

## わが国の中等数学教育における平面図形の指導の変遷

|       |  |
|-------|--|
| メタデータ | 言語: Japanese<br>出版者: 東京学芸大学数学科教育研究室<br>公開日: 2012-01-11<br>キーワード: 375<br>作成者: 長崎, 栄三<br>メールアドレス:<br>所属: |
| URL   | <a href="http://hdl.handle.net/10297/6338">http://hdl.handle.net/10297/6338</a>                        |

## わが国の中等数学教育における平面図形の指導の変遷

長崎 栄三

わが国の中等数学教育において、図形・幾何教育は、明治以降、概ね10期の時期を経て、変遷を重ねてきた。そして、この間、平面図形の指導の変遷については、教科書を分析することで、次のような特徴があることが分かった。①扱われている平面図形の定理の数は、昭和38年頃から急激に減少し、その後も減少している。②証明の手法としては、昭和18年以降、初等幾何の手法だけではなく、直交座標、三角比、ベクトル、極座標が用いられている。③論理的な厳格さは、昭和38年以降、弱められつつある。

## 1. 研究の目的と方法

いつの頃からか、初等幾何の復権ということが叫ばれるようになり、そして、平成元年度に公表された高等学校学習指導要領には「平面幾何」が含まれるようになった。しかし、筆者自身が経験してきた最近の二十数年の数学教育の流れからすると、何か唐突な感がしてならない。

そこで、中等数学教育における平面図形の指導について、明治以降、現在に至るまでの教科書での扱い方を調べて、その変遷を明らかにし、図形・幾何教育のあり方についての示唆を得ることにした。本論においては、特に、扱われた内容の変遷、証明の手法の変遷、論理的な厳格さの変遷の3点に焦点を当てて分析するものとする。

調査対象の教科書を選択するために、まず、時代区分を決めることにする。時代区分は、わが国の現状から見て、中学校教授要目・学習指導要領などの教育課程に関する法規をもとに行う。そして、それぞれの時代区分の中

で、教科書を事例的に選択し、それらを対象として、内容、証明の手法などを調べることにする。

## 2. 研究の結果と考察

## (1) 時代区分と選択した教科書

明治以降、現在までの教育課程の改訂（戦前は、中学校教授要目、戦後は高等学校学習指導要領）の中で、図形・幾何教育に大きく影響した改訂をもとに、時代をI期からX期までの10期に分けた。ただし、その改訂の境界の時期を「遷移期」と称した。このようにして時代を区分し、図形・幾何教育の変遷に焦点を当てて、旧制中学校・新制高等学校への入学年、法規、教科書例をまとめたのが、表1である。

これらの時期の特徴を簡単にあげると、次の通りである。I期においては、数学は、算術、代数、幾何、三角法が別々に指導され、「幾何ヲ授クルニハ論理ノ厳格ヲ重ンスヘシ」

表1 高校(旧制中学)における図形・幾何的内容の入学年次別履修状況

| 期    | 高校入学年<br>(*旧制中学) | 主な法令<br>(公布・発行年.月)                    | 高校(旧制中学)での幾何に関する履修           |  |
|------|------------------|---------------------------------------|------------------------------|--|
|      |                  |                                       | 教科書の書名例                      | 教科書の主な内容   |
| I    | 明 5~40<br>(*)    | 中学教則略(明5.9)<br>中学校教授要目(明35.2)         | 初等幾何学<br>平面幾何学               | 幾何図形、直線形、円<br>面積、作図題・軌跡、比例   |
|      | 明41~44(*)        |                                       | 【遷移期】                        |  |
| II   | 明45~昭 5          | 中学校教授要目(明44.7)                        | 平面幾何学<br>幾何学教科書              | 直線図形、円、軌跡及作図、面積、<br>比例   |
|      | 昭 6~ 9(*)        |                                       | 【遷移期】                        |  |
| III  | 昭10~15(*)        | 中学校教授要目(昭6.2)                         | 中等総合数学<br>統合数学               | 幾何図形、直線図形、円、比例<br>相似形・面積、三角関数  |
|      | 昭16・17(*)        |                                       | 【遷移期】                        |  |
| IV   | 昭18~22(*)        | 中学校教授要目(昭17.3)                        | 数学 第二類<br>中等数学<br>第二類        | 測量、図形の書き方、図形の観察、<br>平行と相似、三角関数、円と球、<br>軌跡、三角形と三角関数、<br>円運動と三角関数、二次曲線<br>立体図形の表現、球面上の図形、<br>円錐曲線、力と運動 |
|      | 昭23・24           |                                       | 数学 幾何編<br>(I)、(II)<br>解析編(I) | 初等幾何、図形の直観、三角比<br>公理と証明、図形の性質、<br>軌跡・作図、解析幾何、極座標、<br>ベクトル、二次曲面                                       |
|      | 昭25・26           |                                       | 【遷移期】                        |  |
| VI   | 昭27・28           | 中学校高等学校<br>学習指導要領数学科編<br>(試案)(昭26.11) | 数学 幾何<br>解析 I                | 図形と数量関係、平面と空間、<br>推論の仕方、直線図形、円と球、<br>軌跡  |
|      | 昭29・30           |                                       | 【遷移期】                        |  |
| VII  | 昭31~35           | 高等学校学習指導要領<br>数学科編(昭30.12)            | 数学 I 幾何編<br>代数編<br>数学 II     | 図形の研究法、直線図形の性質、<br>円の性質、面積と比例、<br>公理と証明、軌跡と作図、<br>三角法、空間図形   |
|      | 昭36・37           |                                       | 【遷移期】                        |  |
| VIII | 昭38~45           | 高等学校学習指導要領<br>(昭35.10)                | 数学 I<br>数学 II <sub>B</sub>   | 図形と論証、図形と方程式、<br>空間図形、ベクトル、三角関数<br>図形と座標   |
|      | 昭46・47           |                                       | 【遷移期】                        |  |
| IX   | 昭48~54           | 高等学校学習指導要領<br>(昭45.10)                | 数学 I<br>数学 II <sub>B</sub>   | 三角関数、式と図形、ベクトル、<br>幾何学の公理的構成   |
|      | 昭55・56           |                                       | 【遷移期】                        |  |
| X    | 昭57~平 3          | 高等学校学習指導要領<br>(昭53.8)                 | 数学 I<br>代数・幾何                | 三角比と図形、式と図形、<br>2次曲線、平面上のベクトル、<br>空間図形   |
|      | 平 4・5            |                                       | 【遷移期】                        |  |
| XI   | 平 6~             | 高等学校学習指導要領<br>(平1.3)                  | (数学A)                        |  |

(注) 遷移期とは、第1学年または第2学年時には、それ以前の期の内容を履修し、  
その後は、その次の期の内容を履修した期間を示す。

(明治35年要目)とされた時期であった。平面図形に関する教科書は、「初等幾何学」、「平面幾何学」などと称されていた。Ⅱ期では、「数学ハ算術・代数・幾何及三角法ニ分チ各学年ニ対シテ教授事項ヲ配当ストイエドモ常ニ相互ノ聯絡ヲ図リテ」(明治44年要目)となり、教科書は「平面幾何学」、「幾何学教科書」などとなった。Ⅲ期では、「算術・代数・幾何・三角法ノ區別ヲナサズ」(昭和6年要目)となり、教科書も、「総合数学」、「統合数学」などとなった。

Ⅳ期では、「数、量、空間ノ関聯ヲ重視」(昭和17年要目)するとした。大東亜戦争下及びその直後であって、教科書は1種類となり、図形・幾何関係の教科書は「数学 第二類」と言われた。

Ⅴ期以降は、新制高等学校の時代である。Ⅴ期は、まだ、戦後直後の混乱期であり、学習指導要領は発行されずに、「数学 幾何編」という教科書だけが出された。

Ⅵ期になり、初めて、学習指導要領(試案)が出された。そこでは「図形の基本性質を知り、それが実際的な問題の解決にあたって果たしている役割を理解する」(昭和26年試案)とされた。Ⅶ期では、教科名から幾何が消えて、「数学Ⅰ、Ⅱ」となった。指導要領は、「目標」、「内容」、「中心概念」(現在の「数学的思考方」の原型と言われている)から構成された。Ⅷ期では、「図形の研究における解析的な方法を理解させ」(昭和35年指導要領)ることになり、Ⅸ期でも、「図形について座標を用いる方法を理解させ」(昭和45年指導要領)ることになった。Ⅹ期では、目標が簡素化されて、「数、式、関数及び図形に関する理解を深め」(昭和53年指導要領)ること

となり、教科書には、「代数・幾何」というように幾何という表現がまた表面に出てきた。

全体的に見ると、図形・幾何教育は、算術・代数・幾何などと分けて学習するという「分科的」であったものが、図形の性質を代数的に探求していくことをも認めるという「融合的」になってきたといえるであろう。

これらの10期から教科書を選択するには、次のように考えた。Ⅰ期からⅢ期までは検定教科書時代であり、複数の教科書を選択する。Ⅳ期・Ⅴ期は1種検定か固定の時代であり、1種類の教科書しか選択できない。Ⅶ期以降は複数の検定教科書が出版されたが、原則として、戦後最初から出版されていた大日本図書のシリーズを取ることにした。調査対象の教科書の著者名、書名、発行年は、次の通りである。

【Ⅰ期】菊池大麓, 初等幾何学教科書 平面部(明31)、宮本藤吉, 改訂中等教育平面幾何学教科書(明44)【Ⅱ期】波木井九十郎, 中等教育幾何学教科書平面部(大3)、中川銓吉, 最新平面幾何学教科書(大7)、黒田稔, 幾何学教科書(平面)(大9)、国枝元治, 新撰中等教育平面幾何学教科書(大13)、掛谷宗一, 新定平面幾何学全(昭2)【Ⅲ期】佐藤良一郎, 新制統合数学幾何・三角法篇(昭9)、津山三郎, 改訂平面幾何学教科書(昭10)、杉村欣次郎, 新制中等総合数学(昭10)、東京高師附中, 中等教育幾何三角法(昭10)【Ⅳ期】中等学校教科書株式会社, 数学第二類1~5年(昭18~9)、文部省, 中等数学第二類1~3年(昭19)、文部省, 中等数学第二類1~5年(昭21)【Ⅴ期】大日本図書(数学研究委員会), 日常の数学3年(昭25)、中等学校教科書株式会社, 数学幾何編

表2 平面幾何の有名な定理の指導学年と強調度の変遷

| 時 期<br>定 理 | 指 導 学 年 (初 出) と 強 調 度 (●:定理,系/▲:例題/○:問題/×:なし) |      |      |      |      |      |      |       |      |      |
|------------|---|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|
|            | I期  | II期  | III期 | IV期  | V期   | VI期  | VII期 | VIII期 | IX期  | X期   |
|            | 明5~   | 明45~ | 昭10~ | 昭18~ | 昭23~ | 昭27~ | 昭31~ | 昭38~  | 昭48~ | 昭57~ |
| 三平方の定理     | ●   | ●    | ●    | ▲中2  | ●高a  | ●中3  | ●中3  | ●中3   | ●中3  | ●中3  |
| 接弦定理       | ●   | ●    | ●    | ○中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ●中3   | ●中3  | ●中3  |
| 垂 心        | ●   | ●    | ●    | ○中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ▲高1   | ▲高2  | ▲高2  |
| 外 心        | ●   | ●    | ●    | ▲中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ●中2   | ●中2  | ○中3  |
| 内 心        | ●   | ●    | ●    | ▲中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ●中2   | ●中2  | ○中3  |
| 重 心        | ○   | ●    | ●    | ○中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ●中2   | ●中2  | ○中2  |
| アポロニウス     | ●   | ●    | ●    | ○中3  | ▲高   | ▲高   | ▲高1  | ▲高1   | ○高1  | ○高1  |
| 頂角の2等分線    | ●   | ●    | ●    | ▲中3  | ●高   | ●高   | ●高1  | ○中2   | ○中2  | ○中2  |
| 中線定理       | ●   | ●    | ●    | ○中2  | ▲高   | ○高   | ●高1  | ○高1   | ×b   | ▲高1  |
| 辺と角の関係     | ●   | ●    | ●    | ×    | ●高   | ●高   | ●高1  | ●高1   | ○高1  | ×    |
| 方べきの定理     | ●   | ●    | ●    | ○中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ○高1   | ×    | ×    |
| メネラウス      | ○   | ○    | ○    | ×    | ▲高   | ○高   | ○高1  | ○高1   | ×    | ×    |
| 傍 心        | ●   | ●    | ●    | ▲中2  | ●高   | ●高   | ●高1  | ×     | ×    | ×    |
| チェバ        | ○   | ○    | ○    | ○中3  | ○高   | ○高   | ○高1  | ×     | ×    | ×    |
| シムソン       | ○   | ○    | ○    | ×    | ○高   | ○高   | ○高1  | ×     | ×    | ×    |
| ブラマグプタ     | ○   | ○    | ○    | ×    | ○高   | ○高   | ○高1  | ×     | ×    | ×    |
| トレミー       | ●   | ●    | ●    | ×    | ×    | ○高   | ×    | ×     | ×    | ×    |

注) a : 中学校で事実とその活用のみ、高校で定理として証明していた。

b : 4年後(昭和52年版)に出された改訂版では、問題に入っていた。

(1)(I)、解析編(1)(昭22)、【VI期】大日本図書(数学研究委員会)、中学の数学3年(昭28)、中教出版(数学学習指導研究会)、高等学校数学幾何、解析1(昭27)【VII期】大日本図書(数学研究委員会)、中学新数学3年(昭29)、大日本図書(末綱他)、数学I(代数編)(幾何編)、数学II(昭31~2)【VIII期】大日本図書(末綱他)、中学校数学2~3年(昭36)、大日本図書(秋月他)、数学I、II<sub>B</sub>(昭38~9)年【IX期】大日本図書(秋月他)、中学校新数学2~3年(昭47~8)、大日本図書(寺田他)、数学I、II<sub>B</sub>(昭48~9)【X期】大日本図書(赤他)、中学校数学2~3年(昭55)、大日本図書(寺田他)、数学I、代

数・幾何(昭57~8)。

なお、以下の分析において、1つの期において複数の教科書を調査対象とした、IV期以前については、いずれかの教科書で調査対象の事項があれば(例えば、「定理」があれば)、その時期には、その事項が扱われていた(つまり、その定理は扱われていた)とした。

## (2) 平面図形に関する定理の変遷

平面図形に関する内容がどのように変わってきたかを見るために、「三平方の定理」のように内容を示唆する標題が付けられた定理や、「メネラウスの定理」のように数学者名

表3 中線定理の変遷

|  |
|--|
| <p>[1] 三角形ノ二ツノ辺ノ上ノ正方形ノ和ハ底辺ノ半分ノ上ノ正方形、及頂点ヨリ底辺ノ中点ヘ引ケル直線ノ上ノ正方形ノ和ノ二倍ナリ</p> <p>[I期：菊池大麓、初等幾何学教科書 平面部、明治31年]</p>  |
| <p>[2] 三角形ノ二辺ノ上ノ正方形ノ和ハ、底ノ半分ノ上ノ正方形ト頂点ヨリ引ケル中線ノ上ノ正方形トノ和ノ二倍ニ等シ</p> <p><math>\triangle ABC</math>ノ一辺<math>BC</math>ノ中点ヲ<math>M</math>トスレバ</p> $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2)$ <p>ナリ</p> <p>[II期：波木井九十郎、中等教育幾何学教科書平面部、大正3年]</p>                         |
| <p>[3] 三角形<math>ABC</math>ノ辺<math>BC</math>を<math>x</math>軸ニトリ、ソノ中点<math>D</math>ヲ原点ニトッテ直交軸ヲ設ケルト、三頂点ノ座標ハ、次ノヤウニ表ハサレル。</p> <p><math>A(a, b)</math>、<math>B(-c, 0)</math>、<math>C(c, 0)</math></p> <p>コレヲ用ヒテ、次ノ式ヲ証明セヨ。</p> $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ <p>[IV期：中等学校教科書株式会社、数学2第二類、昭和18年]</p> |
| <p>[4] <math>\triangle ABC</math>ノ辺<math>BC</math>ノ中点を<math>D</math>とすると次の等式が成り立つ。これを証明せよ。<math>AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)</math> 《証明で余弦定理を使用》</p> <p>[V期：中等学校教科書株式会社、数学幾何編(1)、昭和23年]</p>  |
| <p>[5] 三角形<math>ABC</math>において、<math>BC</math>ノ中点を<math>M</math>とすると、</p> $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ <p>となることをベクトルを使って証明せよ。</p> <p>[VII期：大日本図書株式会社、数学II B、昭和38年]</p>   |
| <p>[6] 三角形<math>ABC</math>で辺<math>BC</math>ノ中点を<math>M</math>とすると、次の等式がなりたつことを、内積を用いて証明せよ。</p> $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ <p>[X期：大日本図書株式会社、代数・幾何、昭和57年]</p>  |

が冠された定理など、よく知られた有名な定理を取り上げることにしたり。このようにして取り上げた定理は、すべてで17個である。これらの定理が最初に出てきた学年、及び、そのときの強調度を、定理(または、系)、例題、問題という形態毎にまとめたのが、表2である。

平面図形に関する定理は、I期からVII期、つまり、明治時代から昭和30年代後半までは、戦前戦後の一時期(IV期)を除いてあまり変

化しなかった。しかし、その後、VIII期(昭38~)から、傍心、チェバ、シムソン、ブラマグダ、トレミー(ブトレマイオス)などの定理が指導されなくなり、指導される定理の数が急激に減少している。その後も、IX期(昭48~)から、メネラウス、方べきの定理が姿を消し、X期(昭57~)からは、辺と角の関係(辺の大小と角の大小の関係)も姿を消している。現在、扱われている内容は、三平方の定理、接弦定理、垂心、外心、内心、重心、アポロニウスの円、三角形の頂角の2等分線(対辺

表4 平面幾何の有名な定理の証明に用いられている手法の変遷

| 定理      | 手法 (*:初等幾何/直:直交座標/三:三角比/極:極座標/ベ:ベクトル) |     |      |      |      |      |      |      |       |      |      |
|---------|---------------------------------------|-----|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|
|         | 時期                                    | I期  | II期  | III期 | IV期  | V期   | VI期  | VII期 | VIII期 | IX期  | X期   |
|         |                                       | 明5~ | 明45~ | 昭10~ | 昭18~ | 昭23~ | 昭27~ | 昭31~ | 昭38~  | 昭48~ | 昭57~ |
| 中線定理    |                                       | *   | *    | *    | 直三   | 三    | 三    | *三直  | 直ベ    | 三a   | 三ベ   |
| アポロニウス  |                                       | *   | *    | *    | *直   | *    | *直   | *直   | *直    | 直    | 直    |
| 垂心      |                                       | *   | *    | *    | *    | *直   | *    | *直   | *直極   | ベ    | ベ    |
| 重心      |                                       | *   | *    | *    | *    | *直   | *直   | *    | *直    | *直   | *直   |
| 頂角の2等分線 |                                       | *   | *    | *    | 三    | *    | *    | *    | *     | *    | *三   |
| 外心      |                                       | *   | *    | *    | *    | *    | *    | *直   | *     | *直   | *    |
| 三平方の定理  |                                       | *   | *    | *    | *    | *    | 三*   | *    | *     | *    | *    |
| 接弦定理    |                                       | *   | *    | *    | *    | *    | *    | *    | *     | *    | *    |
| 内心      |                                       | *   | *    | *    | *    | *    | *    | *    | *     | *    | *    |

注) a : 昭和52年版に入っていたときの手法

を隣辺の比に分ける)、中線定理(パップス)だけであり、これらは数としては最盛期の半分であり、しかも、中学校で定理として、きちんと学習されているのは、三平方の定理、接弦定理くらいである。なお、IV期(昭18~22)は、「数学 第二類」の時代であり、その前後の時期と比べると異色なものであり、どちらかといえば、30年後のIX期以降と類似なものとなっている。

中・高等学校で指導されている平面図形に関する定理は、この30年の間に、着実に減り続けているようである。

### (3) 証明の手法の変遷

図形・幾何教育の全体的な変遷は、さきに見たように、分科的な扱いから融合的な扱いへの変遷としてとらえられた。このことは、具体的には、定理の証明の手法に反映するはずである。そこで、このことを事例的に見るために、中線定理を例にとり、その命題や証明の記述の仕方をまとめると、表3の通りで

ある。

中線定理は、[1]のように、その命題と証明の両者に、一切、式が使われていなかったが、その後、[2]のように、命題や証明に式が使われることもあったが、本質的には、いずれも初等幾何の手法で証明されていた。しかし、[3]から[6]のように、IV期(昭18~)以降、直交座標や三角比(余弦定理)やベクトルを使って証明されるようになった。このことから、幾何の融合的な扱いへの変化には、2つの側面があったことが分かる。つまり、第1の側面は、[1]、[2]の命題の記述に見られる、言葉による面積の表現から、文字を使った式による面積の表現への推移である<sup>2)</sup>。そして、第2の側面は、[3]から[6]に見られるような初等幾何以外の手法の利用である。なお、このような手法の変化によって、中線定理のとらえられ方が変わってしまうことも重要なことであろう。[1]や[2]では、面積に関する定理であることが分かるが、[6]の表現ではそのことが分からないであろう。手法

が変わるということは、その意味するところも変えてしまっているのである。

次に、19個の定理が、どのような手法で証明されているかを調べた。19個の定理のうち、X期まで出現している9個の定理について、その証明の手法をまとめると、表4の通りである。ただし、ここでは、先の表2のように初出の場面での手法だけではなく、それぞれの時期の教科書でのすべての場合についての手法を対象にした。

I期からIII期までは、いずれも、初等幾何の手法であるが、IV期(昭18~)には、すでに、中線定理が直角座標と三角比で、アポロニウスの円が直角座標で、三角形の頂角の2等分線が三角比で証明されている。その後、V期には、垂心と重心が直角座標で、VI期には、三平方の定理が三角比(実質的には相似を使った方法)で、VII期には、外心が直角座標で証明されている。中線定理、アポロニウスの円、垂心、重心の4つは、その後も現在まで、初等幾何以外の手法で証明されている。本論で取り上げた17個の定理のうち、現在、9個の定理が残っているが、純粹に初等幾何の手法だけで証明されているのは、三平方の定理、接弦定理、内心くらいである。なお、表4に載せていない定理の中では、チェバの定理が三角比(IV期)で、辺と角の関係が三角比(VI期)で、それぞれ1回だけ証明されている。

手法別に見ると、19個の定理のうち、直角座標が5つの定理(中線、アポロニウス、垂心、重心、外心)で、三角比が5つの定理(中線、頂角の2等分、三平方、辺と角、チェバ)、ベクトルが2つの定理(中線、垂心)で、極座標が1つの定理(垂心)で使われている。複素数も可能性のある手法<sup>3)</sup>ではあるが、17個

の定理の中には、それを証明に使った定理はなかった。

平面図形については、内容が減少してきているだけではなく、証明の手法としての初等幾何的な手法は減少し、一方で、直角座標、三角比、ベクトルなどの手法が用いられるようになってきている。

#### (4) 論理的な厳格さの変遷

図形・幾何教育の変化は、その論理的な構成に対する厳格さの程度によって見ることもできる。このことは、図形・幾何教育が、特に論証の指導と一体であると考えられてきたことによる。このような論理的な厳格さは、具体的には、前提となる公理として何をとりかということと、論証をどれくらい厳密に要求するかという2点から見ることができる。

そこで、公理にかかわることとして、合同定理の証明、相似定理の証明、作図の公法の3つをとり、論証の厳密さにかかわることとして、軌跡の証明法、作図の解法の2つをとることとする。ここでは、この5つを論理的な厳格さの指標と考え、それぞれについて厳格さの変遷を調べることにする。次に、それぞれの指標の説明と、「論理的に厳格である」と判断する基準をあげておく。

第1に、三角形の合同については、現在は中学校で実験的に確かめた後で公理として扱っているが、過去にはきちっと証明をしていた時期もあった。そこで、三角形の合同定理を証明している場合を、論理的に厳格であるとする。

第2に、三角形の相似についても合同と同様である。そこで、三角形の相似定理を証明している場合を、論理的に厳格であるとする。

表5 平面幾何の論理的な厳格さの変遷

| 時期<br>指標 | 論理的な厳格さの程度 (□: 厳格である) |             |              |             |            |             |              |               |             |            |
|----------|-----------------------|-------------|--------------|-------------|------------|-------------|--------------|---------------|-------------|------------|
|          | I期<br>明5~             | II期<br>明45~ | III期<br>昭10~ | IV期<br>昭18~ | V期<br>昭23~ | VI期<br>昭27~ | VII期<br>昭31~ | VIII期<br>昭38~ | IX期<br>昭48~ | X期<br>昭57~ |
| 合同定理の証明  | □                     | □           | □            | ×           | □          | ×           | □            | □             | □           | ×          |
| 軌跡の証明法   | □                     | □           | □            | ×           | □          | □           | □            | □             | ×           | ×          |
| 作図の公法    | □                     | □           | □            | ×           | □          | □           | □            | □             | ×           | ×          |
| 作図の解法    | □                     | □           | □            | ×           | □          | ×           | □            | ×             | ×           | ×          |
| 相似定理の証明  | □                     | □           | □            | ×           | □          | ×           | □            | ×             | ×           | ×          |

第3に、作図については、ある時期には、使ってよい用具を示す「公法」（古くは「規矩」とも言った）が明記されており、その場合には、「I. 定木: 与えられた2点を通る直線を引く。II. コンパス: 与えられた点を中心に与えられた長さの半径の円を描く。」(VII期: 大日本図書、数学I幾何編、昭和31年)などがあげられていた。現在では、中学校において、「与えられた条件を満たす図形」を作図することが指導されるときには、定木とコンパスに限定されているが、公法や規矩などという用語は使わない。そこで、公法や規矩という用語を使用して作図の条件を規定している場合を、論理的に厳格であるとする。

第4に、軌跡の証明法は、ある時期には、「某ノ要件有り；一ツノ線、或ハ線ノ一部分、或ハ線ノ一群（如何ナル線ニテモ）ノ上ニ在ル各ノ点ハ何レモ皆此要件ニ適シ、其他ニハ曾テ之ニ適スル点無ケレハ、其線或ハ線ノ部分或ハ線ノ群ヲ其要件ニ適スル点ノ軌跡ト称ス。・・・下ニ記セル二ツノ聯屬シタル定理ヲ証明スルコト必要ナリ且充分ナリ；(i) 若シ一ツノ点ガ要件Aニ適スレハ、Xノ上ニ在リ；(ii) 若シ一ツノ点ガXノ上ニ在レハ、要件Aニ適ス；」(I期: 菊池大麓、初等幾

何学教科書平面部、明治31年)とされ、必要条件と十分条件の両者の証明が必要であった。現在では、一般に必要条件だけの証明ですまされることが多い。そこで、軌跡の証明で必要条件と十分条件の両者を要求している場合を、論理的に厳格であるとする。

第5に、作図の完全解は、ある時期には、解析、作図、証明、吟味の4段階が必要であった。例えば、「解析: 作図の発見手段であると同時に、解に取り落としがなないことに保証を与える。作図: 定木とコンパスを用いて行う作図の手順を示す。証明: 作図で得られた図形が条件に適すること、したがって余分のものを含まないことを示す。吟味: 与えられた条件による解の有無、個数を調べる」(VII期: 大日本図書、数学I幾何編、昭和31年)。現在では、作図が高校で指導内容として扱われるときには、多くの場合、解析と作図だけでよいこととし、証明や吟味などは省略されるようになってきている。そこで、作図において証明と吟味に言及している場合を、論理的に厳格であるとする。

このようにして、5つの指標毎に、論理的に厳格であるかどうかを調べ、その結果をまとめたのが、表5である。

I期からVII期までは、IV期(昭18~22)、VI期(昭27~30)を除き、論理的に厳格であった。しかし、VIII期(昭38~)から、相似定理の証明と作図の解法で厳格さが弱められ、IX期(昭48年~)には、軌跡の証明法と作図の公法で厳格さが弱められ、X期には、5つの指標全部の厳格さが弱められた。ところで、IV期は、この指標で見る限り現在と同じである。

なお、合同定理の証明が、VIII期、IX期にあるのは、初等幾何としてではなく、「幾何学の公理的構成」の実例として取られてきたものである。これらの時期に、相似定理が証明されていないことから、その意味合いが理解できよう。

平面図形の定理の学習における、論理的な厳格さは、戦前に比べると格段に弱められてきている。

### 3 結語

わが国の図形・幾何教育は、明治以降、概ね10期の時期を経て、変遷を重ねてきた。そして、この間、次のような特徴があることが分かった。①扱われている平面図形の定理の数は、VIII期(昭38~)に急激に減少し、その後も減少している。②証明の手法としては、IV期(昭18~)以降、初等幾何の手法だけではなく、直角座標、三角比が、VIII期(昭38~)以降には、ベクトルや極座標が用いられるようになった。③論理的な厳格さは、VIII期(昭38~)以降、弱められ始めている。④全体の流れの中で、IV期(昭18~22)は、その前後の時期とは異なり、それから離れたVIII期(昭38~)以降と類似している<sup>4)</sup>。

そして、このような、図形・幾何教育の変

遷の背景には、数学科における数学の意味の変化や、中等教育の大衆化などの要因があると思われる。ところで、今度の「平面幾何」は、このような変遷の中で、どのように位置付くのであろうか。

### 参考文献

- 1) 次の本を参考にした。矢野健太郎：「数学ワンポイント双書36 幾何の有名な定理」共立出版，1981，150p. および、清宮俊雄：「モノグラフ15 幾何学」科学新興社，1968，149p.
- 2) このような融合的な推移に関しては、すでに、次の論文で明らかにされている。島田茂：「幾何教育における融合的な扱いの変遷」日本数学教育会誌 数学教育学論究，VI，1963，pp.1-11.
- 3) 問題によって適した手法を使うということは、問題解決としての幾何学からも説明できる。例えば、栗田稔：「幾何」共立出版，1981，pp.20-23.
- 4) IV期の特殊性については、次の論文に詳しい。長崎栄三：「数学第一類・第二類の検定教科書の編纂とその思想—戦時下の中学校数学教育—」国立教育研究所研究集録，No.21，1990，pp.53-56.

付記：本論は、平成3年3月26日に東京理科大学で開催された「理数系教員のための講習会(第20回)」で発表した「幾何教育の変遷」を加除修正したものである。

(ながさき えいぞう)

国立教育研究所

〒167 目黒区下目黒6-5-22)