

木材の疲れに関する研究 (第6報)<sup>†</sup>き裂試験片の疲れき裂伝ば挙動<sup>\*1</sup>今山 延洋<sup>\*2</sup>The Fatigue of Wood VI.<sup>†</sup>Fatigue crack-propagation of cracked specimens<sup>\*1</sup>Nobuhiro IMAYAMA<sup>\*2</sup>

In this study we measured the length of the fatigue cracks in specimens of *Agathis* wood (*Agathis* sp.) as the cracks propagated. We made the cracked specimens as follows: After a fatigue crack was initiated at the root of the V-notch of a specimen by applying a stress of 200 kgf/cm<sup>2</sup>, we cut off the V-notch. Thus the specimen having a crack was produced as shown in Figure 1. The results of the experiment using the cracked specimens are summarized as follows:

1) By cutting off the V-notch from the notched specimen, there was no influence of the stress distribution due to the notch on crack-propagation. 2) The process of crack-propagation in the cracked specimens was divided into two steps. In Step I, the crack propagates in a straight line gradually. The number of cycles of Step I consumed about 80 percent of the life of crack propagation and about 40 percent of the width of the specimen. 3) Step I of the cracked specimen corresponded to Step II of the crack-propagation curve of the notched specimen.<sup>1)</sup> 4) The number of cycles to failure was proportional to the mean crack-propagation rate ( $(dl/dN)_{\text{mean}}$ ) on a log scale. 5) The mean crack-propagation rate was proportional to the alternative bending-stress ( $\sigma_b$ ) on a semi-log scale. 6) Step I was divided into Steps Ia and Ib. In the former, the crack-propagation rate ( $dl/dN$ ) decreased, whereas in the latter, the crack-propagation rate increases gradually. 7) Also in Step Ib, the following equation between the crack-propagation rate ( $dl/dN$ ) and the stress-intensity factor ( $K_{\text{max}}$ ) existed in the cracked specimen:  $dl/dN = C(K_{\text{max}})^m$ .

**Keywords:** fatigue of wood, cracked specimen, crack-propagation rate, stress-intensity factor.

既報<sup>1)</sup>において切欠試験片を用いて繰返し曲げ応力による疲れき裂の伝ば挙動を検討し、き裂伝ば過程を三つに分けた。しかし、切欠部分による応力分布がき裂伝ばに影響することが考えられる。一般に、切欠先端にき裂を発生させ、その後切欠部分を除去した試験片をき裂試験片と呼ぶ。本研究ではき裂試験片を用いて、切欠による応力集中の影響がない疲れき裂の伝ば挙動を検討した。実験材料や丸大内の採取位置、実験方法などは既報と同様で、早材や晩材などが存在しない、半径方向に材質変動が少ないアガシス材のき裂試験片を用いて、種々の繰返し外曲げ応力を用いた。得られた結果は次の通りである。

1) き裂伝ば曲線ではき裂が定常的に増加する段階 I と、急激な増加を示す段階 II の二つの部分に分けられた。2) 破断までの繰返し数は平均き裂伝ば速度と両対数グラフ上で負の相関関係がある。3) 平均き裂伝ば速度は繰返し応力と片対数グラフ上で正の相関関係がある。4) 段階 I は更にき裂伝ば速度が低下する段階 I<sub>a</sub> とき裂伝ば速度が定常的に増加する段階 I<sub>b</sub> に分けられる。5) き裂が定常的に伝ばする段階 I<sub>b</sub> においては、き裂伝ば速度は  $dl/dN = CK_{\text{max}}^m$  に従い、応力拡大係数に比例して増加する。

<sup>†</sup> Report V: This Journal, 34 (1), p. 8-13 (1988)

<sup>\*1</sup> Received December 17, 1987. 本報の一部は、第35回日本木材学会大会 (1985年4月, 東京) において発表した。

<sup>\*2</sup> 静岡大学教育学部 Faculty of Education, Shizuoka University, Shizuoka 422

## 1. 緒 言

木材の疲れ破壊もき裂の発生と伝ばによって起こる。既報<sup>1)</sup>において切欠試験片を用いて繰返し曲げ応力による疲れき裂の伝ば挙動を検討し、き裂伝ば過程を三つに分けた。しかし、切欠部分による応力分布がき裂伝ば挙動に影響することが考えられる。一般に、切欠先端にき裂を発生させ、その後切欠部分を除去した試験片をき裂試験片と呼ぶ。そこで、本研究では切欠による応力集中の影響がないき裂試験片の疲れき裂伝ば挙動を検討した。

## 2. 実験方法

### 2.1 試験片

試験片には南洋材のアガチス (*Agathis* sp.) を用いた。丸太や採取部位も既報<sup>1)</sup>の切欠試験片と全く同じである。比重は平均 0.43, 含水率は平均 12.1% である。き裂試験片の型及び寸法を Fig. 1 に示す。切欠試験片に繰返し応力約 200 kgf/cm<sup>2</sup> を用いて疲れ試験機にかけ、切欠先端に初期き裂<sup>1)</sup>を発生させ、その後切欠部分を糸鋸で除去し、き裂だけを残した。

### 2.2 実験方法

負荷方法は既報<sup>1)</sup>と同じで、偏心重錘の遠心力を利用した四点荷重方式によって均一曲げモーメントを与えた。平均応力がゼロで毎秒 30 回の両振り繰返し面外曲げである。

## 3. 結果と考察

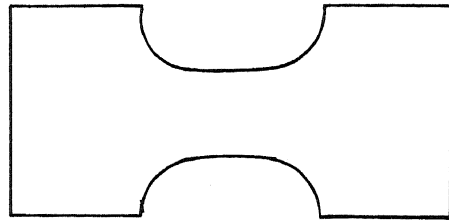
### 3.1 き裂試験片の作成

既報<sup>1)</sup>に示したように、切欠試験片に繰返し応力を与えたときの、疲れの進行に伴う発熱温度曲線には四つの段階があり、第二段階と第三段階の境目でき裂が発生する<sup>2)</sup>。既報<sup>1)</sup>の切欠試験片について得られた S-N 曲線を見ると、 $1 \times 10^7$  回における疲れ強さが約 240 kgf/cm<sup>2</sup> であることが分かる。従って、切欠試験片にき裂を発生させるために、実験方法で述べたように繰返し応力約 200 kgf/cm<sup>2</sup> を用いて、切欠先端に初期き裂を発生させた。このようにして切欠先端に初期き裂が発生した試験片の切欠部分を、Fig. 1 に示すように除去し、き裂だけを残す。このときのき裂長さを初期き裂長さ ( $l_0$ ) とする。このき裂試験片を改めて疲れ試験機にかけてき裂の伝ば挙動を調べた。一例を Fig. 2(a) に示す。切欠試験片 (Fig. 2(b)) と比べ初期の急激な上昇部分が現れないことが特徴である。

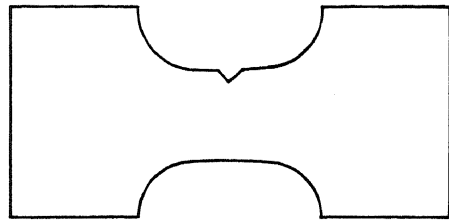
### 3.2 初期き裂長さの影響

初期き裂長さが破断回数に影響しているかどうか

A. Plain specimen



B. Notched specimen



C. Cracked specimen

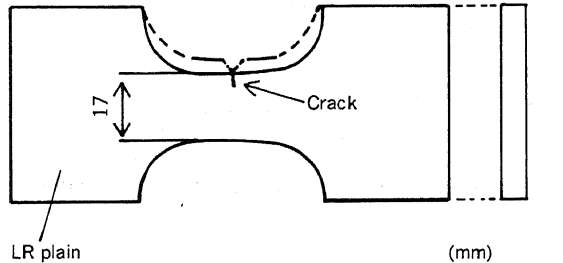


Fig. 1. Shape of specimen for fatigue testing.

Legend: L, longitudinal direction; R, radial direction.

を調べるために、種々の初期き裂長さを有する試験片を用いて、繰返し応力を約 300 kgf/cm<sup>2</sup> と一定にして疲れ実験を行った。結果を Table 1 に示す。初期き裂長さは 0.39~1.14 mm の範囲とした。これを試験片幅を基準にして表すと 2.3~6.8% の範囲にある。また、繰返し応力は 299.3~301.4 kgf/cm<sup>2</sup> の範囲であり、約 300 kgf/cm<sup>2</sup> でほぼ同じ応力と考えられる。破断回数を見ると、試験片 No. 5 の  $53 \times 10^4$  回がやや少ないが、他は  $101.4 \sim 129.8 \times 10^4$  回の範囲に集まっている。

更に、試験片 No. 1 と No. 4 についてき裂伝ばの様子を比較し、Fig. 3 に示す。初期き裂の長さは No. 1 が 0.39 mm, No. 4 が 0.76 mm と、No. 4 が約二倍の初期き裂長さを持つが、図から明らかなように、両者は全く同じ様にき裂が伝ばしていることがわかる。従って、この様な初期き裂の長さの範囲では破

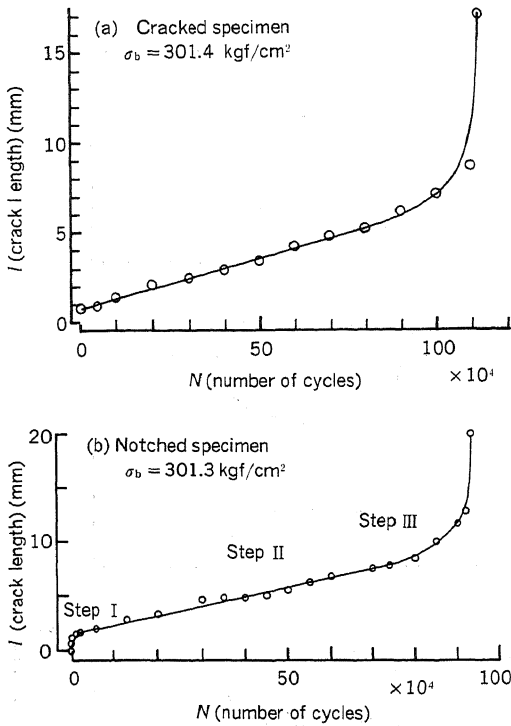


Fig. 2. Fatigue crack-propagation curves for cracked specimen (a) and notched specimen (b).  
Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

断回数に影響しないと考えられ、初期き裂の長さとして約0.5~1.0 mmの範囲の試験片を用いることにした。

3.3 き裂伝ば曲線

種々の繰返し応力に対するき裂伝ばの様子を Fig. 4~6 に示す。応力の大小にかかわらず、何れの曲線も同じパターンを示している。Fig. 6 の矢印は破断していないことを示す。き裂伝ばの繰返し数 ( $N$ ) をき裂伝ば寿命 ( $N_{cp}$ ) に対する割合で表した繰返し数

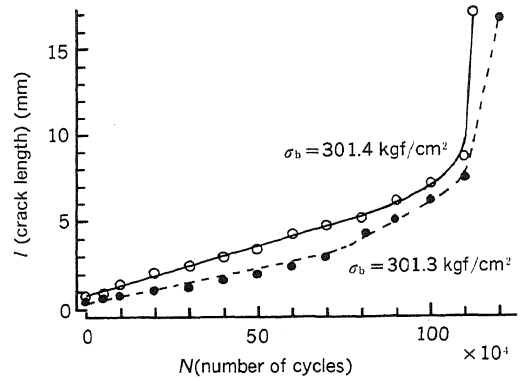


Fig. 3. Curves of crack propagation at same stress for different initial crack lengths ( $l_i$ ).  
Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.  $\bigcirc$ — $\bigcirc$ :  $l_i = 0.76 \text{ mm}$ .  $\bullet$ — $\bullet$ :  $l_i = 0.39 \text{ mm}$ .

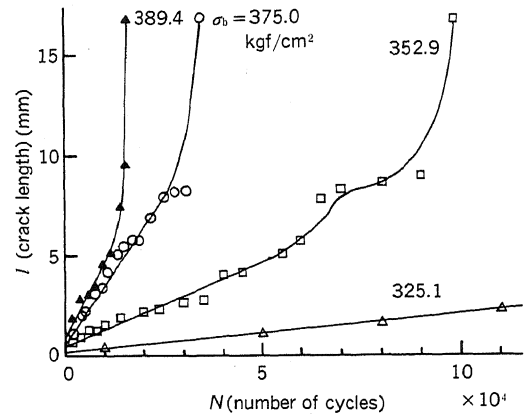


Fig. 4. Fatigue crack-propagation curves for cracked specimens with different bending stresses.  
Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

比 ( $N/N_{cp}$ ) とき裂長さ ( $l$ ) を試験片幅 ( $w$ ) に対する割合で表したき裂長さ比 ( $l/w$ ) との関係をいろいろ

Table 1. Relationship between the number of cycles to failure and different initial crack lengths at the same stress.

Specimen No.	Bending stress (kgf/cm <sup>2</sup> )	Initial crack length $l_i$ (mm)	Specimen width $w$ (mm)	Ratio $l_i/w$ (%)	Number of cycles to failure ( $\times 10^4$ )
1	301.3	0.39	16.80	2.3	120.12
2	300.6	0.46	15.55	3.0	113.35
3	300.1	0.48	15.55	3.1	101.40
4	301.4	0.76	17.10	4.4	112.51
5	299.3	0.84	16.20	5.4	53.00
6	301.2	1.14	16.85	6.8	129.83

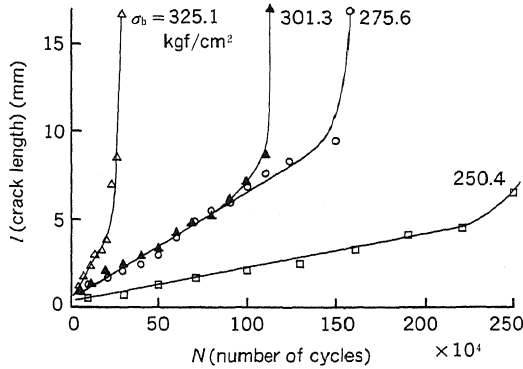


Fig. 5. Fatigue crack-propagation curves for cracked specimens with different bending stresses.  
Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

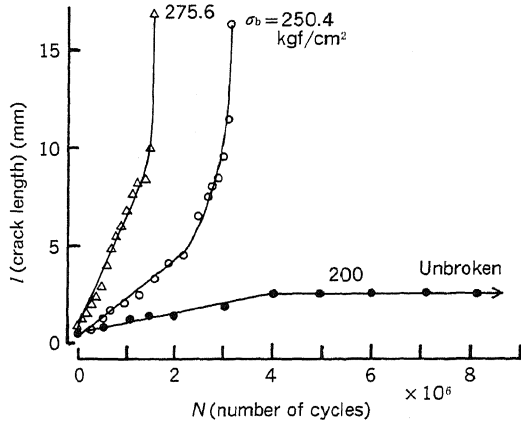


Fig. 6. Fatigue crack-propagation curves for cracked specimens with different bending stresses.  
Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

るな応力に対して Fig. 7 に示した。図から明らかなように、応力の大小にかかわらず、いずれの曲線も同じパターンを示している。つまり、初めから中盤以降まで続く直線的な定常部分と後半の急激な上昇部分の二つに分けられる。これを各々段階 I、II とする。図から明らかなように、かなりの変動がみられるが段階 I がき裂伝ば期間の約 80% をしめ、き裂伝ば寿命に大きく影響していることが分かる。また、この期間にき裂長さは変動がみられるが、試験片幅の約 40% しか進まない。

Fig. 2 に示したように、き裂試験片のき裂伝ば曲線の前に、繰返し数を継ぎ足した形で、切欠試験片

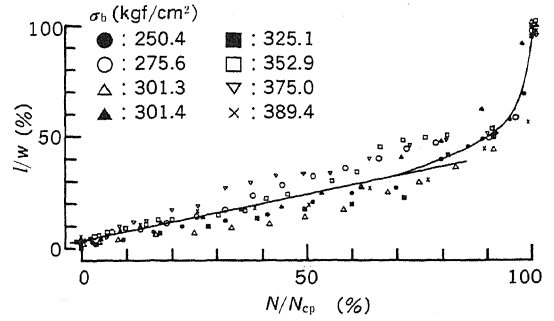


Fig. 7. Relationship between ratio of crack length ( $l/w$ ) and ratio of number of cycles of crack-propagation ( $N/N_{cp}$ ) for different bending stresses.

Legend:  $l$ : crack length.  $w$ : width of specimen.  $N$ : number of cycles.  $N_{cp}$ : number of cycles of crack-propagation.  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

のき裂伝ば曲線の段階 I を付け加える形が切欠試験片のき裂伝ば曲線とみることが出来る。反対にき裂試験片では、切欠試験片にみられる初期の急な立ち上がりが見られない。これは、切欠試験片の段階 I は切欠による応力集中の為と考えられ、逆に、き裂試験片では切欠が存在しない為と考えられる。

### 3.4 平均き裂伝ば速度

き裂伝ば曲線の段階 I を仮に直線と見なすと、この直線の傾きは 1 サイクル当りのき裂長さの増加量を表している。これを平均き裂伝ば速度 ( $(dl/dN)_{mean}$ ) と呼ぶ。ここで、平均き裂伝ば速度と破断までのき裂伝ば回数 ( $N_{cp}$ ) の関係を Fig. 8 に示す。

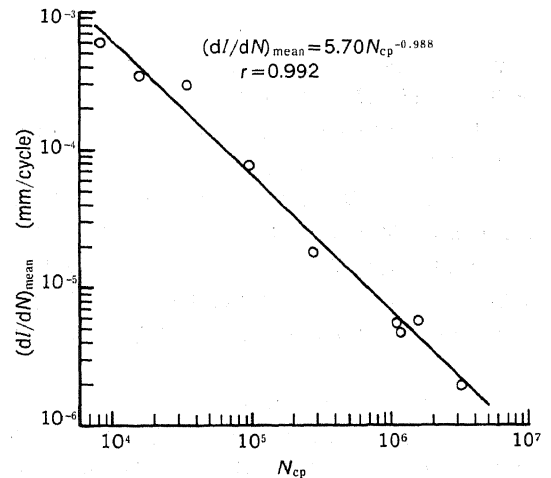


Fig. 8. Relationship between mean crack-propagation rate ( $(dl/dN)_{mean}$ ) and number of cycles of crack propagation ( $N_{cp}$ ).

Legend:  $r$ : correlation coefficient.

両対数グラフ上で相関係数が0.992と高い直線性を示し、これは平均き裂伝ば速度が低下すると、破断までの繰返し数が対数的に増加することを示している。

更に、平均き裂伝ば速度と繰返し応力( $\sigma_b$ )の関係を Fig. 9 に示す。片対数グラフ上で相関係数が0.977

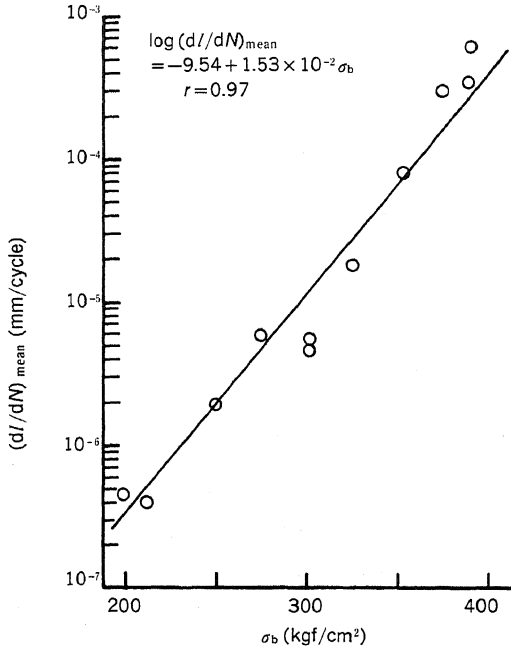


Fig. 9. Relationship between mean crack-propagation rate  $((dI/dN)_{mean})$  and amplitude of the alternative bending-stress ( $\sigma_b$ ). Legend:  $r$ : correlation coefficient.

と高い直線性を示す。これは繰返し応力が増加すると平均き裂伝ば速度が対数的に増加することを示している。この平均き裂伝ば速度の単位は(mm/cycle)で1サイクル当り何mm進んだかを表している。ここで、1細胞を通過するのに必要な繰返し数( $N_{cell}$ , cycles/cell)を考えると、本実験に用いた材料のアガシは細胞の幅に変化が少なく、平均すると細胞の幅は0.056mmであった。この数値を用いて、繰返し応力と1細胞を通過するのに必要な繰返し数の関係は、

$$\sigma_b = 511.9 - 56.88 \cdot \log(N_{cell})$$

となる。ここで、 $N_{cell}$ はき裂が1細胞を通過するのに要した繰返し数である。例えば、繰返し応力300kgf/cm<sup>2</sup>を加えたとして、き裂が1つの細胞を横断するのに約5000回の応力繰返しを必要とすることがわかる。

以上のように、き裂伝ば曲線を段階Iと段階IIに分けることが出来、定常なき裂伝ば部分である段階Iの平均き裂伝ば速度を用いて破断回数を推定したり、繰返し応力から平均き裂伝ば速度を推定出来ることを検討し、各々高い相関があることがわかった。

### 3.5 き裂長さとき裂伝ば速度

次に、き裂長さの成長がどのようなファクターと関係しているか検討してみる。これまでき裂伝ば曲線の段階Iを仮に直線と仮定してきたが、ここで改めて個々の測定点におけるき裂伝ば速度( $dI/dN$ )を算出する。ここでは、個々の測定点のき裂伝ば速度を出すために、まず次の測定点との差より1サイクル当りのき裂の増加量を算出し、更にこの二点間の増加量の平均を出してき裂伝ば速度とした。

き裂試験片のき裂伝ば曲線より、き裂伝ば速度を求め繰返し数比との関係を Fig. 10 に示す。き裂伝ば曲線を見る限りでは、き裂長さは直線的に増加し、き裂伝ば速度はほぼ一定値を示すように思われるが、図に示すように、き裂伝ば速度は一度低下して極小値を示して後、上昇している。繰返し応力が低い部分では、その低下の程度も僅かになっている。

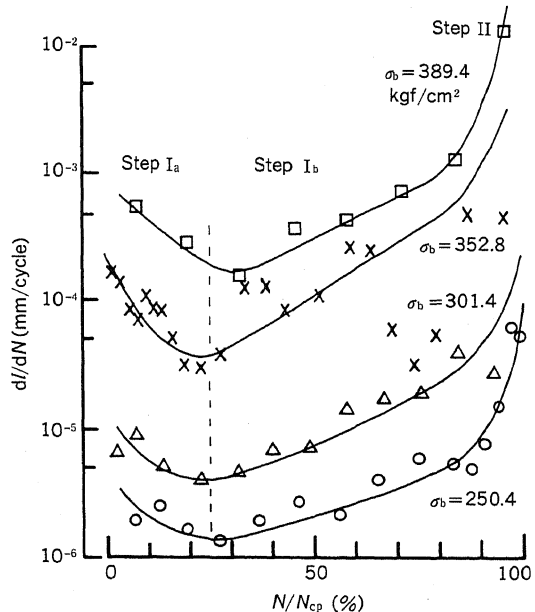


Fig. 10. Relationship between crack-propagation rate  $(dI/dN)$  and ratio of number of cycles of crack propagation  $(N/N_{cp})$  for cracked specimens with different bending stresses.

Legend:  $l$ : crack length.  $N$ : number of cycles.  $N_{cp}$ : number of cycles of crack-propagation.  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending stress.

極小値は繰返し数比の20~30%の間にある(平均で約25%)。その後一定の上昇を示すが、破断の手前で急激な上昇を示す。極小値までを段階I<sub>a</sub>、極小値から急な上昇の前までを段階I<sub>b</sub>とする。また、急な上昇部分は段階IIである。

切欠試験片の場合のき裂伝ば速度と繰返し数比の関係の一例を示すと、Fig. 11の様になる。図のよう

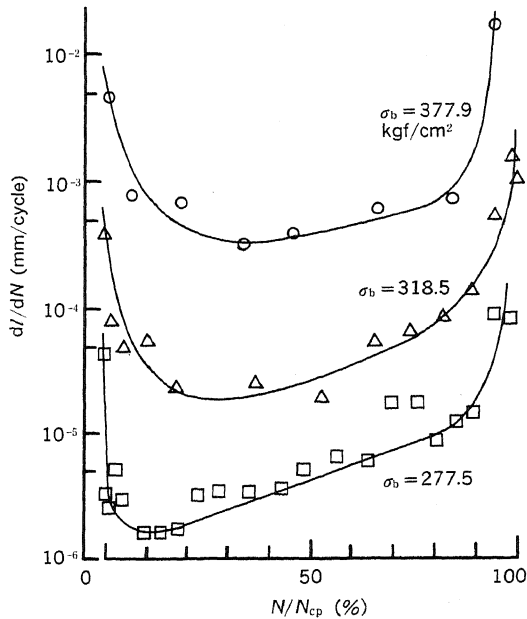


Fig. 11. Relationship between crack-propagation rate ( $dl/dN$ ) and ratio of number of cycles of crack propagation ( $N/N_{cp}$ ) for notched specimens with different bending stresses.

Legend:  $l$ : crack length.  $N$ : number of cycles.  $N$ : number of cycles of crack-propagation.  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending stress.

に、切欠試験片では初期のき裂伝ば速度の低下が非常に著しい。このき裂伝ば速度の初期の低下は、金属でも観察される<sup>3-6)</sup>。この現象を北川ら<sup>7)</sup>は切欠による応力集中と考え、更に平ら<sup>8-10)</sup>はき裂発生時の切欠先端部の塑性変形によるとしている。宮本<sup>11)</sup>によると、切欠先端とき裂先端における応力集中の範囲を比較すると、き裂先端は狭く切欠先端は広い。このためにき裂試験片では初期のき裂伝ば速度の低下が少なく、切欠試験片では大きいと思われる。

次に、き裂長さの変化がき裂伝ば速度とどの様に関係しているかを調べた。き裂長さの変化とき裂伝ば速度の関係の例を Fig. 12 に示した。図に示すように、き裂伝ば速度はき裂長さの増加に従って初め低下し、き裂長さが約2~3mmの位置で極小値を示

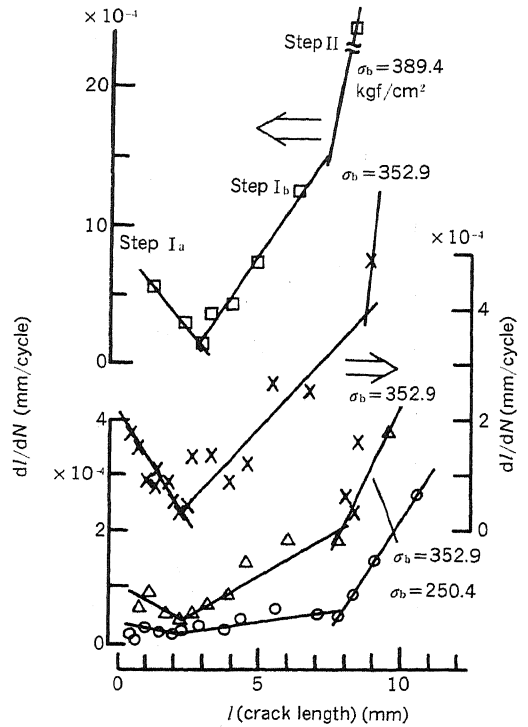


Fig. 12. Relationship between crack-propagation rate ( $dl/dN$ ) and crack length ( $l$ ) for cracked specimens with different bending stresses.

Legend:  $N$ : number of cycles.  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.

す。ここまですが段階I<sub>a</sub>に相当する。その後、き裂長さの増加に伴ってき裂伝ば速度も比例的に増加する。この領域が段階I<sub>b</sub>に相当する。そして、き裂長さが約8mm前後からき裂伝ば速度は急激な上昇を示す。この部分が段階IIである。繰返し数比では約80~90%に相当する。

### 3.6 応力拡大係数とき裂伝ば速度

応力拡大係数は、き裂長さとき裂伝ば速度を用いてき裂先端の応力場の強さを表しているのので、き裂先端におけるき裂伝ば速度は応力拡大係数と密接な関係がある。

面外曲げに対する応力拡大係数としてBowieの示した式<sup>12)</sup>

$$K_{max} = 1.005 \cdot \sigma_b \sqrt{l}$$

を用いた。ここで、 $K_{max}$ は応力拡大係数の最大値を表す。前項で述べたき裂伝ば速度の算出方法と対応して応力拡大係数も二点間の平均を用いた。前述のように、段階I<sub>b</sub>においてはき裂長さはき裂伝ば速度と対応関係がみられた。種々の応力について応力拡大係数とき裂伝ば速度の関係の一例を Fig. 13 に

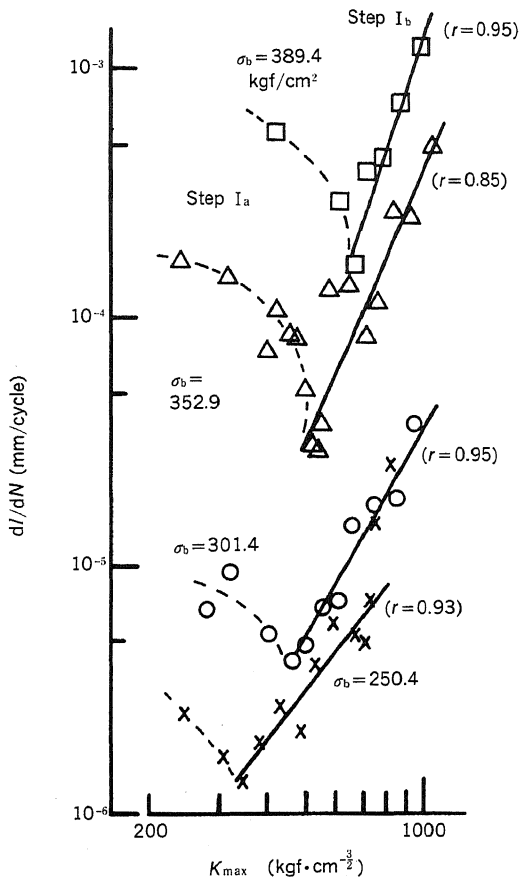


Fig. 13. Relationship between crack-propagation rate ( $dl/dN$ ) and stress-intensity factor ( $K_{max}$ ) for cracked specimen with different bending stresses.

Legend:  $\sigma_b$ : amplitude of alternative bending-stress.  $r$ : correlation coefficient.

示す。いずれも、一度低下して極小値に達して次に上昇する。更に、破断の手前で急激に上昇する。各々、

段階 I<sub>a</sub>, 段階 I<sub>b</sub>, 段階 II に対応している。

Paris と Erdogan<sup>13)</sup> は、き裂伝ば速度と応力拡大係数との間に次の関係を提案した。

$$dl/dN = CK_{max}^m \tag{1}$$

ここで、 $C$  と  $m$  は実験係数である。前述のように、応力拡大係数はき裂先端の応力場の強さを表しており、式(1)はき裂伝ば速度が応力拡大係数のべき数に比例して増加することを意味している。この式(1)を段階 I<sub>b</sub> に適用し、Fig. 13 の段階 I<sub>b</sub> に実線で示した。また、Table 2 には種々の応力について求めた段階 I<sub>b</sub> における  $m$  と  $\log C$  の値および両者の間の相関係数 ( $r$ ) を示した。相関係数が低いものも若干見られるが、大半は高い値を示している。従って、図および表から明らかなように、段階 I<sub>b</sub> においてはき裂伝ば速度は式(1)に従って応力拡大係数に比例して増加することがわかる。

段階 I<sub>a</sub> は共通の直線関係を持つようにも見えるが、各々の繰返し応力毎に同じ応力拡大係数でも異なった速度で進行していくと思われる。繰返し応力による違いは小西ら<sup>14)</sup> のアルミニウムの繰返し曲げや Erdogan ら<sup>15)</sup> でも見られる。式(1)は Paris と Erdogan<sup>4)</sup> によって  $m=4$  が提案されたが、その後多くの実験結果は 0.5~8.0 程度の広い値をとりうることが指摘されている<sup>16,17)</sup>。本実験の範囲では、Table 2 に示すように  $m=1\sim5$  の範囲の値が得られた。そこで、 $m$  と  $\log C$  の関係を調べてみると Fig. 14 のようになった。パラメーター  $m$  と  $\log C$  は高い相関を示している。金属関係では多くの材料についての  $m$  と  $\log C$  の関係は Fig. 14 と同様の関係が得られている<sup>17-19)</sup>。しかし、本実験では一つの材料に対して  $m$  が一定の範囲を示し、あるいは  $m$  と  $\log C$  の間に一定の関係が得られた。これらの意味について今後更に検討を深めたい。

Table 2. Values of  $m$  and  $\log C$  in equation  $dl/dN = C(K_{max})^m$  for Step I<sub>b</sub> of cracked specimens.

Specimen No.	Bending stress (kgf/cm <sup>2</sup> )	$m$	$\log C$	Correlation coefficient ( $r$ )
1	384.9	2.258	-9.906	0.490
2	389.4	4.775	-17.170	0.956
3	352.9	3.559	-14.080	0.856
4	325.0	4.779	-17.804	0.922
5	302.8	1.454	-9.089	0.930
6	301.4	2.801	-12.849	0.956
7	275.6	1.155	-8.336	0.453
8	250.4	2.013	-10.937	0.934
9	224.3	1.703	-10.284	0.863

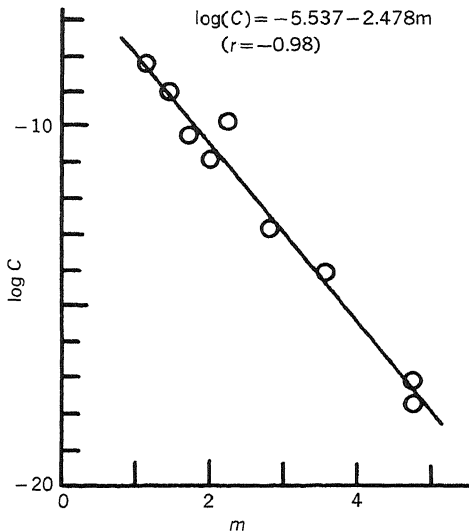


Fig. 14. Relationship between  $m$  and  $\log C$  in equation  $dI/dN = CK_{\max}^m$  for Step  $I_b$  of cracked specimens.

Legend:  $r$ : correlation coefficient.

#### 4. ま と め

早材や晩材などが存在しない、半径方向に材質変動が少ないアガシス材のき裂試験片を用いて、種々の繰返し面外曲げ応力についてき裂伝ば挙動を検討し次の結果を得た。

1. き裂伝ば曲線ではき裂が定常的に増加する段階 I と、急激な増加を示す段階 II の二つの部分に分けられた。段階 II は繰返し数比の約 80% からである。これは試験片幅の約 40% に相当する。
2. 破断までの繰返し数は平均き裂伝ば速度と両対数グラフ上で負の相関関係がある。
3. 平均き裂伝ば速度は繰返し応力と片対数グラフ上で正の相関関係がある。
4. 段階 I は更なき裂伝ば速度が低下する段階  $I_a$  とき裂伝ば速度が定常的に増加する段階  $I_b$  に分けられる。
5. き裂が定常的に伝ばする段階  $I_b$  においては、き裂伝ば速度は  $dI/dN = CK_{\max}^m$  に従い、応力拡大係数に比例して増加する。

#### 文 献

- 1) 今山延洋: 木材学会誌, **33** (6), 457-463 (1987).
- 2) 今山延洋, 松本 昶: 同上, **20** (2), 53-62 (1974).
- 3) 北川英夫, 松本年男: 日本機械学会論文集 (第 1 部), **41** (341), 22-32 (1975).
- 4) 北川英夫, 三角正明: 生産研究, **23** (9), 404-407 (1971).
- 5) 寺沢正男, 吉岡靖夫, 浅見克敏: 日本機械学会論文集 (第 1 部), **38** (310), 1142-1153 (1972).
- 6) 小林英男, 山本 晋, 中沢 一: 日本機械学会論文集 (第 1 部), **36** (288), 1238-1246 (1970).
- 7) 北川英夫, 三角正明: 生産研究, **23** (5), 195-198 (1971).
- 8) 平 修二, 田中啓介: 材料, **17** (183), 1098-1102 (1968).
- 9) 平 修二, 田中啓介: 同上, **18** (190), 620-626 (1969).
- 10) 平 修二, 田中啓介: 同上, **18** (195), 1126-1132 (1969).
- 11) 宮本 博: “破壊の力学”, コロナ社, 1974, p. 77-85.
- 12) Roberts, R.; Rich, T.: *J. Applied Mech.*, **34**, 777-779 (1967).
- 13) Paris, P. C.; Erdogan, F.: *Trans. ASME J. Basic Eng.*, **85**, 528-534 (1963).
- 14) 小西一良, 関谷竹二, 西山正章, 小磯信重: 東京都立工科短期大学研究報告, 8 号, 11-17 (1980).
- 15) Erdogan, F.; Roberts, R.: Proc. 1st Inter. Conf. Fracture, JSSFM, JAPAN, **1**, 1962, p. 341-362.
- 16) 西谷弘信編: “疲労強度学”, オーム社, 1985, p. 159-174.
- 17) 北川英夫: 日本機械学会誌, **75** (642), 1068-1080 (1972).
- 18) Kitagawa, H.; Misumi, M.: Proc. Int. Conf. Mech. Beh. of Mat., **2**, 1971, p. 225-232.
- 19) Tanaka, K.; Matsuoka, S.: *Int. Journal of Fracture*, **13**, 563-583 (1971).