

## 鍛造用超硬工具材料の弾塑性 - 損傷構成式の定式化

## Elastic-Plastic-Damage Constitutive Equations of WC-Co Tool Material

正 早川邦夫 (静岡大)      正 中村 保 (静岡大)  
正 田中繁一 (静岡大)

Kunio HAYAKAWA, Shizuoka University, 3-5-1 Johoku, Hamamatsu, Shizuoka  
Tamotsu NAKAMURA, Shizuoka University  
Shigekazu TANAKA, Shizuoka University

## 1. 緒言

鍛造用工具の供用寿命を正確に評価するためには、工具材料の精密な構成式が必要である。著者らは、冷間工具鋼SKD11の内部損傷による材料強度の応力方向依存性を考慮した弾塑性-損傷構成式を定式化し、その式を冷間前方押出し金型の疲労き裂発生・進展解析に適用し、その有用性を確かめた。

WC-Co超硬材料の鍛造工具への適用は、鍛造品の精密化に非常に有効である。この材料は、顕著な引張り-圧縮挙動の差を示すことが実験から明らかになっているが、このような挙動を统一的に表現した弾塑性構成式の定式化はほとんど行われていない。

本論文では、WC-Co超硬材料の顕著な引張り-圧縮挙動の差を表現できる弾塑性-損傷構成式の定式化を行い、報告されている実験結果と比較することによりその妥当性を検討する。

## 2. 超硬工具材料の損傷と応力方向依存性の表現

## 2.1 材料損傷とその記述

一般に、超硬材料は負荷によりWCとCo界面のはく離による損傷が発生・成長する。また、この損傷は応力方向に依存する。さらに、発生した損傷は、そのき裂面を閉口させるような応力によりその効果は減少する。

本論文では、この異方損傷状態を2階対称テンソル $D$ を用いて表現する。

## 2.2 応力方向依存性の記述

材料の応力方向依存性を記述するため、次の修正応力テンソルを用いる。

$$\bar{\sigma} = \xi(\sigma)\sigma, \quad \bar{\sigma}_i = \xi(\sigma_i)\sigma_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (1)$$

$$\xi(\sigma_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma_i > 0 \\ \zeta & \text{if } \sigma_i < 0 \end{cases} \quad (0 \leq \zeta \leq 1) \quad (2)$$

## 3. 超硬工具材料の弾塑性 - 損傷構成式

## 3.1 Gibbsの熱力学ポテンシャル

本論文では、塑性挙動に関しては繰返し負荷時における変形挙動をより正確に表現するため、移動硬化および等方硬化を仮定する。なお、超硬工具材料のような高硬度の材料では、繰返し負荷の初期に繰返し軟化が見られ、その硬化を反映した構成式もいくつか提案されているが、ここでは考慮しない。

はじめに、Gibbsの熱力学ポテンシャルを次のように仮定する。

$$\rho g(\sigma, D, r, \alpha^n) = \rho g^{el}(\sigma, D) + \rho g^p(r, \alpha^n) \quad (3)$$

$$-\rho g^{el}(\sigma, D) = \frac{1-2\nu_0}{2E_0} \text{tr}(\sigma^H \cdot \sigma^H) + \frac{1+\nu_0}{2E_0} \text{tr}(\sigma' \cdot \sigma') + \vartheta_1 \text{tr}(\bar{\sigma}^H \cdot \bar{\sigma}^H \cdot D) + \vartheta_2 \text{tr}(\bar{\sigma}' \cdot \bar{\sigma}' \cdot D) \quad (4)$$

$$-\rho g^p(r, \alpha^n) = R_\infty \left[ r + \frac{1}{b} \exp(-br) \right] + \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 C^n \alpha^n : \alpha^n \quad (5)$$

ここで、 $\bar{\sigma}^H$  および  $\bar{\sigma}'$  はそれぞれ応力テンソルの球成分および偏差成分に対する修正応力テンソルである。また、 $\alpha^n$  および  $r$  は、移動硬化および等方硬化を表現する熱力学変数であり、 $n=1, 2, 3$  の値を取る。さらに、 $\vartheta_1$  および  $\vartheta_2$  は材料定数である。

## 3.2 弾性 - 損傷構成式および熱力学的共役力

弾性 - 損傷構成式および内部状態変数の熱力学的共役力は、通常の不可逆熱力学理論の手続きにより

$$\varepsilon^e = -\frac{\partial(\rho g^{el})}{\partial \sigma} = \frac{1+\nu_0}{E_0} \sigma' + \frac{1-2\nu_0}{E_0} \sigma^H + 2\vartheta_1 (\text{tr} D) \bar{\sigma}^H : \frac{\partial \bar{\sigma}^H}{\partial \sigma} + \vartheta_2 (\bar{\sigma}' \cdot D + D \cdot \bar{\sigma}') : \frac{\partial \bar{\sigma}'}{\partial \sigma} \quad (6)$$

$$Y = -\frac{\partial(\rho g^{el})}{\partial D} = \vartheta_1 (\bar{\sigma}^H \cdot \bar{\sigma}^H) + \vartheta_2 (\bar{\sigma}' \cdot \bar{\sigma}') \quad (7)$$

$$R = R_\infty [1 - \exp(-br)] \quad (8)$$

$$X^n = \frac{2}{3} C^n \alpha^n \quad (9)$$

と与えられる。

## 3.3 塑性 - 損傷構成式

塑性ポテンシャル $F_p$  および降伏面 $f_p$  を次のように定式化する。

$$F_p = \bar{J}_2(\bar{\sigma} - X) - \sigma_y - R + \sum_{n=1}^3 \frac{C^n}{\gamma^n (m^n + 2)} \left( \frac{\gamma^n}{C^n} X_{eq}^n \right)^{m^n + 1} \quad (10)$$

$$f_p = \bar{J}_2(\bar{\sigma} - X) - \sigma_y - R = 0 \quad (11)$$

$$X = X^1 + X^2 + X^3 \quad (12)$$

$$X_{eq}^n = \sqrt{\frac{3}{2} X^n : X^n} \quad (13)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$  は有効応力であり次式のように定式化される。

$$\bar{\sigma} = M(D) : \sigma \quad (14)$$

$$\{M(D)\}_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + c^p (D_{ik}^{eff} \delta_{jl} + \delta_{ik} D_{jl}^{eff} + D_{il}^{eff} \delta_{jk} + \delta_{il} D_{jk}^{eff}) \quad (15)$$

$$D^{eff} = \xi(\sigma) D \quad (16)$$

塑性-損傷構成式、移動硬化変数および等方硬化変数の発展式は式(11)に対する法線則を仮定して

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}_p \frac{\partial F_p}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda}_p \frac{3}{2 \bar{J}_2} M_{ijkl} (\bar{\sigma}_{kl} - X_{kl})' \quad (17)$$

$$\dot{R} = R_\infty b \exp(-br) \dot{r} = b(R_\infty - R) \dot{\lambda}_p \quad (18)$$

$$\dot{X}_{ij}^n = \dot{\lambda}_p \left\{ \frac{C^i}{J_2} (\tilde{\sigma}_{ij} - X_{ij})' - \gamma^n \left( \frac{\gamma^n X_{eq}^n}{C^n} \right)^{m^n} X_{ij}^n \right\} \quad (19)$$

のように表される。ここで、 $\dot{\lambda}_p$  は降伏面  $f_p$  の適合条件から得られる未定乗数である。

### 3.4 損傷発展式の定式化

異方損傷テンソル  $D$  の発展については、次の2つの機構を仮定する。1つは、WC-Co界面での損傷  $D_i$  である。この損傷機構では、損傷が継続して発展するためには、後続負荷が先行の損傷共役力を超えなければならないとする。もう1つは、WC粒内やCo内の転位の集積による損傷  $D_D$  である。材料損傷は  $D = D_i + D_D$  と表される。

損傷  $D_i$  については、負荷とともに拡大する損傷共役力空間の損傷面  $f_D$  を仮定し、損傷共役力がその損傷面の内側にあるときには、損傷は発展しないものと仮定して、次のように定式化する。

$$f_D = Y_{eq} - B(\beta) = 0 \quad (20)$$

$$\dot{D}_i = \dot{\lambda}_D \frac{\partial f_D}{\partial Y} \quad (21)$$

$$\dot{\beta} = \dot{\lambda}_D \frac{\partial f_D}{\partial (-B)} = \dot{\lambda}_D \quad (22)$$

ここで、 $\dot{\lambda}_D$  は損傷面の適合条件から得られる未定乗数である。

一方、 $D_D$  については、損傷テンソルの共役力テンソル  $Y$  の空間で定義した損傷散逸ポテンシャル面  $Y_{eq}$  の外向き法線方向に発展するものとして次式のような形を仮定する。

$$\dot{D}_D = \frac{n_D}{K_D(e^p)} \left\langle \frac{Y_{eq} - Y_0}{K_D(e^p)} \right\rangle^{n_D-1} \langle \dot{Y}_{eq} \rangle \frac{\partial Y_{eq}}{\partial Y} \quad (23)$$

$$e^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p \quad (24)$$

ここで、 $n_D, Y_0$  は材料定数である。また、 $K_D(e^p)$  は累積塑性ひずみ  $e^p$  の関数であり、ここでは次式のように与える。

$$K_D(e^p) = \frac{2K_{D0}}{\exp(-m_D \cdot e^p) + \exp(m_D \cdot e^p)} \quad (25)$$

ここで、 $K_{D0}$  および  $m_D$  は材料定数である。

### 4. 単軸負荷に対する計算

3章で定式化した超硬工具材料 G7(WC: 75%, Co: 25%) に対する弾塑性-損傷構成式を、単軸引張、単軸圧縮および繰返し負荷試験に適用し、報告されている実験結果と比較する。本論文で新たに導入された材料定数は試行錯誤的に定めた。

Fig.1 および Fig.2 は単軸引張、単軸圧縮およびねじり試験における応力-ひずみ曲線および損傷テンソルあるいは相当損傷の変化を示す。

いずれも実験結果と計算結果のよい一致が見られる。Fig.1の単軸引張りにおいては、塑性ひずみはほとんど生じておらず、非線形な応力-ひずみ曲線は損傷の発達による弾性特性の劣化により生じている。損傷変数の変化を見ると、単軸引張においては、荷重方向  $x_3$  に垂直な微小き裂を表現する  $D_{33}$  が  $D_{11}=D_{22}$  に比べて大きく発達しているが、単軸圧縮では逆に  $D_{22}=D_{11}$  の発達が支配的である。この結果は、脆性材料における破壊様式と一致する。

Fig.3(a)は、ひずみ振幅  $\Delta\epsilon$  および平均ひずみ  $\epsilon_m$  がそれぞれ 0.006 および -0.007 のときの繰返し単軸負荷における応

力-ひずみ関係を示す。また、Fig.3(b)は破断直前の繰返し数  $N = 200$  における応力-ひずみ曲線の実験結果<sup>1)</sup>と計算結果を比較したものである。

最後に、Fig.4は繰返し負荷における損傷の発展を示す。最初の負荷により損傷が大きく発達するが、その後穏やかに進行し、累積塑性ひずみの増大とともに増加する。

### 5. 結言 (省略)

### 6. 参考文献

- 1) Skov-Hansen, P. et. al., J. Mater. Process. Technol., **95** (1999), 40 - 48.

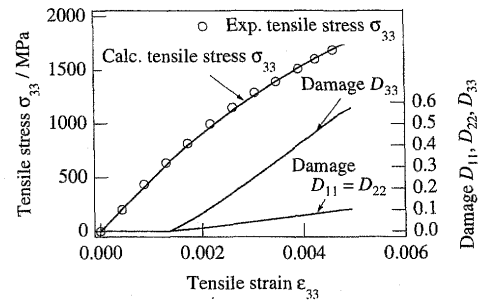


Fig.1 Tensile stress and Damage variables - tensile strain relations of WC-Co hard metal under uniaxial tension.

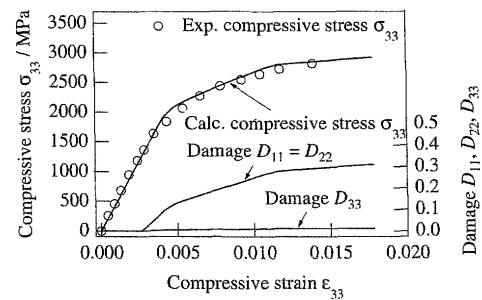
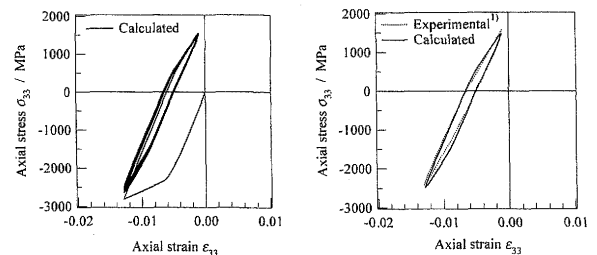


Fig.2 Stress and Damage variables - strain relations of WC-Co hard metal under uniaxial compression.



(a) All cycles (b) Last cycle ( $N = 200$ )

Fig.3 Stress - strain relations under uniaxial cyclic loading.

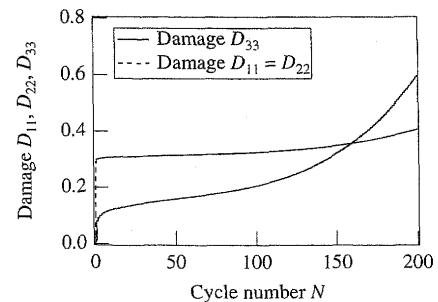


Fig.4 Relation between damage variable - cycle number under uniaxial cyclic loading.