

244 ポリエチレンのひずみ制御多軸非弾性変形のシミュレーション Simulation of Inelastic Deformation of Polyethylene under Strain Control in Multiaxial State

○正 水野 衛 (秋田県大) 正 佐野村幸夫 (玉川大)
正 早川 邦夫 (静岡大)

Mamoru MIZUNO, Akita Pref. Univ., Tsuchiya, Yuri-Honjo, Akita
Yukio SANOMURA, Tamagawa Univ., Tamagawa-Gakuen, Machida, Tokyo
Kunio HAYAKAWA, Shizuoka Univ., Johoku, Hamamatsu, Shizuoka

Inelastic deformations of Polyethylene under total strain control in proportional and non-proportional strain paths in a biaxial state of stress were simulated by a viscoplastic constitutive equation proposed by the present authors. The constitutive equation was formulated by combining the kinematic hardening creep theory of Malinin and Khadjinsky with the nonlinear kinematic hardening rule of Armstrong and Frederick. The nonlinear kinematic hardening rule was modified by a loading surface defined in a viscoplastic strain space and a new parameter using the loading surface. The simulation was performed by the total strain control in various strain paths under cyclic conditions, and the response of normal and shear stresses were compared with experimental results of polyethylene. Then the validity of the constitutive equation was discussed.

Key Words: Viscoplastic Constitutive Equation, Non-Proportional Strain Path, Polyethylene, Strain Recovery

1 緒 言

著者らはこれまで、比較的非弾性変形の記述が容易な高密度ポリエチレンを対象に、高分子材料に見られる荷重方向反転時のひずみ回復を記述することを目的として粘塑性構成式の定式化を行ってきた⁽¹⁾。構成式の枠組みとして Malinin-Khadjinsky の移動硬化クリープ理論⁽²⁾を用い、背応力の発展式として Prager 則と Armstrong-Frederick の非線形移動硬化則⁽³⁾を適用した。また、高分子材料の荷重方向反転時の著しいひずみ回復を記述するため、この背応力の発展式の修正を行った。

すなわち、粘塑性ひずみ空間に荷重曲面を定義し、それにより荷重・除荷の判定をするとともに、除荷時のみ背応力の非線形項の発展を抑制し、粘塑性ひずみ速度を大きくすることにより除荷時の著しいひずみ回復を記述する定式化を行った。また、修正した構成式の妥当性を検討する目的から単軸、多軸応力状態での繰返し非弾性変形をシミュレーションし、その特徴と構成式の性能を検討してきた。

本研究では、このように著者らが構築してきた粘塑性構成式を用いて、全ひずみ制御により種々のひずみ経路をシミュレーションし、その2軸応力応答を高密度ポリエチレンに対する実験結果⁽⁴⁾と比較することにより、構成式の妥当性と問題点を検討する。

2 粘塑性構成式

ここでは、著者らが提案した粘塑性構成式⁽¹⁾の概要を示す。粘塑性変形の静水圧非依存性と非圧縮性を仮定し、簡単のため微小変形を考える。

全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}$ は、弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ と粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ の和で表す。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^v \quad (1)$$

弾性変形は Hooke の法則に従う。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} \quad (2)$$

ここで、 $\dot{\sigma}_{ij}$ は応力速度、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比であり、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す。

粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ は Malinin-Khadjinsky の移動硬化クリープ理論⁽²⁾より導出する。すなわち、粘塑性ポテンシャル g を有効応力 $\xi_{ij} = s_{ij} - a_{ij}$ を用いて

$$g = \frac{1}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} \quad (3)$$

と表し、相当有効応力 $\bar{\xi}$ と相当粘塑性ひずみ速度 $\bar{\epsilon}^v$ を

$$\bar{\xi} = \left(\frac{3}{2} \xi_{ij} \xi_{ij} \right)^{1/2}, \quad \bar{\epsilon}^v = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^v \dot{\epsilon}_{ij}^v \right)^{1/2} \quad (4)$$

と定義すれば、粘塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{ij}^v$ を次のように得る。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^v = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda \xi_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\bar{\epsilon}^v}{\bar{\xi}} \xi_{ij} \quad (5)$$

ここで、 s_{ij} は偏差応力、 a_{ij} は背応力 α_{ij} の偏差量、 Λ は応力 σ_{ij} と荷重履歴に依存する正值のスカラー係数である。

相当有効応力 $\bar{\xi}$ と相当粘塑性ひずみ速度 $\bar{\epsilon}^v$ の関係として次式で表される Sorderberg 則を適用する。

$$\bar{\epsilon}^v = n \left\{ \exp \left(\frac{\bar{\xi}}{K} \right) - 1 \right\} \quad (6)$$

ここで、 n と K は材料定数である。

背応力 α_{ij} を線形項 $\alpha_{ij}^{(1)}$ と非線形項 $\alpha_{ij}^{(2)}$ の和で表し、

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\alpha}_{ij}^{(1)} + \dot{\alpha}_{ij}^{(2)} \quad (7)$$

線形項 $\alpha_{ij}^{(1)}$ に対しては Prager 則、非線形項 $\alpha_{ij}^{(2)}$ に対しては、Armstrong-Frederick の非線形移動硬化則⁽³⁾を適用する。

$$\dot{\alpha}_{ij}^{(1)} = A \dot{\epsilon}_{ij}^v \quad (8)$$

$$\dot{\alpha}_{ij}^{(2)} = b(C \dot{\epsilon}_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)} \bar{\epsilon}^v) \quad (9)$$

ここで、 A 、 b 、 C は材料定数である。

この背応力の非線形項式(9)の修正を示す⁽¹⁾。まず、粘塑性ひずみ空間に荷重曲面 $f = 0$ を定義し、その発展は次式によって規定し、また、荷重・除荷も次式のように定義する。

$$f = \frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^v \varepsilon_{ij}^v - \rho^2 \quad (10)$$

$$\dot{\rho} = \begin{cases} \dot{\varepsilon}^v & f = 0 \text{ and } n_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^v \geq 0 \text{ loading} \\ 0 & f < 0 \text{ or } n_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^v < 0 \text{ unloading} \end{cases} \quad (11)$$

$$n_{ij} = \frac{\partial f / \partial \varepsilon_{ij}^v}{\left[\left(\partial f / \partial \varepsilon_{mn}^v \right) \left(\partial f / \partial \varepsilon_{mn}^v \right) \right]^{1/2}} \quad (12)$$

ここで、 ρ は超球面で表現した負荷曲面 $f = 0$ の半径を表し、 $\dot{\varepsilon}^v$ は相当粘塑性ひずみ ε^v の時間に関する変化率を表す。

この負荷曲面と現在の粘塑性ひずみから

$$\Psi = \frac{\rho - \bar{\varepsilon}^v \operatorname{sgn}(\dot{\varepsilon}^v)}{2\rho} \quad (13)$$

のようにパラメーター Ψ を定義し、背応力の非線形項の発展式(9)を次のように修正する。

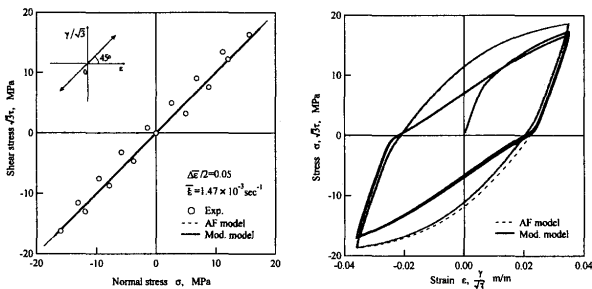
$$\dot{\alpha}_{ij}^{(2)} = b(1 - \lambda\Psi)(C\varepsilon_{ij}^v - \alpha_{ij}^{(2)}\bar{\varepsilon}^v) \quad (14)$$

ここで、 λ は材料定数である。

3 計算結果

本研究では、垂直応力とせん断応力の2軸応力状態での比例負荷と非比例負荷の下での高密度ポリエチレンに対する非弾性変形のシミュレーションを行った。計算は全ひずみ制御で行い、図中の各ひずみ経路を実行したときの変形挙動をシミュレーションした。計算は相当全ひずみ速度一定 $\bar{\varepsilon} = 1.47 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ で行った。計算に必要な材料定数は、数種類の基礎的な単軸負荷試験結果から決定することができ、既報の値⁽¹⁾を用いた。各図中の破線は背応力の非線形項の発展式として式(9) (AFモデル)を、実線は式(14) (修正モデル)を用いた場合の計算結果である。また、Fig.1(a), 2(a), 4(a)に示した記号○は邱らが行った実験結果⁽⁴⁾である。

Fig.1は、相当ひずみ空間で 45° 方向に一定ひずみ範囲 $\Delta\varepsilon = 0.1$ で繰り返し負荷した場合の結果である。Fig.1(b)からわかるように、実線で示した修正モデルの方が、除荷時のひずみ回復を記述する分負荷方向反転時のピーク応力が小さくなり、破線のAFモデルに比べて実験結果⁽⁴⁾に近い値を予測することがわかる (Fig.1(a))。



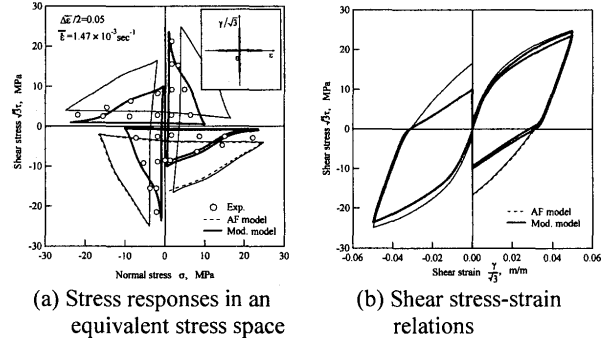
(a) Stress responses in an equivalent stress space (b) Individual stress-strain relations
Fig. 1 Cyclic proportional loading in the direction $\theta = 45^\circ$.

Fig.2(a)は、相当ひずみ空間でひずみ経路が十字を描くように制御した場合の応力応答である。また、Fig. 2(b)はそのときのせん断応力-せん断ひずみ関係を示すが、修正モデルは除荷時のひずみ回復を記述するため、ひずみ経路が 90° 変化するときの応力値を適切に予測しており、ひずみ保持による

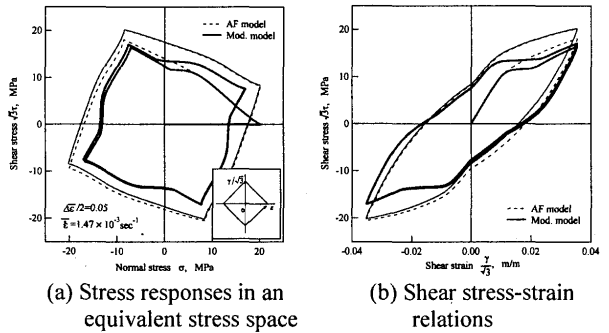
応力緩和も実験結果⁽⁴⁾とよく一致している。

Fig.3は、菱形のひずみ経路に対する計算結果である。この場合、垂直応力とせん断応力とで負荷と除荷の位相が 90° ずれており、修正モデルでは負荷時にもヒステリシスループに折れ曲がりが見られる。

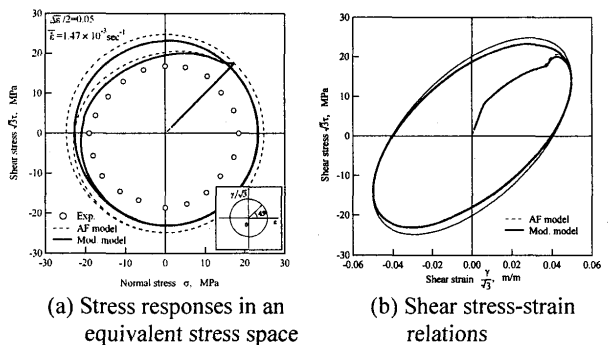
Fig.4は円形サイクルの場合であり、修正モデルとAFモデルの差は小さく、いずれも実験結果⁽⁴⁾を過大評価している。



(a) Stress responses in an equivalent stress space (b) Shear stress-strain relations
Fig. 2 Cyclic loading under total strain control in cross-shaped strain path.



(a) Stress responses in an equivalent stress space (b) Shear stress-strain relations
Fig. 3 Cyclic loading under total strain control in diamond-shaped strain path.



(a) Stress responses in an equivalent stress space (b) Shear stress-strain relations
Fig. 4 Cyclic loading under total strain control in circular strain path.

参考文献

- (1) 水野・佐野村, 材料, 54-4(2005), pp.414-419.
- (2) N. N. Malinin and G. M. Khadjinsky, Int. J. Mech. Sci., 14 (1972), pp. 235-246.
- (3) P. J. Armstrong and C. O. Frederick, CEBG Rep., No. RD/B/N731 (1966).
- (4) 邱・北川, 富山県大紀要, 5(1995), pp.55-75.