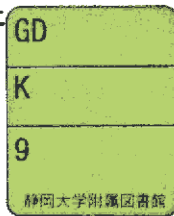


最適化法による生体微小信号処理の研究

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学 公開日: 2012-03-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中村, 孝文 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00006424

電子科学研究科中



0002512275 R

最適化法による

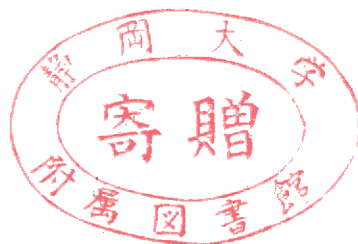
生体微小信号処理の研究



1981年 3月

静岡大学大学院電子科学研究科電子応用工学専攻

中 村 孝 文



目次

第1章	序論	1
1-1	生体情報と測定技術	1
1-2	ウィーナ・フィルタ	3
1-3	カルマン・フィルタ	4
1-4	視覚誘発電位とその問題点	5
1-5	VECP測定へのカルマン・フィルタ の適用	7
第2章	線形動的システムとカルマン・フィルタ	9
2-1	線形動的システムの概要	9
2-2	カルマン・フィルタの概要	11
2-3	連続システムから離散システムへの変 換	14
第3章	実験方法	17
第4章	カルマン・フィルタの設計法	20
4-1	VECP観測システムのモデル化	20
4-2	観測雑音を白色雑音として扱う場合	22

4 - 3	観測雑音を有色雑音として扱う場合	26
4 - 3 - 1	1次マルコフ過程でモデル化する 場合	27
4 - 3 - 2	2次系の出力でモデル化する場 合	34
4 - 3 - 3	4種の2次系の出力和でモデル 化する場合	46
4 - 4	システムモデルのブロック線図	51
第5章	VECPと雑音の特性	53
5 - 1	測定器系の雑音	53
5 - 2	導出脳波	54
5 - 3	VECP	55
5 - 4	自発脳波	57
5 - 4 - 1	自発脳波の周波数スペクトル	57
5 - 4 - 2	自発脳波の分散	60
5 - 4 - 3	自発脳波の振幅の分布と定常性	62
第6章	カルマン・フィルタの設計と推定結果	64
6 - 1	自発脳波の成形フィルタの構成	64
6 - 1 - 1	1次マルコフ過程でモデル化する 場合	64

6-1-2	2次系の出力でモデル化する場 合	66
6-1-3	4種の2次系の出力和でモデル 化する場合	67
6-2	推定結果	68
6-2-1	加算回数と推定結果	68
6-2-2	視機能を変えたときの推定結果	70
6-2-3	4種のフィルタによる推定結果	71
6-2-4	VECPの分散の推定	72
第7章	考 察	75
7-1	推定誤差の理論的検討	75
7-1-1	加算回数と推定誤差	75
7-1-2	振幅の推定	77
7-1-3	サンプリング周期と推定誤差	78
7-2	4種のフィルタの比較	79
7-3	加算平均法との比較	81
7-4	ウーナー・フィルタ法との比較	82
7-5	システムのモデル化について	84

第8章	結 論	87
	参考文献	89
	謝 辞	93
	本研究に関する発表論文	95

第 1 章 序 論

1 - 1 生体情報と測定技術

生体は外部環境あるいは内部環境の情報を取り入れ、それを基礎に自己の状態を適応させる非常に合理的な適応能力を有している。環境の情報を得て、それを中枢へ伝達し、処理した後その結果を効果器へ伝える一連の過程において二つの系が作用している。第1は電気的な系、すなわち緩電位やインパルスが関与する系であり、第2は化学的な系、すなわち内分泌が関与する系である。一般に、感覚のように高速の伝達処理が必要な場合には前者が、ゆっくりした持続的効果を及ぼすことが必要な場合には後者が作用する。しかし、視床下部・下垂体系における神経分泌のように両者が関与している場合もある。このように生体内における情報の伝達処理には電位変化の関与が重要である。

そのため、生体の研究ではこの電位変化を測定することが多い。その際に得られる電位は測定方法によりその大きさが様々であるが、細胞外測定とりわけ脳波測定のように皮膚に電極を置く方法では微小な電位変化として得られることが多い¹⁾。このため、本来得ようとする信号に生体自身の他の電位変化や測定器系の雑音(電極

雑音，測定機器の雑音等）が加わり，信号が雑音に埋もれてしまう場合が多々ある。これに対し， S/N を改善する努力は古くからなされてきたが，近年の電子技術の発展に伴い測定機器の改良はもちろん，測定方法も積極的に改良・開発されてきた²⁾。特に電子計算機の高速化，小型化，低廉化はデータのデジタル処理に大きく貢献し，小型計算機を導入した測定方法が多く考案されつつある。位相検波法を用いるロック・イン・アンプ³⁾，Dawsonの重畳法やこれを発展させた加算平均法^{3,4)}，相関法⁵⁾等はその例であり，特に加算平均法や相関法は電子計算機を用いる典型例である。このように多様な測定器，測定法の開発にもかかわらず，生体特有の性質である信号の多様性，複雑性，微小であること，非定常性等のため，一つの方法でどれにも応用できるというところまでは到らず，どれも一長一短を有し，かならずしも満足な評価を得ていないのが現状である。このため更に次々と新しい測定技術を開発することが要請されている。

本研究ではこれまで主として工学分野に應用されてきた推定理論を生体微小信号処理に應用することを試みた。これまでにはウィーナ・フィルタを誘発電位検出に用いる試みが報告されているが⁶⁾，本研究ではウィーナ・フィルタの拡張でもあり，より優れた特徴を有するカルマン・フィルタを扱った。研究対象としてパターン反転刺激による視覚誘発電位⁷⁾をとりあげ，カルマン・フィ

ルタによる推定を試みた^{8~10)}。

1-2 ウィーナ・フィルタ

推定問題は、米国の数学者でサイバネティックスの創始者でもある N. Wiener により定式化された¹¹⁾。すなわち、観測信号に或る重み関数を乗じて本来の信号の線形推定をおこなうとき、推定誤差の2乗の期待値を最小にする（これを rms 規範又はウィーナ規範という）ような重み関数を求める問題である。これはウィーナ問題とよばれ、本質的には最適線形フィルタ（rms 規範を満足する意味で）のインパルス応答を数学的に求める問題と、そのようなインパルス応答を実現する回路を合成する工学的問題とに分けられる。

このインパルス応答は Wiener-Hopf の積分方程式の解で与えられ、その解は信号の自己相関々数すなわち核関数のフーリエ変換が有理関数になるときスペクトル因数分解法により求められることが Wiener と Hopf により明らかにされた。この解を電氣的な回路やアナログ計算機により実現すれば最適フィルタができるわけで、これがウィーナ・フィルタである。しかし、ウィーナ・フィルタを設計するにはまず信号や雑音の定常性を仮定していること、観測時間の半無限性を仮定していること、積分方程式の一般解がないこと、スペクトル因数分解法

が適用できる場合も少ないことなどの理由によりハードウェア化が難しいという難点を有していた。

1-3 カルマン・フィルタ

これに対し、1960年に米国の自動制御学者 R.E. Kalman が今日カルマン・フィルタとよばれている新しい考え方の推定理論を発表した¹²⁾。彼は Wiener-Hopf 積分方程式にでてくる統計的性質を持つ関数が相関々数だけであることに着目し、信号の相関性はダイナミックスの構造に由来するものであると見做した。又、ウィーナ・フィルタが周波数領域での考え方をしているのに対し、Kalman は実時間領域で時系列を把えることを考えた。更に、ウィーナ規範を適用する際、直交射影の原理を導入した。以上の点を基礎にして考案されたカルマン・フィルタはウィーナ・フィルタの拡張になっている。しかし、単なる拡張に終わっていない。信号生成には必ずダイナミックスが存在するが、これを直接フィルタに組み込んでいることにより、ダイナミックスに関する知見がそのままフィルタの改良につながる。又、このフィルタは逐次推定型のアルゴリズムを有しているので今日の計算機技術と適合していること、理論そのものもウィーナ・フィルタのような難解さがなく一般の工学技術者にも理解しやすいなどの理由からである。このため、カル

マン・フィルタは数学的理論と工学的技術とを結びつけた新しい型のフィルタとして注目された。

1-4 視覚誘発電位とその問題点

研究対象にとりあげた視覚誘発電位 (Visually evoked cortical potentials, 以下 VEC P と略す) は, 光や図形による視覚刺激により誘発される大脳皮質視覚領野付近の電位変化を示すもので, 中枢レベルにおける視覚機構を解明する手段として, あるいは視機能を他覚的に検査する臨床手段として近年特に研究応用されてきているものである¹³⁾。刺激の種類には2種類ある⁷⁾。第1は無構造面刺激であり, 刺激面全体の輝度を時間的に一様に変化させて刺激とするものである。第2はパターン反転刺激であり, 或る形状のパターンを呈示し, パターンの明暗を時間的に反転させて刺激とするものである。前者は古くからフラッシュ刺激として用いられているが, 幾つかの欠点がある。すなわち, 1. VEC P と測定時の雑音である自発脳波が非定常となり, 得られた VEC P の波形も複雑であるために解析が難しい, 2. VEC P 自体に揺らぎがあり加算平均法等による方法でも VEC P を求めにくい, 3. 2 の理由ゆえに加算回数を増す必要があるが, これは測定時間を長びかせ被検者の負担あるいは測定条件の悪化をまねく, 4. 閾値が高い,

5. 個人差が大きい, 6. 応答が単なる明暗のみに対するものなので視覚像の鮮明度の検査に用いることはできない等である。これに対し後者はこれらの欠点のない優れた刺激法である。特に反応波形は単純であり, パターン反転頻度を適当にとれば正弦波形に近いものとなること, 網膜への刺激エネルギーは常に一定であるので VEC P や自発脳波もほぼ定常となること, 視覚像の鮮明度がそのまま反応波形の振幅の大きさにあらわれるので視機能の他覚的検査手段になりえること等は前者にない優れた点である。臨床には両者とも用いられている¹³⁾。前者は 1. 視神経萎縮, 黄斑変性, 黄斑裂孔, 2. 球後視神経炎および脱髄性疾患, 3. 色覚異常, 等の検査に用いられ, 後者は上記の他に 1. 弱視, 2. 緑内障, 3. 視野欠損を伴う頭蓋内疾患, 4. 詐病, ヒステリー, 5. 屈折異常, の検査に用いられている。以上のような視覚生理の中枢レベルでの他覚的研究あるいは臨床における応用性にもかかわらず, VEC P はいまだに ERG のようには一般に普及していない。この理由は 1. VEC P が数 μV と小さく S/N 改善に伴う装置が高価格である, 2. S/N 改善に伴う測定時間の増加, 3. 刺激パラメータが多彩であるので VEC P も多彩かつ複雑である, 4. 個人差が大きい等である。第 1 の問題は半導体技術, 特に LSI, 超 LSI の製作技術の進歩によりマイクロコンピュータが高性能, 低価格の一途を辿っていることから

早晚解決されるであろう。又、第3第4の問題はパターン反転刺激が開発され、パラメータの規格化も進んでいるので解決されつつある。したがって第2の問題が残された課題である。

1-5 V E C P測定へのカルマン・フィルタの適用^{8~10)}

V E C P測定時の S/N改善法として従来加算平均法が用いられてきた。これは信号および雑音の定常性を仮定すれば、加算回数をMとしたとき S/N は \sqrt{M} 倍だけ改善される原理を応用したものである。手法が簡単でハードウェア化しやすいので、生体信号測定には広く用いられている。しかし、S/N改善率の2乗回の加算回数が必要のために測定時間が長くなり、このことが生体にとって不利な条件となる欠点がある。

この欠点を補うため、1969年に D.O. Walter により誘発電位測定へのウィーサ・フィルタの応用が提唱された⁶⁾。この方法は加算平均データおよび加算平均結果のパワースペクトルを求め、それらより各周波数における信号と雑音のパワーの割合を求め、加算平均結果について信号の割合分だけをとって推定パワースペクトルとする方法である。この方法は、信号や雑音の定常性の仮定がなければならぬことや、パワースペクトルを求

めるのに要する計算量が多いなどの問題がある。

本研究ではカルマン・フィルタを適用することを試みた。研究のねらいは、1. 測定時間の短縮化をはかる、2. VEC P測定への新しいアプローチである、3. 今後VEC Pの発現機構の解明が予想されるが、それらの知見がフィルタの改良に役立つ利点を有する、4. 生体分野と工学分野との結合の一実例とする、である。本研究における基本的着眼点は2つある。第1はVEC Pがパターン反転頻度の周波数の正弦波で近似できること^{14,15)}、第2は雑音をガウス定常雑音とみなせること^{16~20)}、の2点である。これよりVEC Pおよび雑音に関するダイナミックスを線形動的システムとして表現でき、カルマン・フィルタの適用が可能となる。

具体的な研究内容として、まず雑音の特性を分析し次にこの雑音のモデルとして4種類の成形フィルタを考えた²¹⁾。そして、それらを基礎にフィルタを設計し実際に適用してその結果および問題点について考察をおこなった。

第 2 章 線形動的システムとカルマン・フィルタ

2-1 線形動的システムの概要^{22,23)}

一般にどのような物理的な系も非線形系であると考えるのが妥当であるが、系の解析には線形系に近似して扱うほうが簡単であり又近似の仕方が系の本質をついたものであればかなりよく特性を表現できる。実際の物理系をあらわす場合はほとんど線形近似されているといっても過言ではない。又、系には連続的な系と離散的な系があるが、両者には密接な関係があり特に前者は後者の離散時間が無限に小さくなったものであるといえる。電子計算機を用いて処理する場合には本質的には連続系であっても離散系に変換して扱うのが一般であり、本研究もそれにしたがっているので離散系について考える。

m 入力 P 出力の n 次元離散線形動的システムは一般に次の状態方程式および出力方程式であらわされる。

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + B_k U_k + W_k \quad (2-1)$$

$$Y_k = H_k X_k + D_k U_k + V_k \quad (2-2)$$

ここで記号の意味は次のとおりである。なお k 、 $k+1$ は

時刻を意味する。

X_k : 状態ベクトル, $n \times 1$

U_k : 制御ベクトル, $m \times 1$

W_k : システム雑音ベクトル, $n \times 1$

Φ_k : 遷移行列, $n \times n$

B_k : 制御行列, $n \times m$

Y_k : 観測ベクトル, $p \times 1$

V_k : 観測雑音ベクトル, $p \times 1$

H_k : 観測行列, $p \times n$

D_k : 制御行列, $p \times m$

(2-1), (2-2) 式を模式的に示すと図 2-1 となる。

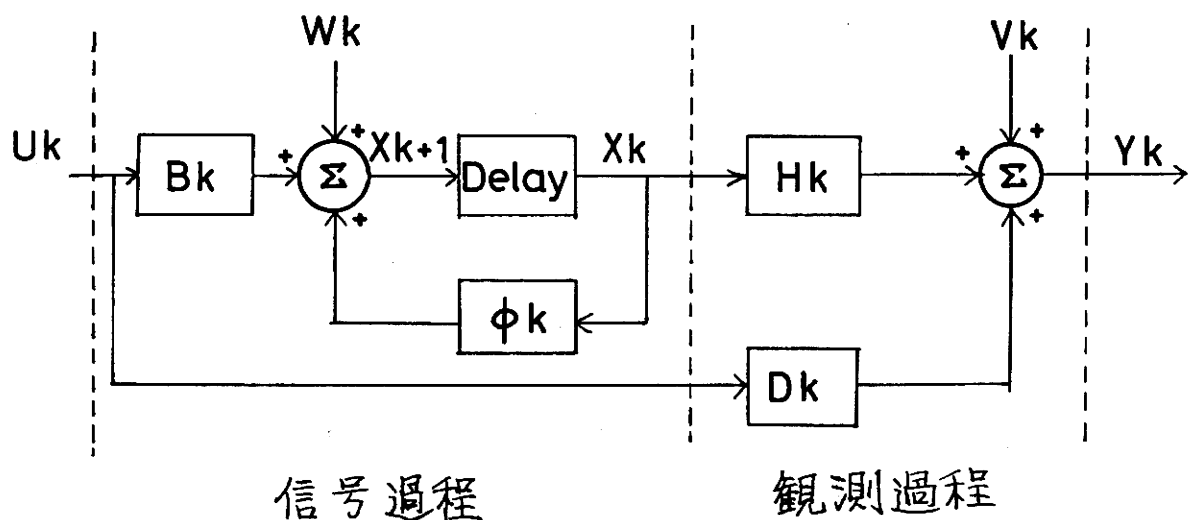


図 2-1. 離散線形動的システムのブロック線図

次に Φ_k, B_k, H_k, D_k が定数行列である場合について考えてみる。状態方程式および出力方程式は系を任意

の状態にするのに必要な制御入力を求めたり，出力から系の状態を知るときなどに用いる。しかし，全ての状態変数を任意に制御できたり，観測できたりするとは限らずその可能性を示す概念に可制御性，可観測性がある。

可制御性： n 次元線形動的システムが時刻0で零状態にあるとき，時刻 k で状態を X にする入力と時刻 k が存在するならば X を可制御であるといい， n 次元状態空間の全ての状態が可制御なとき完全可制御という。システムが完全可制御であるための必要十分条件は，行列 $[B, \Phi B, \dots, \Phi^{n-1} B]$ のランクが n になることである。

可観測性： 零入力 n 次元線形動的システムの時刻0における状態 X_0 ($\neq 0$) の出力が零のとき， X_0 を不可観測な状態といい，全ての状態について不可観測でないならばこのシステムは完全可観測であるという。システムが完全可観測であるための必要十分条件は，行列 $[H', \Phi' H', \dots, \Phi^{n-1} H']$ のランクが n になることである。ここで $'$ は行列の転置を示す。

2-2 カルマン・フィルタの概要²¹⁾

カルマン・フィルタはウィーナ問題を解くのにこれまで提唱されていたウィーナ・フィルタの欠点を解決すべく Kalman により発表されたフィルタである。基本的

な考え方は 1-3 で述べたとうりである。カルマン・フィルタの導き方は種々あるが²¹⁾、それらは省き、推定アルゴリズムのみを記述すれば (2-5) ~ (2-9) 式となる。ただし線形動的システムは簡単のために (2-1), (2-2) 式のかわりに (2-3), (2-4) 式としたが本質的に問題はない。

Discrete Linear Dynamical System

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= \Phi_k X_k + B_k U_k & (2-3) \\ Y_k &= H_k X_k + V_k & (2-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_k &= X(t_k), \quad U_k = U(t_k), \quad Y_k = Y(t_k), \quad V_k = V(t_k) \\ \Phi_k &= \Phi(t_k), \quad H_k = H(t_k), \quad t_k = k \cdot \Delta T, \quad k = 0, 1, \dots \end{aligned}$$

ΔT : sampling period
 X_k : state vector
 U_k : system noise vector, $\bar{U}_k = E[U_k]$
 Y_k : observation vector
 V_k : observation noise vector, $\bar{V}_k = E[V_k]$
 Φ_k : transition matrix
 H_k : observation matrix

Discrete Kalman Filter Algorithm

$$\hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1/k-1} + B_{k-1} \bar{U}_{k-1} \quad (2-5)$$

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + L_k [Y_k - (H_k \hat{X}_{k/k-1} + \bar{V}_k)] \quad (2-6)$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k-1} P_{k-1/k-1} \Phi_{k-1}' + B_{k-1} Q_{k-1} B_{k-1}' \quad (2-7)$$

$$L_k = P_{k/k-1} H_k' (H_k P_{k/k-1} H_k' + \Sigma_k)^{-1} \quad (2-8)$$

$$P_{k/k} = (I - L_k H_k) P_{k/k-1} \quad (2-9)$$

$\hat{X}_{k/k}$: estimation of X_k
 $P_{k/k}$: error covariance matrix, $E[(\hat{X}_{k/k} - X_k)(\hat{X}_{k/k} - X_k)']$
 L_k : gain matrix
 Q_k : covariance matrix of U_k , $E[(U_k - \bar{U}_k)(U_k - \bar{U}_k)']$
 Σ_k : covariance matrix of V_k , $E[(V_k - \bar{V}_k)(V_k - \bar{V}_k)']$

ここで、 $\hat{X}_{k/k}$ はデータ列 $[Y_0, Y_1, \dots, Y_k]$ を基礎にした $E[(\hat{X}_{k/k} - X_k)^2]$ を最小にする意味で最適な X_k の推定値である。ただし $E[\]$ は期待値を意味する。
 $\hat{X}_{k/k-1}$ はデータ列 $[Y_0, Y_1, \dots, Y_{k-1}]$ を基礎にした $E[(\hat{X}_{k/k-1} - X_k)^2]$ を最小にする意味で最適な X_k の予測

値である。アルゴリズムは、まず最初に初期値 $\hat{X}_{0/0}$, $P_{0/0}$ を適当に設定した後、 k を1ずつ増加させて(2-5) ~ (2-9)式を繰り返すものである。その際、システム雑音 u_k と観測雑音 v_k の統計的性質は既知である必要がある。多くの場合 $\hat{X}_{0/0}$, u_k , v_k はガウス分布をすると仮定して用いるが、この場合にはカルマン・フィルタは最尤推定にもなる。しかし、特にガウス分布である必要はなく、その場合でも線形推定法則に基づいて誤差の2乗の期待値を最小にする意味ではやはり最適なフィルタが(2-5)~(2-9)式より構成される²¹⁾。カルマン・フィルタのブロック線図を図2-2に示す。

(2-7)~(2-9)式よりわかるように、利得行列 L_k は推定を始める以前に予め求めておくことができる。もしこのシステムが定常であり、完全可制御、完全可観測ならば L_k は k の増大とともに或る一定の値に近づくので、このような場合には最初から定常利得行列を用いて推定

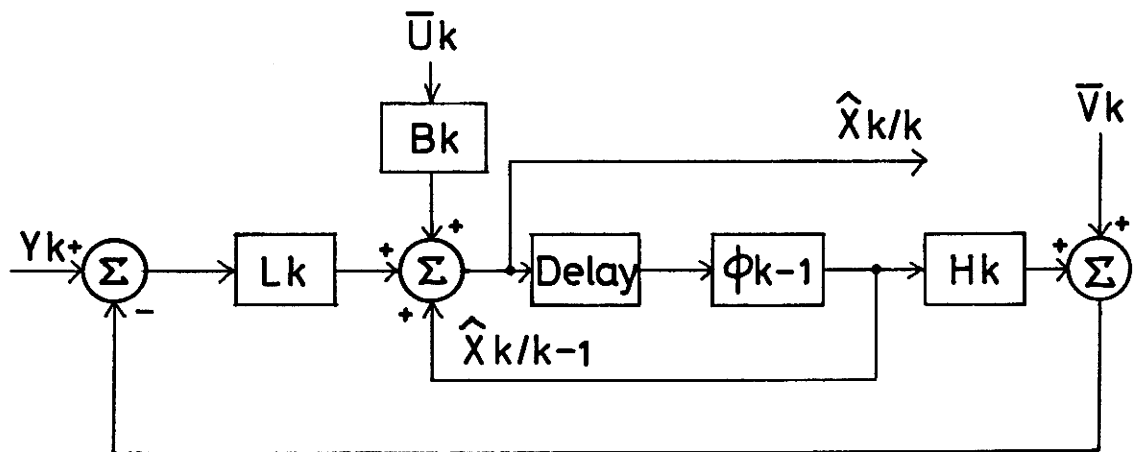


図2-2 カルマン・フィルタのブロック線図

を実行してもさしつかえない。推定アルゴリズムの内容は(2-5), (2-6)式又は図2-2より明らかのように, まずシステムモデルから次の時刻の状態を予測し, これに観測行列を乗じて観測値を予測する。次に実際の観測値と比較して予測誤差を求めそれに利得行列を乗じて補正值とし, 状態予測値に加えて推定値とするという方式である。このようにカルマン・フィルタはベクトルと行列の四則演算の繰り返しであるので, 次元が大きくなると計算量は指数関数的に増大する。特に(2-8)式の逆行列を求めるところがネックとなる。又, 大規模系で観測性の悪い系では共分散行列の不安定現象を起こすことがあるが, このような場合に対しては square-root フィルタが有効である²⁴⁾。

2-3 連続システムから離散システムへの変換²³⁾

連続システムを離散システムで表現するには連続状態方程式の解を求めればよい。連続線形システムの状態方程式が次式であるとする。

$$\dot{\mathcal{X}}(t) = A(t)\mathcal{X}(t) + B(t)U(t) \quad (2-10)$$

ここで“ \cdot ”は d/dt をあらわす。この方程式は全ての t ($-\infty < t < \infty$) に対して $A(t)$, $B(t)U(t)$ が連続で

あれば大域的リアプシッツ条件を満足し、解の存在と唯一性は大域的に保証される。その解は遷移行列を用いて形式的に表現できるが、特に $A(t), B(t)$ が定数の場合は解析的に求めることができる。

今 $A(t), B(t)$ を時不変とし $u(t)=0$ の場合について考えると (2-10) 式は同次方程式 (2-11) となる。

$$\dot{x}(t) = A x(t) \quad (2-11)$$

この解は t_0 を任意の時刻とすればスカラー方程式と同様に形式的に

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) \quad (2-12)$$

とあらわせる。したがって定係数線形システムの遷移行列を $\Phi(t-t_0)$ とすれば

$$\Phi(t-t_0) = e^{A(t-t_0)} \quad (2-13)$$

である。これを用いて $u(t) \neq 0$ の一般的な場合を考えると一般解は次式で与えられる。

$$x(t) = \Phi(t-t_0) x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t-\tau) B u(\tau) d\tau \quad (2-14)$$

$t-t_0 = \Delta T = \text{const}$ の場合には、 $\Phi(t-t_0) = \Phi(\Delta T) = \text{const}$ であり (2-14) 式は次式となる。

$$x(t) = \Phi(\Delta T) x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(\Delta T) B u(\tau) d\tau \quad (2-15)$$

$\Phi(\Delta T)$ の求め方は種々あるが²³⁾、ラプラス変換法を用いる場合は A の固有値の単根、重根に関係なく機械的に求まる。ただし次数が高くなると計算は可成り複雑になるのでそのときはシルベスターの補間公式を使えばよい。ラプラス変換法によれば遷移行列は (2-16) 式で与えられる。

$$\Phi(t) = e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} \quad (2-16)$$

ここで s はラプラス変換に用いられる複素数、 I は単位行列、 $()^{-1}$ は逆行列、 \mathcal{L}^{-1} はラプラス逆変換をあらわす。なお $(sI - A)^{-1}$ はしばしば Resolvent とよばれている。

第 3 章 実 験 方 法

図3-1に実験系の模式図を示す。刺激系には多様なパターンを呈示できるように特に開発された装置を用いた²⁵⁾。それらは工業用TV, パターン発生器, 関数発生器から成っている。工業用TVは17インチのモノクロ型である。呈示するパターンの種類, 大きさ, 平均輝度, コントラストはいずれもパターン発生器により自由に設定できる。主な呈示パターンは縦, 横のストライプ, 市松模様, これらを環の中(環の内外径は自由に設定でき

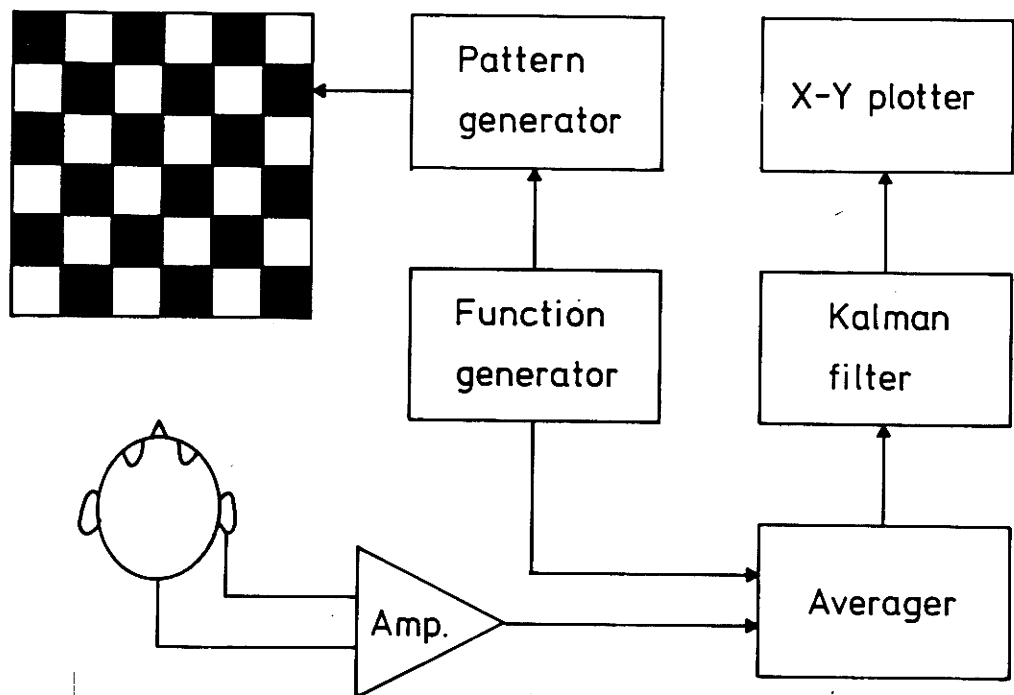


図3-1 実験系模式図

る)にあらわす等である。

実験には一辺が 21 mm の市松模様を用いた。画面平均輝度は 99.4 cd/m^2 , コントラストは 72.4% とした。パターン反転の仕方, 反転頻度はパターン発生器への入力となる関数発生器により決定されるが, 本研究では正弦波様反転, 頻度 12 Hz とした。これらの数字は全て振幅の大きい正弦波様の $VECP$ を得るための刺激条件²⁶⁾ を用いたものである。被検者は TV 画面より 150 cm 離れた位置にある歯科用椅子に腰掛け, 寛いだ姿勢で画面中央部を固視する。脳波は後頭結節上方 3 cm (第1次視覚領に相当する位置) に直径 8 mm の皿状銀盤電極を脳波用電極糊と包帯で固定して関電極とし, 左右の耳朶に同じく直径 8 mm の皿状銀盤電極を固定してそれぞれアース, 不関電極とする単極誘導方式にて導出した。なお被検者はシールド室内にあり, 刺激系, 処理系等からの雑音を拾わないよう配慮されている。又, 電極装着部をアルコールでよく拭き, 皮脂や汚れを除いて電極抵抗(接触抵抗)を極力なくした。導出脳波は増幅後, 電子計算機で加算平均され次にカルマン・フィルタでフィルタリングされる。結果は $X-Y$ プロッタやディスプレイ装置に出力する。増幅率は 48 dB , 又この際に $1.5\sim 100\text{ Hz}$ のバンドパスフィルタを通した。加算平均時にはパターン反転と同期をとるため, 関数発生器の出力をトリガーとして用いた。測定はオシロスコープ管面

上に導出脳波をモニターし，筋電その他のアーティファクトをチェックしながらおこなった。又，実際の計算機処理には増幅した脳波と関数発生器の出力を一度磁気テープに記録して用いた。以下に実験に用いた装置を列挙する。

パターン刺激系

- パターン発生装置
- 関数発生器 : MODEL 184, 5 MHz SWEEP GENERATOR, WAVETEK
- 工業用TV : MODEL TPM-440A, 3Q

脳波記録およびデータ処理系

- 生体用入力箱 : RB-J5, 日本光電
- 増幅器, モニター : 万能2-4現象オシロスコープ VC-9, 日本光電
- 電子計算機 : MELCOM-COSMO-500, 三菱電気
: 生体用データ処理装置 ATAC-450, 日本光電
- データレコーダ : FM記録再生方式データレコーダ FE-3000, SONY マグネステール

第 4 章 カルマン・フィルタの設計法

4-1 V E C P 観測システムのモデル化

パターン反転刺激による V E C P は反転頻度により “transient V E C P” と “steady-state V E C P” とに分けられる。前者は反転頻度以外の周波数成分を多く含み、反転頻度が 10 Hz 程度以下のものである。後者はほとんど反転頻度の周波数成分より成るもので反転頻度は 10 Hz 以上である。しかし、22 Hz 程度以上の反転頻度では V E C P の振幅は小さくなってしまふ。自発脳波は刺激の有無にかかわらず絶えず出ているが、その中では α 波^{1, 29)} と呼ばれる成人では 10 Hz 付近の周波数を有する脳波が優勢である。V E C P の振幅は反転頻度に関係し 9 Hz で最大を示しそれより周波数がずれる程、単調に減少する。しかし実験時は α 波の影響をさけるため反転頻度を 12 Hz にとるのが普通である。さて、12 Hz にとった場合 V E C P は “steady-state V E C P” であり正弦波に非常に近い波形を示す。そこでこれを正弦波で近似する。測定信号はこれに自発脳波、電極雑音、測定器雑音が加わったものとする。V E C P を $x(t)$ 、観測雑音を $v(t)$ 、観測信号を $y(t)$ 、V E C P の振幅を a 、刺激に対する位相遅れを θ 、パターン反転頻度を f とす

れば次式のようにモデル化される。

$$X(t) = a \cdot \sin(\omega t + \theta), \quad \omega = 2\pi f \quad (4-1)$$

$$Y(t) = X(t) + V(t) \quad (4-2)$$

(4-1)式にはシステム雑音の項が入っていないがこれについては第7章で述べる。(4-2)式において観測雑音を一括して $V(t)$ としたが、これには先の他にA/D変換時の量子化誤差も含まれる。これら雑音の中で最も大きな割合を占めるのは自発脳波である。自発脳波は安静閉眼時、安静開眼時、精神作業時で大きさ、周波数構造が可成り異なるが^{1,28)}、いずれにせよ周波数帯域ごとに分類して4種類から成る^{1,27)}。低周波側から δ 波(0.5~3.5 Hz)、 θ 波(4~7 Hz)、 α 波(8~13 Hz)、 β 波(14 Hz以上)である。これらの脳波のモデル化の仕方によりフィルタの構成が決まる。本研究では4種のことを考えた。大別すれば白色雑音とする仕方と有色雑音として扱う仕方である。後者に3種類を考えた。すなわち1. マルコフ過程でモデル化する, 2. 一つの2次系の出力としてモデル化する, 3. α , β , θ , δ 各波を2次系の出力と仮定しこれらの総和としてモデル化する, である。以下4種について順次カルマン・フィルタを求め

4-2 観測雑音を白色雑音として扱う場合^{8~10)}

(4-1)式より微分方程式を求めると次式となる。

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \quad (4-3)$$

ここで“.”, “..”はそれぞれ d/dt , d^2/dt^2 をあらわす。(4-3)式を同伴形式に直す。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

(4-4)式を2-3にしたがい離散化する。遷移行列を $\Phi(t)$ とすると

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left[\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \omega t & 1/\omega \cdot \sin \omega t \\ -\omega \sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \quad (4-5) \end{aligned}$$

ここで t を ΔT とし, 定数とすれば $\Phi(\Delta T) = \text{const}$ となる。これを単に Φ であらわすことにする。次に, k を正の整数とし t_k を次式で定義する。

$$t_k = \Delta T \cdot k, \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (4-6)$$

ベクトル X_k を次式で定義する。

$$X_k = \begin{pmatrix} x(t_k) \\ \dot{x}(t_k) \end{pmatrix} \quad (4-7)$$

これより (4-4) 式は次の離散式であらわされる。

$$X_{k+1} = \Phi X_k \quad (4-8)$$

観測過程も同じように考えると次式となる。

$$Y_k = HX_k + V_k \quad (4-9)$$

ただし,

$$Y_k = y(t_k), \quad V_k = v(t_k), \quad H = (1 \ 0) \\ E[V_k] = 0, \quad E[V_i \cdot V_j] = \sigma^2 \Delta_{ij} \quad (\Delta_{ij} \text{ はクロネッカーの } \delta \text{ 記号, } \sigma \text{ は正の実数})$$

(4-8), (4-9) 式を用い (2-5) ~ (2-9) 式にしたがってカルマン・フィルタを構成すればよい。

次に初期値を設定する^{8~10, 31)}。 $x(t)$ は正弦波であるので $x(t-\Delta T)$, $x(t)$ が与えられたときの $\dot{x}(t)$ は次のように求められる。まず次式を考える。

$$\frac{x(t) - x(t-\Delta T)}{\Delta T} = \frac{a}{\Delta T} \left\{ \sin(\omega t + \theta) - \sin[\omega(t-\Delta T) + \theta] \right\}$$

右辺を t の回りでテーラー展開する。

$$\begin{aligned}
\frac{x(t) - x(t - \Delta T)}{\Delta T} &= \frac{a}{\Delta T} \left\{ \sin(\omega t + \theta) - \left[1 - \frac{1}{2}(\omega \Delta T)^2 \right] \right. \\
&\quad \left. \cdot \sin(\omega t + \theta) + \omega \Delta T \cos(\omega t + \theta) \right\} + O(\epsilon) \\
&= \frac{\omega^2 \Delta T}{2} a \cdot \sin(\omega t + \theta) + \omega a \cdot \cos(\omega t + \theta) \\
&\quad + O(\epsilon) \\
&= \frac{\omega^2 \Delta T}{2} x(t) + \dot{x}(t) + O(\epsilon)
\end{aligned}$$

ここで $O(\epsilon)$ は 3 次以上の項の総和であるが、 $\omega \Delta T \ll 1$ であれば無視できる。これを $\dot{x}(t)$ について整理する。

$$\dot{x}(t) = \frac{x(t) - x(t - \Delta T)}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} x(t) \quad (4-10)$$

(4-10) 式で $t = \Delta T$ とし、 $x_0 = x(0)$ 、 $x_1 = x(\Delta T)$
 $\dot{x}_1 = \dot{x}(\Delta T)$ とおけば

$$\dot{x}_1 = \frac{x_1 - x_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} x_1 \quad (4-11)$$

となる。この式の x_1 、 x_0 にそれぞれ y_1 、 y_0 を代入し
 x_1 の推定値 $\hat{x}_{1/1}$ を (4-12) 式で与える。

$$\hat{X}_{1/1} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{1/1} \\ \hat{\dot{x}}_{1/1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \frac{y_1 - y_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} y_1 \end{pmatrix} \quad (4-12)$$

$\hat{X}_{1/1}$ をもとに誤差共分散行列 $P_{1/1}$ を求める。 $\hat{x}_{1/1}$ 、 $\hat{\dot{x}}_{1/1}$
の推定誤差 ϵ_1 、 ϵ_2 はそれぞれ次式となる。

$$\varepsilon_1 = \hat{x}_{1/1} - x_1 = y_1 - x_1 = (x_1 + v_1) - x_1 = v_1$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \hat{x}_{1/1} - \dot{x}_1 = \left(\frac{y_1 - y_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} y_1 \right) - \left(\frac{x_1 - x_0}{\Delta T} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} x_1 \right) \\ &= \frac{v_1 - v_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} v_1 \end{aligned}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を用いて $P_{1/1}$ の各要素 $p_{ij} (i, j = 1, 2)$ を求める。

$$p_{11} = E[\varepsilon_1 \varepsilon_1] = E[v_1^2] = \sigma^2$$

$$p_{12} = E[\varepsilon_1 \varepsilon_2] = E\left[v_1 \left(\frac{v_1 - v_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} v_1 \right) \right]$$

$$= E\left[\frac{v_1^2 - v_1 v_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} v_1^2 \right]$$

$$= \left(\frac{1}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} \right) \sigma^2$$

$$p_{21} = p_{12}$$

$$p_{22} = E[\varepsilon_2 \varepsilon_2] = E\left[\left(\frac{v_1 - v_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} v_1 \right)^2 \right]$$

$$= E\left[\frac{v_1^2 + v_0^2}{\Delta T^2} - \omega^2 v_1^2 + \frac{\omega^4 \Delta T^2}{4} v_1^2 \right]$$

$$= \left(\frac{2}{\Delta T^2} - \omega^2 + \frac{\omega^4 \Delta T^2}{4} \right) \sigma^2$$

以上をまとめると (4-13) 式となる。

$$P_{V_1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} \\ \frac{1}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} & \frac{2}{\Delta T^2} - \omega^2 + \frac{\omega^4 \Delta T^2}{4} \end{pmatrix} \sigma^2 \quad (4-13)$$

ここで $(\omega \Delta T)^2 \ll 2$ であれば上式は次式で近似できる。

$$P_{V_1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\Delta T} \\ \frac{1}{\Delta T} & \frac{2}{\Delta T^2} \end{pmatrix} \sigma^2 \quad (4-14)$$

4-3 観測雑音を有色雑音として扱う場合³²⁾

雑音は推定したい信号の周波数成分より1オクターブ以上にわたってパワースペクトルが平坦であれば白色と仮定してもさしつかえない。しかし、自発脳波は決して平坦なスペクトルを有するわけではないので有色として扱うのが本来の方法である。測定器および電極雑音はほぼ白色と考えてよい。自発脳波を $v_b(t)$ 、測定器および電極の雑音を一括して $v_m(t)$ とすると観測過程(4-2)式は次式に直される。

$$y(t) = x(t) + v_b(t) + v_m(t) \quad (4-15)$$

以下、 $v_b(t)$ のモデル化およびカルマン・フィルタの設計法、初期値の設定について述べる。

4-3-1 1次マルコフ過程でモデル化する場合

1次マルコフ過程は一般に次式であらわされる³³⁾。

$$x(t+\Delta t) = \rho x(t) + n(t), \quad |\rho| < 1 \quad (4-16)$$

ここで $n(t)$ は白色雑音である。この式は時刻 $t+\Delta t$ でのランダム雑音 $x(t+\Delta t)$ には微小ラグ Δt だけ以前の状態 $x(t)$ の影響が ρ という割合で残る性質を有することを意味する。多くのランダム雑音はこの式によりあらわせる。自己相関々数およびパワースペクトルは次のように求められる。自己相関々数を $C(\tau)$ とすれば

$$\begin{aligned} C(\tau+\Delta t) &= E[x(t)x(t+\tau+\Delta t)] \\ &= E[x(t)\{\rho x(t+\tau) + n(t+\tau)\}] \\ &= \rho E[x(t)x(t+\tau)] + E[x(t)n(t+\tau)] \\ &= \rho C(\tau) \end{aligned} \quad (4-17)$$

$C(\tau+\Delta t)$ を τ のまわりでテイラー展開すれば、

$$C(\tau+\Delta t) = C(\tau) + \Delta t \frac{dC(\tau)}{d\tau} + O(\Delta t^2) \quad (4-18)$$

両辺を $C(\tau)$ で割る。

$$\frac{C(\tau+\Delta t)}{C(\tau)} = \rho = 1 + \frac{1}{C(\tau)} \cdot \frac{dC(\tau)}{d\tau} \Delta t + \frac{O(\Delta t^2)}{C(\tau)} \quad (4-19)$$

Δt を充分微小にとれば 2 次以降の項は無視できる。(4-19) 式を整理する。又、 $(1-\rho)/\Delta t$ を α とすると

$$\frac{1}{C(\tau)} \cdot \frac{dC(\tau)}{d\tau} = -\frac{1-\rho}{\Delta t} = -\alpha$$

ゆえに

$$C(\tau) = C(0) e^{-\alpha\tau} \quad (4-20)$$

パワースペクトルは Wiener-Khintchine の公式より

$$R(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(0) e^{-\alpha|\tau|} e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{2C(0)\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (4-21)$$

となる。次に (4-21) において $j\omega = s$ とおきかえ、 $R(\omega)$ を $R(s)$ であらわせば

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{2C(0)\alpha}{\alpha^2 + (-js)^2} = \frac{2C(0)\alpha}{(\alpha+s)(\alpha-s)} \\ &= H(s) H(-s) W(s) \end{aligned} \quad (4-22)$$

ここで

$$H(s) = \frac{1}{s+\alpha}, \quad W(s) = 2C(0)\alpha$$

$R(s)$ は自己相関関数 $C(\tau)$ のラプラス変換であり、 $x(t)$ が、ラプラス表示が $W(s)$ である白色雑音 $w(t)$ により駆動される成形フィルタ $H(s)$ の出力であることを示している。つまり、1 次マルコフ過程は次の線形微分方程式であらわせる。

$$\dot{x}(t) = -\alpha x(t) + w(t) \quad (4-23)$$

(4-15)における v_b を (4-23) 式の形であらわすと, V E C P と自発脳波に関する状態方程式は次式群となる。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) &= -\omega^2 x(t) \\ \dot{v}_b(t) &= -\alpha v_b(t) + w_b(t) \end{aligned} \quad (4-24)$$

これを行列形式に書き直し, 併せて (4-15) 式もあらわせば次式となる。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{v}_b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ v_b(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_b(t) \quad (4-25)$$

$$y(t) = (1 \ 0 \ 1) (x(t) \ \dot{x}(t) \ v_b(t))' + v_m(t) \quad (4-26)$$

(4-25), (4-26) 式を

$$\dot{X}(t) = A X(t) + G W(t) \quad (4-27)$$

$$Y(t) = H X(t) + v_m(t) \quad (4-28)$$

とあらわす。(4-27) 式を離散化すると

$$X(t+\Delta T) = e^{A\Delta T} X(t) + \int_t^{t+\Delta T} e^{A(t+\Delta T-\tau)} G W(\tau) d\tau$$

すなわち

$$X_{k+1} = e^{A\Delta T} X_k + \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} e^{A[(k+1)\Delta T-\tau]} G W(\tau) d\tau \quad (4-29)$$

ここで

$$\Phi = e^{A\Delta T} = \begin{pmatrix} \cos \omega \Delta T & 1/\omega \sin \omega \Delta T & 0 \\ -\omega \sin \omega \Delta T & \cos \omega \Delta T & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\alpha \Delta T} \end{pmatrix} \quad (4-30)$$

$$U_k = \begin{pmatrix} u_{1k} \\ u_{2k} \\ u_{3k} \end{pmatrix} = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{pmatrix} \cos \omega [(k+1)\Delta T - \tau] \\ -\omega \sin \omega [(k+1)\Delta T - \tau] \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/\omega \sin \omega [(k+1)\Delta T - \tau] & 0 \\ \cos \omega [(k+1)\Delta T - \tau] & 0 \\ 0 & e^{-\alpha [(k+1)\Delta T - \tau]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_b(\tau) d\tau$$

$$= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ e^{-\alpha [(k+1)\Delta T - \tau]} \end{pmatrix} w_b(\tau) d\tau$$

$$= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{pmatrix} n_1(\tau) \\ n_2(\tau) \\ n_3(\tau) \end{pmatrix} w_b(\tau) d\tau \quad (4-31)$$

とすれば (4-27), (4-28) 式は

$$X_{k+1} = \Phi X_k + U_k, \quad Y_k = H X_k + v_{mk} \quad (\text{ここで } v_{mk} = v_m(t_k))$$

となり, これをもとにカルマン・フィルタを構成すればよい。

次に U_k の共分散行列 Q_k を求める³¹⁾。ここで $w_b(t)$ は平均零, 分散 $2N_0$ のガウス雑音であるとする。すなわち $v_b(t)$

はガウス・マルコフ過程であるとする。後述するように自発脳波はある程度ガウス性を有するという実験結果より、この仮定は妥当である。又、平均が零という仮定は脳波導出時にバンドパスフィルタを通してあることによる。具体的に Q_k を求めると以下のようにになる。

$$\begin{aligned}
 Q_k = E[u_k u_k'] &= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{pmatrix} n_1(\tau) \\ n_2(\tau) \\ n_3(\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \end{pmatrix}' 2\alpha\sigma_b^2 \\
 &\quad \cdot \delta(\tau-t) d\tau dt \\
 &= 2\alpha\sigma_b^2 \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-2\alpha[(k+1)\Delta T - \tau]} \end{pmatrix} d\tau \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - e^{-2\alpha\Delta T} \end{pmatrix} \sigma_b^2 \quad (4-32)
 \end{aligned}$$

次に初期値 $\hat{X}_{1/1}$, $P_{1/1}$ の設定をおこなう。まず $\hat{X}_{1/1}$ については VECF に関する項と自発脳波に関する項に分けられるが、VECF に関しては 4-2 と同様にし、自発脳波は 0 とおく。すなわち

$$\hat{X}_{1/1} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{1/1} \\ \hat{x}_{2/1} \\ \hat{v}_{b/1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \frac{y_1 - y_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} y_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-33)$$

これより誤差は次式となる。

$$\varepsilon_1 = \hat{x}_{1/1} - x_1 = v_{b1} + v_{m1}$$

$$\varepsilon_2 = \hat{\dot{x}}_{1/1} - \dot{x}_1 = \left(\frac{1}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} \right) (v_{b1} + v_{m1}) \\ - \frac{1}{\Delta T} (v_{b0} + v_{m0})$$

$$\varepsilon_3 = \hat{v}_{b1/1} - v_{b1} = -v_{b1}$$

ここで v_{b0} , v_{b1} および v_{m0} , v_{m1} はそれぞれ時刻 t_0 , t_1 における自発脳波, 測定器雑音をあらわす。自発脳波 $v_b(t)$ と測定器雑音 $v_m(t)$ とは互いに独立であり, 又測定器雑音はガウス白色雑音と仮定してあることを考慮して $P_{1/1}$ を求める。ここで $1/\Delta T - \omega^2 \Delta T/2 = K$ とおく。

$$P_{11} = E[\varepsilon_1 \varepsilon_1] = E[(v_{b1} + v_{m1})^2] = E[v_{b1}^2] + E[v_{m1}^2]$$

$$P_{12} = E[\varepsilon_1 \varepsilon_2] = E[(v_{b1} + v_{m1}) \{ K(v_{b1} + v_{m1}) - \frac{1}{\Delta T} (v_{b0} + v_{m0}) \}] \\ = K \{ E[v_{b1}^2] + E[v_{m1}^2] \} - \frac{1}{\Delta T} E[v_{b1} v_{b0}]$$

$$P_{13} = E[\varepsilon_1 \varepsilon_3] = E[(v_{b1} + v_{m1})(-v_{b1})] = -E[v_{b1}^2]$$

$$P_{22} = E[\varepsilon_2 \varepsilon_2] = E[\{ K(v_{b1} + v_{m1}) - \frac{1}{\Delta T} (v_{b0} + v_{m0}) \}^2]$$

$$= K^2 \{ E[v_{b1}^2] + E[v_{m1}^2] \} - \frac{2K}{\Delta T} E[v_{b1} v_{b0}]$$

$$+ \frac{1}{\Delta T^2} \{ E[v_{b0}^2] + E[v_{m0}^2] \}$$

$$r_{23} = E[\varepsilon_2 \varepsilon_3] = E\left[\left\{K(v_{b1} + v_{m1}) - \frac{1}{\Delta T}(v_{b0} + v_{m0})\right\} \cdot (-v_{b1})\right]$$

$$= -K E[v_{b1}^2] + \frac{1}{\Delta T} E[v_{b1} v_{b0}]$$

$$r_{33} = E[(-v_{b1})^2] = E[v_{b1}^2]$$

ここで、(4-30)式で $\phi_{33} = e^{-\alpha \Delta T}$ とすると

$$v_{b1} = \phi_{33} v_{b0} + u_{30}$$

すなわち

$$E[v_{b1} v_{b0}] = E[(\phi_{33} v_{b0} + u_{30}) v_{b0}] = \phi_{33} E[v_{b0}^2]$$

となる。また

$$E[v_{b1}^2] = \sigma_b^2, \quad E[v_{m1}^2] = \sigma_m^2$$

とおくと、 $r_{11} \sim r_{33}$ は次のごとくである。

$$r_{11} = \sigma_b^2 + \sigma_m^2$$

$$r_{12} = r_{21} = \left(K - \frac{\phi_{33}}{\Delta T}\right) \sigma_b^2 + K \sigma_m^2$$

$$r_{13} = r_{31} = -\sigma_b^2 \quad (4-34)$$

$$r_{22} = \left(K^2 - \frac{2K}{\Delta T} \phi_{33} + \frac{1}{\Delta T^2}\right) \sigma_b^2 + \left(K^2 + \frac{1}{\Delta T^2}\right) \sigma_m^2$$

$$r_{23} = r_{32} = \left(\frac{\phi_{33}}{\Delta T} - K\right) \sigma_b^2$$

$$r_{33} = \sigma_b^2$$

4-3-2 2次系の出力でモデル化する場合

自発脳波の周波数構造は脳の活動状態，外部環境からの刺激の有無により大きく異なる。安静閉眼時では α 波が優勢であるが，開眼とともに α 波が小さくなる α ブロッキングと呼ばれる現象がおきる¹⁾。又，Z.J. Koles & P. Flor-Henry²⁸⁾によれば，同じ開眼時でも安静時は依然 α 波が優勢であるが，精神活動をおこなうことにより α 波が減少し， δ 波が増大することが報告されている。本研究における実験においても2~3 Hzで最大値を示す周波数構造となっていることがわかった。そこで，2~3 Hzに共振周波数を有する2次系をガウス白色雑音で駆動したときの出力としてモデル化することを考えた。

2次系の伝達関数 $F(s)$ は次式であらわされる³⁴⁾。

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4-35)$$

ここで ω_n は固有角周波数， ζ は減衰率であり，それぞれステップ入力に対する過渡応答時の振動角周波数，減衰の度合を示すものである。この伝達関数の周波数特性をみると利得は $\zeta \leq 1/\sqrt{2}$ のときに或る周波数で最大となる。自発脳波のモデル化にはこの共振特性を利用する。共振の様子は共振周波数とこの時の利得である共振値により

決まる。実際にはこの両者を指定して伝達関数を求める。
 (4-35)式の周波数特性を求めるために $s=j\omega$ とし、(4-35)式を周波数領域に変換する。

$$\begin{aligned} F(j\omega) &= \frac{1}{-\omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega + \omega_n^2} \\ &= \frac{1}{\omega_n^2} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}} \end{aligned} \quad (4-36)$$

$\Omega = \omega/\omega_n$ とおき、これを相対角周波数とよぶ。
 (4-36)式を $A(\Omega)$ としてあらわすと

$$A(\Omega) = \frac{1}{\omega_n^2 (1 - \Omega^2 + j2\zeta\Omega)} \quad (4-37)$$

系の利得は $A(\Omega)$ の絶対値でありこれを $M(\Omega)$ とおき
 又、位相を $\theta(\Omega)$ とすればこれは次式であらわされる。

$$M(\Omega) = |A(\Omega)| = \frac{1}{\omega_n^2 \sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega^2}} \quad (4-38)$$

$$\theta(\Omega) = \angle A(\Omega) = -\tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega}{1 - \Omega^2} \quad (4-39)$$

$M(\Omega)$ が極大となる Ω は $M(\Omega)$ を Ω で微分して 0 とおけば求められる。 Ω が正の実数であることを考慮すると、

$$\frac{dM(\Omega)}{d\Omega} = \frac{1}{\omega_n^2} \cdot \frac{-1}{(1-\Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega^2} \cdot \frac{-4(1-\Omega^2)\Omega + 8\zeta^2\Omega}{2\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega^2}} = 0$$

$$\therefore \Omega = \sqrt{1-2\zeta^2}, \quad \zeta \leq 1/\sqrt{2} \quad (4-40)$$

このときの ω を ω_r であらわし共振角周波数とよぶ。
 (4-38), (4-39)式に(4-40)式を代入し M_p, θ_p であらわす。

$$M_p = \frac{1}{\omega_n^2 \sqrt{[1-(1-2\zeta^2)]^2 + 4\zeta^2(1-2\zeta^2)}} = \frac{1}{2\omega_n^2 \zeta \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (4-41)$$

$$\theta_p = -\tan^{-1} \frac{2\zeta\sqrt{1-2\zeta^2}}{1-(1-2\zeta^2)} = -\tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{\zeta^2} - 2} \quad (4-42)$$

逆に M_p を用いて ζ をあらわすと(4-41)式より

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{M_p^2 \omega_n^4}} \right)} \quad (4-43)$$

又(4-40)式より

$$\Omega_r = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$\therefore \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1-2\zeta^2}{\omega_r^2} \quad (4-44)$$

(4-43), (4-44)式より M_p, ω_r を用いて ζ, ω_n を求めると次式となる。

$$\zeta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - M_p \omega_r^2 \sqrt{1/(1 + M_p^2 \omega_r^4)} \right]} \quad (4-45)$$

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\zeta^2}} \quad (4-46)$$

M_p および ω_r は実際の自発脳波の周波数スペクトルに合うように実験的に決定される。

システムの状態方程式，観測式は次となる。

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$\ddot{v}_b(t) = -2\zeta\omega_n \dot{v}_b(t) - \omega_n^2 v_b(t) + \omega_b(t) \quad (4-47)$$

$$y(t) = x(t) + v_b(t) + v_m(t)$$

ただし $\omega_b(t)$ は白色雑音とする。上式を行列形式にあらわす。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{v}_b(t) \\ \ddot{v}_b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ -\omega^2 & 0 & \textcircled{0} & \textcircled{0} \\ \textcircled{0} & 0 & 1 & \textcircled{0} \\ \textcircled{0} & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ v_b(t) \\ \dot{v}_b(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \omega_b(t) \quad (4-48)$$

$$y(t) = (1 \ 0 \ 1 \ 0) (x(t) \ \dot{x}(t) \ v_b(t) \ \dot{v}_b(t))' + v_m(t) \quad (4-49)$$

ここで $\textcircled{0}$ は 2 行 2 列の零行列をあらわす。(4-48)，(4-49) 式を離散系になおす。このとき $v_b(t)$ に関する 2 次系の特性根は複素根であり，それを $-\alpha_0 \pm j\omega_0$ とするとこれらより， ω_n により次であらわされる。又， α_0 を

ω_0 で除し σ_0 とする。

$$-\alpha_0 \pm j\omega_0 = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (4-50)$$

$$\sigma_0 = \alpha_0 / \omega_0 \quad (4-51)$$

ここで α_0 , ω_0 , σ_0 はそれぞれ減衰指数, 減衰角周波数, 減衰度とよばれており, 2次系の誤差応答である減衰振動の時定数, 振動角周波数, 振動の大きさすなわち行き過ぎ量 ($t=0$ のときの誤差と一度めの振動の行き過ぎの最大値との比) を決めるものである。

(4-48) 式より遷移行列を求める。このシステムは VECF と雑音とに分けて考えることができ, 前者についてはすでに求まっているので後者だけを考える。後者についての系の遷移行列を $\Phi_b(t)$ とする。

$$\begin{aligned} \Phi_b(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left[\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \right]^{-1} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} e^{-\alpha_0 t} (\cos \omega_0 t + \sigma_0 \sin \omega_0 t) & \frac{e^{-\alpha_0 t}}{\omega_0} \sin \omega_0 t \\ \frac{-\omega_n^2}{\omega_0} e^{-\alpha_0 t} \sin \omega_0 t & e^{-\alpha_0 t} (\cos \omega_0 t - \sigma_0 \sin \omega_0 t) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4-52)$$

次に u_k を求める。これも後者についてのみ考え u_{bk} とおく。

$$u_{bk} = \begin{pmatrix} u_{b1k} \\ u_{b2k} \end{pmatrix} = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \Phi_b((k+1)\Delta T - \tau) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_b(\tau) d\tau$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \left(\begin{array}{c} \frac{e^{-\alpha_0[(k+1)\Delta T - \tau]}}{\omega_0} \sin \omega_0[(k+1)\Delta T - \tau] \\ e^{-\alpha_0[(k+1)\Delta T - \tau]} \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega_0[(k+1)\Delta T - \tau] \\ -\beta_0 \sin \omega_0[(k+1)\Delta T - \tau] \end{array} \right\} \end{array} \right) \omega_b(\tau) d\tau \\
&= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \left(\begin{array}{c} n_{b1}(\tau) \\ n_{b2}(\tau) \end{array} \right) \omega_b(\tau) d\tau \quad (4-53)
\end{aligned}$$

(4-53)式より U_{bk} の共分散行列 Q_{bk} を求める。

$$\begin{aligned}
Q_{bk} &= E[U_{bk} U_{bk}'] \\
&= \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \left(\begin{array}{c} n_{b1}(\tau) \\ n_{b2}(\tau) \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} n_{b1}(t) & n_{b2}(t) \end{array} \right) \sigma_M^2 \delta(\tau-t) d\tau dt \\
&= \sigma_M^2 \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \left(\begin{array}{cc} n_{b1}^2(\tau) & n_{b1}(\tau) n_{b2}(\tau) \\ n_{b2}(\tau) n_{b1}(\tau) & n_{b2}^2(\tau) \end{array} \right) d\tau \quad (4-54)
\end{aligned}$$

ただし $E[\omega_b(t)] = 0$, $E[\omega_b(t)\omega_b(\tau)] = \sigma_M^2 \delta(t-\tau)$ と仮定した。次に

$$z = (k+1)\Delta T - \tau \quad (4-55)$$

として(4-54)式の積分を実行する。まず次の3式を求めておく。

$$\int_0^{\Delta T} e^{-2\alpha_0 z} dz = \frac{1}{2\alpha_0} (1 - e^{-2\alpha_0 \Delta T}) \quad (4-56)$$

$$\int_0^{\Delta T} e^{-2\alpha_0 z} \cos 2\omega_0 z dz = \frac{1}{2\omega_0(1+\gamma_0^2)} \left[\gamma_0 - e^{-2\alpha_0 \Delta T} (\gamma_0 \cdot \cos 2\omega_0 \Delta T - \sin 2\omega_0 \Delta T) \right] \quad (4-57)$$

$$\int_0^{\Delta T} e^{-2\alpha_0 z} \sin 2\omega_0 z dz = \frac{e^{-2\alpha_0 \Delta T}}{4\omega_0^2} (1 - \cos 2\omega_0 \Delta T) \quad (4-58)$$

(4-54)式において

$$\int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} n_{bi}(\tau) n_{bj}(\tau) d\tau = \int_0^{\Delta T} n_{bi}(z) n_{bj}(z) dz \quad (4-59)$$

である。(4-56)~(4-59)式より, (4-54)式の各項の積分は以下となる。

$$\begin{aligned} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} n_{b1}^2(\tau) d\tau &= \int_0^{\Delta T} \left(\frac{e^{-\alpha_0 z}}{\omega_0} \sin \omega_0 z \right)^2 dz \\ &= \frac{1}{\omega_0^2} \int_0^{\Delta T} e^{-2\alpha_0 z} \frac{1 - \cos 2\omega_0 z}{2} dz \\ &= \frac{1}{4\omega_0^3 \gamma_0 (1 + \gamma_0^2)} \left[1 - e^{-2\alpha_0 \Delta T} (1 + \gamma_0^2 - \gamma_0^2 \cdot \cos 2\omega_0 \Delta T + \gamma_0 \sin 2\omega_0 \Delta T) \right] \quad (4-60) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} n_{b1}(\tau) n_{b2}(\tau) d\tau &= \int_0^{\Delta T} \frac{e^{-\alpha_0 z}}{\omega_0} \sin \omega_0 z \cdot e^{-\alpha_0 z} (\cos \omega_0 z - \gamma_0 \sin \omega_0 z) dz \\ &= \frac{1}{2\omega_0} \int_0^{\Delta T} e^{-2\alpha_0 z} \sin 2\omega_0 z + \gamma_0 e^{-2\alpha_0 z} \cos 2\omega_0 z - \gamma_0 e^{-2\alpha_0 z} dz \end{aligned}$$

$$= \frac{e^{-2\alpha_0 \Delta T}}{4\omega_0^2} (1 - \cos 2\omega_0 \Delta T) \quad (4-61)$$

$$\begin{aligned} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} n_{b2}^2(\tau) d\tau &= \int_0^{\Delta T} [e^{-\alpha_0 z} (\cos \omega_0 z - \gamma_0 \sin \omega_0 z)]^2 dz \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\Delta T} (1 + \gamma_0^2) e^{-2\alpha_0 z} + (1 - \gamma_0^2) e^{-2\alpha_0 z} \cos 2\omega_0 z \\ &\quad - 2\gamma_0 e^{-2\alpha_0 z} \sin 2\omega_0 z dz \\ &= \frac{1}{4\alpha_0} [1 - e^{-2\alpha_0 \Delta T} (1 + \gamma_0^2 - \gamma_0^2 \cos 2\omega_0 \Delta T \\ &\quad - \gamma_0 \sin 2\omega_0 \Delta T)] \quad (4-62) \end{aligned}$$

以上を整理する。

$$Q_{bh} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \sigma_M^2 \quad (4-63)$$

$$g_{11} = \frac{1}{4\omega_0^3 \gamma_0 (1 + \gamma_0^2)} \left\{ 1 - e^{-2\alpha_0 \Delta T} [1 + \gamma_0 \sin 2\omega_0 \Delta T + \gamma_0^2 (1 - \cos 2\omega_0 \Delta T)] \right\}$$

$$g_{12} = g_{21} = \frac{1}{4\omega_0^2} e^{-2\alpha_0 \Delta T} (1 - \cos 2\omega_0 \Delta T)$$

$$g_{22} = \frac{1}{4\omega_0 \gamma_0} \left\{ 1 - e^{-2\alpha_0 \Delta T} [1 - \gamma_0 \sin 2\omega_0 \Delta T + \gamma_0^2 (1 - \cos 2\omega_0 \Delta T)] \right\}$$

次に初期値 \hat{X}_{11} , P_{11} の設定をおこなう。考え方は 4-3-1 と同様である。まず \hat{X}_{11} を次式で与える。

$$\hat{X}_{1/1} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{1/1} \\ \dot{\hat{x}}_{1/1} \\ \hat{v}_{b1/1} \\ \dot{\hat{v}}_{b1/1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ (y_1 - y_0)/\Delta T - \omega^2 \Delta T y_1 / 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4-64)$$

誤差は次式となる。

$$\varepsilon_1 = \hat{x}_{1/1} - x_1 = v_{b1} + v_{m1}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \dot{\hat{x}}_{1/1} - \dot{x}_1 = \left(\frac{1}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} \right) (v_{b1} + v_{m1}) - \frac{1}{\Delta T} (v_{b0} + v_{m0}) \\ &= K (v_{b1} + v_{m1}) - \frac{1}{\Delta T} (v_{b0} + v_{m0}) \end{aligned} \quad (4-65)$$

$$\varepsilon_3 = -v_{b1}$$

$$\varepsilon_4 = -\dot{v}_{b1}$$

(4-52)式において

$$\Phi_b = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ \phi_3 & \phi_4 \end{pmatrix} \quad (4-66)$$

とする。そして雑音 v_b が定常であることを考えると以下の式がなりたつ。

$$\begin{aligned} E[v_{b0}^2] &= E[v_{b1}^2] = E[(\phi_1 v_{b0} + \phi_2 \dot{v}_{b0} + u_{b0})^2] \\ &= \phi_1^2 E[v_{b0}^2] + \phi_2^2 E[\dot{v}_{b0}^2] + E[u_{b0}^2] + 2\phi_1 \phi_2 \\ &\quad \cdot E[v_{b0} \dot{v}_{b0}] \end{aligned} \quad (4-67)$$

$$E[\dot{v}_{b0}^2] = E[\dot{v}_{b1}^2] = E[(\phi_3 v_{b0} + \phi_4 \dot{v}_{b0} + u_{b20})^2]$$

$$= \phi_3^2 E[v_{b0}^2] + \phi_4^2 E[\dot{v}_{b0}^2] + E[u_{b20}^2] \\ + 2\phi_3\phi_4 E[v_{b0}\dot{v}_{b0}] \quad (4-68)$$

$$E[v_{b0}\dot{v}_{b0}] = E[v_{b1}\dot{v}_{b1}] \\ = E[(\phi_1 v_{b0} + \phi_2 \dot{v}_{b0} + u_{b10})(\phi_3 v_{b0} + \phi_4 \dot{v}_{b0} \\ + u_{b20})] \\ = \phi_1\phi_3 E[v_{b0}^2] + (\phi_1\phi_4 + \phi_2\phi_3) E[v_{b0}\dot{v}_{b0}] \\ + \phi_2\phi_4 E[\dot{v}_{b0}^2] + E[u_{b10}u_{b20}] \quad (4-69)$$

そこで $E[v_{b0}^2] = \sigma_b^2$, $E[\dot{v}_{b0}^2] = \eta$, $E[v_{b0}\dot{v}_{b0}] = \xi$ (4-70)

とおくと, (4-67) ~ (4-69) 式は次の3式となる。

$$\sigma_b^2 = \phi_1^2 \sigma_b^2 + \phi_2^2 \eta + 2\phi_1\phi_2 \xi + g_{11} \sigma_M^2 \\ \eta = \phi_3^2 \sigma_b^2 + \phi_4^2 \eta + 2\phi_3\phi_4 \xi + g_{22} \sigma_M^2 \quad (4-71) \\ \xi = \phi_1\phi_3 \sigma_b^2 + \phi_2\phi_4 \eta + (\phi_1\phi_4 + \phi_2\phi_3) \xi + g_{12} \sigma_M^2$$

(4-71)式において与えられるのは雑音の分散, すなわち σ_b^2 である。 σ_b^2 を既知とすれば (4-71)式は η , ξ , σ_M^2 を未知数とする3元連立方程式となる。ここでさらに

$$\alpha = \phi_1\phi_4 - \phi_2\phi_3 \\ \alpha' = \phi_1\phi_4 + \phi_2\phi_3 \\ A = 2\phi_2(\phi_4\alpha - \phi_1)$$

$$B = (\phi_4^2 - 1)g_{11} - \phi_2^2 g_{22} \quad (4-72)$$

$$C = \phi_2 (2\phi_1 \phi_4 - \alpha' + 1)$$

$$D = \phi_4 g_{11} - \phi_2 g_{12}$$

$$E = \phi_4^2 + \phi_1^2 - 1 - \alpha\alpha'$$

$$F = \phi_4 - \phi_1 \alpha$$

とおけば (4-71) 式 から η , ξ , σ_M^2 は (4-73) 式で与えられる。

$$\eta = \frac{\sigma_b^2}{\phi_2^2} \left[1 - \phi_1^2 - \frac{2\phi_1 \phi_2 (BF - ED) + g_{11} (EC - AF)}{BC - AD} \right]$$

$$\xi = \frac{BF - ED}{BC - AD} \sigma_b^2 \quad (4-73)$$

$$\sigma_M^2 = \frac{EC - AF}{BC - AD} \sigma_b^2$$

又, $E[u_{b1} u_{b0}]$, $E[u_{b0} \dot{u}_{b1}]$ については次式となる。

$$\begin{aligned} E[u_{b1} u_{b0}] &= E[(\phi_1 u_{b0} + \phi_2 \dot{u}_{b0} + u_{b10}) u_{b0}] \\ &= \phi_1 E[u_{b0}^2] + \phi_2 E[u_{b0} \dot{u}_{b0}] \\ &= \phi_1 \sigma_b^2 + \phi_2 \xi \end{aligned} \quad (4-74)$$

$$\begin{aligned} E[u_{b0} \dot{u}_{b1}] &= E[u_{b0} (\phi_3 u_{b0} + \phi_4 \dot{u}_{b0} + u_{b10})] \\ &= \phi_3 E[u_{b0}^2] + \phi_4 E[u_{b0} \dot{u}_{b0}] \\ &= \phi_3 \sigma_b^2 + \phi_4 \xi \end{aligned} \quad (4-75)$$

(4-65), (4-73) ~ (4-75) 式より, 推定誤差共分散行列の初期値は (4-76) 式で与えられる。

$$P_{11} = E[(v_{b1} + v_{m1})^2] = E[v_{b1}^2] + E[v_{m1}^2] = \sigma_b^2 + \sigma_m^2$$

$$\begin{aligned} P_{12} &= E[(v_{b1} + v_{m1}) \{K(v_{b1} + v_{m1}) - (v_{b0} + v_{m0})/\Delta T\}] \\ &= KE[(v_{b1} + v_{m1})^2] - E[(v_{b1} + v_{m1})(v_{b0} + v_{m0})]/\Delta T \\ &= K\{E[v_{b1}^2] + E[v_{m1}^2]\} - \{E[v_{b1}v_{b0}] + E[v_{m1}v_{m0}]\}/\Delta T \\ &= (K - \Phi_1/\Delta T)\sigma_b^2 - \Phi_2\xi/\Delta T + K\sigma_m^2 \end{aligned}$$

$$P_{13} = E[(v_{b1} + v_{m1})(-v_{b1})] = -E[v_{b1}^2] = -\sigma_b^2$$

$$P_{14} = E[(v_{b1} + v_{m1}) \cdot (-\dot{v}_{b1})] = -E[v_{b1}\dot{v}_{b1}] = -\xi$$

$$\begin{aligned} P_{22} &= E[\{K(v_{b1} + v_{m1}) - (v_{b0} + v_{m0})/\Delta T\}^2] \\ &= K^2E[v_{b1}^2] + E[v_{b0}^2]/\Delta T^2 - 2KE[v_{b1}v_{b0}]/\Delta T \\ &\quad + K^2E[v_{m1}^2] + E[v_{m0}^2]/\Delta T^2 \quad (4-76) \\ &= (K^2 + 1/\Delta T^2 - 2K\Phi_1/\Delta T)\sigma_b^2 - 2K\Phi_2\xi/\Delta T + (K^2 + 1/\Delta T^2)\sigma_m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{23} &= E[\{K(v_{b1} + v_{m1}) - (v_{b0} + v_{m0})/\Delta T\} \cdot (-v_{b1})] \\ &= -KE[v_{b1}^2] + E[v_{b0}v_{b1}]/\Delta T = -K\sigma_b^2 + (\Phi_1\sigma_b^2 + \Phi_2\xi)/\Delta T \\ &= (\Phi_1/\Delta T - K)\sigma_b^2 + \Phi_2\xi/\Delta T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{24} &= E[\{K(v_{b1} + v_{m1}) - (v_{b0} + v_{m0})/\Delta T\} (-\dot{v}_{b1})] \\ &= -KE[v_{b1}\dot{v}_{b1}] + E[v_{b0}\dot{v}_{b1}]/\Delta T \\ &= \Phi_3\sigma_b^2/\Delta T + (\Phi_4/\Delta T - K)\xi \end{aligned}$$

$$P_{33} = E [(-v_{b1})^2] = \sigma_b^2$$

$$P_{34} = E [(-v_{b1})(-\dot{v}_{b1})] = \xi$$

$$P_{44} = E [(-\dot{v}_{b1})^2] = \eta$$

$$P_{ij} = P_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, 4$$

$$\text{ただし, } P_{ij} = E [\varepsilon_i \varepsilon_j]$$

4-3-3 4種の2次系の出力和でモデル化する場合

自発脳波は α , β , θ , δ 波から成っているが、各波を独自の2次系でモデル化する。これは4-3-2を拡張して考えればよい。各波を v_α , v_β , v_θ , v_δ とすると状態方程式は次式となる。

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ v_\delta(t) \\ \dot{v}_\delta(t) \\ v_\theta(t) \\ \dot{v}_\theta(t) \\ v_\alpha(t) \\ \dot{v}_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \\ \dot{v}_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & & & & & & \\ -\omega^2 & 0 & & & & & & & & \\ & & 0 & 1 & & & & & & \\ & & -\omega_\delta & -2\zeta_\delta\omega_\delta & & & & & & \\ & & & & 0 & 1 & & & & \\ & & & & -\omega_\theta & -2\zeta_\theta\omega_\theta & & & & \\ & & & & & & 0 & 1 & & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & & & -\omega_\beta & -2\zeta_\beta\omega_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ v_\delta(t) \\ \dot{v}_\delta(t) \\ v_\theta(t) \\ \dot{v}_\theta(t) \\ v_\alpha(t) \\ \dot{v}_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \\ \dot{v}_\beta(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_\delta(t) \\ 0 \\ w_\theta(t) \\ 0 \\ w_\alpha(t) \\ 0 \\ w_\beta(t) \end{pmatrix}$$

(4-77)

$$\phi_{i+1 i+1} = e^{-\alpha_{oi} \Delta T} (\cos \omega_{oi} \Delta T - \gamma_{oi} \sin \omega_{oi} \Delta T)$$

ここで $i = 3, 5, 7, 9$ であり, それぞれ $\delta, \theta, \alpha, \beta$ の各波に対応する。 U_k については

$$U_k = (u_{1k} \ u_{2k} \ \dots \ u_{10k})' \quad (4-81)$$

ここで $u_{1k} = u_{2k} = 0$

$$u_{ik} = \int_0^{\Delta T} \frac{e^{-\alpha_{oi} z}}{\omega_{oi}} \sin \omega_{oi} z \ w_i(z) \ dz \quad (4-82)$$

$$u_{i+1 k} = \int_0^{\Delta T} e^{-\alpha_{oi} z} (\cos \omega_{oi} z - \gamma_{oi} \sin \omega_{oi} z) \ w_i(z) \ dz$$

である。 Q_k は

$$Q_k = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & & & & & & & & & \\ g_{21} & g_{22} & & & & & & & & & \\ & & g_{33} & g_{34} & & & & & & & \\ & & g_{43} & g_{44} & & & & & & & \\ & & & & g_{55} & g_{56} & & & & & \\ & & & & g_{65} & g_{66} & & & & & \\ & & & & & & g_{77} & g_{78} & & & \\ & & & & & & g_{87} & g_{88} & & & \\ & & & & & & & & g_{99} & g_{910} & \\ & & & & & & & & g_{109} & g_{1010} & \end{pmatrix} \quad (4-83)$$

ここで

$$g_{11} = g_{12} = g_{21} = g_{22} = 0$$

$$g_{ii} = \frac{\sigma_{Mi}^2}{4 \omega_{oi}^3 \gamma_{oi} (1 + \gamma_{oi}^2)} \left\{ 1 - e^{-2\alpha_{oi} \Delta T} [1 + \gamma_{oi} \cdot \sin 2\omega_{oi} \Delta T + \gamma_{oi}^2 (1 - \cos 2\omega_{oi} \Delta T)] \right\}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i+1} &= \sigma_{i+1} = \frac{\sigma_{M_i}^2}{4\omega_{0i}^2} e^{-2d_{0i}\Delta T} (1 - \cos 2\omega_{0i}\Delta T) \\ \sigma_{i+1} &= \frac{\sigma_{M_i}^2}{4\omega_{0i}\gamma_{0i}} \left\{ 1 - e^{-2d_{0i}\Delta T} \left[1 - \gamma_{0i} \sin 2\omega_{0i}\Delta T \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \gamma_{0i}^2 (1 - \cos 2\omega_{0i}\Delta T) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4-84)$$

以上で離散系が与えられた。次に初期値の設定をおこなう。これは 4-3-2 と同様にして各波についておこなえばよい。まず \hat{X}_{V1} は次式で与える。

$$\hat{X}_{V1} = \left(y_1 \quad \frac{y_1 - y_0}{\Delta T} - \frac{\omega^2 \Delta T}{2} y_1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right)' \quad (4-85)$$

次に P_{V1} を求める。 $\alpha, \beta, \theta, \delta$ 各波の系を駆動する白色雑音 $w_\alpha(t), w_\beta(t), w_\theta(t), w_\delta(t)$ は互いに独立であるので出力も互いに独立である。又、各波はそれぞれ独自に VECF と関連していると考えるので、下式の $p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}$ は各波と VECF 間の共分散の代数和で与えられる。

$$P_{V1} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{19} & p_{110} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{29} & p_{210} \\ \vdots & \vdots & p_{33} & p_{34} & & & & \\ \vdots & \vdots & p_{43} & p_{44} & & & & \\ & & & & p_{55} & p_{56} & & \\ & & & & p_{65} & p_{66} & & \\ & & & & & & p_{77} & p_{78} \\ & & & & & & p_{87} & p_{88} \\ \vdots & \vdots & & & & & & \\ p_{91} & p_{92} & & & & & & p_{99} & p_{910} \\ p_{101} & p_{102} & & & & & & p_{109} & p_{1010} \end{pmatrix} \quad (4-86)$$

そこで

$$p_{11} = \sum_i \sigma_i^2 + \sigma_m^2$$

$$p_{12} = \sum_i [(K - \phi_{ii}/\Delta T)\sigma_i^2 - \phi_{i+1i}\xi_i/\Delta T] + K\sigma_m^2$$

$$p_{22} = \sum_i [(K^2 - 2K\phi_{ii}/\Delta T + 1/\Delta T^2)\sigma_i^2 - 2K\phi_{i+1i}\xi_i/\Delta T] + (K^2 + 1/\Delta T^2)\sigma_m^2$$

$$p_{1i} = -\sigma_i^2$$

$$p_{1i+1} = -\xi_i$$

(4-87)

$$p_{2i} = -[(K - \phi_{ii}/\Delta T)\sigma_i^2 - \phi_{i+1i}\xi_i/\Delta T]$$

$$p_{2i+1} = \phi_{i+1i}/\Delta T \cdot \sigma_i^2 + (\phi_{i+1i+1}/\Delta T - K)\xi_i$$

$$p_{ii} = \sigma_i^2$$

$$p_{ii+1} = \xi_i$$

$$p_{i+1i+1} = \eta_i$$

ただし $i = 3, 5, 7, 9$

又, $p_{ij} = p_{ji}$ ($i, j = 1, 2, \dots, 10$)

である。以上で初期値が求まった。

4-4 システムモデルのブロック線図

これまで考えてきたモデルをブロック線図にあらわしてみると次のようにまとめられる。

1 白色雑音と仮定した場合

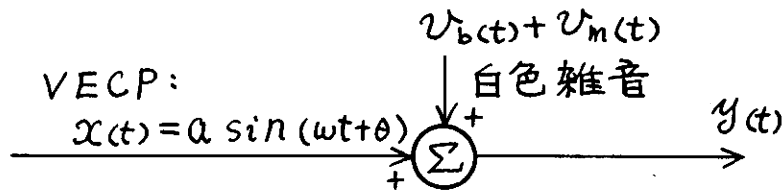


図 4-1

2 1次のマルコフ過程でモデル化した場合

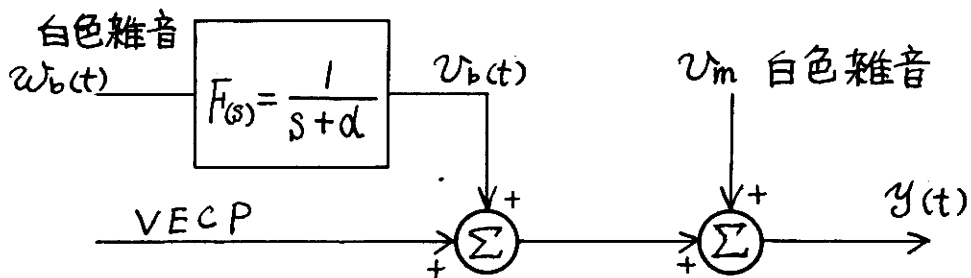


図 4-2

3 2次系の出力としてモデル化した場合

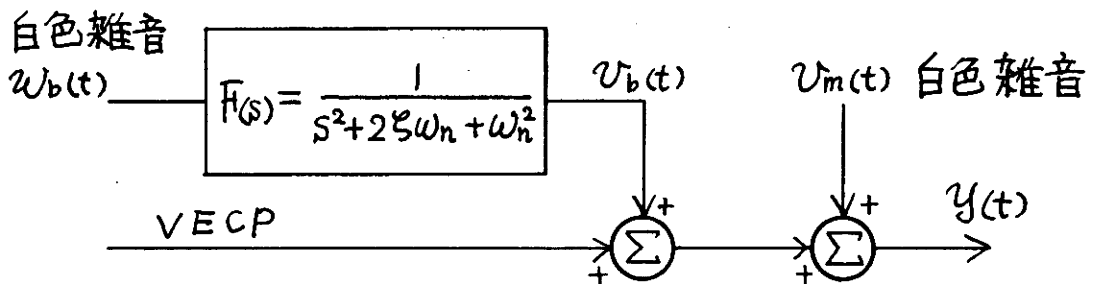
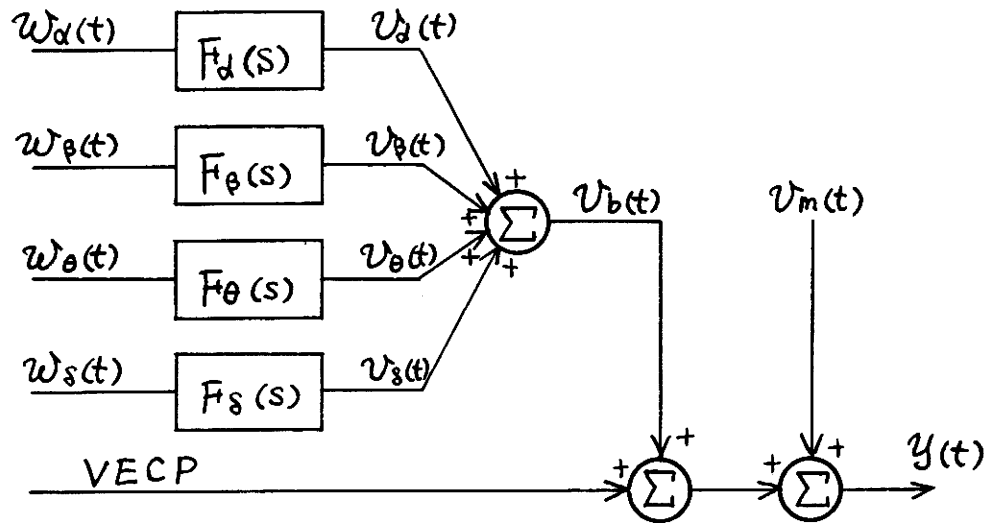


図 4-3

4 4種の2次系の出力和でモデル化した場合



w_d, w_p, w_o, w_s, v_m は白色雑音
 F_d, F_p, F_o, F_s は2次系

図 4-4

第 5 章 V E C P と雑音の特性

本章では測定器系の雑音について言及した後，V E C P と自発脳波の特性についての実験結果を示す。

5-1 測定器系の雑音

雑音には大別して二つある。一つは測定器系に由来するもの，一つは生体自身に由来するもの，すなわち自発脳波である。ここではまず測定器系の雑音について考える。

測定器系の雑音には頭皮と電極間で発生する電極雑音，増幅器などの熱雑音，A/D変換時の量子化誤差が考えられる。これらは白色雑音として扱ってもさしつかえない。又，バンドパスフィルタを通してあるので高周波分はカットされ自発脳波に比べればずっと小さな値である。電極雑音と増幅器の雑音の分散は $0.01 \mu V^2$ であった。A/D変換の分解能は $0.24 \mu V$ である。つまり $\pm 0.12 \mu V$ の範囲で誤差が生じている。この誤差は $-0.12 \mu V \sim +0.12 \mu V$ で一様分布しているので，誤差分散 σ_{δ}^2 は次式となる。

$$\sigma_{\delta}^2 = \frac{1}{0.24} \int_{-0.12}^{0.12} x^2 dx = 4.8 \times 10^{-3}$$

このように σ_g^2 は非常に小さい。結局，測定器系の雑音の分散 σ_m^2 は $0.01 \mu V^2$ とした。

5-2 導出脳波

図 5-1 は導出脳波をそのまま示したものである。被検者は成人男子であり， $-4D$ で最高視力を得る。図中左側の $-4D$ ， $-3D$ ， $0D$ は装用レンズのディオプターをあらわす。すなわち，下段につれて被検者の視力は低下している。上3段には VECP と自発脳波が含まれて

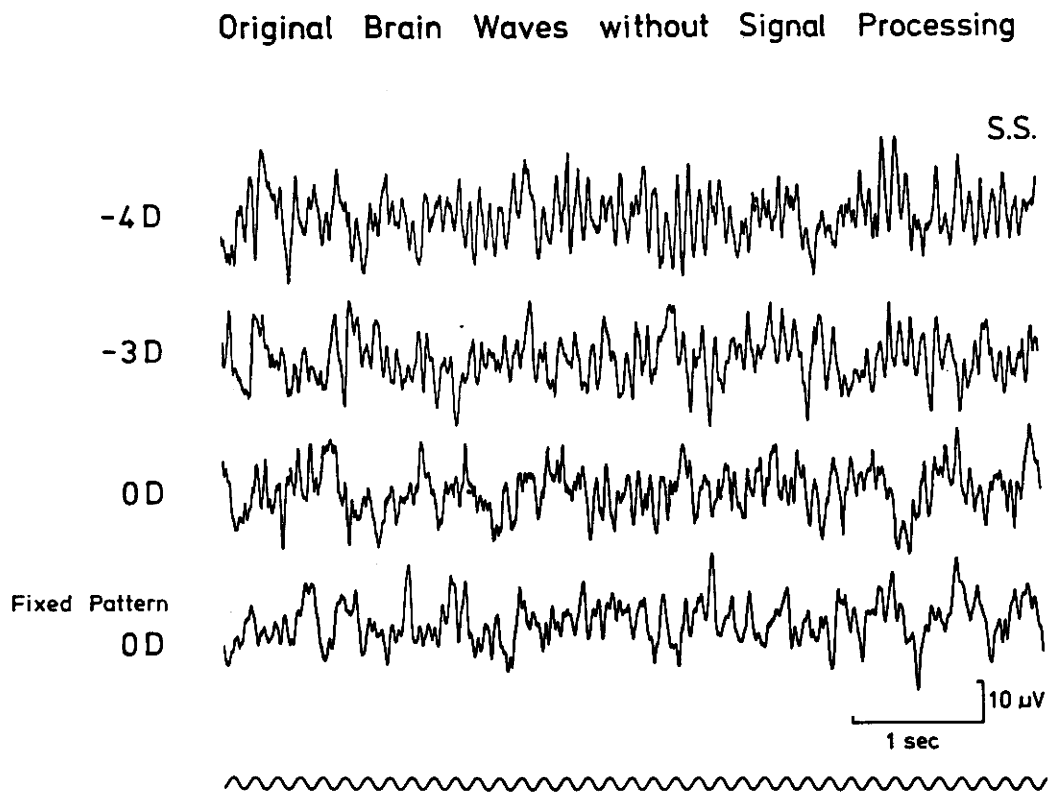


図 5-1 パターン反転刺激時における導出脳波

いる。最下段の正弦波は TV 画面の市松模様の一画における輝度の変化をあらわしている。つまり、正弦波様の明暗の変化が 6 Hz でなされていることを示している。したがって反転頻度はこの 2 倍の 12 Hz である。どの波形をみても明らかのように、これらの波形からでは VEC P を知ることはできない。Fixed Pattern OD の波形は、呈示パターンの反転をせず、裸眼にて固視したときの導出脳波である。これは自発脳波のみであるが、その変動幅は 30 μ V 以上あることがわかる。もちろん個人差はあるが、一般に 20 ~ 50 μ V の変動幅を有する。

5-3 V E C P

5-2 で見たように、VEC P 測定にはデータ処理が必要で一般には加算平均法が用いられている。100 回加算平均により求めた VEC P の波形と周波数スペクトルを図 5-2 に示す。スペクトル分解能は 0.2 Hz である。データは図 5-1 の導出脳波である。VEC P の波形は正弦波に極めて似ており、周波数はパターン反転頻度と同じ 12 Hz であることがわかる。他には 6 Hz, 24 Hz がある。パターン輝度変化は 6 Hz であるから、VEC P は 2 次高調波であり、基本周波と 3 次以上の高調波はわずかである。-4D, -3D, OD と視機能を低下させるにしたがい VEC P の振幅は減少するが³⁵⁾、波形は依然とし

て正弦波様である。つまり基本波や4次高調波も視機能の低下とともに減少する。しかし、低視機能時での波形は正弦波からくずれてくる。これは2次高調波と基本波および4次高調波の減少の仕方が異なり、後者の方が減少の割合が少ないからである。視機能を更に低下させると VECP は全くでなくなる。以上の結果から、VEC

VECP and Frequency Spectrum

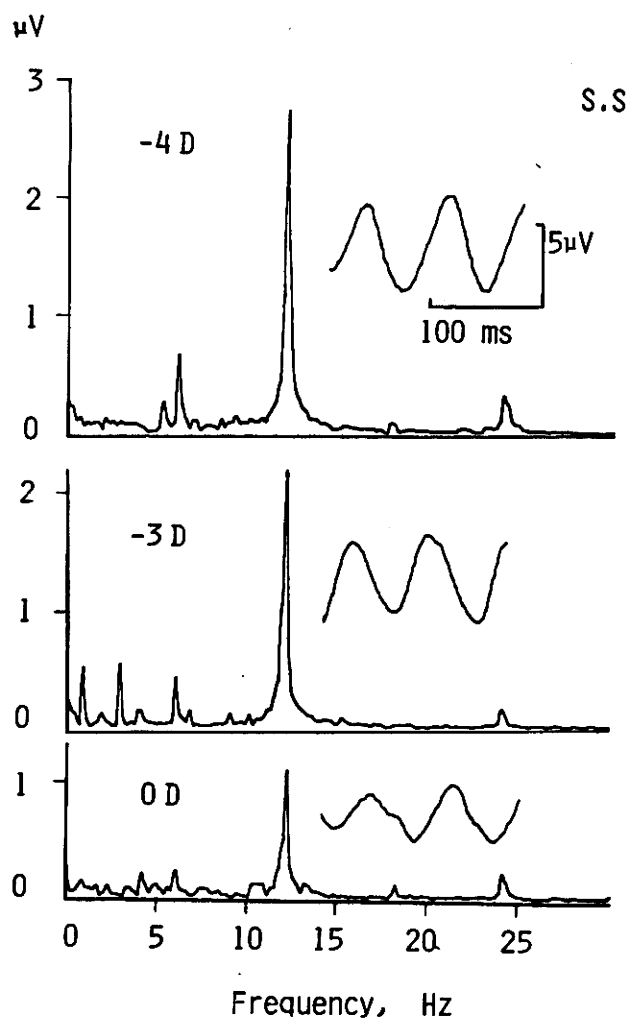


図 5-2 VECP と その 周 波 数 ス ペ ク ト ル

Pはパターン反転頻度の周波数の正弦波で近似できると、振幅は視機能低下とともに減少することかわかる。又、パターン反転刺激とVECPとの位相関係はやはり視機能と関係するが単純ではない。

5-4 自発脳波

カルマン・フィルタの設計には雑音の特性に関する知識が必要である。測定系については5-1で述べた。ここでは自発脳波について周波数構造、統計的性質に関する実験結果を示す。

5-4-1 自発脳波の周波数スペクトル

自発脳波の周波数スペクトルを調べた結果を図5-3に示す。分解能は0.2 Hzである。まず左側の3つの図に着目する。これらは-4Dのものである。上図は100回加算平均により求めたVECPの周波数スペクトルである。中段の図は加算平均処理をしない導出脳波の周波数スペクトルの20例の平均である。これにはVECPと自発脳波が含まれている。12 Hzで一つのピークを有し、低周波側で大きく高周波になるにしたがい小さくなっている。下図は自発脳波の周波数スペクトルである。これは100回加算平均により求めたVECPを導出脳波

から差し引いてその周波数スペクトルを求め、この20例の平均を求めたものである。このスペクトルには観測器系の雑音も含まれているのだが、自発脳波に比べて非常に小さいので自発脳波のスペクトルと考えてよい。このスペクトルは大まかに0~4 Hz, 4~12 Hz, 12 Hz~の3帯域に分けられる。0~4 Hzでは2.5 Hz付近にピークがある。4~12 Hzでは0.9 μV程度の値でほぼ一定している。12 Hz~では更に小さい値となり高周波になるにしたがい減少する。自発脳波は国際 EEG 用語²⁷⁾

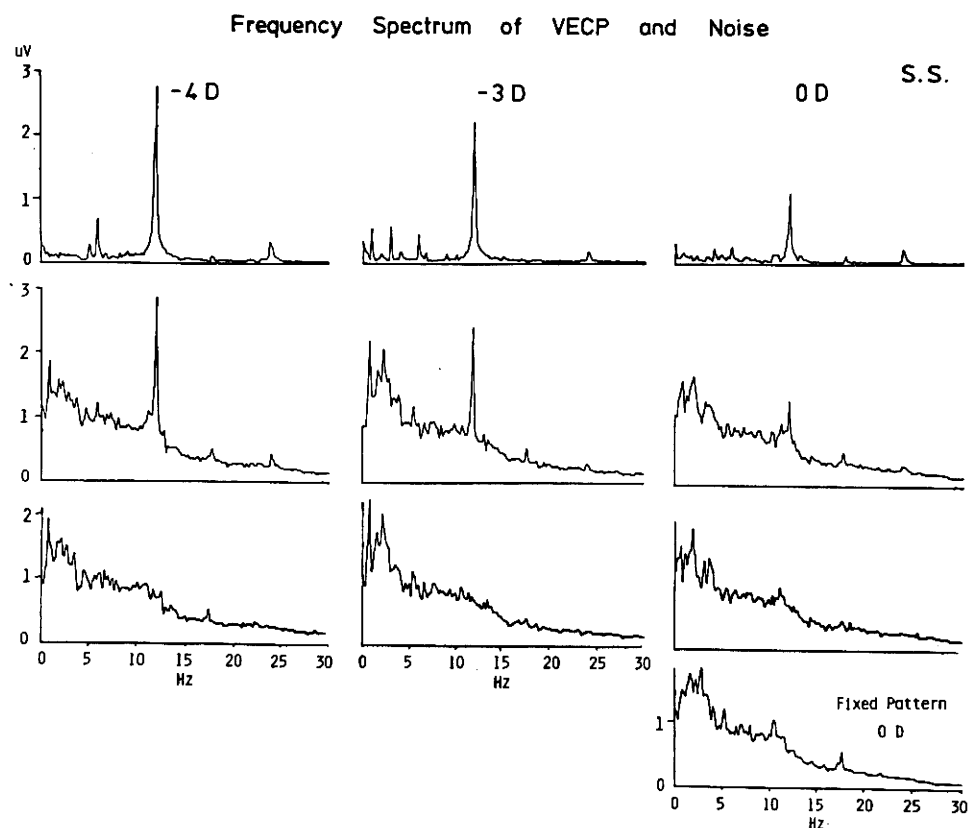


図5-3 VECPと自発脳波の周波数スペクトル

によれば、低周波側から δ 波 (0.5 ~ 3.5 Hz), θ 波 (4 ~ 7 Hz), α 波 (8 ~ 13 Hz), β 波 (14 Hz ~) の 4 波に分けられ、それぞれ生理学的意味を有している。そして大脳の活動状態により特有の波があらわれる。この用語にしたがえば、 δ 波が一番優勢で θ 波と α 波帯域がほぼ一定で 2 番めに大きく β 波帯域が一番劣勢ということになる。Z. J. Koles & P. Flor-Henry の報告²⁸⁾によれば、閉眼時でも安静状態では α 波が優勢であるが、精神作業時には δ 波が増大し α 波は減少する (被検者は成人)。本実験でもこれと同じ結果を得たが、TV 画面を固視することが一種の精神活動になると考えるよりも、視覚情報が網様体賦活系を刺激することによる効果と考える。

次に -3D の場合に着目すると、-4D のときに比べて視機能が低下しているので上段の VEC P のスペクトルが減少していることは前節で述べたとうりである。又、6 Hz, 12 Hz, 24 Hz の他にも 1 Hz, 3 Hz でピークを有しているがこれは必ずしも一般的傾向ではない。中段に注目するとスペクトル構造は -4D と同様の傾向を示しているが 12 Hz の値が小さい点が異なる。下段ではスペクトルの大きさ、構造ともに -4D のものとほぼ同じである。0D の場合についても同様である。以上より自発脳波は視機能に関係なくその大きさ、スペクトル構造は一定であるという結果が得られた。この結果は導出脳波から VEC P を差し引いたものについて得られたも

のであるが，次に，パターンを反転しない，すなわち反転刺激を与えない場合でかつ裸眼で固視したときのスペクトル構造を調べてみた。刺激を与えないときに得られる脳波は自発脳波のみであり，また網膜への入力光エネルギーは刺激時と同じであるので，この導出脳波は刺激時の自発脳波と同一であると考えられたからである。その結果は同図中の右下端に示されている。先に得られた自発脳波のスペクトルとほぼ一致している。これらのことから，VECP測定時の雑音となる自発脳波のスペクトル構造は視機能には関係せず，又パターンを固定して裸眼視したときの自発脳波のものと同じであることがわかった。

5-4-2 自発脳波の分散

次に自発脳波の分散を調べた。自発脳波の求め方は先と同じである。図5-4にその結果を示す。サンプリング周期を5ms，サンプリング点を128点として，各5例についてその平均をとった。一般に，分散はサンプリング周期を短くすれば小さくなるが，本実験において，1~8msではほとんど変わらなかった。図の黒丸実線は-4Dの場合について，白丸破線は0Dの場合について示す。縦軸に分散，横軸に加算回数を取り，1，4，16，64回加算平均による分散の変化を調べた。-4D

では、加算処理をしない脳波中の自発脳波の分散は $43 \mu V^2$ であった。理論的に分散は M 回加算により $1/M$ に減少する。グラフよりその関係が満足されているのがわかる。OD については、加算処理をしないときの分散は $39 \mu V^2$ であり、以下 $1/M$ の割合で減少している。これより、分散は視機能によらずほぼ一定であり、加算によりその回数分の 1 に減少することがわかった。又、図中の二つのスペクトルは $-4D$ において加算回数を変えたときのものをあらわしている。上図は加算処理をしないもの、

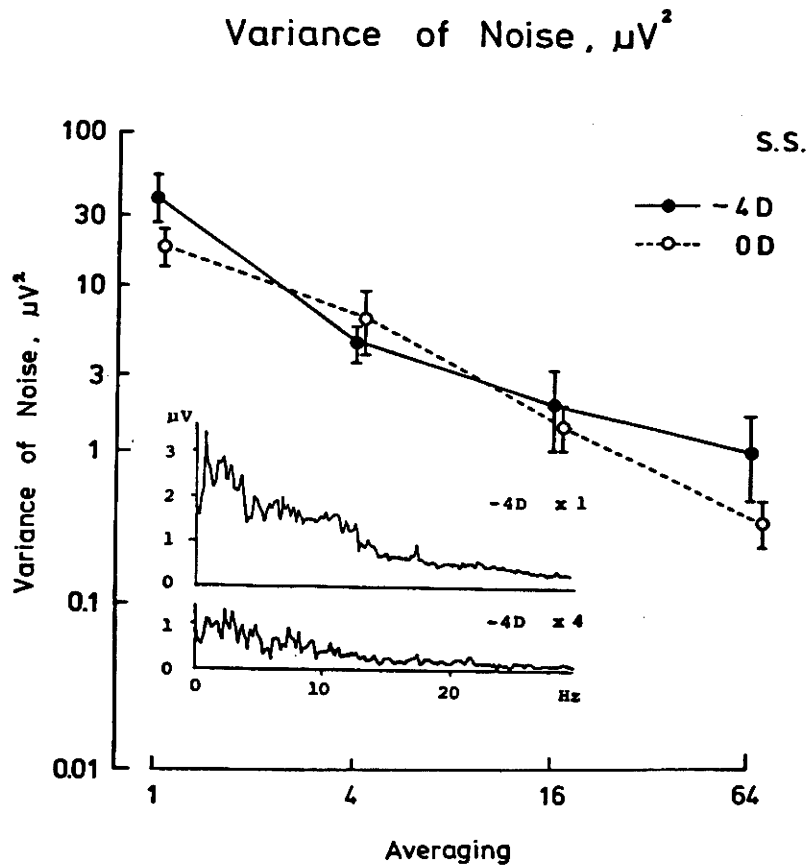


図 5-4 自発脳波の分散

下図は4回加算時のものである。周波数スペクトルは、 $1/\sqrt{M}$ で減衰するが⁴⁾、下図のスペクトルが上図の $1/2$ となっていることがわかる。

5-4-3 自発脳波の振幅の分布と定常性

図5-5に自発脳波の振幅分布について測定した結果を示す。サンプリング周期は5ms、点数は3200点である。装用レンズを-4D, -3D, -2D, 0Dとしてパターン反転刺激をしたときのものと、0Dでパターンを固定したときのものである。横軸は μV で目盛ってあるが分布は $-1 \sim 0 \mu V$, $0 \sim 1 \mu V$ ……というように $1 \mu V$ 間に入る点数をプロットし、総面積が1となるように規格化して縦軸を目盛った。-4D~0Dでパターン反転刺激をした場合の分布状態はほぼ同じである。これは先に議論した分散が視機能に依存しないことの証明にもなっている。パターン反転をしない場合の分布も上4例の分布に比較的良く似ている。次に、これらの分布のガウス性を調べるために χ^2 検定³⁶⁾をおこなった。帰無仮説を「自発脳波の振幅分布はガウス分布である。」とし、 χ^2 検定をおこなった結果、危険率0.1%で仮説は棄却されなかった。脳波振幅のガウス性については、R. Elul¹⁶⁾, A. Glass¹⁷⁾, J. A. McEwen & G. B. Anderson¹⁸⁾による報告もある。一方、定常性については連検定³⁶⁾により

平均値，分散，周波数構造について調べられており，2
 秒以下ならば定常と考えるよい¹⁹⁾。又 B. A. Cohen &
 A. Sances Jr. によれば約8秒間程度ならば“ほとんど”
 定常と考えるもよい実験結果が報告されている²⁰⁾。

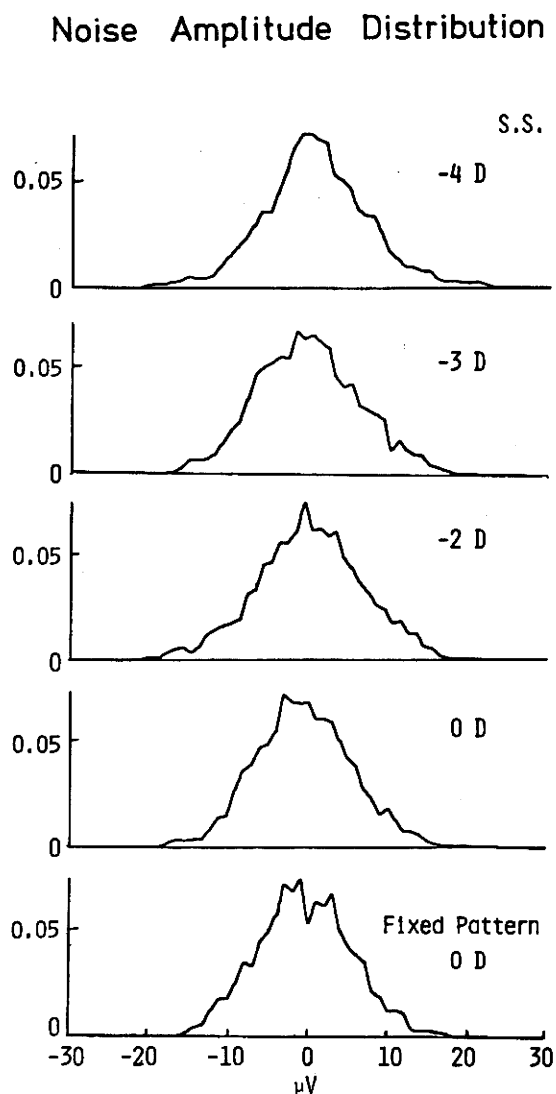


図5-5 自発脳波の振幅分布

第 6 章 カルマン・フィルタの設計 と推定結果

6-1 自発脳波の成形フィルタの構成

第5章で得られた雑音の特性を基礎にカルマン・フィルタを設計する。第4章で述べたように、雑音の扱い方により4種類のフィルタを考えたが、ここでは自発脳波を有色雑音とした場合について、成形フィルタを構成する。図6-1に実際の自発脳波の周波数スペクトルと3種類のモデルのスペクトル近似曲線を示す。

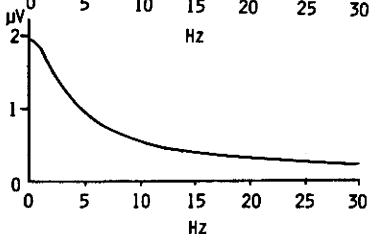
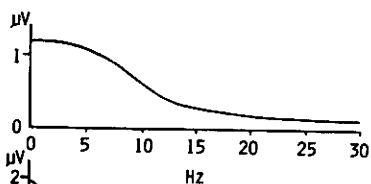
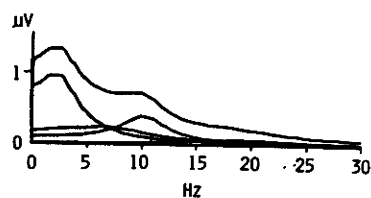
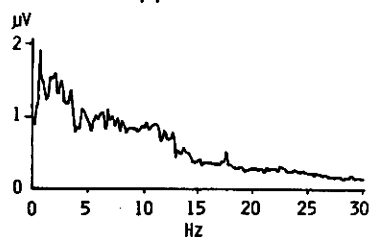
6-1-1 1次マルコフ過程でモデル化する 場合

1次マルコフ過程の周波数利得特性は、周波数0において最大となり、高周波になるにしたがい単調減衰する。最大値の $1/\sqrt{2}$ となる周波数を f_α とすれば、(4-23)式の α は

$$\alpha = 2\pi f_\alpha \quad (6-1)$$

である。そこで実験的に求めた自発脳波のスペクトルの包絡線のうち、0~2.5 Hzの部分を2.5 Hz以上の部分の包絡線の延長であらわし、0 Hzにおける利得を求める。そ

Approximation of Back-Ground Brain Wave



	fr	Mp	
δ	2.5	2.8	$F_{\delta}(s) = \frac{0.7}{s^2 + 19.4s + 434.1}$
θ	6.0	0.5	$F_{\theta}(s) = \frac{1}{s^2 + 45.4s + 2453.5}$
α	10.0	0.8	$F_{\alpha}(s) = \frac{1}{s^2 + 19.7s + 4141.0}$
β	18.0	0.2	$F_{\beta}(s) = \frac{1}{s^2 + 43.4s + 13733.5}$
	fr	Mp	
δ	2.5	0.5	$F_{\delta}(s) = \frac{1}{s^2 + 59.5s + 2015.2}$

Markov Process

$$F(s) = \frac{1}{s + 18}$$

図6-1 自発脳波の周波数スペクトル近似

してその値を(4-21)式中の $\sqrt{2C(\omega)/\alpha}$ としたマルコフ過程を考え f_{α} を求めると 2.8 Hzであった。(6-1)式より $\alpha = 18$ である。図6-1の最下段にその図を示す。

6-1-2 2次系の出力でモデル化する場合

この場合は自発脳波スペクトルが最大となる周波数をもって共振周波数とし、 M_p はスペクトルを最もよく表現する値を選ぶ。近似スペクトルは実際のスペクトルの平均的な値をとる必要があるので、視察により決定するのが適当である。 M_p を決定するには試行錯誤的になるので M_p を用いずに系のスペクトル特性を決定する方法も考えられる。これは系のバンド幅を決める方法で、ピーク値の $1/\sqrt{2}$ となる周波数を求める。今、共振周波数における Ω を Ω_p とし、 M_p の $1/\sqrt{2}$ となるところの Ω を Ω_T ($\Omega_T > \Omega_p$) とすると、(4-38)、(4-41)式より

$$20 \log_{10} \frac{1/\left[\omega_n^2 \sqrt{(1-\Omega_T^2)^2 + 4\zeta^2 \Omega_T^2}\right]}{1/\left[\omega_n^2 \sqrt{(1-\Omega_p^2)^2 + 4\zeta^2 \Omega_p^2}\right]} = -3 \quad (6-2)$$

$$\therefore 20 \log_{10} \frac{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}{\sqrt{(1-\Omega_T^2)^2 + 4\zeta^2 \Omega_T^2}} = -3 \quad (6-3)$$

$$\therefore \frac{(1-\Omega_T^2)^2 + 4\zeta^2 \Omega_T^2}{4\zeta^2(1-\zeta^2)} = 2 \quad (6-4)$$

ここで(4-46)式を(6-4)式に代入する。

$$\frac{\left[1 - \omega_T^2(1-2\zeta^2)/\omega_T^2\right]^2 + \omega_T^2(1-2\zeta^2)/\omega_T^2}{4\zeta^2(1-\zeta^2)} = 2 \quad (6-5)$$

ただし $\omega_T = 2\pi f_T$, $\omega_r = 2\pi f_r$ である。(6-5)
式より ξ を求める。 $\xi = \omega_T / \omega_r$ とすれば

$$\xi = \frac{2\xi^2 - \xi + 4 \pm \sqrt{5\xi^2 + 8}}{4(\xi^2 + 2)} \quad (6-6)$$

ω_r はこの ξ を (4-46) 式に代入すれば求まる。

本研究では, $f_r = 2.5 \text{ Hz}$, $M_p = 0.5$ とした。 M_p は個人差があるが, f_r は S 波帯域にとってよい。

6-1-3 4種の2次系の出力和でモデル化する場合

これは 6-1-2 の場合と同様にして, その対象に α , β , θ , S 波を考えればよい。共振周波数は M. Matoušek, J. Volavka, J. Roubíček & Z. Roth の報告によった^{27, 30)}。 M_p は実験的に決定した。スペクトルおよび各パラメータを図 6-1 の上図に示す。各波の分散すなわち ω_{ii} ($i=3, 5, 7, 9$) は, スペクトルを描くのに用いた各系の駆動白色雑音の分散の相対値 (本研究では S : θ : α : $\beta = 0.7 : 1 : 1 : 1$ とした) を (4-73) 式の σ_M^2 に代入して各波分散の相対値を算出し, これらを $\sigma_3'^2$, $\sigma_5'^2$, $\sigma_7'^2$, $\sigma_9'^2$ として

$$\begin{aligned} \sigma_3^2 &= C \sigma_3'^2 \\ \sigma_5^2 &= C \sigma_5'^2 \end{aligned} \quad (6-7)$$

$$\sigma_7^2 = C \sigma_7'^2$$

$$\sigma_9^2 = C \sigma_9'^2$$

$$C = \sigma_b^2 / \sum_i \sigma_i'^2, (i=3, 5, 7, 9)$$

で与えられる。

6-2 推定結果

6-2-1 加算回数と推定結果

カルマン・フィルタの観測信号には導出脳波を或る程度加算平均処理したものをを用いる。これは自発脳波が P-P 値で $40 \mu\text{V}$ 前後あり、VECP の値に比べてかなり大きく、サンプリング点数が限られた場合には原波形を観測信号として用いると推定誤差が大きくなるからである。図 6-2 に雑音を白色として扱った場合の推定結果を示す¹⁰⁾。なお被検者は +0.75 D のレンズを装用し最高の視力を得ている。サンプリング周期は 2.56 ms 、サンプリング点は 160 点である。左端の数字は加算回数を示し、左側の波形は加算平均結果である。1 回加算の場合は雑音が大きいのので VECP を見ることはできない。2, 5, 10 回と加算回数が増すにしたがって徐々に正弦波様の波形にはなるが、P-P 値が $2.5 \sim 11 \mu\text{V}$ と一定しない。100 回では雑音は無視できるまで減少し、波形は正弦波様となっている。多少の変動がみられるのは VECP 自

体に揺らぎがあるためと考える。右側の波形は加算処理結果を更にフィルタリングした結果である。1, 2, 5回加算のものは推定値が一定しないことや推定結果も100回加算のVECPとは差があり良好な結果は得られていないが、10回加算処理をフィルタリングしたものは、

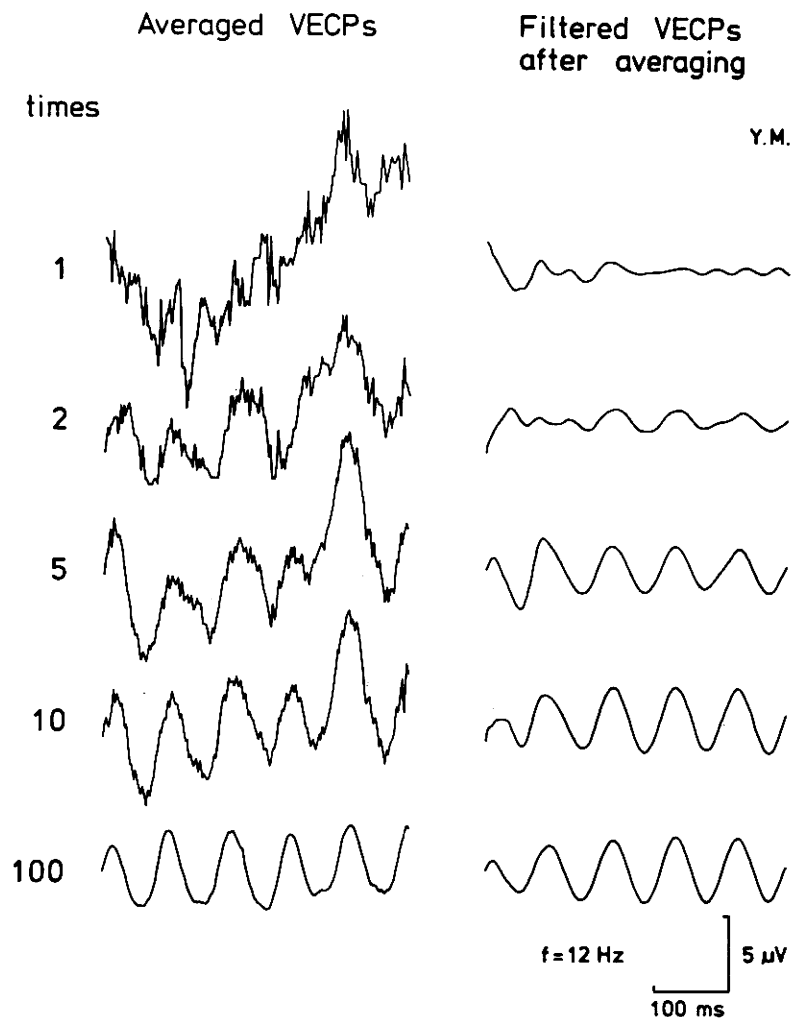


図 6-2 加算平均法とカルマン・フィルタによるVECPの波形推定.

100回加算処理結果とかなり良く一致した結果を示している。これは、何回かの加算平均処理した波形を更にカルマン・フィルタでフィルタリングすることでVECPの、誤差の少ない推定ができることを示している。

6-2-2 視機能を変えたときの推定結果

次に同じ被検者について、視機能を変えて推定をおこなった^{9,10)}。用いたカルマン・フィルタは先と同じであ

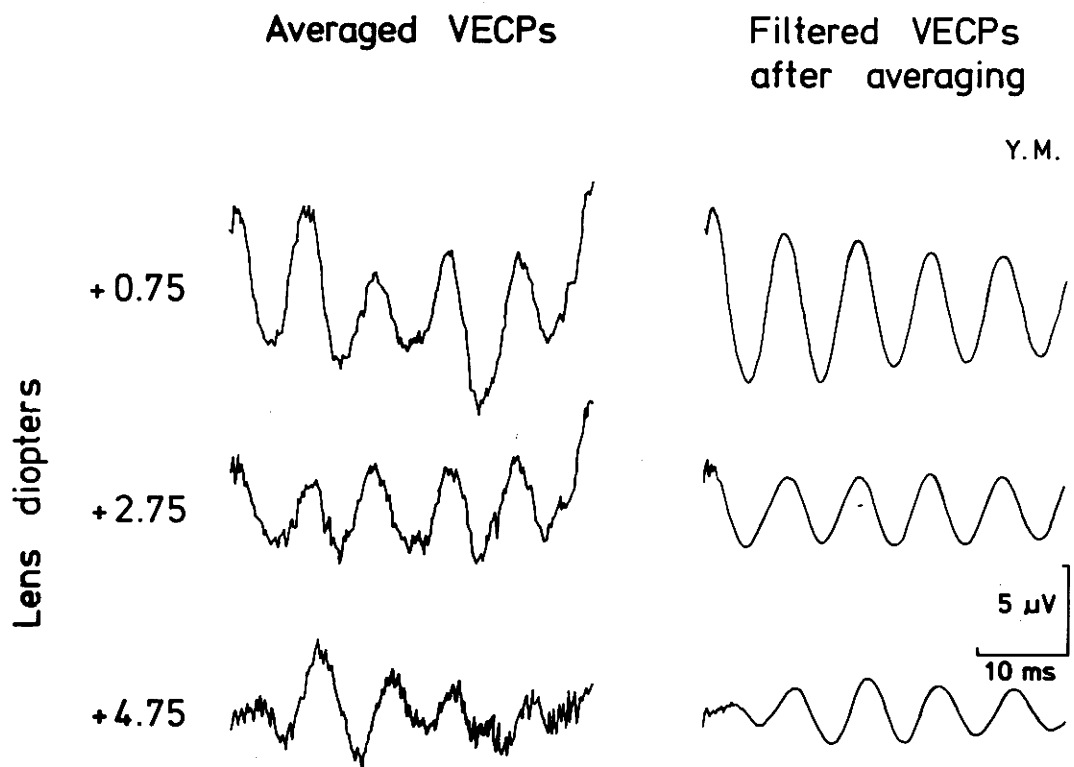


図6-3 装用レンズにより視機能を変えたときの加算平均法とカルマン・フィルタにより得たVECP.

る。図6-3に結果を示す。加算回数は10回とし、サンプリング周期、点数は先と同じである。ディオプターを+0.75から+2つつ増加して視機能を低下させた。加算処理結果だけでは振幅のばらつきが大きい。特に、+0.75Dの場合はそれが顕著である。フィルタリング結果では推定回数 k が多くなるにつれて振幅は減少しているものもあるが、これは更に k を増せば一定の振幅になる。視機能の低下とともにVECPの振幅も減少することは前章で示したが、加算平均結果からではばらつきが大きくなりしなかった各ディオプターでの振幅の差もフィルタリングにより、よりはっきりした。

6-2-3 4種のフィルタによる推定結果

第4章で示した4種のフィルタを適用した結果を図6-4に示した。図中の $\times 1$, $\times 10$, $\times 100$ は加算回数であらわす。各波形は上から、加算平均結果、白色雑音モデルによるフィルタ、1次マルコフ過程としたモデルによるフィルタ、2次系の出力としたモデルによるフィルタ、4種の2次系の出力和としたモデルによるフィルタ、によるそれぞれの推定結果を示している。左端の2, 3, 4, 10, は上記各フィルタの状態ベクトルの次元である。1回加算の場合は雑音が大きいためフィルタによる推定結果も良好ではないが、フィルタ間の推定結果の相異が

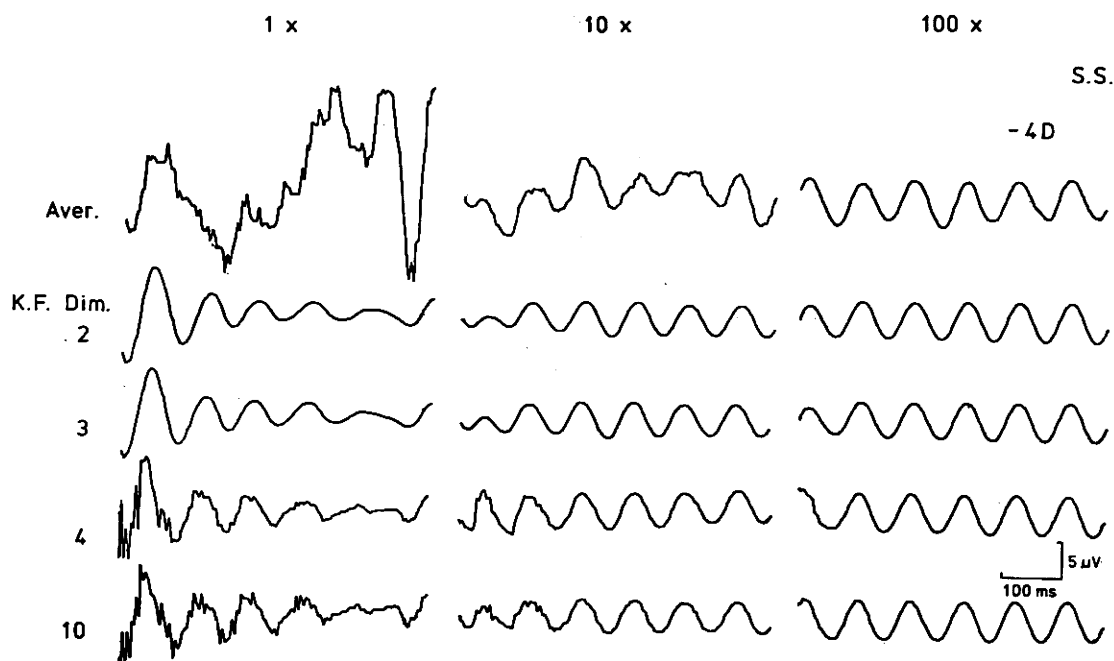


図6-4 4種のカルマン・フィルタによる
VECPの推定.

みられる。10回加算の場合は推定回数 k が多い時点ではどのフィルタもほぼ良好な結果を示しているが、4次10次のフィルタでは早期より良好な推定がなされている。

6-2-4 VECPの分散の推定

カルマン・フィルタによるVECP測定のS/N改善の目安としてVECPの分散の推定をおこなった。結果を図6-5に示す。フィルタは10次元のものを用いた。サンプリング周期は4ms, サンプリング点数は128点

である。VECPの分散は100回加算による波形の分散とした。これは $4.3 \mu V^2$ であった。加算平均処理では、1回が $44 \mu V^2$ であり、加算とともに $4.3 \mu V^2$ に近づく。カルマン・フィルタによる推定では1回加算で $7.9 \mu V^2$ 、4回では $4.6 \mu V^2$ 、10回では $4.5 \mu V^2$ で $4.3 \mu V^2$ に近い値を推定している。このことより、10回程度の加算結果をもとにVECPの分散を推定できることがわかる。

以上の結果より、通常100回の加算平均により求め

Variance of Signal

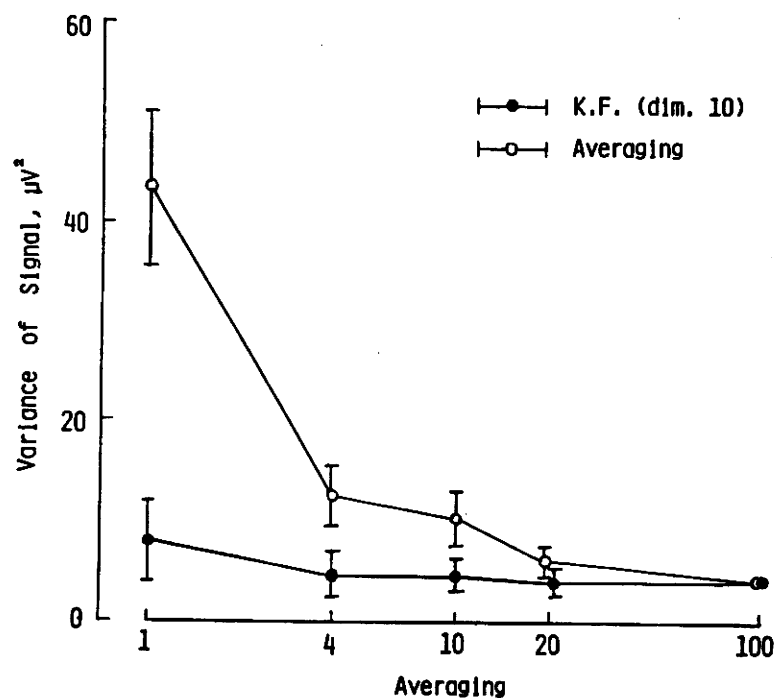


図 6-5 加算平均法とカルマン・フィルタのVECPの分散の推定。

られていた VEC P は、10 回程度の加算平均結果を更にカルマン・フィルタでフィルタリングすることにより良い精度で推定できることが明らかになった。

第 7 章 考 察

6-2 において，VECP の測定にカルマン・フィルタを用いることにより従来の方法より少ないデータで良好な推定が可能となることを示し，又，4種のカルマン・フィルタの推定結果の比較をおこなった。本章では推定誤差の理論的検討，4種類のフィルタについての考察をおこなない，更に他方法との比較，システムのモデル化について考察する。

7-1 推定誤差の理論的検討

7-1-1 加算回数と推定誤差

推定誤差は加算平均処理における加算回数と推定の回数に依存する。そこで，一定の長さの測定データにおいて加算回数および1データ長の推定誤差に及ぼす影響について考える。今，1データ長 T ，サンプリング周期 ΔT ，1データ長のサンプリング点 N ，加算回数 M ，全データ長 l とすれば次式がなりたつ。

$$T = \Delta T \cdot (N - 1), \quad l \doteq M \cdot T \quad (7-1)$$

又，雑音の分散 σ^2 が M 回加算により σ^2/M になるとす

れば

$$\sigma_r^2 = \sigma^2 / M \quad (7-2)$$

かなりたつ。又、危回推定により σ_r^2 になるとすれば

$$\sigma_r^2 \doteq C \sigma^2 / k \quad C: \text{定数} \quad (7-3)$$

となる(ここで k は適当に大きいことが必要。7-1-3を参照)。これより、 M 回加算平均結果の N 番めの推定値の誤差共分散 σ_{MN}^2 は

$$\sigma_{MN}^2 \doteq C \sigma^2 / (MN) \quad (7-4)$$

となる。ここで k を一定として M と T を変えたとする。 M を a 倍すれば T は約 T/a となる。そこで aM 回加算平均結果の N/a 番めの推定誤差共分散 $\sigma_{MN'}^2$ は

$$\sigma_{MN'}^2 \doteq C \sigma^2 / (aM \cdot N/a) = C \sigma^2 / (MN) \quad (7-5)$$

となる。すなわち σ_{MN}^2 と $\sigma_{MN'}^2$ はほぼ等しいわけで、(7-3)式がかなりたつ範囲では加算回数とり方には影響されない。本研究では VEC P 測定に一般に用いられる $T = 0.4 \sim 0.5$ s を用い、 $\Delta T = 5$ ms としたので M は 10 程度でよい。 T をこの値にした理由は従来の方法との比較のため、電子計算機のメモリと処理時間の問題、VEC P と自発脳波の定常性の仮定を満足させるためである。

自発脳波の分散には個人差があるが、本研究における被検者は $40 \mu V^2$ であった。10 回加算により分散は

4 μV^2 になるが、加算回数を目安にはこの値を参考にすればよい。つまり、パターン固定、裸眼で固視した条件での導出脳波の分散を 4 μV^2 で除した値を目安に加算回数を決定すればよい（ただし $T = 0.4 \sim 0.5$ s とする）。

7-1-2 振幅の推定

本研究では VECF の振幅推定は推定波形の安定した時点（すなわち推定回数 k の大きい時点）での振幅をとった。これを $\hat{a}_{k\ell}$ とすると推定誤差の2乗の期待値は次式となる。

$$\begin{aligned} E[(\hat{a}_{k\ell} - a)^2] &= E\left[\left\{\frac{(\hat{x}_{k/k} - \hat{x}_{\ell/\ell} - x_k + x_\ell)}{2}\right\}^2\right] \\ &= (E[n_k^2] + E[n_\ell^2])/4 \quad (7-6) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} E[n_\ell^2] &= E[(\hat{x}_{\ell/\ell} - x_\ell)^2] \\ E[n_k^2] &= E[(\hat{x}_{k/k} - x_k)^2] \quad (7-7) \end{aligned}$$

$$\ell = k - \pi/(\omega \Delta T)$$

次に、状態ベクトルから直接算出する方法を考える。これを $\hat{a}_{k/k}$ とすれば次式で与えられる。

$$\hat{a}_{k/k} = \sqrt{\hat{x}_{k/k}^2 + (\hat{x}_{k/k}/\omega)^2} \quad (7-8)$$

上式は $\hat{x}_{k/k}$ が $a \cdot \sin(\omega t_k + \theta)$ 、 $\hat{x}_{k/k}$ が $\omega a \cos(\omega t_k + \theta)$ の推定値であることによる。 $\hat{x}_{k/k}$ 、 $\hat{x}_{k/k}$ にそれぞれ

れ n_k , n'_k の誤差が含まれているとすれば, (7-8) 式の誤差の2乗の期待値 $\sigma_{a_k}^2$ は次式となる。

$$\begin{aligned}\sigma_{a_k}^2 &= E[(\hat{a}_{k/h} - a)^2] \\ &= E\left[\left\{\sqrt{(x_k + n_k)^2 + [(x_k + n'_k)/\omega]^2} - a\right\}^2\right] \\ &= 2a^2 + \Sigma_k^2 - 2a\sqrt{a^2 + \Sigma_k^2}\end{aligned}\quad (7-9)$$

ただし

$$\Sigma_k^2 = E[n_k^2] + E[n'_k{}^2]/\omega^2 \quad (7-10)$$

$\sigma_{a_k}^2$ の a に関する微分は

$$\frac{d\sigma_{a_k}^2}{da} = 4a - \frac{2(2a^2 + \Sigma_k^2)}{\sqrt{a^2 + \Sigma_k^2}} \quad (7-11)$$

となり, $a \geq 0$ であるので常に負になる。つまり $\sigma_{a_k}^2$ は a とともに単調減少し, (7-8) 式で推定する際の誤差の2乗の期待値の最大値は Σ_k^2 である。(7-6)式と(7-9)式を比較した場合, a や ω によりその大小関係は変わりうるが, a が小さい場合には(7-6)式のほうが小さくなることがわかる。

7-1-3 サンプリング周期と推定誤差

サンプリング周期はナイキスト周期を用いればよい。本研究は導出脳波の高域遮断周波数を 100 Hz としたの

で、サンプリング周期は 5 ms とした。これ以上周期を短くしても、推定誤差は理論的に小さくならない。これは細かくサンプリングして観測数 N を増しても、得られる情報がほとんどないことを考えれば明らかである。又、本研究における VECF およびその微分値の推定誤差分散 ρ_{11} , ρ_{22} は近似的に次式であらわされる。

$$\rho_{ii} \approx C_i / (k \cdot \Delta T) \quad (7-12)$$

ただし、 $k \cdot \Delta T > 100 \text{ ms}$, $C_i = \text{const}$, $i = 1, 2$

7-2 4種のフィルタの比較

フィルタを設計する際はできるだけ実際的なモデルを考えるほうが推定誤差は少なくてすむ。しかし、それには考慮すべき変数を増やすことが必要であり計算量が指数関数的に増大することを考慮する必要がある。特にオンライン処理にはこのことが大きな問題となる。

本研究で考えた4種のフィルタの推定結果からは、4次、10次のフィルタが早期から良い推定を示すことがわかった。ただしこれは加算回数を増せばフィルタ間の相違はなくなってくる。なぜなら加算回数を増すことにより雑音が信号に比べて小さくなり、白色と仮定しても無理がなくなってくるからである。

ここで計算量を比較してみる。フィルタリングは、

(2-5)~(2-9)式を繰り返すわけであるが、実際に合わせて(2-5), (2-6)式と(2-7)~(2-9)式に分けて考える。又、四則演算で時間がかかるのは乗除算であるのでこれらの回数を調べる。次元を n として考える。ただし3次元の場合は別に考える。行列計算は、 Φ_k が、2次元の正方行列が対角上に並び他の要素は0であること、 H は(1010----)であることより効率よくおこなうものとする。

1) (2-5), (2-6)式; $\hat{X}_{k/h}$

(2-5)式では $2n$ 回の乗算, (2-6)式では n 回の乗算で計 $3n$ 回の乗算が必要である。

2) (2-7)~(2-9)式; L_k

(2-7)式では $4n^2$ 回の乗算, (2-8)式では n 回の除算, (2-9)式では n 回の乗算で計 $4n^2 + 2n$ 回の乗除算が必要である。

3) 3次元の場合; $\hat{X}_{k/h}, L_k$

(2-5), (2-6)式では9回の乗算が必要。(2-7)式では30回の乗算, (2-8)と(2-9)式では2)と同様に $2n$ 回の乗除算となり, 結局 $\hat{X}_{k/h}$ には9回, L_k には36回の乗除算が必要である。

以上の結果を整理すると表7-1となる。これより, 計算量は $\hat{X}_{k/h}$ の計算には次元に比例して, L_k の計算には次元の2乗に比例して増すことがわかる。

以上, 推定結果および計算量を考慮すればフィルタ

は自発脳波を2次系の出力としてモデル化したものが実用的である。

表7-1

各フィルタにおける計算量(乗除算の回数)の比較

項目 次元	$\hat{X}_{k/k}$	L_k	計
2	6	20	26
3	9	36	45
4	12	72	84
10	30	420	450

7-3 加算平均法との比較^{8~10)}

Dawson の重畳法より発展した加算平均法は大数の法則を利用したもので一種のローパスフィルタである。

S/N は M 回加算により \sqrt{M} 倍に改善される。この方法で VECF の測定をするに必要な測定時間は、パターン反転頻度 f Hz, 1 データ長 T s とすると $2n'/f$ s ($n' = T \cdot f / 2$ で小数点以下切り上げ) である。今, $f = 12$, $T = 0.5$, $M = 100$ とすれば測定時間は 50 s である。これをカルマン・フィルタにより測定する場合, $\Delta T = 5$ ms, サンプリング点 100, $M = 10$ として測定および処理時間を求める。ただしベクトルの次元は 4 とし,

L_k は予め求めてあるとする。加算平均処理に 5 s, フィルタリングには MELOM-500 で 1.2 s, ATAC-

450 で 9s であるからそれぞれ計 6.2 s, 11s となり 50s に比べてかなり短縮できることになる。又, L_k を求めるにはこの場合 MELCOM-500 で 8s, ATAC-450 で約 2 min であった。

推定波形について考えると, 本研究で用いたカルマン・フィルタでは VECF を正弦波と仮定し, システム雑音はないとしてモデル化したため, パターン反転頻度以外の周波数成分は全て雑音として除去するので正確な波形推定にはなっていない。このことは加算平均法やウィーナ・フィルタ法と比較して欠点である。他の周波数成分に関する状態変数を組み込むとかシステム雑音を入れる等の方法も考えられるが, 推定振幅が一定しにくくなるとか処理時間が長くなる等の問題がある。しかし, VECF の波形自体よりも主周波数成分のみが必要な場合には本研究の手法は特に有効である。

7-4 ウィーナ・フィルタ法との比較^{9,10)}

D. O. Walter⁶⁾ が誘発電位測定にウィーナ・フィルタを提案して以来, 種々の応用研究がなされている^{37~43)}。このフィルタの伝達関数 $H(\omega)$ は加算回数 M のときに次式で与えられる。

$$H(\omega) = \frac{\Phi_{ss}(\omega)}{\Phi_{ss}(\omega) + \Phi_{nn}(\omega) / M} \quad (7-13)$$

ただし
$$\Phi_{ss}(\omega) = \frac{1}{M-1} (M \Phi_{\bar{Y}\bar{Y}}(\omega) - \bar{\Phi}_{YY}(\omega)) \quad (7-14)$$

$$\Phi_{nn}(\omega) = \bar{\Phi}_{YY}(\omega) - \Phi_{ss}(\omega) \quad (7-15)$$

$$\bar{\Phi}_{YY}(\omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{Y_i}(\omega) \quad (7-16)$$

$$\Phi_{\bar{Y}\bar{Y}}(\omega) = P_{\bar{Y}}(\omega) \quad (7-17)$$

ここで $P_{Y_i}(\omega)$ は加算に用いられる個々の波形のパワースペクトル, $P_{\bar{Y}}(\omega)$ は加算平均結果のパワースペクトルである。 $\Phi_{ss}(\omega)$, $\Phi_{nn}(\omega)$ は信号と雑音のパワースペクトルの理論値である。ウィーナ・フィルタ法は各時点における推定精度が同じであり, 全時点にわたる推定誤差の総和の2乗期待値を最小にするものである。カルマン・フィルタでは推定時点が進む毎に精度が向上するのでこの点が両者の相異の一つである。

両フィルタの計算量の比較をする。カルマン・フィルタについては求めてあるのでウィーナ・フィルタについて考える^{9,10)}。データ数 $N=2^l$, 加算回数 M とすれば, ウィーナ・フィルタは $M+1$ 回のフーリエ変換と1回の逆変換が必要である。FFT(高速フーリエ変換)を用いるとして $N\{2l(M+3)-M+3.5\}$ 回の乗算がおこなわれる。カルマン・フィルタは4次元のもので $32N$ 回の乗算が必要である。 $l=7$, $M=10$ とするとウィーナ・フィルタは $175.5N$ となるのでカルマン・フィルタの5.5倍の計算量となる。

7-5 システムのモデル化について

これまで VECF の基本的特性について多くの研究がなされてきたが、網膜から中枢までの全ての神経活動を反映した電位であるため非常に複雑である。本研究で用いたパターン刺激による VECF はフラッシュ刺激に比べかなり解析に適したものはあるが¹⁴⁾、それでも刺激パラメータにより様々に変化しその特性は依然複雑である。例えば、パターン反転頻度、平均輝度、市松模様の大きさ等はいずれも或る値のところでは VECF の振幅を最大にするし、パターン全体の大きさやコントラストと VECF の振幅とは或る限度までは単調関係にあるが、コントラストと反転頻度とは VECF へ及ぼす影響は互いに独立ではない等の特性を有している。又、被検者の固視の仕方(精神を集中する、ぼんやり眺める等)にも影響される。これからわかるように網膜から大脳皮質までのいわばブラックボックスの中が非常に複雑であり、現在のところでは物理的機構を基礎にモデル化するのは困難である。又、ブラックボックスへの入力パターン反転刺激であるが、パターン反転の何を入力情報としているのかも現在のところわかっていない。つまり信号過程である(2-1)式の ϕ_k , B_k , U_k がわかっていないのが現状である。しかし、VECF の周波数スペクトルが明確であるので VECF を一種の成形フィルタの出力と

して扱うことにより、カルマン・フィルタを設計することが可能となる。本研究で VECF を正弦波と仮定したのはこのことによる。パターン反転頻度は 12 Hz でなくても VECF を正弦波で近似しても無理のない範囲にあれば本方法を使うことができる。近似が無理な場合でも VECF の周波数スペクトルさえ明らかならばそれを実現する成形フィルタを構成すればカルマン・フィルタを設計することができる。システム雑音に関しては本研究では入れなかったが、これはかえって振幅が一定しくくなるのを避けるためである。

観測雑音についても成形フィルタを構成したが、推定結果より一つの 2 次系の出力として構成するのが適当であることがわかった。これは自発脳波のスペクトルはパターン固視時には δ 波領域が最も大きく、それより高周波になるにつれて減衰するという特性を有することによるものであり、新しい方法である。共振周波数、共振値の決定方法は 6-1-2 のとうりである。

VECF のモデル化についての今後の課題は、正弦波様の VECF に限らず、1, 2 Hz の低周波刺激により得られるような多くの周波数成分を含んだ一般的なものにも適用できるモデルを構成することである。これには、VECF の発現機構を更に詳しく解明してシステム化するとか、状態変数ベクトルのとり方として 1 データ長の各時点を一つづつ状態変数にとって、1 データ長で一つ

の状態ベクトルとする方法などが考えられる。しかし、後者の方法では状態変数が多くなるので計算量の増加はまぬがれない。フィルタリングの他にスムージングをおこなうことも考えられる。この場合にはより多くのメモリーが必要となるので小型計算機でも実用化できるように square-root 方式を導入してメモリーの節約をおこなうことが考えられる²⁴⁾。

第 8 章 結 論

本論文は、生体微小信号処理への推定理論の適用に関する研究をまとめたものである。従来、工学分野で用いられてきた推定理論を生体分野に応用し、信号検出に役立てるとともに、工学理論の生体への応用の一実例とすることを目的とした。具体的研究対象にパターン反転刺激によるヒト視覚誘発電位をとりあげ、大脳皮質視覚領野からの導出脳波を確率過程として把え、カルマン・フィルタによる推定問題を考えた。基本的着眼点は、

1. 適当な頻度のパターン反転刺激による VEP は反転頻度と同一の周波数の正弦波で近似できる、
2. 雑音（測定器系雑音、自発脳波）はガウス定常雑音として扱うことができる、

の 2 点である。

まず自発脳波の特性を調べた結果次の結論を得た。

1. 分散は $40 \mu V^2$ である、
2. 周波数スペクトルは δ 波帯域にピークを有する構造である、
3. これらの特性は視機能によらず一定である、
4. 分散とスペクトル構造はパターン固定で裸眼視における導出脳波と同じである。

この結論を基礎に次の四つの自発脳波のモデルを考案した。1. 白色雑音過程、2. 1 次マルコフ過程、3. ガウス白色雑音に駆動される 2 次系の出力、4. α , β , θ , δ 波に対応する、それぞれ独立したガウス白色雑音に

駆動される四つの二次系の出力和，である。これらのモデルをもとに4種のカルマン・フィルタを設計し実際に適用した。その結果，第3番めのモデルによるフィルタが実用的であるとの結論を得た。又，加算回数については従来100回程度の加算が必要であったものが10回程度でよいという結果を得，処理時間を加味しても従来の加算平均法よりも測定時間を短縮することに成功した。ウィーナ・フィルタ法とも比較した結果，計算量においてカルマン・フィルタが有利であり，フィルタとしての発展性もあるとの結論を得た。推定波形については正確な波形推定になっていない欠点があるが，主周波数成分のみを必要とする場合が多く，そのような場合に対して本研究の手法は特に有効である。

今後の課題としては，一般的な波形を扱えるモデルを構成すること，サンプリング周期，1データ長のとり方などについて研究を進め処理時間の短縮をはかるなどである。

参 考 文 献

- 1、 真島英信：生理学、文光堂、1980
- 2、 D. Regan : Rapid objective refraction using evoked brain potentials, Invest. Ophthalmol., 12, 669-679 (1973)
- 3、 安達恵美子：Pattern reversal VECF による屈折検査—Lock-in Amplifier と Averager による記録結果の比較、眼紀、29、787-789 (1978)
- 4、 D. S. Ruchkin : An analysis of average response computations based upon aperiodic stimuli, IEEE Trans. Biomed. Eng., 12, 87-94, (1965)
- 5、 阪本捷房、池田研二：生体现象における相関関数の測定、医用電子と生体工学、4、393-407、(1966)
- 6、 D. O. Walter : A posteriori " Wiener filtering " of average evoked responses, Electroenceph. clin. Neurophysiol., suppl., 27, 61-70 (1969)
- 7、 安達恵美子：VECF—最近の動向と応用、注目の疾患・問題の領域。病因・病態・診断・治療—その新しき展開、日本臨床、36、706-707 (1978)
- 8、 Y. Morita, T. Nakamura and K. Segi : VECF analysis by means of Kalman filter, J. Physiol. Soc. Japan, 40, 263-264 (1978)
- 9、 中村孝文、森田之六：カルマン・フィルタによる視覚誘発電位測定を試み、医用電子と生体工学、17、409-414 (1979)

- 10、 中村孝文、森田之次：微小生体情報検出における力
ルマン・フィルタの適応性、静岡大学大学院電子科
学研究科研究報告、第1号、25-30 (1980)
- 11、 N. Wiener : Extrapolation, interpolation and smoothing of
stationary time series, New York, John Wiley and Sons (1949)
- 12、 R. E. Kalman : A new approach to linear filtering and
prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., 82, 35-45
(1960)
- 13、 安達恵美子：神経眼科的診断法—視覚誘発電位
(VECP)、臨眼、33、1313-1319 (1979)
- 14、 L. H. Van der Tweel and H. F. E. Verduyn Lunel : Human
visual responses to sinusoidally modulated light, Electro-
enceph. clin. Neurophysiol., 18, 587-598 (1965)
- 15、 W. A. Cobb and H. B. Morton : Harmonics in visual evoked re-
sponses, Electroenceph. clin. Neurophysiol., 26, 538 (1969)
- 16、 R. Elul : Gaussian behavior of the electroencephalogram:
Changes during performance of mental task, Science, 164,
328-331 (1969)
- 17、 A. Glass : Changes in the amplitude probability function
of the EEG under varying normal conditions, Electroenceph.
clin. Neurophysiol., 26, 538 (1969)
- 18、 J. A. McEwen and G. B. Anderson : Modeling the stationarity
and gaussianity of spontaneous electroencephalographic
activity, IEEE Biomed. Eng., 22, 361-369 (1975)
- 19、 N. Kawabata : A nonstationary analysis of the electro-
encephalogram, IEEE Biomed. Eng., 20, 444-452 (1973)
- 20、 B. A. Cohen and A. Sances Jr. : Stationarity of the human
electroencephalogram, Med. & Biol. Eng. & Comput., 15,
513-518 (1977)

- 21、有本卓：カルマン・フィルター、産業図書（1977）
- 22、古田勝久：線形システムの観測と同定、コロナ社（1976）
- 23、伊藤正美：システム制御理論、昭晃堂（1974）
- 24、西村敏充：Square-Root Filter/Smother と Sensitivity Analysis, システムと制御、19、378-384（1975）
- 25、安達恵美子、森田之次：試作した Multipurpose Television Pattern generator と VECF によるヒト空間周波数特性、眼紀、29、775-778（1978）
- 26、E. Adachi-Usami and Y. Morita : Temporal contrast sensitivity characteristics of human vision as obtained by VECPS to checkerboard stimuli, Proc. of XVIth Symp. of the Internat. Soc. clin. Electrophysiol. of Vision, Morioka, 249-257（1979）
- 27、M. Matoušek, J. Volavka, J. Roubíček and Z. Roth : EEG frequency analysis related to age in normal adults, Electroenceph. clin. Neurophysiol., 23, 162-167（1967）
- 28、Z. J. Koles and P. Flor-Henry : Mental activity and the e.e.g.: task and workload related effects, Med. & Bio. Eng. & Comput., 19, 185-194（1981）
- 29、L. H. Zetterberg and K. Ahlin : Analogue simulator of e.e.g. signals based on spectral components, Med. & Bio. Eng. & Comput., 14, 272-278（1975）
- 30、T. L. Johnson, S. C. Wright and A. Segall : Filtering of muscle artifact from the electroencephalogram, IEEE Trans. Biomed. Eng., 26, 556-563（1979）
- 31、R. A. Singer : Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 6, 473-483（1970）

- 32、 I. B. Rhodes : A tutorial introduction to estimation and filtering, IEEE Trans. Automat. Contr., 6, 688-706 (1971)
- 33、 日野幹雄 : スペクトル解析、朝倉書店 (1979)
- 34、 高井宏幸 : 自動制御理論、オーム社 (1971)
- 35、 Y. Chiba, D. Kanaizuka and E. Adachi-Usami : Psychophysical and VECP examinations of emmetropia, myopia, hypermetropia and aphakia, Doc. Ophthal. Proc. Ser. 13, ERG, VER and psychophysics, Dr. W. Junk Publ., The Hague, 47-55 (1977)
- 36、 J. S. ベンダット, A. G. ピアソル : ランダムデータの統計的処理、培風館 (1980)
- 37、 T. Nogawa, K. Katayama, Y. Tabata, T. Kawahara and T. Ohshio : Visual evoked potentials estimated by "Wiener filtering", Electroenceph. clin. Neurophysiol., 35, 375-378 (1973)
- 38、 D. J. Doyle : Some comments on the use of Wiener filtering for the estimation of evoked potentials, Electroenceph. clin. Neurophysiol., 38, 533-534 (1975)
- 39、 J. W. Hartwell and C. W. Erwin : Evoked potential analysis : on-line signal optimization using a mini-computer, Electroenceph. clin. Neurophysiol., 41, 416-421 (1976)
- 40、 P. Ungan and E. Basar : Comparison of Wiener filtering and selective averaging of evoked potentials, Electroenceph. clin. Neurophysiol., 40, 516-520 (1976)
- 41、 V. Albrecht and T. Radil-Weiss : Some comments on the derivation of the Wiener filter for average evoked potentials, Biol. Cybern., 24, 43-46 (1976)
- 42、 V. Albrecht, P. Lánský, M. Indra and T. Radil-Weiss : Wiener filtration versus averaging of evoked responses, Biol. Cybern., 27, 147-154 (1977)
- 43、 E. H. Carlton and S. Katz : Is Wiener filtering an effective method of improving evoked potential estimation?, IEEE Trans. Biomed. Eng., 27, 187-192 (1980)

謝 辞

本研究は 1977 年 4 月から 1978 年 3 月まで浜松医科大学生理学第一講座（研究生），同年 4 月から 1981 年 3 月まで静岡大学大学院電子科学研究科博士課程（電子応用工学専攻・生体情報処理講座）にておこなわれたものである。

本論文を作成するにあたり，下記審査委員の諸先生には適切な御助言を戴き，ここに感謝の意を表す。
（50音順） 鈴木久喜先生（パターン認識システム講座教授），水品静夫先生（波動制御講座教授），森田之大先生（生体情報処理講座教授，浜松医科大学生理学第一講座教授），山田蓑先生（制御システム講座教授），吉村敬三先生（医用電子工学講座教授，浜松医科大学外科学第一講座教授）。

本研究を進めるにあたり，安達恵美子先生（前生体情報処理講座助教授，千葉大学医学部眼科学講座助教授）には適切な御指導を戴いた。ここに深謝する。実験に際しては，森田之大先生，小川哲郎先生（浜松医科大学眼科学講座助手），榛葉節雄氏（同生理学第一講座技官）に御協力戴いた。ここに記して感謝する。又，実験の一部は工学部電子工学科第五講座にお世話になった。鈴木

久喜先生はじめ同講座の諸氏にお礼申し上げます。

本研究の検討、論文作成には下記の諸先生にも御協力戴いた。ここに深謝する。田畑満生先生（浜松医科大学生理学第一講座助手）、鮫島道和先生（同助手）、千葉次郎先生（前同講座助手）、瀬木和雄氏（生体情報処理講座院生）。

本論文を摺筆するにあたり、終始御指導戴いた指導教官である森田之大先生に謹んで感謝の意を表す。

本研究に関する発表論文

公表論文

- 1、中村孝文、森田之次：カルマン・フィルタによる視覚誘発電位測定を試み、医用電子と生体工学、第17巻、第6号、P409-414、1979
(昭. 54. 10. 30)
- 2、中村孝文、森田之次：微小生体情報検出におけるカルマン・フィルタの適応性、静岡大学大学院電子科学研究科研究報告、第1号、P25-30、1980 (昭. 55. 3. 29)

学会発表

- 1、安達恵美子、瀬木和雄、中村孝文、森田之次：Multipurpose Television Pattern Generator の試作と視覚特性の研究、昭和52年度網膜と視路の電気現象グループディスプレイスカッション抄録集、P18、1977、(昭. 52. 10. 14)
- 2、中村孝文、森田之次：カルマン・フィルタによる視覚微小電位の検出、日本生理誌、40巻、4号、P91-92、1978 (昭. 53. 4. 1)
- 3、Morita, Y., Nakamura, T. and Segi, K. : VECP analysis by means of Kalman filter, J. Physiol. Soc. Japan, 40-8-9, 263-264, 1978 (昭. 53. 9. 1)

- 4、中村孝文、森田之次：最適化法による視覚情報処理の研究、昭和55年度生体システムシンポジウム抄録、P46-47、1980（昭.55.11.28）