

静岡大学 博士論文

多孔質体内熱流動の微視的数値シミュレーション
に関する研究

静岡大学
図書



平成9年1月

桑原 不二朗

目 次

| | |
|--|----|
| 第1章 序論 | 1 |
| 1-1 研究の背景 | 1 |
| 1-2 従来の研究 | 2 |
| 1-3 研究の目的 | 4 |
| 1-4 本論文の構成 | 6 |
| 参考文献..... | 7 |
| 第2章 多孔質体内熱流動の巨視的モデリング | 10 |
| 2-1 巨視的流動場のモデル | 10 |
| 2-1-1 空間平均速度及び質量保存則 | 10 |
| 2-1-2 ダルシー則及び多孔質体粘性効果 | 12 |
| 2-1-3 Forchheimer 修正ダルシー則及び多孔質体慣性効果 | 14 |
| 2-1-4 Brinkman-Forchheimer 修正ダルシー則及び 境界粘性効果 | 14 |
| 2-1-5 透過率及びForchheimer係数の関数形 | 15 |
| 2-2 巨視的溫度場のモデル | 18 |
| 2-2-1 巨視的エネルギーの式 | 18 |
| 2-2-2 細管内熱分散 | 19 |
| 参考文献..... | 23 |
| 第3章 微視的支配方程式と巨視的モデル | 25 |
| 3-1 体積平均に関する諸法則 | 25 |
| 3-2 巨視的質量保存式の導出 | 26 |
| 3-3 巨視的運動量の式の導出 | 26 |
| 3-4 巨視的エネルギー保存則の導出 | 28 |
| 3-5 分子拡散に起因する見かけの熱伝導率 | 31 |

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 参考文献 | 3 2 |
| 第 4 章 多孔質構造体及び微視的計算モデル | 3 4 |
| 4-1 自然界にみられる多孔質体 | 3 4 |
| 4-2 人工的多孔質体 | 3 5 |
| 4-3 微視的多孔質構造体モデル | 3 6 |
| 4-3-1 気孔率 | 3 7 |
| 4-3-2 構造体配列 | 3 7 |
| 4-3-3 構造体形状 | 3 9 |
| 4-3-4 構造体及び流体の熱伝導率 | 3 9 |
| 4-4 数値解法 | 4 0 |
| 4-4-1 支配方程式 | 4 0 |
| 4-4-2 解析手法 | 4 5 |
| 4-4-3 周期境界条件 | 5 1 |
| 参考文献 | 5 4 |
| 第 5 章 二次元構造体モデルに基づく多孔質体内熱流動の | |
| 微視的数値シミュレーション | 5 5 |
| 5-1 物理モデル及び微視的計算領域 | 5 6 |
| 5-2 微視的速度場及び圧力場 | 6 0 |
| 5-3 微視的圧力場の空間平均と透過率の決定 | 7 2 |
| 5-4 微視的温度場 | 7 6 |
| 5-5 微視的温度場の空間平均に基づく Tortuosity 項の決定 | 8 0 |
| 5-6 微視的温度場の空間平均に基づく熱分散項の決定 | 8 2 |
| 5-7 結言 | 8 5 |
| 参考文献 | 8 6 |

| | |
|--|-----|
| 第6章 三次元構造体モデルに基づく多孔質体内熱流動の | |
| 微視的数値シミュレーション | 88 |
| 6-1 物理モデル及び微視的計算領域 | 88 |
| 6-2 微視的速度場及び圧力場 | 92 |
| 6-3 微視的圧力場の空間平均と透過率の決定 | 102 |
| 6-4 微視的温度場 | 107 |
| 6-5 微視的温度場の空間平均に基づく Tortuosity 項の決定 | 107 |
| 6-6 微視的温度場の空間平均に基づく熱分散項の決定 | 113 |
| 6-7 結言 | 115 |
| 参考文献 | 117 |
| 第7章 非等方多孔質構造体における熱流動の微視的数値シミュレーション | |
| | 118 |
| 7-1 物理モデル及び微視的計算領域 | 118 |
| 7-2 微視的速度場及び圧力場 | 122 |
| 7-3 微視的圧力場の空間平均と指向透過率の決定 | 137 |
| 7-4 微視的温度場 | 141 |
| 7-5 微視的温度場の空間平均に基づく非等方 Tortuosity 項の相關 | |
| | 141 |
| 7-6 結言 | 153 |
| 参考文献 | 154 |
| 第8章 多孔質体内乱流の微視的数値シミュレーション | 155 |
| 8-1 物理モデル及び基礎方程式 | 156 |
| 8-2 微視的速度場及び圧力場 | 162 |
| 8-3 微視的圧力場の空間平均化と巨視的圧力勾配 | 162 |
| 8-4 Forchheimer 修正ダルシー則のレイノルズ平均 | 165 |
| 8-5 結言 | 167 |

| | |
|---------------------|-----|
| 参考文献 | 167 |
| 第9章 多孔質体内巨視的圧力勾配の測定 | 170 |
| 9-1 実験装置及び実験方法 | 170 |
| 9-2 実験結果及び検討 | 171 |
| 9-3 結言 | 174 |
| 参考文献 | 175 |
| 第10章 結論 | 176 |
| 記号表 | 180 |
| 謝 辞 | 182 |

第1章 序論

1-1 研究の背景

多孔質体内の流動に関する研究は、水理学、土木工学、また地球物理学の分野で古くからみられる。特に地下水の流動の把握、また地熱利用に関するものが興味の対象であった。これらの分野で扱われる多孔質体は気孔率が比較的小さく、低速の流動場が対象となることが殆どである。特に、ここ四半世紀の間で多孔質体内流が機械工学、化学工学、環境工学、食品工学、生体工学など様々な分野で注目されつつ、熱及び物質移動との関連で体系的に議論されるようになった。化学工学の分野においては、触媒の接触面積を増加させるため様々な多孔質構造体が考案された。触媒層内の流動場はより強制流動的高速流動場へと移行する傾向にある。また、乾燥工程が生産工程中で重要な位置を占めるようになると、食品または製品群を多孔質構造体と見なし、より効率的な乾燥が計画されるようになる。流動速度はさらに高速化し、構造体周りの乱流に関する議論も避けて通れなくなる。

多孔質体内の温度場に関しても、その正確な予測が望まれている。例えば、反応系では温度が重要な反応予測のパラメータとなる。また乾燥工程においては製品の品質管理の上から、確度の高い温度予測が求められる。この様に工業的には、構造体内の巨視的溫度場の把握が極めて重要となる。さらに、最近注目されつつある多孔質構造体の例として蓄熱層がある。冷媒中に置かれた球状カプセル群内の水を固化することで、省エネルギー及び環境に対する配慮から夜間に不要となるエネルギーの有効利用をはかる上で注目されている（なお、冷媒としては問題の多いフロン系に代わりアンモニア等の代替物の利用が考えられている）。また、原油の採掘システムまた地下での熱エネルギー貯蔵・回収を目的とした熱交換システムを考える上でも、多孔質体内の熱流動場を把握することは極めて重要な意味を有する。熱工学のみならず地球物理学の分野においても、火山活動の結果、地熱に誘起される地下水の対流などの諸問題が注目されつつある。

工業的応用において、多孔質構造体周りの微視的熱流動場が必要となることはまれで、空間平均された巨視的諸量の予測が重要となる。これら巨視的諸量を予測す

る種々の巨視的モデルが、経験式として提案されている。これらモデル式における関数形及びモデル定数は、これまで膨大な実験データを基に経験的に決定されてきた。これら定数を理論的に決定するにあたっては、多孔質体の微視的構造内の熱流動現象を第一原理（すなわち質量、運動量及び熱エネルギーの保存原理）に基づき微視的に取り扱うことも原理的には可能である。すなわち微視的結果を局所的に空間平均することで巨視的關係を導きモデル定数を決定すればよい。しかしながら、個々の構造体周りの複雑な熱流動場を全て微視的に取り扱い、その結果より工学的に意味のある巨視的諸量を算出することは、今日のスーパーコンピュータをもってしても不可能に近い。

1-2 従来の研究

多孔質体内の流動に関する研究の歴史は古い。ダルシー則⁽¹⁾は、土壤に浸透する流量と圧力降下との関係として古くから知られている。多孔質体内の構造体周りの流動は極めて複雑な三次元非定常挙動を示すものの、その興味の対象はダルシー則に象徴されるように、空間平均された巨視的流動場を把握することにあった。水理学また土木工学分野において対象とする多孔質体が土壤などのように気孔率が比較的小さいものであれば、その流動は極めて遅い。ダルシー則は、この様な低気孔率下で構造体周りの粘性抵抗が支配的であると見做し、透過性を示す経験定数である透過率を導入したものである。過去四半世紀の間に、多孔質体内の熱流動に関する興味は、機械工学、化学工学、土木工学の分野のみならず食品工学、環境・エネルギー関連の分野など極めて広い範囲に拡大するに至った。人工的多孔質構造体には、より気孔率が高いものが多く出現している。この様な人工的多孔質体内で強制的流動が伴う場においては、粘性抵抗に加え、慣性抵抗が重要となる。Forchheimer は慣性の効果を加味すべく Forchheimer 修正ダルシー則⁽²⁾を提案している。膨大な実験データを基にモデル定数と構造体尺度及び気孔率の関係を示す相関式が Carman⁽³⁾及び Ergun⁽⁴⁾らにより、種々提案されている。さらに高気孔率下においては、粘性の効果が構造体を飛び越え遠くまで及ぶとし、Brinkman 修正ダルシー則⁽⁵⁾が提案されている。また、Vafai and Tein⁽⁶⁾は、微視的 Navier-Stokes の式を空間平均することで、対

流慣性項を含む最も一般性を有する運動量の式を導いている。

これら多孔質構造体内流動場のモデルにおいては、速度が比較的小さく、構造体寸法が小さいため多くの場合流れは層流と見なされてきた。しかし、今日、高レイノルズ数下での応用も拡がりを見せており、多孔質体の強制対流場においても、もはや乱流に関する議論は避けて通れなくなっている。例えば、環境への配慮から触媒層を用いた NOx 改質装置に注目し大規模燃焼装置への取り付けを行う際、流動場は乱流域にあると考えられる^(7x8)。また、異種合金の凝固過程にしばしば現れる多孔質構造 (mushy zone) 内の自然体流においては乱流が重要な役割を果たすことも指摘されている⁽⁹⁾。多孔質体内でのレイノルズ数が高くなると Forchheimer 域を経て乱流域 (Post-Forchheimer 域) に入ることが最近実験的にも確認されている^(10x11)。多孔質体内の乱流は構造体を通過する高速ガス流の挙動を把握する上で不可欠であるばかりでなく、通常の透過流体流の漸近的挙動を知る上においても極めて重要であるにもかかわらず、これに関する研究は少ない。Rudraiah⁽¹²⁾及び Lee and Howell⁽¹³⁾ は純流体流に関して確立された乱流理論がそのまま多孔質体内流に適用できるとし局所体積平均操作を経て多孔質体内の乱流のモデリングを行っている。しかし多孔質体内においては構造体の長さ尺度による乱流渦運動の拘束があるため純流体流における連続的エネルギーカスケードは成立しない。したがって純流体流の乱流理論を多孔質体の巨視的支配方程式に拡張した今までの議論の妥当性は検討を要する。この点に関する議論も含めて、幾つかの実験的研究が Mickleley⁽¹⁴⁾, Kirkham⁽¹⁵⁾, Macdonald⁽¹⁶⁾及び Dybbs and Edward らにより報告されている。また Fand ら⁽¹⁷⁾ の圧力測定データは、高レイノルズ数乱流域においても層流域における Forchheimer モデルをそのまま延長することで、巨視的圧力勾配の予測が可能であることを示唆している。

従来の理論的研究においては、多孔質構造体の配列がランダムであるとし、透過率は等方的と仮定するものがほとんどである。しかし、自然界に存在する多孔質体には、その透過率に方向依存性を示すものが多くある。人工的な多孔質体に至っては、意図的に構造体要素の配列を操作し強い非等方性を持たせたものも多い。例えば、ラジエーターや空調機におけるコンパクト化は装置を薄型へと変形する傾向にあ

り内部構造には極めて強い非等方性が現れる。このような状況を踏まえて、透過率の非等方性を考慮する修正ダルシーモデルに関する幾つかの試みが Combarrous⁽¹⁸⁾ 及び Tyvand⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾らにより報告されている。

一方、多孔質体内の熱移動現象に関する巨視的モデリングにおいても種々の提案がなされている⁽²¹⁾⁽²²⁾。巨視的モデリングに際しては、巨視的エネルギー式内に現れる見かけの熱伝導率をいかに見積もるかが重要となる。流れが比較的遅く、流体の機械的分散が活発でない場合においては、分子熱拡散が支配的であり、見かけの熱伝導率として有効熱伝導率を導入する方法が有効である。しかし、高レイノルズ数場においては、熱分散の効果が無視し得なくなり、これをいかにモデリングするかが多孔質体内の熱流動の定量的把握において重要な鍵を握る。

巨視的モデルの関数形及びモデル定数を純理論的に決定するため、構造体の数学モデルを提案し、Navier-Stokes の式に基づき微視的に扱ったものとしては、Dybbbs 及び Edwards ら⁽²³⁾の研究が挙げられる。しかしこれらはいずれも二次元モデルに基づくものである。三次元モデルに基づくものは Larson-Higdon⁽²⁴⁾のものがあるが Stokes 近似を用いており、慣性の効果（レイノルズ数の効果）は考えていない。さらに熱分散現象を微視的な見地から数値シミュレーションを実施した例も見あたらない。

1-3 研究の目的

多孔質体内の熱流動を記述する巨視的モデルにおけるモデル定数は、従来経験的に決定されてきた。しかし、多孔質体内の複雑な現象の理解をさらに深め、その知見を応用面において活用するためには、質量、運動量及びエネルギーの保存則に基づき、微視量と巨視量の関係を理論的に把握しておくことが不可欠である。近年のコンピュータの発達は目ざましく、乱流解析においてもレイノルズ数があまり高くない基本的な流れについては、直接数値シミュレーションが試みられ、これらの数値実験データは乱流のモデリングに飛躍的進歩をもたらしている。

本研究では、この種の直接的数値シミュレーションのアイデアを、多孔質体微細構造内の熱流動現象の詳細な解明に活用する。すなわち乱流解析における時間平均

(またはアンサンブル平均) を空間平均に対応させ同様の処理を行う。微視的見地から第一原理を適用し、これら定数を理論的に決定することは原理的には可能であるが、複雑に配列された個々の多孔質構造体の全域にわたり熱流動場を把握することは実際には不可能である。このような状況を踏まえ、幾何学的規則性を有する微細構造からなる幾つかの多孔質モデルを提案する。微細構造体周りの熱流動場を微視的に直接的数値シミュレーションを実行する。構造体の一ユニットについてのみ注目し、周期境界条件を適用する。この微視的数値解析結果を空間平均する手続きを経て、巨視的モデル定数を純理論的に決定する手法を提案する。

まず、二次元多孔質体の構造体モデルとして無限角柱群を提案する。巨視的に一様な流れの方向を任意に設定する。巨視的流れの方向に対し垂直に巨視的に一様な温度勾配を設定する。配列は正方配列を基本配列とするが、基本配列をオフセットさせ、配列を種々変化させた場合の直接的数値シミュレーションもあわせ行い、透過率及び見かけの熱伝導率の非等方性についての検討も行う。流れの方向、配列に加え、気孔率及びレイノルズ数を種々変化させ、一連の微視的数値計算を実行する。これらの微視的計算結果を空間平均する操作を通して巨視的流動モデルを導出し、経験則との比較検討を行う。

乱流域における多孔質体内流動を微視的見地から検討した例も見あたらない。そこで本研究においては多孔質構造体の二次元モデルとして無限空間に広がる角柱群を考える。周期性に留意し、多孔質構造体内部の一ユニットについて、低レイノルズ数乱流モデルを用いた Forchheimer 域から乱流域に亘る一連の微視的数値シミュレーションを実施する。このようにして求めた微視的数値計算結果を一構造体ユニットに亘り体積平均することより、實際上最も重要と考えられる巨視的圧力降下と流量の関係を理論的に導く。Forchheimer 域から乱流域に亘る中間域及び完全乱流域については微視的見地から検討した例がなく、極めて有意義な試みと考える。さらに多孔質体本来の三次元性による効果を検討するために、立方体群からなる三次元多孔質構造体モデルを提案し、同様に微視的計算を行うことで流動場及び温度場の三次元性の影響について詳細に検討を行う。

本研究においては、非透過性構造体の無限配列を満たす非圧縮性流体の定常熱流

動に注目する。また、多孔質構造体内部での発熱及び化学反応は無いものとする。構造体寸法は粒子分子の尺度より十分大きいとし、連続体近似が適用可能な範囲であるとする。

以下に本論文の理論的側面において特に注目する検討事項を列挙する。

- 二次元構造体モデルと三次元構造体モデルの妥当性
- 構造体モデルによる多孔質体慣性効果の表現とその妥当性
- 構造体モデルによる異方性の表現とその妥当性
- 構造体モデルによる熱分散現象の表現とその妥当性
- 構造体モデルによる多孔質体内乱流の表現とその妥当性

一方、本研究の実験的側面においては、流路充填材としてビーズ球を用いた多孔質体内強制流動実験を行う。特に、信頼しうる測定データが見当たらない乱流域に注目し、広範囲にわたる流動特性を実験的に検討する。

1-4 本論文の構成

本論文は全10章で構成されている。第2章では、巨視的流動場及び温度場に対してこれまで経験的に提案されている巨視的モデルを紹介すると共に、経験定数の関数形について検討を行う。

第3章では、微視的熱流動場に対する支配方程式群を示し、それらを体積平均する際に現れる微視的流動抵抗及び見かけの熱伝導率の増分について検討を行う。

第4章では、多孔質構造体モデルについて検討を行うと共に、周期境界条件の設定の手続き等の計算を実行する上で重要となる数値解析的手法について述べる。

第5章では、正方配列された二次元角柱群モデルを提案し、微視的熱流動場の直接的数値シミュレーションを行う。微視的計算結果を空間平均することで巨視的熱流動場のモデル定数を純理論的に決定する。

第6章では、三次元構造体モデルとして正方配列した三次元立方体群モデルを提案し、流動場及び温度場に対する三次元性による影響の詳細な検討を行う。

第7章では、二次元角柱群モデルの規則配列をオフセットさせることで、巨視的モデル定数の非等方性について詳細に検討を行う。

第8章では、層流 Forchheimer 域より高いレイノルズ数域に注目し、低レイノルズ数モデル及び標準 $k-\epsilon$ モデルを用いた微視的数値シミュレーションを行い、乱流域における巨視的モデルの構築を目指す。

第9章では、高精度の圧力測定実験の結果を示し、これらを検討することで、乱流領域における巨視的モデルに関する議論を閉じる。

第10章では本研究を総括する。

参考文献

- (1) Darcy, H. P. G., Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Paris, Victor Dalmont, (1856).
- (2) Forchheimer, P. H., Wasserbewegung durch Boden, Z. Ver. Dtsch. Ing., 45, (1901), 1782.
- (3) Carman, P. C., Inst. Chem. Engers. (London), Vol. 15, (1937), 150-166.
- (4) Ergun, S., "Fluid flow through packed column," Chem. Eng. Prog., 48, (1952), 89-94.
- (5) Brinkman, H. C., "A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles," Appl. Sci. Res., A1, (1947), 27-34.
- (6) Vafai, K. and Tien, C.-L., "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media," Int. J. Heat and mass Transfer, 24, (1981), 195-203.
- (7) B. A. Goecner, D. R. Helmich, T. A. McCarthy, J. M. Arinez, T. E. Peard, J. E. Peters, M. Q. Brewster and R. O. Buckius, Radiative heat transfer augmentation of natural gas flames in radiant tube burners with porous ceramic inserts, Expl. Thermal Fluid Sciences 5, (1992), 646- 860.
- (8) I. G. Lim and R. D. Matthews, Development of a model for turbulent combustion within porous inert media, Transport Phenomena in thermal Engng. 1, J. Lee S., Chung S. H., and Kim K. Y., eds., Begell House Inc. Publ., New York, (1993), 631-636
- (9) P. J. Prescott and F. P. Incropera, The effect of turbulence on solidification of a binary metal alloy with electromagnetic stirring, ASME J. Heat Transfer 117, (1995), 716-724
- (10) Dybbs, A. and Edwards, R. V., A new look at porous media fluid mechanics-Darcy to

- turbulent, *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous media*, Bear and Corapcioglu, eds., Martinus Nijhoff Publishers, (1984), pp. 199-254.
- (1 1) Fand, R. M., Kim, B. Y. K., Lam, A. C. C. and Phan, R. T., Resistance to flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres, *J. Fluids Engineering*, vol. 109, (1987), pp. 268-274.
- (1 2) Rudraiah, N., Turbulent convection in porous media with non-Darcy effects, *ASME HTD*, vol. 96, (1988), pp. 747-754.
- (1 3) Lee, K. and Howell, J. R., Forced convective and radiative transfer within a highly porous layer exposed to a turbulent external flow field, *Proc. 2nd ASME/JSME Thermal Engng. Joint Conf.*, vol. 2, (1987), pp. 377-386.
- (1 4) Mickleley, H. S., Smith, K. A. and Korchak, E. I., Fluid flow in packed beds, *Chem. Engng. Sci.*, vol. 23, (1965), pp. 237-246.
- (1 5) Kirkham, C. E., Turbulent flow in porous media-An analytical and experimental study, *Dept. of Civil Engng., Univ. of Melbourne, Australia*, (1967), Feb..
- (1 6) Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K. and Dullien, F. A. L., Flow through porous media-Ergun equation revisited, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 18, (1979), pp. 199-208.
- (1 7) Fand, R. M., Steinberger, T. E. and Cheng, P., Natural convection heat transfer from a horizontal cylinder embedded in a porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 29, (1986), pp. 119-133.
- (1 8) Castinel, G. and Comvarnous, M., "Natural convection in an anisotropic porous layer," *Int. Chem. Eng.*, Vol.17, (1977), pp.605-614.
- (1 9) Tyvand, P. A., Thermohaline instability in an isotropic porous media., *Water Resources Res.* 16, (1981), 325-330
- (2 0) Tyvand, P. A., and Storeseteen, L., "Onset of convection in an anisotropic porous medium with oblique principal axes" *J. Fluid Mech.* Vol.226, (1991), pp.371-382
- (2 1) Nield, D. A. and Bejan, A., *Convection in porous media*, Springer Verlag, New York. (1992).
- (2 2) Nakayama, A., PC-aided numerical heat transfer and convective flow, pp.110-115, CRC Press, (1995)

- (2 3) Edwards, D. A., Shapiro, M., Brenner, H. and Shapira, M., Dispersion of inert solutes in spatially periodic two-dimensional model porous media, *Transport in Porous Media*, vol. 6, (1991), pp. 337-358
- (2 4) Larson, R. E. and Higdon, J. J. L., "A periodic grain consolidation model of porous media," *Phys. Fluids*, a1, (1989), 38-46.

第2章 多孔質体内熱流動の巨視的モデリング

多孔質体内の熱流動に関する一般的な興味は、空間平均された熱流動場を予測するところにある。多孔質構造体周りの微視的熱流動場は、極めて複雑な非定常三次元性を呈するが、構造体に比べ十分大きな検査体積内で空間平均された巨視的熱流動場は、比較的単純な定常現象としてモデル化することが可能である。多孔質体内熱流動に関するこれまでの研究は二つに大別される。一つは、巨視的熱流動場を予測するモデルの構築に関する研究、今一つは構築された巨視的モデルによる巨視的熱流動場の予測に関する研究である。これら巨視的モデルを採用する際には、透過率あるいは見かけの熱伝導率等の多孔質体固有の諸量を決定する必要がある。これら諸量の決定には、これまで実験的手法に基づく方法が主として用いられてきた⁽¹⁾⁽³⁾。これに対し多孔質構造体周りの微視的熱流動場を直接的数値計算により明らかにし、その結果に基づきこれら諸量を純理論的に決定する試みが報告されつつある（例えば、Couland⁽⁴⁾, Edwards⁽⁵⁾）。しかし、ほとんどが二次元モデルに基づくものである。三次元モデルに基づくものとしては Larson and Higdon⁽⁶⁾の研究があるが、ストークス近似を用いておりレイノルズ数の効果を明らかにするには至っていない。

本研究では、このような状況を踏まえ、微視的熱流動場の直接的数値シミュレーションを実施する。一連の数値計算結果を空間平均化することで巨視的モデルを導出し、既存の経験式との比較・検討を含め、理論的考察を行う。まず本章では、多孔質体内熱流動に関する巨視的熱流動モデルの物理的意味を検討する。

2-1 巨視的流動場を表現するモデル

2-1-1 空間平均速度及び質量保存則

多孔質構造体寸法に比べ十分大きい多孔質流路内を連続的に流れる流れを考える。多孔質構造体周りの流体粒子は、微視的には三次元的かつ非定常的な複雑な振る舞いをするが、巨視的には一方向定常流れである。今、巨視的流れに垂直な断面 A を通過する体積流量 \dot{Q} を考えるとき、多孔質流路内の平均速度は次式で示される。

$$\langle u \rangle = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (2-1)$$

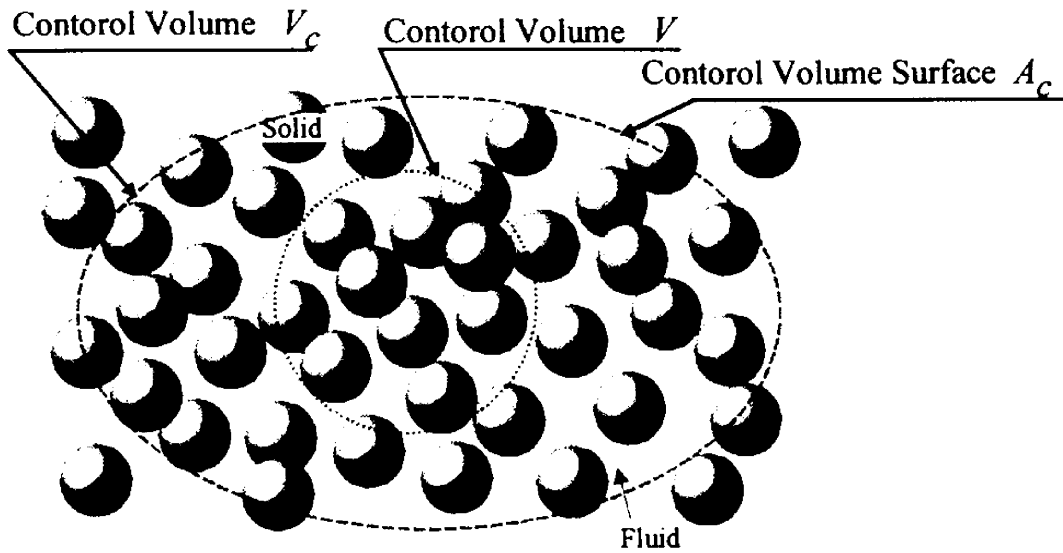


図 2-1 検査体積

この見かけの空間平均速度 $\langle u \rangle$ は、ダルシー速度 (Darcian velocity) と呼ばれる。より一般的には三次元空間を考え、図 2-1 に示す流体で満たされた多孔質体内における空間平均を考える。今、コントロールボリューム V を考え、その代表寸法 $V^{1/3}$ は巨視的スケール (流路幅) に対し十分小さく、微視的スケール (多孔質構造体の尺度) に比して十分大きいものとする。この時、ダルシー速度ベクトルは以下で定義される。

$$\langle \bar{u} \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_f} \bar{u} dV \quad (2-2)$$

ここで、 V_f はコントロールボリューム内で流体が占める体積である。今一つの空間平均の操作として実質平均があり、実質平均速度ベクトル (Intrinsic average velocity vector) は以下で定義される。

$$\langle \bar{u} \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \bar{u} dV \quad (2-3)$$

全体積中で流体の占める体積割合を気孔率 (porosity) ε と称し、以下で定義する。

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V} \quad (2-4)$$

ダルシー速度ベクトルと実質平均速度ベクトルは以下の関係 (Dupuit-Forchheimer's law) にある。

$$\langle \vec{u} \rangle^f = \frac{\langle \vec{u} \rangle}{\varepsilon} \quad (2-5)$$

今、巨視的平均速度 $\langle \vec{u} \rangle$ を定義する際のコントロールボリューム V より十分に大きい任意の巨視的コントロールボリューム V_c を取りその検査面 A_c を考える。ダルシー速度ベクトルを用いて、質量保存則は以下で表される。

$$\int_{A_c} \langle \vec{u} \rangle \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2-6)$$

ガウスの発散定理 ($\int_{V_c} \nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle dV = 0$) を用いることで、 V_c は任意であるから上の質量保存則は以下に書き改められる。

$$\nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle = 0 \quad (2-7)$$

2-1-2 ダルシー則及び多孔質体粘性効果

Darcy⁽⁷⁾ は、図 2-2 に示すような巨視的に一様な一方向流れに対して、多孔質体を通過する空間平均速度すなわちダルシー速度と巨視的圧力勾配が正比例の関係にあることを示した。後に比例定数が粘度に関連することが判明し、以下をダルシー則 (Darcy's law) と呼ぶに至る。

$$\langle u \rangle = \frac{K}{\mu} \left(-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \right) \quad (2-8)$$

ここで、 $\langle p \rangle^f$ は実質平均圧力である。また、右辺に現れる比例係数 K は多孔質体内流動をモデル化する上で最も重要な定数で、透過率 (permeability) と呼ばれる。透過率 K は、多孔質体の微視的構造 (気孔率、構造体寸法、形状及び配列等) のみに依存し、流体の物性には依存しない。

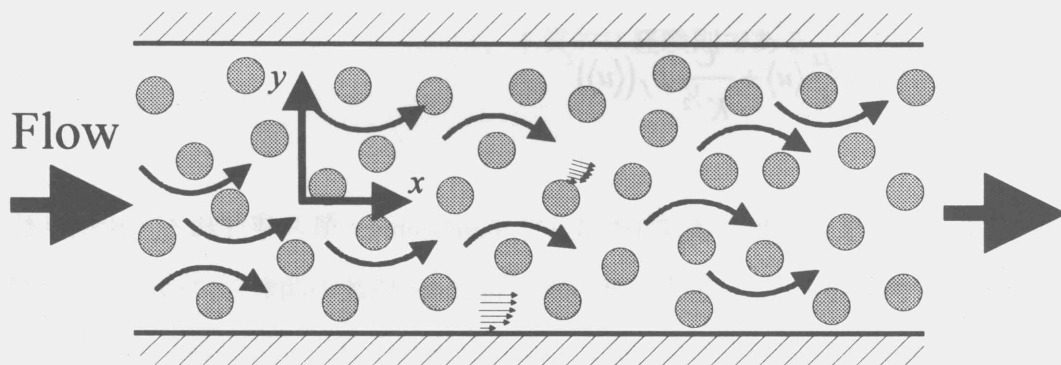


図 2-2 多孔質体内一方向流れ

三次元流れに対してダルシー則は以下の式で表現される。

$$-\nabla \langle p \rangle^f + \rho_f \bar{g} = \frac{\mu}{K} \langle \bar{u} \rangle \quad (2-9)$$

ここで ρ_f は流体の密度であり、 \bar{g} は重力加速度ベクトルである。上式には体積力が付加されている。

ダルシー則は、構造体が密で、流速が比較的小さく抑えられる場合には、流動抵抗として多孔質構造体周りの粘性抵抗 (frictional drag) が支配的であることを示している。この効果を多孔質体粘性効果 (porous viscous effect) と称する。

2-1-3 Forchheimer 修正ダルシー則及び多孔質体慣性効果

ダルシー則は、比較的気孔率・低速流動場の多孔質体内流動を正しく予測するモデルとして高く評価されている。しかし、高気孔率下の比較的高レイノルズ数場では、構造体後方ではく離渦や後流が発生する。この様な流動場においては、粘性抵抗と共に構造体周りの慣性抵抗が無視し得なくなる。Forchheimer⁽⁸⁾ は、この多孔質体慣性効果 (porous inertia effect) を表現すべく、ダルシー則を修正し Forchheimer 修正ダルシー則 (Forchheimer-extended Darcy's Law) を提案した。一方向流れに対し、以下で与えられる。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} = \frac{\mu}{K} \langle u \rangle + \frac{C}{K^{1/2}} \rho_f (\langle u \rangle)^2 \quad (2-10)$$

上式右辺第二項は慣性効果を表す項であり、Forchheimer 項と呼ばれる。比例係数 C を Forchheimer 係数と称する。透過率及び Forchheimer 係数の関数形については次節で詳細に検討する。

Forchheimer 修正ダルシー則の一般形は、以下で表現される。

$$-\nabla \langle p \rangle^f + \rho_f \bar{g} = \frac{\mu}{K} \langle \bar{u} \rangle + \frac{C}{K^{1/2}} \rho_f |\langle \bar{u} \rangle| \langle \bar{u} \rangle \quad (2-11)$$

2-1-4 Brinkman-Forchheimer 修正ダルシー則及び境界粘性効果

繊維質あるいは発泡材等で構成される高気孔率多孔質体においては、図 2-2 中に示すように、上下壁面上での粘性が (微細構造体により減衰されるものの) 巨視的流動場に影響を及ぼす。Brinkman⁽⁹⁾ は、ダルシー則にこの境界粘性効果 (boundary frictional effect) を加味し次式を提案した。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} = \frac{\mu}{K} \langle u \rangle - \mu_B \frac{d^2 \langle u \rangle}{dy^2} \quad (2-12)$$

ここで、 μ_B は高気孔率多孔質体においては流体の粘性係数 μ に近い値をとる。上式は透過率が非常に大きい場合、高粘性純流体における運動量の式に漸近する。また、低透過率多孔質体においては右辺第一項が支配的となりダルシー則に漸近する。

高気孔率における以上二種の非ダルシー効果を考慮した Brinkman-Forchheimer 修正ダルシー則の一般形は以下で示される。

$$-\nabla\langle p \rangle^f + \rho_f \bar{g} + \mu_B \nabla^2 \langle \bar{u} \rangle = \frac{\mu}{K} \langle \bar{u} \rangle + \frac{C}{K^{1/2}} \rho_f |\langle \bar{u} \rangle| \langle \bar{u} \rangle \quad (2-13)$$

これらのダルシー則及びその修正則は、本質的に経験則である。

2-1-5 透過率及び Forchheimer 係数の関数形

本節では、多孔質体モデルとして円形細管群及び二次元平行平板モデルを採用し、前述のダルシー則及びその修正則を考える。一般に経験的に決定される透過率及び Forchheimer 係数の関数形について検討を行う。

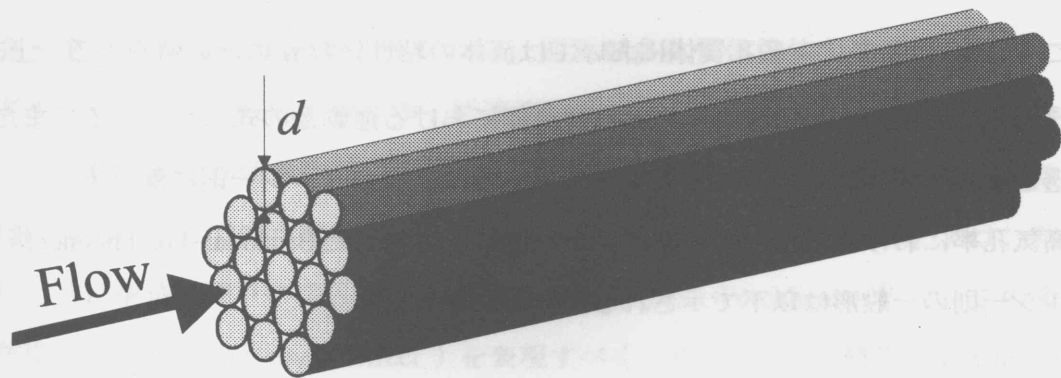
図 2-3 (a) に示すように巨視的流れ方向に沿った円管群を考える。円管内径を d と、単位断面積あたりに n 本の円管があるものとする。その時、気孔率は式(2-4)に基づき次式で示される。

$$\varepsilon = \frac{V_f}{V} = \frac{n\pi d^2}{4} \quad (2-14)$$

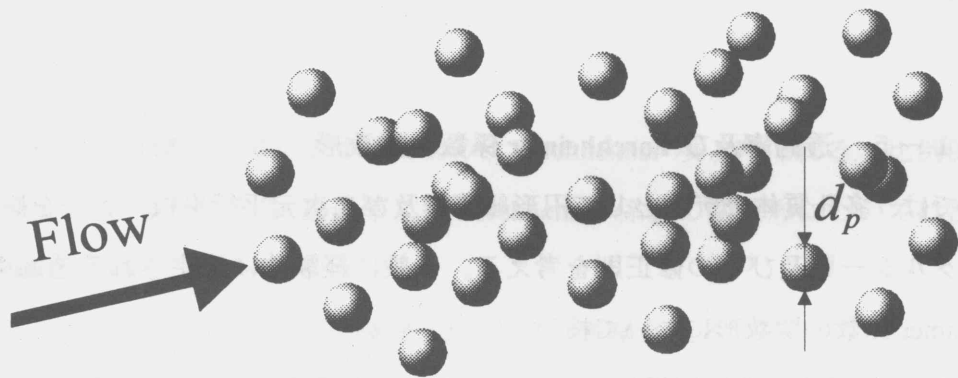
円管内の流れは十分発達しているとし、Hagen-Poiseuille の式を採用する。

$$u_m = -\frac{d^2}{32\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2-15)$$

ここで u_m は管内の平均流速である。ダルシー速度 u_D を用いると



(a) 二次元円管群モデル



(b) 三次元球群モデル

図 2-3 様々な二次元モデル及び三次元多孔質体

$$u_D = u_m \varepsilon = -\frac{n\pi d^4}{128\mu} \frac{dp}{dx} \quad (2-16)$$

したがって、円管群モデルにおいて、透過率は次式に対応することが分かる。

$$K = \frac{n\pi d^4}{128} = \frac{\varepsilon d^2}{32} \sim \varepsilon d^2 \quad (2-17)$$

図 2-3(b)に示すような直径 d_p の球状粒子群で構成される多孔質体を考えるに当たり、等価直径の考えを導入する。

$$d_H = 4 \frac{V_f}{A_m} = \frac{4 \frac{2\pi d_p^3}{3} \varepsilon}{4\pi d_p^2 (1-\varepsilon)} \sim \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_p^2 \quad (2-18)$$

ここで A_m は検査体積内の濡れ縁面積である。したがって、透過率は次式の関数関係にある。

$$K \sim \varepsilon d_H^2 \sim \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} d_p^2 \quad (2-19)$$

Nakayama⁽¹⁰⁾ は、多孔質体慣性抵抗と管内乱流のアナロジーより、多孔質体内慣性抵抗を以下のように説明している。多孔質体内における乱流は構造体スケールによる拘束があるため、純流体における乱流とはかなりその性質を異にする。乱流遷移は構造体内でスポット的に生じ、徐々に進行し、かつ速度の圧力低下に対する依存性も $u^{1.75 \sim 2}$ 程度であるため巨視的圧力勾配への影響は、多孔質体慣性抵抗 ($\propto u^2$) のそれと極めて類似の関係にあると思われる。そこで細管内の乱流を想定することで、高レイノルズ数流れに対する圧力勾配を以下の様に概算してみる。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \sim \rho_f \frac{(\langle u \rangle^f)^2}{d} \left(\frac{\langle u \rangle^f d}{\nu_f} \right)^{-1/4} \sim \rho_f \frac{(\langle u \rangle^f)^2}{\varepsilon^2 d} \quad (2-20)$$

管径 d を等価直径 d_H で置き換えることで、以下の多孔質体慣性効果の関数形を得る。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dx} \sim \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{(\langle u \rangle^f)^2}{d_H} \quad (2-21)$$

これら二種の効果を重ね合わせる時、以下に示す Forchheimer 修正ダルシー則を得る。

$$-\nabla\langle p \rangle' = \frac{\mu}{K}\langle \bar{u} \rangle + \frac{C}{K^{1/2}}\rho_f|\langle \bar{u} \rangle|\langle \bar{u} \rangle \quad (2-22)$$

ここで

$$K = \frac{\varepsilon^3 d_p^2}{\eta(1-\varepsilon)^2} \quad (2-23)$$

$$C = \frac{\beta}{\varepsilon^{3/2}} \quad (2-24)$$

C は前述の Forchheimer 係数である。Ergun は、多くの精密な実験データを相関することにより係数を以下のように設定している。

$$\eta = 150, \quad \beta = 0.143$$

2-2 巨視的温度場を表現するモデル

2-2-1 巨視的エネルギーの式

多孔質体内の熱移動に関する巨視的モデルとしては、見かけの熱伝導率 $\overline{k_{app}}$ を用いた以下の経験則が提案されている。

$$\rho_f C_{p_f} \left\{ \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle \right\} = \nabla \cdot \left(\overline{k_{app}} \cdot \nabla \langle T \rangle \right) \quad (2-25)$$

見かけの熱伝導率は、巨視的レベルでの分子熱拡散に関する熱伝導率分に加え、機械的流体混合、いわゆる熱分散に起因する熱伝導率分を含んでいる。次節では、多孔質体内の熱分散を考えるにあたり、細管内熱分散に関して Taylor-Aris⁽¹¹⁾ により示された解析解を考察する。

2-2-2 細管内熱分散

多孔質体モデルとして図 2-4(a)に示す細管モデルを考える。管壁は断熱状態にあるとし、速度場は以下の Hagen-Poiseuille の式に従うものとする。

$$u = 2u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (2-26)$$

ここで u_m は軸方向平均流速、 $R (= d/2)$ は管半径である。時間 $t < 0$ において初期の流体温度は全て T_i で一定であるとする。時間 $t = 0$ において $x_0 < x < x_0 + \delta$ にある円盤状の流体塊の温度が突然 T_0 に上昇したとする。 $t > 0$ における流体内の温度分布の過渡的变化について分子拡散が寄与しない場合 ($k_f = 0$) と寄与する場合 ($k_f \neq 0$) の二つに分け検討する。

a 分子拡散が寄与しない場合

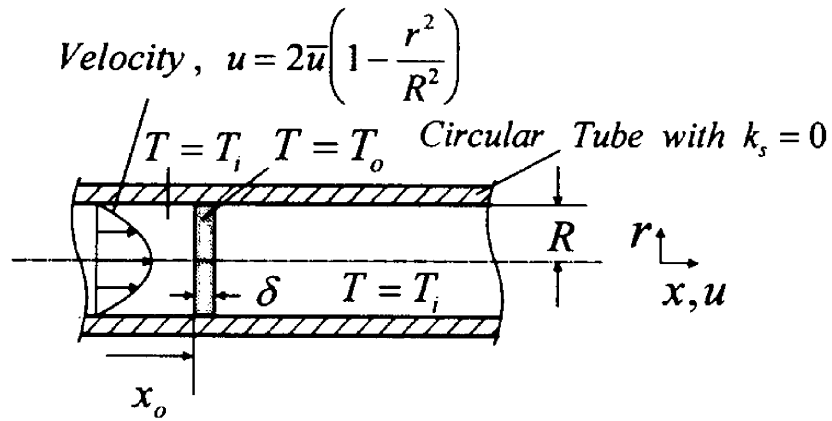
分子拡散が無視し得る場合 ($k_f = 0$)、時間 $t = 0$ において厚さ δ 、温度 T_0 の円盤状流体塊は、図 2-4 (b) に示す様に、半径方向に均一でない流速に乗って放物面状に分布する。仮定より半径方向に熱は拡散しない。したがって、半径 r から $r + \Delta r$ のドーナツ状領域内の相対熱量 Δq は初期状態を保つことになり、時間 t によらず次式で与えられる。

$$\Delta q = 2\pi r (\rho C_p)_f (T_0 - T_i) \delta \Delta r \quad (2-27)$$

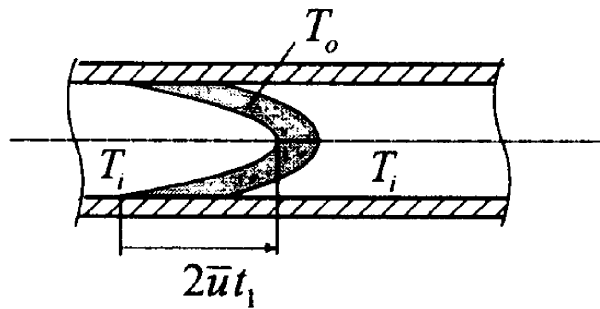
放物面上で半径方向に Δr 変位したときの x 軸方向変位を Δx とする。 Δr が充分小さいとすれば、 Δx は次式で与えられる。

$$\Delta x = \left(-\frac{2u_m t}{R^2} \right) 2r \Delta r \quad (2-28)$$

$\Delta x \gg \delta$ の下で式 (2-27) を変形し、次式を得る。

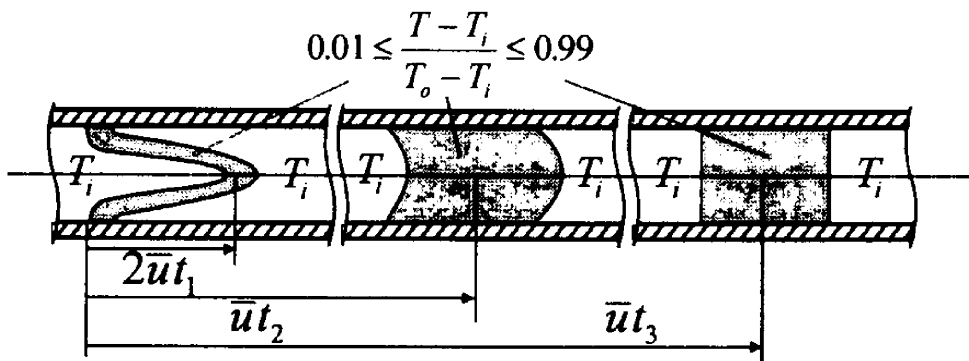


(a) 初期乱れ状態



(b) 純流体力学的分散

(分子拡散からの寄与がない場合)



(c) 分子拡散－流体力学的分散

(分子拡散からの寄与がある場合)

図 2-4 細管内熱分散モデル

$$\Delta q = 2\pi(\rho C_p)_f(T_o - T_i)\delta\left(\frac{dr}{dx}\right)\Delta x \quad (2-29)$$

これを流路断面で空間平均する時、巨視的相対温度に関する次式を得る。

$$\overline{T - T_i} = \frac{1}{-\pi R^2 \Delta x} \int_0^R 2\pi r (T_o - T_i) \delta\left(\frac{-R^2 \Delta x}{4u_m r}\right) = \frac{(T_o - T_i)\delta}{2u_m t} \quad (0 \leq x \leq 2u_m t) \quad (2-30)$$

これは、温度場を巨視的に見る時、 $0 \leq x \leq 2u_m t$ の範囲内で温度混合が生ずることを示している。分子拡散が存在しない場合であっても、速度場の不均一性により、見かけの熱拡散が生ずる。

b 分子拡散が寄与する場合

分子拡散が無視し得ない場合 ($k_f \neq 0$)、管内のエネルギー式は以下で与えられる。

$$(\rho C_p)_f \frac{\partial T}{\partial t} + 2(\rho C_p)_f u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\partial T}{\partial x} = k_f \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right) \quad (2-31)$$

管壁 ($r = R$) において、断熱状態 ($\partial T / \partial r |_{r=R} = 0$) が仮定されている。拡散を無視した場合 (図 2-4 (b)) と同時刻 ($t = t_1$) において比較する。分子熱拡散を考慮した場合は、図 2-4 (c) に示すように放物面周辺での分子拡散が起こり放物面が拡大しているのが分かる。時間の経過 ($t = t_2$) とともに、高温領域は軸方向に拡大する。さらに時間が経過する ($t = t_3$) と、高温領域の温度は初期の温度 T_i に漸近する。

Nunge-Gill⁽¹²⁾ は、エネルギー式(2-31)を解くことで、以下の回帰時間の関係を導いた。

$$t_3 \equiv \frac{0.8R^2}{\left(\frac{k}{\rho C_p}\right)_f} \quad (2-32)$$

なお、Hanら⁽¹³⁾の実験結果によれば、係数は0.8より若干大きく1程度の値となる。

Taylor⁽¹⁴⁾は、温度の回帰時間($t = t_3$)を求めるにあたり、その非定常効果及び軸方向への伝導の効果は無視し得るとの仮定の下に、式(2-31)を以下に書き改めた。

$$2\left(\frac{\rho C_p}{k}\right)_f u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad (2-33)$$

ここで軸座標は、 $x_1 = x - u_m t$ に変換してある。境界条件を以下に示す。

$$T(r=0, x_1) = T(x_1) \quad (2-34)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad (2-35)$$

式(2-33)の解は次式となる。

$$T = T(x_1) + \frac{R^2 u_m}{4(k/\rho C_p)_f} \frac{\partial T}{\partial x_1} \left(\frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{2} \frac{r^4}{R^4}\right) \quad (2-36)$$

上式を半径方向にわたり積分する。

$$\begin{aligned} \frac{Q}{\rho C_p} &= 4\pi u_m \int_0^R [T - T(x_1)] \left(\frac{1}{2} - \frac{r^2}{R^2}\right) r dr \\ &= -\frac{\pi R^4 u_m^2}{48(k/\rho C_p)_f} \frac{\partial T(x_1)}{\partial x_1} \approx -\frac{\pi R^4 u_m^2}{48(k/\rho C_p)_f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} \end{aligned} \quad (2-37)$$

ここで T の半径方向の変化は小さいとした。流路断面での平均熱流束 q は以下で与えられる。

$$\frac{q}{\rho C_p} = -\frac{R^2 u_m^2}{48(k/\rho C_p)_f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} = -\alpha_{dis} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_1} \quad (2-38)$$

ここで α_{dis} は分散の効果を示す有効熱拡散率、すなわち、熱分散係数である。流体の熱拡散率 α_f を用いて無次元化すると熱分散係数は以下で与えられる。

$$\frac{\alpha_{dis}}{\alpha_f} = \frac{1}{48} \left(\frac{Ru_m}{\alpha_f} \right)^2 = \frac{1}{48} Pe^2 \quad (2-39)$$

ここで $Pe = RePr = Ru_m/\alpha_f$ は半径に基づくペクレ数である。上式は $Pe > 6.9$ において熱分散の寄与が分子熱拡散よりも大きくなることを示している。Aris は、有効（見かけの）拡散率 α_{app} は、分子拡散率と熱分散係数の総和で与えられるとした。

$$\frac{\alpha_{app}}{\alpha_f} = 1 + \frac{\alpha_{dis}}{\alpha_f} = 1 + \frac{1}{48} Pe^2 \quad (2-40)$$

参考文献

- (1) Carman, P. C., *Inst. Chem. Engers. (London)*, Vol. 15, (1937), 150-166.
- (2) Ergun, S., "Fluid flow through packed column," *Chem. Eng. Prog.*, 48, (1952), 89-94.
- (3) Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K. and Dullien, F. A. L., *Flow through porous media-Ergun equation revisited*, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 18, (1979), pp. 199-208.
- (4) Coulaud, O., Morel, P. and Caltagirone, J. P., "Numerical modeling of nonlinear effects in laminar flow through a porous medium," *J. Fluid Mech.*, 190, (1988), pp. 393-407.
- (5) Edwards, D. A., Shapiro, M., Brenner, H. and Shapira, M., *Dispersion of inert solutes in spatially periodic two-dimensional model porous media*, *Transport in Porous Media*, vol. 6, (1991), pp. 337-358
- (6) Larson, R. E. and Higdon, J. J. L., "A periodic grain consolidation model of porous media," *Phys. Fluids*, a1, (1989), 38-46.

- (7) Darcy, H. P. G., *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris, Victor Dalmont, (1856).
- (8) Forchheimer, P. H., *Wasserbewegung durch Boden*, *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, 45 (1901), 1782.
- (9) Brinkman, H. C., "A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles," *Appl. Sci. Res.*, A1, (1947), 27-34.
- (1 0) Nakayama, A., *PC-aided numerical heat transfer and convective flow*, pp.110-115, CRC Press, (1995)
- (1 1) Aris, R., "On the dispersion of solute in a fluid flowing through a tube," *Proc. Roy. Soc. (London)*, A235, (1956), 67-77.
- (1 2) Nunge, R. J. and Gill, W. N., " Mechanisms affecting dispersion and miscible displacement," in *Flow Through porous Media*, American Chemical Society Publication, (1969), 180-196.
- (1 3) Han, N.-W., Bhakta, J. and Carbonell, R. G., *Longitudinal and lateral dispersion in packed beds: Effect of column length and particle size distribution*, *AIChE J.*, vol. 31, (1985), pp. 277-288.
- (1 4) Taylor, G. I., *Dispersion of solute matter in solvent flowing slowly through a tube*, *Proc. Roy. Soc. London*, A219, (1953), pp. 186-203.
- (1 5) A. Nakayama, H. Koyama, F. Kuwahara, "An analysis on forced convection in a channel filled with a Brinkman-Darcy porous medium: Exact and approximate solutions," *Warme-und Stoffubertragung*, Vol. 23, (1988), pp. 291-295
- (1 6) A. Nakayama, H. Koyama, F. Kuwahara, "A general transformation for Transient non-Darcy free and forced convection within a fluid-saturated porous medium," *ASME/JSME Thermal Engineering Proc.* Vol. 4 , (1991), pp. 287-293

第3章 微視的支配方程式と巨視的モデル

本章では、Slattery⁽¹⁾, Whitaker⁽²⁾及び Cheng⁽³⁾ にならい、微視的支配方程式群（連続の式、Navier-Stokes の式及びエネルギーの式）を微小コントロールボリューム内で積分することにより巨視的支配方程式を導出する。

3-1 体積平均に関する諸法則

各微視的支配方程式を空間平均するに先立ち空間平均に関する諸法則について示す。なお、多孔質体は等方的であり、微小構造体は圧縮、膨張及び変形はしないものと仮定する。変数 a と b の積の実質平均は以下のような関係にある。

$$\langle ab \rangle^f = \langle a \rangle^f \langle b \rangle^f + \langle a'b' \rangle^f \quad (3-1)$$

ここで a' 及び b' は実質平均からの偏差を表し、次式で定義される。

$$a' = a - \langle a \rangle^f \quad (3-2)$$

式(2-5)の関係を用いて式(3-1)を書き改める。

$$\langle ab \rangle = \frac{1}{\varepsilon} \langle a \rangle \langle b \rangle + \langle a'b' \rangle \quad (3-3)$$

また、微分と空間平均の操作を入れ替える際には以下に示す固体・流体界面での面積積分の項に留意する必要がある。

$$\langle \nabla a \rangle = \nabla \langle a \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_m} a \, d\bar{A} \quad (3-4)$$

ここで A_m は V 内の流体・固体界面の面積の総和であり、 $d\bar{A}$ は、流体側から固体側へ向く面積ベクトル要素である。

時間微分に関しては以下の関係がある。

$$\left\langle \frac{\partial a}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle a \rangle}{\partial t} \quad (3-5)$$

以上の関係を用いて、微視的保存式を微視的コントロールボリューム内で体積平均する手続きより、巨視的モデル式を導出する。

3-2 巨視的質量保存式の導出

非圧縮性流体に対し、微視的質量保存則は以下の方程式で与えられる。

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3-6)$$

式(3-4)を用い、コントロールボリューム V にわたり体積平均すると以下の式を得る。

$$\nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle + \frac{1}{V} \int_{\Sigma_m} \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3-7)$$

ここで左辺第二項は固体表面でのすべりなし条件より常にゼロとなる。よって巨視的連続の式は、既に導出した式(2-7)に帰着する。

$$\nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle = 0 \quad (3-8)$$

3-3 巨視的運動量の式の導出

微視的運動量保存則は以下に示す Navier-Stokes の式で与えられる。

$$\frac{\partial \rho_f \vec{u}}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho_f \vec{u}) \vec{u} = -\nabla p + \rho_f \vec{g} + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3-9)$$

または、テンソル形を用いて、

$$\frac{\partial \rho_f u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_f u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho_f g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3-10)$$

ここで、右辺最終項はニュートン流体において以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{\tau} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = & \bar{i} \left[\frac{\partial}{\partial x} \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ & + \bar{j} \left[\frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ & + \bar{k} \left[\frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (3-11)$$

式(3-10)を微小コントロールボリューム内で体積平均する。その際、式(3-1)~(3-5)を活用し、以下の空間平均運動量の式を得る。

$$\begin{aligned} \rho_f \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle}{\varepsilon} \right) + \rho_f \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i' u_j' \rangle = & - \left\{ \frac{\partial \langle p \rangle^f}{\partial x_i} + \frac{1}{V} \int_{A_w} p dA_i \right\} \\ & + \varepsilon \rho_f g_i + \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \right\} + \frac{1}{V} \int_{A_w} (\tau_{ij} dA_j - p dA_i) \end{aligned} \quad (3-12)$$

気孔率 ε 及び粘性係数 μ を一定とすると、以下に書き改められる。

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon^2} \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle \bar{u} \rangle = -\nabla \langle p \rangle^f + \rho_f g_i + \frac{\mu}{\varepsilon} \nabla^2 \langle \bar{u} \rangle + \bar{S} \quad (3-13)$$

ここで、

$$\bar{S} = \frac{1}{V_f} \int_{A_w} (\tau_{ij} dA_j - p dA_i) - \frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_j \rangle \quad (3-14)$$

右辺第一項は、微細構造体との界面に作用する表面力の総和の実質平均を表す。Vafai-Tien⁽⁴⁾ は、この見かけの体積力を Forchheimer 修正ダルシーの式にならい、以下の様にモデル化した。

$$\bar{S} = -\frac{\mu}{K} \langle \bar{u} \rangle - \frac{C}{K^{1/2}} \rho_f \langle \bar{u} \rangle \langle \bar{u} \rangle \quad (3-15)$$

すなわち、Vafai-Tien の巨視的運動量の式は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial t} + \frac{\rho_f}{\varepsilon^2} \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle \bar{u} \rangle \\ & = -\nabla \langle p \rangle^f + \rho_f g_i + \frac{\mu}{\varepsilon} \nabla^2 \langle \bar{u} \rangle - \frac{\mu}{K} \langle \bar{u} \rangle - \frac{C}{K^{1/2}} \rho_f \langle \bar{u} \rangle \langle \bar{u} \rangle \end{aligned} \quad (3-16)$$

ここで左辺第二項は、巨視的慣性項で対流慣性項と呼ばれる。右辺第三項は境界粘性項（Brinkman 項）、第四項は多孔質体粘性項（Darcy 項）、第五項は多孔質体慣性項（Forchheimer 項）である。低気孔率下では、対流慣性項及び境界粘性項が無視でき、上式は Forchheimer 修正ダルシーの式(2-10)に帰着する。

3-4 巨視的エネルギー保存則の導出

微視的エネルギーの式は流体場と固体場のそれぞれについて考える。まず流体のエネルギー保存式は

$$\frac{\partial \rho_f C_{p_f} T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f C_{p_f} T \bar{u}) = \nabla \cdot (k_f \nabla T) \quad (3-17)$$

ここで C_{p_f} は流体の定圧比熱であり、 k_f は流体の熱伝導率である。多孔質体内では内部発熱が無く、輻射による熱の移動を無視できるものとする。なお、多孔質体内熱移動においては粘性散逸の効果は小さく無視できることが Nakayama-Pop⁽⁵⁾ により示されている。微視的エネルギーの式(3-17)を微視的コントロールボリューム内で空間平均するとき、以下に示す空間平均エネルギー式を得る。

$$\begin{aligned} & \rho_f C_{p_f} \left(\frac{\partial \langle T \rangle^f}{\partial t} + \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle^f \right) \\ &= \nabla \cdot \left(k_f \nabla \langle T \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{A_m} k_f T d\bar{A} - \rho_f C_{p_f} \langle T \bar{u} \rangle \right) + \frac{1}{V} \int_{A_m} k_f \nabla T \cdot d\bar{A} \end{aligned} \quad (3-18)$$

同様に、多孔質構造体内の微視的エネルギー式を空間平均し、以下の式を得る。

$$\rho_s C_s \frac{\partial \langle T \rangle^s}{\partial t} = \nabla \cdot \left(k_s \nabla (1 - \varepsilon) \langle T \rangle^s + \frac{1}{V} \int_{A_m} k_s T d\bar{A} \right) - \frac{1}{V} \int_{A_m} k_f \nabla T \cdot d\bar{A} \quad (3-19)$$

ここで下添え字 s は固体内（多孔質構造体内）を示す。すなわち、 $\langle T \rangle^s$ は固体の実質平均温度を表す。右辺第二項より明らかなように、固体・流体界面での熱流束の連続性が保証されている。今、流体・固体間に局所的熱平衡が成立するものとする。

$$\langle T \rangle^f = \langle T \rangle^s$$

この仮定は、固体の熱伝導率が高い場合のほとんどの多孔質体において近似的に満たされるものである。この仮定の下、式(3-18)及び(3-19)を加え合わせ整理する時、空間平均エネルギー式として次式を得る。

$$\begin{aligned}
& (\varepsilon\rho_f C_{p_f} + (1-\varepsilon)\rho_s C_{p_s}) \frac{\partial \langle T \rangle^f}{\partial t} + \rho_f C_{p_f} \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle^f \\
& = \nabla \cdot \left\{ (\varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s) \nabla \langle T \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{A_m} (k_f - k_s) T d\bar{A} - \rho_f C_{p_f} \langle T' \bar{u}' \rangle \right\}
\end{aligned} \tag{3-20}$$

右辺第一項及び第二項は分子熱拡散に起因する項で、以下でモデル化する。

$$-(\varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s) \nabla \langle T \rangle^f - \frac{1}{V} \int_{A_m} (k_f - k_s) T d\bar{A} = -\overline{k_e} \cdot \nabla \langle T \rangle^f \tag{3-21}$$

ここで第二項は流体と固体の熱伝導率の差に起因する見かけの熱伝導率の増分である。この Tortuosity による寄与を見かけの熱伝導率テンソル $\overline{k_{tor}}$ を導入し以下でモデル化する。

$$\frac{1}{V} \int_{A_m} (k_f - k_s) T d\bar{A} = -\overline{k_{tor}} \cdot \nabla \langle T \rangle^f \tag{3-22}$$

Tortuosity 項は一般に小さく、しばしば無視される。すなわち、空間平均熱伝導率 k_p を用いて、

$$k_e \approx k_p = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s \tag{3-23}$$

一方、式(3-20)の第三項は機械的混合による熱伝導率の増分を表わす。これを熱分散 (thermal dispersion) による見かけの熱伝導率テンソル $\overline{k_{dis}}$ を導入し、モデル化する。

$$\rho_f C_{p_f} \langle T' \bar{u}' \rangle = -\overline{k_{dis}} \cdot \nabla \langle T \rangle^f \tag{3-24}$$

従って、巨視的エネルギー式(3-20)は以下に書き改められる。

$$\begin{aligned}
& \left(\varepsilon \rho_f C_{p_f} + (1 - \varepsilon) \rho_s C_s \right) \frac{\partial \langle T \rangle^f}{\partial t} + \rho_f C_{p_f} \langle \bar{u} \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle^f \\
& = \nabla \cdot \left\{ \left(k_p \bar{I} + \overline{k_{cor}} \right) \cdot \nabla \langle T \rangle^f \right\} + \nabla \cdot \left\{ \overline{k_{dis}} \cdot \nabla \langle T \rangle^f \right\}
\end{aligned}
\tag{3-25}$$

ペクレ数が大きい場合は分子拡散による寄与は無視し得るほど小さくなり、熱分散が支配的となる。なお、Rubin⁽⁶⁾ は軸対称等方性多孔質体において、流れ方向に沿って座標軸を設定する時、熱分散熱伝導率テンソル成分中、三成分のみがノンゼロとなることを指摘している。

3-5 分子熱拡散に起因する見かけの熱伝導率

本節では、見かけの熱伝導率として式(3-21)及び(3-22)で定義される分子熱拡散に起因する見かけの熱伝導率の増分を、異質多層平行平板流路で構成される多孔質体モデルにより概算してみる。多孔質体モデルとして図 3-1 に示す無限異質多層平行平板流路を考える。流れは微視的に十分発達しているものとする。今、流れ方向 X に垂直な Y 軸方向に巨視的温度勾配が印可されているものとする。すなわち、巨視的速度場及び温度場は次式で与えられる。

$$\langle \bar{u} \rangle = \langle |\bar{u}| \rangle \bar{i}
\tag{3-26}$$

$$\nabla \langle T \rangle = \frac{\Delta T}{H} \bar{j}
\tag{3-27}$$

この多孔質構造体モデルにおいては気孔率は $\varepsilon = d/H$ で与えられる。この気孔率を式(3-23)に代入することで、空間平均熱伝導率を算出する。

$$k_p \approx \varepsilon k_f + (1 - \varepsilon) k_s \approx \left(\frac{d}{H} \right) k_f + \left(1 - \frac{d}{H} \right) k_s
\tag{3-28}$$

ペクレ数が小さい時、流路表面温度は異質平行平板間の熱伝導に関する解析解で見積もることができる。これを用いて、式(3-22)で定義される Tortuosity 項に起因する見かけの熱伝導率テンソル $\overline{k_{\text{cor}}}$ を見積もることができる。 $\overline{k_{\text{cor}}}$ のテンソル成分中、 YY 成分のみがノンゼロとなる。

$$\frac{(\overline{k_{\text{cor}}})_{YY}}{k_f} = \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \frac{(H-d)}{(H-d) + \frac{k_s}{k_f} d} = \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \frac{(1-\varepsilon)}{(1-\varepsilon) + \frac{k_s}{k_f} \varepsilon} \quad (3-29)$$

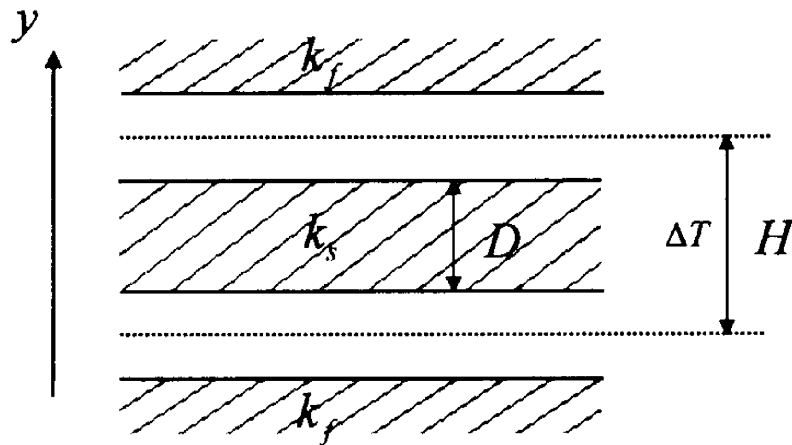


図 3-1 無限異質多層平板モデル

参考文献

- (1) Slattery, J. C., Momentum, Energy, and mass transfer in continua, Second edition, R. F. Krieger Publishing Co., (1981)
- (2) Whitaker, S., Flow in a porous media J: A theoretical derivation of Darcy's law. Transport in Porous media 1, (1986), 3-25.
- (3) Cheng, P., Heat transfer in geothermal systems, Advances in Heat Transfer, vol. 14, (1978), pp. 1-105.
- (4) Vafai, K. and Tien, C.-L., "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media," Int. J. Heat and mass Transfer, 24, (1981), 195-203.

- (5) Nakayama, A . and Pop, I., "Free convection over a non-isothermal body in a porous medium with viscous dissipation," *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 16, (1989), 173-180.
- (6) Rubin, H., Onset of thermohaline convection in heterogeneous aquifer, *J. Hydrol.* 57, (1981), 307-320
- (7) A. Nakayama, H. Koyama, F. Kuwahara, "A general transformation for Transient non-Darcy free and forced convection within a fluid-saturated porous medium," *ASME/JSME Thermal Engineering Proc.* Vol. 4, (1991), pp. 287-293

第4章 多孔質構造体及び微視的計算モデル

地球物理学あるいは水理学においては、一般に地下水の流動との関連から、土壌を対象とする。土壌のように、比較的低気孔率で配列及び構造体寸法がランダムな多孔質体は、小径の粒子層でモデル化できる。機械工学及び化学工学の分野では、繊維層あるいは触媒層のように、比較的構造体が粗で高気孔率を有する規則配列された多孔質体も興味の対象となる。本章ではこれら種々の多孔質構造体の有する特性について詳しく検討すると共に、微視的数値計算モデルの概略について述べる。

4-1 自然界にみられる多孔質体

自然界に見られる多孔質体の代表的なものとして、地下水が浸透する土壌が挙げられる。この様な土壌の殆どは、河川あるいは海洋による岩石の浸食作用により生じた岩石粒子から構成される。岩石粒子の直径は様々で、大きなものは数メートルに及ぶ巨大な岩石から、小径になるに従い礫岩、砂状粒子さらに粘土へとその粒径の変化に伴いその呼称も変化する。河川による浸食はその性質上、これら粒子を大きさにより分類する作用があり、浸食時期の違いにより層状に分布することとなる。この地層と呼ばれる多孔質層内を地下水が層に沿って流れる場合は、粒径がほぼ均一な多孔質体内の流れに対応する。また、層を横切り浸透する際には異質多孔質層を横切る流れと見なしうる。粒径と透過率の関係は前章で議論した様に、粒径の二乗に比例することが知られている。

構造体である粒の形状は材質により異なるが、球形、俵型、平型、あるいは海岸部の砂層にまれにみられる特定多角形（珊瑚等の浸食によるもの）等がある。また、火山性岩石にはその生成の際内部に連続気泡を有するものがあり、スポンジ状多孔質構造体となる。土壌に見られる多孔質体は火山性の特殊なものを除き、その殆どが極めて低気孔率であり、粒形が球状からずれさらに異なる粒径の集合体となるため、同一直径の球体を最密に配列した場合と同等か、それ以下の気孔率となる。また、構造体の配列はその生成機構からして、ランダム性の強いものが多いが、構造体形状が平板状等特殊なものにあっては規則性を有するものも存在し、これによりその性質に非等方性を生じることもある。

森林も多孔質構造体と見なしうる。この際、その気孔率は高く0.8程度を越える場合も少なくない。これらには、常葉樹また落葉樹と区別されるように、時間に依存しその性質を変えるものもある。気候の影響を大きく受ける大規模な森林帯等には、その配列が極めてランダムな‘ジャングル’と呼ばれるものと、同一種により形成される大規模針葉樹林帯に見られる整然とした規則配列を持つものとに大別される。この様な巨大な高気孔率多孔質層は、開発などに加え、毎年繰り返される大規模森林火災等により急激に減少しつつあり、深刻な環境問題となっている。

4-2 人工的多孔質体

身近な人工的多孔質構造体の一つとして空調機器等に見られる集塵フィルタがある。フィルタの気孔寸法はその性質上、均一性が要求される。さらにエネルギー効率を保つためには、比較的高気孔率、高透過率のものが望まれる。集塵により気孔が塞がれることで長い時間スケールで捉える際、その性質は変化する。また、これらはコンパクト化の要求によりシート状に加工されることで極めて強い非等方性を有する。

工業上最も重要となる多孔質体として、触媒層及び反応層が挙げられる。構造体形状は、球状及びハニカム構造等様々なものが、それぞれの目的に対し様々提案されている。主たる目的が反応の制御にあり様々な気孔率、配列がある。反応を促進させる際には表面積を稼ぎかつ流動抵抗が余り増加しない方向へと進むことになる。一方、温度場もこれら反応系では重要となり、より均一な温度場を形成させる工夫が求められる。

また、省エネルギー問題に対処すべく注目されつつあるものに、蓄熱層がある。これは球形カプセル等に流体を入れ、これを固化することで負のエネルギー貯蔵を行う。これにより不要な夜間電力等の有効利用が可能となる。用いられる球状カプセルは比較的大きく、低気孔率ながらも高透過率のものが要求される、その制御を考える上においても巨視的熱挙動を正確に予測するモデルの構築が極めて重要となる。

広義の人工的多孔質体の例としては都市部におけるビル群が挙げられる。経済の発展に伴いより高層化し過密化するビル群は‘ビル風’と呼ばれる非定常流れを発生させる。ビル空調の排熱は‘ヒートアイランド’現象をもたらしている。この様に新たな環境問題を引き起こし、大規模な気象現象にさえ影響を及ぼすことが指摘されている。

4-3 微視的多孔質構造体モデル

多孔質構造体モデルを考える上で考慮すべき多孔質体の特性パラメータを列挙してみる。

- a. 気孔率
- b. 構造体配列
- c. 構造体形状
- d. 構造体及び充填材の熱伝導率

これら性質それぞれについて以下に詳細な検討を行う。

4-3-1 気孔率

多孔質体中に流体が占める体積割合を気孔率と呼ぶ。自然界に存在する多孔質体のみならず、より高气孔率の人工的多孔質体をも考慮した多孔質構造体モデルを構築する場合、広範囲の気孔率を表現することが望まれる。多孔質体モデルには高气孔率は表現可能であるものの、低気孔率の表現に制約のあるものが多い。主な多孔質構造体モデルを表現可能な気孔率の範囲と共に図 4-1 に示す。三次元構造体として球体群(a)を考える場合、最も密に配列した場合であっても $\varepsilon = 0.3$ 程度であるのに対し、正方形角柱が規則的に配列したモデル(b)にあっては理論的にはゼロ気孔率 ($\varepsilon \rightarrow 0$) が表現できる。角柱群を考える場合、正方配列(c)では $0 \leq \varepsilon \leq 1$ の気孔率が表現可能であり、千鳥配列の場合も同様である。しかし、市松模様に配列した場合(d)

は最密時でも $\varepsilon \rightarrow 0.5$ となる。また、円柱群(e), (f)はその配列により多少は異なるものの $\varepsilon \approx 0.1$ までの低気孔率を表現できる。

4-3-2 構造体配列

自然界にみられる殆どの多孔質構造体の配列は不規則であるのに対し、人工的多孔質構造体は配列の規則性が見られる。配列の不規則性をモデルに取り込む場合、計算領域は飛躍的に増大することになる。この計算領域の著しい増加による計算負荷の増加が、配列の不規則性を表現することを困難にしている。

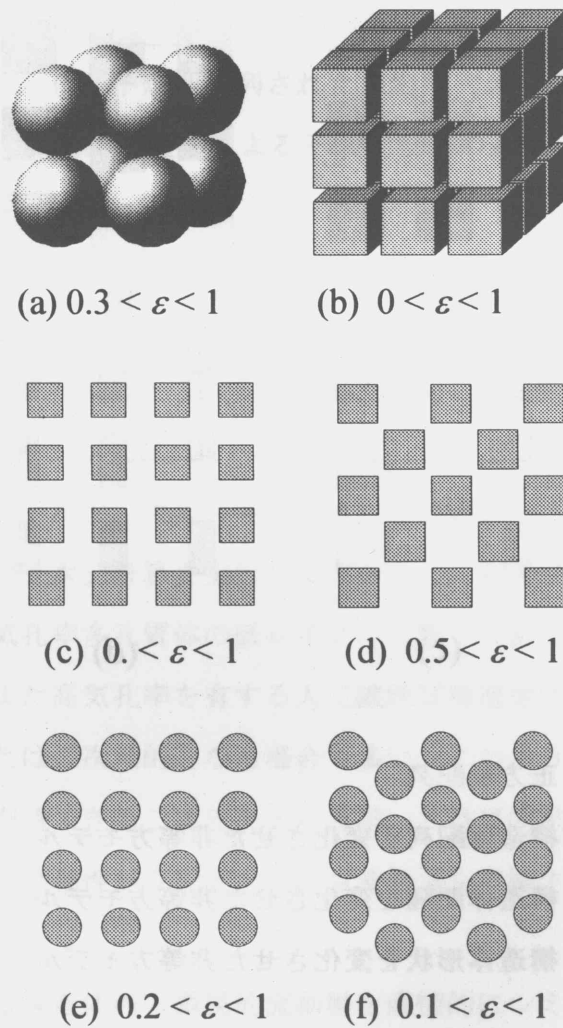
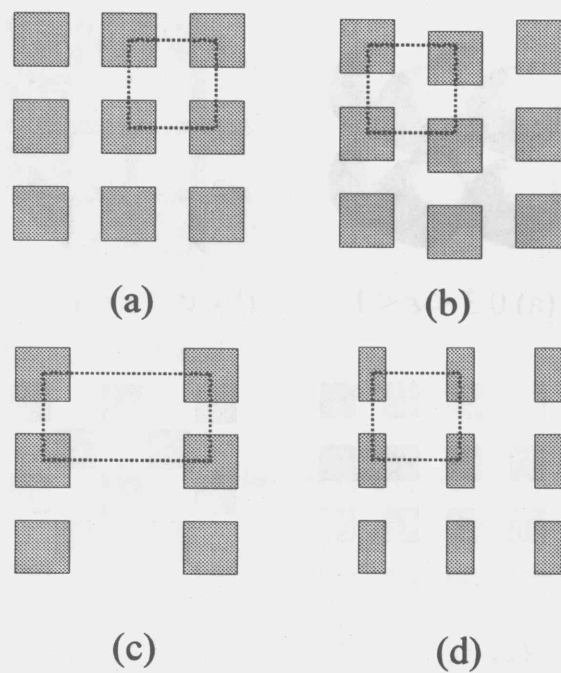


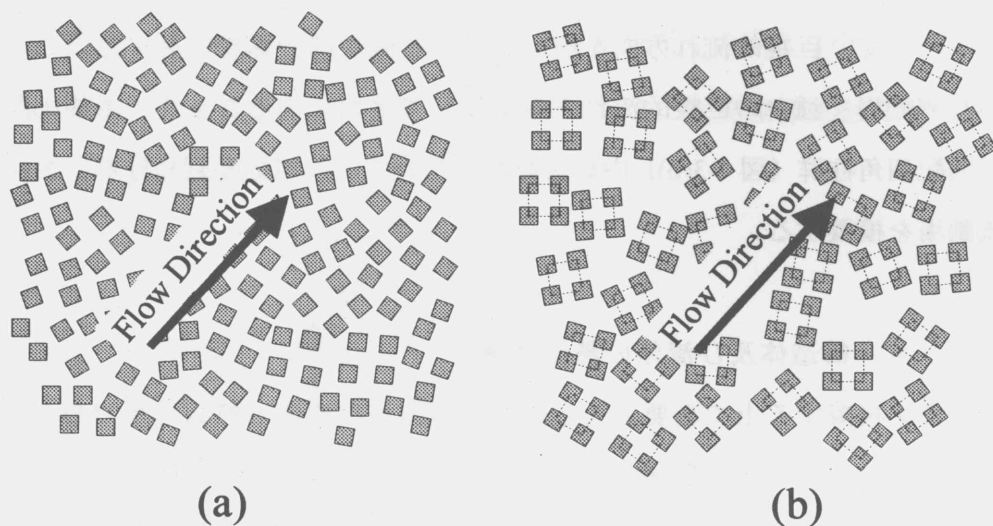
図 4-1 代表的多孔質構造体モデルの気孔率

配列のゆがみを規則配列モデルに導入し非等方性をモデル化した例を図 4-2 に示す。図 4-2(a)に示す正方配列された正方形角柱群に対し、同図(b)の様に配列軸に沿って任意のオフセット量をもたせることで一種の非等方性を表現することができる。図中点線で示した領域は構造体角柱を一つ分を含む構造体ユニットである。同図(c)に示すように構造体の間隔を変化させ、非等方性を加味することもできる。また同図(d)の様に構造体の幾何学的形状を変化させる方法もある。



- (a) 正方形配列
- (b) 構造体配列を変化させた非等方モデル
- (c) 構造体間隔を変化させた非等方モデル
- (d) 構造体形状を変化させた非等方モデル

図 4-2 多孔質構造体配列



(a) 不規則配列された角柱群

(b) 不規則配列された規則配列角柱群

図 4-3 規則配列要素による不規則配列の近似モデル

4-3-3 構造体形状

多孔質構造体は二次元構造体と三次元構造体に大別しうる。多孔質構造体周りの流れは本質的には複雑な三次元流れである。したがって、図 4-1(a)及び(b)の例に示すような三次元構造体モデルが、現実の多孔質体内熱流動をシミュレートする上で妥当性を有する。しかし三次元計算を実行しようとする膨大な計算時間と計算機容量が要求される。低気孔率多孔質体の低レイノルズ数下にあつては流動が二次元的である場合も多い。また高気孔率を有する人工繊維質構造体においては流動場及び温度場共に一次元または二次元的となる場合も多い。このような条件下では、計算時間の大幅な軽減が期待できる二次元モデルを用いた微視的熱流動場の予測が可能である。二次元モデルは粘性が支配的な多孔質流動場を模擬する上で極めて有効なモデルと言える。

不規則配列を有する構造体内の微視的流動場を直接的にシミュレートすることは計算機容量及び計算時間の両面から不可能に近い。そこで、図 4-3(a)に示す様な不規則配列を有する構造体内の流動場を、規則配列を有する構造体要素を不規則に配列した場合の流動場 (図 4-3(b)) で模擬することを考える。すなわち、規則配列された

一要素について、巨視的流れ方向を種々変化させ微視的計算を実施する。この様にして得た流動場を種々の巨視的流れ方向に関して平均化することで、不規則配列された規則配列角柱群（図 4-3(b)）内の流動場、あるいは不規則配列角柱群（図 4-3(a)）内の流動場を模擬する。

4-3-4 構造体及び流体の熱伝導率

熱流動場を模擬する上で重要となるのが構造体及び流体の熱伝導率である。温度場の予測においては、多孔質構造体内の固体のエネルギー式と流体のエネルギー式を連成させる必要がある。その際、界面での温度の連続性及び熱流束の連続性を課す必要がある。当然ながら、構造体と流体の熱伝導率の比は解に決定的影響を及ぼす。

4-4 数値解法

本節では、SIMPLE 法 (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) に基づき開発した数値計算コードについて記述する。まず、基本となる二次元支配方程式群とその数値解法について考える。個々の問題における境界条件の設定等の詳細はその都度述べる。

4-4-1 支配方程式

支配方程式としては、質量保存式（連続の式）、運動量の式（Navier-Stokes の式）及びエネルギーの式を考える。非圧縮性流体について浮力の影響を無視した場合、これら支配方程式は、以下で与えられる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4-1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\rho Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (4-3)$$

ここで、 $Pr = \mu C_p / \kappa$ はプラントル数である。エネルギーの式より明らかなように、流体内での熱の発生はないものとする。図 4-4 に示す二次元座標系を設定する。各支配方程式を二次元座標系で以下のように書き下す。

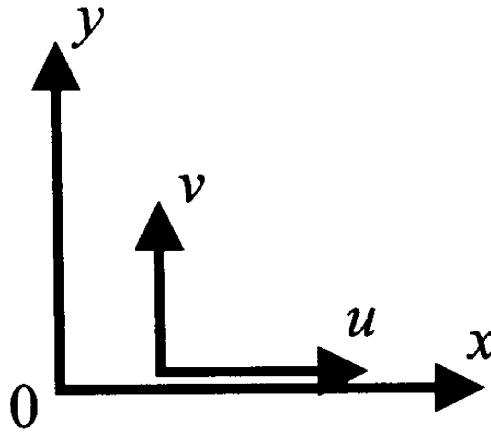


図 4-4 座標系

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(u^2 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(uv - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(uv - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v^2 - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4-6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(uT - \frac{\mu}{\rho Pr} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(vT - \frac{\mu}{\rho Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (4-7)$$

これらの支配方程式群を無次元化する。無次元化に用いる参照量は、各物理モデルで異なるが代表的なものについて以下に示す。

- 参照長さ : 多孔質構造体の一要素分が含まれる領域の大きさを表す寸法 H
- 参照速度 : 巨視的平均速度 (ダルシー速度) $\langle \bar{u} \rangle$
- 参照温度差 : 1 ユニット間の温度差
- 参照圧力差 : ρu_w^2

このような参照量に基づき無次元化した支配方程式を更に一般形保存式の形にし、以下に示す。

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left[\left(u^* \phi^* - \Gamma^* \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\left(v^* \phi^* - \Gamma^* \frac{\partial \phi^*}{\partial y^*} \right) \right] = S^* \quad (4-8)$$

ここで、 ϕ^* は一般従属変数、 Γ^* は拡散係数、そして S^* は生成項であり、各保存式に対応するものを表 4.1 に示す。

表 4.1 各支配方程式の従属変数、拡散係数及び生成項

| 保存式 | ϕ^* | Γ^* | S^* |
|-----------|----------|-------------------|--|
| 連続の式 | 1 | - | 0 |
| u 運動量の式 | u^* | $\frac{1}{Re}$ | $-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \Gamma^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial}{\partial y^*} \Gamma^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*}$ |
| v 運動量の式 | v^* | $\frac{1}{Re}$ | $-\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \Gamma^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial}{\partial y^*} \Gamma^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} - 2\Gamma^* v^*$ |
| エネルギー式 | T^* | $\frac{1}{Re Pr}$ | 0 |

本解析においては、図 4-5 に示す様なスタッガード格子を採用した。圧力及び温度等のスカラー量のコントロールボリュームに対して、各速度成分のコントロールボリュームは、それぞれの方向に半コントロールボリューム分ずらして定義する。すなわち、スカラー量がスカラーコントロールボリュームの中心で定義されるのに対し、各速度成分はスカラーコントロールボリュームの検査面上で定義される。この格子配列により、一つおきの格子点における値が同じであるような波打った速度場

が連続の式の離散形を満たすことを防いでいる。

一般形無次元保存式(4-8)を各コントロールボリューム内で空間的に積分する。以下にその手続きを示す。

対流及び拡散項：

$$\begin{aligned}
 & \int_w^e \int_s^n \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dx dy \\
 & \equiv \Delta y \left[u_e \{ f_e \phi_E + (1 - f_e) \phi_P \} - \frac{\Gamma_e (\phi_E - \phi_P)}{(\delta x)_e} - u_w \{ f_w \phi_W + (1 - f_w) \phi_P \} + \frac{\Gamma_w (\phi_P - \phi_W)}{(\delta x)_w} \right] \\
 & + \Delta x \left[v_n \{ f_n \phi_N + (1 - f_n) \phi_P \} - \frac{\Gamma_n (\phi_N - \phi_P)}{(\delta y)_n} - v_s \{ f_s \phi_S + (1 - f_s) \phi_P \} + \frac{\Gamma_s (\phi_P - \phi_S)}{(\delta y)_s} \right]
 \end{aligned} \tag{4-9}$$

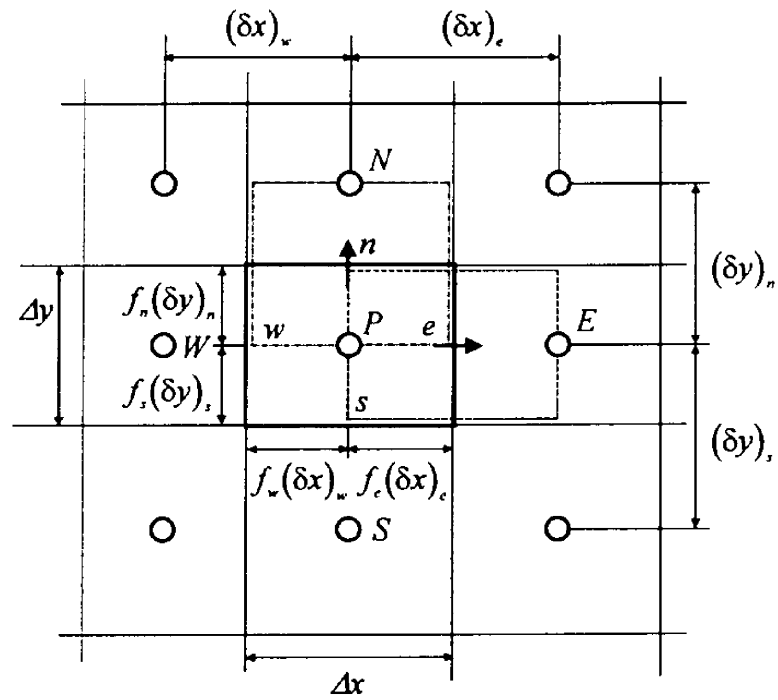
生成項：

$$\int_s^n \int_w^e S dx dy = S \Delta x \Delta y = (S_c + S_p \phi_P) \Delta x \Delta y \tag{4-10}$$

ここで、無次元量を示す * はすべて省略してある。式(4-10)に示すように生成項 S には線形化が施されているものとする。また、添字小文字 w, e, n, s はコントロールボリューム検査面を、大文字 W, E, N, S は ϕ の定義点を表すものとする。なお、 f_e, f_w, f_n 及び f_s は図 4-5 で定義する空間に関する重み係数である。離散化された式を以下の形に整理する。

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{4-11}$$

ここで、



- スカラーコントロール・ボリューム
- u コントロール・ボリューム
- v コントロール・ボリューム

図 4-5 スタッガード格子及び離散化に関する諸量

$$a_E = -f_e F_e + \frac{\Gamma_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (4-12a)$$

$$a_W = f_w F_w + \frac{\Gamma_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (4-12b)$$

$$a_N = -f_n F_n + \frac{\Gamma_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (4-12c)$$

$$a_S = f_s F_s + \frac{\Gamma_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (4-12d)$$

$$F_e = u_e \Delta y \quad (4-13a)$$

$$F_w = u_w \Delta y \quad (4-13b)$$

$$F_n = v_n \Delta x \quad (4-13c)$$

$$F_s = v_s \Delta x \quad (4-13d)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s - S_p \Delta x \Delta y \quad (4-14)$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y \quad (4-15)$$

なお、係数 a_p 中の $(F_e - F_w + F_n - F_s)$ はコントロール・ボリューム内での質量の生成に対応しており本来0となるべき量である。しかし、計算の過程では0とはならない。そこで、正值をとる際には a_p 中に残すことで計算を安定化させる。

4-4-2 解析手法

a. 運動量の式

エネルギー方程式の離散化方程式や（圧力項のない） w 運動方程式の離散化方程式は式(4-11)中の ϕ 、 Γ 及び S をそれぞれ対応させることで得られる。

u 及び v 運動方程式については、コントロール・ボリュームを東西あるいは南北にずらして考える。そのため各検査面での流出入量を算出する際、検査面上で速度を内挿する必要が生ずる。以下にその離散形を示す。なお圧力項には特別な配慮が必要となるため他の生成項とは切り離して取り扱う。

（ u 運動方程式）

$$a_p u_p = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + \Delta y (p_w - p_e) + b \quad (4-16)$$

（ v 運動方程式）

$$a_p v_p = a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + \Delta x (p_s - p_n) + b \quad (4-17)$$

b. 圧力補正式

圧力場が判明すれば、すでに得た離散化方程式(4-16)及び(4-17)を用いて運動量の式を解き、速度場を決定することができる。本解析法では、圧力場の情報を得るため運動方程式から得られる仮の速度場に注目する。仮の速度場が質量保存式を満足するよう圧力を補正し、その結果得た補正量の分布をもとに速度場、圧力場を更新するという SIMPLE 法⁽¹⁾を採用する。

真の速度 u を仮の圧力場 \bar{p} のもとで運動方程式 (4-16) より得た予測値 \tilde{u} とその補正値 u' の和で表現する。

$$u = \tilde{u} + u' \quad (4-18)$$

また真の圧力 p に対しても同様に以下のように表現する。

$$p = \bar{p} + p' \quad (4-19)$$

式(4-18)及び(4-19)を u 運動方程式(4-16)に代入し、予測値 \tilde{u} と \bar{p} のセットが u 運動方程式を満たす点に注目し、 \tilde{u} と \bar{p} に付随する項を消去すると以下の式が得られる。

$$a_p u'_p = (p'_x - \bar{p}'_x) \Delta y + [a_x u'_x + a_y u'_y + a_z u'_z] \quad (4-20)$$

ここで右辺第一項目の圧力補正の項が支配的と考え第二項を無視する（繰り返し計算の課程においてこのようなあいまいな操作が許されるのは、対象としているのが補正量であり、いずれすべての補正量が0に収束すると予期しうるからである）。

$$u'_p \equiv d_x (p'_x - \bar{p}'_x) \quad (4-21)$$

ここで

$$d_x = \frac{\Delta y}{a_p} \quad (4-22)$$

v運動方程式(4-17)においても同様な操作を行うと次の速度補正式を得る。

$$v'_p = d_y(p'_s - p'_n) \quad (4-23)$$

ここで

$$d_y = \frac{\Delta x}{a_p} \quad (4-24)$$

これらをもとに、図4-6のスカラークонтроール・ボリュームについて質量保存則を考える。質量保存式の離散化は離散化した一般形保存式(4-11)において $\phi = 1$ 及び $\Gamma = S = 0$ を代入することにより得られる。非圧縮性流れにおいては、次式となる。

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (4-25)$$

ここで、流量 $F_e \sim F_s$ を予測値と補正值に分解し書き直すと、次のようになる。

$$\Delta y u'_e - \Delta y u'_w + \Delta x v'_n - \Delta x v'_s = \tilde{F}_w - \tilde{F}_e + \tilde{F}_s - \tilde{F}_n \quad (4-26)$$

左辺の各速度補正量に各速度補正式(4-21)及び(4-23)を代入する。その際、図4-6に示すようにスカラークонтроールボリュームの各検査面に位置する速度定義点の相対的位置関係に留意し、各速度補正式を考える必要がある。こうして一般形保存式の離散化方程式と同形の以下の圧力補正式を導くことができる。

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (4-27)$$

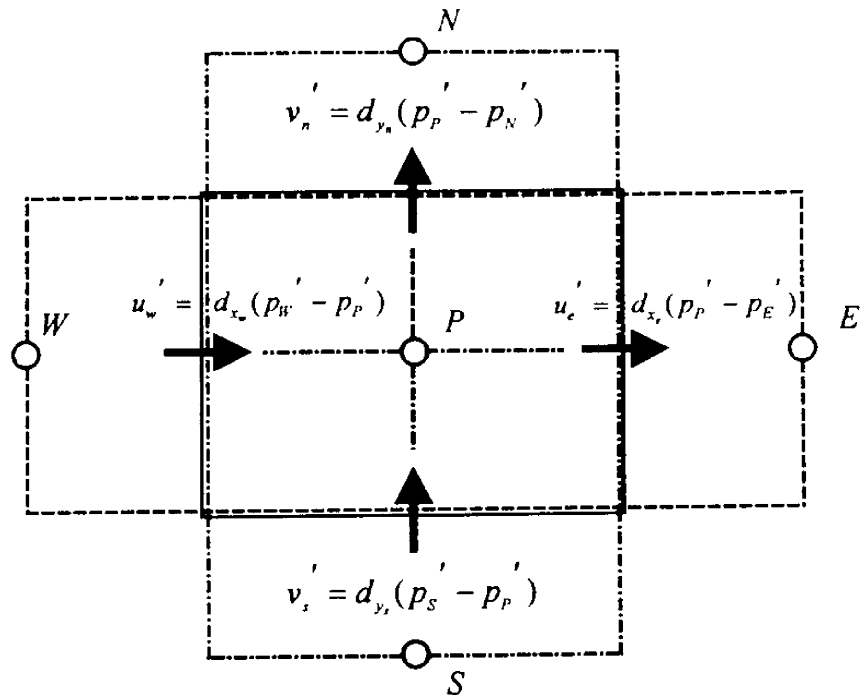


図 4-6 圧力補正式におけるコントロールボリューム

ここで

$$a_E = \Delta y d_e \quad (4-28a)$$

$$a_W = \Delta y d_w \quad (4-28b)$$

$$a_N = \Delta x d_n \quad (4-28c)$$

$$a_S = \Delta x d_s \quad (4-28d)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (4-28e)$$

$$b = \tilde{F}_w - \tilde{F}_e + \tilde{F}_s - \tilde{F}_n \quad (4-28f)$$

圧力補正式(4-27)を解き p' 分布が判明すれば、速度場及び圧力場を式(4-18)及び(4-19)を用いて修正することができる。

c. マトリックスの解法

代数方程式の解法に採用した三項対角行列アルゴリズム (TDMA) に基づく手法

の概要は以下の通りである。離散化方程式は $i = 1, 2, 3, \dots, N$ に対して以下のように書ける。

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + d_i \quad (4-29)$$

よって変数 ϕ_i は隣接する ϕ_{i+1} と ϕ_{i-1} に関係する。なお、境界点では ϕ_0 または ϕ_{N+1} は d_i に含めて考えるため、

$$c_1 = 0, \quad b_N = 0 \quad (4-30)$$

となる。言い換えれば ϕ_2 は ϕ_3 で表現され、この代入の繰り返しを N まで続け ϕ_N を求める。その後、後退代入し ϕ_{N-1} を ϕ_N により、 ϕ_{N-2} を ϕ_{N-1} により求める。これが TDMA の基本である。

前進代入の過程において以下の式を得たとする。

$$\phi_{i-1} = P_{i-1} \phi_i + Q_{i-1} \quad (4-31)$$

すなわち

$$\phi_i = P_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (4-32)$$

式(4-31)を式(4-32)に代入し整理すると

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i (P_{i-1} \phi_i + Q_{i-1}) + d_i \quad (4-33)$$

P_i 及び Q_i に関する漸化式が求まる。

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad (4-34)$$

$$Q_i = \frac{d_i + c_i Q_{i-1}}{a_i - c_i P_{i-1}} \quad (4-35)$$

この漸化式により P_i 、 Q_i を決定すれば、式(4-32)より ϕ_i が判明する。

本プログラムにおいては、この TDMA を線順法と組み合わせることで二次元に拡張し用いることができる。たとえば南北方向に TDMA を走査させるとし、離散化方程式(4-11)を次のように書き直す。

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + d \quad (4-36)$$

ここで

$$d = b + a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (4-37)$$

係数 a_p 、 a_N 、 a_S 及び d を最新の値で算出しておけば TDMA により y 方向に一列に並んだ格子点における ϕ 値を求めることができる。

このようにして列ごとに ϕ を解いたのち、今度は東西方向に TDMA を走査し、行ごとに ϕ 値を求めるといった線順法により収束解を得ることができる。

流れの解析に用いる支配方程式は非線形性が強く、繰り返し計算が不安定となりやすい。そのため、これを回避し収束解を得るために以下のような不足緩和を施す必要がある。

$$\phi_p = \alpha \phi_p^M + (1 - \alpha) \phi_p^{M-1} \quad (4-38)$$

ここで α は緩和係数、添え字 M は M 回目の繰り返し計算の結果を意味する。本プログラム中では、緩和係数 α を u 、 v 運動方程式において 0.3、圧力補正式において 1、エネルギーの式において 0.5 に設定してある。

d. ハイブリッド法

ハイブリッド法は、対流が拡散に比べ同レベル以下の場合には中心差分を、それ以上に対流が支配的となる場合には風上差分を用いるという方法である。プログラム上でハイブリッド法を組み入れるには、いったん定義した $a_E \sim a_S$ を次のように修正すればよい。

$$a_E = \max(a_E, -F_e, 0) \quad (4-39a)$$

$$a_W = \max(a_W, F_w, 0) \quad (4-39b)$$

$$a_N = \max(a_N, -F_n, 0) \quad (4-39c)$$

$$a_S = \max(a_S, F_s, 0) \quad (4-39d)$$

修正された $a_E \sim a_S$ はいずれの場合においても正値をとり、計算が安定化する。

4-4-3 周期境界条件

多孔質体内の微視的流動を模擬する際、その配列の周期性に注目することで、一構造体ユニットに計算領域を絞った計算が可能となる。例えば、正方配列された二次元角柱群モデル(a)においては、助走区間を除き流れが全ての構造体周りで周期的に再現される。したがって、唯一つの構造体に注目し構造体周りの流れ場を直接的にシミュレーションすることで、構造体全体の複雑な微視的流動場を把握しうる。この種の計算にあたっては、速度場及び温度場に周期境界条件を設定する。

図 4-7 に、構造体モデルの一例として正方配列された角柱モデルの詳細を示す。一構造体要素分を含む領域に注目する。このときユニットの取り方として図 4-7(a) に示すように、構造体を中心に持つ Type-A と各隅に構造体の 4 分の 1 を含む Type-B の設定が可能となる。安定性の配慮から、本数値解析においては Type-B のユニットを採用する。Type-B の詳細を計算格子の一例と共に図 4-7(b) に示す。周期境界条件を適用するため計算領域は、 $H \times H$ の単位ユニットよりも一格子分だけ大きく取る。スタaggerド格子を用いた周期境界条件の適用の詳細を図 4-8 に示す。図に示す通り、

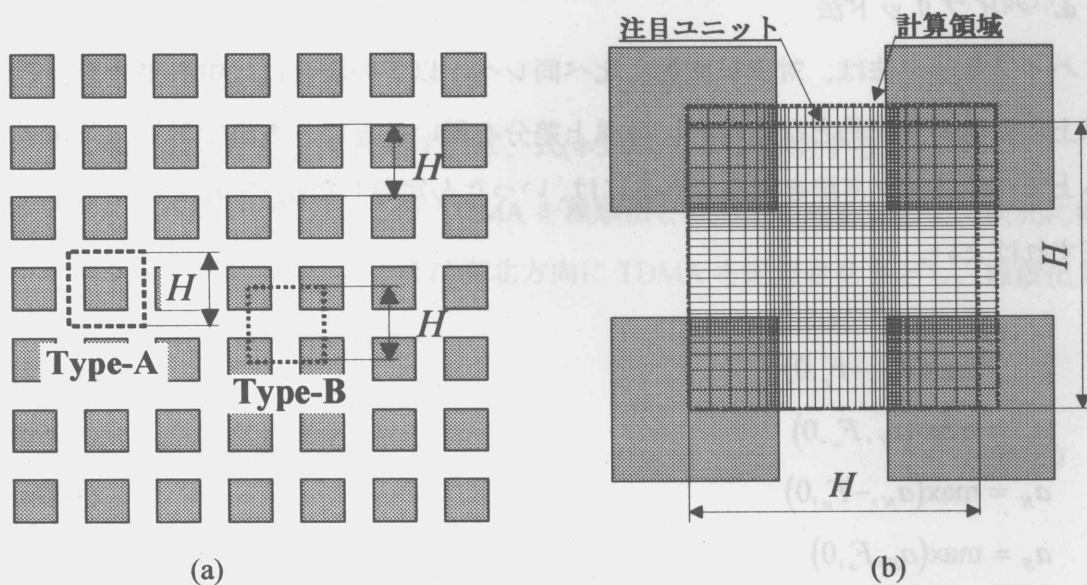


図 4-7 周期性を考慮した計算ユニット

注目する構造体ユニットに対し下流側に一格子分だけ大きく計算領域を設定する。この計算領域の上下左右各面に対して周期境界条件を設定する際、計算領域内で各速度成分の定義点がスカラー定義点とずれて設定されていることにより以下の操作で境界値の更新を行う。

西側境界： $j = 1 \sim NJ + 1$

$$u(1, j) = u(NI - 1, j) \quad (4-40a)$$

$$v(1, j) = (v(NI - 1, j) + v(NI, j)) / 2 \quad (4-40b)$$

$$T(1, j) = (T(NI - 1, j) + T(NI, j)) / 2 \quad (4-40c)$$

東側境界： $j = 1 \sim NJ + 1$

$$u(NI, j) = u(2, j) \quad (4-41a)$$

$$v(NI + 1, j) = (v(2, j) + v(3, j)) / 2 \quad (4-41b)$$

$$T(NI + 1, j) = (T(2, j) + T(3, j)) / 2 \quad (4-41c)$$

南側境界： $i = 1 \sim NI + 1$

$$u(i, 1) = (u(i, NJ - 1) + u(i, NJ)) / 2 \quad (4-42a)$$

$$v(i, 1) = v(i, NJ - 1) \quad (4-42b)$$

$$T(i, 1) = (T(i, NJ - 1) + T(i, NJ)) / 2 \quad (4-42c)$$

北側境界： $i = 1 \sim NI + 1$

$$u(i, NJ + 1) = (u(i, 2) + u(i, 3)) / 2 \quad (4-43a)$$

$$v(i, NJ) = v(i, 2) \quad (4-43b)$$

$$T(i, NJ + 1) = (T(i, 2) + T(i, 3)) / 2 \quad (4-43c)$$

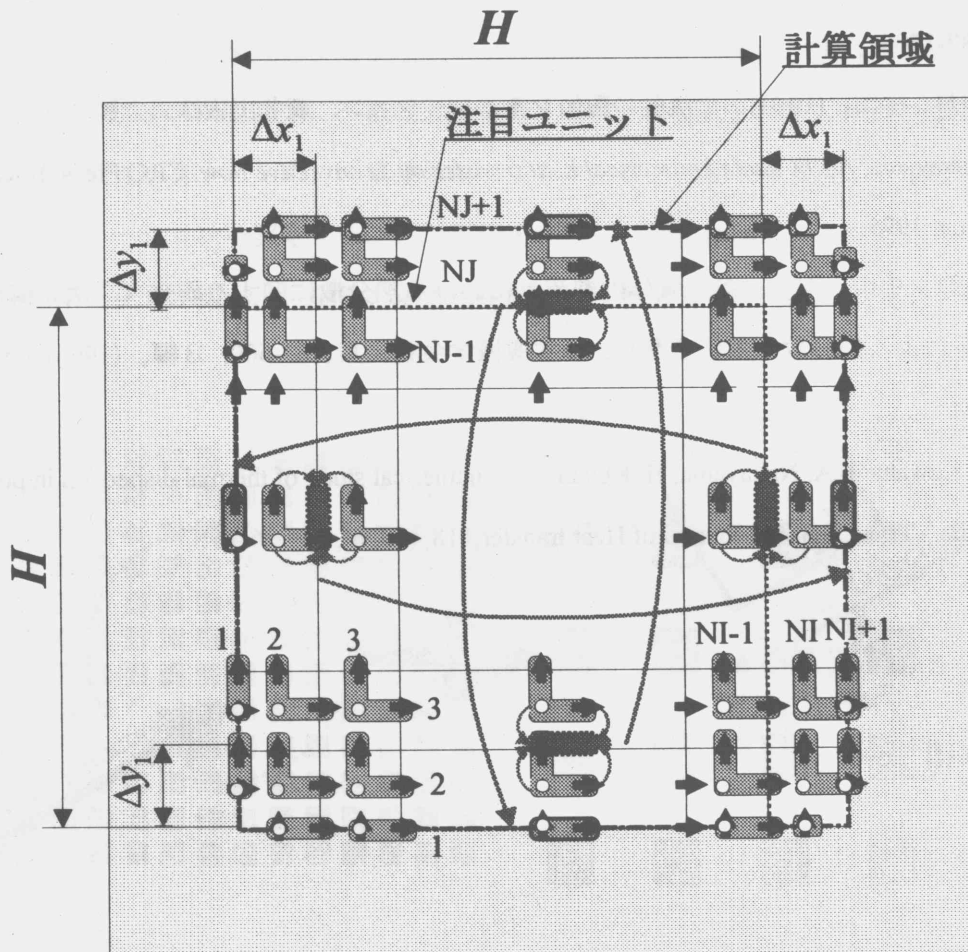


図 4-8 スタッガード格子における周期境界条件の設定

以上の境界条件の設定と共に、後述する巨視的流れ方向を規定する流量に関する拘束条件を満足するよう速度の補正を行う。この速度補正量は、解が収束するにつれ限りなく小さくなる。

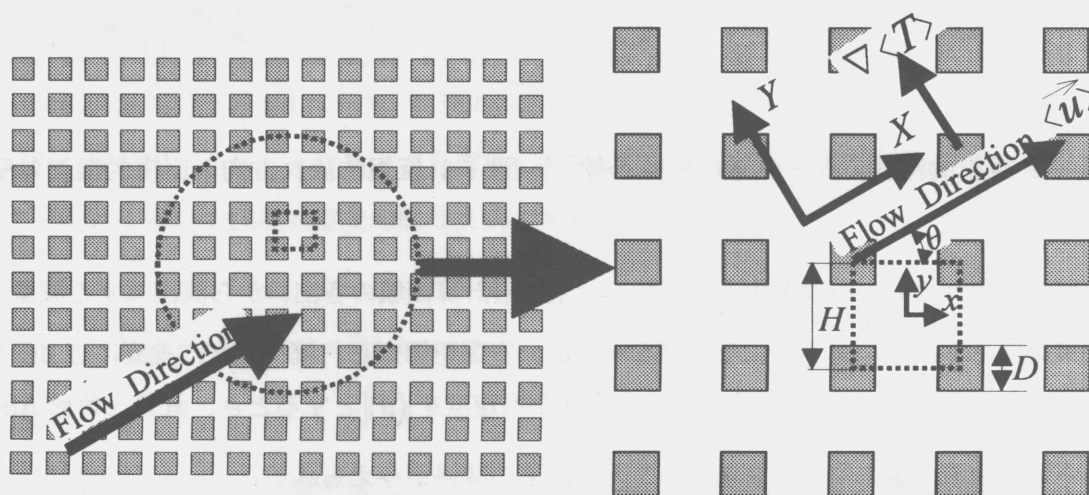
参考文献

- (1) Patankar, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, Washington, D. C., (1980).
- (2) Patankar, S. V. and Spalding, D. B., A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, (1972), pp. 1787-1806.
- (3) 香月、中山、(1991)、熱流動の数値シミュレーション、森北出版株式会社
- (4) Nakayama, A., *PC-aided numerical heat transfer and convective flow*, CRC Press, Boca Raton, 1995.
- (5) 桑原、中山、児山、多孔質体内熱流動における熱分散に関する研究（二次元構造体モデルによる熱分散の数値予測）、日本機械学会論文集、62-600, B編、(1996), pp. 3118-3124
- (6) F. Kuwahara, A. Nakayama, H. Koyama, "A numerical study of thermal dispersion in porous media," *Trans. ASME, Journal of Heat transfer*, 118, (1996), pp. 756-761

第5章 二次元構造体モデルに基づく多孔質体内熱流動の微視的 数値シミュレーション

多孔質体内流動の巨視的流動モデルとしては、前述のダルシーモデル及びその修正則が高く評価されている。一方、多孔質体内の熱移動現象に関する巨視的モデリングにおいても、Nield-Bejan⁽¹⁾ 及び Nakayama ら⁽²⁾ による幾つかの提案がなされている。巨視的モデルを導入する際には、透過率、Forchheimer 係数及び見かけの熱伝導率をいかに見積もるかが重要である。一般には、これらモデル定数の決定は、実験による経験的方法により行われる⁽³⁾⁽⁴⁾。これに対し、多孔質構造体周りの微視的流動場について、直接的数値シミュレーションを行い、空間平均化処理を施すことにより、これら定数を決定する試みが Couland⁽⁵⁾ 及び Kuwahara ら⁽⁶⁾ により提案されている。

本章においては、無限角柱群からなる二次元構造体モデルを提案し、流れに垂直に巨視的温度勾配が印加された巨視的に一様な流れを考える。この様な状況下では流れ場と温度場の両者が周期性を有するため、一構造体ユニットに注目し微視的速度場及び温度場の直接数値シミュレーションを実施することが可能となる。一構造体ユニットに対し得られた数値計算結果を空間平均し、巨視量を求める手続きより熱分散を純理論的に決定する。



(a) 正方配列された二次元角柱モデル

(b) 計算領域詳細

図 5-1 二次元多孔質構造体モデル

5-1 物理モデル及び微視的計算領域

図 5-1(a)に示すように、無限に広い空間に正方的に規則的に配列された二次元角柱群を考える。配列に対し角度 θ の傾きを有する巨視的に一様な流れがあり、巨視的流れに対し垂直方向に一定の巨視的温度勾配が印可された場を考える。流れ場及び温度場の周期性を考慮して図中点線で示した一構造体ユニットからなる計算領域に注目する。計算領域の詳細を図 5-1(b)に示す。配列に沿い x, y 軸を、巨視的流れ方向及び巨視的温度勾配の方向に沿い X, Y 軸を設定する。

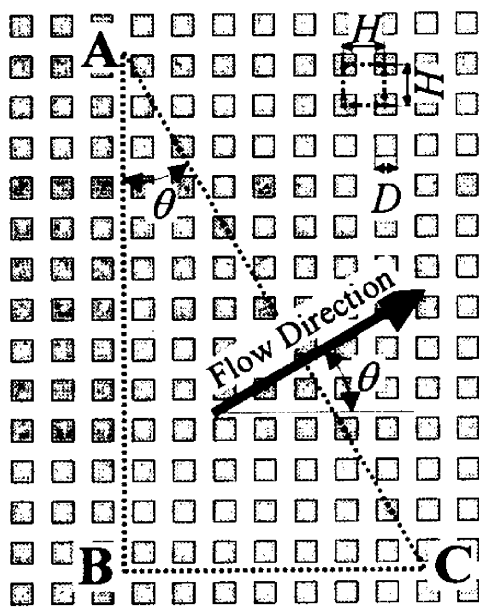


図 5-2 巨視的流れ方向と流量の拘束条件

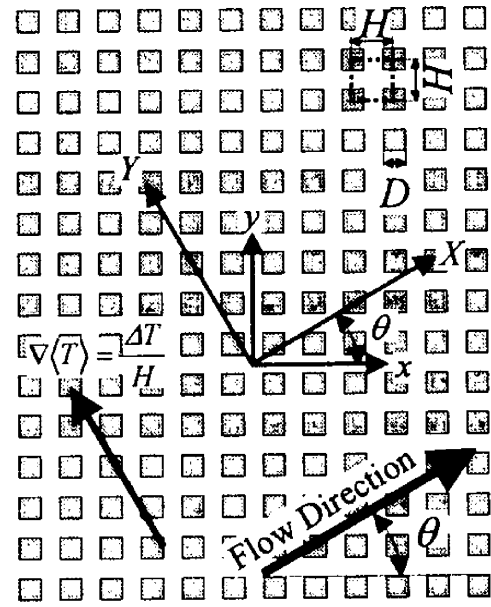


図 5-3 巨視的流れ方向と巨視的温度勾配

巨視的流れの方向を設定するに当たり、正方形計算領域の各出口から流出入する流量に拘束条件を与える。図 5-2 に示す様な十分広い空間を想定し、流れ方向に垂直に辺 \overline{AC} を持つ直角三角形 ABC 領域に注目する。空間平均速度を $\langle \bar{u} \rangle$ とするとき、直角三角形 ABC からの流出流入量のバランス考えることで以下の関係が与えられる。

$$\overline{AC} \langle \bar{u} \rangle = \overline{AB} \langle \bar{u} \rangle \cos \theta + \overline{BC} \langle \bar{u} \rangle \sin \theta \quad (5-1)$$

これより、一構造体ユニットへ流出入する x, y 両軸方向それぞれの平均流量 Q_x 及び Q_y は

次式となる。

$$Q_x = H \langle \bar{u} \rangle \cos \theta \quad (5-2a)$$

$$Q_y = H \langle \bar{u} \rangle \sin \theta \quad (5-2b)$$

すなわち、巨視的速度場は次式で表現しうる。

$$\langle \bar{u} \rangle = \langle \bar{u} \rangle (\cos \theta \bar{i} + \sin \theta \bar{j}) \quad (5-3)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は、空間平均値を示す。

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \phi dV \quad (5-4)$$

ここで V は空間平均を施す検査体積であり、巨視的寸法に比べ十分小さいものとする。ここでは周期性に留意し $V = H^2$ とすれば良い。また、 \bar{i}, \bar{j} は、それぞれ xy 軸の各単位方向ベクトルである。

巨視的温度場を図 5-3 に示す。巨視的流れ方向 X 軸に垂直な Y 軸方向に巨視的に線形な温度勾配が印可されたとする。多孔質体の配列に沿ったデカルト座標 (x, y) に関する単位ベクトル \bar{i}, \bar{j} を用いて巨視的温度勾配は次式で与えられる。

$$\nabla \langle T \rangle = \frac{\Delta T}{H} (-\sin \theta \bar{i} + \cos \theta \bar{j}) \quad (5-5)$$

今、図 5-1(b) に示す一構造体ユニットに注目し、微視的速度及び温度場を求めるべく、以下の基礎方程式群を考える。

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (5-6)$$

$$(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})\bar{\mathbf{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} \quad (5-7)$$

$$\rho_f C_{p_f} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} T) = k_f \nabla^2 T \quad : \text{流体内} \quad (5-8)$$

$$k_s \nabla^2 T = 0 \quad : \text{固体内} \quad (5-9)$$

ここで添字 f は流体、 s は固体の値を示す。

速度場及び温度場の周期性及び式(5-2)で示す流量に関する拘束条件に留意し、以下の境界条件及び拘束条件を課す。

壁面上：

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (5-10)$$

$$T_s = T_f \quad (5-11.a)$$

$$k_s \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_f \quad (5-11.b)$$

周期境界面上：

$$\bar{\mathbf{u}} \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{x=\frac{H}{2}} \quad (5-12.a)$$

$$\bar{\mathbf{u}} \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{y=\frac{H}{2}} \quad (5-12.b)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{2}{H} u dy \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{2}{H} u dy \Big|_{x=\frac{H}{2}} = H \langle \bar{u} \rangle \cos \theta \quad (5-13.a)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{2}{H} v dx \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{2}{H} v dx \Big|_{y=\frac{H}{2}} = H \langle \bar{u} \rangle \sin \theta \quad (5-14.b)$$

$$T \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = T \Big|_{x=\frac{H}{2}} + \Delta T \sin \theta \quad (5-15.a)$$

$$T \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = T \Big|_{y=\frac{H}{2}} - \Delta T \cos \theta \quad (5-15.b)$$

代表長さに構造体要素が占有する正方形空間の一辺長 H をとり、レイノルズ数を以下に定

義する。

$$Re = \frac{\rho \langle \bar{u} \rangle H}{\mu} \quad (5-16)$$

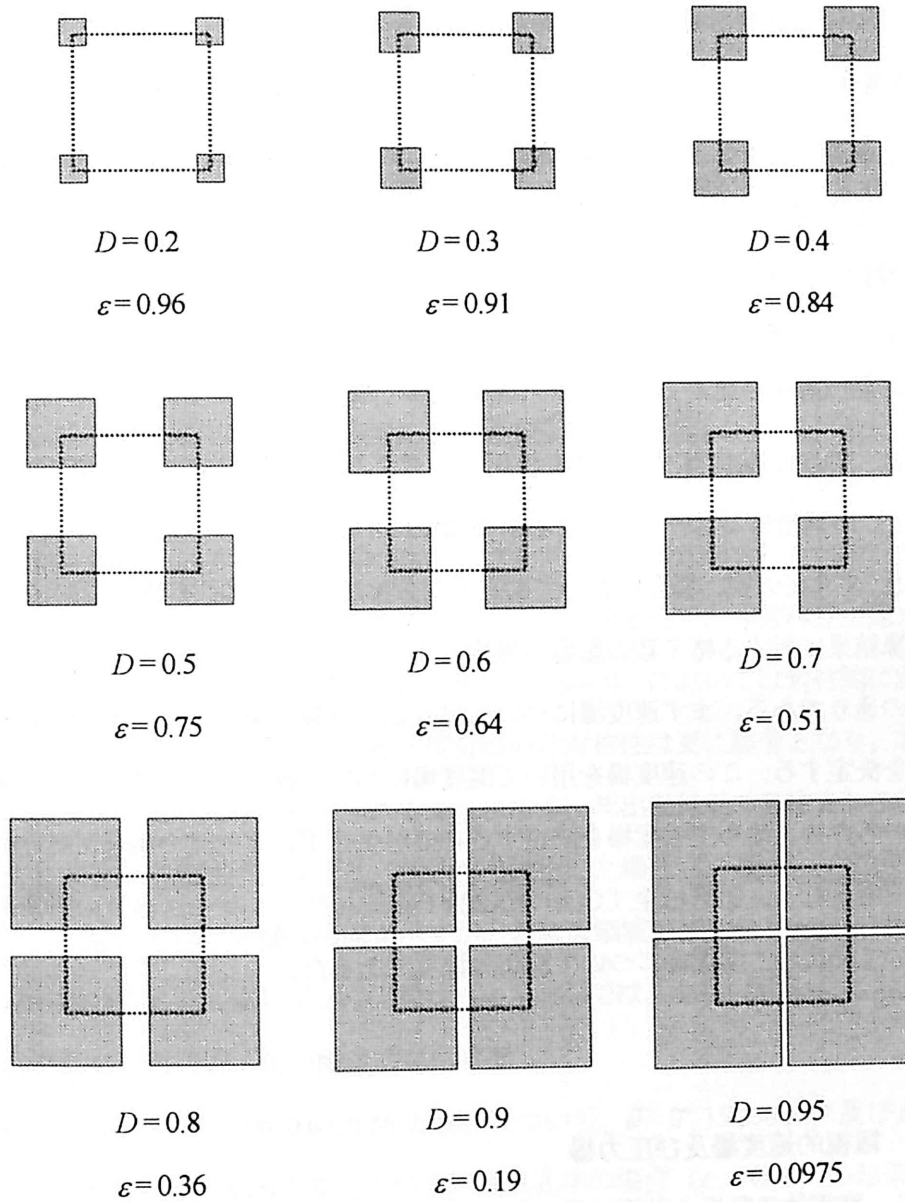


図 5-4 構造体寸法と気孔率
(正方配列された二次元角柱モデル)

本多孔質構造体モデルの気孔率 ε は H 及び D を用いて次式で与えられる。

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{D}{H}\right)^2 \quad (5-17)$$

流れ場及び温度場へのレイノルズ数の影響を検討するため、レイノルズ数を $Re = 0.01 \sim 10^3$ の範囲で変化させ計算を行う。また、気孔率 $\varepsilon = 1 - (D/H)^2$ の効果を検討するため (D/H) を変化させる。図5-4に計算に用いた各計算ユニットを構造体寸法と気孔率と共に示す。多孔質構造体を正方形角柱群で表現することで気孔率を $\varepsilon = 0.0975 \sim 0.96$ の広範囲に設定することが可能となる。本モデルを用いて、速度場及び温度場に対する気孔率の影響を詳細に検討し、各モデル定数の関数形を検討する。

また、見かけの熱伝導率の関数形を決定するため、支配的パラメータと考えられる固体・流体の熱伝導率の比 k_s/k_f を、2~100の範囲で種々変化させるものとする。数値計算においては、SIMPLE法に基づく二次元汎用プログラムSUNSETのに大幅な修正を加えたものを用いた。一構造体ユニットからなる計算領域に $45 \times 45 = 2025$ 点の格子点を配置し計算を行った。すきまの狭い場合においても十分な分解能を得るべく不等間隔格子を用いた。なお、計算結果に対する格子数の影響が無視しうることは事前に確認してある。計算の手順は以下の通りである。まず速度場について繰り返し計算を実施する。十分な収束を確認し速度場を決定する。この速度場を用いて温度場について繰り返し計算を行う。強制対流を考えているため、改めて速度場を決定する必要が生ぜず自然対流の場合に比べ計算時間の短縮が可能となる。計算は全てCONVEX220で実施した。1ケース当りの計算時間は速度場について約20分、温度場について約40分程度であった。

5-2 微視的速度場及び圧力場

図5-5に、微視的流動場の計算結果の例を示す。気孔率 $\varepsilon = 0.96, 0.64, 0.36$ の場合について、 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 及び $Re = 0.1, 10, 10^3$ と変化させたときの速度ベクトル図をそれぞれ示す。図5-5(a)に示すように、高気孔率の場合 ($\varepsilon = 0.96$)、低レイノルズ数下 ($Re = 0.1$) に

においては、多孔質構造体から十分離れた構造体ユニット中央部で（構造体角柱の影響が少なく）微視的速度場と巨視的速度場は、ほぼ同様な分布を呈する。一方、正方形角柱で構成される流路部では、巨視的流れ方向によらず流路に沿った流れとなり、流出面ではクエット流れの放物線型速度分布を示す。レイノルズ数を増しても ($Re = 10$)、速度場に大きな変化は認められない。更にレイノルズ数を増してみる ($Re = 10^3$)。 $\theta = 0^\circ$ においては慣性により流路部の放物線型速度分布がそのまま構造体ユニット中央部に進行する。一方、巨視的流れ方向が配列方向と微小なずれを生ずる場合 ($\theta = 15^\circ$) には、右上角柱に向かって衝突する流れが認められる。流出面の速度分布にも非対称性が認められるようになる。また、流出面付近の角柱表面部分では、はく離渦が生じ、小さな逆流域が存在している。巨視的流れ方向と構造体配列方向間のずれの増加に伴ない、流出面での非対称性が顕著となり、循環渦も強くなる傾向にある。

図 5-5 (b) は気孔率が $\varepsilon = 0.64$ に減少した場合である。低レイノルズ数下 ($Re = 0.1$) においては、流路内部で巨視的流れの角度によらず流路に沿った流れとなる。また、流出面ではクエット流れの放物線型速度分布を示す傾向がより明確に分かる。レイノルズ数を増した場合 ($Re = 10$)、 $\theta = 0^\circ$ においては速度場に大きな変化は認められない。しかし、巨視的流れの角度が増すにつれ流出面での右上角柱付近に速度分布の非対称性が認められるようになる。更にレイノルズ数を増す ($Re = 10^3$) と、 $\theta = 0^\circ$ においては角柱間に弱い循環渦が現れるようになる。流出面における速度分布の非対称性は更に顕著となり、右上角柱に向かって衝突する強い流れが認められるようになる。流出面付近の角柱まわりには、はく離渦が生じ大きな逆流域が出現する。気孔率を減少した場合 ($\varepsilon = 0.36$) の結果を図 5-5(c) に示す。この場合もほぼ同様な傾向を示すが、循環渦領域が拡大し右上角柱付近に強い流れの加速が認められる。高レイノルズ数場 ($Re = 10^3$) では、 $\theta = 0^\circ$ においても、下流側角柱に流れが衝突し角柱間に弱い循環渦が生ずる。

図 5-6 に、気孔率 $\varepsilon = 0.96, 0.64, 0.36$ の場合について、 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 及び $Re = 0.1, 10, 10^3$ と変化させたときの流線の変化を示す。高气孔率の場合 ($\varepsilon = 0.96$) の結果を図 5-6(a) に示す。低レイノルズ数下 ($Re = 0.1$) においては、多孔質構造体から離れた構造体ユニット中央部での微視的速度場が、巨視的速度場とほぼ一致することが流線より確認できる。(なお流線が等間隔であることは一様流を示す。) レイノルズ数を増しても ($Re = 10$)、速度場

$\varepsilon=0.96$

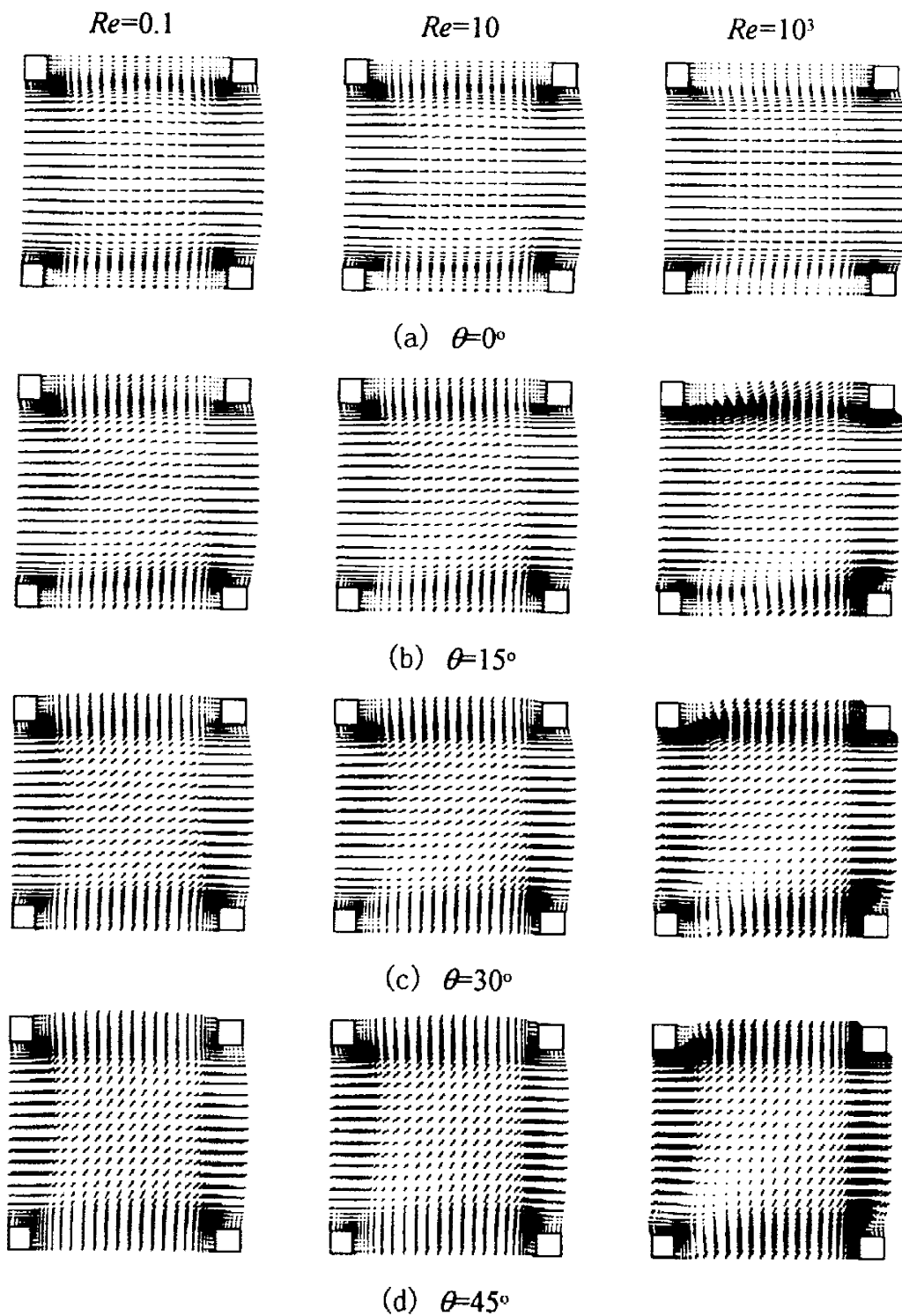


図 5-5(a) 微視的速度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響

($\varepsilon=0.96$)

$\varepsilon=0.64$

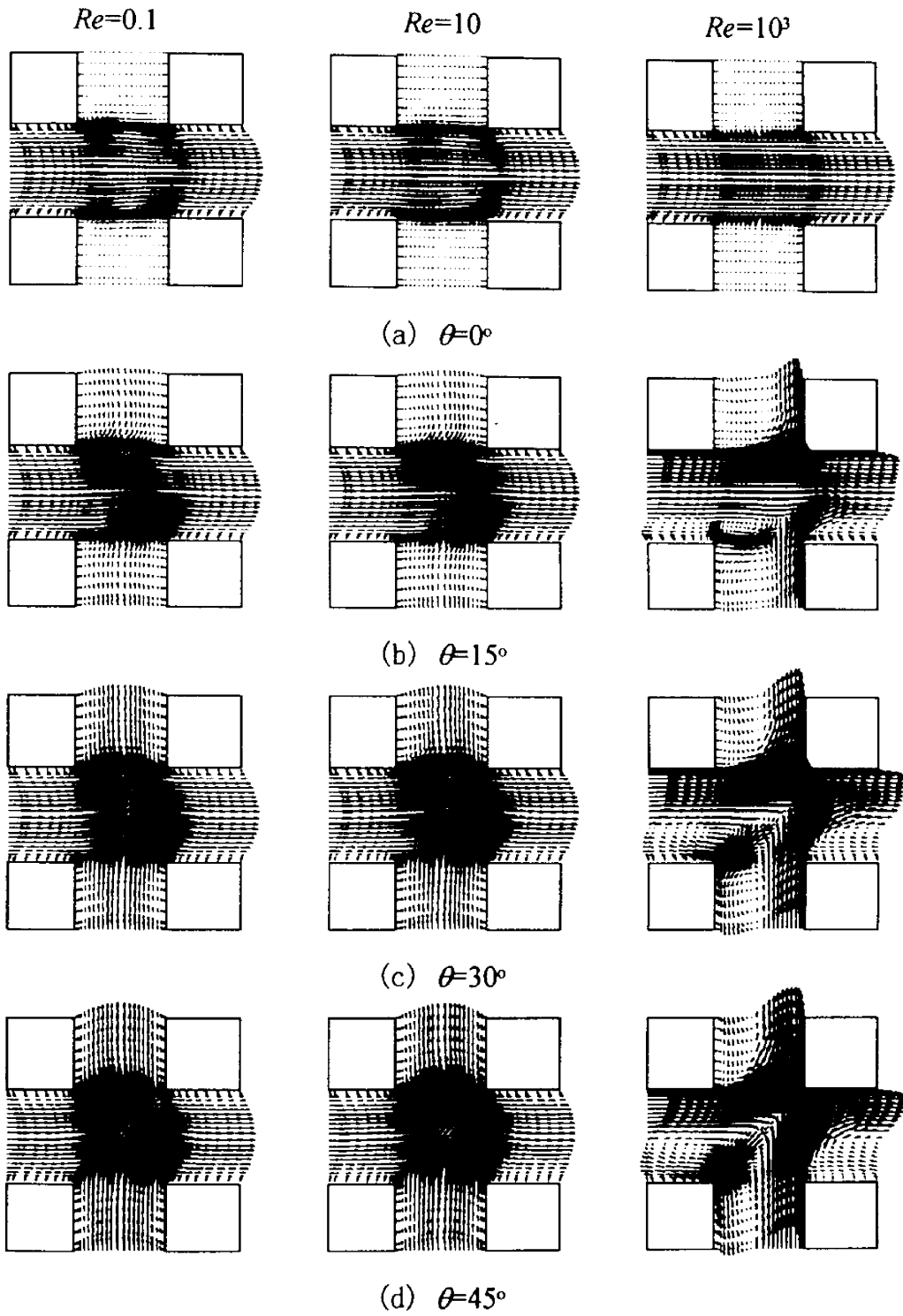


図 5-5 (b) 微視的速度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響

($\varepsilon=0.64$)

$\varepsilon=0.36$

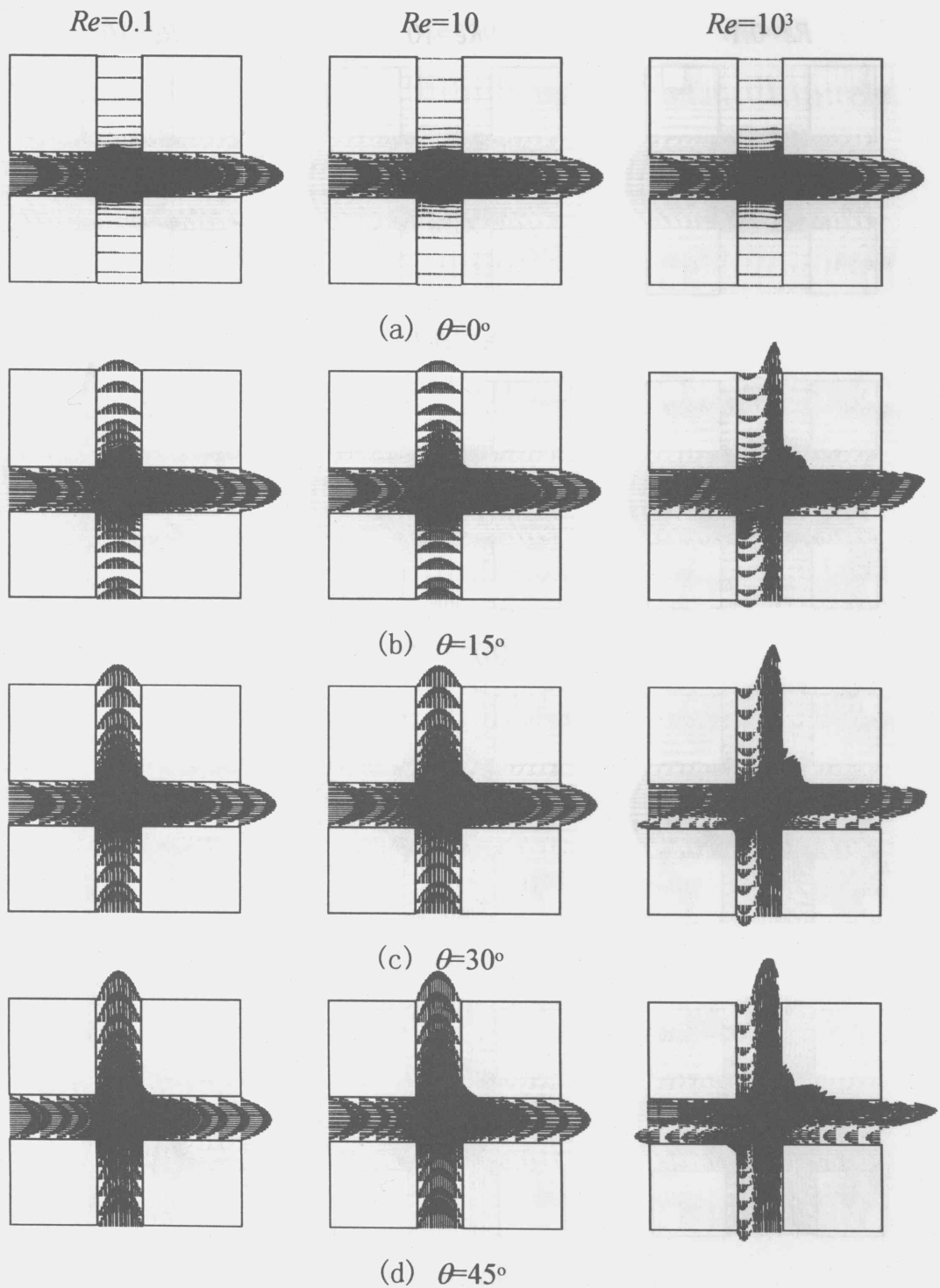


図 5-5(c) 微視的速度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.36$)

$\varepsilon=0.96$

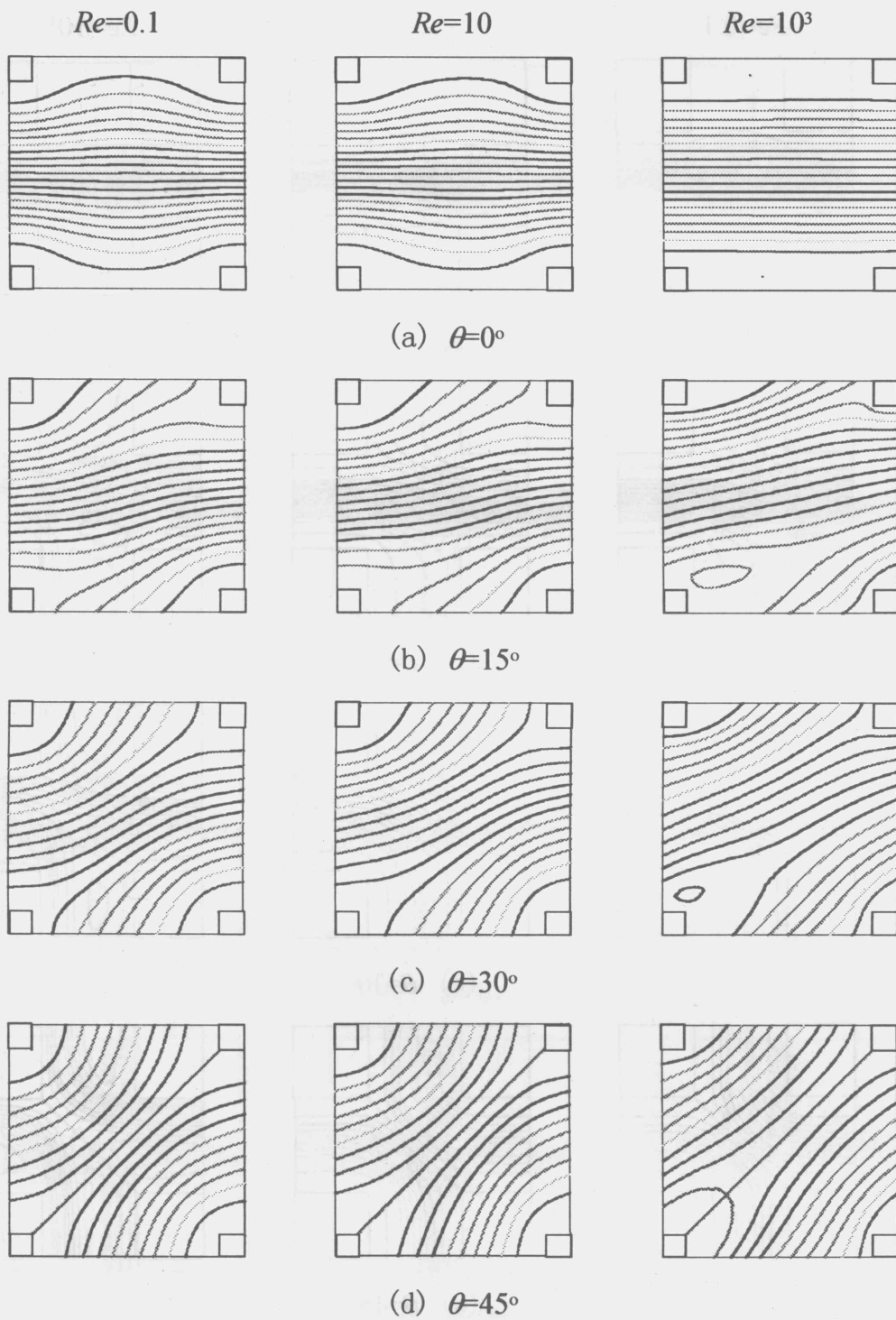


図 5-6(a) 微視的速度場の流線に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.96$)

$\varepsilon=0.64$

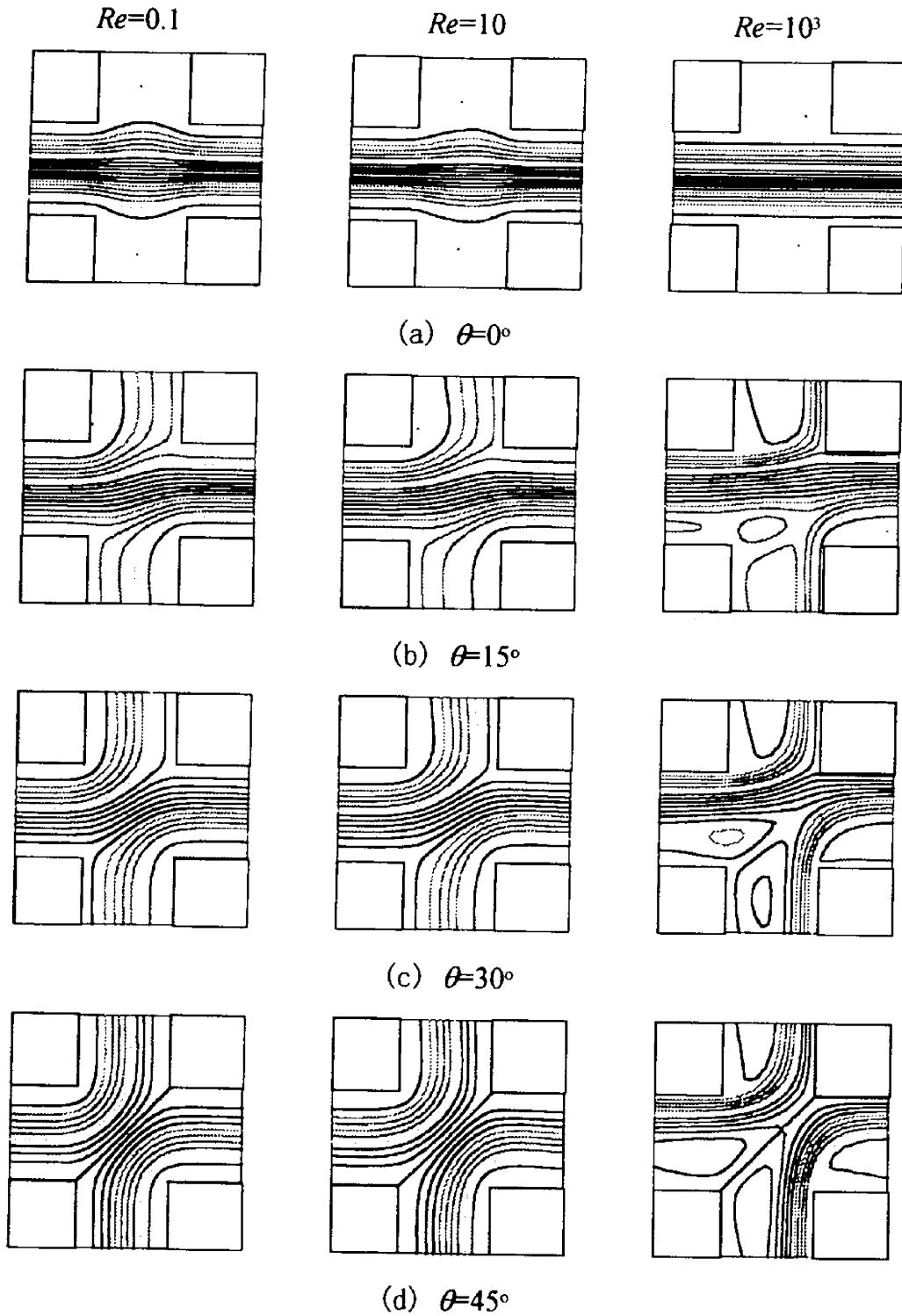


図 5-6 (b) 微視的速度場の流線に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.64$)

$\varepsilon=0.36$

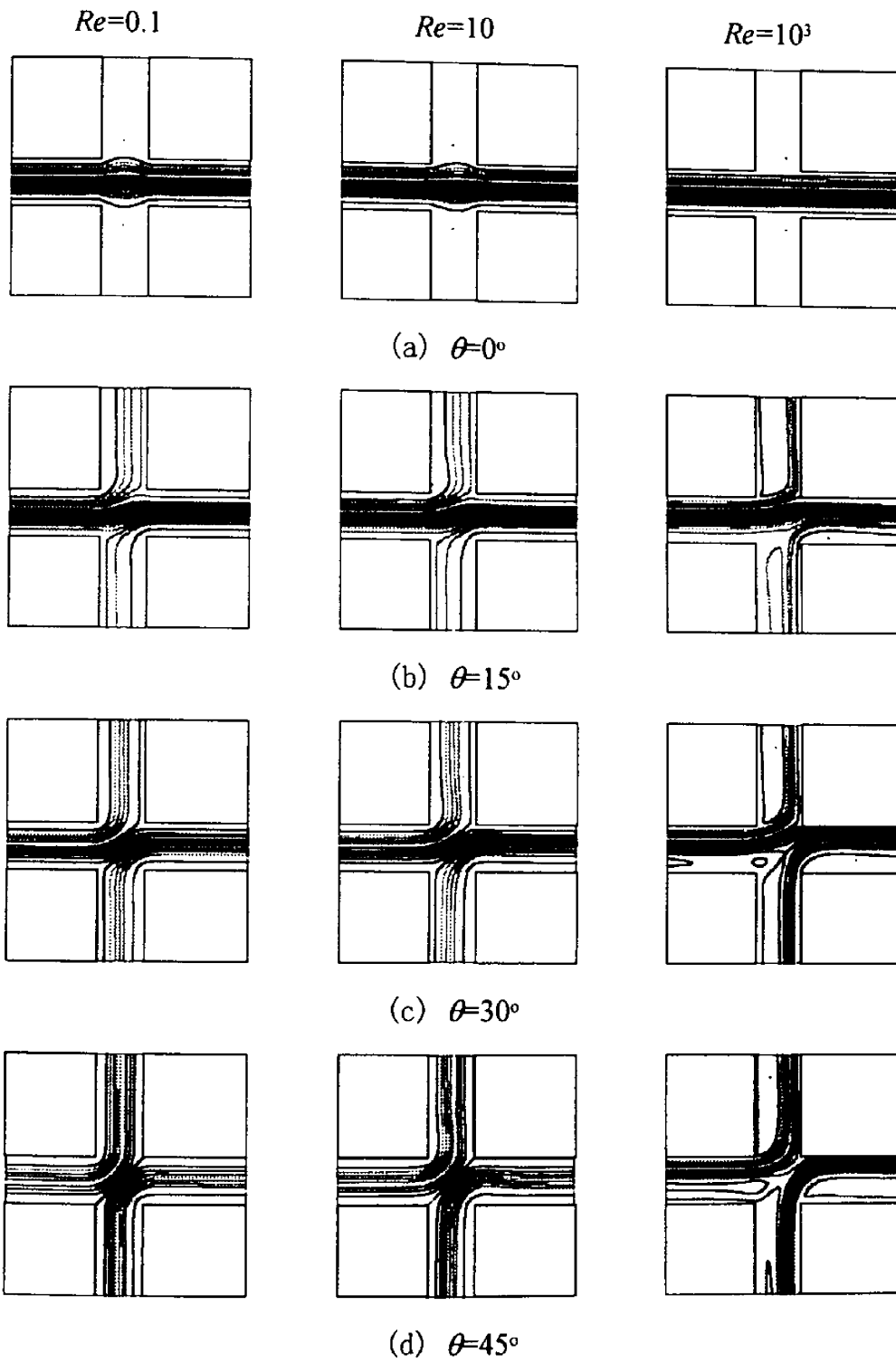


図 5-6(c) 微視的速度場の流線に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.36$)

$\varepsilon=0.96$

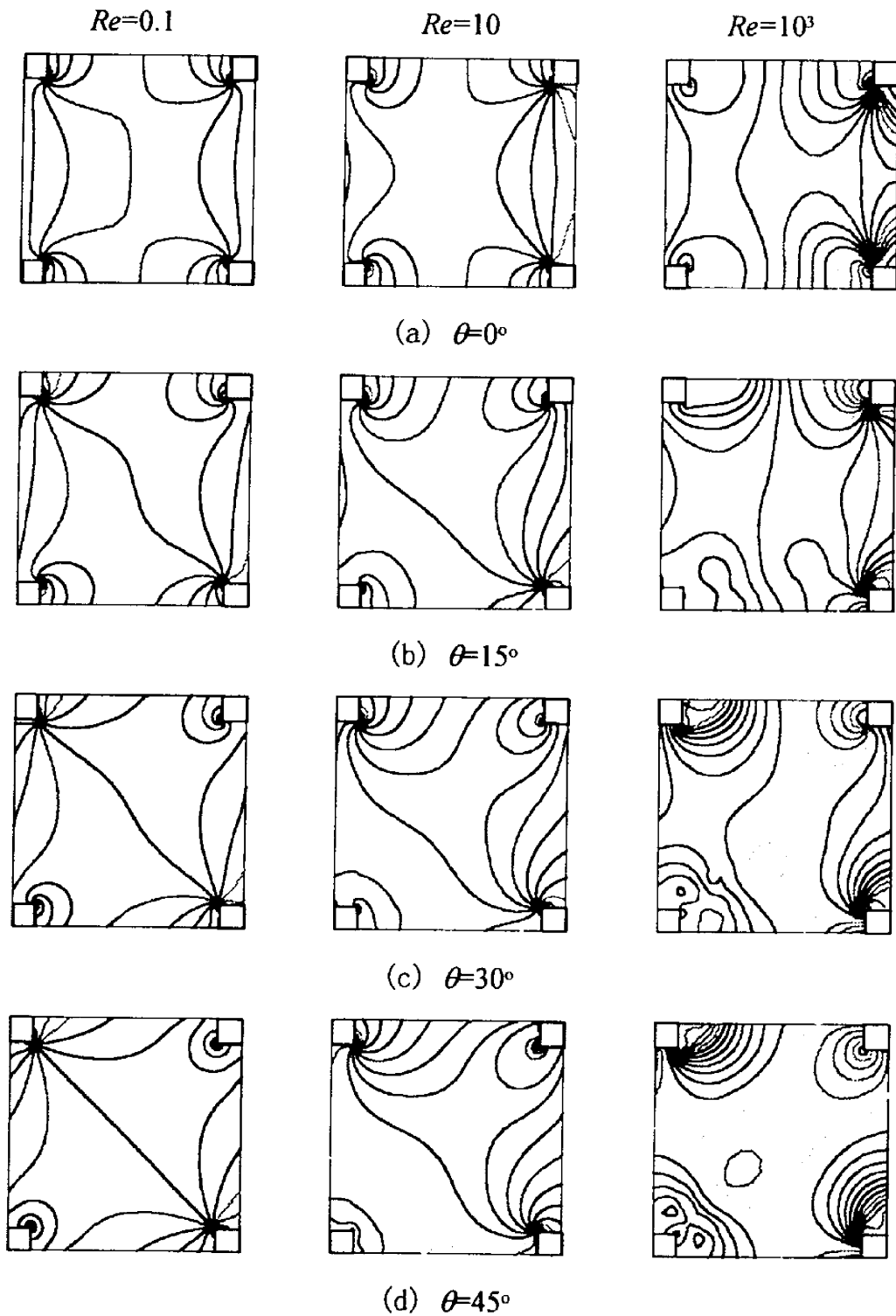


図 5-7(a) 微視的圧力場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.96$)

$\varepsilon=0.64$

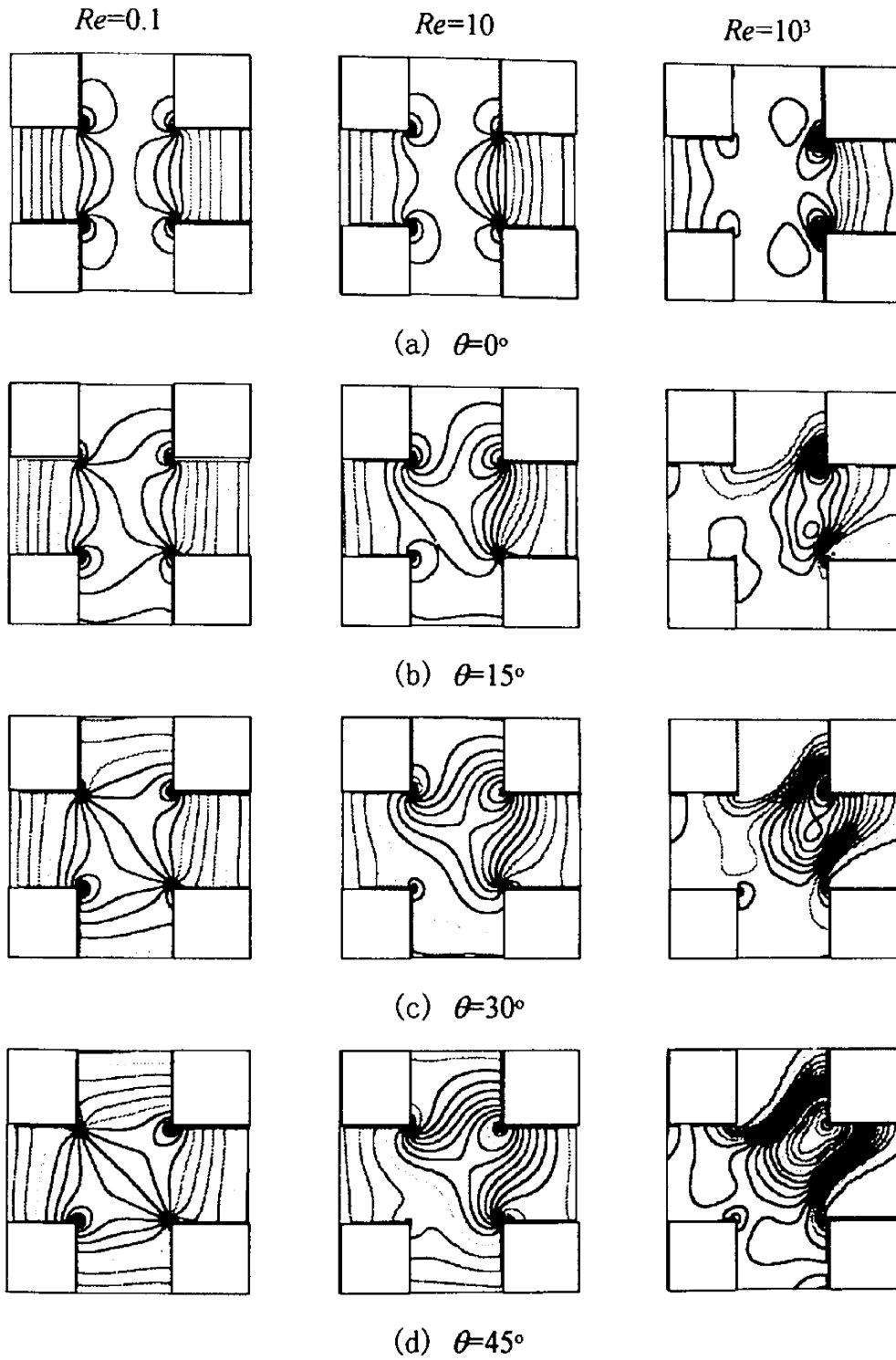


図 5-7(b) 微視的圧力場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.64$)

$\varepsilon=0.36$

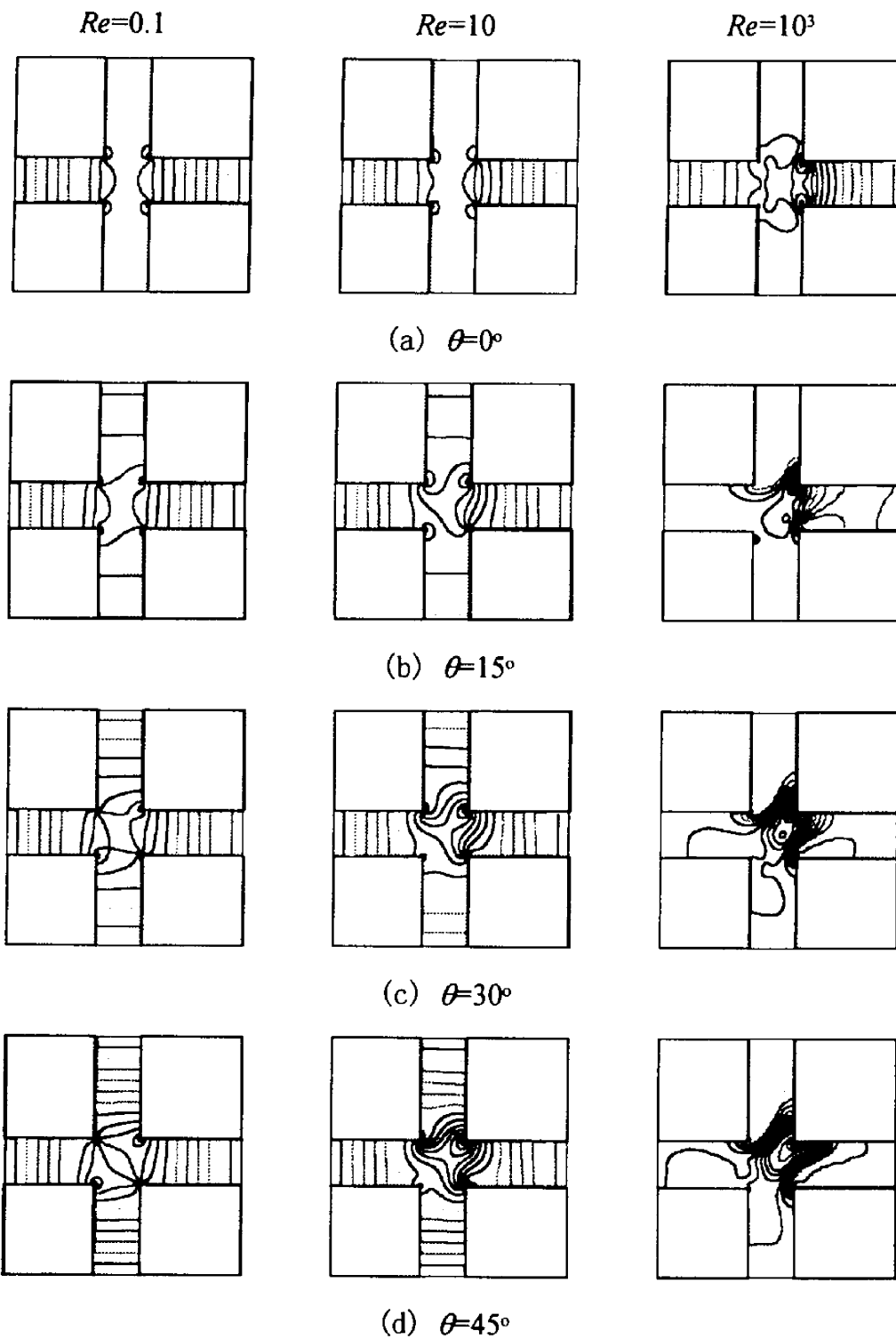


図 5-7(c) 微視的圧力場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.36$)

に大きな変化は認められないが、慣性の増加に伴い上下流間の分布に弱い非対称性が確認できる。更にレイノルズ数を増す ($Re=10^3$) と、 $\theta=0^\circ$ においては慣性が支配的となり平行平板流路の流線に近いものが得られる。巨視的流れ方向が配列方向と微小なずれを生じる場合 ($\theta=15^\circ$) には、左下角柱下流に小さな循環渦が形成される。巨視的流れ方向と構造体の配列方向間のずれが増加することで、循環渦領域が縮小しながら上流側に移動する様子が確認できる。

図 5-6(b) に気孔率を減少した場合 ($\varepsilon=0.64$) の結果を示す。低レイノルズ数下 ($Re=0.1$) においては、構造体ユニット中央部のわずかな領域に限り、一様な流動場が認められる。レイノルズ数を増す ($Re=10$) と、非対称性がはっきりと現われる。更にレイノルズ数を増す ($Re=10^3$) と、強い循環渦が形成される。気孔率を減少した場合 ($\varepsilon=0.36$) の結果を図 5-6(c) に示す。強い流れの加速が生ずるため、右上角柱表面付近で流線が密になっている。

図 5-7 に、気孔率 $\varepsilon=0.96, 0.64, 0.36$ の場合について、 $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 及び $Re=0.1, 10, 10^3$ と変化させたときの等圧力線図を示す。図 5-7(a) に示すように、高気孔率下 ($\varepsilon=0.96$) の低レイノルズ数流れ ($Re=0.1$) においては、巨視的流れ方向によらず粘性力が支配的となるため、圧力場は上下流間で対称な分布を示す。レイノルズ数を増す ($Re=10$) と、慣性力が無視し得なくなり圧力場のパターンの上下流間での対称性は崩れる。特に右上角柱の流れが衝突する位置で大きな圧力勾配が確認できる。更にレイノルズ数を増す ($Re=10^3$) と、 $\theta=0^\circ$ においても、慣性支配型の圧力分布が認められる。巨視的流れ方向が配列方向と微小にずれることによって形成される流出面での循環渦の形成が圧力場に反映している。

図 5-7(b) に気孔率を減少した場合 ($\varepsilon=0.64$) について示す。粘性力支配から慣性力支配への遷移がはっきりと確認できる。低レイノルズ数下 ($Re=0.1$) の場合、正方形角柱で構成される流路部分で、等圧線が流路に垂直にほぼ等間隔に形成される。クエット流的圧力分布が形成されており、上下流の圧力パターンに対称性が認められる。レイノルズ数を増した場合 ($Re=10$)、上下流間の圧力パターンの対称性は崩れ、右上角柱の流れが衝突する位置での圧力勾配の増加が認められる。更にレイノルズ数を増す ($Re=10^3$) と、慣性力支配の圧力場が構造体ユニット全体に形成される。図 5-7(c) に気孔率を減少させた場合 ($\varepsilon=0.36$) の結果を示す。低レイノルズ域における粘性力支配の様子がよりはっきりと確認できる。この様な低気孔率場においては、ダルシー流的流れ場を想定するケースが多いが、レイノルズ数

が高くなると慣性力が支配的となり非ダルシー効果が無視し得なくなることが分かる。

5-3 微視的圧力場の空間平均に基づく透過率の決定

微視的圧力場の数値計算結果を空間平均することにより、巨視的圧力勾配を求める。これより透過率等を理論的に決定することができる。巨視的流れ方向(X)に沿った巨視的圧力勾配を求めるに当たり座標変換を導入する。

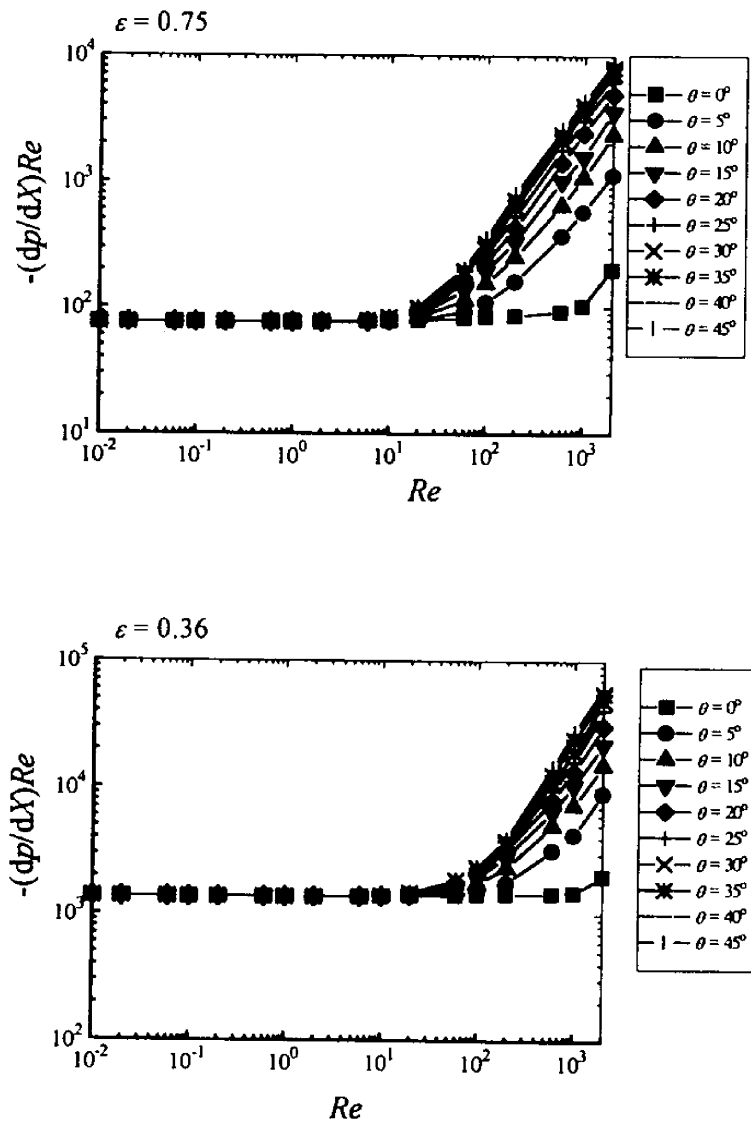


図 5-8 粘性支配から慣性支配への遷移

$$\begin{aligned}
-\frac{d\langle p \rangle^f}{dX} &= \frac{\cos\theta}{H(H-D)} \int_{-(H-D)/2}^{(H-D)/2} \left(p|_{x=-\frac{H-D}{2}} - p|_{x=\frac{H-D}{2}} \right) dy \\
&+ \frac{\sin\theta}{H(H-D)} \int_{-(H-D)/2}^{(H-D)/2} \left(p|_{y=-\frac{H-D}{2}} - p|_{y=\frac{H-D}{2}} \right) dx
\end{aligned}
\tag{5-18}$$

巨視的流れの角度 θ 及びレイノルズ数 Re を種々変え行つた一連の計算結果を式(5-18)に代入し決定した巨視的圧力勾配の例を $\varepsilon = 0.64$ 及び 0.36 の場合について図 5-8 示す。気孔率及び巨視的流れ方向に依存せず、レイノルズ数 Re が 10 以下においては、一定値を示すことが分かる。この傾向は、低レイノルズ数下にあつては巨視的流れの角度に依らずクエット流れ的速度分布を呈する事実からも解釈できる。すなわち、この領域は多孔質体粘性効果が支配的な領域、すなわち“ダルシー域”である。一方、高レイノルズ数域では慣性抵抗により流動抵抗が飛躍的に増大する。これは、微視的流動場の検討において確認した衝突あるいは加速、逆流域の存在等からも理解できる。この慣性抵抗支配領域への遷移をも考慮した Forchheimer 修正ダルシー則を無次元形で書くと次式となる。

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dX} \frac{H}{\rho\langle \bar{u} \rangle^2} Re = \frac{H^2}{K} + bH Re
\tag{5-19}$$

低レイノルズ数域において式(5-19)が一定値 H^2/K を示すことに注目し、透過率を決定することができる。第 2 章においては透過率に対する気孔率の影響を検討した。その結果を念頭に置き、横軸に $\varepsilon^3/(1-\varepsilon)$ をとり $Re = 0.01$ における計算結果を基に算出した透過率を図 5-9 に示す。いずれの気孔率においても透過率が巨視的流れ方向に依存しないことが分かる。これは本構造体モデルが、自然界の多孔質体内の低レイノルズ数下の流動を模擬する上で十分な妥当性を有することを示唆している。広範囲の気孔率において、 H^2/K と $\varepsilon^3/(1-\varepsilon)$ 間に線形性が認められる。

直線の傾きより関数形の係数部を決定する。これより、正方配列された二次元角柱モデルにおいて透過率は以下のように求まる。

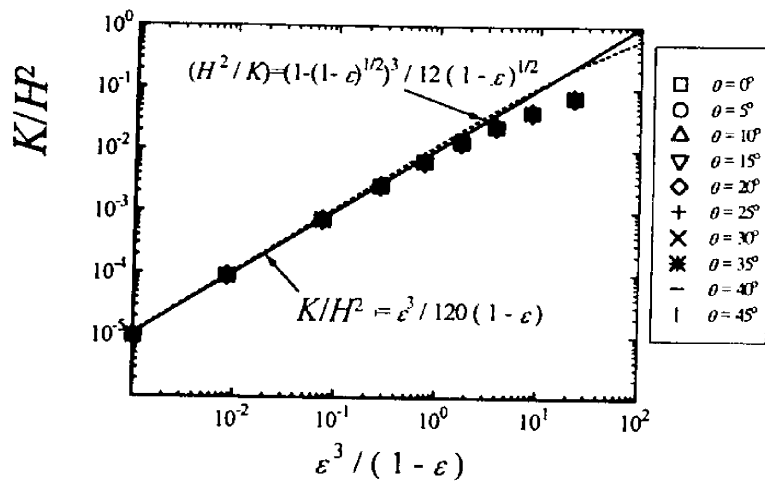


図 5-9 透過率の決定

$$K = \frac{\varepsilon^3}{120(1-\varepsilon)} H^2 = \frac{\varepsilon^3}{120(1-\varepsilon)^2} D^2 \quad (5-20)$$

このように、Ergun の球群に関する相関式(2-23)と酷似した関係が得られる（但し、Ergun の式における分母の係数は 150 である）。すなわち、気孔率が一定の下では、直径 d の球群からなる構造体の透過率が、一辺 d の角柱群のそれとほぼ同一の値となるという興味深い関係を示唆している。

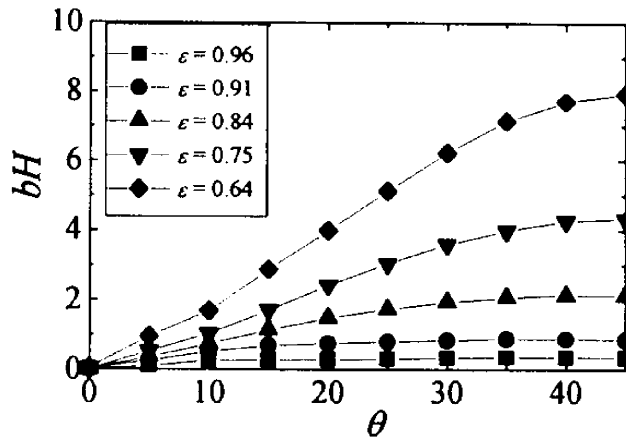
今、構造体内の二次元流路がクエット流れで満たされているものとする。流動抵抗は巨視的流れ方向に依らず一定となり以下の関数形で与えられることが分かる。

$$K = \frac{(1-(1-\varepsilon)^{1/2})^3}{12(1-\varepsilon)^{1/2}} H^2 \quad (5-21)$$

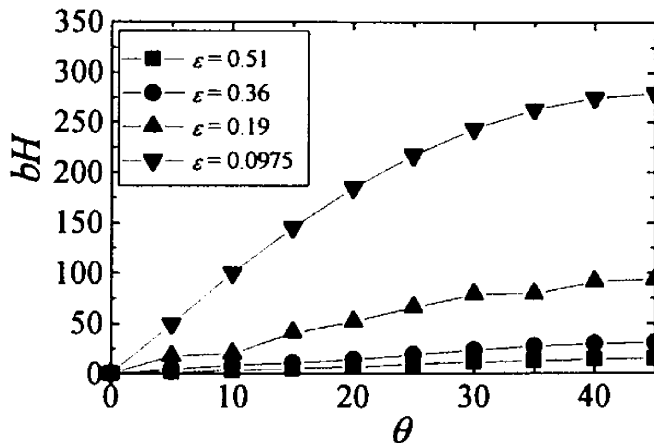
この関数形を図 5-9 に点線で示す。広い気孔率範囲で式(5-20)にほぼ一致する。高気孔率下で認められる透過率の線形関係からのずれをも表現している。

一方、速度場の観察より明らかのように、高レイノルズ数下では構造体まわりに後流及びはく離が出現する。これに伴ない巨視的圧力勾配も図 5-8 にみられるように激増する。こ

の際、巨視的流れ方向の強い依存性が認められる。配列に沿う場合($\theta=0^\circ$)には粘性支配から慣性支配への遷移は、より高レイノルズ数側で生ずる。配列方向と巨視的流れ方向がずれることで遷移が低レイノルズ数側で生ずる傾向にある。式(5-19)中右辺第二項より明らかなように無次元慣性抵抗は、レイノルズ数に比例して増加する。この慣性抵抗に関わる係数 bH と気孔率の関係を検討する。その際流れ方向の影響についても検討する。慣性抵抗に対する巨視的流れ方向の影響を高気孔率及び低気孔率の場合に分け、図5-10(a)及び(b)に示す。



(a) 高気孔率モデル ($0.64 \leq \epsilon \leq 0.96$)



(b) 低気孔率モデル ($0.0975 \leq \epsilon \leq 0.51$)

図 5-10 多孔質体慣性効果に対する巨視的流れ方向の影響

図5-10により明らかなように、無次元慣性抵抗のレベルは気孔率の減少に伴い増加する傾向にある。また、巨視的流れの角度 θ の増加と共に慣性抵抗は増加し、コーナーからコーナーへ向かう $\theta=45^\circ$ で最大値をとる。自然界の多孔質体の不規則性を考慮すべく、巨視的流れの角度を種々変え行った結果を平均する。こうして求めた慣性抵抗係数 b を図 5-11 に示す。横軸には、Ergun⁽⁸⁾が球体群について示した気孔率依存性を念頭に置き $(1-\varepsilon)^{1/2}/\varepsilon^3$ にとってある。期待した bH と $(1-\varepsilon)^{1/2}/\varepsilon^3$ 間の線形性は認められない。これは、二次元モデルにおいては、粘性抵抗（透過率）と気孔率の関係をうまく表現しうるものの、慣性抵抗（形状抵抗）をうまく表現し得ないことを示唆している。慣性抵抗を表現するためには、形状抵抗を三次元効果としてとらえるべく三次元モデルを導入する必要がある。

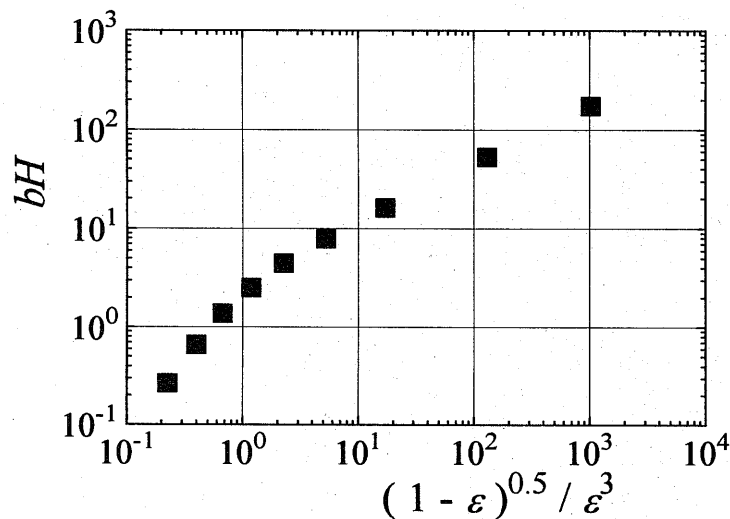


図 5-11 慣性抵抗係数に対する気孔率の影響

5-4 微視的温度場

微視的温度場の計算結果の例として、 $Pr=0.71$ の下で、 $\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 、かつ $Re=0.1, 10, 10^3$ と変化させ行った等温線の結果を気孔率 $\varepsilon=0.96, 0.64, 0.36$ について図 5-12 に示す。いずれの気孔率においても、低レイノルズ数の下($Re=0.1$)では分子拡散が支配的であり、

$\varepsilon=0.96$

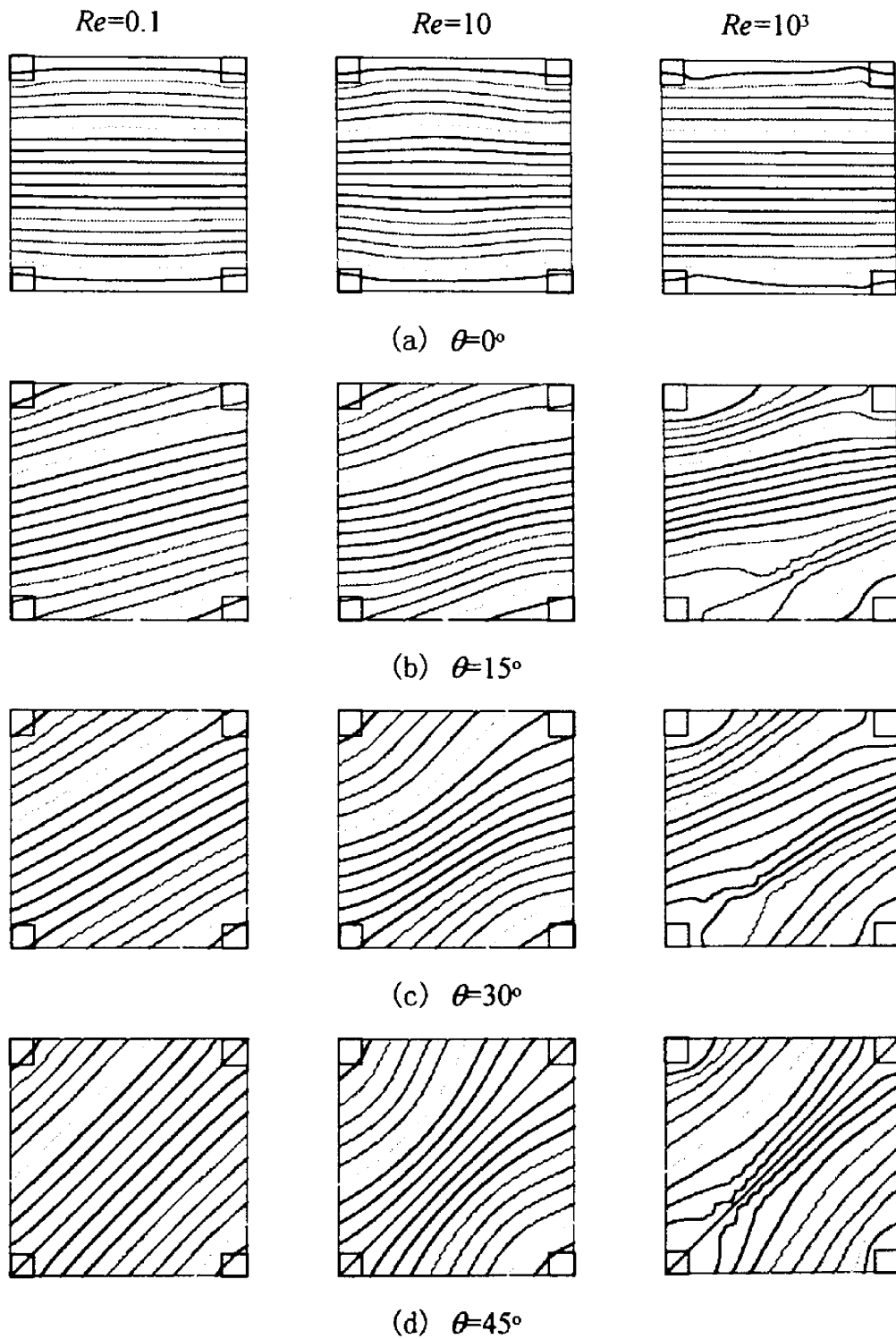


図 5-12(a) 微視的溫度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.96$)

$\varepsilon=0.64$

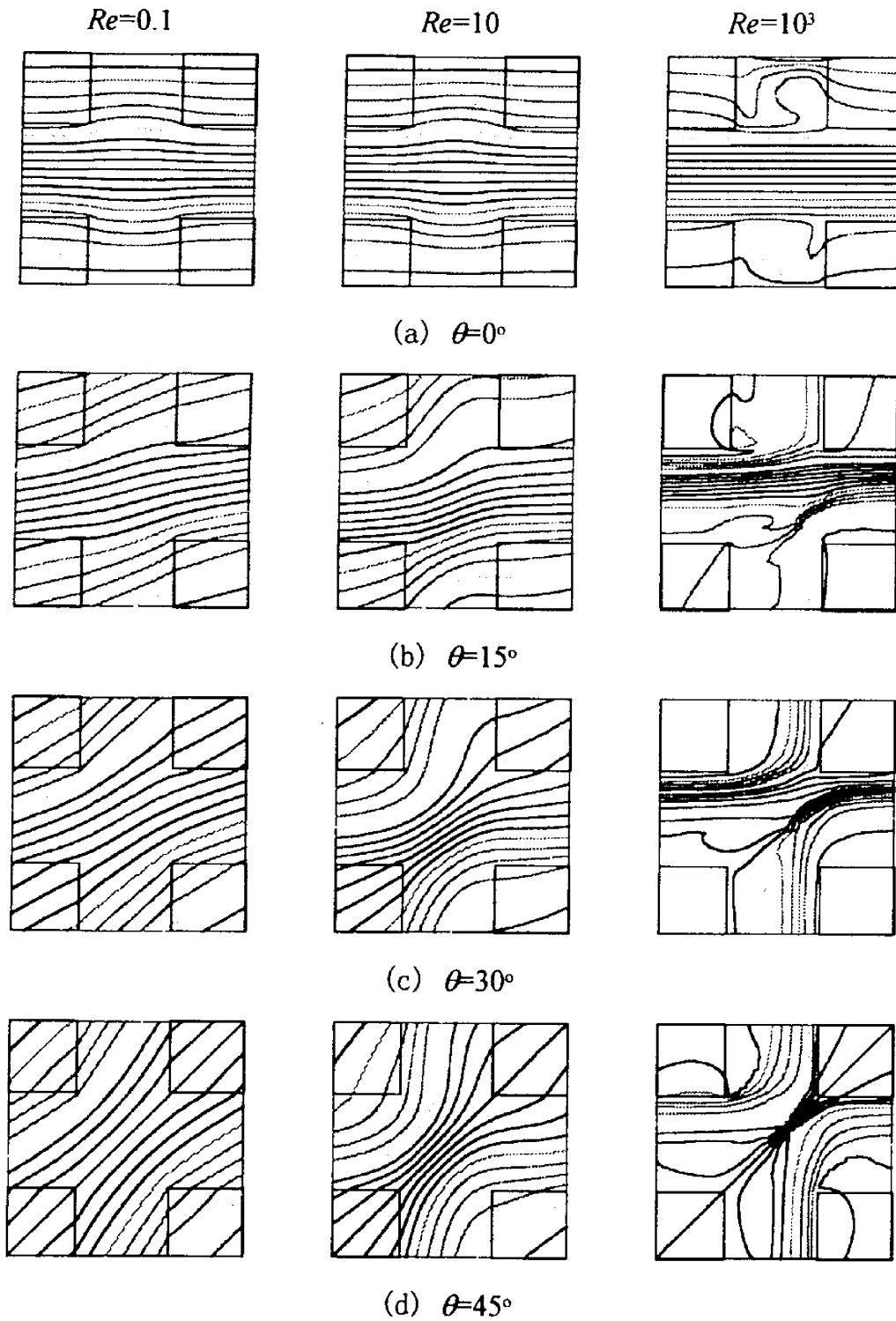


図 5-12 (b) 微視的温度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.64$)

$\varepsilon=0.36$

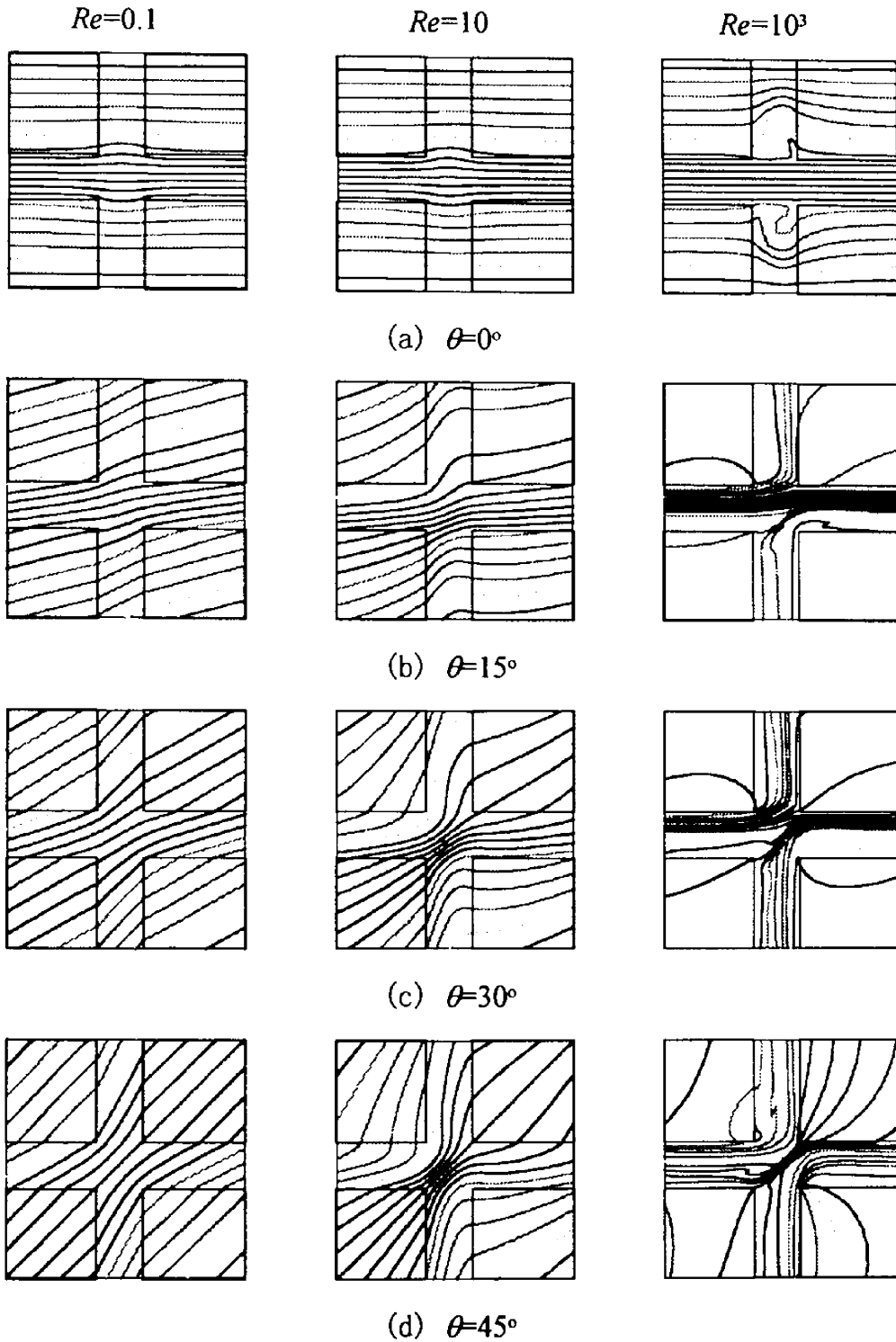


図 5-12(c) 微視的溫度場に対するレイノルズ数及び巨視的流れ方向の影響
($\varepsilon=0.36$)

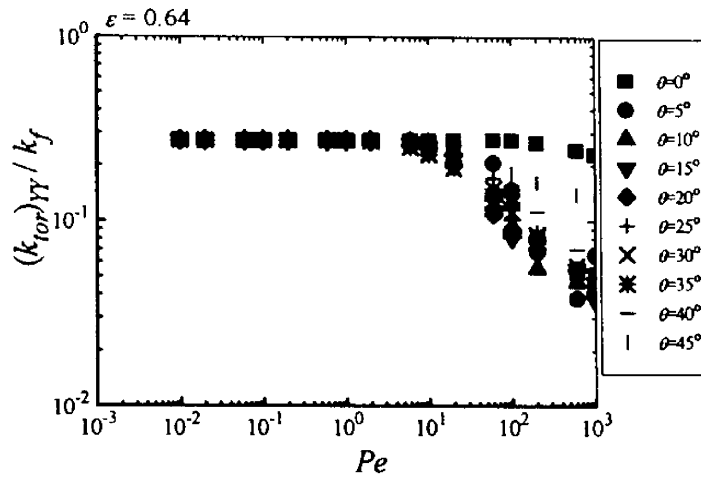
等温線には熱伝導率比 k_s/k_f に応じた湾曲が認められるものの、ユニット中央部では概ね巨視的温度場と同様な等間隔な平行線となっている。 $\theta=0^\circ$ においては $Re=10$ の下でも $Re=0.1$ とほぼ類似のパターンが得られる。巨視的流れの角度が増加すると、上流側と下流側の等温線のパターンに差異が認められる。この傾向は気孔率が小さいほど顕著である。右上角柱のよどみ領域においては温度場の均一化が認められる。レイノルズ数がある程度高くなると等温線のパターンに極だった変化が認められるようになる。右下角柱上部及び左下角柱周辺の再循環領域にはよどみ域に特有な比較的均一な温度域が広がっている。また右上角柱付近の流れが急に減速する領域においては、活発な熱伝達が行われていることが等温線より確認できる。

5-5 微視的温度場の空間平均に基づく Tortuosity 項の決定

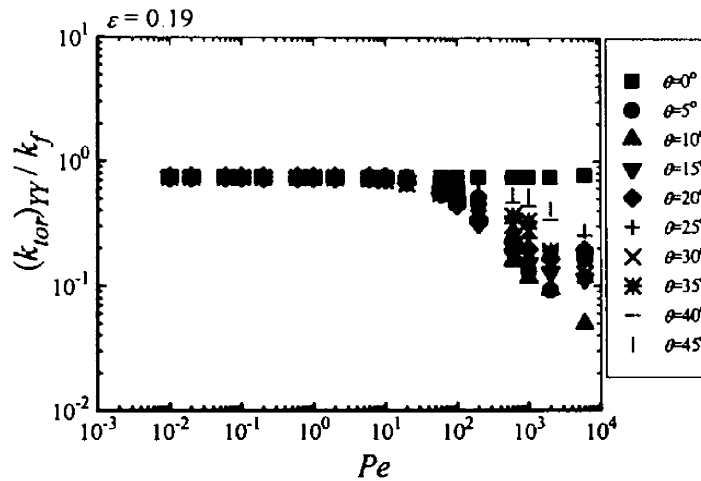
直接的数値シミュレーションより得られる微視的結果を体積平均する手続きを通じて関係式(3-22)に基づき、Tortuosityに関する見かけの熱伝導率テンソル $\overline{k_{tor}}$ を純理論的に決定する。本物理モデルにおいては、巨視的流れ方向に主軸 X をとることで、 $\overline{k_{tor}}$ の対角成分のみがノンゼロとなる。流れに垂直な方向にのみ温度勾配が存在するから、巨視的流れに沿う自然座標 (X, Y) を用いて、流れに垂直な YY 成分を、次式で決定すればよい。

$$(k_{tor})_{YY} = \frac{\left(\frac{k_s - k_f}{V} \int_{A_{int}} T d\vec{A} \right) \cdot (-\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j})}{(\Delta T/H)} \quad (5-22)$$

図 5-13 に式(5-22)に基づき算出した結果を示す。気孔率 $\varepsilon=0.64$ 及び 0.19 の場合について、Tortuosity 項に関する見かけの熱伝導率 $(k_{tor})_{YY}$ を k_f との比の形で示す。いずれの気孔率においても、 $Pe < 10$ の低ペクレ数域で、 $(k_{tor})_{YY}$ は巨視的流れの方向に依らず一定値に漸近するという興味深い傾向が認められる。 $(k_{tor})_{YY}$ はペクレ数の増加と共に減少するが、そのレベルは巨視的流れの角度 θ に依存する。但し、ペクレ数が高くなるにつれ、後述する熱分散項が卓越するため、見かけの熱伝導率の総和にはほとんど寄与しない。したがって



(a) ($\varepsilon=0.64$)



(b) ($\varepsilon=0.19$)

図 5-13 $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に対するペクレ数の影響 ($\varepsilon=0.64, 0.19$)

高ペクレ数域における $(k_{tor})_{YY}$ の挙動に関するさらなる検討はここでは行わない。

低レイノルズ数域における $(k_{tor})_{YY}$ は巨視的流れの方向に依らず一定値に漸近する。図 5-12(a) (b) 及び (c) に示す低レイノルズ数下の等温線のうち $\theta=0^\circ$ の場合に注目する。中央部の等温線に湾曲が認められるものの、概ね異質多層平板内一次元熱伝導における温度分布で近似しうること気づく。そこで異質多層平板内熱伝導における温度分布の解析解を式 (5-22) に代入し $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に関する次の近似式を得る。

$$\frac{(k_{tor})_{YY}}{k_f} = \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \frac{(1-\varepsilon)}{(1-\varepsilon)^{1/2} + \frac{k_s}{k_f} (1-(1-\varepsilon)^{1/2})} \quad (5-23)$$

横軸に $(1-\varepsilon)$ 、縦軸に低ペクレ数下($Pe < 10$)において一定となる $(k_{tor})_{YY}/k_f$ をとり図5-14示す。 $k_s/k_f = 2, 5, 10$ 及び100と変えた場合の数値計算結果を、それぞれ●、■、▲及び▼で、また、式(5-23)で与えられる近似値を実線で示す。直接的数値計算結果と式(5-23)に基づく近似値は良好な一致を示すことが分かる。式(5-23)は $(1-\varepsilon) \rightarrow 1$ で厳密となるが、 $(1-\varepsilon) \approx 0$ の高気孔率下においても概ね良好な近似を与えている。

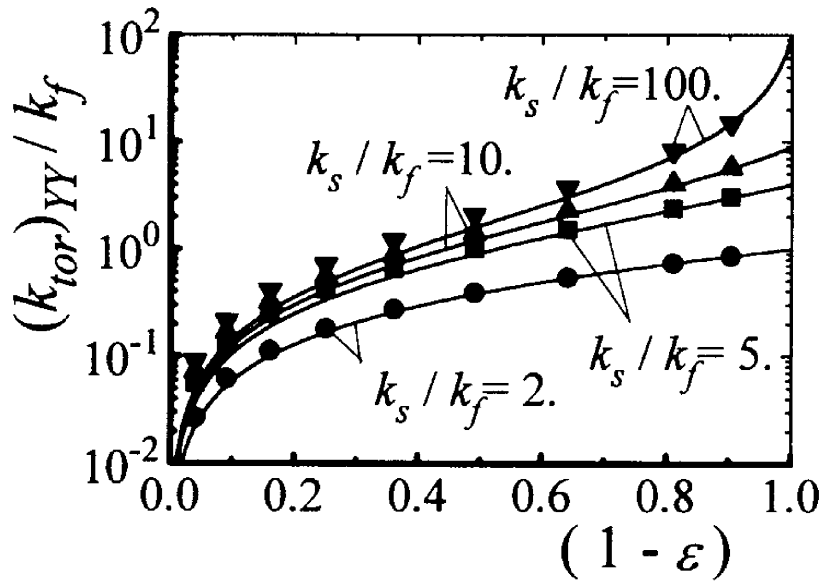


図 5-14 $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に対する気孔率の影響

5-6 微視的温度場の空間平均に基づく熱分散係数の決定

本節では、巨視量と微視量との関係式(3-24)に基づき、高レイノルズ数下で重要となる熱分散係数 \bar{k}_{dis} を純理論的に決定する。流れ方向に主軸をとる際、 \bar{k}_{dis} の対角成分のみがノンゼロとなる。流れに垂直な方向にのみ温度勾配が存在することから、巨視的流れに沿う自然座標 (X, Y) を用いて、流れに垂直な YY 成分を次式で決定すればよい。

$$(k_{dis})_{YY} = \frac{-\rho_f C_{pf} H^2}{(\Delta T/H)} \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-H/2}^{H/2} (T - \langle T \rangle) (\bar{u} - \langle \bar{u} \rangle) dx dy \cdot (-\sin\theta \bar{i} + \cos\theta \bar{j}) \quad (5-24)$$

$\theta = 15^\circ \sim 45^\circ$ と巨視的流れの角度を種々変化させ行つた一連の数値計算結果を式(5-24)に代入する。こうして求めた熱分散に関する見かけの熱伝導率を $\varepsilon = 0.64$ の場合について図 5-15 に示す。巨視的流れの方向の依存性が若干認められるが、実際の多孔質体を模擬するに当たっては角度 θ に関するアンサンブル平均値を採用すれば良い。低ペクレ数域から高ペクレ数域に進むにつれ、 Pe の依存性にはっきりとした変化が認められる。また、固体と流体の熱伝導率比が変化した場合も温度場の遷移には大きな変化は見られない。図中の実線はそれぞれの領域 ($Pe \leq 10$) 及び ($Pe \geq 10$) のデータを最小二乗近似したものである。低ペクレ数域 ($Pe \leq 10$) で Pe の 1.7 乗、高ペクレ数域 ($Pe \geq 10$) で Pe の 1 乗に比例して $(k_{dis})_{YY}$ が増加することが分かる。

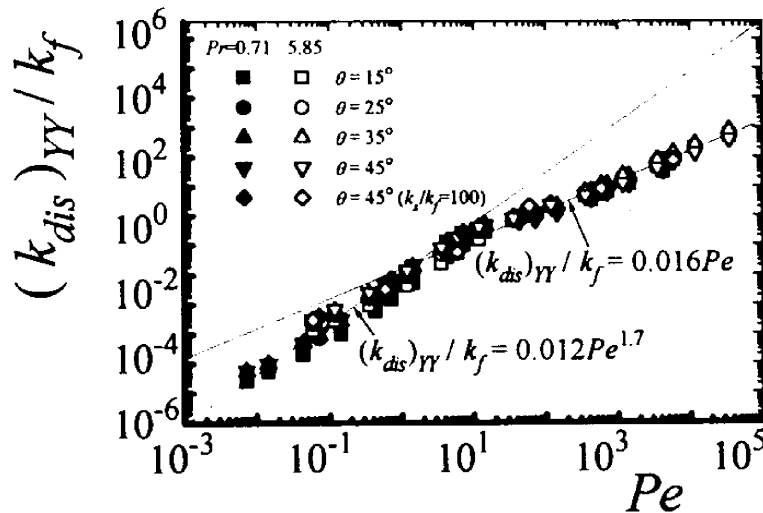


図 5-15 熱分散熱伝導率に対するペクレ数の影響 ($\varepsilon = 0.64$)

$(k_{dis})_{YY}$ への気孔率の影響を調べるべく、同様の計算を気孔率を種々変化させ実施した。その結果を横軸に $(1 - \varepsilon)$ をとり図 5-16 に示す。以上の考察より、低ペクレ数域及び高ペクレ数域に対し以下の相関式が得られる (注 $Pe_D = Pe(1 - \varepsilon)^{1/2}$)。

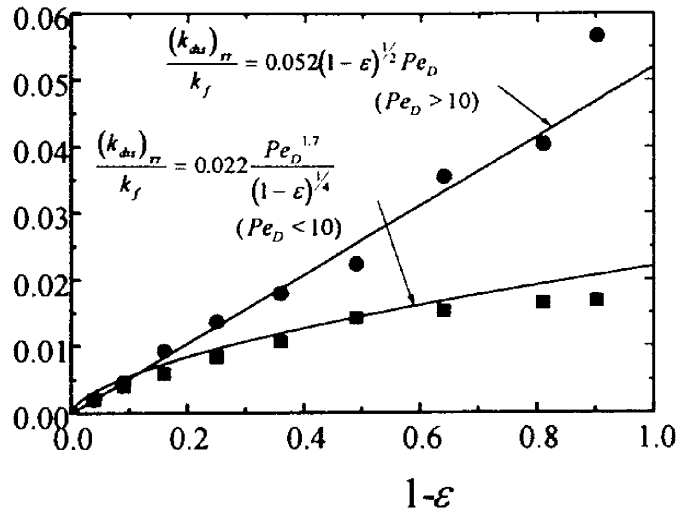


図 5-16 熱分散熱伝導率の関数形

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for } (Pe_D < 10) \quad (5-25a)$$

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10) \quad (5-25b)$$

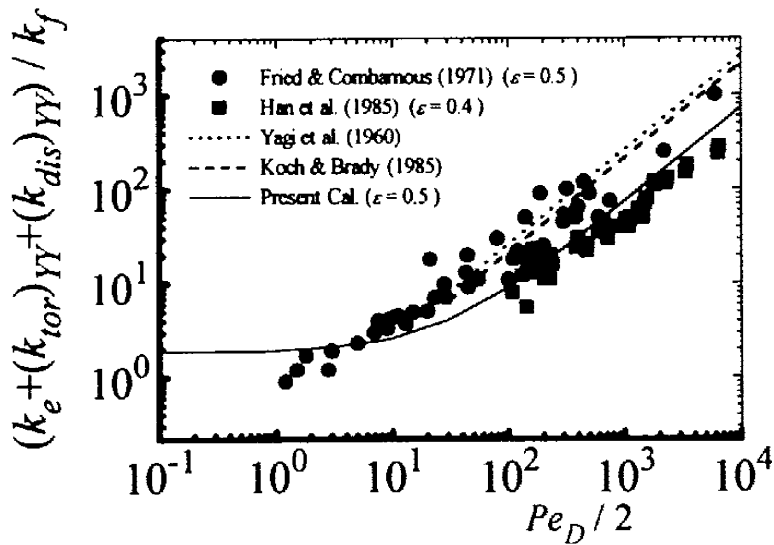


図 5-17 高ペクレ数の相関式と実験データ

細管内熱分散に関する Taylor-Aris⁽⁹⁾ の解析解によれば、低ペクレ数域で $(k_{dis})_{yy}$ は Pe の 2 乗に比例するが、多孔質構造体モデルに基づく本解析結果はこれより小さい依存性を示している。図 5-17 は高ペクレ数の相関式(5-25b)を実験データ⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾と共に示したものである。両実験結果の相違は気孔率の違いに起因するものと思われる。多少低めではあるが、本相関式は実験結果と良好な一致を示している。これより、本構造体モデルが多孔質体内の熱移動を把握する上で極めて有効であることが分かる。なお、図中には、参考のために Koch-Brady⁽¹²⁾ によるストークス近似に基づく解も添えてある。但し、彼らの解析においては、慣性項が無視されており、 Pe の増加は (Re の増加ではなく) Pr の増加を意味する。したがって、彼らの解と熱分散効果との直接的比較はできない点に留意する必要がある。

5-7 結言

多孔質構造体モデルとして二次元角柱群で構成される無限集合体を提案した。流れ方向に垂直に巨視的温度勾配が印加された巨視的一様流を考え、構造体内の微視的速度場及び温度場の直接的数値シミュレーションを実施した。微視的計算結果を空間平均する手続きを経て、多孔質体内熱流動における透過率及び見かけの熱伝導率等を純理論的に算出した。本章での検討により得た主な結果を以下に要約する。

1. 多孔質体内中の一様な巨視的流れに垂直に巨視的温度勾配が印加された巨視的流動場を考える。角柱群からなる構造体モデルの一ユニットに注目し得た微視的数値シミュレーションの結果を空間平均する手続きにより多孔質体内熱流動の透過率及び見かけの熱伝導率等を求めることができる。
2. 低レイノルズ数下で得られる巨視的圧力勾配は、巨視的流れの方向に依らず一定値を示し、その逆数は透過率に対応する。高レイノルズ数下においては、Forchheimer 流域へと遷移し巨視的圧力勾配は流速の 2 乗に比例し変化する。その際、圧力勾配のレベルは巨視的流れ方向に依存する。
3. Tortuosity 項に関する見かけの熱伝導率は低ペクレ数下で巨視的流れの方向に依らず一定値を示す。異質多層板内の一次元熱伝導の解を代入し得られる近似式は数値解析結果と良好な一致を示す。

4. 二次元角柱群モデルにおいて、熱分散項に関する見かけの熱伝導率は低ペクレ数域でペクレ数の1.7乗に比例し、高ペクレ数域で1乗に比例する。高ペクレ数域の計算結果を相関し求めた数値実験式は実験結果と良好な一致を示す。

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for } (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10)$$

参考文献

- (1) Nield, D. A. and Bejan, A., Convection in porous media, Springer Verlag, New York. (1992).
- (2) Blake, F. E, Trans. Am. Inst. Chem. Engrs, 14, (1922), 415-.
- (3) Carman, P. C., Inst. Chem. Engrs. (London), Vol. 15, (1937), 150-166.
- (4) Nakayama A., Kuwahara, F., Kawamura, Y. and Koyama, H., Three-dimensional numerical simulation of flow through a microscopic porous structure, Proc. ASME/JSME Thermal Engineering Conf., vol. 3, (1995), pp. 313-318.
- (5) Coulaud, O., Morel, P. and Caltagirone, J. P., Numerical modeling of nonlinear effects in laminar flow through a porous medium, J. Fluid Mech., vol. 190, (1988), pp. 393-407.
- (6) Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., Numerical modelling of heat and fluid flow in a porous medium, Proc. the 10th Int. Heat Transfer Conf., vol. 5, (1994), pp. 309-314.
- (7) 香月、中山、(1991)、熱流動の数値シミュレーション、森北出版株式会社
- (8) Ergun, S., "Fluid flow through packed column," Chem. Eng. Prog., 48, (1952), 89-94.
- (9) Aris, R., "On the dispersion of solute in a fluid flowing through a tube," Proc. Roy. Soc. (London), A235, (1956), 67-77.
- (10) Han, N.-W., Bhakta, J. and Carbonell, R. G., Longitudinal and lateral dispersion in packed beds: Effect of column length and particle size distribution, AIChE J., vol. 31, (1985), pp. 277-288.

- (1 1) Fried, J. J. and Combarous, M. A., Dispersion in porous media, *Advances in Hydro. Science*, vol. 7, (1971), pp. 169-282.
- (1 2) Koch, D. L. and Brady, J. F., Dispersion in fixed beds, *J. Fluid Mech.*, vol. 154, (1985), pp. 399-427.
- (1 3) Yagi, S., Kunii, D. and Wakao, N., Studies on axial effective thermal conductivities in packed beds, *AIChE J.*, vol. 6, (1960), pp. 543-546.
- (1 4) 桑原、中山、児山、多孔質体内熱流動における熱分散に関する研究 (二次元構造体モデルによる熱分散の数値予測)、*日本機械学会論文集*、62-600, B編、(1996), pp. 3118-3124
- (1 5) F. Kuwahara, A. Nakayama, H. Koyama, "A numerical study of thermal dispersion in porous media," *Trans. ASME, Jurnal of Heat transfer*, 118, (1996), pp. 756-761
- (1 6) A. Nakayama, F. Kuwahara, M. Inoue, H. Motoyama, H. Koyama, "Numerical modeling of fluid flow in porous media," *JSSUME'95*, (1995), pp. 120-127
- (1 7) F. Kuwahara, A. Nakayama, H. Koyama, "Numerical modelling of heat and fluid flow in a porous medium," *Proc. The 10th Int. Heat Transfer Conf.*, vol. 5, (1994), pp. 309-314

第6章 三次元構造体モデルに基づく多孔質体内熱流動の微視的
数値シミュレーション

前章においては、無限角柱群からなる二次元構造体モデルを提案し、空間平均化処理を施すことで透過率及び見かけの熱伝導率を純理論的に決定した。しかし、現実の多孔質構造体内の熱流動は複雑な三次元性を示す。そこで本章では、二次元構造体モデルの計算手法を三次元に拡張することにより、三次元性の効果を検討する。

6-1 物理モデル及び微視的計算領域

規則的に配列した無限個の立方体群から構成される多孔質構造体を通過する巨視的に一様な流れを考える。巨視的流れ方向に対して垂直でかつx-y平面内に巨視的温度勾配が印加されているものとする。二次元で検討した巨視的流れ方向に関する拘束条件を三次元場に拡張する。すなわち、巨視的速度及び温度場を次式で与える。

$$\langle \bar{u} \rangle = \langle \bar{u} \rangle (\cos\theta \cos\varphi \bar{i} + \sin\theta \cos\varphi \bar{j} + \sin\varphi \bar{k}) \quad (6-1)$$

$$\nabla \langle T \rangle = \frac{\Delta T}{H} (-\sin\theta \bar{i} + \cos\theta \bar{j}) \quad (6-2)$$

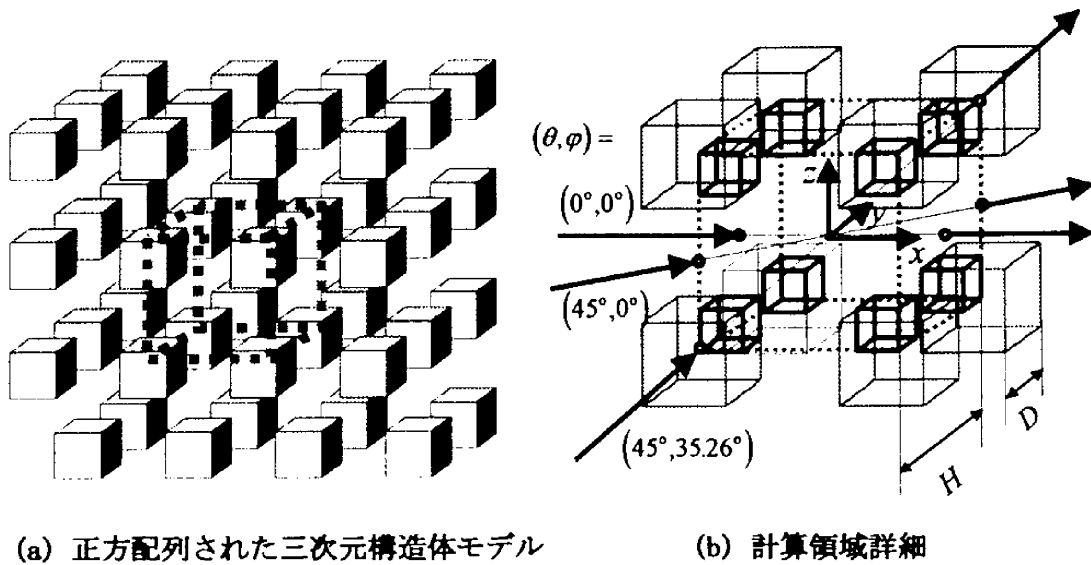


図 6-1 物理モデルと数値計算領域

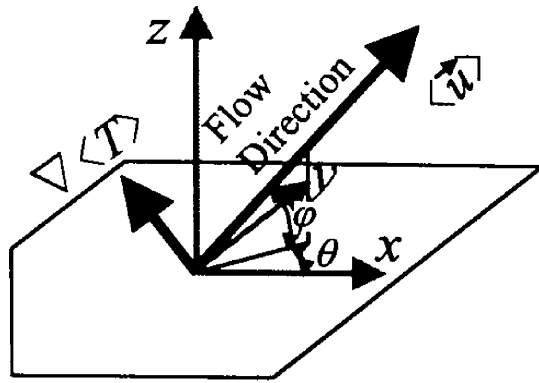


図 6-2 巨視的流れ方向及び巨視的溫度勾配

ここで、 θ 及び φ は三次元空間において巨視的流れ方向を示す角度である。図 6-1(b)に示す代表的三種の巨視的流れ方向は、それぞれ、構造体ユニットである立方体の面から面 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ 、辺から辺 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ))$ 及び頂点から頂点 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ の方向に対応する。ここで、 $\langle \rangle$ は以下に定義する空間平均値を示す。

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \phi dV$$

V は空間平均を施す検査体積であり、巨視的代表寸法に比べ十分小さいとする。ここでは周期性に留意し、 $V = H^3$ とすれば良い。今、図 6-1(b) に示す一構造体ユニットに注目し、微視的速度及び温度場を求めるべく、以下の基礎方程式群を考える。

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \tag{6-3}$$

$$(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}) \bar{\mathbf{u}} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} \tag{6-4}$$

$$\rho_f C_{p_f} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} T) = k_f \nabla^2 T \quad : \text{流体内} \tag{6-5}$$

$$k_s \nabla^2 T = 0 \quad : \text{固体内} \tag{6-6}$$

ここで添字 f は流体、 s は固体の値を示す。速度場及び温度場の周期性に注目し、以下の境界条件及び拘束条件を考える。

壁面上：

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (6-7)$$

$$T_s = T_f \quad (6-8.a)$$

$$k_s \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_f \quad (6-8.b)$$

周期境界面上：

$$\bar{\mathbf{u}} \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{x=\frac{H}{2}} \quad (6-9.a)$$

$$\bar{\mathbf{u}} \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{y=\frac{H}{2}} \quad (6-9.b)$$

$$\bar{\mathbf{u}} \Big|_{z=-\frac{H}{2}} = \bar{\mathbf{u}} \Big|_{z=\frac{H}{2}} \quad (6-9.c)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{u} dy dz \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{u} dy dz \Big|_{x=\frac{H}{2}} = H^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle \cos \theta \cos \varphi \quad (6-10.a)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{v} dz dx \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{v} dz dx \Big|_{y=\frac{H}{2}} = H^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle \sin \theta \cos \varphi \quad (6-10.b)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{w} dx dy \Big|_{z=-\frac{H}{2}} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \mathbf{w} dx dy \Big|_{z=\frac{H}{2}} = H^2 \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle \sin \varphi \quad (6-10.c)$$

$$T \Big|_{x=-\frac{H}{2}} = T \Big|_{x=\frac{H}{2}} + \Delta T \sin \theta \quad (6-11.a)$$

$$T \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = T \Big|_{y=\frac{H}{2}} - \Delta T \cos \theta \quad (6-11.b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-\frac{H}{2}} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\frac{H}{2}} \quad (6-11.c)$$

二次元モデルの場合と同様に、代表長さに構造体1つ分が占有する立方体空間の一辺長 H をとり、レイノルズ数を以下で定義する。

$$Re = \frac{\rho \langle \bar{u} \rangle H}{\mu} \quad (6-12)$$

また、三次元モデルの気孔率 ε は H 及び D を用いて次式で与えられる。

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{D}{H} \right)^3 \quad (6-13)$$

流れ場及び温度場へのレイノルズ数及びプラントル数の影響を検討するため、レイノルズ数を $Re = 0.01 \sim 10^3$ 及びプラントル数を $Pr = 0.71 \sim 10$ の範囲で変化させ計算を行う。また、気孔率 $\varepsilon = 1 - (D/H)^3$ の効果を検討するため (D/H) を変化させ、 $\varepsilon = 0.27 \sim 0.78$ の範囲で計算を行う。計算で用いた構造体寸法を気孔率とともに図6-3に示す。構造体形状を立方体に設定することで原理的には気孔率を0～1まで任意に設定することが可能である。広範

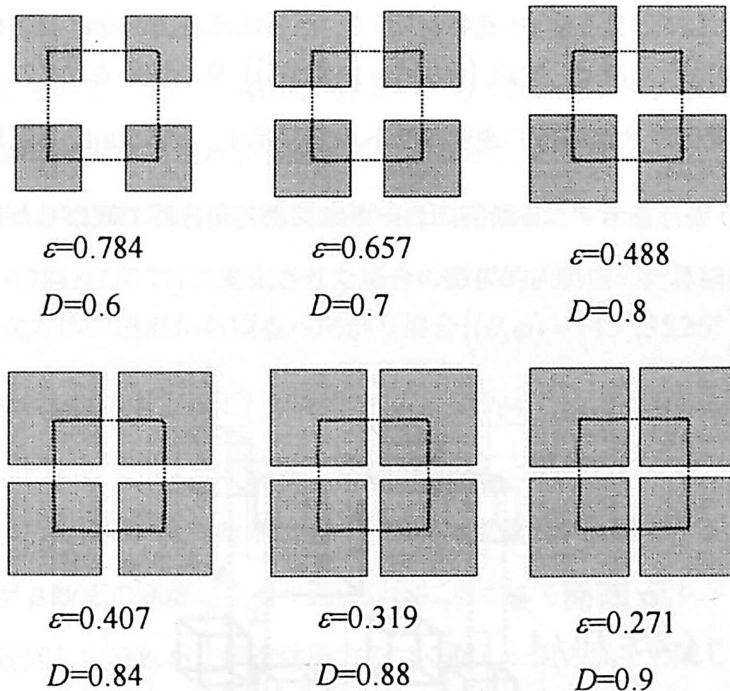


図 6-3 構造体寸法と気孔率
(正方配列された三次元立方体モデル)

囲の気孔率を設定する際、二次元モデルに比して、 D は比較的大きな狭い範囲のみで設定されることとなる。なお、固体・流体の熱伝導率の比 k_s/k_f は、2~100とする。数値計算においては、SIMPLE法に基づく二次元汎用プログラムSUNSET⁽¹⁾を三次元へ拡張したものをを用いた。一構造体ユニットからなる計算領域に約 $40 \times 40 \times 40 = 64,000$ 点の格子点を配置し計算を行った。なお格子数の影響が無視しうることは予備計算を通して確認してある。計算は全てHP-UX A 9000/7000で実施した。1ケース当りの計算時間は速度場の決定に約24時間、温度場の決定に約12時間を要した。

6-2 微視的速度場と巨視的圧力勾配

微視的計算結果を観察するため代表的断面として図6-4に示す2断面を設定した。ここで、断面 α は多孔質構造体断面を含む断面とし、断面 β はユニット中央の多孔質構造体断面を含まない断面とする。なお断面 α は $y = (-2H + D)/4$ に位置する。図6-5に微視的流動場の計算結果の例として、気孔率 $\varepsilon = 0.488$ の下で、巨視的流れ方向を、立方構造体の面から面 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ 、辺から辺 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ))$ 及び頂点から頂点 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ と変化させた場合の速度ベクトル図を示す。図6-5(a)は、巨視的流れが面から面方向に向かう場合を示す。 α 断面においては二次元角柱群で観察した微視的流動場に

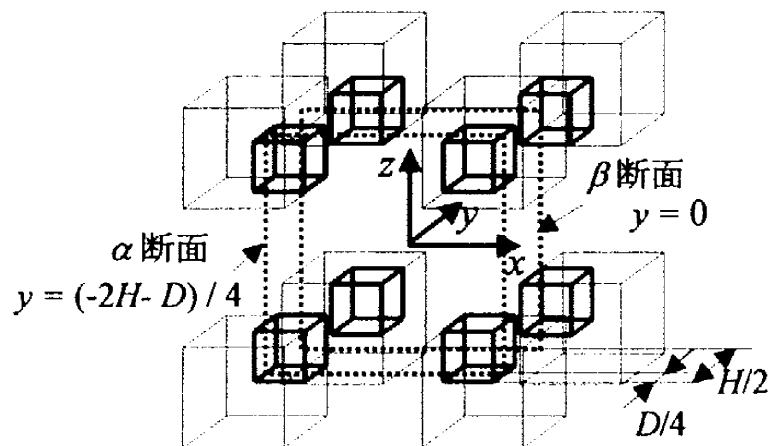


図 6-4 微視的計算結果表示断面

類似したパターンが得られている。構造体間に形成される狭い流路においてクエット流的速度分布が観察できる。また、流れ方向に垂直な狭い流路断面内では、低レイノルズ数下において流れが停滞する傾向にある。一方、高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$) においては、主流に巻き込まれる小さな循環流が観察される。二次元モデルにおいては、より低レイノルズ数下でこの種の循環流が確認された。三次元モデルにおいては、流れが迂回できる自由度が増すためユニット中央部の空隙部分に流れが集中する傾向にある。その結果として循環流の形成が抑制される様子が β 断面の速度ベクトル図から確認できる。また、低レイノルズ数下の β 断面においては、流れが z 方向に蛇行する様子が観察できる。図6-5(b)に巨視的流れが辺から辺へ向かう場合の結果を示す。 α 断面においてはクエット流的速度分布が観察できる。低レイノルズ数下 ($Re \leq 10$) に比して高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$) では流れの集中する中央部で流量の増加が認められる。また、 β 断面の速度ベクトル図からも流れが急激に中央部へ集中の様子が確認できる。図6-5(c)に巨視的流れが頂点から頂点へ向かう場合についての結果を示す。低レイノルズ数下 ($Re \leq 10$) の α 断面ではクエット流的速度分布が観察できる。一方、高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$) においては、下流部ではく離が生じている。また、 β 断面の速度ベクトル図は低レイノルズ数下 ($Re \leq 10$) において構造体を迂回する流れが存在することを示している。一方、高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$) においては下流域に循環流領域の形成が確認できる。

気孔率を $\varepsilon = 0.784$ 及び 0.271 に変化させた場合の微視的流動場の計算結果を図6-6に示す。巨視的流れが立方体の頂点から頂点へ向かう場合 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ の速度ベクトル図を示す。図6-6(a)に示すように、高気孔率下 ($\varepsilon = 0.784$) では、立方体を迂回する流れが存在する。 α 断面においては、断面に沿う流れがほとんど認められない。高レイノルズ数下においてのみ、二次元モデルで観察したのと同様な循環渦が確認できる。構造体を迂回する流れの様子が β 断面の速度ベクトル図に詳細に示されている。低レイノルズ数下においては構造体を迂回した流れが、構造体後方ではく離し一対の渦を形成している。レイノルズ数が増加すると構造体後方の循環渦は消える。低速域が形成され流れは構造体表面で外側へと迂回させられる。さらにレイノルズ数を増すとよどみ域は消える。図6-6(b)に低気孔率の場合 ($\varepsilon = 0.271$) の結果を示す。高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$) において α 断面内に小さな循環渦が観察される。一方、 β 断面においては、右上頂点に向かう加速流が認められる。

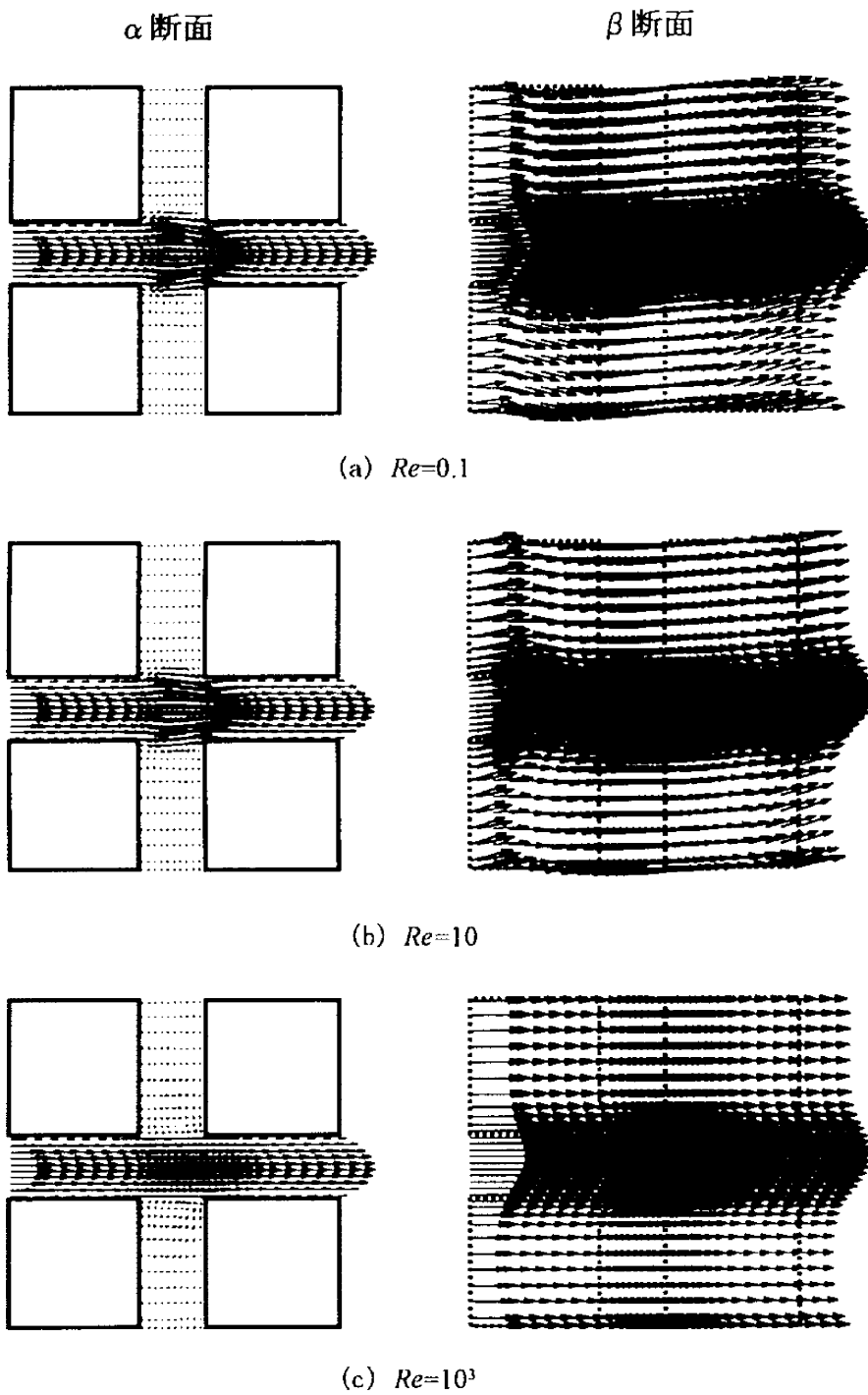


図 6-5(a) 微視的速度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

面から面, $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$

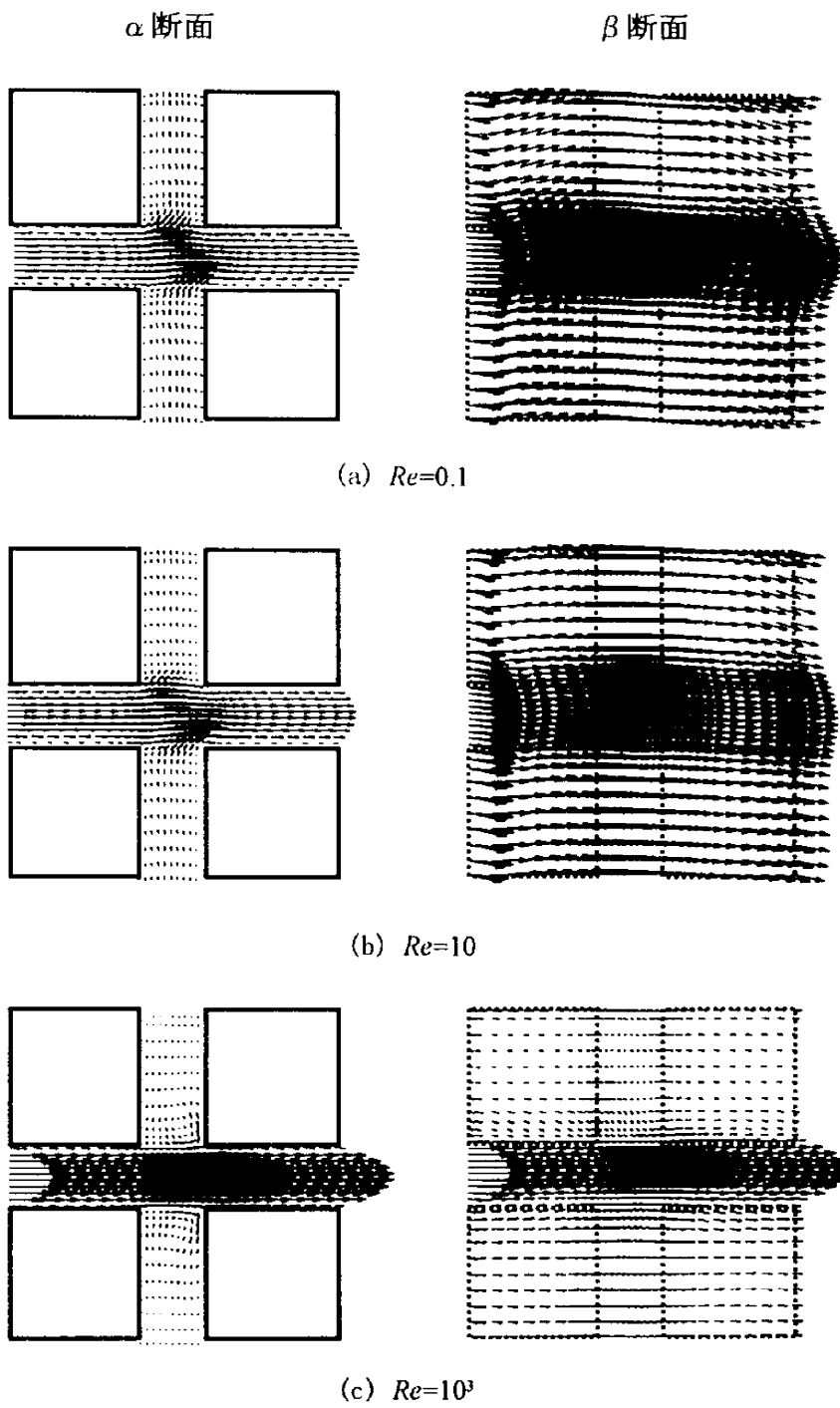


図 6-5(b) 微視的速度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

辺から辺, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$

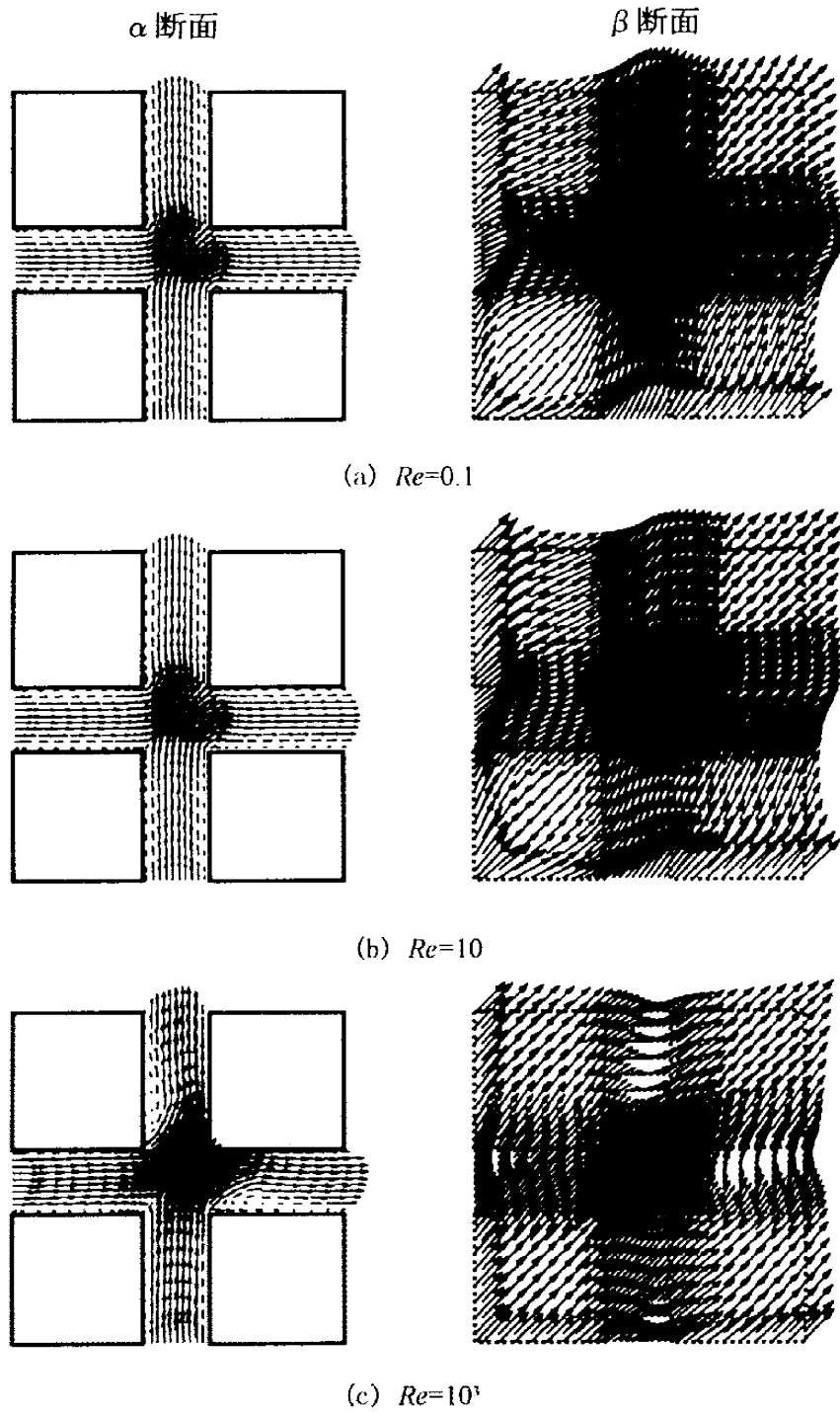


図 6-5(c) 微視的速度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

頂点から頂点, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$

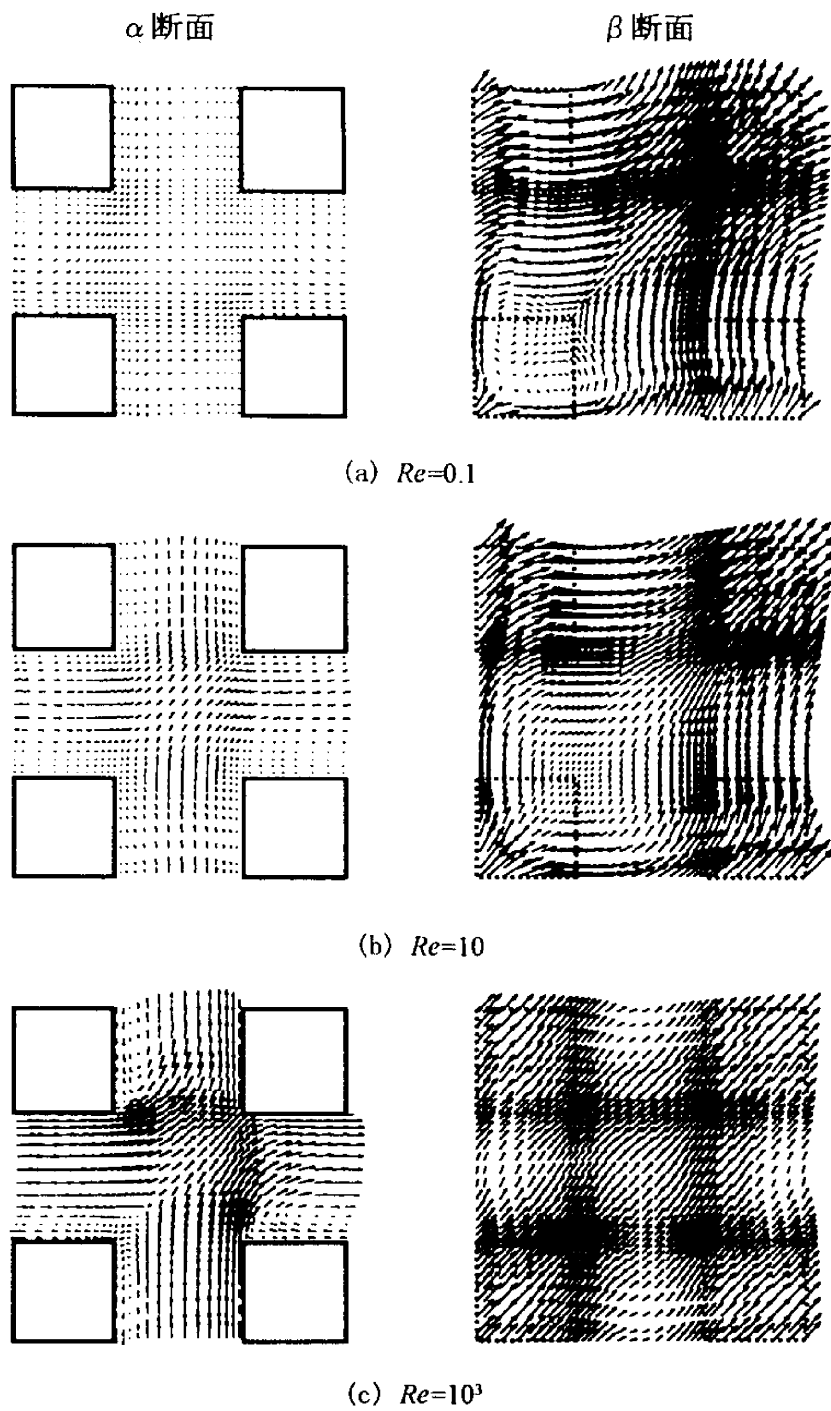


図 6-6(a) 微視的速度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.784$)

頂点から頂点, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$

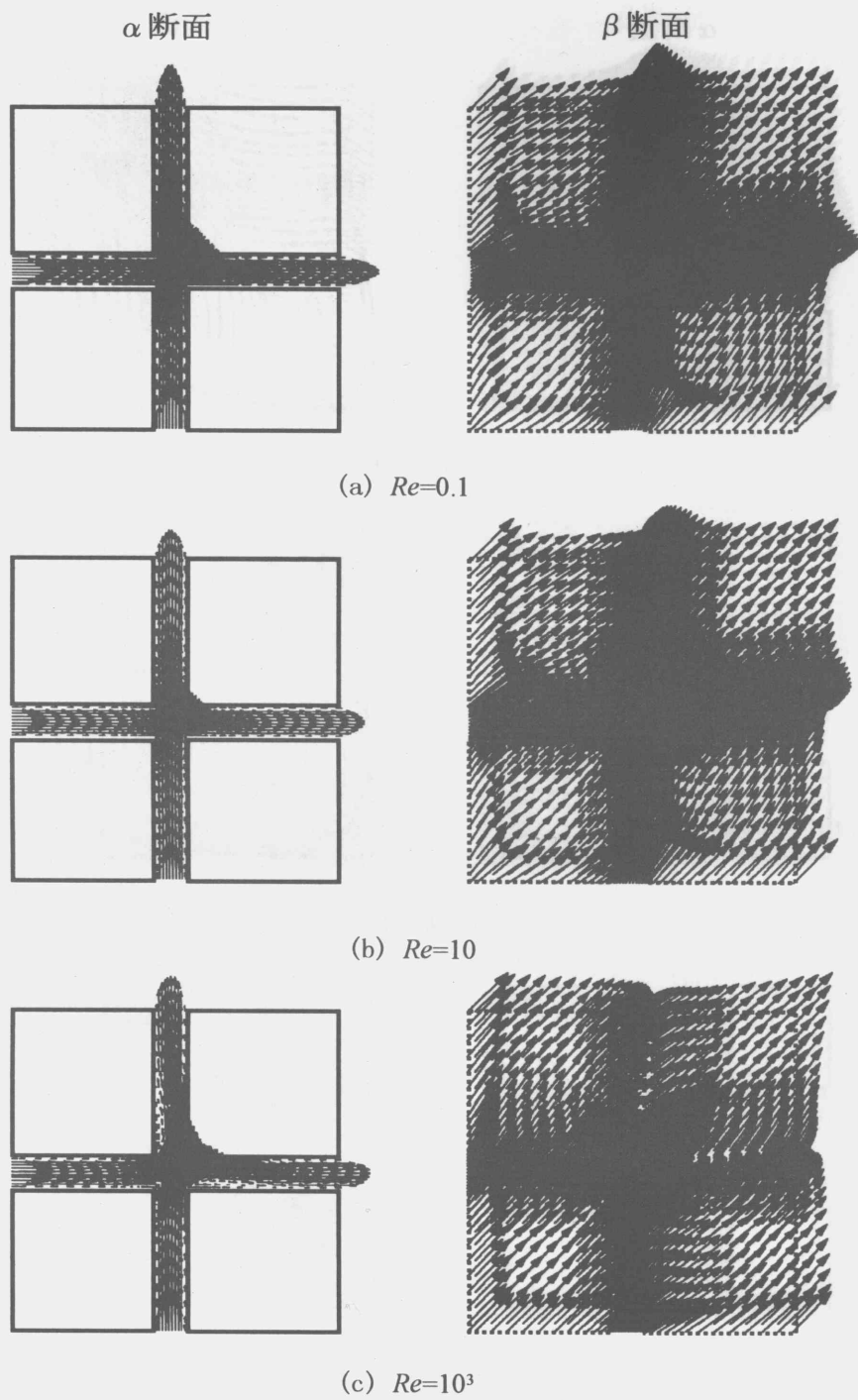


図 6-6(b) 微視的速度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.271$)

頂点から頂点, $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$

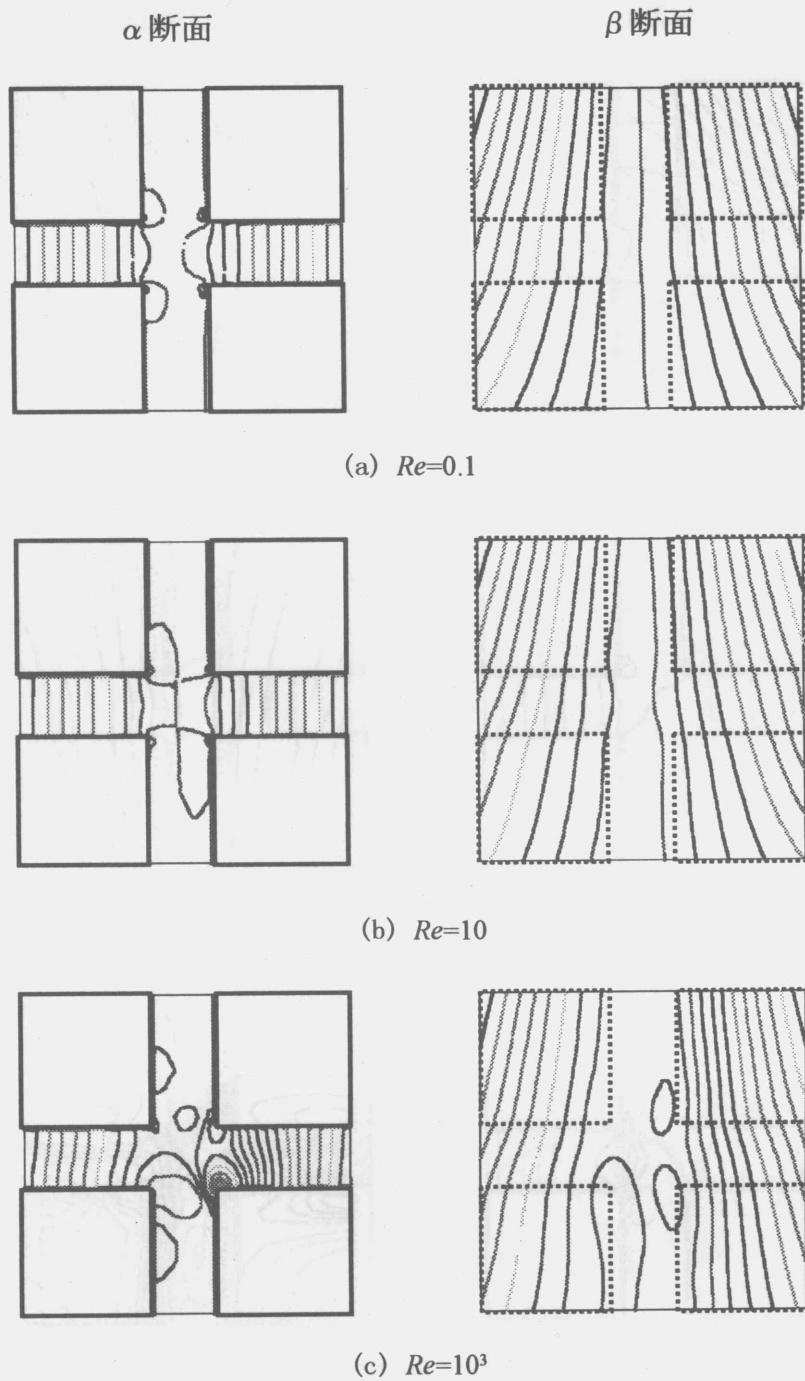


図 6-7(a) 微視的圧力場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

面から面, $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$

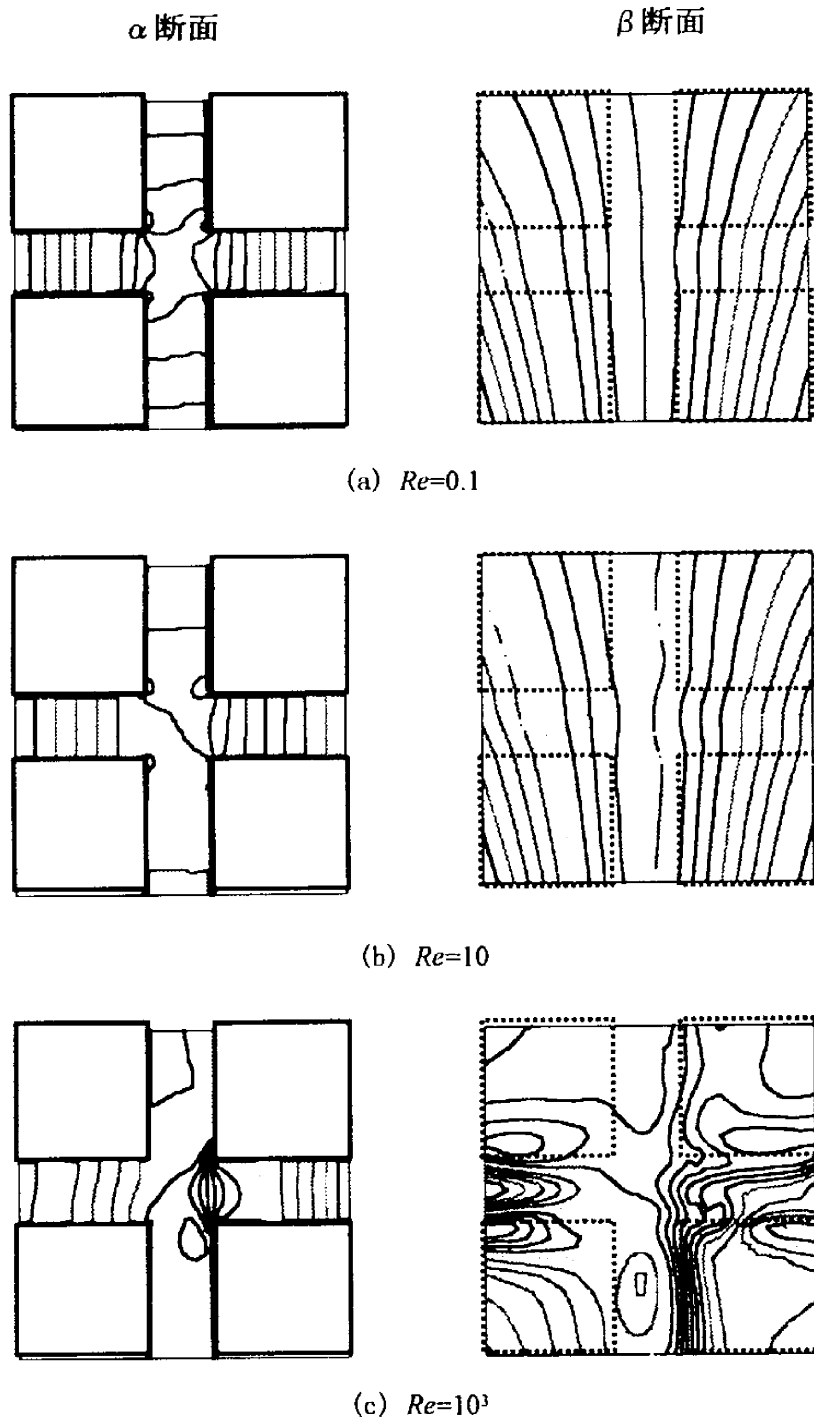


図 6-7(b) 微視的圧力場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

辺から辺, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$

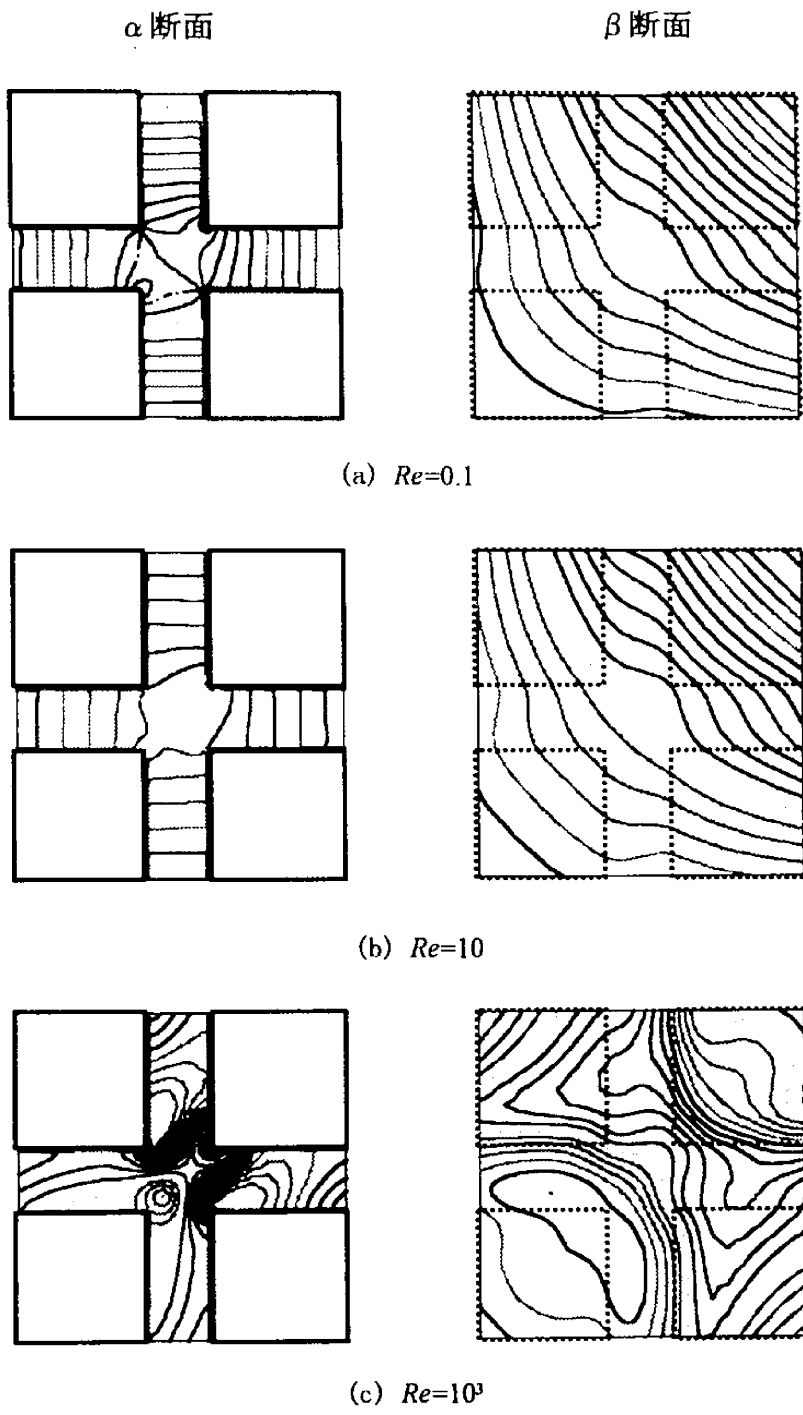


図 6-7(c) 微視的圧力場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

頂点から頂点, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$

図6-7に微視的圧力場の計算結果の例を示す。気孔率 $\varepsilon=0.488$ の下で、巨視的流れ方向を、立方体の面から面 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ 、辺から辺 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ))$ 及び頂点から頂点 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ と変化させた場合の等圧力線図を示す。図6-7(a)には、巨視的流れが面から面へ向かう場合の結果を示してある。 α 断面では二次元角柱群モデルの微視的圧力場に類似したパターンが認められる。狭い流路に垂直に等間隔の等圧線が示されている。また、高レイノルズ数下 ($Re = 10^3$)においては、構造体コーナー部で圧力勾配が急激に増加しているのが分かる。巨視的流れが辺から辺に向かう場合(図 6-7(b))においても α 断面における微視的圧力分布は二次元モデルに類似したものとなる。巨視的流れが頂点から頂点に向かう場合(図6-7(c))においても、 α 断面における微視的圧力分布は二次元モデルの $\theta = 45^\circ$ に酷似したパターンとなる。

6-3 微視的圧力場の空間平均と透過率等の決定

圧力場の周期性に注目し、一構造体ユニットにわたる圧力降下を考える。巨視的流れ方向に沿った圧力勾配を求めるため、以下のような座標変換を用いる

$$\begin{aligned}
 -\frac{d\langle p \rangle'}{dX} &= \frac{\cos\theta\cos\varphi}{HA_f} \int_{A_f} \left(p|_{x=-\frac{H-D}{2}} - p|_{x=\frac{H-D}{2}} \right) dydz \\
 &+ \frac{\sin\theta\cos\varphi}{HA_f} \int_{A_f} \left(p|_{y=-\frac{H-D}{2}} - p|_{y=\frac{H-D}{2}} \right) dzdx \\
 &+ \frac{\sin\varphi}{HA_f} \int_{A_f} \left(p|_{z=-\frac{H-D}{2}} - p|_{z=\frac{H-D}{2}} \right) dxdy
 \end{aligned}
 \tag{6-14}$$

ここで、 $A_f (= H^2 - D^2)$ は各流入流出面の流路断面積である。

巨視的流れの角度 (θ, φ) およびレイノルズ数を種々変え行った一連の計算結果を $\varepsilon = 0.488$ の場合について図6-8に示す。二次元角柱モデルの場合と同様に、巨視的流れ方向に依存せず、レイノルズ数 Re が10以下においては一定値を示すことが分かる。この傾向は、低レイノルズ数下にあつては、巨視的流れの方向に依らず、微視的速度場がクエット流れ的速度

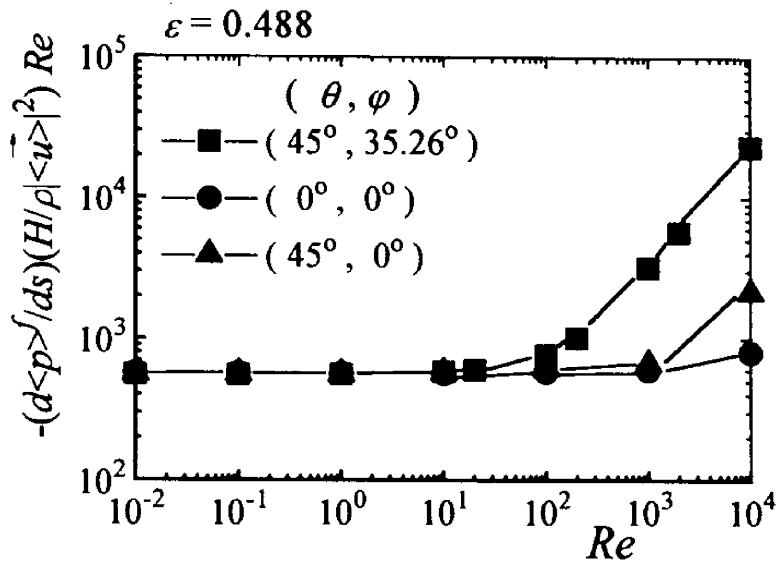


図 6-8 粘性支配から慣性支配への遷移

分布を呈する事実からも解釈できる。高レイノルズ数域では慣性抵抗により流動抵抗が飛躍的に増大する。これは、微視的流動場の検討において確認された衝突あるいは加速、逆流域の存在に関連している。低レイノルズ数下において式(5-19)が一定値 H^2/K を示すことに注目し透過率を決定する。三次元モデルにおいては、 $\varepsilon = 1 - (D/H)^3$ となる点に留意し、横軸に $\varepsilon^3 / (1 - \varepsilon)^{4/3}$ をとる。 $Re = 0.01$ における計算結果から算出した透過率を図6-9に示す。図には二次元モデルで与えられた関係式(5-20)もあわせて破線で示す。図中の計算結果を結ぶ直線の傾きより関数形の係数部が決定される。すなわち、正方配列された三次元立方体群モデルにおいて透過率は以下の関係で与えられる。

$$K = \frac{\varepsilon^3}{152(1 - \varepsilon)^{4/3}} H^2 = \frac{\varepsilon^3}{152(1 - \varepsilon)^2} D^2 \quad (6-15)$$

上式を図6-9に実線で示す。広い気孔率の範囲で式(6-15)は計算結果とよく相関している。広範囲の気孔率での線形性が認められることから、関数形の妥当性が確認できる。上式(6-15)はErgunの式(2-23)と極めて類似した関係となっている(但し、Ergun⁽²⁾の式の分母の係数は150)。すなわち、同一の気孔率下では、直径 d の球群からなる構造体の透過率は辺

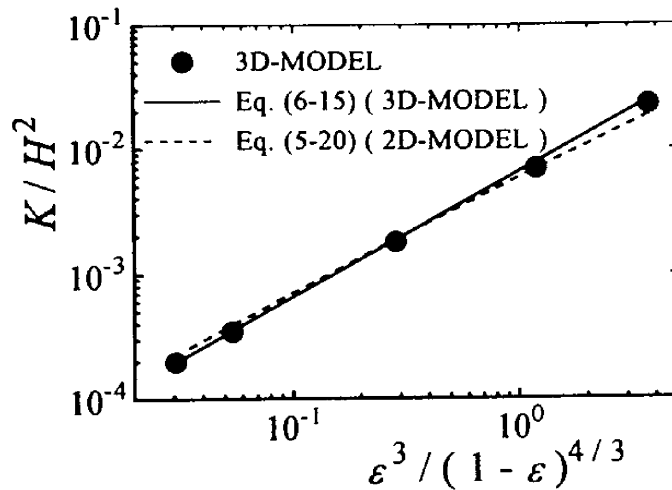
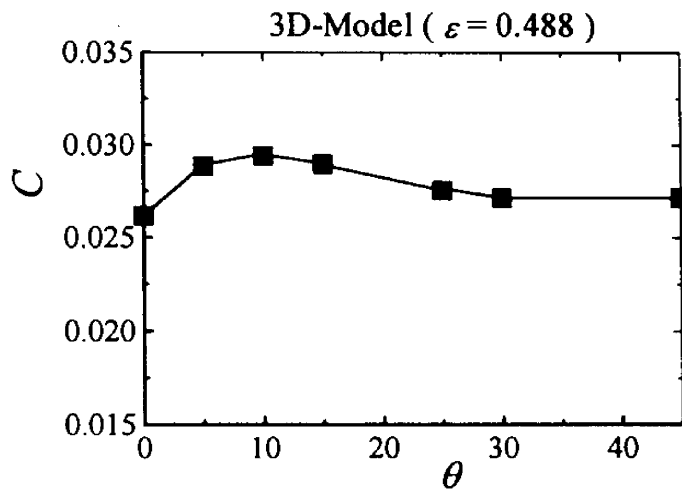


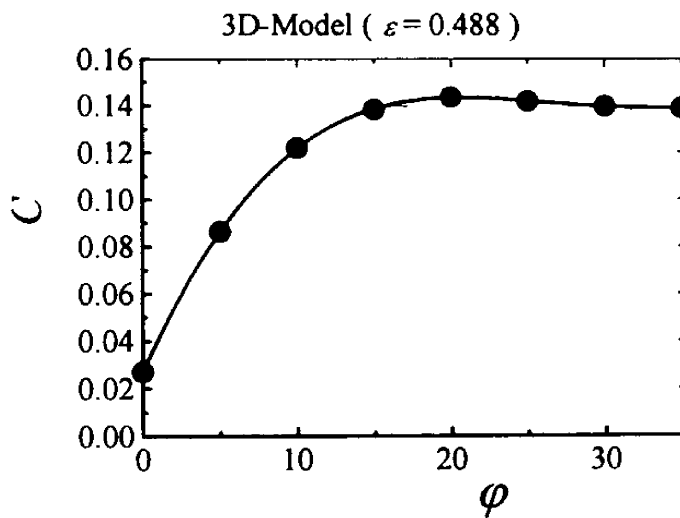
図 6-9 多孔質体透過率に対する気孔率の影響

長 d の立方体群からなる構造体のそれと同様の値をとることを示唆している。

速度場の観察より明らかなように、高レイノルズ数下では構造体を回り込む流れが顕著となり、後流及びはく離が出現する。これに伴ない図 6-8 にみられるように巨視的圧力勾配も激増する。圧力降下の増大は、巨視的流れ方向に強く依存する。配列に沿って流れが面から面に向かう場合 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ には、はっきりとした粘性支配から慣性支配への遷移が認められない。配列方向とわずかに巨視的流れ方向がずれることで明らかな遷移が観察されるようになる。慣性抵抗に関わる係数 bH の関数形を決定すべく、流れ方向の依存性について検討する。 θ 及び φ のそれぞれの変化に対する慣性抵抗の変化を図 6-10 に示す。図より明らかなように、巨視的流れの方向に強く依存し θ 及び φ の増加につれ圧力抵抗が急増する。ただし、極大値は頂点から頂点 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ へ向かう巨視的流れ方向より若干ずれたところにある。多孔質体の不規則性を加味すべく、巨視的流れの角度を種々変え行った結果を平均することで慣性抵抗係数 b を決定する。計算時間の都合上、代表的流れ方向である面から面 $((\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ))$ 、辺から辺 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ))$ 及び頂点から頂点 $((\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ))$ の三種の方向について求めた結果をそれぞれの立体角に注目し重みをつけて平均することを考える。図 6-11 にそれぞれの流れ方向における bD に対する気孔率の影響を示す。ここで横軸には、Ergun が球体群について示した気孔率依存性を念頭に置き $(1 - \epsilon)/\epsilon^3$ をとってある。図より明らかなように流れ方向に依らず線形性



(a) Cに対する θ の影響



(b) Cに対する ϕ の影響

図 6-10 多孔質体慣性効果に対する巨視的流れ方向の影響

を示す。この線形性は二次元モデルでは得られなかったことから、慣性の効果が無視し得ない高レイノルズ数流れを模擬するにあたっては、三次元モデルの導入が不可欠であることが分かる。各流れ方向に対して得た直線の傾きに立体角に応じた重み付け平均することで、慣性抵抗係数 b の関数形を以下のように決定する。

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{1}{4\pi} \oint b(\theta, \varphi) d\omega \\
 &\cong \frac{1}{4} [b(0^\circ, 0^\circ) + b(45^\circ, 35.26^\circ) + 2b(45^\circ, 0^\circ)] \cong \frac{0.5(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 D}
 \end{aligned}
 \tag{6-16}$$

または、

$$C = b\sqrt{K} = \frac{0.5}{(152\varepsilon^3)^{1/2}} = \frac{0.041}{\varepsilon^{3/2}}
 \tag{6-17}$$

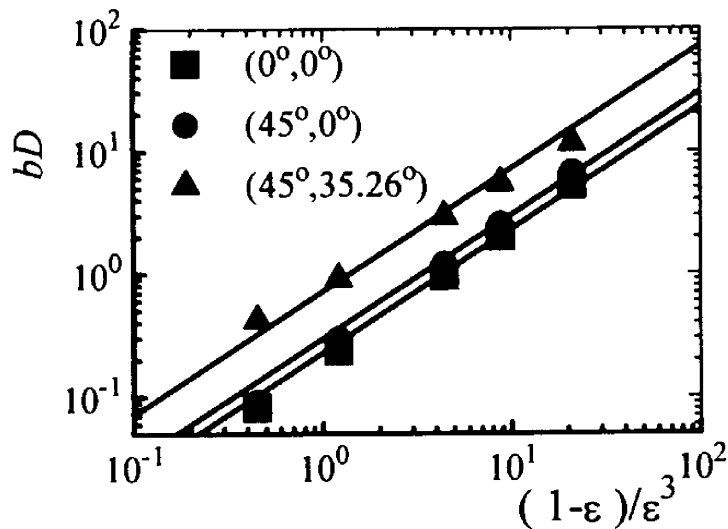


図 6-11 慣性抵抗係数に対する気孔率の影響

本数値モデルに基づく Forchheimer 係数は Ergun の式(2-24)の約 1/3 程度と、低めに予測される。慣性抵抗のレベルが二次元モデルに比して三次元モデルで低く予測されるのは構造体の幾何学的三次元性に起因する。すなわち三次元モデルにおいては、流体塊は上下からのみならず左右からも構造体を迂回できる状況にある。このように自由度が増す結果、循環流域も二次元のそれに比して小さな領域にとどまり、形状抵抗も低く抑えられる傾向にある。これは規則性を有する構造体モデルの本質的欠陥と考えられる。現実の多孔質体における

多孔質体慣性効果のレベルをよりの確に予測するには、巨視的流れ方向に関する平均化操作のみでは不十分であり、構造体の幾何学的不規則性または微視的流れの非定常性を考慮する必要がある。

6-4 微視的溫度場

図6-12に、微視的溫度場の計算結果の例を示す。 $\varepsilon=0.488, Pr=0.71$ の下で、 $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$, $(45^\circ, 0^\circ)$, $(45^\circ, 35.26^\circ)$ のそれぞれの場合について、 $Re = 0.1, 10, 10^3$ と変化させ行った等温線の結果を α 及び β 断面について示す。巨視的流れが構造体ユニットの面から面に向かう場合 $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$, 図6-12(a)、低レイノルズ数($Re = 0.1$)の下では分子拡散が支配的である。等温線には熱伝導率比 k_s/k_f の大小に応じた湾曲が認められる。レイノルズ数を増しても($Re = 10$)、 $Re = 0.1$ の場合とほぼ類似のパターンが得られる。さらにレイノルズ数を増す($Re = 10^3$)と、 α 断面に弱い循環渦に起因する等温線のゆがみが観察できる。巨視的流れが構造体ユニットの辺から辺に向かう場合 $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 0^\circ)$, 図6-12(b)にもほぼ同様の傾向が見られ、高レイノルズ数下の等温度線のゆがみがさらに顕著となる。巨視的流れが頂点から頂点に向かう場合 $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$, 図6-12(c)、低レイノルズ数域($Re = 0.1$)では上流側と下流側の等温度線が対称となる。レイノルズ数が増し($Re = 10$)流れ場の慣性効果が顕著になるにつれ対称性も崩れてくる。この傾向は α 断面の方が顕著であり構造体を回り込む三次元的流れの影響によることが大きい。レイノルズ数がさらに高くなる($Re = 10^3$)と、等温線には極だった変化が認められるようになる。なお、再循環領域にはよどみ域に特有な均一な温度域が広がっている。

6-5 微視的溫度場の空間平均に基づく Tortuosity 項の決定

直接的数値シミュレーションより得られた微視的結果を体積平均することで巨視量を求める手続きは、前章で示した二次元モデルと同様である。巨視量と微視量との関係式(3-22)に基づき、Tortuosityに関する見かけの熱伝導率 \bar{k}_{tor} を決定すればよい。巨視的流れに沿う自然座標 (X, Y) を用いて、流れに垂直な YY 方向の熱伝導率を次式で決定する。

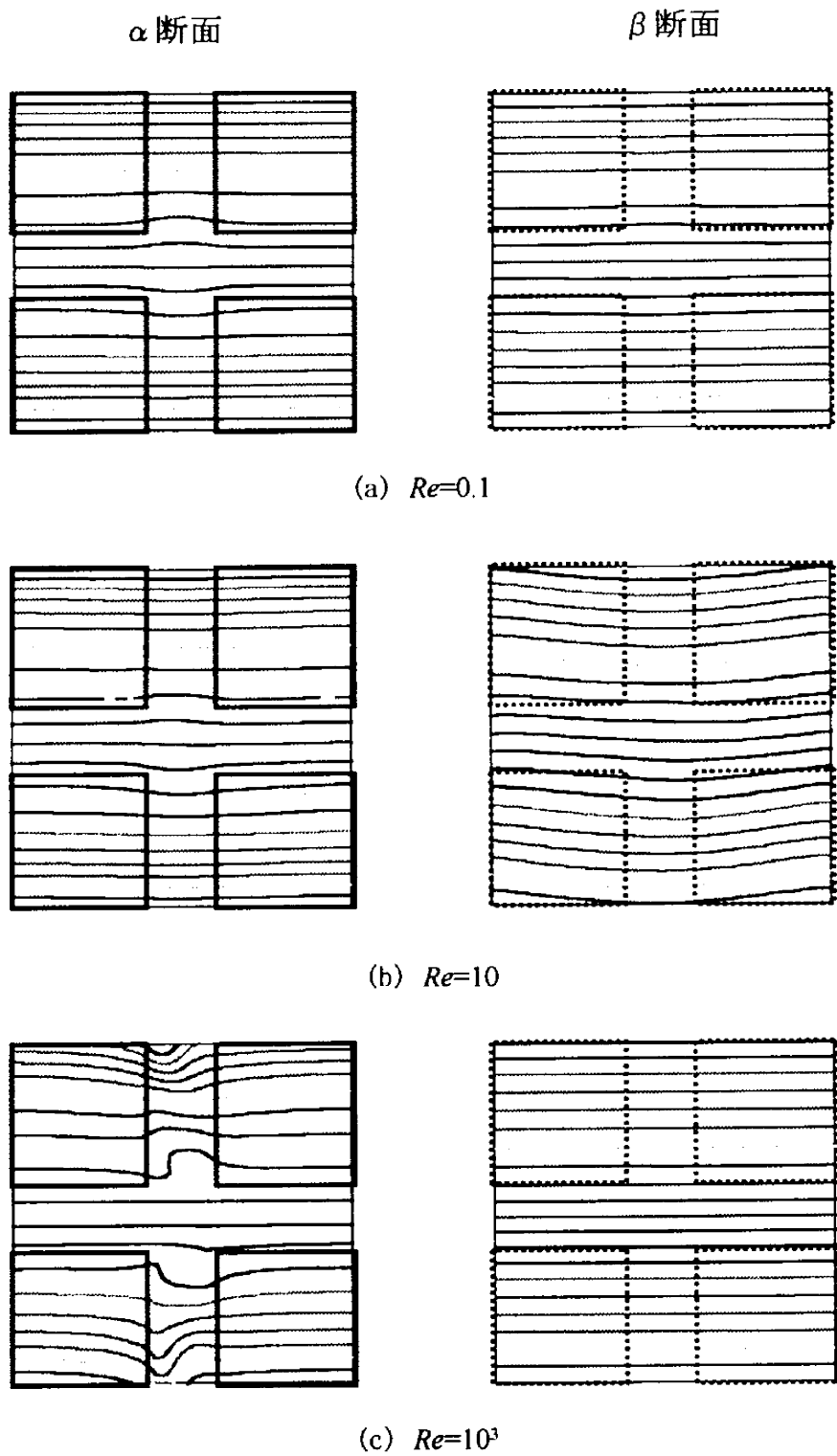


図 6-12(a) 微視的溫度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.784$)

面から面, $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ)$

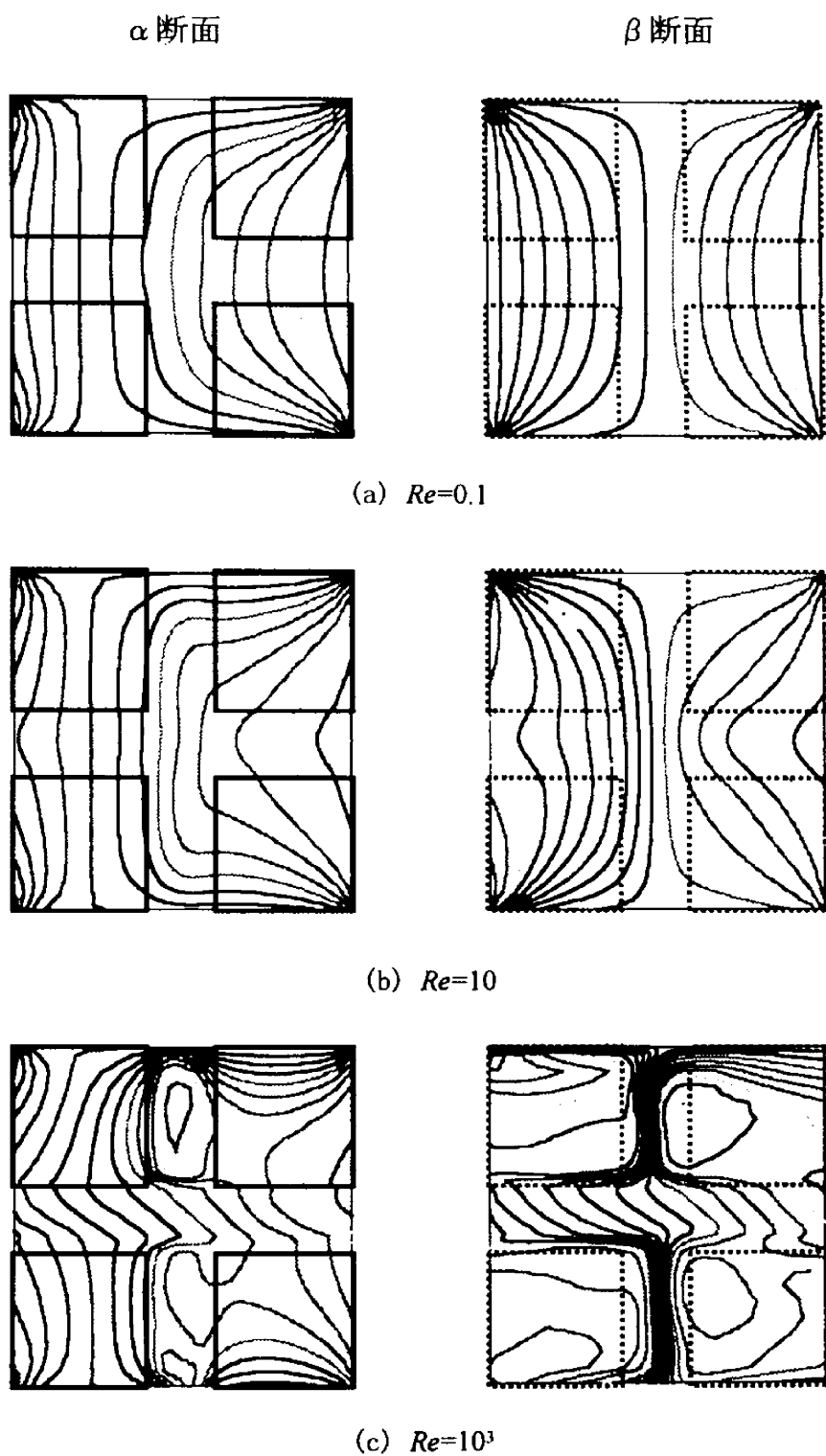


図 6-12 (b) 微視的溫度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

辺から辺, $(\theta, \phi) = (45^\circ, 0^\circ)$

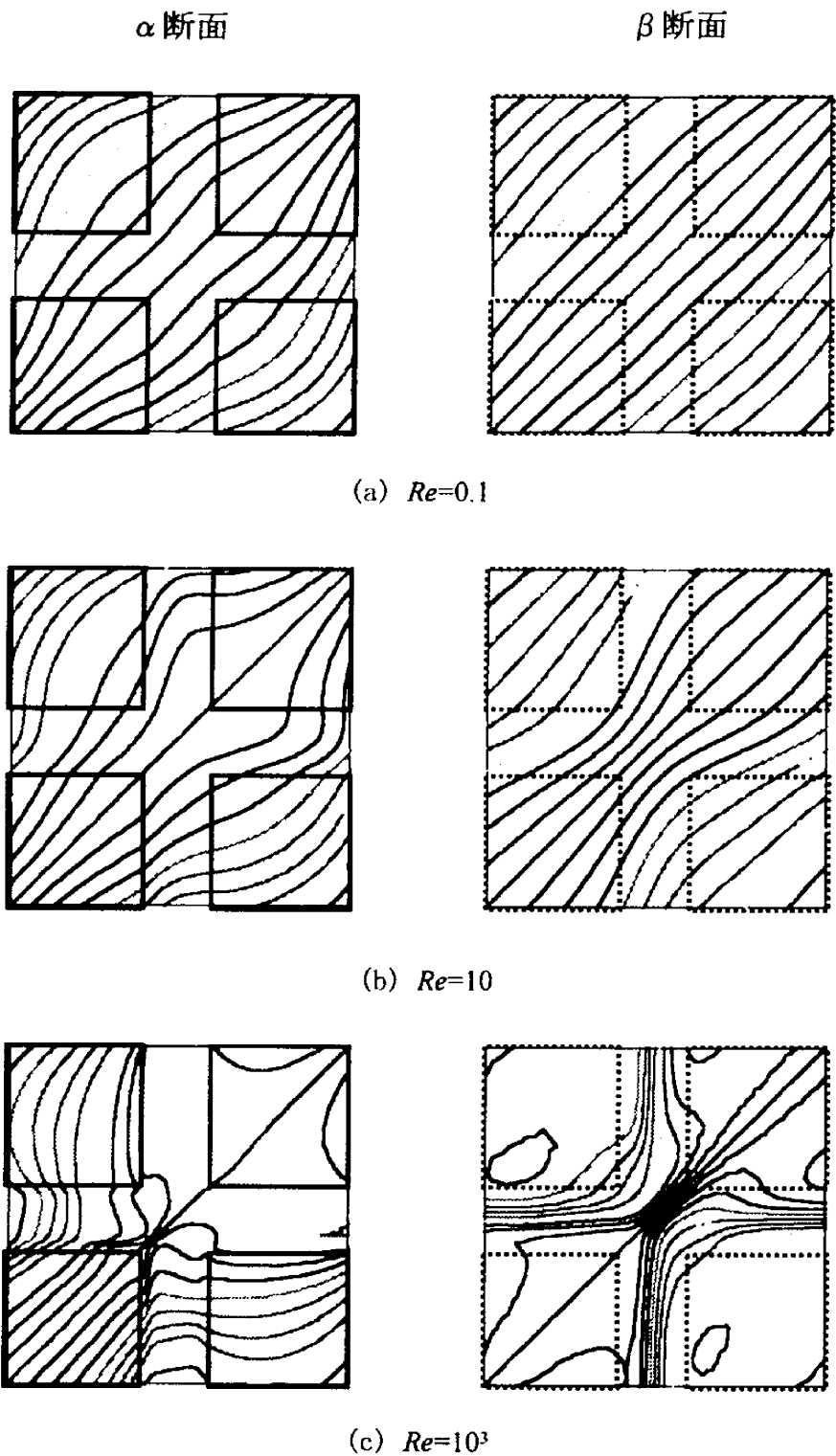


図 6-12(c) 微視的溫度場に対するレイノルズ数の影響 ($\varepsilon=0.784$)

頂点から頂点, $(\theta, \varphi) = (45^\circ, 35.26^\circ)$

$$(k_{tor})_{YY} = \frac{\left(\frac{k_s - k_f}{V} \int_{A_{int}} T d\vec{A} \right) \cdot (-\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j})}{(\Delta T/H)} \quad (6-18)$$

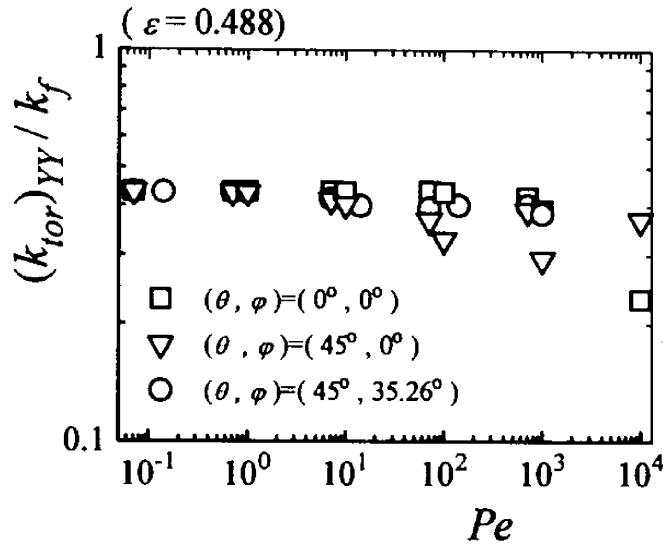


図 6-13 $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に対するペクレ数の影響 ($\varepsilon=0.488$)

図 6-13 に式(6-18)に基づき算出した Tortuosity 項に関する見かけの熱伝導率 $(k_{tor})_{YY}$ と k_f の比を示す。 $Pe < 10$ の低ペクレ数域で、 $(k_{tor})_{YY}$ は、二次元モデルの場合と同様に巨視的流れの方向に依らず一定値に漸近する傾向が認められる。微視的温度場には、二次元モデルの場合と同様に、モデル中央部断面付近にわずかな等温線の湾曲が観察される。低ペクレ数下では、三次元モデルにおいても異質多層平板内一次元熱伝導における温度分布で近似しうることが確認できる。異質多層平板内熱伝導の解析解を式(6-18)に代入し $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に関する次の近似式を得る。

$$\frac{(k_{tor})_{YY}}{k_f} = \left(\frac{k_s}{k_f} - 1 \right) \frac{(1-\varepsilon)}{(1-\varepsilon)^{1/3} + \frac{k_s}{k_f} (1-(1-\varepsilon)^{1/3})} \quad (6-19)$$

前章で示した二次元構造体モデルに対する同様の式(5-23)とは $(1-\varepsilon)$ の指数部のみが異なる。横軸に $(1-\varepsilon)$ 、縦軸に(低ペクレ数下 $(Pe < 10)$)において一定となるべき $(k_{tor})_{YY}/k_f$ をとり図6-14に示す。 $k_s/k_f = 2, 5, 10, 100$ と変えた場合の数値計算結果を●, ▲, ■で、式(6-19)で与えられる三次元モデルに基づく近似値を実線で、前章で示した二次元モデルの近似式(5-23)を破線でそれぞれ示す。直接的数値計算結果と式(6-19)に基づく近似値は高気孔率下に若干の差異は認められるものの広い気孔率範囲で良好な一致を示すことが分かる。式(6-19)は、二次元モデルの式(5-23)と同様、 $(1-\varepsilon) \rightarrow 1$ で厳密となるが、 $(1-\varepsilon) \approx 0$ の高気孔率下においても概ね良好な近似を与えている。三次元モデルにおいては二次元モデルに比べ分子拡散に関する見かけの熱伝導率が大きめに見積もられる傾向にある。

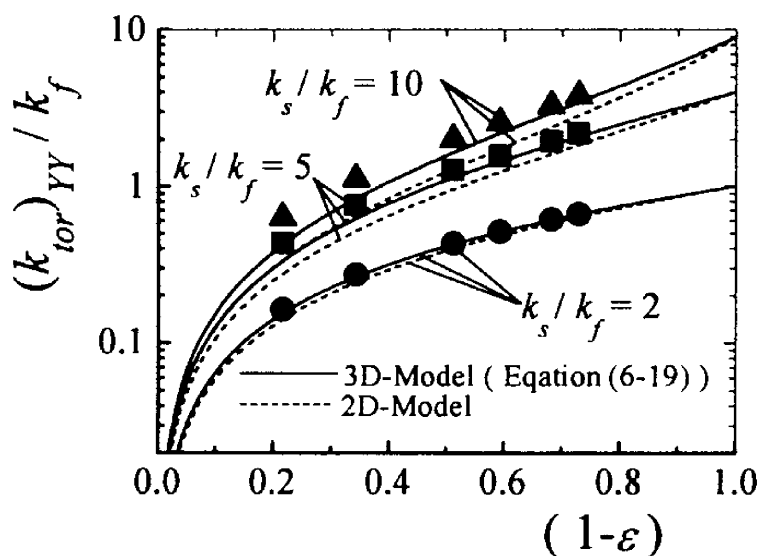


図 6-14 $(k_{tor})_{YY}/k_f$ に対する気孔率の影響

三次元構造体モデルにおいても二次元モデルの場合と同様に、 $(k_{tor})_{YY}$ はペクレ数の増加と共に減少し、そのレベルは巨視的流れの角度に依存する。但し、ペクレ数が高くなるにつれ後述する熱分散項が卓越するため、見かけの熱伝導率の総和にはほとんど寄与しなくなる。

6-6 微視的溫度場の空間平均に基づく熱分散項の決定

本節では、巨視量と微視量との関係式(3-24)に基づき高ペクレ数場で重要となる熱分散係数 $\overline{k_{dis}}$ を決定する。巨視的流れに沿う自然座標 (X, Y) を用いて、流れに垂直な YY 成分を、次式で決定する。

$$(k_{dis})_{YY} = \frac{\rho_f C_{pf}}{H^3} \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-H/2}^{H/2} \int_{-H/2}^{H/2} (T - \langle T \rangle) (\bar{u} - \langle \bar{u} \rangle^f) dx dy dz \cdot (-\sin\theta \bar{i} + \cos\theta \bar{j}) \quad (6-20)$$

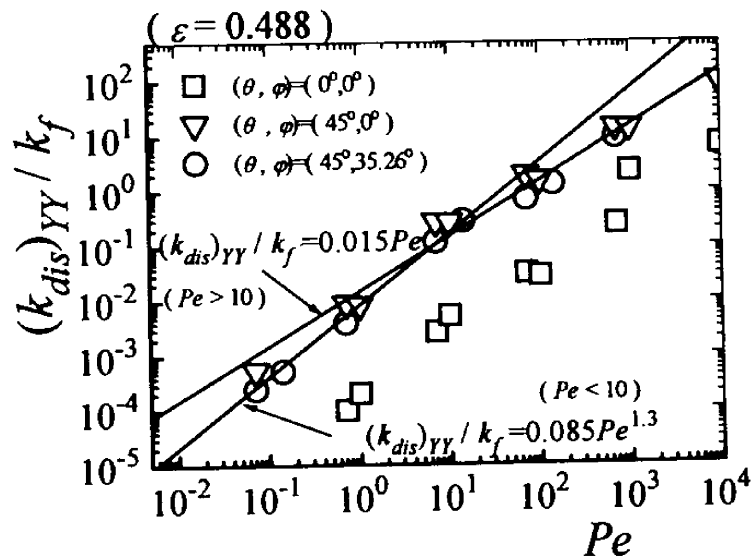


図 6-15 熱分散熱伝導率 ($\varepsilon=0.488$)

巨視的流れの方向、プラントル数及びレイノルズ数を種々変化させ行った一連の数値計算結果を式(6-20)に代入し、熱分散に関する見かけの熱伝導率を算出した。その結果を $\varepsilon=0.488$ の場合について図 6-15 に示す。巨視的流れが面から面に向かう方向では、十分な機械的混合が行われず熱分散による見かけの熱伝導率の増分も小さくなっている。しかし、流れ方向が構造体配列の方向と完全に一致することは極めてまれであるため、このデータ

は平均値の算出の際省いた。図中の実線はそれぞれの領域のデータを最小二乗近似したものである。低ペクレ数域で Pe の 1.3 乗、高ペクレ数域で Pe の 1 乗に比例して $(k_{dis})_{\gamma\gamma}$ が増加することが分かる。低ペクレ数域と高ペクレ数域間に、 Pe の依存性にはっきりとした変化が認められる。すなわちレイノルズ数とプラントル数が独立に熱分散を支配するのではなく、その積であるペクレ数が現象を支配していることが分かる。 $(k_{dis})_{\gamma\gamma}$ への気孔率の影響を調べるべく、同様の計算を気孔率を種々変化させ実施した。その結果、係数部が気孔率に依存することが判明した。それぞれのペクレ数域における係数に対する気孔率の影響を検討するため、横軸に $(1-\varepsilon)$ をとり図 6-16 に示す。以上の考察より、低ペクレ数域及び高ペクレ数域に対し以下の相関式が得られる（注 $Pe_D = Pe(1-\varepsilon)^{1/3}$ ）。

$$\frac{(k_{dis})_{\gamma\gamma}}{k_f} = 0.0138(1-\varepsilon)^{0.27} Pe_D^{1.3} \quad \text{for } (Pe_D < 10) \quad (6-21a)$$

$$\frac{(k_{dis})_{\gamma\gamma}}{k_f} = 0.027(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10) \quad (6-21b)$$

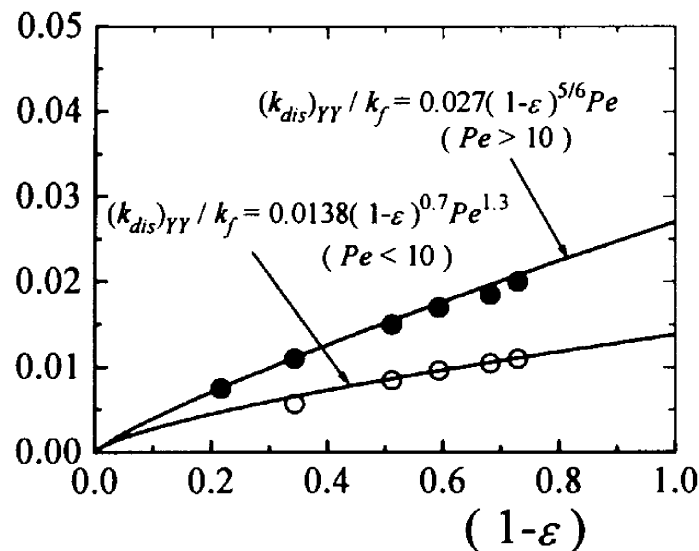


図 6-16 熱分散熱伝導率関数形

図6-17は高ペクレ数の相関式(6-21b)を実験データ並びに二次元モデルの相関式と共に示したものである。期待に反して、三次元モデルにおいては二次元モデルより熱分散の寄与が低く見積もられている。これは二次元モデルにおける流動場と三次元モデルにおける流動場の顕著な相違に関連している。三次元モデルにおいては、流れが三次元的に迂回することが許されるため、循環渦が比較的小さく保たれる。そのため慣性抵抗も二次元モデルのそれより小さく見積もられる。運動量の混合に関するこのような違いが、スカラー量の混合においても生ずるものと考えられる。言うなれば、運動量と熱移動の類似性（アナロジー）に基づく現象と解釈しうる。

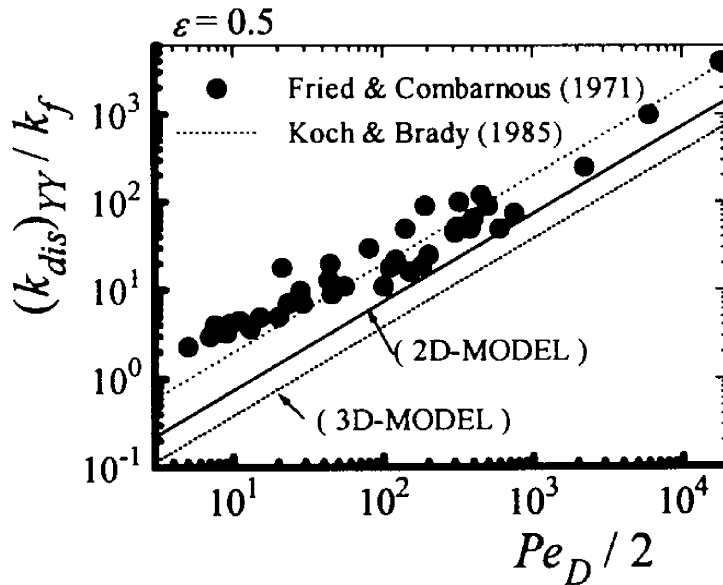


図 6-17 高ペクレ数の相関式と実験データ

6-7 結言

多孔質構造体モデルとして三次元立方体群で構成される無限集合体を提案した。流れ方向に垂直に x - y 面に巨視的温度勾配が印加された巨視的一様流を考え、構造体内の微視的速度場及び温度場の直接的数値シミュレーションを実施した。微視的計算結果を空間平均する手続きを経て、透過率及び熱分散に係わる見かけの熱伝導率を理論的に算出した。一連の三次元計算結果より得た主な結果を以下に要約する。

1. 低レイノルズ数下で得られる巨視的圧力勾配は、巨視的流れの方向に依らず一定値を示し、その逆数は透過率に対応する。本モデルにおける透過率の関数形は Ergun の関係式に一致する。

$$K = \frac{\varepsilon^3}{152(1-\varepsilon)^{4/3}} H^2 = \frac{\varepsilon^3}{152(1-\varepsilon)^2} D^2$$

なお、三次元計算結果は、気孔率一定の下で直径 d の球群からなる構造体の透過率が辺長 d の立方体群からなる構造体の透過率とほぼ同じ値となることを示唆している。

2. 二次元モデルでは表現し得なかった多孔質体慣性効果を三次元モデルにおいては、気孔率との関係において的確に表現できる。

$$b = \frac{0.5(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 D}$$

その関数形は Ergun のそれに一致するが、そのレベルは 1/3 程度に予測される。これは構造体の規則性が現実の多孔質構造体の不規則性を表現し得ないためと考えられる。

3. Tortuosity 項に関する見かけの熱伝導率は低ペクレ数下で巨視的流れの方向に依らず一定値を示す。異質多層板内の一次元熱伝導の解に基づく見かけの熱伝導率の近似式は数値解析結果と良好な一致を示す。ただし、二次元構造体モデルに基づく近似式に比べ同一気孔率下で若干高めの値を示す。
4. 熱分散項に関する見かけの熱伝導率は低ペクレ数域でペクレ数の 1.3 乗に比例し、高ペクレ数域で 1 乗に比例する。

$$\frac{(k_{dis})_m}{k_f} = 0.0138(1-\varepsilon)^{0.27} Pe_D^{1.3} \quad \text{for } (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_m}{k_f} = 0.027(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10)$$

三次元モデルにおいては熱分散の寄与を二次元モデルのそれより低めに見積もる傾向

にある。これは三次元モデルにおいて慣性効果が低く見積もられる事実（結論2）に関連しており、運動量と熱移動間の類似性に起因する。

参考文献

- (1) 香月、中山、(1991)、熱流動の数値シミュレーション、森北出版株式会社
- (2) Ergun, S., "Fluid flow through packed column," Chem. Eng. Prog., 48, (1952), 89-94.
- (3) Fried, J. J. and Combarous, M. A., Dispersion in porous media, Advances in Hydro. Science, vol. 7, (1971), pp. 169-282.
- (4) Koch, D. L. and Brady, J. F., Dispersion in fixed beds, J. Fluid Mech., vol. 154, (1985), pp. 399-427.
- (5) F. Kuwahara, A. Nakayama, and H. Koyama, "Numerical modelling of heat and fluid flow in a porous medium," Proc. The 10th Int. Heat Transfer Conf., vol. 5, (1994), pp. 309-314
- (6) F. Kuwahara and A. Nakayama, "Numerical prediction of thermal dispersion in porous medium using a three-dimensional periodic array," JSSUME'96, (1996), pp.239-247
- (7) 桑原、三次元構造体数値モデルによる多孔質体内熱分散の数値予測、静岡大学工学部研究報告、投稿中

第7章 非等方多孔質構造体における熱流動の微視的数値

シミュレーション

第5章では、正方配列無限角柱モデルにおいては、透過率が巨視的流れ方向に依存しないことを示した。本章においては、無限角柱群二次元モデルの配列を正方配列からオフセットさせることで、構造体に非等方性を加味する。配列は非等方的であるが周期性を有するため、やはり一構造体ユニットに注目し直接的数値シミュレーションを実施することができる。流れ方向、配列、気孔率を種々変化させ求めた一連の計算結果を詳細に検討し、非等方性を有する多孔質体の指向透過率を決定する。

7-1 物理モデル及び微視的計算領域

本章では図7-1に示す様に、角柱配列の y 方向にオフセット量 a を有する非等方的構造体を考える。 y 軸方向流れに比べ、 x 軸方向流れにおいては平均流路長（すなわち迷路係数）が増すため、その指向透過率は減少する。なお、巨視的流れ方向に垂直に巨視的に線形な温度勾配が存在するものとする。今、 x 軸と任意の角度 θ をなす方向に巨視的に一様な流れを考える。この時、巨視的速度場及び温度場は次式で与えられる。

$$\langle \vec{u} \rangle = \langle \vec{u} \rangle (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}) \quad (7-1)$$

$$\nabla \langle T \rangle = \frac{\Delta T}{H} (-\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}) \quad (7-2)$$

本非等方構造体モデルにおいては、配列の周期性を考慮し、角柱を二つ含む $2H \times H$ の長方形領域に注目する。微視的速度場及び圧力場を直接的数値計算より求めるべく、以下の基礎方程式群を考える。

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (7-3)$$

$$(\nabla \cdot \vec{u}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{u} \quad (7-4)$$

$$\rho_f C_{p_f} \nabla \cdot (\bar{u} T) = k_f \nabla^2 T \quad : \text{流体内} \quad (7-5)$$

$$k_s \nabla^2 T = 0 \quad : \text{固体内} \quad (7-6)$$

速度場及び温度場の周期性に注目し、以下の境界条件及び拘束条件を課す。

壁面上：

$$\bar{u} = \bar{0} \quad (7-7)$$

$$T_s = T_f \quad (7-8.a)$$

$$k_s \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = k_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_f \quad (7-8.b)$$

周期境界面上：

$$\bar{u} \Big|_{x=-H} = \bar{u} \Big|_{x=H} \quad (7-9.a)$$

$$\bar{u} \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \bar{u} \Big|_{y=\frac{H}{2}} \quad (7-9.b)$$

$$\int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} u dy \Big|_{x=-H} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} u dy \Big|_{x=H} = H \langle \bar{u} \rangle \cos \theta \quad (7-10.a)$$

$$\int_{-H}^H v dx \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = \int_{-H}^H v dx \Big|_{y=\frac{H}{2}} = 2H \langle \bar{u} \rangle \sin \theta \quad (7-10.b)$$

$$T \Big|_{x=-H} = T \Big|_{x=H} + 2\Delta T \sin \theta \quad (7-11.a)$$

$$T \Big|_{y=-\frac{H}{2}} = T \Big|_{y=\frac{H}{2}} - \Delta T \cos \theta \quad (7-11.b)$$

代表長さに構造体ユニットが占有する空間の辺長 H 、代表速度に空間平均速度 $\langle \bar{u} \rangle$ をとりレイノルズ数を以下で定義する。

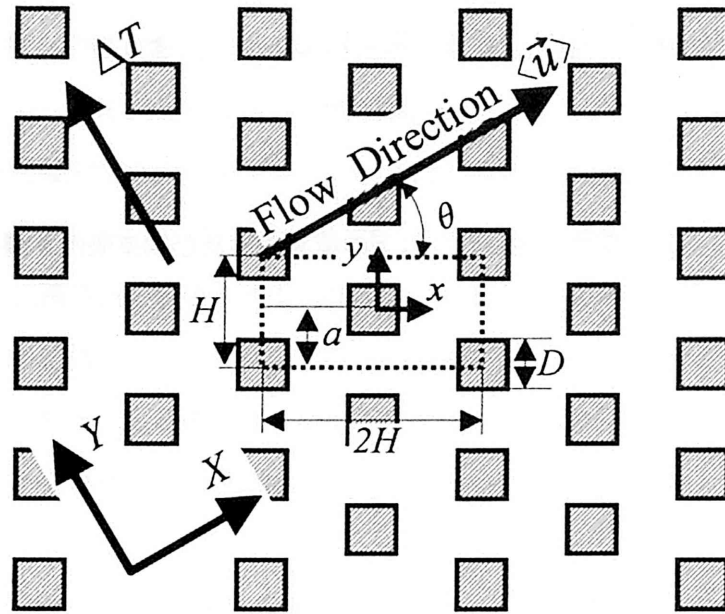


図 7-1 物理モデルと数値計算領域
(非等方性二次元角柱モデル)

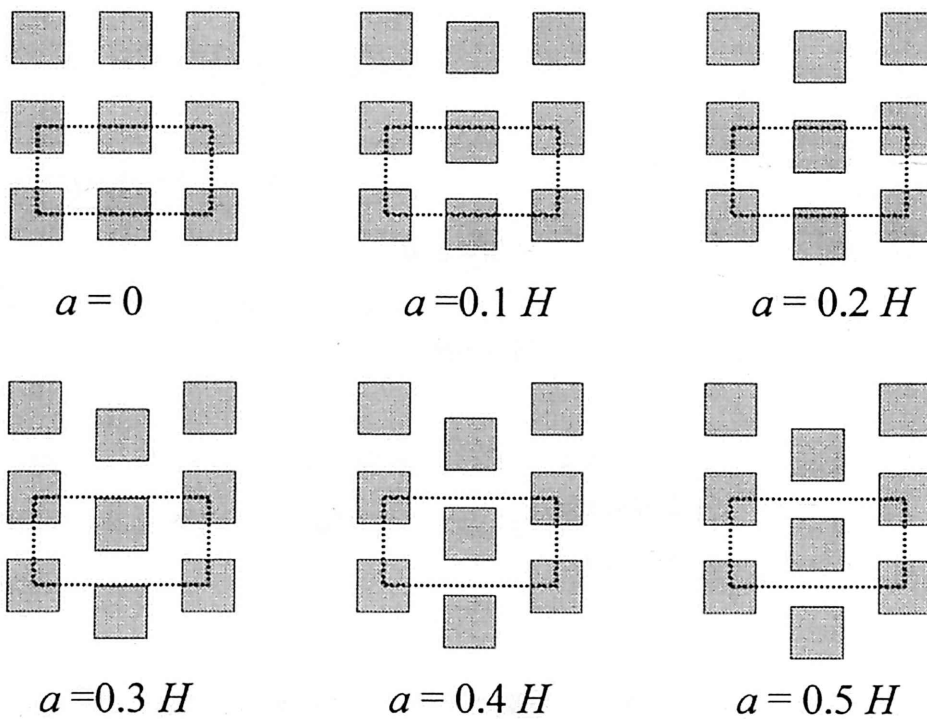


図 7-2 オフセット量 a と配列の非等方性
($D=0.6, \varepsilon=0.64$)

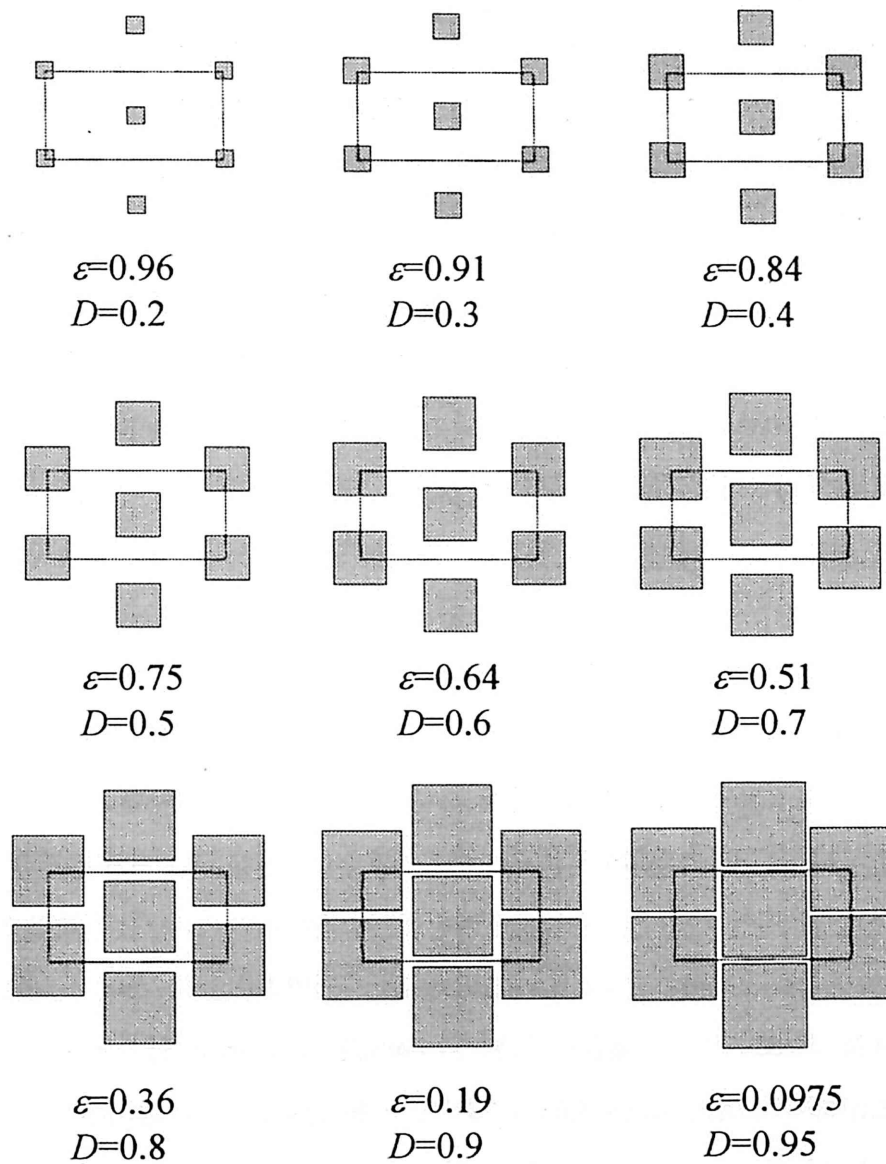


図 7-3 構造体寸法と気孔率 ($a=0.5H$)

$$Re = \frac{\rho \langle \bar{u} \rangle H}{\mu}$$

透過率の非等方性を支配する配列のオフセット量 a の効果を検討するため $a = 0 \sim 0.5 H$ の範囲で変化させ計算を行う。気孔率 $\varepsilon=0.64$ の場合について、オフセット量を変化したと

きの配列を図7-2に示す。オフセット量 $a=0$ のときは正方配列、 $a=0.5H$ のときは千鳥配列となる。計算領域は構造体角柱を2つ含む図中点線で示す長方形領域内とする。気孔率は0～1まで任意に設定することが可能である。気孔率 $\varepsilon=1-(D/H)^2$ の効果を検討すべく (D/H) を変化させ、 $\varepsilon=0.0975\sim 0.96$ の範囲で計算を行う。図7-3に、計算に用いた構造体配列のうち、オフセット量 $a=0.5H$ の千鳥配列について構造体寸法と気孔率とともに示す。数値計算においては、SIMPLE法⁽¹⁾に基づく二次元汎用プログラムSUNSET⁽²⁾に修正を加えたものを用いた。本長方形計算領域について約 $45\times 90=4050$ の格子点を配置し計算を行った。計算はすべてHP-UX A 9000/7000で実施した。1ケース当たり速度場の計算に約30分、さらに温度場の計算に約30分程度を要した。

7-2 微視的速度場及び圧力場

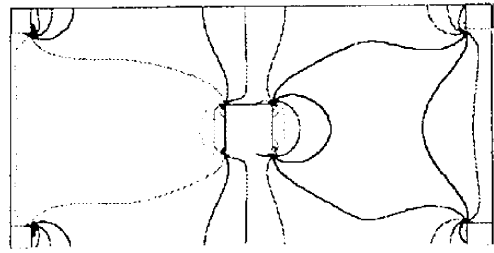
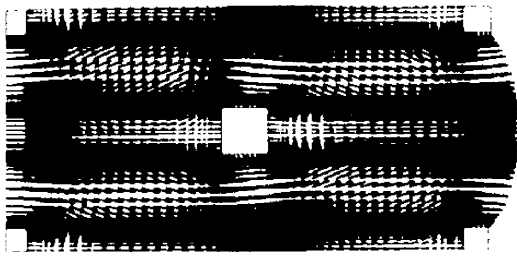
図7-4に、低レイノルズ数場 ($Re=0.1$)における微視的流動場の計算結果の例として、気孔率 $\varepsilon=0.96, 0.64, 0.36$ 及び $a=0.5H$ の場合について、 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化させたときの速度ベクトル図及び圧力線図をそれぞれ示す。図7-4(a)は、高気孔率の場合 ($\varepsilon=0.96$)の結果を示す。速度ベクトル図からは構造体を迂回する流れのパターンが確認できる。また等圧線図からは巨視的流れ方向に沿って圧力勾配が形成される様子がうかがえる。気孔率を $\varepsilon=0.64$ 及び 0.36 と下げた場合の結果を図7-4(b)及び(c)に示す。低レイノルズ数下においては、構造体周りの粘性抵抗が支配的であり、流路に沿ったクエット流的流れとなる。巨視的流れ方向が変化することで、各流路を流れる流量に差異が生ずる。例えば $\theta=0^\circ$ (図7-4(c)-a)においては、中央の構造体角柱により上下方向に流れが分岐することにより、等圧線間隔が約二倍に拡大している。その下流の流路において流れが合流することで圧力勾配が再び増加する。中央の構造体の存在により幾何学的流路長さは1.5倍へ増加するものの圧力損失は約1.25倍程度の増加にとどまる。

図7-5に、レイノルズ数を増した場合 ($Re=10$)の微視的流動場の計算結果の例を示す。気孔率 $\varepsilon=0.96, 0.64, 0.36$ 及び $a=0.5H$ の場合について、 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化させたときの速度ベクトル図及び圧力線図をそれぞれ示す。図7-5(a)に示す高気孔率の場合 ($\varepsilon=0.96$)においては、慣性支配の圧力場の形成が認められる。図7-5(b)に示す気孔率 $\varepsilon=0.64$

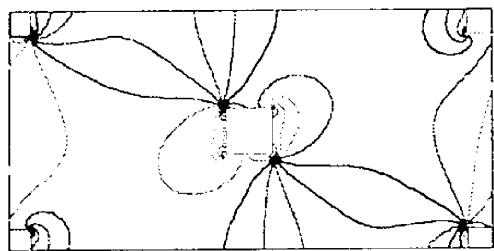
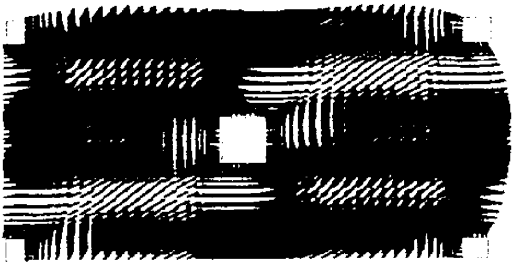
の場合においては、慣性効果が薄れ、 $\theta=90^\circ$ の場合には未だ粘性の効果が支配的となっている。さらに気孔率を減少させた場合($\varepsilon=0.36$)を図7-5(c)に示す。慣性効果が消失し流れ場は粘性の支配下にあることが分かる。

図7-6に、高レイノルズ数の場合($Re=10^3$)の微視的流動場の計算結果を示す。気孔率 $\varepsilon=0.96, 0.64, 0.36$ 及び $a=0.5H$ の場合について、 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化させたときの速度ベクトル図及び圧力線図をそれぞれ示す。図7-6(a)は高気孔率の場合($\varepsilon=0.96$)を示してあるが、慣性支配の圧力場が形成されている。その際、流動場においては構造体後方で流れがはく離し、循環渦が形成されている。図7-6(b)は $\varepsilon=0.64$ の場合を示す。 $\theta=90^\circ$ の場合を除きいずれの場合も角柱面上に強い循環渦が認められる。さらに気孔率を減少させた場合($\varepsilon=0.36$)を図7-6(c)に示す。オフセットなし(正方配列)の場合、同気孔率下では循環渦が出現しない。これに対し本ケースにおいては、 $\theta=90^\circ$ の場合を除きいずれの場合も循環渦が出現している。このことから慣性効果と構造体の幾何学性との密接な関係が伺える。

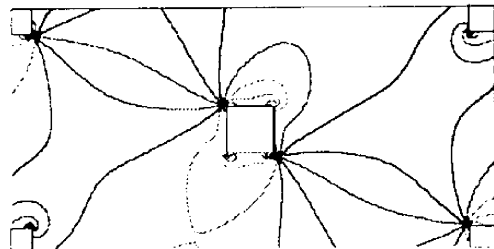
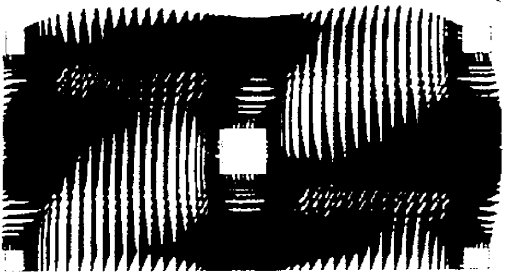
図7-7に、低レイノルズ数流動場($Re=0.1$)におけるオフセット量の影響を示す。気孔率 $\varepsilon=0.91, 0.75, 0.51, 0.19$ の場合について、オフセット量を $a=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5H$ と変化させたときの速度ベクトル図を、 $\theta=0^\circ, 90^\circ$ の場合について左右に分けて示す。図7-7(a)には高気孔率の場合($\varepsilon=0.91$)の結果を示す。 $\theta=0^\circ$ の場合には、オフセット量 a の増加に伴い流れが湾曲し、中央の構造体によって分離・合流が生じている。これに対し $\theta=90^\circ$ の場合には、オフセットの影響がほとんど認められない。図7-7(b)には気孔率が $\varepsilon=0.75$ の場合を示す。構造体間に現れるよどみ領域が、オフセット量の増加に伴い減少する様子が観察できる。 $\theta=90^\circ$ の場合、構造体付近での流れの蛇行が観察できる。図7-7(c)には気孔率が減少した場合($\varepsilon=0.51$)を示す。構造体間の流路は二次元平行平板流路に類似したものとなり、クエット流的速度分布が認められる。図7-7(d)は気孔率が極めて小さい場合($\varepsilon=0.19$)を示す。オフセット量の増加に伴い流路長さが増加していく様子が確認できる。流動場の観察により、オフセット量 a の増加は低気孔率下において透過率の非等方性を助長する傾向にあるのに対し、高気孔率下においてはほとんど非等方性に影響を及ぼさないことがわかる。



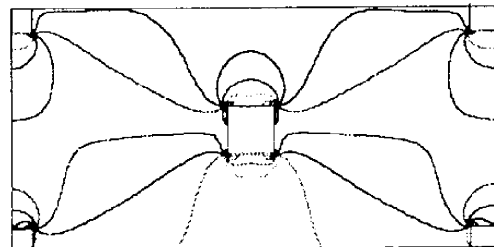
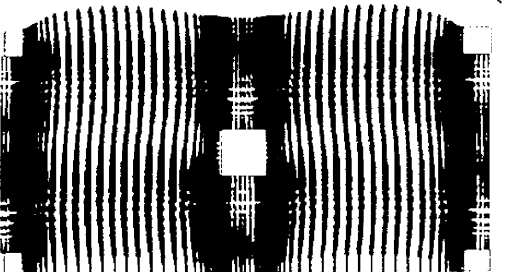
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

図 7-4 (a) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.96, Re = 0.1$)

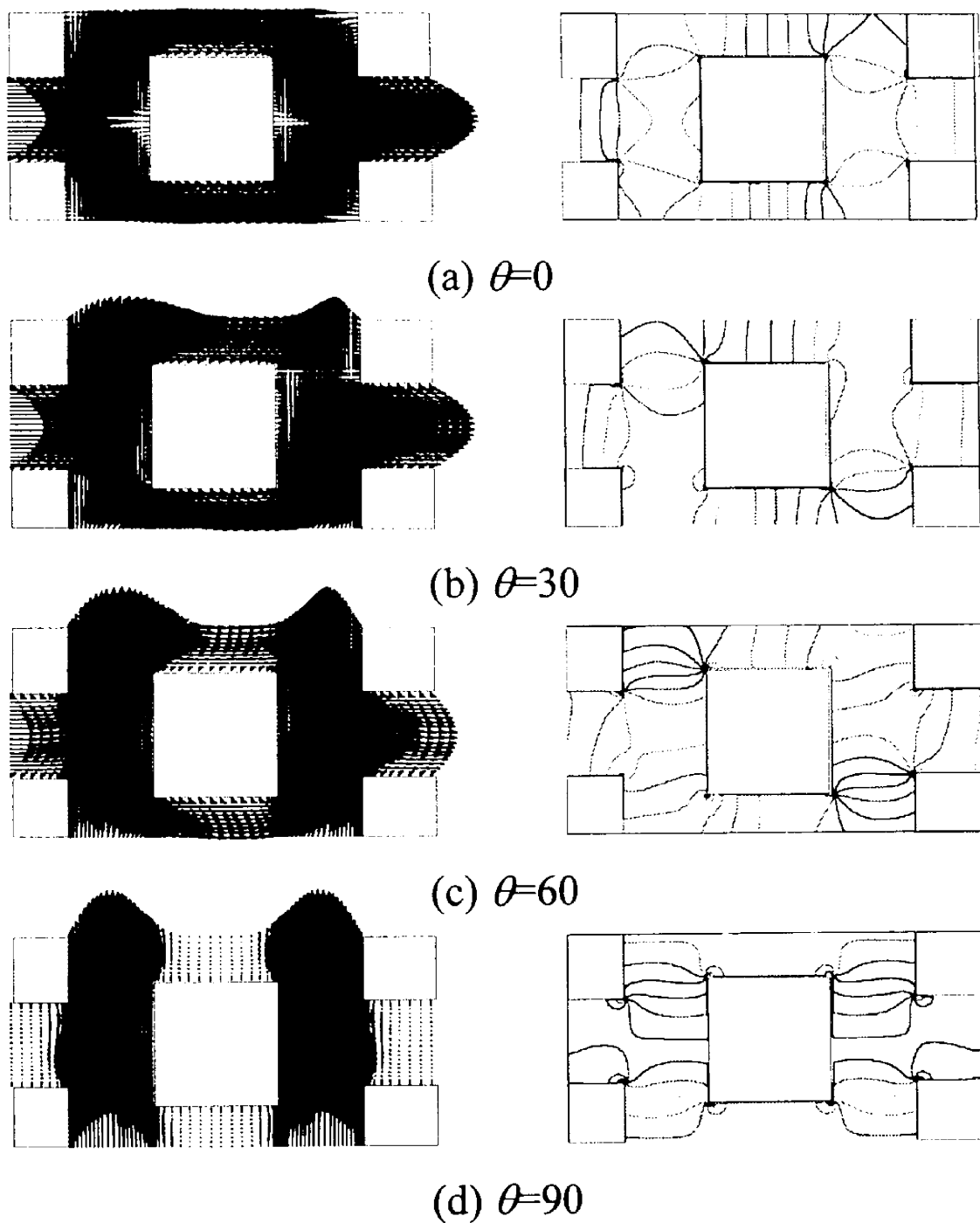


図 7-4 (b) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.64, Re = 0.1$)

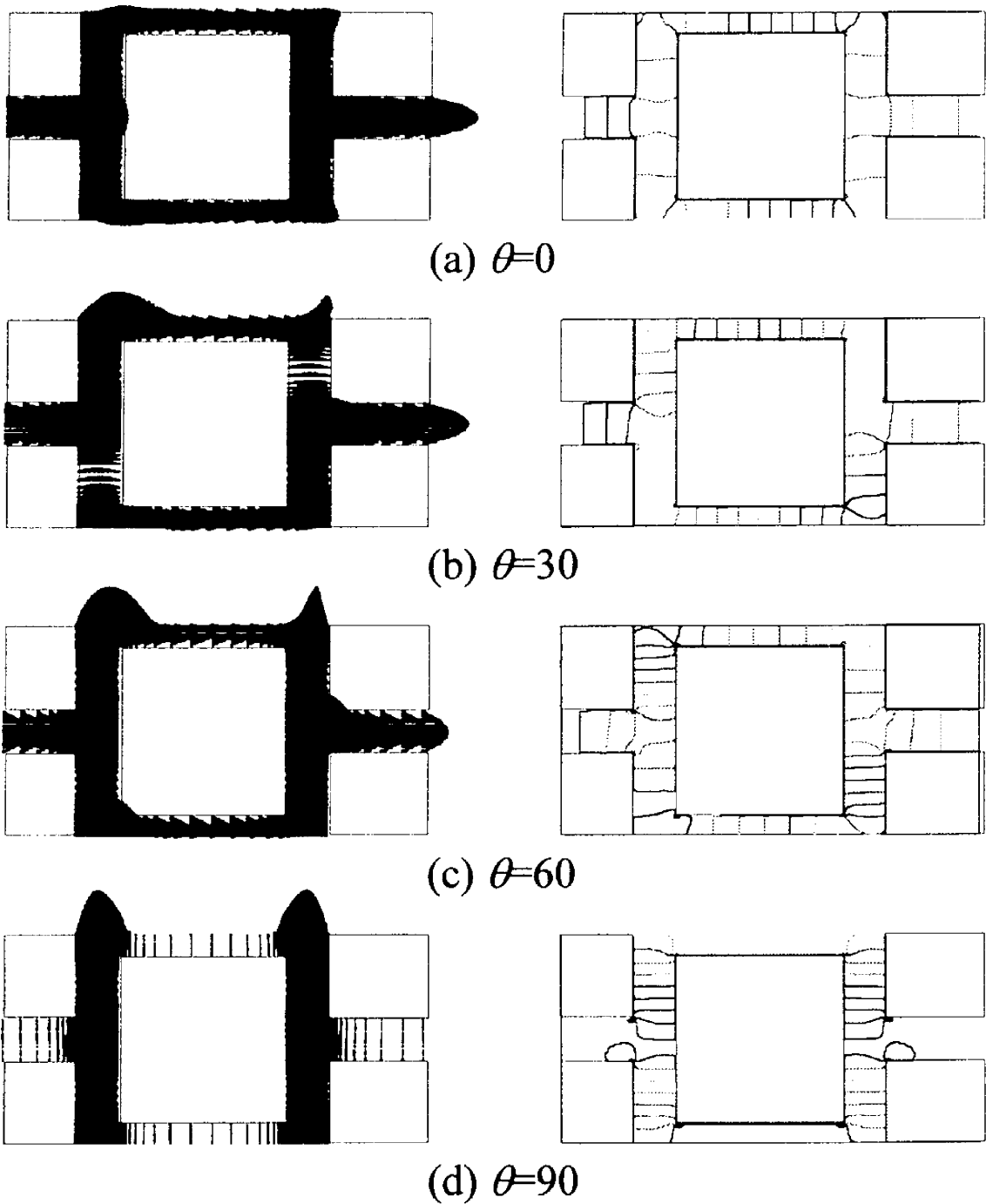
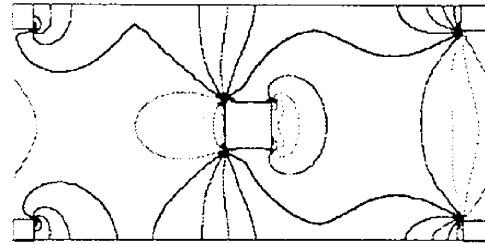
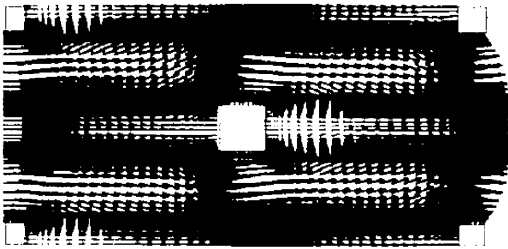
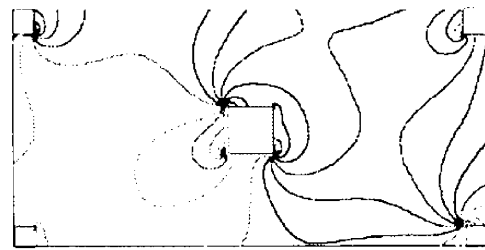
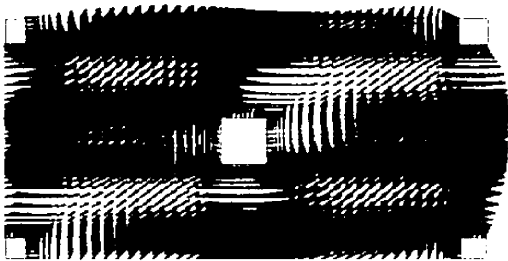


図 7-4 (c) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

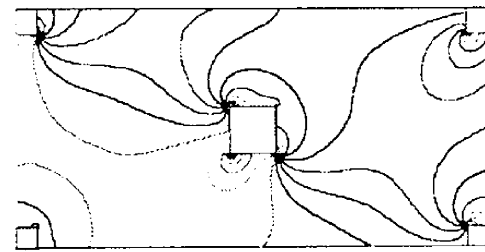
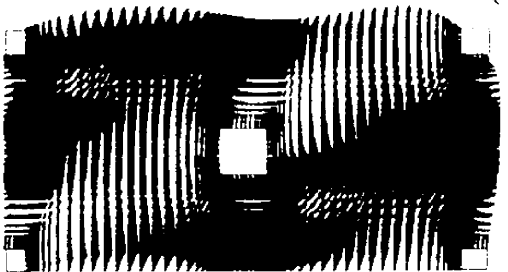
($\varepsilon=0.36, Re=0.1$)



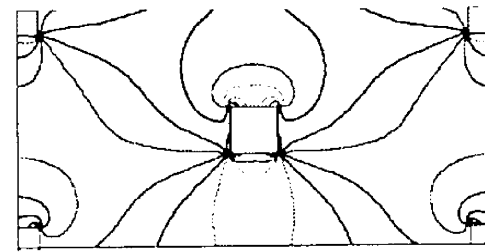
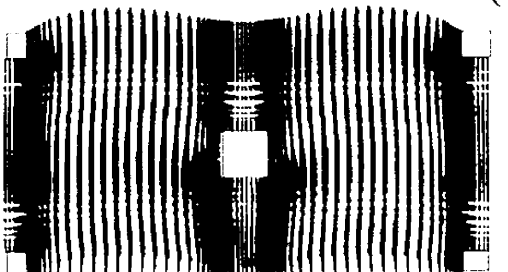
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

図 7-5(a) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.96, Re = 10$)

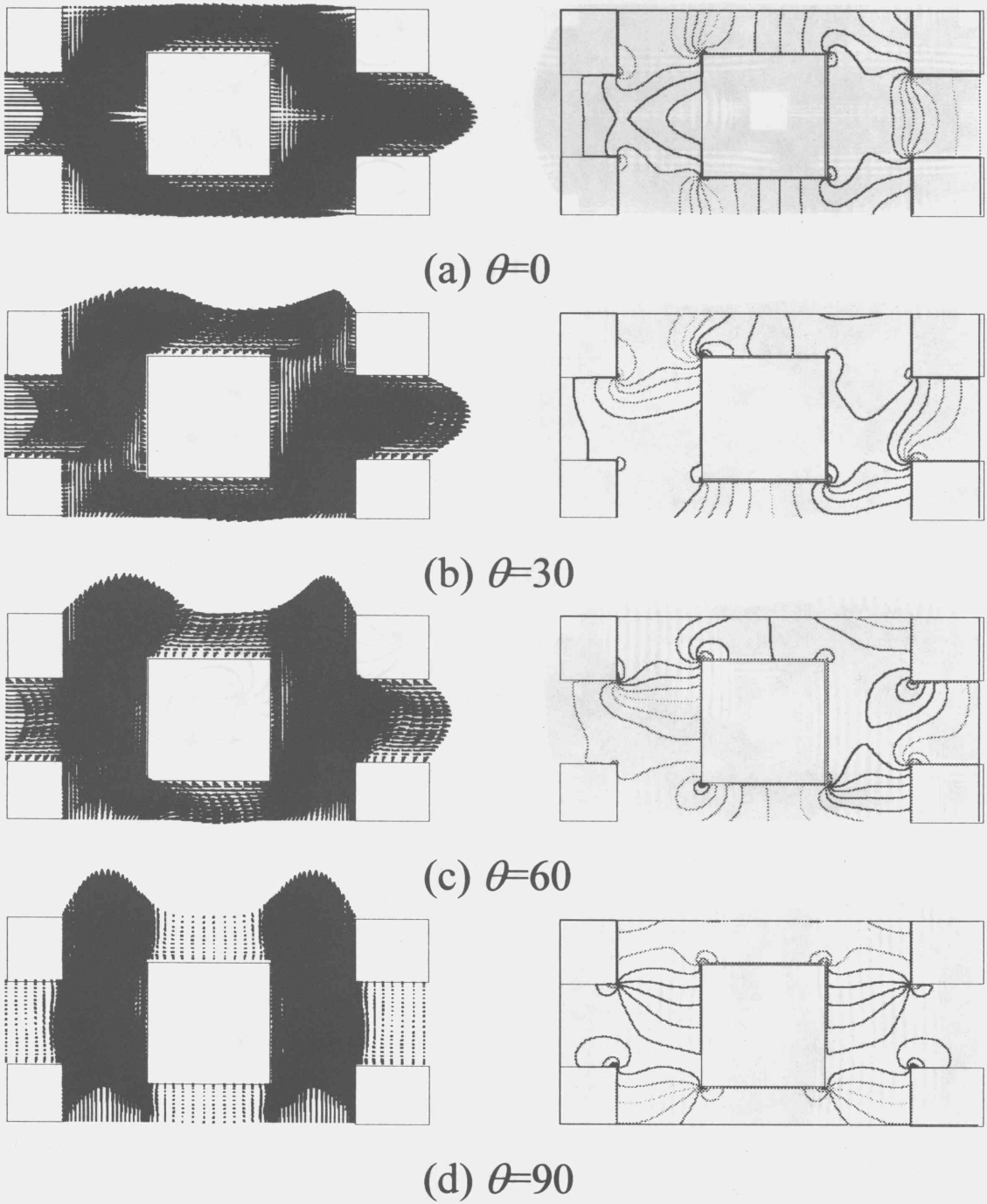


図 7-5 (b) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.64, Re = 10$)

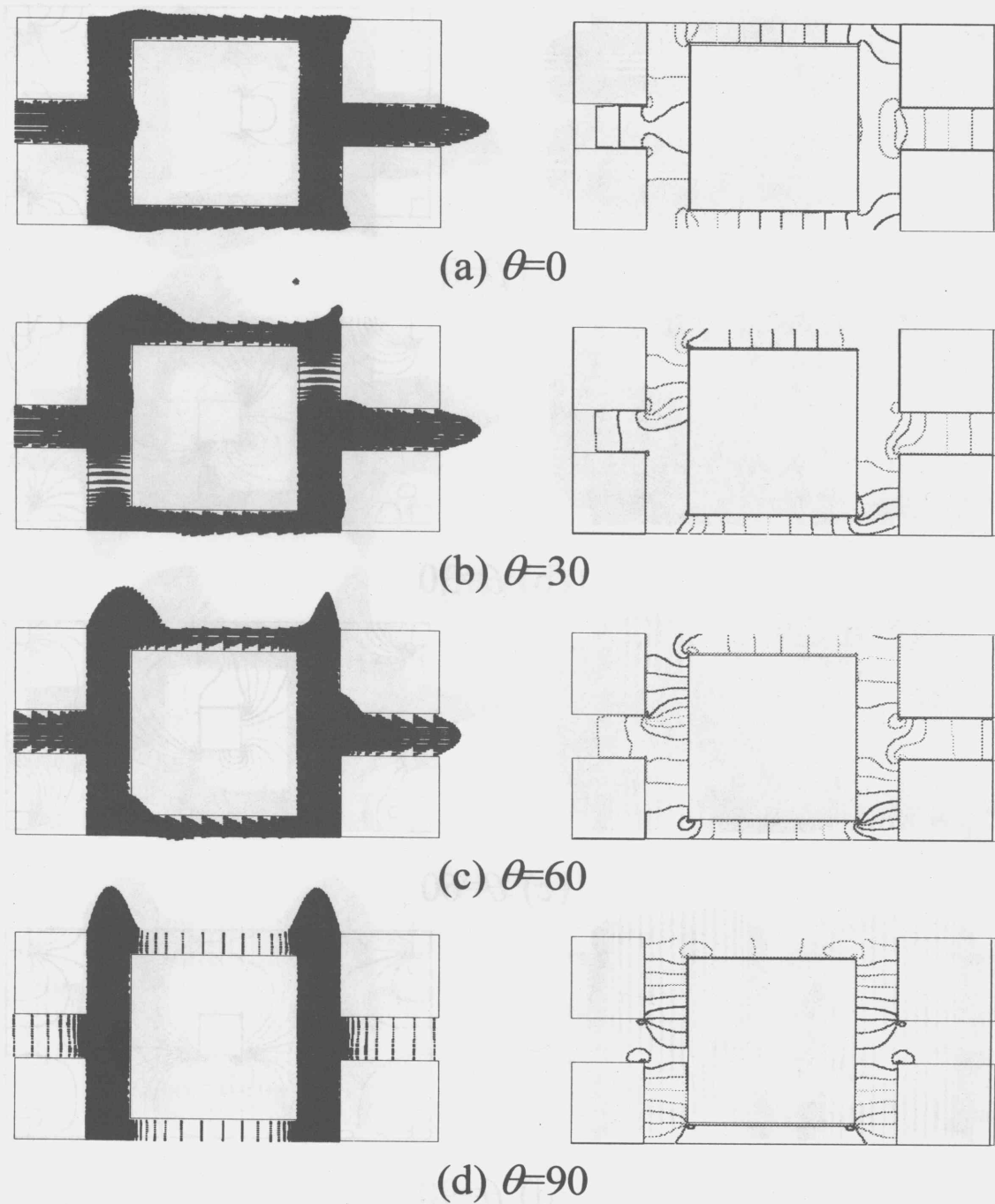
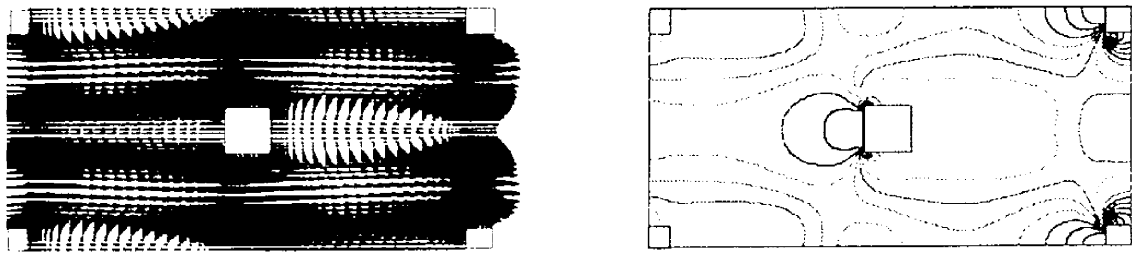
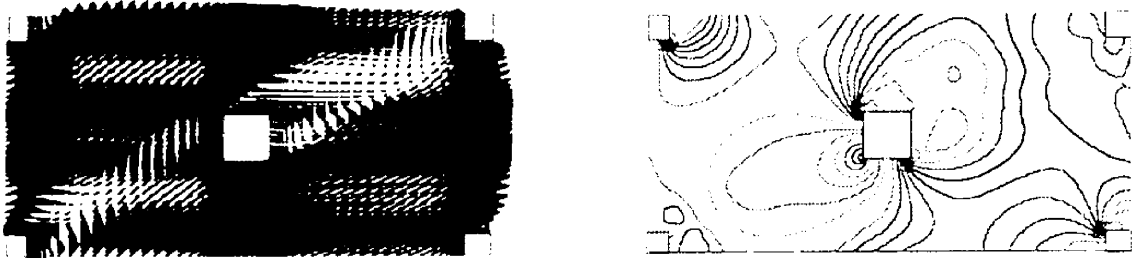


図 7-5 (c) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.36, Re = 10$)



(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

図 7-6(a) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.96, Re = 10^3$)

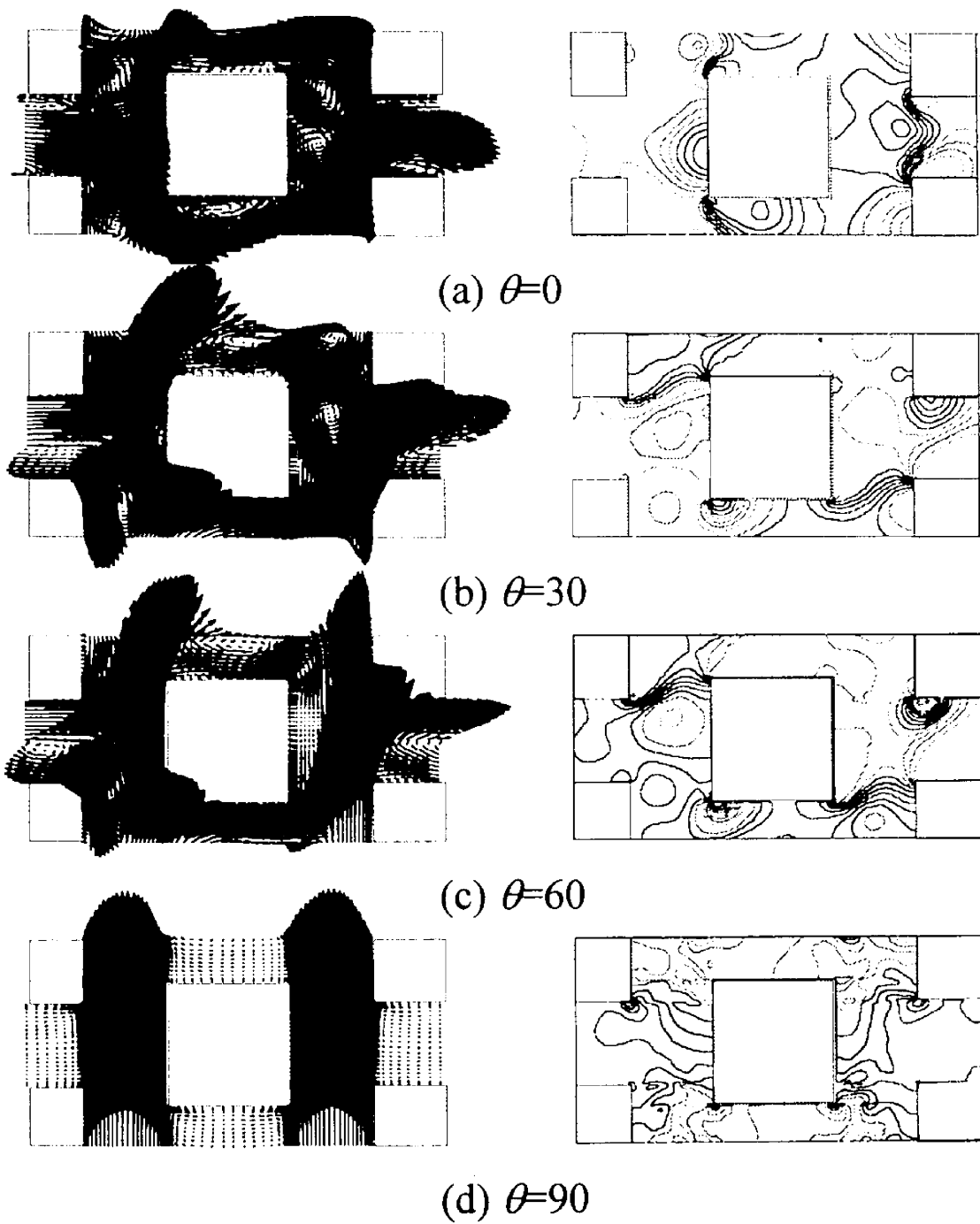


図 7-6 (b) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon=0.64, Re=10^3$)

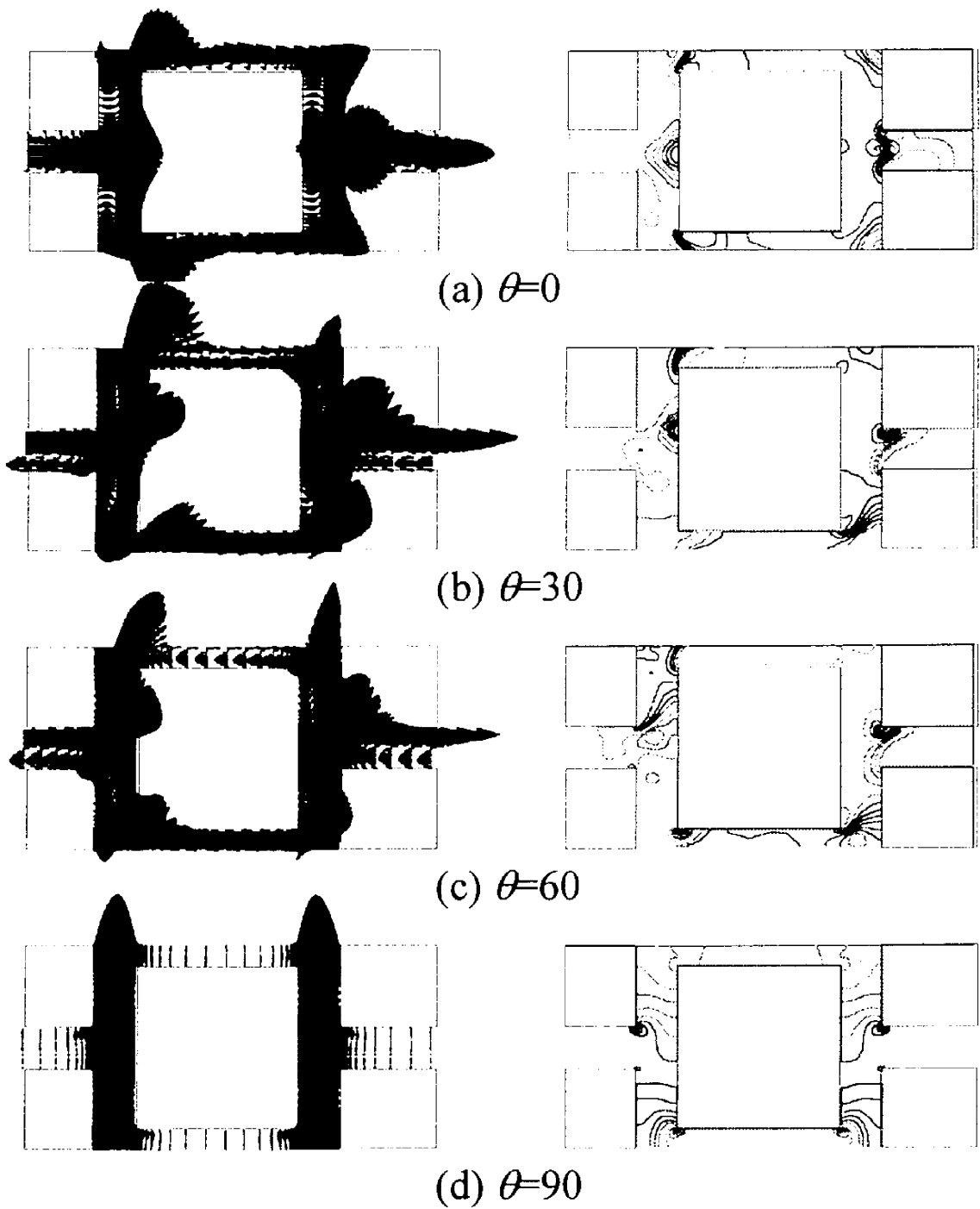
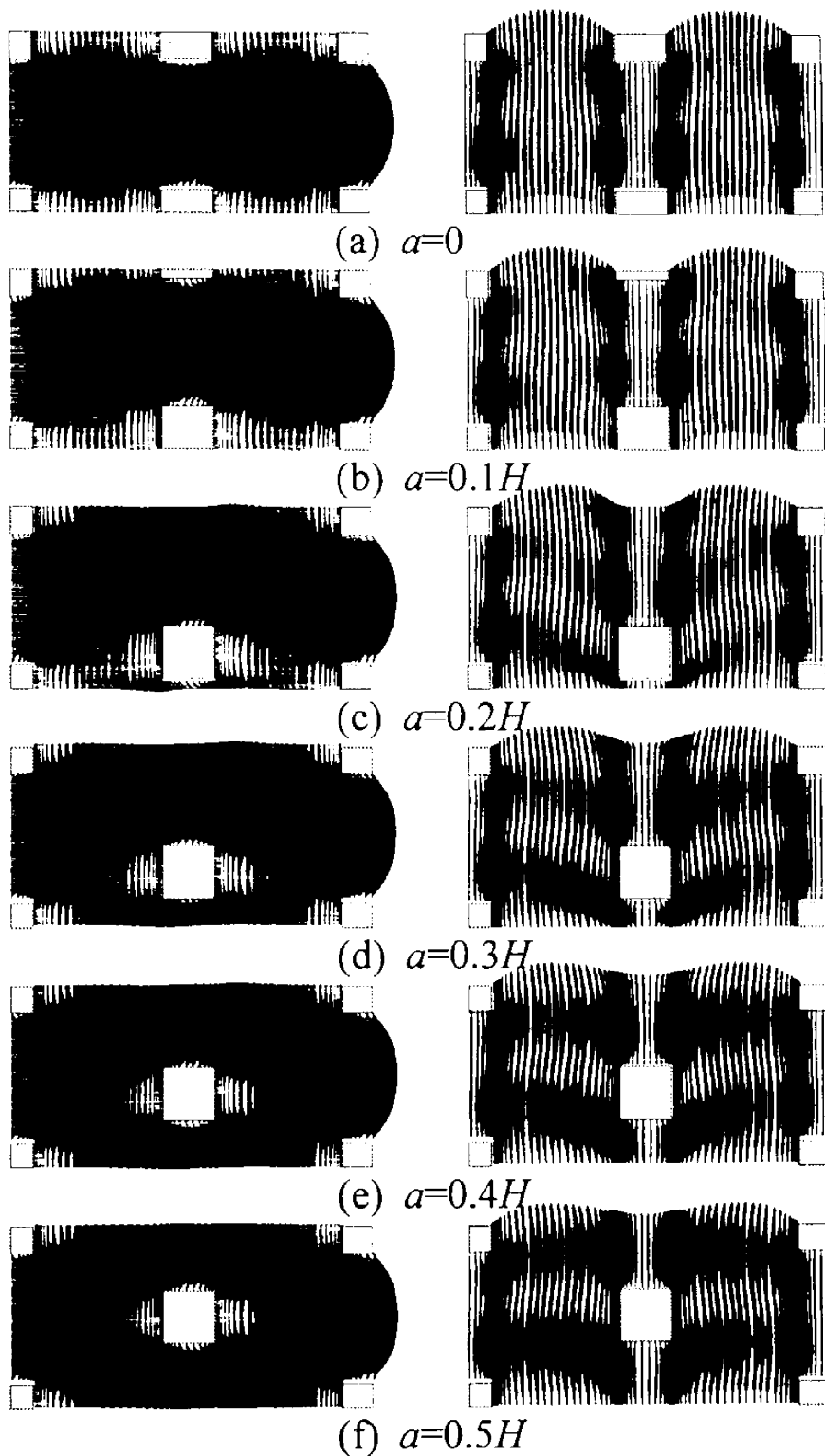


図 7-6(c) 微視的速度場及び圧力場に対する流れ方向の影響

($\varepsilon = 0.36, Re = 10^3$)



$\theta=0$

$\theta=90$

図 7-7(a) オフセット量の微視的速度場への影響

($\varepsilon=0.91, Re=0.1$)

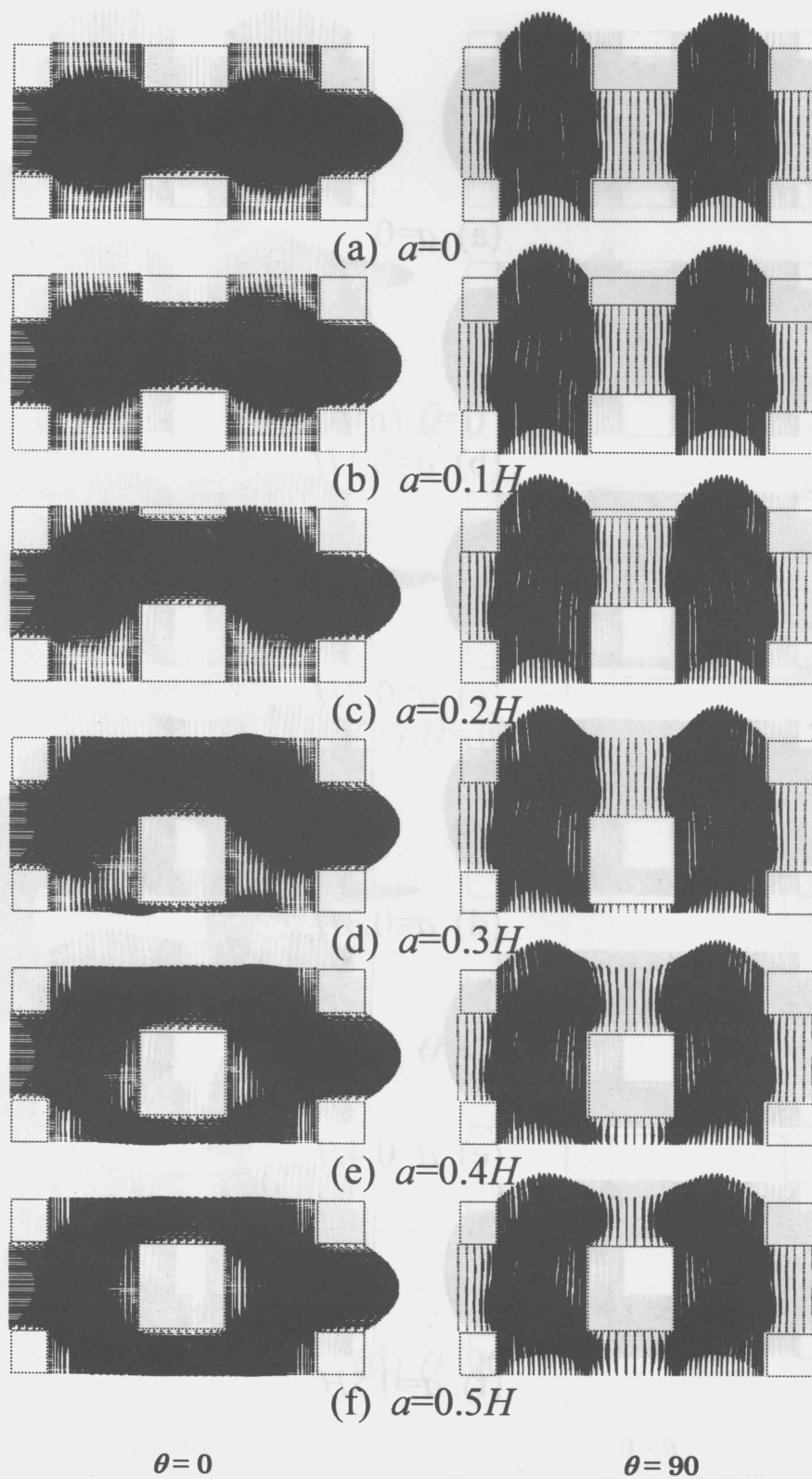


図 7-7(b) オフセット量の微視的速度場への影響

($\varepsilon=0.75, Re=0.1$)

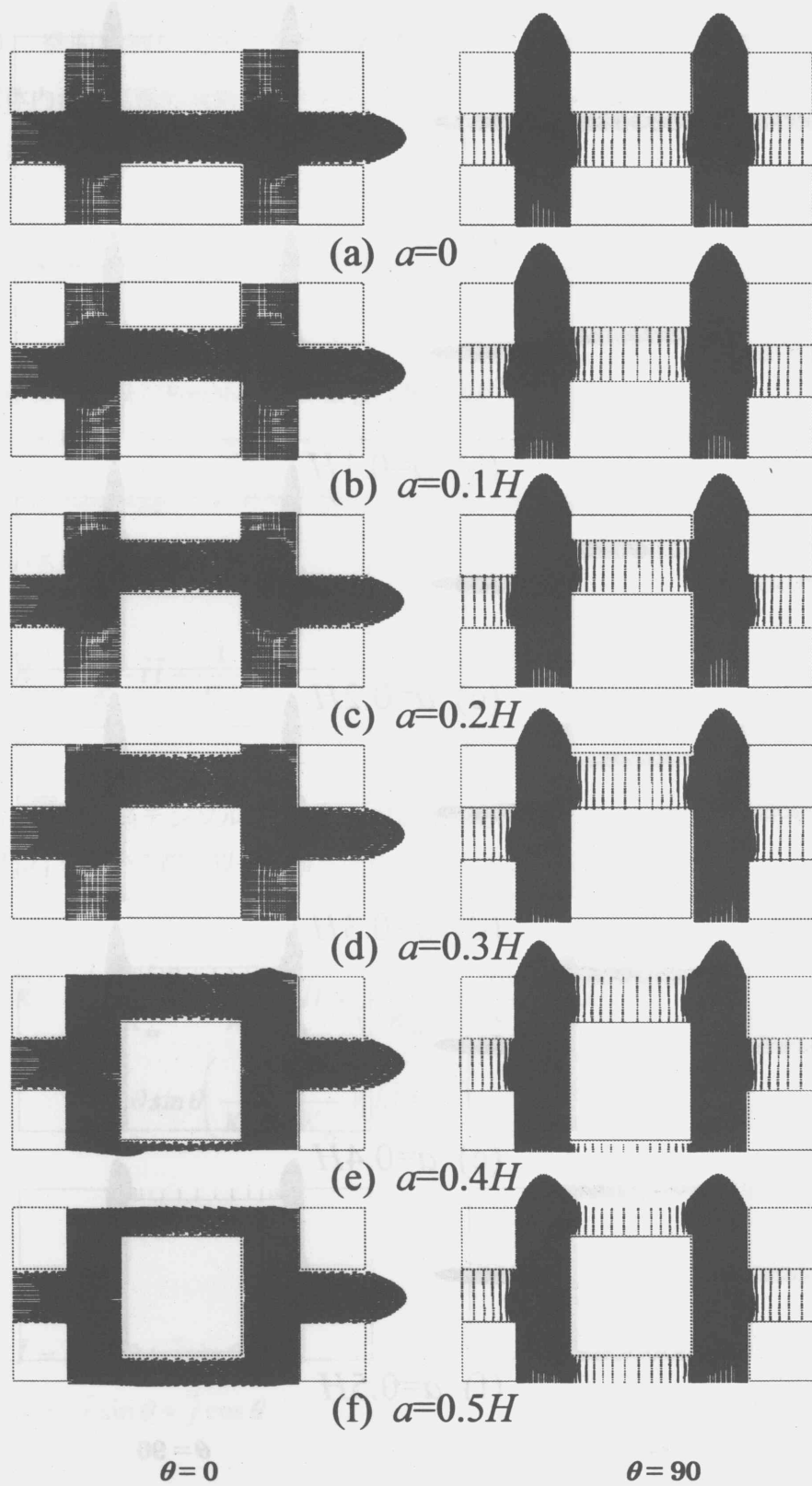


図 7-7(c) オフセット量の微視的速度場への影響

($\varepsilon=0.51, Re=0.1$)

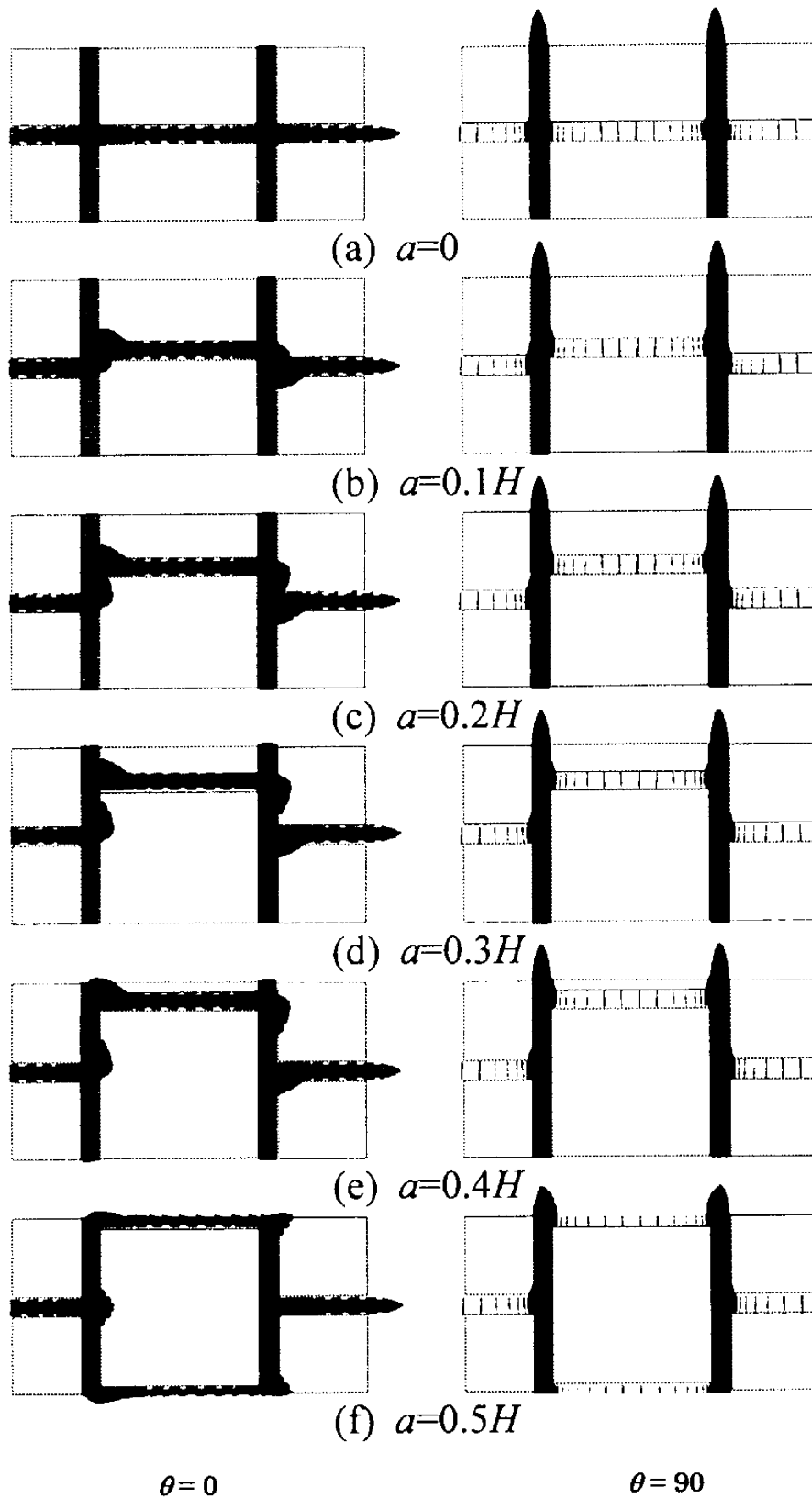


図 7-7 (d) オフセット量の微視的速度場への影響

($\varepsilon=0.19, Re=0.1$)

7-3 空間平均化処理と指向透過率の決定

多孔質体内流の巨視的流動モデルとして知られているForchheimer修正ダルシーモデル⁽³⁾を以下に示す。

$$-\nabla\langle p \rangle' = \mu(\overline{\mathbf{K}})^{-1} \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle + \rho \bar{\mathbf{b}} \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle |\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle| \quad (7-12)$$

ここで、透過率 $\overline{\mathbf{K}}$ 及びForchheimer係数 $\bar{\mathbf{b}}$ は非等方的であるとしテンソル形で表現する。本モデルの規則性からして、透過率はx軸に沿う方向で最小値 K_{xx} をとり、y軸方向で最大値 K_{yy} をとる。Scheidegger⁽⁴⁾は非等方性を有する多孔質体の実験データを基に以下の表現を提案している。

$$\overline{\mathbf{K}}^{-1} = \frac{1}{K_{xx}} \bar{i}\bar{i} + \frac{1}{K_{yy}} \bar{j}\bar{j} \quad (7-13)$$

すなわち、 $\overline{\mathbf{K}}$ は対角テンソルとなる。巨視的流れ方向に沿う自然座標 (X, Y) に関する単位ベクトル (\bar{I}, \bar{J}) を用いる際、以下に書き改めることができる。

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{K}}^{-1} &= \left(\frac{\cos^2 \theta}{K_{xx}} + \frac{\sin^2 \theta}{K_{yy}} \right) \bar{I}\bar{I} + \left(\frac{\sin^2 \theta}{K_{xx}} + \frac{\cos^2 \theta}{K_{yy}} \right) \bar{J}\bar{J} \\ &\quad + \cos \theta \sin \theta \left(\frac{1}{K_{xx}} - \frac{1}{K_{yy}} \right) (\bar{I}\bar{J} + \bar{J}\bar{I}) \end{aligned} \quad (7-14)$$

ここで、

$$\bar{I} = \bar{i} \cos \theta + \bar{j} \sin \theta \quad (7-15.a)$$

$$\bar{J} = -\bar{i} \sin \theta + \bar{j} \cos \theta \quad (7-15.b)$$

すなわち、一方向ダルシー流れにおいては、

$$-\frac{d\langle p \rangle^f}{dX} = \frac{\mu}{K_{xy}} \langle \bar{u} \rangle \quad (7-16)$$

となる。式(7-14)の右辺は指向透過率(Directional permeability) K_{xy} の逆数に対応しており、以下の関係にある。

$$K_{xy} = K_x \frac{\alpha}{1 + (\alpha - 1) \cos^2 \theta} \quad (7-17)$$

ここで

$$\alpha = \frac{K_{xy}}{K_x} \quad (7-18)$$

は透過率の非等方度を表す。上の Scheidegger の提案は実験データに基づくものであり、テンソル理論に整合するものである。しかし微視的観点に立った純理論的な検討は報告されていない。そこで本章では Scheidegger の提案の妥当性を直接的数値計算結果を基に吟味する。

正方配列された多孔質構造体の一ユニットについて求めた圧力場の微視的数値計算結果を空間平均することで、巨視的圧力勾配を求める手続きについては、5章及び6章と同様である。 $2H \times H$ の長方形計算領域に対して、次式より巨視的流れ方向に沿う圧力勾配を求める。

$$\begin{aligned} -\frac{d\langle p \rangle^f}{dX} &= \frac{\cos \theta}{2H(H-D)} \int_{-(H-D)/2}^{(H-D)/2} \left(p \Big|_{x=-\frac{2H-D}{2}} - p \Big|_{x=\frac{2H-D}{2}} \right) dy \\ &+ \frac{\sin \theta}{H(2H-D)} \int_{-(2H-D)/2}^{(2H-D)/2} \left(p \Big|_{y=-\frac{H-D}{2}} - p \Big|_{y=\frac{H-D}{2}} \right) dx \end{aligned} \quad (7-19)$$

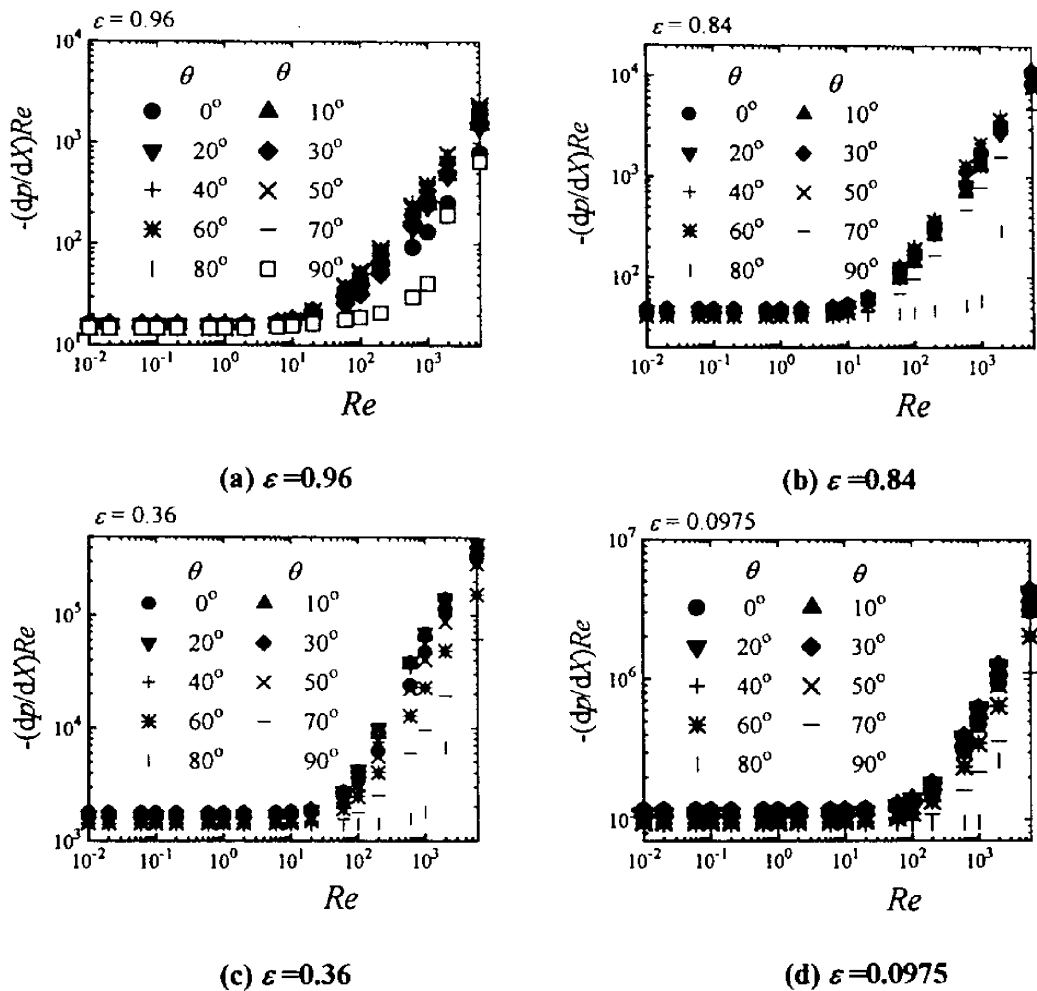


図7-8 無次元圧力勾配に対するレイノルズ数の影響

巨視的流れの角度 θ 及びレイノルズ数を種々変え行つた一連の計算結果を、上式に代入し決定した巨視的圧力勾配の無次元形を $\epsilon = 0.96, 0.84, 0.36, 0.0975$ の場合について図 7-8 に示す。レイノルズ数 Re が 10 以下においては、巨視的流れ方向によらず無次元圧力勾配は一定値を示す。この低レイノルズ数範囲で流動抵抗は $\theta = 0^\circ$ で最大となり、 θ の増加とともに減少することが図より分かる。この傾向は、モデル化された非等方性がレイノルズ数に依存せず、構造体の幾何学性に固有のものであることを示している。すなわち本数値モデルが透過率の非等方性を議論するモデルとして妥当なものであることを示唆している。Forchheimer 修正ダルシー則 (式(7-12)) によれば、図 7-8 縦軸切片の逆数より指向透過率 K_{LX} を決定することができる。なお、高

レイノルズ数下 ($Re \geq 10$) では構造体まわりに後流及びはく離が出現するため、巨視的圧力勾配は激増する。式(7-12)中右辺第二項は、この慣性抵抗に対応しており、その係数 \bar{b} は巨視的流れの方向に強く依存する。

$a = H/2$ の下で ε を種々変化させ計算した $\theta = 0^\circ$ 及び 90° に関する結果より、透過率 $K_x = K_{xx}|_{\theta=0^\circ}$ 及び $K_y = K_{xx}|_{\theta=90^\circ}$ を算出した。その比 $\alpha = K_y/K_x$ を ε を横軸にとり図7-9に示す。微視的圧力場から明らかなように高気孔率下 ($\varepsilon \cong 1$) では等方化 ($\eta \cong 1$) に向かう。一方、低気孔率 ($\varepsilon \cong 0$) 下で、流れはクエット流の様相を呈し、 $\alpha = K_y/K_x$ は流路長の関係より算出される値1.25に漸近する。また、非等方性は気孔率の増加に対し単調に減少するのではなく、 $\varepsilon=0.6$ 付近に極大値を持つことが分かる。

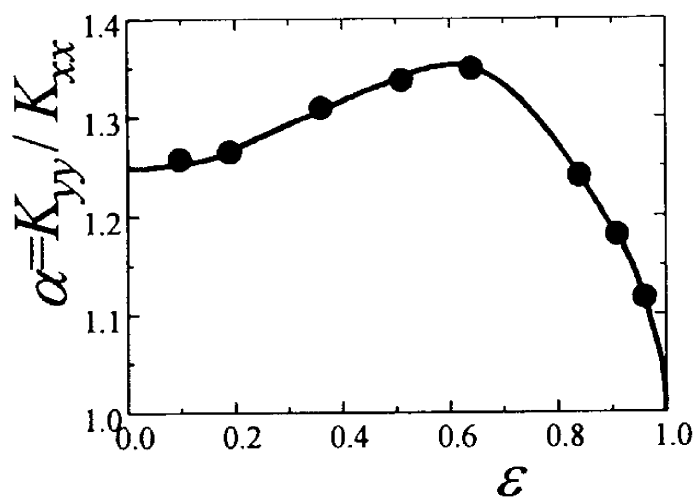


図 7-9 非等方度 α に対する気孔率の影響

同様に求めた指向透過率 K_{xx} に対する巨視的流れ角度 θ の影響を図7-10に示す。また、流れ方向 $\theta = 0^\circ$ 及び 90° の計算結果より求めた K_x 及び K_y の値を用いて算出した $\alpha (= K_y/K_x)$ を Scheidegger の提案式(7-17)に代入した値も図中実線で示す。指向透過率 K_{xx} は θ とともに滑らかに増加し、最大35%の増加を示す。気孔率を種々変化させた一連の計算結果は Scheidegger の式と極めてよい一致を示すことから、Scheidegger の提案式の妥当性を確認することができる。

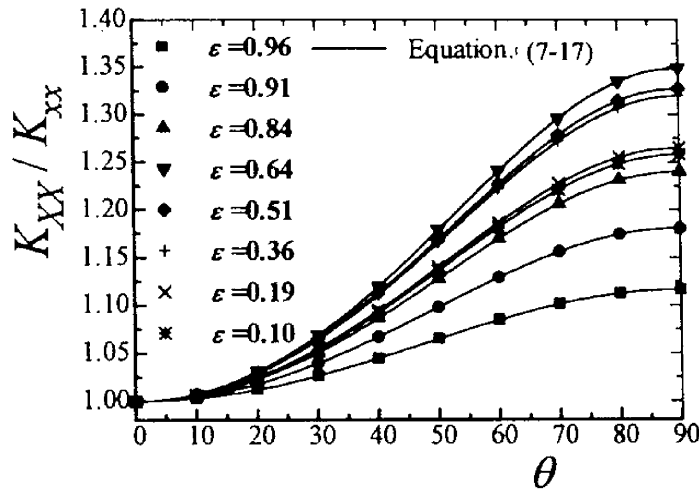


図 7-10 透過率に対する巨視的流れ方向の影響

7-4 微視的温度場

図 7-11 に、低レイノルズ数流動場 ($Re = 0.1$)における微視的温度場の計算結果を示す。オフセット量 $a = 0.5H$ の場合について、気孔率 $\varepsilon = 0.96, 0.64, 0.36$ 、 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化させたときの等温線図を流線と共に示す。図 7-11(a)に示すように、比較的高気孔率の場合 ($\varepsilon = 0.96$) は、固体・流体各相間の熱伝導率の差による等温度線のゆがみのみが認められるものの、流れの影響は等温線に現れていない。流線で示される流動場は構造体上流・下流方向に対称な粘性支配型の流動場となっている。なお低気孔率 (図 7-4 (c))になる程、熱伝導率の違いによる等温度線のゆがみの度合いが顕著となる。

微視的温度場に対するレイノルズ数の効果を調べるべく、 $Re = 10$ 及び $Re = 10^3$ の場合を図 7-12及び13にそれぞれ示す。レイノルズ数の増加に伴い、流動場の影響が温度場に強く反映していく様子が見えてくる。

7-5 微視的温度場の空間平均に基づく非等方 Tortuosity 項の相関

見かけの熱伝導率に対する非等方性の影響を検討する。低ペクレ数域においては熱分散項は無視でき、Tortuosity項に係わる見かけの熱伝導率が支配的となる。見かけの熱伝導率は、 xx 成分において最大値 $(k_{tor})_{xx}$ をとり、 yy 成分で最小値 $(k_{tor})_{yy}$ をとる。

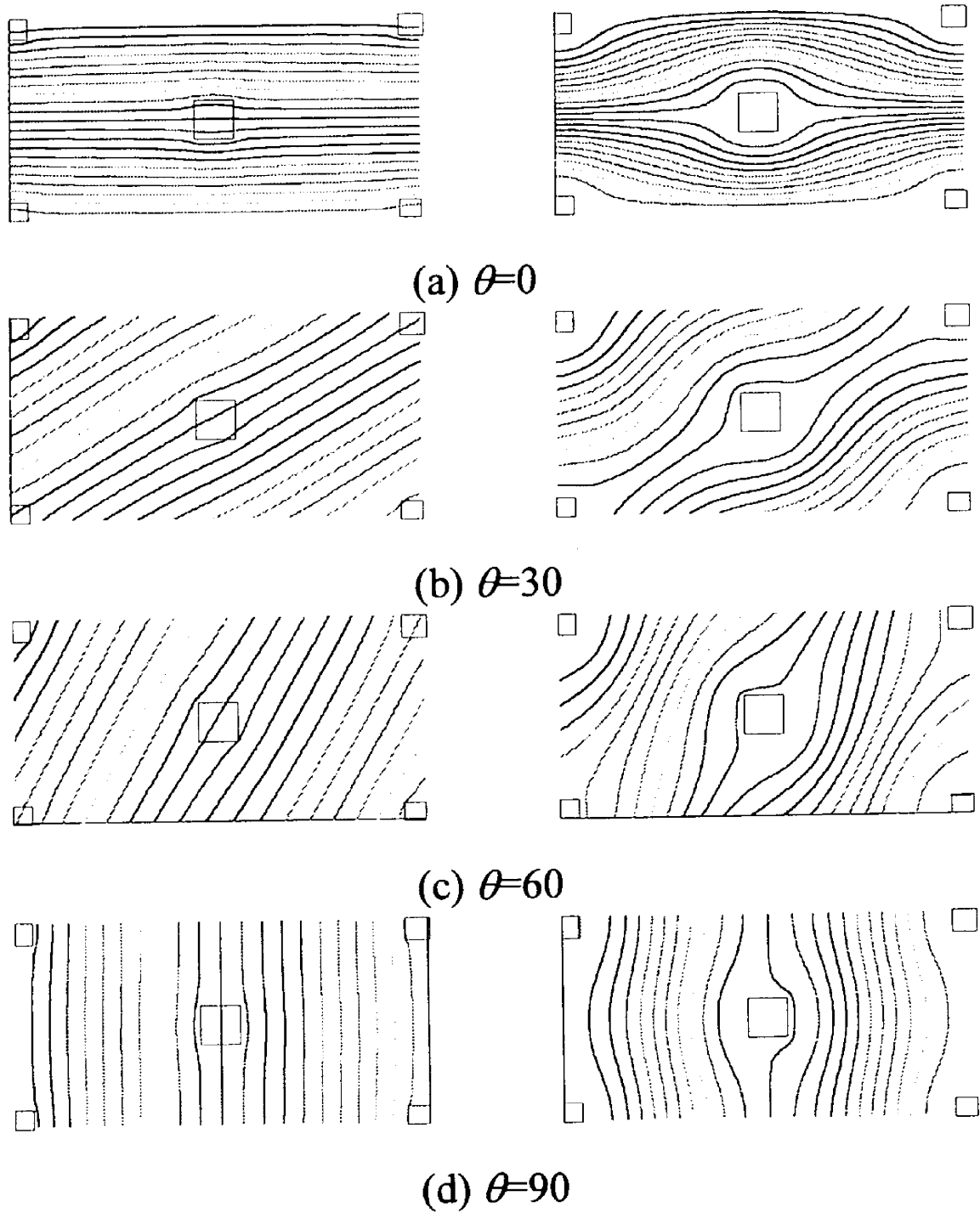
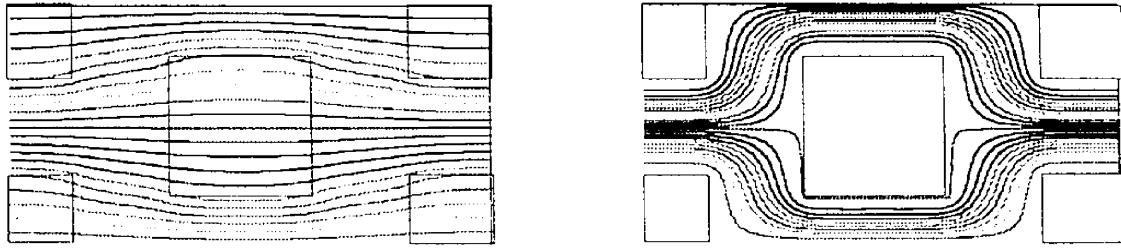
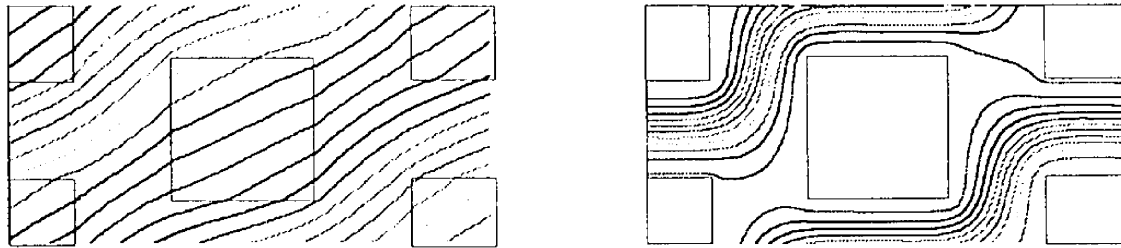


図 7-11 (a) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

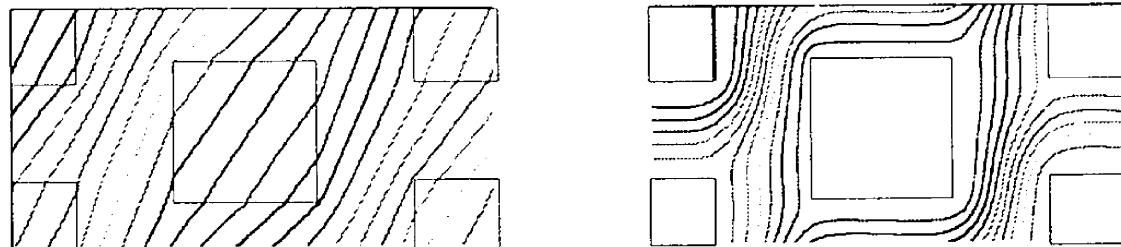
($\varepsilon = 0.96, Re = 0.1$)



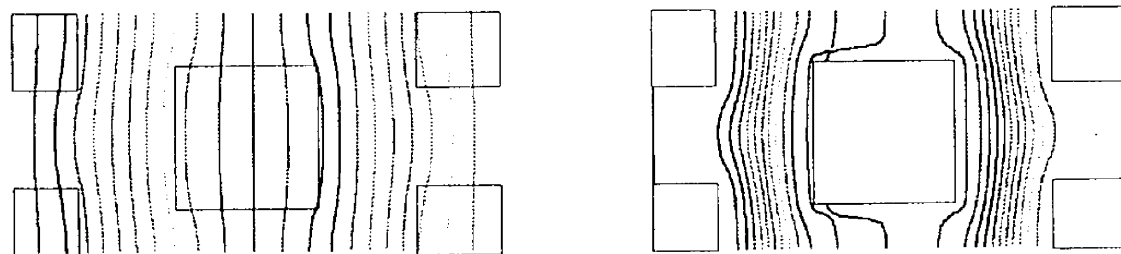
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



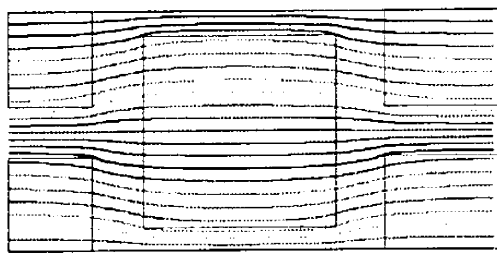
(c) $\theta=60$



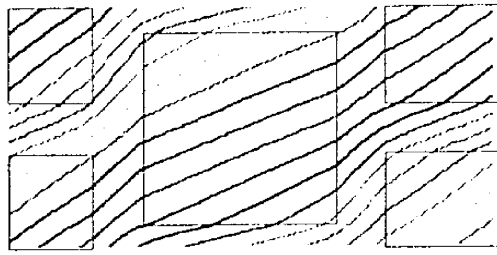
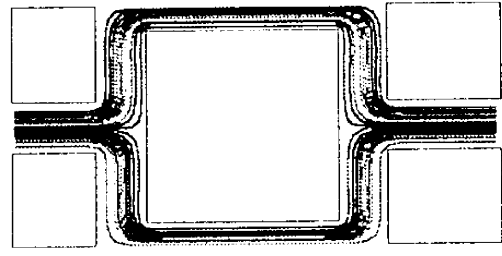
(d) $\theta=90$

図 7-11 (b) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

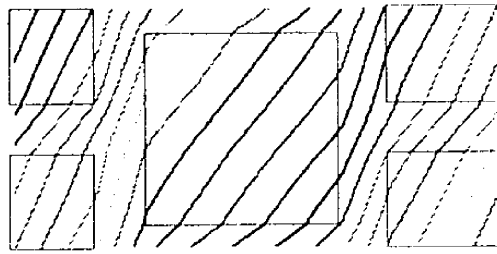
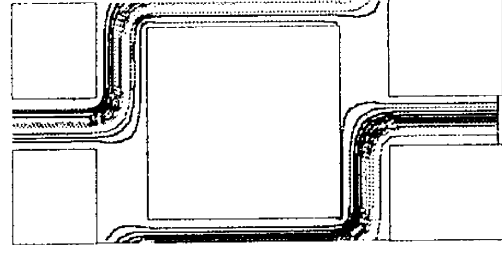
($\varepsilon=0.64, Re=0.1$)



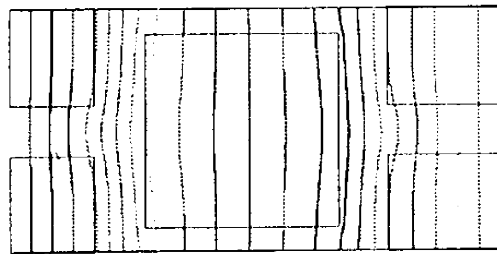
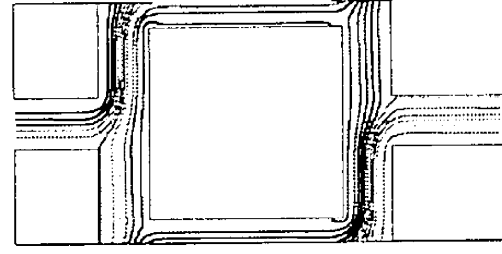
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

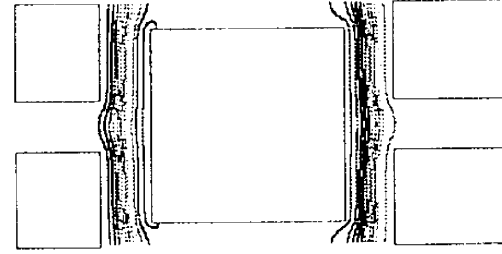
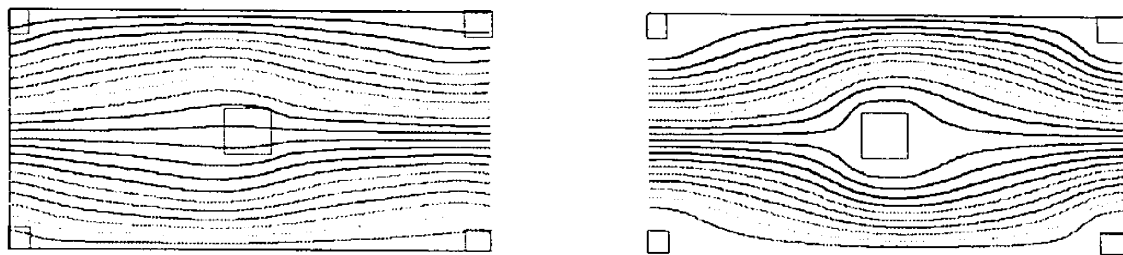
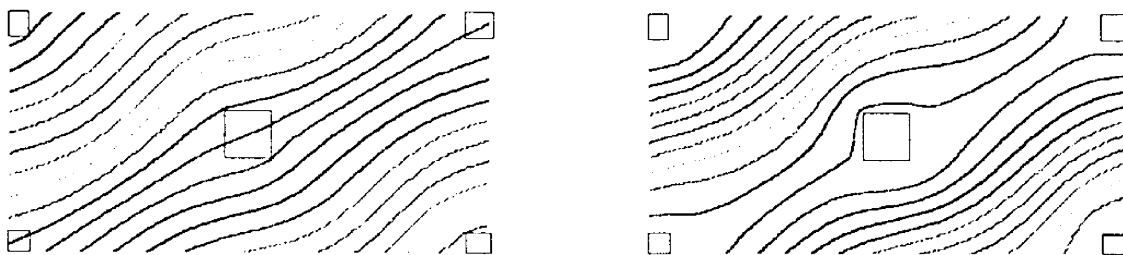


図 7-11 (c) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

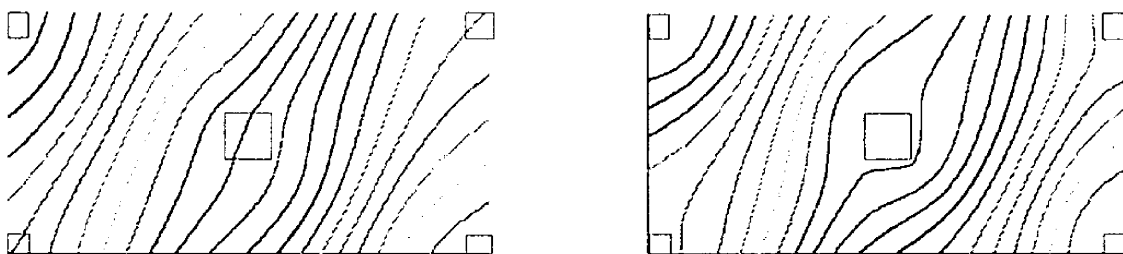
($\varepsilon = 0.34, Re = 0.1$)



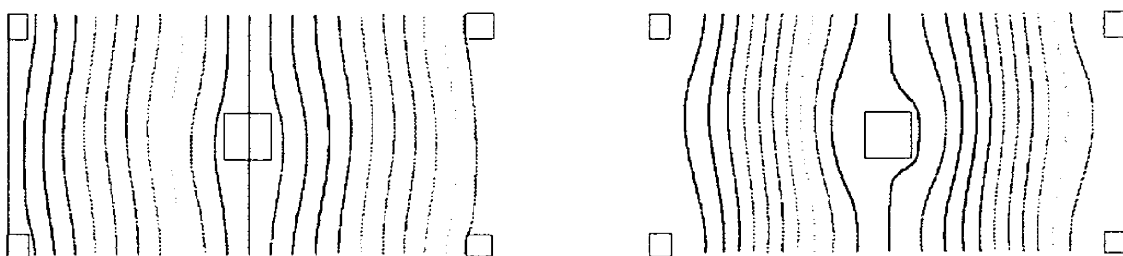
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



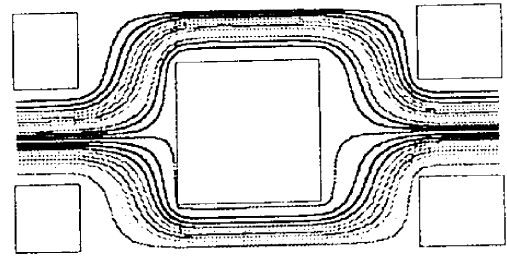
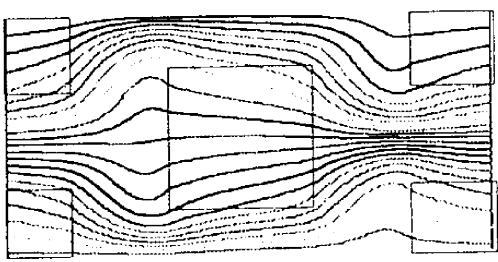
(c) $\theta=60$



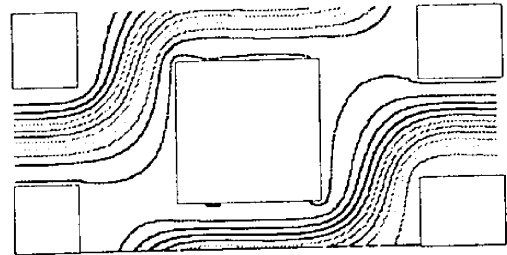
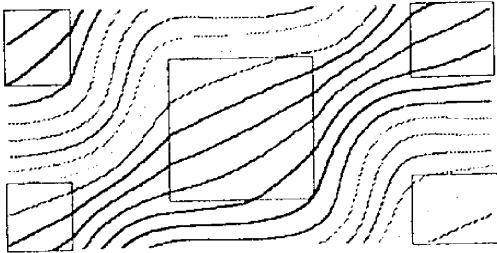
(d) $\theta=90$

図 7-12 (a) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

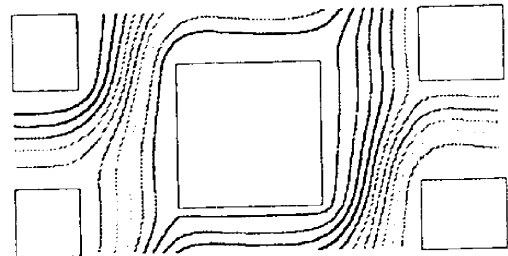
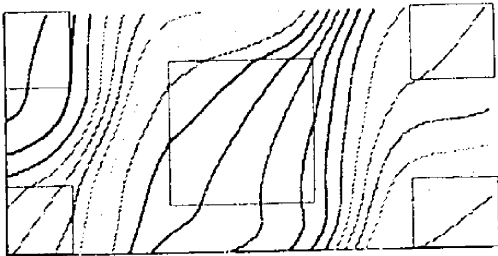
($\varepsilon=0.96, Re=10$)



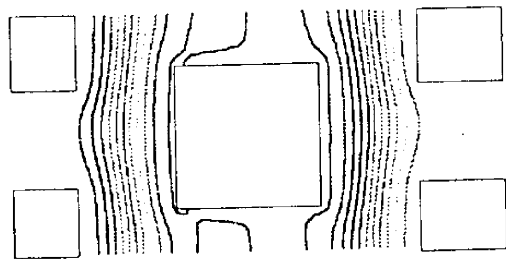
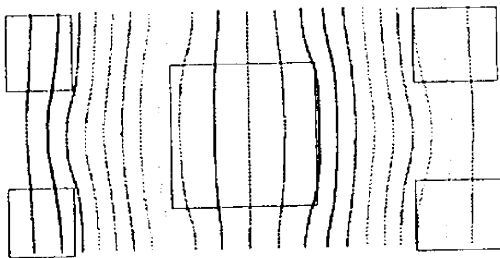
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



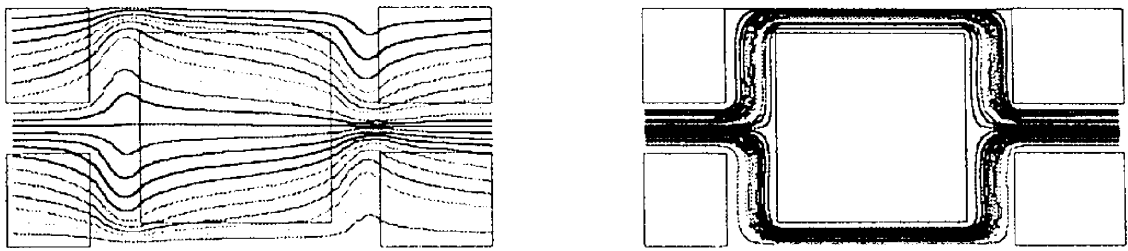
(c) $\theta=60$



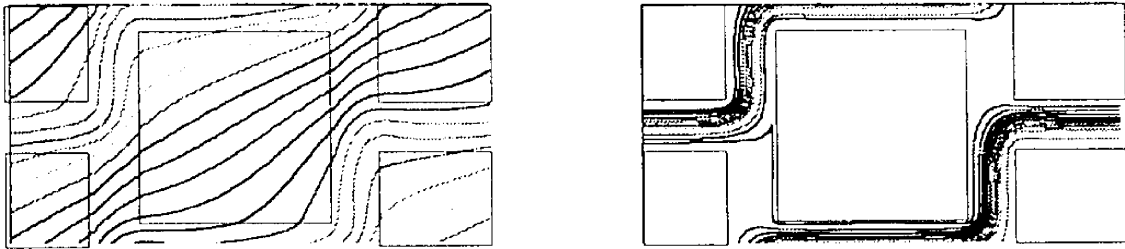
(d) $\theta=90$

図 7-12 (b) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

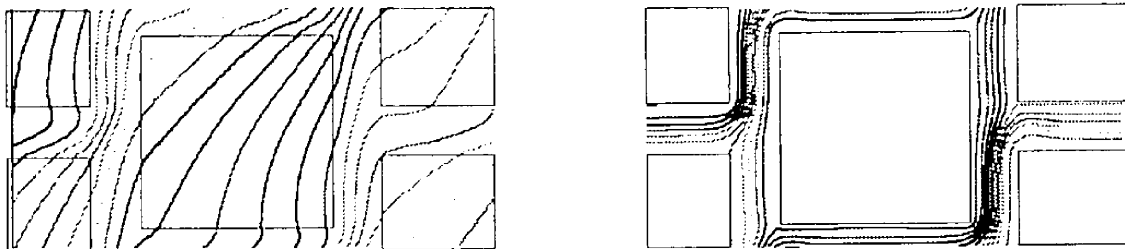
($\varepsilon=0.64, Re=10$)



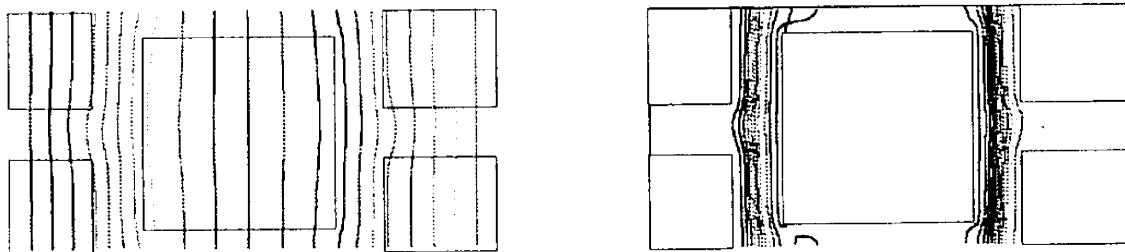
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

図 7-12(c) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

($\varepsilon=0.34, Re=10$)

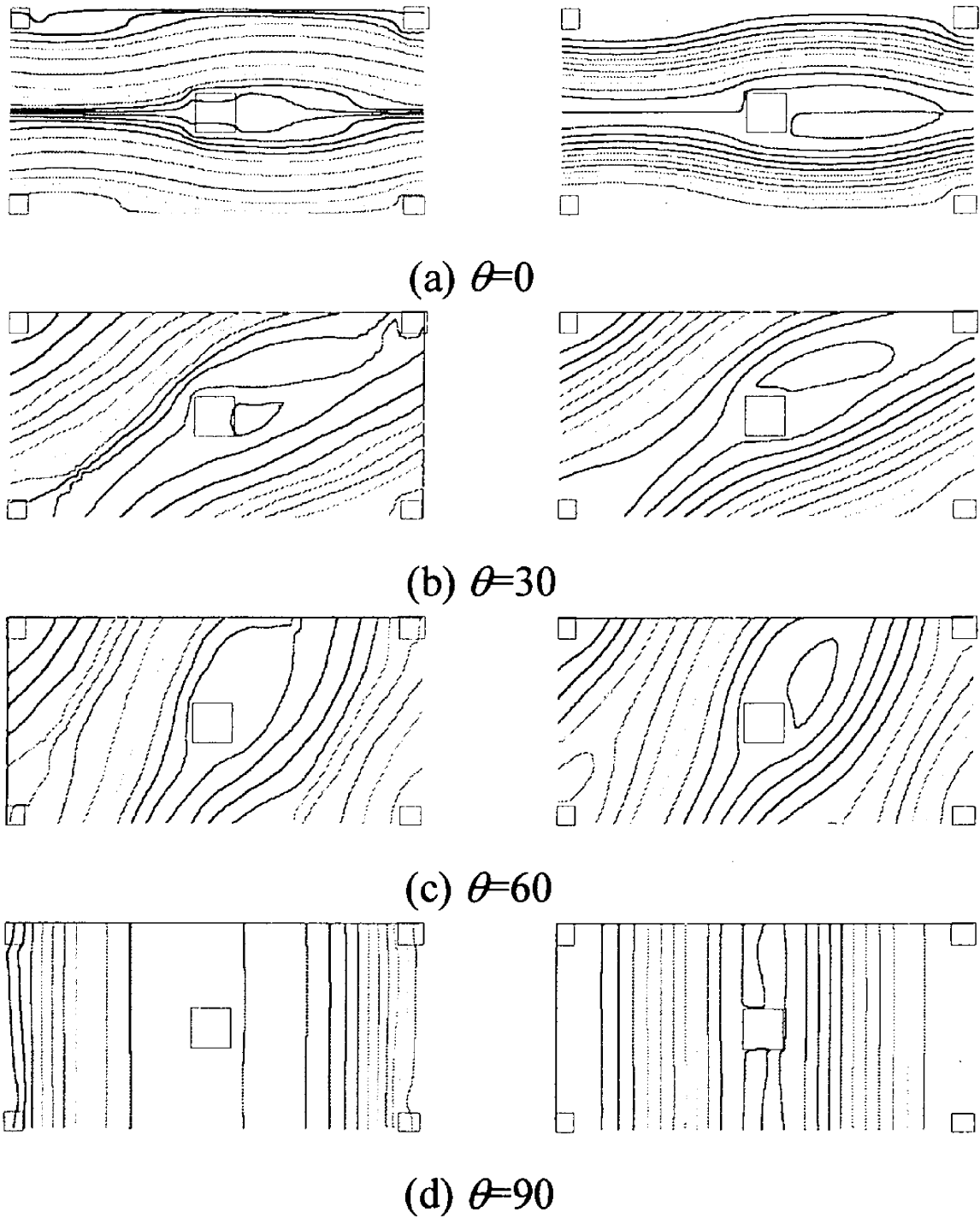
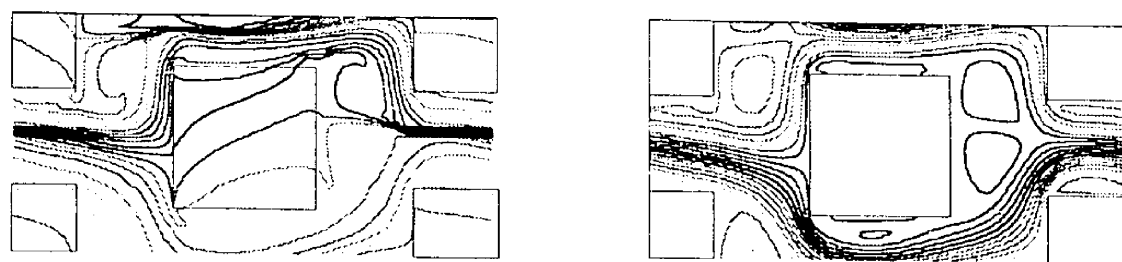
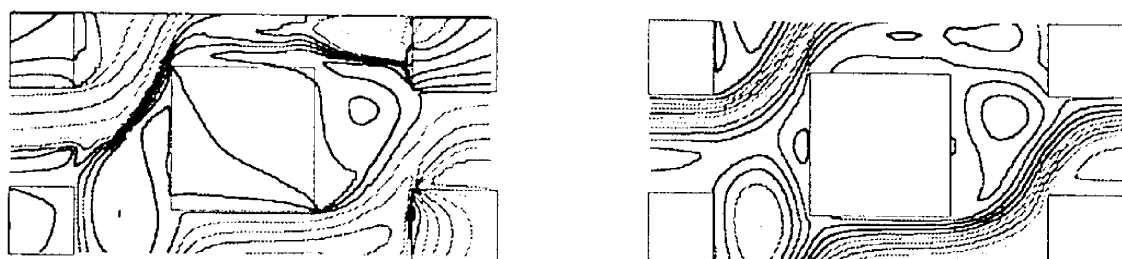


図 7-13 (a) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

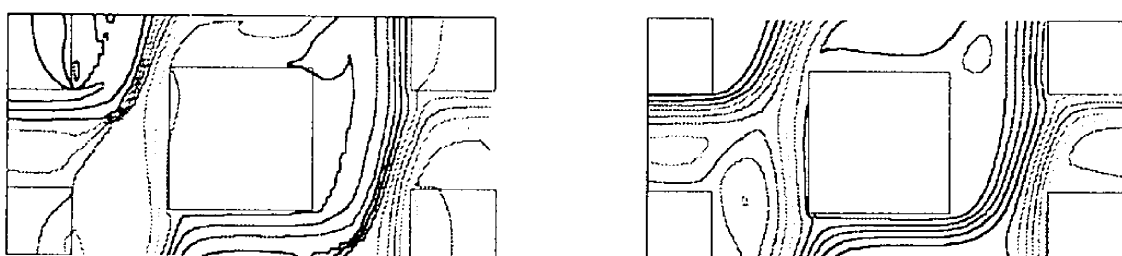
($\varepsilon = 0.96, Re = 10^3$)



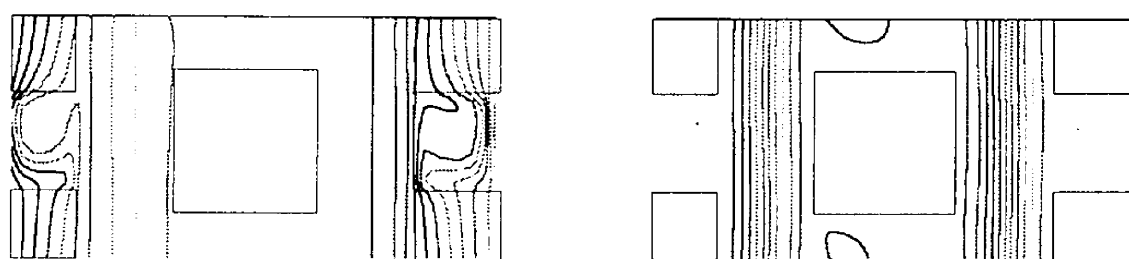
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



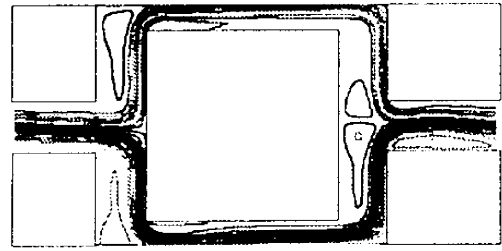
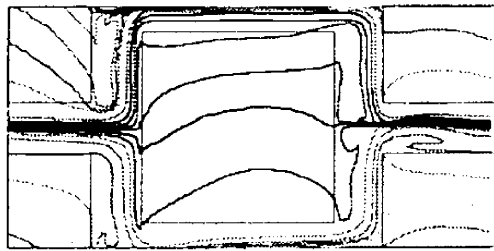
(c) $\theta=60$



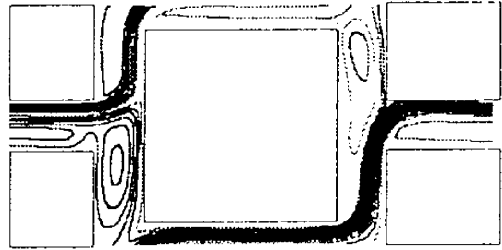
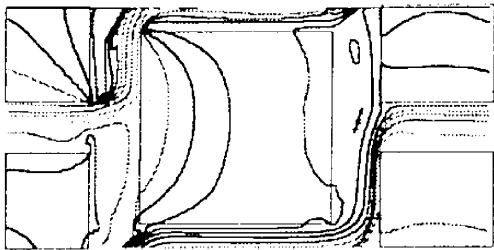
(d) $\theta=90$

図 7-13 (b) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

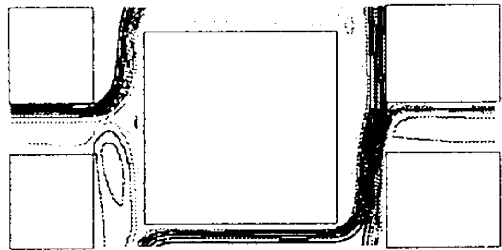
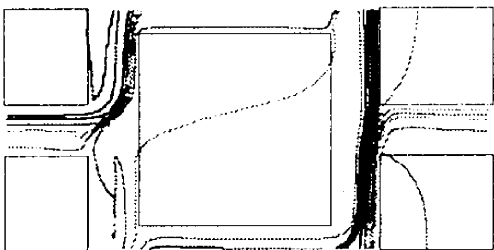
($\varepsilon = 0.64, Re = 10^3$)



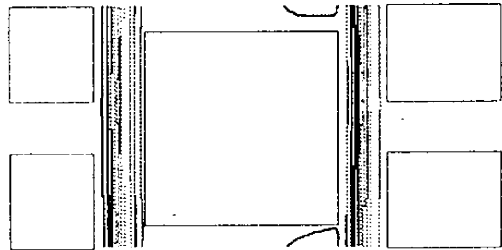
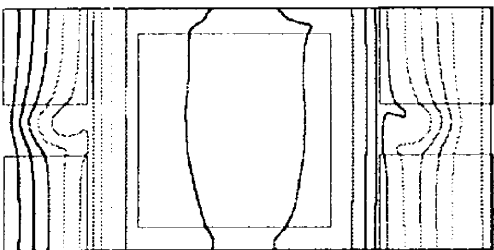
(a) $\theta=0$



(b) $\theta=30$



(c) $\theta=60$



(d) $\theta=90$

図 7-13 (c) 微視的溫度場及び流線に対する流れ方向の影響

($\varepsilon=0.34, Re=10^3$)

Scheideggerにならい透過率の場合と同様、見かけの熱伝導率テンソルを以下のように表現する。

$$\overline{\overline{k_{tor}}} = (k_{tor})_{xx} \vec{i}\vec{i} + (k_{tor})_{yy} \vec{j}\vec{j} \quad (7-20)$$

$\overline{\overline{k_{tor}}}$ は対角テンソルとなる。さらに、巨視的温度勾配が印可された方向に沿う(X,Y)に基づき変換すると、

$$\begin{aligned} \overline{\overline{k_{tor}}} = & \left((k_{tor})_{xx} \cos^2 \theta + (k_{tor})_{yy} \sin^2 \theta \right) \vec{I}\vec{I} + \left((k_{tor})_{xx} \sin^2 \theta + (k_{tor})_{yy} \cos^2 \theta \right) \vec{J}\vec{J} \\ & + \cos \theta \sin \theta \left((k_{tor})_{xx} - (k_{tor})_{yy} \right) \left(\vec{I}\vec{J} + \vec{J}\vec{I} \right) \end{aligned} \quad (7-21)$$

ここで、

$$\vec{I} = \vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta \quad (7-22.a)$$

$$\vec{J} = -\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta \quad (7-22.b)$$

巨視的に線形な温度勾配を有する本モデルにおいては、YY方向のみがノンゼロとなる。式(7-21)右辺第一項に注目し、YY成分を考えると、Tortuosityに係わる見かけの熱伝導率に関する以下の関係を得る。

$$(k_{tor})_{YY} = (k_{tor})_{yy} \left(1 + (\alpha_{tor} - 1) \cos^2 \theta \right) \quad (7-23)$$

ここで

$$\alpha_{tor} = \frac{(k_{tor})_{xx}}{(k_{tor})_{yy}} \quad (7-24)$$

は、Tortuosity項の非等方度を表す。巨視的温度勾配に沿う自然座標(X,Y)を用いて、YY成分を、次式で決定する。

$$(k_{tor})_{yy} = \frac{\left(\frac{k_s - k_f}{V} \int_{A_{int}} T d\bar{A} \right) \cdot (-\sin\theta \bar{i} + \cos\theta \bar{j})}{(\Delta T/H)} \quad (7-25)$$

上式(7-25)に基づき $\theta = 0^\circ$ 及び 90° の計算結果より $(k_{tor})_{xx}$ 及び $(k_{tor})_{yy}$ の値を算出する。この結果を非等方度 $\alpha_{tor} \left(= (k_{tor})_{xx} / (k_{tor})_{yy} \right)$ の形で ε を横軸にとり図7-14に示す。 $\varepsilon \rightarrow 1$ 又は $\varepsilon \rightarrow 0$ の漸近状態においては、等方化($\alpha_{tor} \rightarrow 1$)に向かうことが分かる。非等方度は気孔率 $\varepsilon \cong 0.5$ 付近で最大となるが、その増加率は約2.5%とあまり高くない。

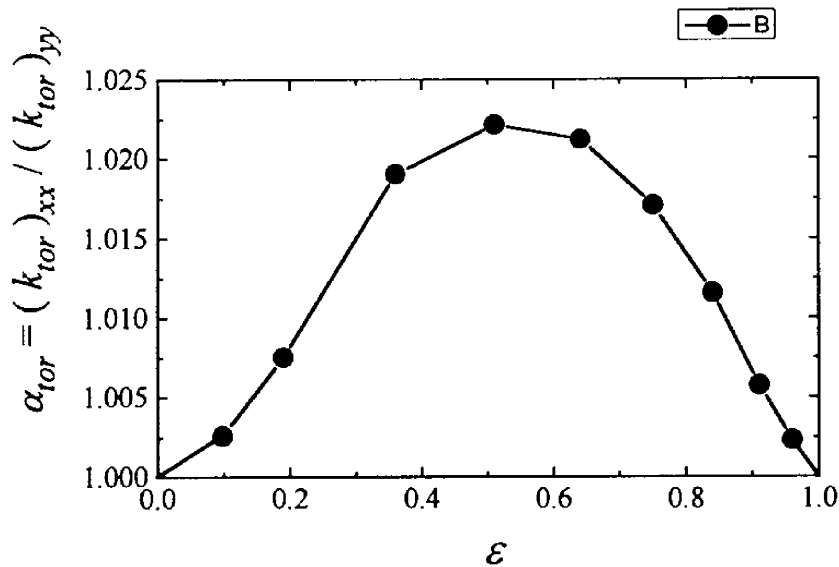


図 7-14 非等方度 α_{tor} の気孔率依存性

非等方度 α_{tor} に対する巨視的流れの角度 θ の効果を図7-15に示す。図中実線はSheideggerの提案を見かけの熱伝導率に適用した際の結果(式(7-23))を示す。非等

方 Tortuosity に係わる見かけの熱伝導率 $(k_{ior})_{YY}$ は θ とともに単調に減少するが、約 2.5% 程度の減少に留まる。当然のことながら、固体と流体間の熱伝導率比が 1 に近づくほど θ の影響は薄れる傾向にある。以上より、Sheidegger の透過率に関する非等方性の表現が Tortuosity に係わる見かけの熱伝導率を表現する上でも有効であることが分かる。

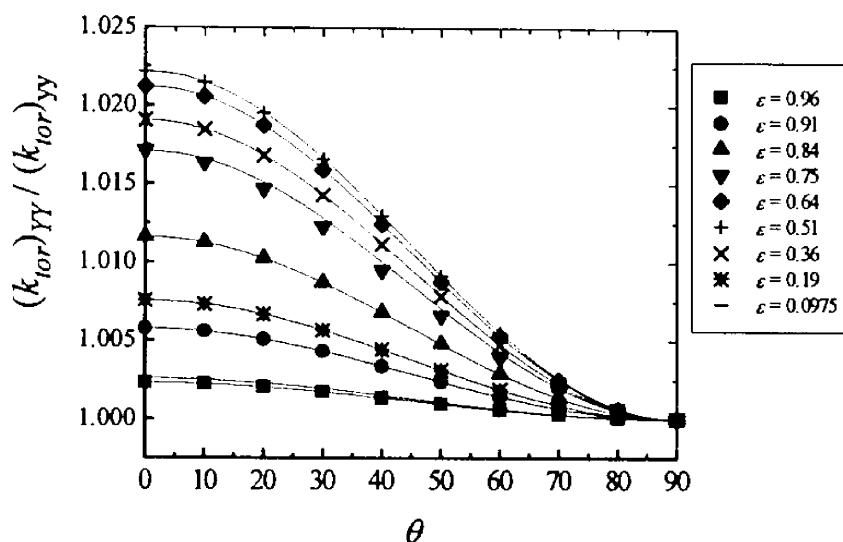


図 7-15 k_{ior} に対する巨視的流れ方向の影響

7-6. 結言

透過率及び見かけの熱伝導率に関するに非等方性を検討すべく無限角柱群からなる多孔質構造体モデルを提案した。周期性に留意し、一構造体ユニットについて巨視的流れの角度、レイノルズ数、気孔率及び（構造体の非等方性に係わる）オフセット量を種々変え、一連の直接的数値計算を実施した。微視的計算結果を空間平均する手続きにより、指向透過率及び Tortuosity に係わる見かけの熱伝導率を決定した。本章の検討により得た主な結果を以下に要約する。

1. 正方配列された多孔質構造体を一方向にオフセットさせることで、多孔質構造

体の非等方性を表現することができる

2. 微視的流動場の数値計算結果を空間平均することより求めた指向透過率は Scheidegger の提案した非等方度をパラメータとする相関式と良く一致する。なお、気孔率が増加するにつれ透過率テンソルは等方化に向かう傾向にある。

$$K_{xx} = K_x \frac{\alpha}{1 + (\alpha - 1) \cos^2 \theta}$$

3. Scheidegger の非等方性に関する相関式は Tortuosity に係わる見かけの熱伝導率の非等方性を表現する上でも有効である。微視的温度場に基づき算出した見かけの熱伝導率の係数は、Scheidegger の式によく一致する。なお、気孔率が 0 又は 1 に近づくにつれ熱伝導率テンソルは等方化に向かう。

$$(k_{ior})_{yy} = (k_{ior})_{yy} (1 + (\alpha_{ior} - 1) \cos^2 \theta)$$

参考文献

- (1) Patankar, S. V., (1980), *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, Washington, D.C..
- (2) 香月、中山、(1991)、熱流動の数値シミュレーション、森北出版株式会社
- (3) Forchheimer, P. H., *Wasserbewegung durch Boden*, Z. Ver. Dtsch. Ing., 45 (1901), 1782.
- (4) Scheidegger, A. E., *The physics of flow through porous media*, 3rd edition, University of Toronto Press (1974)
- (5) 桑原、中山、児山、非等方多孔質構造体における流動の微視的数値シミュレーション、日本機械学会論文集、62-603, B編、(1996), pp.33920-3925

第8章 多孔質体内乱流の微視的数値シミュレーション

Forchheimer域以後の高レイノルズ数域における乱流の存在は可視化実験を通して以前より指摘されてきた⁽¹⁾。この領域をFandら⁽²⁾は、Post-Forchheimer域と名付けている。Post-Forchheimer域の乱流に注目した実験的報告としては、Mickleleyら⁽³⁾、Kirkham⁽⁴⁾、Macdonaldら⁽⁵⁾、Dybb and Edwards⁽⁶⁾らのものが挙げられるがいずれも圧力勾配に関する相関式を導くには至っていない。

最近、Fandら⁽⁷⁾およびKececioglu-Jiang⁽⁸⁾によりPost-Forchheimer域における圧力降下に関する詳細な実験データが報告されている。しかし、この二つのデータには決定的相違が認められる。すなわち、Kececioglu-Jiangの圧力勾配-レイノルズ数線図においてはForchheimer域からPost-Forchheimer域への明確な遷移が認められるののに対し、Fandらのデータにおいてはそれが確認できず、圧力勾配-レイノルズ数のデータがForchheimer域のそれを外挿した線上に位置している。この相違の原因は不明であるが、いずれも同様な実験系を用いていることから、どちらのデータに何らかの原因で大幅な誤差が介入したものと考えられる。このように多孔質体内乱流については基本的なデータさえ不十分な状況にある。本研究ではこの乱流域における圧力勾配-レイノルズ数の関係の議論に最終的結論をくだすべく高精度の実験系を用いて一連の圧力測定を実施した。この実験的側面からの結果については次章で述べるものとして、まず本章においては理論的側面からこの問題を考える。

多孔質体内乱流に関する数学モデルも種々提案されている。勾配拡散モデルを用いたRudraiah⁽⁹⁾またはTravkin-Catton⁽¹⁰⁾の研究、純流体に関する二方程式乱流モデルを多孔質体内で局所的に空間平均する手続きを示し輻射が共存する強制対流問題に適用したLee-Howellの研究⁽¹¹⁾、さらにForchheimer域も含めて分散現象を乱流渦混合の概念から説明しようとした高津ら⁽¹²⁾の研究などが挙げられる。一方、Lage⁽¹³⁾は時間平均後に空間平均を施す際(すなわち構造体要素間のすべての干渉は平均流場にのみ依存)、乱流エネルギーもカスケード過程がうまく表現し得ないと指摘し、空間平均した(Vafai-Tienの)式をレイノルズ平均することで二方程式乱流モデルを導いた。但し、基礎となるVafai-Tienの式には対流慣性項の妥当性も含めて、多くの議論がある。

本研究では以上の状況を踏まえ構造体モデルを用いた多孔質体内乱流の微視的数値シミュレーションを提案する。純流体に対し構築された低レイノルズ数二方程式乱流モデルを

微視的支配方程式として用いる。この微視的結果を空間平均する手続きを経て巨視的圧力勾配とレイノルズ数の関係を導く。構造体の寸法の効果が乱流渦構造に影響を及ぼす可能性は確かに否定できないものの、レイノルズ数が十分高く構造体の寸法が乱流の長さ尺度より十分に大きい漸近的状况下においては、この種のアプローチも妥当なものと考えられる。

構造体内ではく離が生ずるような流動場にあつては、局所的に乱流レイノルズ数が低く壁法則が成立しない領域が出現する。この種の流動場を解析するにあたっては低レイノルズ数モデルを採用する必要がある。いままで多くの低レイノルズ数モデルが提案されてきたが、本研究では、はく離や再付着を伴う複雑乱流場にも適用可能とされる阿部ら⁽¹⁴⁾のモデルを採用する。あわせて高レイノルズ数モデル（標準 $k-\varepsilon$ モデル）を用いた計算も実行し比較・検討を行う。

8-1 物理モデル及び基礎方程式

乱流計算における基礎方程式群をテンソル形で以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (8-1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (8-2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - e \quad (8-3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i e}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_e} \right) \frac{\partial e}{\partial x_j} \right) + \left(-c_1 \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - c_2 f_e e \right) \frac{e}{k} \quad (8-4)$$

ここで

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (8-5)$$

また

$$v_t = c_D f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8-6)$$

減衰関数には阿部ら⁽¹⁴⁾の提案したものを採用する。

$$f_\mu = \left(1 - \exp\left(-\frac{(\nu\epsilon)^{1/4} n}{14\nu}\right) \right)^2 \left(1 + \frac{5}{(k^2/\nu\epsilon)^{3/4}} \exp\left(-\left(\frac{k^2/\nu\epsilon}{200}\right)^2\right) \right) \quad (8-7a)$$

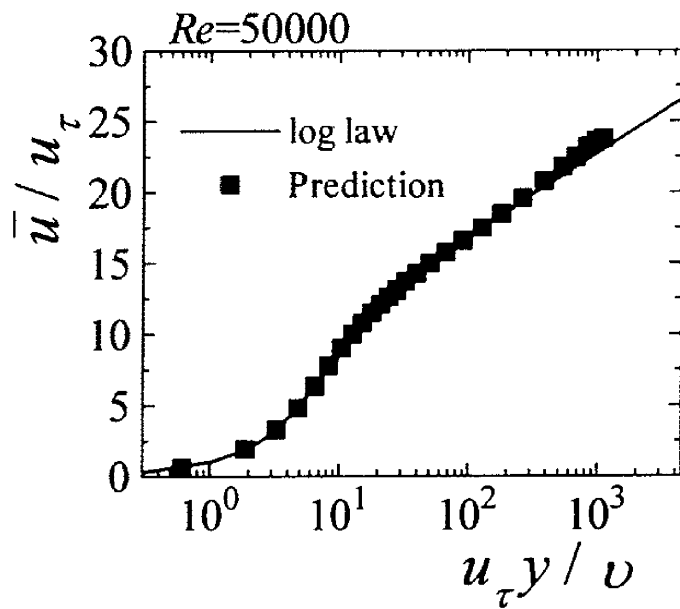
$$f_\epsilon = \left(1 - \exp\left(-\frac{(\nu\epsilon)^{1/4} n}{3.1\nu}\right) \right)^2 \left(1 - 0.3 \exp\left(-\left(\frac{k^2/\nu\epsilon}{6.5}\right)^2\right) \right) \quad (8-7b)$$

ここで n は壁面からはかった垂直距離である。摩擦速度 u_τ に代わり、はく離点においても0とならないコロモゴロフの速度スケール(Kolmogorov velocity) $(\nu\epsilon)^{1/4}$ が用いられている。

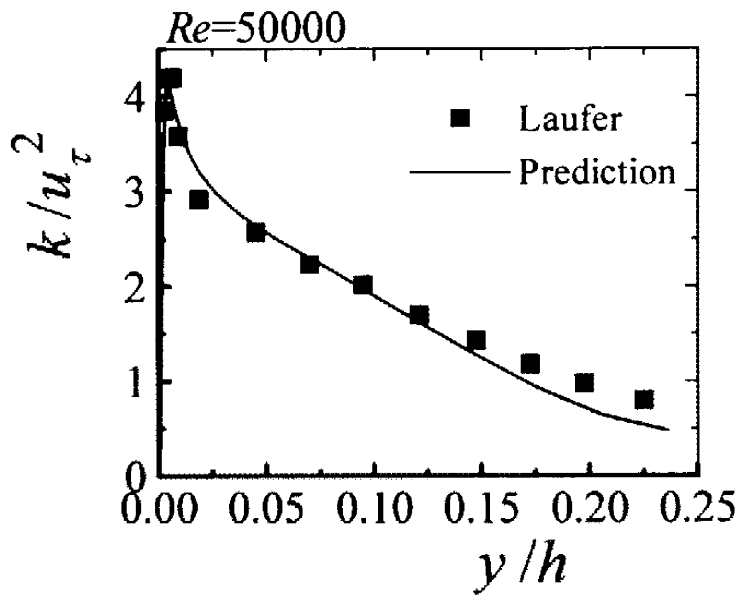
以下に、本乱流モデルに用いたモデル定数を示す。

$$c_D = 0.09, \quad c_1 = 1.5, \quad c_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.4, \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \quad (8-8)$$

低レイノルズ数乱流モデルを多孔質構造体モデルに適用するに先立ち、予備計算として二次元平行平板間流路内の十分発達した乱流に対し計算を行った。 $Re = 50000$ の結果として、速度場及び温度場を図8-1に示す。速度場及び乱れ場の実験結果との極めて良い一致が見られる。今一つの予備計算として、はく離及び再付着を有するバックステップ流れに対し数値計算を行った。ステップ高さを代表寸法としたレイノルズ数 $Re = 46000$ の場合の数値計算結果を図8-2に示す。図にはKimら⁽¹⁵⁾の実験結果をあわせ示した。実験値との良い一致が見られる。これより、本低レイノルズ数乱流モデルがはく離・再付着を伴う複雑な乱流場においても十分な精度を有することが分かる。



(a) 速度分布



(b) 乱れエネルギー分布

図 8-1 十分発達した流路内の乱流場

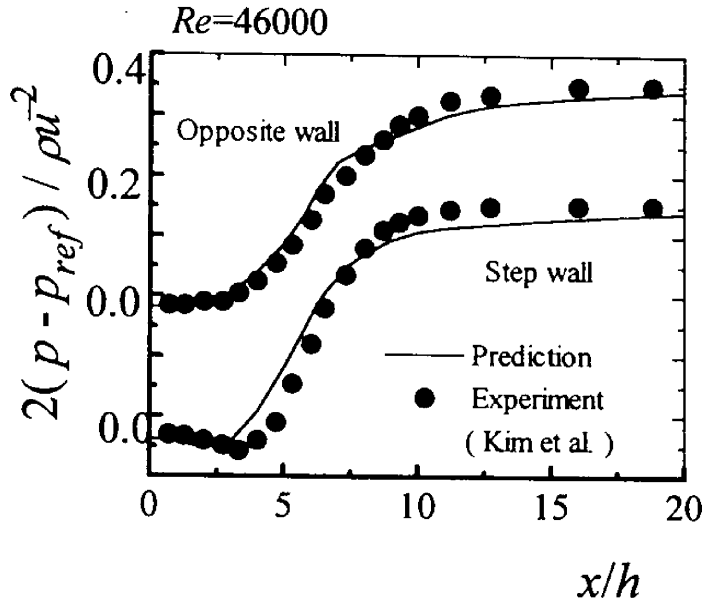


図 8-2 バックステップにおける壁面圧力分布

乱流の微視的数値シミュレーションに用いた物理モデルを図8-3に示す。角柱配列の y 方向に規則的に $a = 0.5H$ のオフセットを有する非等方的構造体を考える。今、 x 軸に対し任意の角度 θ 傾いた方向に巨視的に一様な流れを考えると、巨視的速度場は次式で与えられる。

$$\langle \bar{u} \rangle = \langle \bar{u} \rangle (\cos\theta \bar{i} + \sin\theta \bar{j}) \quad (8-9)$$

第7章の場合と同様、本非等方構造体モデルにおいては、配列の周期性を考慮し、角柱を二つ含む $2H \times H$ の長方形領域に注目する。多孔質構造体ユニット内の乱流に基礎方程式群を適用するに当たり、以下の境界条件を課す。

壁面上：

$$\bar{u} = \bar{0} \quad (8-10)$$

$$k = 0 \quad (8-11)$$

$$e = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial n^2} \quad (8-12)$$

周期境界面上：

$$\bar{u}|_{x=2H} = \bar{u}|_{x=0} \quad (8-13a)$$

$$\bar{u}|_{y=H} = \bar{u}|_{y=0} \quad (8-13b)$$

$$\int_0^H \bar{u} dy \Big|_{x=2H} = \int_0^H \bar{u} dy \Big|_{x=0} = H \langle \bar{u} \rangle \cos \theta \quad (8-14a)$$

$$\int_0^{2H} \bar{v} dx \Big|_{y=H} = \int_0^{2H} \bar{v} dx \Big|_{y=0} = 2H \langle \bar{u} \rangle \sin \theta \quad (8-14b)$$

$$k|_{x=0} = k|_{x=2H} \quad (8-15a)$$

$$k|_{y=0} = k|_{y=H} \quad (8-15b)$$

$$e|_{x=0} = e|_{x=2H} \quad (8-16a)$$

$$e|_{y=0} = e|_{y=H} \quad (8-16b)$$

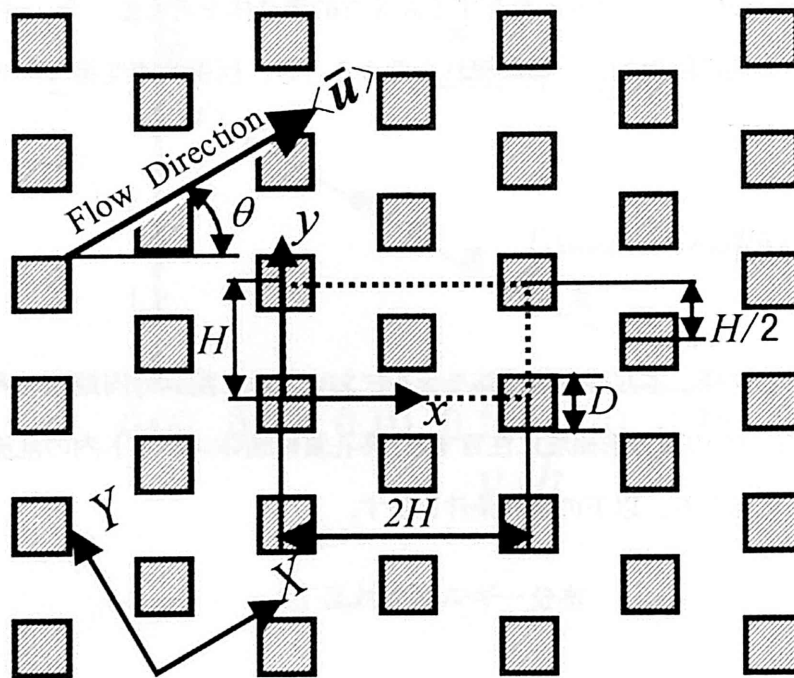


図 8-3 物理モデルと数値計算領域

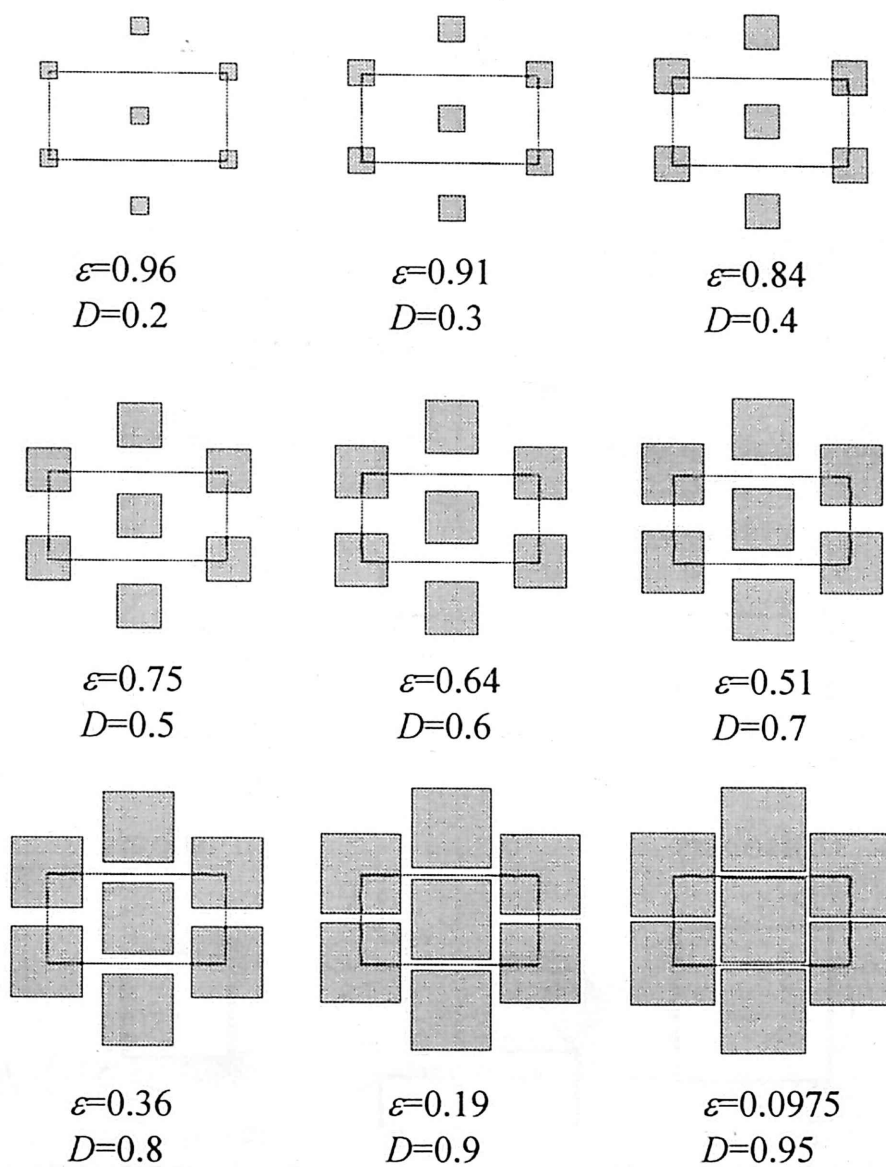


図 8-4 構造体寸法と気孔率 ($a=0.5H$)

代表速度に空間平均速度 $\left\langle \bar{u} \right\rangle$ 、代表長さに構造体ユニットの寸法 H をとりレイノルズ数を、 $Re_H = \left\langle \bar{u} \right\rangle H / \nu$ で定義する。

気孔率 $\varepsilon = 1 - (D/H)^2$ の効果を検討すべく、図 8-4 に示すように (D/H) を変化させ、 $\varepsilon = 0.0975 \sim 0.96$ の範囲で計算を行う。

数値計算においては、SIMPLE法に基づく二次元汎用プログラム SUNSET⁽¹⁶⁾ に修正を加えたものを用いた。壁面近傍で密となる不等間隔格子 300×150 を用いた。なお、壁最近傍の

格子点が $(u, n/v) \leq 1$ を満たすように配慮した。レイノルズ数は $5000 \sim 10^7$ 、気孔率 $\varepsilon = 1 - (D/H)^2$ は $0.36 \sim 0.91$ と変化させた。計算はすべて HP-UX A 9000/7000 で実施した。

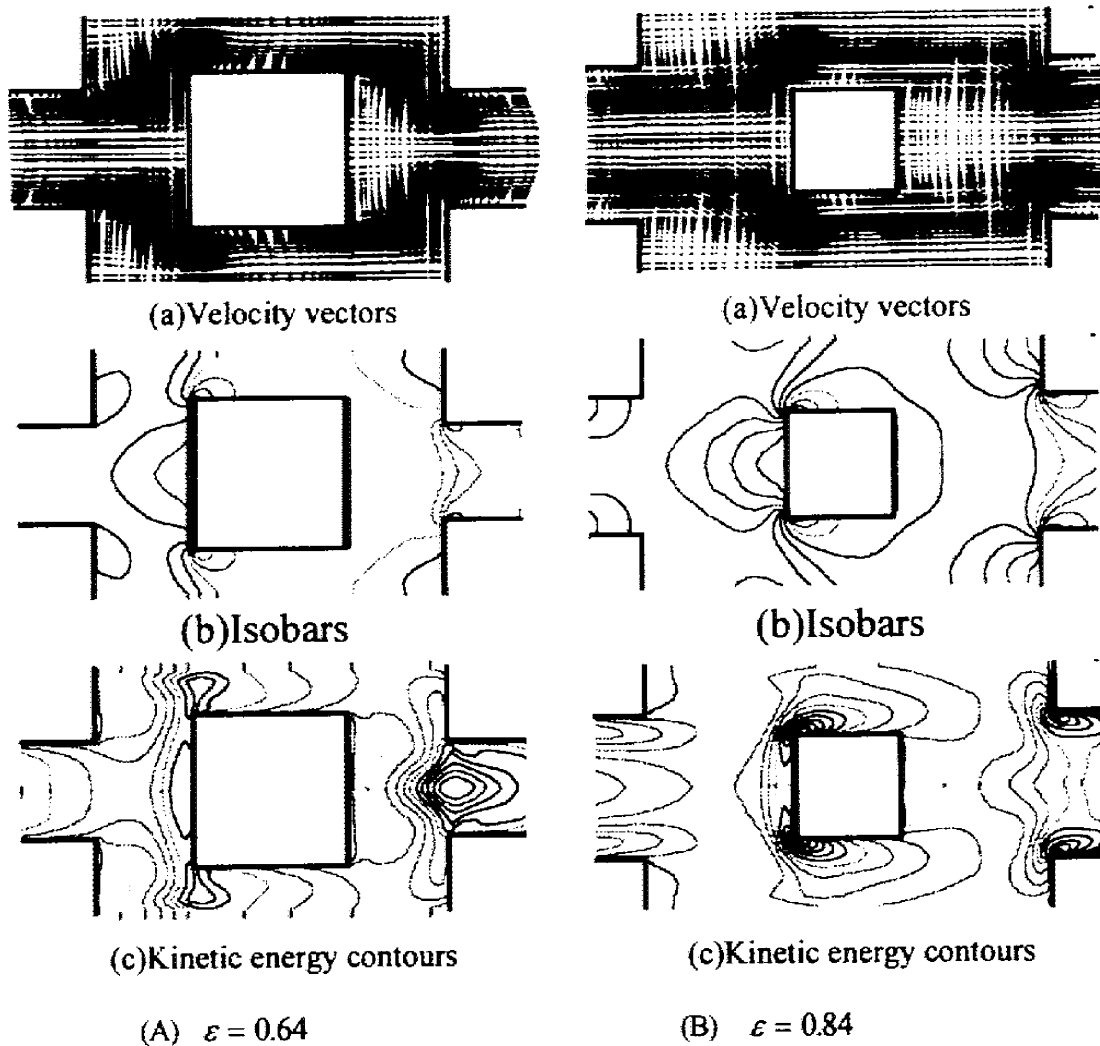


図 8-5 微視的計算結果

8-2 微視的速度場及び圧力場

微視的計算結果の例として、レイノルズ数 $Re = 5000$ 、気孔率 $\varepsilon = 0.64$ 及び 0.84 の場合の速度ベクトル、等圧力線図及び等乱れエネルギー線図を図8-5に示す。中央の構造体前縁部で流れが加速され、後方ではく離し、さらに構造体後流部において小さな再循環渦を形成する様子が確認できる。圧力場の観察より構造体前縁部でよどみにより増加する圧力場および構造体コーナー部で流れが加速されることで、急速に減少する圧力場が観察される。

乱れエネルギーはこの構造体コーナー部に現れる非常に強い流れの加速部において大きく、この下流部において強いせん断層が形成されている。広範囲のレイノルズ数 $5000 < Re < 10^7$ にわたる計算を実施した結果、ある程度レイノルズ数が高くなると、微視的速度場、圧力場及び乱流場のパターンが凍結することが分かった。高レイノルズ数においては無次元化した諸量に対するレイノルズ数の影響が薄れる傾向にある。

8-3 微視的圧力場の空間平均化と巨視的圧力勾配

微視的圧力場に関する数値解析結果を空間平均する手続きにより、実質平均圧力 $\langle \bar{p} \rangle^f$ を求める。巨視的圧力勾配と微視的圧力は以下の関係にある。

$$\begin{aligned}
 -\frac{d\langle \bar{p} \rangle^f}{dX} &= \frac{\cos \theta}{2H(H-D)} \int_{D/2}^{H-D/2} (p|_{x=0} - p|_{x=2H}) dy \\
 &+ \frac{\sin \theta}{H(2H-D)} \int_{D/2}^{2H-D/2} (p|_{y=0} - p|_{y=H}) dx
 \end{aligned}
 \tag{8-17}$$

ここで X は巨視的流れの方向を表し、 D は構造体角柱辺長を表す。気孔率 $\varepsilon = 0.84$ の場合において、種々のレイノルズ数について得た結果を図8-6に示す。ここで縦軸には無次元圧力勾配 $(-d\langle \bar{p} \rangle^f / dS) (H^2 / \mu \langle \bar{u} \rangle)$ をとってある。参考のため同図には、層流計算の結果 ($Re_H \leq 10^4$) も沿えてある。

低レイノルズ数モデルに基づく乱流計算の結果は、層流域におけるForchheimer修正ダルシー則(2-22)をそのまま延長した直線上にあることが分かる。また、高レイノルズ数モデルに基づく計算も同様の傾向を示しており、低レイノルズ数モデルに基づく結果はレイノルズ数が高くなるにつれ、高レイノルズ数モデルの結果に漸近する傾向にある。そこで、Forchheimer修正ダルシー則が乱流域(Post-Forchheimer 域)に至るまで適用可能であるとじて、慣性効果に関するモデル定数 b を決定する。一連の気孔率に対し計算した結果に基づき算出した b について、縦軸に無次元数 bD 、横軸にErgunの式にならいう $(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$ をとり図8-7に示す。図より以下の関数形を得る。

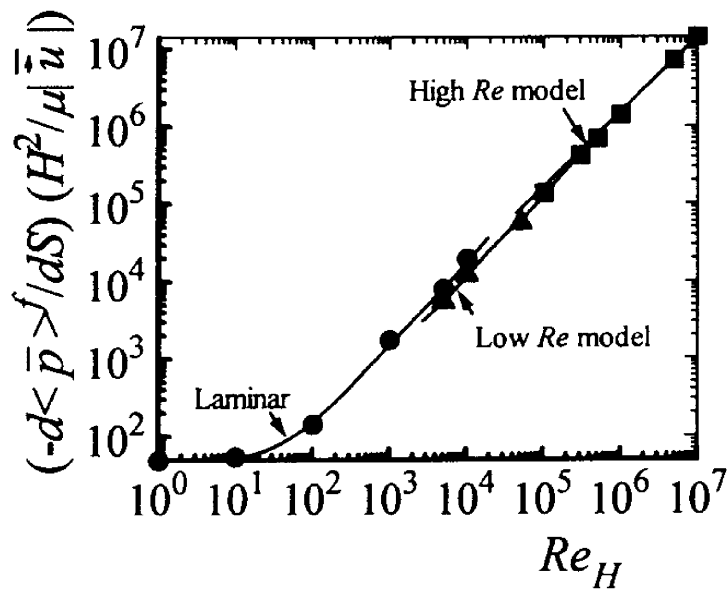


図 8-6 巨視的圧力勾配に対するレイノルズ数に効果

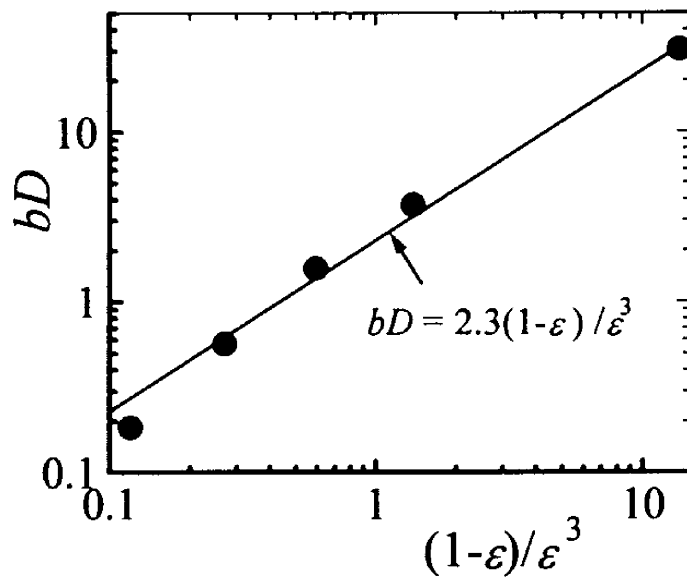


図 8-7 多孔質体慣性抵抗の関数形

$$b = 2.3 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3 D} \quad (8-18)$$

すなわち、層流域および乱流域に適用しうる、一般的巨視的圧力勾配に関する式として、次式が求まる。

$$-\frac{d\langle\bar{p}\rangle^f}{dS} = \frac{120(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 D^2} \mu \langle\bar{u}\rangle + 2.3 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3 D} \rho \langle\bar{u}\rangle^2 \quad (8-19)$$

これは、Ergunにより示された関数形と一致するが、その係数はErgunの値1.75より約30%高い値をとっている。二次元モデルに基づく層流計算では得られなかった b と $(1-\varepsilon)/\varepsilon^3$ 間の線形性が乱流計算で得られているのは興味深い。このことは、Forchheimer域を含めて乱流混合の概念からアプローチすべきだとする高津ら⁽¹²⁾議論を補佐すると共にFandら⁽⁷⁾の実験式の妥当性を伺わせるものである。

本計算結果に基づく式(8-19)をFandら及びKececioglu and Jiangの実験データと共に図8-8に示す。本計算結果は両データの中間的レベルにあることが分かる。なお、本研究で行った高精度の圧力測定に基づく実験データとの比較は次章に譲るものとする。

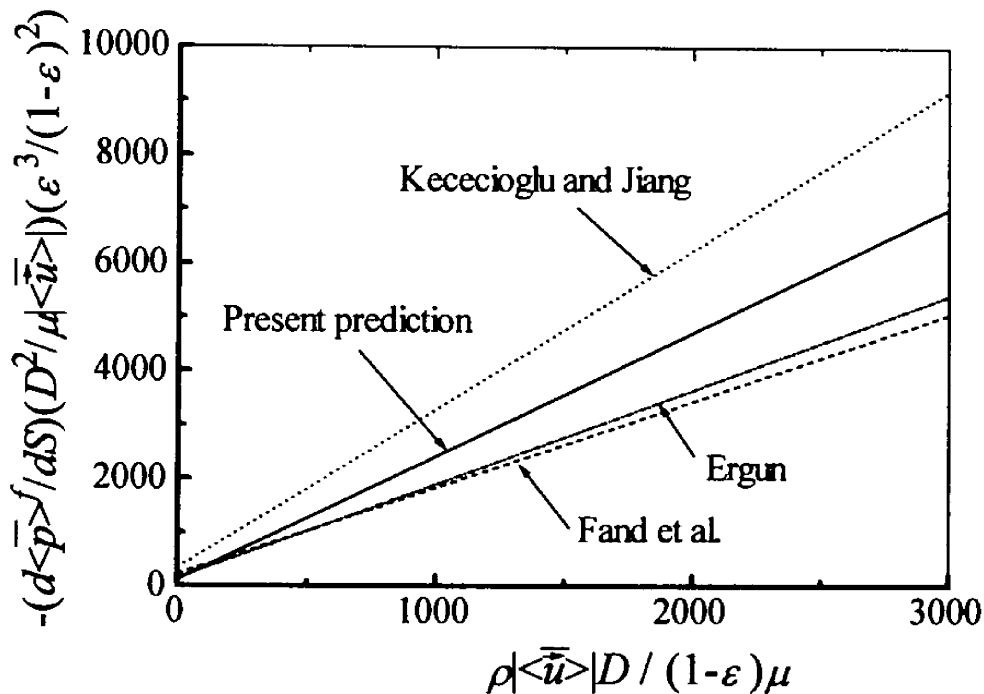


図 8-8 乱流領域における各巨視的モデル

8-4 Forchheimer 修正ダルシー則のレイノルズ平均

前節においてはレイノルズ平均された基礎方程式より得た微視的結果を空間平均するこ

とで巨視的圧力勾配に関する式を求めた。この手続きには、空間平均の対象となるものが時間平均量のみであり、変動成分の情報が対象とならないとの批判がある。そこで、今、逆の平均操作すなわち空間平均後にレイノルズ平均（時間あるいはアンサンブル平均）する事を考える。空間平均化された式として、多孔質体内流に広く適用しうるForchheimer修正ダルシーの式を考える。（Lage⁽¹³⁾はVafai-Teinの式にレイノルズ平均を行っているがVafai-Teinの式における対流慣性項、Brinkman項の導入には批判がある。）

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\varepsilon\mu}{K} u_i + \rho b \varepsilon^2 (u_j u_j)^{1/2} u_i \quad (8-20)$$

ここで \bar{p} および \bar{u}_i は実質平均量とする（ $\langle \rangle'$ の表記は省略する）。上式のレイノルズ平均をとると、

$$-\frac{\partial(\bar{p} + \bar{p}')}{\partial x_i} = \frac{\varepsilon\mu}{K} (\bar{u}_i + \bar{u}'_i) + \rho b \varepsilon^2 \overline{((u_j + u'_j)(u_j + u'_j))^{1/2} (u_i + u'_i)} \quad (8-21)$$

$$-\frac{\partial(\bar{p})}{\partial x_i} \cong \frac{\varepsilon\mu}{K} (\bar{u}_i) + \rho b \varepsilon^2 \left(|\bar{u}| \bar{u}_i + \frac{k u_i + \bar{u}'_i \bar{u}'_j u_j}{|\bar{u}|} - \frac{\bar{u}'_j \bar{u}'_k}{2|\bar{u}|^3} u_i u_j u_k \right) \quad (8-22)$$

なお、慣性項においては3階以上の相関を無視した。今、等方的応力場を想定すると、

$$\overline{u'_i u'_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (8-23)$$

したがって、

$$-\nabla \bar{p} = \frac{\varepsilon\mu}{K} \bar{\mathbf{u}} + \rho b \varepsilon^2 \left(|\bar{\mathbf{u}}| + \frac{4}{3} \frac{k}{|\bar{\mathbf{u}}|} \right) \bar{\mathbf{u}} \quad (8-24)$$

$k/|\bar{\mathbf{u}}| \ll 1$ とすると

$$-\nabla \bar{p} = \frac{\varepsilon \mu}{K} \bar{\mathbf{u}} + \rho b \varepsilon^2 \sqrt{|\bar{\mathbf{u}}|} \bar{\mathbf{u}} \quad (8-25)$$

すなわち、Forchheimer修正ダルシー則が乱流域にもそのまま適用できるという、前節の微視的計算結果より得た結論を支持する結論を得る。

8-5 結言

Post-Forchheimer域の乱流に注目し、低レイノルズ数モデルを用いた微視的数値シミュレーションを実施した。構造体にわたり平均することで乱流域における巨視的圧力勾配に関する式を導出し、以下に要約する結果を得た。

1. 二次元構造体モデルに低レイノルズ数モデルを適用し微視的計算を実行し算出した巨視的圧力勾配は概ね Forchheimer 修正ダルシー則に従う。この結果は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流域にも適用可能であることを示唆している。
2. 低レイノルズ数モデルに基づく結果はレイノルズ数が低いところでは層流計算の結果に、また高いところでは高レイノルズ数モデルに基づく結果に漸近する。本計算に基づく巨視的圧力勾配は Fand らの実験データより高く、Kececioglu-Jiang の実験データより低い値を示している。
3. Forchheimer 修正ダルシー則にレイノルズ平均を施し導出した巨視的圧力勾配に関する式は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流域にも適用可能であることを示唆している。

参考文献

- (1) Kaviany, M., *Principles of heat transfer in porous media*, Springer-Verlag, New-York, (1991), pp. 42-49.
- (2) Fand, R. M., Steinberger, T. E. and Cheng, P., Natural convection heat transfer from a

- horizontal cylinder embedded in a porous medium, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 29, (1986), pp. 119-133.
- (3) Mickleley, H. S., Smith, K. A. and Korchak, E. I., Fluid flow in packed beds, *Chem. Engng. Sci.*, vol. 23, (1965), pp. 237-246.
- (4) Kirkham, C. E., Turbulent flow in porous media-An analytical and experimental study, Dept. of Civil Engng., Univ. of Melbourne, Australia, (1967), Feb..
- (5) Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K. and Dullien, F. A. L., Flow through porous media-Ergun equation revisited, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 18, (1979), pp. 199-208.
- (6) Dybbs, A. and Edwards, R. V., A new look at porous media fluid mechanics-Darcy to turbulent, *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous media*, Bear and Corapcioglu, eds., Martinus Nijhoff Publishers, (1984), pp. 199-254.
- (7) Fand, R. M., Kim, B. Y. K., Lam, A. C. C. and Phan, R. T., Resistance to flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres, *J. Fluids Engineering*, vol. 109, (1987), pp. 268-274.
- (8) Kececioğlu, I. and Jiang, Y., Flow through porous media of packed spheres saturated with water, *J. Fluids Engineering*, vol. 116, (1994), pp. 164-170.
- (9) Rudraiah, N., Turbulent convection in porous media with non-Darcy effects, *ASME HTD*, vol. 96, (1988), pp. 747-754.
- (1 0) Travkin, V. S. and Catton, I., Models of turbulent thermal diffusivity and transfer coefficients for a regular packed bed of spheres, *Proc. 28th National Heat Transfer Conf., San Diego, CA, ASME HTD*, vol. 193, (1992), pp. 15-23.
- (1 1) Lee, K. and Howell, R., "Force convection and radiative transfer within a highly porous layer exposed to a turbulent external flow field," *ASME · JSME thermal Engineering Joint Conference*, Vol.2, (1987), pp.377-386.
- (1 2) 高津康幸、増岡隆士、鶴田隆治、"多孔質体内乱流に関する一考察"、*日本機械学会論文集*、B編、60 卷 571 号、(1994), pp.965-970.
- (1 3) Lage, J. L., (1996), Private communication
- (1 4) Abe, K., Nagano, Y. and Kondoh, T., An improved $k - \varepsilon$ model for prediction of turbulent

flows with separation and reattachment, Trans. JSME, Ser. B, vol. 58, No. 554, (1992), pp. 3003-3010.

- (15) Kim, J., Kline, S. and Johnston, J. P., Investigation of a reattaching turbulent shear layer: Flow over a backward-facing step, J. Fluids Engng., vol. 102, (1980), pp. 302-308.
- (16) 香月、中山、(1991)、熱流動の数値シミュレーション、森北出版株式会社
- (17) F. Kuwahara, Y. Kameyama, S. Yamashita, A. Nakayama, "Numerical modeling of turbulent flow in porous media using a spatially periodic array," Proc. Int. Conf. Porous Media and Their Applications, Kona, Hawaii, (1996), pp. 252- 263

第9章 多孔質体内巨視的圧力勾配の測定

8章においては、Post-Forchheimer域に注目し、低レイノルズ数モデルを用いた微視的数値シミュレーションを実施した。また、Forchheimer修正ダルシー則にレイノルズ平均を施し巨視的圧力勾配に関する式を呈示した。この様な理論的側面からの検討の結果、Forchheimer修正ダルシー則が層流域のみならずPost-Forchheimer域の乱流域にも適用可能であるとの予測が示された。

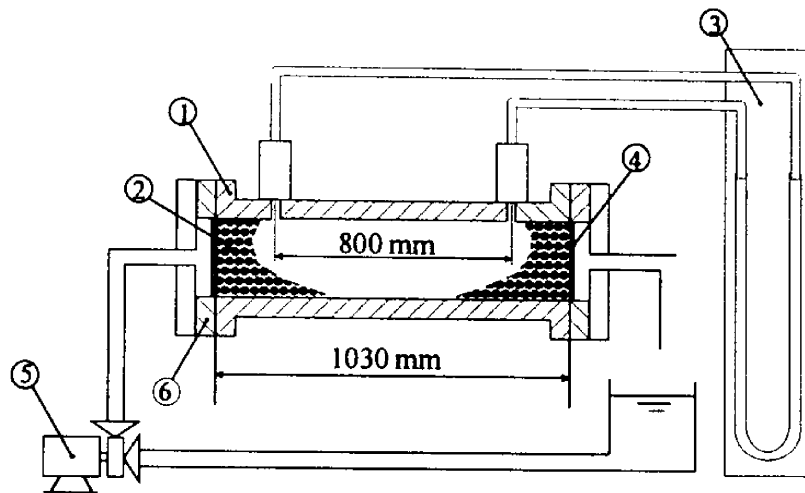
最近報告された、Fandra⁽¹⁾とKececioglu-Jiang⁽²⁾のPost-Forchheimer域の圧力降下に関する実験データには決定的相違が認められる。すなわち、Kececioglu-Jiangの圧力勾配-レイノルズ数線図においてはForchheimer域からPost-Forchheimer域への明確な遷移が認められるのに対し、Fandraのデータにおいてはそれが確認できず、圧力勾配-レイノルズ数のデータがForchheimer域のそれを外挿した線上に位置している。この相違の原因は不明であるが、いずれも同様な実験系を用いていることから、どちらかのデータに何らかの原因で大幅な誤差が介入したものと考えられる。

この様な状況を踏まえ、Forchheimer域からPost-Forchheimer域の広範囲にわたる圧力測定実験を計画した。Fandra及びKececioglu-JiangのPost-Forchheimer域における圧力降下の実験データと本実験データとを比較検討することで、乱流域における巨視的モデルに関する議論を閉じる。

9-1 実験装置及び実験方法

実験装置の概略を図9-1に示す。試験部①は、長さ1030mm内径80mmの亚克力製円筒から成る。円筒内は、平均粒径5.0mm及び2.3mmの様なガラスビーズ②で満される。ガラスビーズは気孔率が均一となるように注意深く充填される。ガラスビーズを充填した多孔質体流路の気孔率は体積法により測定した。両ガラスビーズ共に気孔率は $\varepsilon = 0.37$ であり、同一粒径の球体が最密に配列されたものと見なしうる。ガラスビーズは円筒の両端に取り付けた円盤状の金網④で保持されている。可変式遠心ポンプ⑤により一定流量の水が試験部へ供給される。可変式ポンプの出力を調整することで流量を制御しガラスビーズ直径に基づくレイノルズ数が $1 \leq Re \leq 700$ の範囲となるよう設定し、測定を実施した。流

量は体積法を用い測定した。流入直後の助走区間及び出口付近の影響を避けるため、圧力測定孔は両端からそれぞれ 115mm 離れた位置に設け、圧力降下の測定は試験部中央 800mm 区間において行った。圧力測定には U 字管マンノメータ③を用いた。水の物性値は試験部両端に設置した 2つの熱電対により温度計測し、決定する。



- ① 試験部 (アクリル製円筒 $\phi 80\text{mm} \times 1030\text{mm}$)
- ② 多孔質構造体 (ガラスビーズ 平均粒径 5.0mm または 2.3mm)
- ③ U字管マンノメータ
- ④ 多孔質構造体支持板
- ⑤ ポンプ
- ⑥ フランジ

図 9-1 実験装置概略

9-2 実験結果及び検討

平均粒径 5.0mm 及び 2.3mm の一様なガラスビーズを用いた多孔質体内強制流動の圧力測定に関する実験結果を両対数表示で図 9-2 に示す。Forchheimer 修正ダルシーの式の無次元形は以下で与えられる。

$$-\nabla\langle p \rangle^f \frac{d^2}{\mu u} = \frac{d^2}{K} \langle \bar{u} \rangle + \frac{Cd}{K^{1/2}} Re \quad (9-1)$$

ここで

$$\frac{K}{d^2} = \frac{\varepsilon^3}{\eta(1-\varepsilon)^2} \quad (9-2)$$

$$C = \frac{\beta}{\varepsilon^{3/2}} \quad (9-3)$$

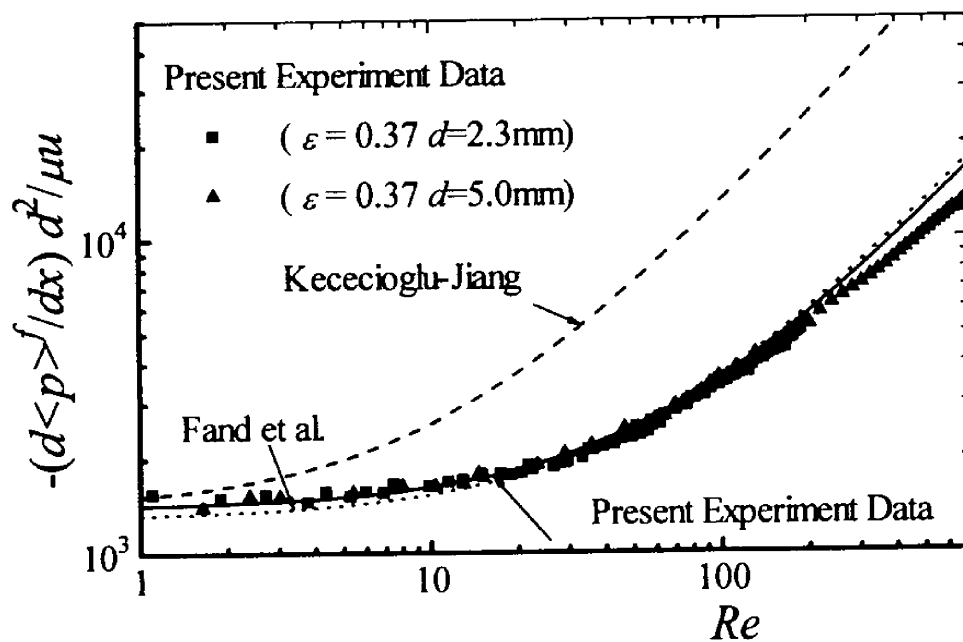


図 9-2 無次元圧力勾配に対するレイノルズ数の影響

透過率に関する相関式(9-2)の分母係数 η を Ergun⁽³⁾は 150、Macdonald ら⁽⁴⁾は 180 としている。Forchheimer 係数に関する β は Ergun によれば 1.75 である。 $Re < 8$ の低レイノルズ数域においては無次元圧力勾配が一定となりダルシー域と考えられる。レイノルズ数が増すと無次元圧力勾配はレイノルズ数に対し線形に増加する。 $30 < Re < 120$ の領域が Forchheimer 域と考えられる。これより高いレイノルズ数範囲においては、測定データの傾きに若干の減少が認められる。この領域が乱流域 (Post-Forchheimer 域) と考えられる。参

考のため Forchheimer 修正ダルシーの式(9-1)を図中実線で示す。なお、各係数は Macdonald らの値 $\eta=180$ 、 $\beta=1.75$ を採用した。層流域 ($Re < 120$) において本実験結果は Forchheimer 修正ダルシー則(9-1)に極めてよい一致を示す。Fand らは、Forchheimer 域 ($5.0 < Re < 80$) に対して、 $\eta=167$ 、 $\beta=1.87$ を推奨している。Kececioglu-Jiang は、Forchheimer 域を $1.6 < Re < 10$ に対応させ、係数を $\eta=180$ 、 $\beta=9.394$ に設定している。本実験結果は、Forchheimer 域の適用範囲、各係数ともに、Fand らの結果とよく一致することが分かる。

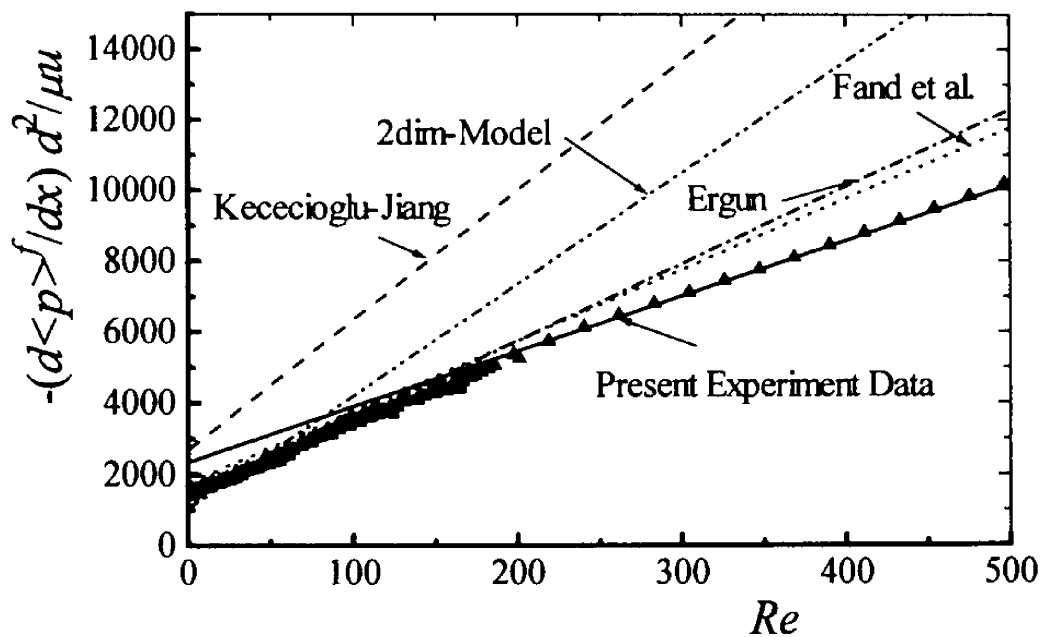


図 9-3 Post-Forchheimer 域における無次元圧力勾配

無次元圧力勾配とレイノルズ数の関係を乱流域 (Post-Forchheimer 域) に注目し図 9-3 に示す。本実験結果は乱流域 ($150 < Re$) への遷移を示している。表 9-1 に各実験データに基づく式(9-2),(9-3)内の係数部 η 及び β を示す。Kececioglu-Jiang の Post-Forchheimer 域は低レイノルズ数側によっており、この範囲では明白な乱流域への遷移を示していない。一方、Fand らの示す Post-Forchheimer 域範囲のデータは、本実験結果に適合しており、レイノルズ数 $Re = 120 \sim 150$ において Forchheimer 域から乱流域へと遷移するものと考えられる。Forchheimer 域から乱流域へと遷移する際、係数 β は 30% 程度の減少を見せる。しかしなが

ら、その減少量は小さく、Forchheimer モデルをそのまま乱流域へと適用しても大きな誤差は生じない。なお、Fand らの実験データに基づき係数 β の減少を約 15% 程度と本実験値より小さめに予測している。これは、Fand らの実験においては圧力測定孔が多孔質流路部の外側（出入口付近）に設置されたのに対し、本実験では多孔質流路部内部に設置されたことに起因するものと考えられる。この様に、本実験データは Fand らの測定データ及び第 8 章における低レイノルズ数乱流モデルに基づく数値計算結果を支持するものである。

表 9-1 各実験結果に基づく η 及び β

| | Forchheimer flow | Turbulent flow |
|-----------------------------------|--|--------------------------------------|
| Present Exp. Data | $\eta=180, \beta=1.75$ $30 < Re < 120$ | $\eta=300, \beta=1.25$ $150 < Re$ |
| Fand et al. | $\eta=167, \beta=1.87$ $5.0 < Re < 80$ | $\eta=225, \beta=1.61$ $120 < Re$ |
| Kececioglu | $\eta=180, \beta=9.394$ $1.6 < Re < 10$ | $\eta=342, \beta=2.95$ $13 < Re$ |
| Present Cal. Data (2Dim-Model) | $\eta=120, \beta=2.3$ $100 < Re$ | |
| Ergun | $\eta=150, \beta=1.75$ | |
| Macdonald et al. | $\eta=180, \beta=1.75$ | |

9-3 結言

ガラスビーズを用いた球状粒子充填流路内の圧力測定を実施した。Post-Forchheimer 域における Fand ら及び Kececioglu-Jiang の実験データとの比較・検討を経て、以下に要約する結果を得た。

1. Kececioglu-Jiang の実験データの処理においては、Forchheimer 域及び Post-Forchheimer 域範囲が低レイノルズ数側に設定されている。一方、Fand らの乱流域 (Post-Forchheimer

- 域) の設定は本実験結果に適合しており、両データ共に、レイノルズ数 $Re = 120 \sim 150$ において Forchheimer 域から Post-Forchheimer 域へと遷移することを示している。
2. 巨視的圧力勾配は Forchheimer 域から乱流域 (Post-Forchheimer 域) への遷移において若干低めの値をとるものの、概ね Forchheimer 修正ダルシー則に従う。この結果は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流域にも適用可能であるとする微視的数値計算結果を支持するものである。

参考文献

- (1) Fand, R. M., Kim, B. Y. K., Lam, A. C. C. and Phan, R. T., Resistance to flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres, *J. Fluids Engineering*, vol. 109,(1987), pp. 268-274.
- (2) Kececioglu, I. and Jiang, Y., Flow through porous media of packed spheres saturated with water, *J. Fluids Engineering*, vol. 116, (1994), pp. 164-170.
- (3) Ergun, S., Fluid flow through packed columns, *Chem. Eng. Prog.*, vol. 48, (1952), pp. 89-94.
- (4) Macdonald, I. F., El-Sayed, M. S., Mow, K. and Dullien, F. A. L., Flow through porous media- Ergun equation revisited, *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 18, (1979), pp. 199-208.

第10章 結論

多孔質体内の熱流動を記述する巨視的モデルにおけるモデル定数は従来、経験的に決定されてきた。しかし、多孔質体内の複雑な現象の理解をさらに深め、その知見を応用面において活用するためには、質量、運動量及びエネルギーの保存則に基づき、微視量と巨視量の関係を理論的に把握しておくことが不可欠である。そこで、本研究では多孔質体微細構造内の熱流動現象の詳細を解明すべく、幾何学的規則性を有する微細構造からなる幾つかの多孔質構造体モデルを提案し、微細構造体周りの熱流動場の微視的直接的数値シミュレーションを実行した。この微視的数値解析結果を空間平均する手続きを経て、巨視的モデル定数を純理論的に決定した。また、未だ未解明の点の多い多孔質体内乱流に対し微視的見地から検討を行った。すなわち、低レイノルズ数乱流モデルを用い Forchheimer 域から乱流域に亘る一連の微視的数値シミュレーションを実施し、乱流域における巨視的圧力勾配と空間平均速度の関係を理論的に求めた。あわせて、球状粒子充填流路内の強制流動場を圧力測定し、理論との比較検討を行った。本研究より得た主な結果を以下に要約する。

1. 多孔質体内中の一様な巨視的流れに垂直に巨視的溫度勾配が印加された巨視的熱流動場を考える。その際、角柱群及び立方体群からなる構造体モデルの一ユニットに注目し得た微視的数値シミュレーションの結果を空間平均する手続きにより多孔質体内熱流動の透過率及び見かけの熱伝導率等を求めることができる。
2. 低レイノルズ数下で得られる巨視的圧力勾配は、巨視的流れの方向に依らず一定値を示し、その逆数は透過率に対応する。構造体モデルより得た透過率の関数形は Ergun の関係式に一致する。

$$K = \frac{\varepsilon^3}{120(1-\varepsilon)} H^2 = \frac{\varepsilon^3}{120(1-\varepsilon)^2} D^2 \quad (\text{二次元角柱群モデル})$$

$$K = \frac{\varepsilon^3}{152(1-\varepsilon)^{4/3}} H^2 = \frac{\varepsilon^3}{152(1-\varepsilon)^2} D^2 \quad (\text{三次元立方体群モデル})$$

なお、三次元計算結果は気孔率一定の下で直径 d の球群からなる構造体の透過率が辺長 d の立方体群からなる構造体の透過率とほぼ同じ値となることを示唆している。

3. 高レイノルズ数下においては、Forchheimer 流域へと遷移し巨視的圧力勾配はダルシー速度の2乗に比例し変化する。その際、圧力勾配のレベルは巨視的流れ方向に依存する。なお、二次元モデルでは表現し得なかった多孔質体慣性効果を三次元モデルにおいては、気孔率との関係において的確に表現できる。

$$b = \frac{0.5(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3 D}$$

数値計算結果より予測される関数形は Ergun のそれに一致するが、そのレベルは 1/3 程度に低く見積もられる。これは構造体の規則性が現実の多孔質構造体の不規則性を表現し得ないためと考えられる。

4. Tortuosity 項に関する見かけの熱伝導率は低ペクレ数下で巨視的流れの方向に依らず一定値を示す。異質多層板内の一次元熱伝導の解析解を代入し得られる近似式は数値解析結果と良好な一致を示す。ただし、三次元構造体モデルに基づく近似式は二次元構造体モデルのそれに比べ同一気孔率下で若干高めの値を示す。
5. 熱分散項に関する見かけの熱伝導率は、低ペクレ数域でペクレ数の 1.7 乗（二次元モデル）あるいは 1.3 乗（三次元モデル）に比例し、高ペクレ数域で 1 乗に比例する。高ペクレ数域の計算結果を相関し求めた数値実験式は実験結果と良好な一致を示す。

二次元角柱群モデル：

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.022 \frac{Pe_D^{1.7}}{(1-\varepsilon)^{1/4}} \quad \text{for } (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.052(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10)$$

三次元立方体群モデル：

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.0138(1-\varepsilon)^{0.27} Pe_D^{1.3} \quad \text{for } (Pe_D < 10)$$

$$\frac{(k_{dis})_{rr}}{k_f} = 0.027(1-\varepsilon)^{1/2} Pe_D \quad \text{for } (Pe_D > 10)$$

三次元モデルにおいては熱分散の寄与を二次元モデルのそれより低めに見積もる傾向にある。これは三次元モデルにおいて慣性効果が低く見積もられる事実（結論3）に関連しており、運動量と熱移動間の類似性に起因する。

6. 正方配列された多孔質構造体を一方向にオフセットさせることで、多孔質構造体の非等方性を表現することができる
7. 微視的流動場の数値計算結果を空間平均することより求めた指向透過率は Scheidegger の提案した非等方度をパラメータとする相関式と良く一致する。なお、気孔率が増加するにつれ透過率テンソルは等方化に向かう傾向にある。

$$K_{xx} = K_{\alpha} \frac{\alpha}{1 + (\alpha - 1) \cos^2 \theta}$$

8. Scheidegger の非等方性に関する相関式は Tortuosity に係わる見かけの熱伝導率の非等方性を表現する上でも有効である。微視的温度場に基づき算出した見かけの熱伝導率の係数は、Scheidegger の式によく一致する。なお、気孔率が0又は1に近づくにつれ熱伝導率テンソルは等方化に向かう。

$$(k_{\text{cor}})_{yy} = (k_{\text{cor}})_{yy} (1 + (\alpha_{\text{cor}} - 1) \cos^2 \theta)$$

9. 二次元構造体モデルに低レイノルズ数モデルを適用し微視的計算を実行し求めた巨視的圧力勾配は概ね Forchheimer 修正ダルシー則に従う。この結果は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流域にも適用可能であることを示唆している。
10. 低レイノルズ数モデルに基づく結果はレイノルズ数が低いところでは層流計算の結果に、また高いところでは高レイノルズ数モデルに基づく結果に漸近する。本計算に基づく巨視的圧力勾配は Fand らの実験データより高く、Kececioglu-Jiang の実験データより低い値を示している。
11. Forchheimer 修正ダルシー則にレイノルズ平均を施し導出した巨視的圧力勾配に関する式は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流

域にも適用可能であることを示唆している。

- 1 2. Kececioglu-Jiang の実験データの処理においては、Forchheimer 域及び Post-Forchheimer 域範囲を低レイノルズ数域側に設定している。Fand らの Post-Forchheimer 域の実験データは本実験結果に適合するものであり、両実験データはレイノルズ数 $Re = 120 \sim 150$ において Forchheimer 域から乱流域へと遷移することを示している。
- 1 3. 巨視的圧力勾配は Forchheimer 域から乱流域 (Post-Forchheimer 域) への遷移において若干低めの値をとるものの概ね Forchheimer 修正ダルシー則に従う。この結果は Forchheimer 修正ダルシー則が層流域のみならず Post-Forchheimer 域の乱流域にも適用可能であるとする微視的数値計算結果を支持する。

以上列挙したように、本研究により、今まで経験的に取り扱われてきた多孔質体内熱流動現象における種々の特性が、微視量と巨視量の関係において明らかとなった。今後、本結果が人工的多孔質材の設計等における応用面において活用されることが望まれる。

記 号 表

| | |
|-----------------------------|----------------------|
| \vec{A} | : 界面面積ベクトル |
| A_{m} | : 固体・流体界面総面積 |
| a | : 非等方性に係わるオフセット量 |
| b | : Forchheimer 係数 |
| \bar{b} | : Forchheimer 係数テンソル |
| C_p | : 等圧比熱 |
| C_s | : 固体比熱 |
| D | : 多孔質構造体をなす角柱の寸法 |
| d | : 多孔質構造体粒径 |
| d_H | : 等価直径 |
| e | : 乱れエネルギーの消散率 |
| \vec{g} | : 重力ベクトル |
| H | : 多孔質構造体ユニットの寸法 |
| $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ | : X, Y, Z 方向単位ベクトル |
| $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ | : x, y, z 方向単位ベクトル |
| k | : 乱れエネルギー |
| k | : 熱伝導率 |
| K | : 透過率 |
| p | : 微視的圧力 |
| Pe | : ペクレ数 |
| \dot{Q} | : 体積流量 |
| q | : 熱流束 |
| Re | : レイノルズ数 |
| T | : 微視的溫度 |
| t | : 時間 |
| \vec{u} | : 微視的速度ベクトル |

| | |
|----------------|--------------------------|
| u, v, w | : x, y, z 方向の速度成分 |
| ΔT | : 単位ユニット当たりの巨視的温度差 |
| V | : 検査体積 |
| V_f | : 検査体積内の流体の占める体積 |
| x, y, z | : デカルト座標系 |
| X, Y, Z | : 巨視的流れ方向に沿う座標系 |
| θ, ϕ | : 巨視的流れ方向角度を表現する |
| α | : 透過率の非等方度に関わるパラメータ |
| β | : Forchheimer 係数の相関式中の係数 |
| η | : Ergun の透過率の相関式中の係数 |
| ε | : 気孔率 |
| μ | : 粘性係数 |
| ρ | : 密度 |

下添え字

| | |
|-------|--------------|
| e | : 有効 |
| dis | : 熱分散 |
| f | : 流体 |
| s | : 固体 |
| tor | : Tortuosity |

特殊記号

| | |
|-------------------------|--------|
| $\langle \rangle$ | : 空間平均 |
| $\langle \rangle^{f,s}$ | : 実質平均 |

謝 辞

本論文は、静岡大学工学部、中山顕 教授の懇切なるご指導を受けてまとめたものであり、論文作成にあたっては、静岡大学工学部、石井仁 教授、荒木信幸 教授、牧野敦 助教授、盛岡良雄 助教授の有益な御意見とご教示を賜り、ここに深甚なる謝意を表します。

また、本研究を遂行するにあたり、静岡大学工学部 児山仁 名誉教授の御指導と御助言を常日頃からいただき、心から御礼を申し上げます。

最後に、本研究を進めるにあたり、有益な助言をいただいた、本山英明 技官、解析および実験にご協力いただいた、当時大学院生の井上昌彦 君、河村恭博 君、久慈敏也 君、中村勲 君、亀山吉朗 君、山下聡 君、三ツ井雅文 君ならびに熟工学講座の学生諸君に感謝いたします。