

## 超硬冷間鍛造工具の弾塑性 - 損傷構成式による損傷 - 破壊解析

Analysis of Damage and Fracture of WC forging tool by  
Elastic-Plastic-Damage Constitutive Equations

○正 早川 邦夫 (静大工)  
正 中村 保 (静大工)  
正 田中 繁一 (静大工)

Kunio HAYAKAWA, Shizuoka University, 3-5-1 Johoku, Hamamatsu, 432-8561, Japan  
Tamotsu NAKAMURA, Shizuoka University  
Shigekazu TANAKA, Shizuoka University

*Key Words:* WC-Co material, constitutive equations, damage mechanics, cold forward extrusion, die insert, FEM.

## 1. 緒 言

WC-Co超硬材料の工具への利用は鍛造寸法の精密化や工具の長寿命化に非常に有効である。この材料は、顕著な引張り-圧縮挙動の差を示すことが実験から明らかになっているが、このような挙動を統一的に表現した弾塑性構成式の定式化はほとんど行われていない。

本論文では、WC-Co超硬材料の顕著な引張り-圧縮挙動の差を表現できる弾塑性 - 損傷構成式の定式化を行い、報告されている実験結果と比較することによりその妥当性を検討する。さらに、これらの構成式を用いて、冷間鍛造押出し金型の損傷過程の有限要素解析を行う。

## 2. 超硬工具材料の損傷と応力方向依存性の表現

**2.1 材料損傷とその記述** 一般に、超硬材料は負荷によりWCとCo界面のはく離による損傷が発生・成長する。また、この損傷は応力方向に依存する。さらに、発生した損傷は、そのき裂面を閉口させるような応力によりその効果は減少する。

本論文では、このような異方損傷状態を2階対称テンソル $D$ を用いて表現する。

**2.2 応力方向依存性の記述** 材料の応力方向依存性を記述するため、次の修正応力テンソルを用いる。

$$\bar{\sigma} = \xi(\sigma)\sigma, \quad \bar{\sigma}_I = \xi(\sigma_I)\sigma_I \quad (I=1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\xi(\sigma_I) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma_I > 0 \\ \zeta & \text{if } \sigma_I < 0 \end{cases} \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad (2)$$

## 3. 超硬工具材料の弾塑性 - 損傷構成式

**3.1 弾性 - 損傷構成式および熱力学的共役力** 本論文では、塑性挙動に関しては繰返し負荷時における変形挙動をより正確に表現するため、移動硬化および等方硬化を仮定する。なお、超硬工具材料のような高硬度の材料では、繰返し負荷の初期に繰返し軟化が見られ、その硬化を反映した構成式もいくつか提案されているが、ここでは考慮しない。

弾性 - 損傷構成式および内部状態変数の熱力学的共役力は、不可逆熱力学構成式理論の手続きにより

$$\begin{aligned} \varepsilon^e &= \frac{1+\nu_0}{E_0} \sigma' + \frac{1-2\nu_0}{E_0} \sigma^H \\ &+ 2\vartheta_1 (\text{tr}D) \bar{\sigma}^H : \frac{\partial \bar{\sigma}^H}{\partial \sigma} + \vartheta_2 (\bar{\sigma}' \cdot D + D \cdot \bar{\sigma}') : \frac{\partial \bar{\sigma}'}{\partial \sigma} \end{aligned} \quad (3)$$

$$Y = \vartheta_1 (\bar{\sigma}^H \cdot \bar{\sigma}^H) + \vartheta_2 (\bar{\sigma}' \cdot \bar{\sigma}') \quad (4)$$

$$R = R_\infty [1 - \exp(-br)] \quad (5)$$

$$X^n = \frac{2}{3} C^n \alpha^n \quad (6)$$

と与えられる。ここで、 $\bar{\sigma}^H$  および  $\bar{\sigma}'$  はそれぞれ応力テンソルの球成分および偏差成分に対する修正応力テンソルである。

また、 $\alpha^n$  および  $r$  は、移動硬化および等方硬化を表現する熱力学的変数であり、 $n=1, 2, 3$  の値を取る。さらに、 $\vartheta_1$  および  $\vartheta_2$  は材料定数である。

**3.3 塑性 - 損傷構成式** 塑性ポテンシャル  $F_p$  および降伏面  $f_p$  を次のように定式化する。

$$F_p = \tilde{J}_2(\bar{\sigma} - X) - \sigma_Y - R + \sum_{n=1}^3 \frac{C^n}{\gamma^n(m^n + 2)} \left( \frac{\gamma^n}{C^n} X_{eq}^n \right)^{m^n + 1} \quad (7)$$

$$f_p = \tilde{J}_2(\bar{\sigma} - X) - \sigma_Y - R = 0 \quad (8)$$

$$X = X^1 + X^2 + X^3 \quad (9)$$

$$X_{eq}^n = \sqrt{\frac{3}{2} X^n : X^n} \quad (10)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$  は有効応力であり次式のように定式化される。

$$\bar{\sigma} = M(D):\sigma \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \{M(D)\}_{ijkl} &= \frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \\ &+ c^p (D_{ik}^{eff}\delta_{jl} + \delta_{ik}D_{jl}^{eff} + D_{il}^{eff}\delta_{jk} + \delta_{il}D_{jk}^{eff}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$D^{eff} = \xi(\sigma)D \quad (13)$$

塑性 - 損傷構成式、移動硬化変数および等方硬化変数の発展式は式(11)に対する法線則を仮定して

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial F_p}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda}_p \frac{3}{2\tilde{J}_2} M_{ijkl} (\bar{\sigma}_{kl} - X_{kl}) \quad (14)$$

$$\dot{R} = R_\infty b \exp(-br) \dot{r} = b(R_\infty - R) \dot{\lambda}_p \quad (15)$$

$$\dot{X}_{ij}^n = \dot{\lambda}_p \left\{ \frac{C^l}{\tilde{J}_2} (\bar{\sigma}_{ij} - X_{ij})' - \gamma^n \left( \frac{\gamma^n}{C^n} X_{eq}^n \right)^{m^n} X_{ij}^n \right\} \quad (16)$$

のように表される。ここで、 $\dot{\lambda}_p$  は降伏面  $f_p$  の適合条件から得られる未定乗数である。

**3.4 損傷発展式の定式化** 異方損傷テンソル  $D$  の発展については、次の2通りの機構を仮定する。1つは、WC-Co界面での応力の作用によるはく離等の微小き裂による損傷  $D_I$  である。この損傷機構では、発生した微小き裂が継続して発展するためには、先に微小き裂に作用した損傷共役力を超える負荷が生じなければならないものとする。もう1つは、WC粒内やCo内の塑性変形による転位の集積による損傷  $D_D$  である。材料損傷は  $D = D_I + D_D$  と表される。

界面損傷  $D_I$  については、損傷共役力空間の損傷面  $f_D$  を仮定し、損傷共役力がその損傷面の内側にあるときには損傷は発展しないものと仮定し、次のように定式化する。

$$f_D = Y_{eq} - B(\beta) = 0 \quad (17)$$

$$\dot{D}_I = \dot{\lambda}_D \frac{\partial f_D}{\partial Y} \quad (18)$$

$$\beta = \dot{\lambda}_D \frac{\partial f_d}{\partial (-B)} = \dot{\lambda}_D \quad (19)$$

ここで、 $\lambda_D$  は適合条件から決定される未定乗数である。一方、 $D_D$  については、損傷テンソルの共役力テンソル  $Y$  の空間で定義した損傷散逸ポテンシャル面  $Y_{eq}$  の外向き法線方向に発展するものとして次式のような形を仮定する。

$$D_D = \frac{n_D}{K_D(e^p)} \left( \frac{Y_{eq} - Y_0}{K_D(e^p)} \right)^{n_D-1} \langle \dot{Y}_{eq} \rangle \frac{\partial Y_{eq}}{\partial Y} \quad (20)$$

$$\dot{e}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p} \quad (21)$$

ここで、 $n_D$ 、 $Y_0$  は材料定数である。また、 $K_D(e^p)$  は累積塑性ひずみ  $e^p$  の関数であり、ここでは次式のように与える。

$$K_D(e^p) = \frac{2K_{D0}}{\exp(-m_D \cdot e^p) + \exp(m_D \cdot e^p)} \quad (22)$$

ここで、 $K_{D0}$  および  $m_D$  は材料定数である。

#### 4. 超硬材料の単軸負荷挙動に対する解析

3章で定式化した弾塑性-損傷構成式を、超硬材料の単軸引張、単軸圧縮および繰返し負荷試験に適用し、報告されている実験結果<sup>1)</sup>と比較する。

**Fig.1** および **Fig.2** は単軸引張および圧縮における応力-ひずみ曲線および損傷変数の変化を示す。単軸引張りにおいては、非線形な応力-ひずみ曲線は損傷の発達による弾性特性的劣化により生じている。損傷変数の変化を見ると、単軸引張にお

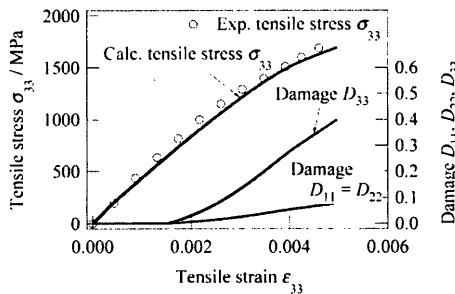


Fig.1 Tensile stress and Damage variables - tensile strain relations of WC-Co hard metal under uniaxial tension.

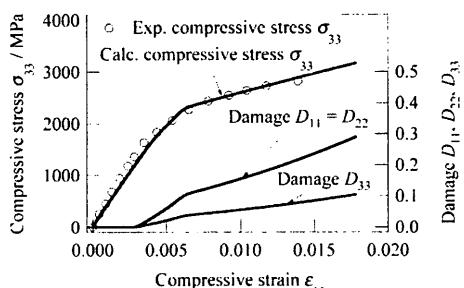


Fig.2 Stress and Damage variables - strain relations of WC-Co hard metal under uniaxial compression.

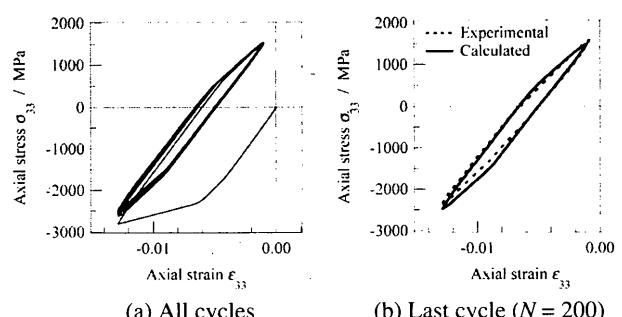


Fig.3 Stress - strain relations under uniaxial cyclic loading

いては、荷重方向  $x_3$  に垂直な微小き裂を表現する  $D_{33}$  が  $D_{11}=D_{22}$  に比べて大きく発達しているが、単軸圧縮では逆に  $D_{22}=D_{11}$  の発達が支配的である。この結果は、脆性材料における破壊様式に矛盾しない。

**Fig.3(a)** は、ひずみ振幅  $\Delta\epsilon$  および平均ひずみ  $\epsilon_m$  がそれぞれ 0.006 および -0.007 のときの繰返し単軸負荷における応力-ひずみ関係を示す。また、**Fig.3(b)** は破断直前の繰返し数  $N=200$  における応力-ひずみ曲線の実験<sup>1)</sup>と計算結果を比較したものである。

#### 5. 冷間前方押出しにおける超硬材料金型の損傷に対する有限要素解析

**Fig.4** は、解析に用いたダイインサート（超硬材料）、しまりばめリング（工具鋼）および素材（軟鋼）の寸法と有限要素図を示す。しまりばめリングは弾性体、その他は弾塑性体を仮定した。しまりばめは圧入寸法 0.1mm の圧入を仮定した。素材は、直径 17.5mm、高さ 15mm の円柱である。また、ダイス角は  $2\alpha = 120^\circ$ 、断面減少率  $Re=75\%$  である。

**Fig.5** は、一回の押出しで金型に残留している軸方向の塑性ひずみの分布を示す。

**Fig.6** は、1 回の押出しにおける軸方向損傷変数の分布を示す。

#### 6. 結言（省略）

##### 参考文献

- 1) Skov-Hansen, P. et. al., J. Mater. Process. Technol., **95** (1999), 40 - 48.

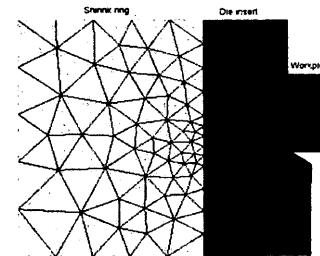


Fig.4 Geometry and discretization of dies and workpiece of cold forward extrusion

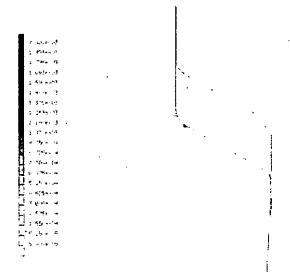


Fig.5 Distribution of plastic strain (axial direction) of die

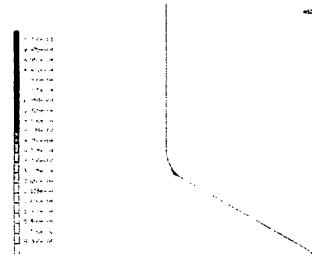


Fig.6 Distribution of damage variable (axial direction) of die