrm{x1} == \frac{\mathrm{p1}^3}{16\mathrm{rw}^2},\ \mathrm{x2} == \frac{\mathrm{p2}^3}{16\mathrm{r}^2\mathrm{w}}\right\}$$

市場均衡は、第 1 財、第 2 財のそれぞれの需要と供給が等しくなることで表現される。ここでは、次のように財市場の均衡をリスト形式で定義する。

In[3]= `market1 = {c1 == x1, c2 == x2}`

Out[3]=

$$\{\mathrm{c1} == \mathrm{x1},\ \mathrm{c2} == \mathrm{x2}\}$$

3－2－2　生産要素市場均衡の定義

まず、第1企業ならびに第2企業の生産要素需要関数を次のように定義する。

In [4]=

```
eqF = {k1 ==(w*x1^2/(2r))^(2/3),
  k2 == (2*w*x2^4/r)^(1/3),
  L1 == (2*r*x1^4/w)^(1/3),
  L2 == (r*x2^2/(2*w))^(2/3)}
```

Out [4]=

$$\left\{k1 == \frac{\left(\frac{wx1^2}{r}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}},\ k2 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{wx2^4}{r}\right)^{\frac{1}{3}},\right.$$

$$\left. L1 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{rx1^4}{w}\right)^{\frac{1}{3}},\ L2 == \frac{\left(\frac{rx2^2}{w}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}}\right\}$$

生産要素は代表的家計が所有するものとして、その初期保有量（k、L）は一定として所与と仮定する（家計が生産要素の供給主体である)。したがって、生産要素市場の均衡を次のように定義する。

In [5]= `market2 = {k1+k2==k, L1+L2==L}`

Out [5]=

$$\{k1+k2 == k,\ L1+L2 == L\}$$

3－2－3　所得方程式の定義

まず、企業の所得方程式を定義しよう。すなわち、ここでは第1企業、第2企業の利潤式を定義する。

In [6]=

```
profit = {π1 == p1*x1-r*k1-w*L1,
  π2 == p2*x2-r*k2-w*L2}
```

Out [6]=

$$\{\pi 1 == -k1r - L1w + p1x1,\ \pi 2 == -k2r - L2w + p2x2\}$$

次に、消費者の所得を定義する。

```
In[7]= income = {Y == r(k1+k2)+w(L1+L2)+π1+π2}
Out[7]=
```

$$\{Y == (k1+k2)r+(L1+L2)w+\pi 1+\pi 2\}$$

ここで消費者の所得は、生産要素の報酬と企業の利潤からなる。

以上の定義により、一般均衡モデルの準備ができた。

3－2－4　一般均衡モデルと数値シミュレーション

上の結果を受け、一般均衡モデルを定義し、これにより数値シミュレーションを行おう。

シミュレーションを行う上で、内生変数と外生変数の区別、シミュレーションの初期値の設定は重要である。ここで、内生変数は、p1、p2、c1、c2、k1、k2、l1、l2、x1、x2、w、r、Y、pi1、pi2である。外生変数はk、Lである。

まずは、外生変数については、定数を割り当てよう。

```
In[8]= k=0.8;L =2;
```

ここで定義する一般均衡モデルは、内生変数の数が15個あるので、方程式の数も15本必要となる。すなわち、15本の連立方程式が、ここでの一般均衡モデルを表すことになる。

これまで連立方程式を解くためにSolveを使ったが、ここで定義した一般均衡モデルは非線形式を含んだ連立方程式になる。この場合、*Mathematica*ではFindRootを使って解を見つけることになる。FindRootを使う前に、1つ準備が必要。15本の連立方程式をリストで与えなければならない。ここでは、一般均衡モデル（15本の連立方程式）をmodelという変数名で定義しよう。

```
In[9]=
   model =
    Flatten[{eqD,epS,market1,eqF,market2,profit,
     income}]
Out[9]=
```

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2p1},\ c2 == \frac{Y}{2p2},\ x1 == \frac{p1^3}{16rw^2},\right.$$

$$x2 == \frac{p2^3}{16r^2w},\ c1 == x1,\ c2 == x2,\ k1 == \frac{\left(\frac{wx1^2}{r}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}},$$

$$k2 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{wx2^4}{r}\right)^{\frac{1}{3}},\ L1 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{rx1^4}{w}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$L2 == \frac{\left(\frac{rx2^2}{w}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}},\ k1+k2 == 0.8,\ L1+L2 == 2,$$

$$\pi1 == -k1r-L1w+p1x1,\ \pi2 == -k2r-L2w+p2x2,$$

$$Y == (k1+k2)r+(L1+L2)w+\pi1+\pi2\}$$

Flattenを使って、先に定義した各均衡式のリストを開き、15本の方程式を要素としたリストに作り変える。リストmodelが15本の連立方程式、すなわち一般均衡モデルを表現していることになる。

次に、15本の連立方程式を表すmodelをFindRootを使って解くことになる。FindRootを使って解を求めるためには、内生変数について初期値を設定しなければならない。ここでは、次のようにして内生変数の解を求めよう。

In[10]=

```
FindRoot[model,
{p1,1},{p2,1},{w,0.3},{r,0.7},{k1,0.4},
{k2,0.4},
{L1,1.3},{L2,0.7},{c1,0.8},{c2,1},{x1,0.8},
{x2,1},
{π1,1},{π2,1},{Y,1}]
```

Out[10]=

$\{p1 \to 0.800819,\ p2 \to 1.00698,\ w \to 0.249188,$
$r \to 0.62297,\ k1 \to 0.266667,\ k2 \to 0.533333,$
$L1 \to 1.33333,\ L2 \to 0.666667,\ c1 \to 0.829777,$
$c2 \to 0.659898,\ x1 \to 0.829777,\ x2 \to 0.659898,$
$\pi1 \to 0.166125,\ \pi2 \to 0.166125,\ Y \to 1.329\}$

Out[10] の結果が、一般均衡モデルの解となる。

さて、一般均衡モデルについて考えるとき、１つの市場を除き他の残りの市場が均衡していれば、ワルラス法則が働いてその１つの市場も自動的に均衡することを知っている。そこで、ワルラス法則を前提とした一般均衡モデルにより数値シミュレーションを行うことができる。

先の一般均衡モデル model の中から、６番目の均衡式、第２財の市場均衡式を除き、新たに一般均衡モデルを定式化しよう。

In[11]=

```
model2= Delete[model,6]
```

Out[11]=

$$\Big\{c1 == \frac{Y}{2p1},\ c2 == \frac{Y}{2p2},\ x1 == \frac{p1^3}{16rw^2},$$

$$x2 == \frac{p2^3}{16r^2w},\ c1 == x1,\ k1 == \frac{\left(\frac{wx1^2}{r}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}},$$

$$k2 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{wx2^4}{r}\right)^{\frac{1}{3}},\ L1 == 2^{\frac{1}{3}}\left(\frac{rx1^4}{w}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$L2 == \frac{\left(\frac{rx2^2}{w}\right)^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}},\ k1+k2 == 0.8,\ L1+L2 == 2,$$

$$\pi 1 == -k1r-L1w+p1x1,\ \pi 2 == -k2r-L2w+p2x2,$$

$$Y == (k1+k2)r+(L1+L2)w+\pi 1+\pi 2\Big\}$$

均衡方程式を１つ除くと、15個の内生変数に対して14個の方程式しかないことになる。しかし１つの財をニュメレールとすることにより、この問題を回避することができる。すなわち、ある価格を１に基準化する。ここでは p1 を基準化した上で、解を求めよう。

In[12]=

```
p1=1;
FindRoot[model2,
{p2,0.9},{w,0.3},{r,0.7},{k1,0.4},{k2,0.4},
{L1,1.3},{L2,0.7},{c1,0.8},{c2,1},{x1,0.8},
```

```
{x2,1},
{π1,1}, {π2,1},{Y,1}]
```

Out[12]=

{p2 → 1.25743, w → 0.311166, r → 0.777916, k1 → 0.266667,
k2 → 0.533333, L1 → 1.33333, L2 → 0.666667,
c1 → 0.829777, c2 → 0.659898, x1 → 0.829777,
x2 → 0.659898, π1 → 0.207444, π2 → 0.207444, Y → 1.65955}

以上が、基本モデルによる数値シミュレーションである。ここで、いったん保存しよう。なお、以下ではワルラス法則と価格の基準化を前提とした一般均衡モデルの数値シミュレーションは省略する。

3－3　基本モデルの修正

3－3－1　規模に関する収穫不変の仮定

生産関数を規模に関して収穫不変の生産関数に修正する。すなわち、第1企業については、$X_1(K_1, L_1) = K_1^{\frac{1}{4}}L_1^{\frac{3}{4}}$、第2企業については、$X_2(K_2, L_2) = K_2^{\frac{1}{2}}L_2^{\frac{1}{2}}$を仮定する。その結果、企業が利潤を極大化する産出水準を求めることはできない。

まずは、生産要素の需要関数を定義しよう。第1企業の生産要素需要関数は、それぞれ次のようになる。

$$K_1 = X_1\left(\frac{w}{3r}\right)^{\frac{3}{4}},\ L_1 = X_1\left(\frac{3r}{w}\right)^{\frac{1}{4}}$$

また、生産量一単位あたりの要素需要関数も定義しておこう。

$$k_1 = \frac{K_1}{X_1} = \left(\frac{w}{3r}\right)^{\frac{3}{4}},\ l_1 = \frac{L_1}{X_1}\left(\frac{3r}{w}\right)^{\frac{1}{4}}$$

次に、第2企業の生産用需要関数ならびに生産量一単位あたりの要素需要関数は以下のとおりである。

$$K_2 = X_2\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}},\ L_2 = X_2\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$k_2 = \frac{K_2}{X_2} = \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{1}{2}},\ l_2 = \frac{L_2}{X_2}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{2}}$$

以上の結果を、リスト eqF に登録する。

In [1]=

```
eqF = {k1 == (w/(3r))^(3/4),K1 == k1*x1,
k2 == (w/r)^(1/2),K2 == k2*x2,
l1 == ((3r)/w)^(1/4),L1 == l1*x1,
l2 == (r/w)^(1/2),L2 == l2*x2]
```

Out [1]=

$$\left\{k1 == \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1 == k1x1,\right.$$

$$k2 == \sqrt{\frac{w}{r}},\ K2 == k2x2,\ l1 == 3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},$$

$$\left. L1 == l1x1,\ l2 == \sqrt{\frac{r}{w}},\ L2 == l2x2\right\}$$

生産要素は代表的家計が所有するとして、要素市場の均衡を次のように定義する。

In [2]= **market2={K1+K2==K, L1+L2==L}**

Out [2]=

$$\{K1+K2 == K,\ L1+L2 == L\}$$

企業が利潤を極大化する産出水準を求めることができないため、それに代わり生産量一単位あたりの価格方程式を次のように定義する。

In [3]= **eqP = {p1 == r*k1+w*l1, p2 == r*k2+w*l2}**

Out [3]=

$$\{p1 == k1r+l1w,\ p2 == k2r+l2w\}$$

リスト eqP には、第 1 企業と第 2 企業の価格方程式を登録している。

ここで、代表的家計の所得を定義しておこう。

In [4]= `income = {Y == r(K1+K2)+w(L1+L2)}`

Out [4]=

$$\{Y == (K1+K2)r+(L1+L2)w\}$$

財市場の需要と供給の均衡は、基本モデルと同様に定義する。需要関数は次のとおりである。

In [5]= `eqD = {c1 == Y/(2*p1), c2 == Y/(2*p2)}`

Out [5]=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2p1},\ c2 == \frac{Y}{2p2}\right\}$$

財市場の均衡は、次のとおり。

In [6]= `market1 = {c1 == x1, c2 == x2}`

Out [6]=

$$\{c1 == x1,\ c2 == x2\}$$

3－3－2　数値シミュレーション

数値シミュレーションの方法は、基本モデルと同様である。外生変数に数値を割り当て、連立方程式からなる一般均衡モデルを作成する。

In [7]= `K =0.8;L=2;`

In [8]=

```
model =
  Flatten[{eqD,eqP,market1,eqF,market2,income}]
```

Out [8]=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2p1},\ c2 == \frac{Y}{2p2},\ p1 == k1r+l1w,\right.$$

$$p2 == k2r+l2w,\ c1 == x1,\ c2 == x2,$$

$$k1 == \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1 == k1x1,\ k2 == \sqrt{\frac{w}{r}},$$

$$K2 == k2x2,\ l1 == 3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},\ L1 == l1x1,$$

$$l2 == \sqrt{\frac{r}{w}},\ L2 == l2x2,\ K1+K2 == 0.8,$$

$$L1+L2 == 2,\ Y == (K1+K2)r+(L1+L2)w\}$$

一般均衡モデルを定義したならば、内生変数に初期値を設定し、FindRoot で解を求める。

In [9]=

```
FindRoot[model,
{p1,1},{p2,1},{w,0.3},{r,0.7},{k1,0.1},
{k2,0.1},{K1,0.4},{K2,0.4},
{l1,0.2},{l2,0.2},{L1,1.3},{L2,0.7},
{c1,0.8},{c2,1},{x1,0.8},{x2,1},
{Y,1}]
```

Out [9]=

$\{p1 \to 0.485387,\ p2 \to 0.61224,$

$w \to 0.249946,\ r \to 0.374919,\ k1 \to 0.533333,$

$k2 \to 0.816497,\ K1 \to 0.266667,\ K2 \to 0.533333,$

$l1 \to 1.45648,\ l2 \to 1.22474,\ L1 \to 1.2,$

$L2 \to 0.8,\ c1 \to 0.823907,\ c2 \to 0.653197,$

$x1 \to 0.823907,\ x2 \to 0.653197,\ Y \to 0.799827\}$

Out [9] の計算結果が、規模に関して収穫不変の生産関数を仮定した一般均衡モデルの数値シミュレーションの結果である[8]。

3－4　基本モデルの拡張

3－4－1　外国部門の導入

ここでは、前項のモデルを前提に財市場において輸出・輸入を考慮に入れた一般均衡モデルへと拡張する。その際、小国モデルを仮定することにより国際価格は外生変数として取り扱われる。

8）固定した投入産出係数を持つレオンチェフ体系を仮定することにより、2部門モデルに産業間（ここでは企業間）の取引を組み込むことができる。その際、修正するのは一般均衡モデルにおいては価格方程式であり、次のように定義できる。

```
eqP={p1=a11p1+a21p2+rk1+wl1,
    p2=a12p1+a22p2+rk2+wl2}
```

ここで新たにパラメータが追加されることになるので、数値シミュレーションを行う際には、事前に数値を割り当てなければならない。

まずは、財市場の均衡を定義しよう。需要関数は、これまでの需要関数と同様である。

In[1]= **eqD = {c1 == Y/(2*p1), c2 == Y/(2*p2)}**

Out[1]=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2p1},\ c2 == \frac{Y}{2p2}\right\}$$

財市場の均衡を次のように定義しよう。

In[2]= **market1 = {c1 == x1-e, c2 == x2+m}**

Out[2]=

$$\{c1 == -e+x1,\ c2 == m+x2\}$$

財市場の均衡を定義したリスト market1 を見て分かるように、ここでは第1財を輸出財、第2財を輸入財ととして定義する。なお、輸出は e、輸入は m で表している。

次に、生産要素市場の均衡もこれまでと同様。すなわち、生産要素の需要関数については、次のとおりとする。

In[3]=

```
eqF = {k1 == (w/(3r))^(3/4), K1 == k1*x1,
  k2 == (w/r)^(1/2),K2 == k2*x2,
  l1 == ((3r)/w)^(1/4),L1 == l1*x1,
  l2 == (r/w)^(1/2),L2 == l2*x2}
```

Out[3]=

$$\left\{k1 == \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1 == k1x1,\ k2 == \sqrt{\frac{w}{r}},\right.$$

$$K2 == k2x2,\ l1 == 3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},$$

$$\left.L1 == l1x1,\ l2 == \sqrt{\frac{r}{w}},\ L2 == l2x2\right\}$$

生産要素は代表的家計に所有されていると仮定し、生産要素市場の均衡を次のように定義する。

In[4]= **market2 = {K1+K2 == K, L1+L2 == L}**

Out[4]=

{K1+K2 == K, L1+L2 == L}

次に、企業の価格方程式と代表的家計の所得を定義しよう。

In[5]= **eqP= {p1 == rk1+wl1, p2 == rk2+wl2}**

Out[5]=

{p1 == k1r+l1w, p2 == k2r+l2w}

In[6]= **income = {Y == r(K1+K2)+w(L1+L2)}**

Out[6]=

{Y == (K1+K2)r+(L1+L2)w}

財の輸出・輸入を定式し、小国の仮定を導入したことにより、国内価格と国際価格の関係について定義しなければならない。

In[7]= **price={p1== Fpw1,p2== Fpw2}**

Out[7]=

{p1 == Fpw1, p2 == Fpw2}

ここで、F は為替レートで、pw1、pw2 は国際価格を表し所与と仮定する。

国際収支は、次のように定義する。

In[8]= **eqB= {pw1e-pw2m == 0}**

Out[8]=

{epw1−mpw2 == 0}

以上、外国部門をふくむ一般均衡モデルへの拡張の準備は整った。

3－4－2 数値シミュレーション

数値シミュレーションの方法は、基本モデルと同様である。外生変数に数値を割り当て、連立方程式からなる一般均衡モデルを作成する。

In[9]= **K=0.8;L=2;pw1=1.4;pw2=1.6;**

In[10]=

```
model=
  Flatten[{eqD,eqP,market1,eqF,
    market2,income,price,eqB}]
```

Out[10]=

$$\left\{c1==\frac{Y}{2p1},\ c2==\frac{Y}{2p2},\ p1==k1r*l1w,\right.$$

$$p2==k2r+l2w,\ c1==-e+x1,\ c2==m+x2,$$

$$k1==\frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1==k1x1,\ k2==\sqrt{\frac{w}{r}},$$

$$K2==k2x2,\ l1==3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},\ L1==l1x1,$$

$$l2==\sqrt{\frac{r}{w}},\ L2==l2x2,\ K1+K2==0.8,$$

$$L1+L2==2,\ Y==(K1+K2)r+(L1+L2)w,$$

$$\left.p1==1.4F,\ p2==1.6F,\ 1.4e-1.6m==0\right\}$$

一般均衡モデルを定義したならば、内生変数に初期値を設定し、FindRootで解を求める。

In[11]=

```
FindRoot[model,
  {p1,1.4},{p2,1.6},{w,0.8},{r,0.8},
  {k1,0.1},{k2,0.1},{K1,0.4},
  {K2,0.4},
  {l1,0.2},{l2,0.2},{L1,1.3},{L2,0.7},
  {c1,0.8},{c2,1},{x1,0.8},{x2,1},
```

```
{Y,1},{e,1},{m,1},{F,1}]
```

Out[11]=

{p1 → 1.22586, p2 → 1.40098, w → 0.696692,
r → 0.704312, k1 → 0.435127, k2 → 0.994576,
K1 → 0.589182, K2 → 0.210818, l1 → 1.31966,
l2 → 1.00545, L1 → 1.78688, L2 → 0.213124,
c1 → 0.798147, c2 → 0.698379,
x1 → 1.35404, x2 → 0.211968, Y → 1.95683,
e → 0.555898, m → 0.486411, F → 0.875614}

3－4－3　政府部門の導入

先の一般均衡モデルに政府部門を導入することで拡張を試みる。政府部門の導入方法は、いくつか考えられるが、ここでは政府を第3の生産主体とし、かつ課税を行うものとする。

生産主体としては、第1財ならびに第2財の生産を考えることができるが、ここでは第2財を生産する主体として仮定する。また、課税については、定額税、物品税、関税の3つの方式を導入する。

まず、政府を第2財の生産主体と仮定したことにより、財市場の均衡を定義しよう。

需要関数の定義は、先のモデルと同様である。

In[1]= `eqD={c1 == Y/(2*q1),c2 == Y/2*p2)}`

Out{1}=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2q1},\ c2 == \frac{Y}{2p2}\right\}$$

政府が第2財を生産することにより、第2財の供給式が修正されなければならない。修正した上での、財市場の均衡を次のように定義しよう。

In[2]= `market1={c1==x1-e,c2==x2+g2+m}`

Out[2]=

$$\{c1 == -e+x1,\ c2 == g2+m+x2\}$$

政府による第2財の生産量をg2で表している。

政府の課税方式として物品税を考慮に入れるが、物品税は第1財についてのみ賦課されると仮定する。この仮定により、第1財の消費者価格を次のように定義する。

In [3]= **price1={q1==p1+tc}**

Out [3]=

$$\{q1 == p1+tc\}$$

tc は第1財の物品税、p1 は第1財の生産者価格、q1 は第1財の消費者価格を表す。

次に、生産要素市場の均衡を定義しよう。政府が生産主体として仮定されているため、生産要素の需要は、民間部門と政府部門で生じることになる。民間部門の要素需要は、先のモデルと同様に定義することができる。

In [4]=

```
eqF={k1==(w/(3r))^(3/4),K1 == k1*x1,
  k2==(w/r)^(1/2),K2 == k2*x2,
  l1==((3r)/w)^(1/4),L1 == l1*x1,
  l2==(r/w)^(1/2),L2 == l2*x2}
```

Out [4]=

$$\left\{K1 == \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1 == k1x1,\ k2 == \sqrt{\frac{w}{r}},\right.$$

$$K2 == k2x2,\ l1 == 3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},$$

$$\left.L1 == l1x1,\ l2 == \sqrt{\frac{r}{w}},\ L2 == l2x2\right\}$$

政府部門の生産要素需要は外生的に決定されるものと仮定すれば、生産要素市場の均衡は次のように定義することができる。

In [5]= **market2={K1+K2+Kg==K,L1+L2+Lg==L}**

Out[5]=

$$\{K1+K2+Kg == K,\ L1+L2+Lg == L\}$$

政府による生産要素の需要は、Kg、Lg で表されている。

先のモデルと同様に、代表的家計の所得、企業の価格方程式を定義しなければならないが、政府部門を導入したことにより政府の所得も定義しなければならない。

まずは、家計の所得と企業の価格方程式を定義しよう。

In [6]= **income1={Y==rK+wL-tY}**

Out [6]=

{Y == Kr − ty + Lw}

ここで定額税 ty が賦課される。企業の価格方程式は、前と同様に定義される。

In [7]= **eqP={p1==rk1+wl1,p2==rk2+wl2}**

Out [7]=

{p1 == k1r + l1w, p2 ==k2r+l2w}

政府部門の所得は、生産からの所得、租税収入が考えられる。

生産からの所得は、企業の利潤と同様に考えることができる。したがって、生産からの所得を次のように定義する。

In [8]= **income2={g==p2g2-rkg-wLg}**

Out [8]=

{*g* == g2p2 − kgr − Lgw}

定額税、物品税、関税が租税収入となる。租税収入は、次のように定義される。なお、関税は tm で表す。

In [9]= **tax={t==ty+tcc1+tmm}**

Out [9]=

{t == c1tc + mtm + ty}

ここで政府の均衡予算を仮定すると、政府の予算制約として次を定義しなければならない。

In [10]= **psb={g+t==0}**

Out [10]=

{g+t == 0}

この予算制約式は、次のように解釈することができる。生産から得られる政府所得 g が正の値であれば、これは補助金として民間部門に移転される。負であれば、予算を均衡させるために課税をしなければならない。すなわち、変数 t は租税収入と補助金支出の純差額を表している。

先のモデルで外国部門を導入したので、ここでも以下の定義が必要になる。

まず、国内価格、国際価格、関税の関係を定義しよう。

In [11]= **price2={p1==Fpw1,p2==Fpw2+tm}**

Out [11]=

{p1 == Fpw1, p2 == Fpw2+tm}

第2財が輸入財と仮定していたので、第2財について関税 tm が課税されている。

国際収支は次のように定義する。

In [12]= **bp={pw1e-pw2m==0}**

Out [12]=

{epw1−mpw2 == 0}

以上、政府部門をふくむ一般均衡モデルへの拡張の準備は整った。

3－4－4　数値シミュレーション

数値シミュレーションの方法は、基本モデルと同様である。外生変数に数値を割り当て、連立方程式からなる一般均衡モデルを作成する。しかし、このモデルは方程式の数と内生変数の数が一致していない。そこで、関税 tm と物品税 tc を外生変数として数値を割り当てる。また、政府の生産関数については Cobb-Douglas 型を仮定し、外生的に与えられる生産要素の投入により、政府の生産についても外生的に決定されると仮定する。

以上の追加的仮定により、ここでの一般均衡モデルは次のように定義される。

In [13]=

```
K=0.8;L=2Kg=0.1;Lg=0.2;
g2=Kg^0.5Lg^0.5;pw1=1.4;pw2=1.6;tm=0;
tc=0;
```

In [14]=

```
model=
  Flatten[{eqD,eqp,market1,price1,
    eqF,market2,income1,income2,tax,
    psb,price2,bp}]
```

Out [14]=

$$\left\{c1 == \frac{Y}{2q1},\ c2 == \frac{Y}{2p2},\ p1 == k1r+l1w,\right.$$

$$p2 == k2r+l2w,\ c1 == -e+x1,$$

$$c2 == 0.141421+m+x2,\ q1 == p1,$$

$$k1 == \frac{\left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}},\ K1 == k1x1,\ k2 == \sqrt{\frac{w}{r}},$$

$$K2 == k2x2,\ l1 == 3^{\frac{1}{4}}\left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{1}{4}},\ L1 == l1x1,$$

$$l2 == \sqrt{\frac{r}{w}},\ L2 == l2x2,\ 0.1+K1+K2 == 0.8,$$

$$0.2+L1+L2 == 2,\ Y == 0.8r-ty+2w,$$

$$g == 0.141421p2-0.1r-0.2w,$$

$$t == ty,\ g+t == 0,\ p1 == 1.4F,$$

$$\left. p2 == 1.6F,\ 1.4e-1.6m == 0\right\}$$

一般均衡モデルを定義したならば、内生変数に初期値を設定し、FindRootで解を求める。

In [15]=

```
FindRoot[model,
  {p1,1.4},{p2,1.6},{q1,1},{w,0.8},
  {r,0.8},{k1,0.1},{k2,0.1},{K1,0.4},
  {K2,0.4},
```

```
{l1,0.2},{l2,0.2},{L1,1.3},{L2,0.7},
{c1,0.8},{c2,1},{x1,0.8},{x2,0.7},
{Y,1},{e,1},{m,1},{F,1},{g,1},
{t,-1},{ty,0}]
```

Out[15]=

{p1 → 1.05434, p2 → 1.20496, q1 → 1.05434,
w → 0.599211, r → 0.605764, k1 → 0.435127,
k2 → 0.994576, K1 → 0.540263,
K2 → 0.159737, l1 → 1.31966, l2 → 1.00545,
L1 → 1.63852, L2 → 0.161484, c1 → 0.793399,
c2 → 0.694224, x1 → 1.24162, x2 → 0.160608,
Y → 1.67302, e → 0.448223, m → 0.392195,
F → 0.753099, g → −0.0100119,
t → 0.0100119, ty → 0.0100119}

4．まとめと今後の計画

我々は、コンピュータソフト *Mathematica* による CGE モデルの教育用ソフトウェア開発を目的としている。その準備として、本稿は、*Mathematica* を用いて一般均衡モデルの数値シミュレーションプログラムを構築した。対象とした基本モデルは、1つの代表的家計と2企業からなる経済モデルであった。*Mathematica* は、この簡単な一般均衡モデルの数値シミュレーションプログラムは可能であることを示した。そして修正・拡張されたモデルにおいても可能であった。では、我々はいっきに CGE モデルの開発へと進めるであろうか。この点について、本稿を作成する上で生じた問題についてまとめることにより1つの答えとしよう。

Mathematica によるプログラミング上の大きな問題は、組み込み関数 FindRoot にある。我々が採用した一般均衡モデルは、Dinwiddy and Teal (1988) に従っている。Dinwiddy and Teal (1988) は、BASIC を用いて一般均衡モデルのシミュレーションプログラムを解説していて、我々は彼らが使ったパラメータと同じものを採用した。そうすることにより、彼らのシミュレーションの結果と我々のシミュレーションの結果を比較することができる。結果は、同じものもあれば異なるものもあった。

結果の違いについて評価する前に、1つ説明が必要である。我々は、基本モデルのシミュレーションにおいて、ワルラス法則と基準化を前提とした一般均衡モデルもシミュレーションを行った。その結果は、Dinwiddy and Teal (1988)と同じ結果を得た。しかし、基本モデルを修正・拡張した

ものについても同様に、ワルラス法則と基準化を前提とした一般均衡モデルをシミュレーションしたが、同じ結果を得ることができなかった。結果が異なるといったのはこのことを指す。中には、収束解を見つけることができないモデルもあった。これは、FindRootを用いる際に設定した初期値が不適切であったことが考えられる。この点が、*Mathematica*とりわけFindRootを用いて一般均衡モデルをシミュレーションする上での難点となる。

適切な初期値を設定することができなければ、FindRootを用いた一般均衡モデルのシミュレーションのパフォーマンスは悪い。CGEモデルへと進む前に解決しなければならない問題であろう。

また我々は、本稿において、基本モデルを除いて、ワルラス法則と基準化を前提とした一般均衡モデルのシミュレーション結果を示さなかった。これは、次の理由による。もちろん、収束解を見つけることができなかったことは大きな理由であるが、ワルラス法則と基準化を前提とした一般均衡モデルを必ずしも定式化しなくてもよいのではないかと考えたからである。経済理論が、均衡解として要求するのは絶対価格ではなく、相対価格である。ワルラス法則と基準化を前提としない一般均衡モデルの解を使って（本稿で求めた解）、相対価格は求めることができる。例えば、第1財の価格で他の価格を割ることにより（計算した後で、第1財をニュメレールとみなし）、相対価格は計算することができる、と考えたからだ。しかし、この点についての検討は十分ではない。

*Mathematica*により一般均衡モデル（単純なモデルではあるが）を記述することができることは、本稿により、明らかである。我々に残された課題は、以上の問題をクリアした上で、多部門経済モデルを構築することである。しかも、現実の経済政策を評価するというCGE分析が可能なモデルでなければならない。次稿では、CGEモデルの応用分野を概観した上で、*Mathematica*によるCGEモデルを構築したい。

参考文献

〔1〕浅利一郎、久保徳次郎、石橋太郎、山下隆之（1997)、『はじめよう経済学のための *Mathematica*』、日本評論者。

〔2〕Dinwiddy, C. L. and F. Teal (1988), *The Two-Sector General Equilibrium Model : A New Approach*, Philip Allen. (『コンピュータ時代の経済学入門』、山岡道男訳、早稲田大学出版部、1995年)

〔3〕Robinson, S. and Rokand-Holst, D. W. (1988), "Macroeconomic structure and computable general equilibrium models," *Journal of Policy Modeling*, 10 (3), 353-375

〔4〕Shoven, J. B. and Whalley, J. (1992), *Applying General Equilibrium*, Cambridge University Press. (『応用一般均衡分析：理論と実際』、小平裕訳、東洋経済新報社、1993年).

〔5〕橘木俊詔、市岡修、中島栄一（1990)、「応用一般均衡モデルと公共政策」、『経済分析』第120号、経済企画庁経済研究所編。