算数・数学科における総合的な学習

文部省科学研究費
補助金（基盤研究Ｂ）
算数・数学科における
総合的な学習の開発研究
課題番号 09558009
平成９年度～11 年度
研究報告書第４集（最終）

算数・数学科における総合的な学習

平成 12 年（2000 年）３月

研究代表者　長崎　栄三

（国立教育研究所　科学教育研究センター　科学教育研究室長）

は し が き

私たちは、平成９年度から３年計画で、科研基盤Ｂ「算数・数学科における総合的な学習の開発研究」を行ってきました。本報告書は、その３年間の研究の成果をまとめたものです。

本研究では、「算数・数学科における総合的な学習」を、次のような発想のもとで考えています。

算数・数学科において、今より一層、社会や文化に目を向けよう。

算数・数学科において、今より一層、社会や自然の事象やそれらに関する活動を扱おう。

ある意味では、中学校数学科の課題学習で述べられている「日常の事象」をもっと積極的に授業に取り入れていこうというものであり、何よりも、我が国の社会にいる子供達の真の問題解決の必要感を大切にした授業を構成したいと考えました。

ところで、本研究を進めたこの３年間で、算数・数学教育を取り巻く我が国の状況は大きく変わってきております。平成14年からの新教育課程では、算数・数学科の授業時数の大幅な削減が行われましたが、一方で、小中高校で軌を一にして、「日常の事象」、「生活」、「社会」、「文化」ということが一層重視されるようになってきております。高等学校では必履修科目として「数学基礎」が新設され、そこでは、数学と社会・文化の関係を正面から扱うようになりました。私達の科研の成果は、このような状況に有用であると信じております。

算数・数学を社会と結びつけようとすることは、一見、簡単に思えます。社会にある問題を算数・数学に気軽に持って来ればよいのだからと。しかし、私達の研究過程が示唆するのは、まず、関わる先生方の意識の改革の必要性です。現在の先生方は、算数・数学が社会とあまり結びついていない環境で、小中高校、大学と学び、先生になったからです。算数・数学が社会や文化とどう結びついているのかを経験していないのです。このような「算数・数学のよさ」という側面は議論される割りには、あまり具体化されていなかったのではないでしょうか。

本報告書には、第３年次の研究成果とともに、これまで３年間の研究成果をまとめてあげてあります。「算数・数学科における総合的な学習」の実践例と、算数・数学及び理科の教科書の実情、また、本研究で目指した学習の背景となる数学教育論等もあげてあります。本報告書が、算数・数学と社会や文化のつながりを考える方々のお役に立てば幸いです。また、忌憚のないご意見をうかがえれば幸いです。

この３年間、本研究には多くの方々からご援助をいただきました。とりわけ、昨年８月に亡くなられた島田茂先生には、理念、具体の両面から多くのご助言をいただきました。研究メンバー一同、これまでの島田先生の暖かいご助言に感謝するとともに、改めてご冥福をお祈り申し上げます。

また、本年度には小中高校生を対象に大規模な調査研究を行いました。調査にご協力をいただいた教育センターの指導主事の先生方、調査対象学校の学校長、担当の先生方、そして、調査を受けていただいた小中高校生の皆様に感謝の意を表します。本報告書ではその計画の概要しか報告できませんが、追って調査の分析結果を公表する予定です。

なお，熊岡昌子さん，鶴見悦子さんには，今年度も研究全般にわたってお助けいただきました。本当にありがとうございました。

平成12年３月

研究代表者　長崎　栄三（国立教育研究所・科学教育研究センター
・科学教育研究室長）

研 究 成 果

本研究の目的は、小学校から高等学校にかけての算数・数学科において社会や文化と数学を総合した、総合的な学習に適した課題、学習過程、評価方法を開発することにあった。また、諸外国を含め教科書を分析することにあった。なお、本研究では、算数・数学科における総合的な学習を、具体的には、次のような発想のもとで考えている。算数・数学科において、今より一層、社会や文化に目を向ける、算数・数学科において、今より一層、社会や自然の事象やそれらに関する活動を扱う。

平成９年度からの３年間の研究において、算数・数学科において総合的な学習に適した授業として、小学校で 12 例、中学校で 18 例、高等学校で 11 例の授業例を構想・実践した。これらの結果については、そのつど毎年の研究報告書に掲載してきた。３年次の結果については本報告書の第Ⅱ章に詳述し、３年間のすべての授業については第Ⅵ章にその概要をあげてある。

本研究を通して、課題、学習過程、評価方法について、次のような一般的な知見が認められた。

課題については、子供の身の回りのあらゆる所にあることが分かり、また、国際的な話題、環境や福祉にかかわる話題、地域に密着した話題も教材とすることができた。なお、子供の身の回りにある問題場面を生活場面に則して分類して第Ⅴ章に例示してある。しかし、実際に教材化するには多くの努力が必要になる。課題を開発するには実際のデータが必要になることが多く、その際、百科事典、各種専門的な資料、入試問題、テレビ・新聞などに加え、インターネットが有効であることが分かった。

学習過程については、子供自身の実際の活動、グループによる活動、学級全体の話し合い、から構成できることが分かった。なお、ワークシートを利用したり、発表を小黒板に書いておく工夫などもよい。また、活動に取り掛かる前に、どのような活動を行うかを話し合うことも有効であった。授業によっては、授業後に子供が自ら課題を発展させていくこともあった。

評価については、授業前に子供の反応を予想し、授業中は子供の反応を観察し、授業後は感想やつぶやきを収集し分析・分類することによって行える。また、授業中にワークシートを使い、授業後にそれを分析したり、ノートに授業で考えたこと等を記入させて、子供自身の自己評価と教師による評価を行うことも有効である。子供同士の相互評価として、お互いの良いところを指摘しあうことも取り入れることもできる。発表の際には、教師が簡単なコメントをすることで評価をフィードバックすることも有効であった。レポートを授業後に提出させることもよい。さらに、授業で扱った問題場面と類似な問題を工夫し、社会で使う数学的な能力を実際に評価することもできる。

なお、評価については、本研究の３年目に、社会で使う数学的な能力を分析する問題を開発し、調査を実施した。分析は今後の課題としたい。なお、この調査については、第Ⅰ章「算数・数学と社会のつながりに関する調査」において概説してある。

教科書の調査からは、アメリカには多くの良い問題場面があることが分かった。一方、我が国の算数・数学科の教科書では、近似的な扱いが少なく、理科の教科書では数学的な表現が極めて少ないことも分かった。全般的に、我が国の教科書には、本研究で目指している子供の身の回りの問題場面や扱いが少ないことが分かった。したがって、本研究を通して授業事例集を作ることの有用性が追認された。

なお、本研究においては、社会と結びついた算数・数学教育の意義や歴史的な展望や諸外国の状況、実験と予想との関連、教師や子供の実態などについても論じた。

ところで、本研究は平成９年度から行われたが、同様な趣旨の基礎的な研究は平成６年度から行われていた。これらを含めた６年間の成果を、第Ⅷ章に索引の形でまとめてある。参考になれば幸いである。

目　　次

中学校

高等学校

大学

研究の概要

基盤研究（B）展開（2）

研究課題名　：　算数・数学科における総合的な学習の開発研究

［課題番号　09558009］

研究の組織

研究代表者	長崎栄三	国立教育研究所科学教育研究センター	科学教育研究室長
研究分担者	瀬沼花子	国立教育研究所科学教育研究センター	数学教育研究室長
研究分担者	富竹　徹	島根大学教育学部	助教授
研究分担者	松原静郎	国立教育研究所科学教育研究センター	化学教育研究室長
研究分担者	工藤文三	国立教育研究所教科教育研究部	教科教育開発研究室長

研究協力者

飯島康男		茨城大学元教授
五十嵐一博	千葉市教育委員会	指導主事
牛場正則	新島村立式根島中学校	教諭
久保良宏	共立女子学園　共立女子中学校	教諭
小山正孝	広島大学教育学部	助教授
佐々木悟	所沢市立泉小学校	教諭
島崎　晃	狭山市立柏原小学校	教頭
島田　功	成城学園初等学校	教諭
西村圭一	東京都立武蔵丘高等学校	教諭
久永靖史	共立女子学園　共立女子中学校	教諭
藤澤由美子	共立女子学園　共立女子中学校	教諭
傍士輝彦	板橋区立板橋第二中学校	教諭
牧野　宏	狭山市立入間小学校	教諭
松元新一郎	東京学芸大学附属大泉中学校	教諭
宮井俊充	所沢市立山口中学校	教諭
森　園子	拓殖短期大学	助教授
矢嶋昭雄	東京学芸大学附属世田谷中学校	教諭

研究経費

平成 11 年度：2700 千円　平成 10 年度：1600 千円　平成 11 年度：1600 千円

研究発表

ア　学会誌等

久保良宏．現実的な事象とのつながりからみた関数の理解の発達に関する調査研究．日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．31．1998．pp.117 - 122.

久保良宏，長崎栄三，富竹徹．算数・数学科教師の出身学科別による算数・数学教育に対する態度の差．日本科学教育学会年会論文集．22．1998．pp.329 - 330.

長崎栄三．数学の社会的有用性にかかわる能力や態度の継年的変化．日本科学教育学会年会論文集．22．1998．pp.337 - 338.

長崎栄三，瀬沼花子，富竹徹．社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育についての研究．日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．30．1997．pp.187 - 192.

西村圭一．高校生の『関数感覚』に関する調査研究ー「ジェットコースター」のグラフを例にー．日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．32．1999．pp.513 - 518.

久永靖史，長崎栄三，富竹徹．算数・数学科教師の年齢別による算数・数学教育に対する態度の差．日本科学教育学会年会論文集．22．1998．pp.331 - 332.

藤澤由美子，長崎栄三，富竹徹．算数・数学科教師の男女別による算数・数学教育に対する態度の差．日本科学教育学会年会論文集．22．1998．pp.333 - 334.

松元新一郎．数学的モデルをつくることを通して数学の世界をひろげていく活動 - 全身が映る鏡の大きさを考える - ．日本数学教育学会誌．第 82 巻第 1 号．2000．pp.10 - 17.

森園子．算数・数学教育に対する保護者の意識の関係　ー社会的文脈における数学教育ー．経営経理研究．第 60 号．1998．pp.153-175.

森園子．文科系短期大学における総合的情報活用能力の育成．情報教育研究．私立大学情報教育協会．第 2 巻第 1 号．1999．pp.1-6.

矢嶋昭雄「中学校数学科における総合的な学習の現状と今後の課題．日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集．30．1997．pp.199 - 204．.

イ　口頭発表

久保良宏，久永靖史，藤澤由美子，山本知子．数学化に視点をおいた課題開発．第 46 回私学教育研究集会東京大会研究集録．日本私学教育研究所．1998．pp.370 - 371.

松元新一郎「身の回りから数学を見つける活動を促す研究 - 生徒のレポートおよび自己評価・相互評価の考察 - 」日本数学教育学会誌．　第 79 巻　臨時増刊．1997.8　p.405.

松元新一郎「実験を取り入れた数学的活動を促す教材開発　- 振り子の動きを捉える - 」日本数学教育学会誌．第 80 巻　臨時増刊．1998．p.245.

松元新一郎「全身が映る鏡の大きさを考える - 数学的モデル化の活動を通して - 」日本数学教育学会誌．第 81 巻　臨時増刊．1999．p.343.

森園子「文科系短期大学における総合的情報活用能力の育成」第 7 回情報教育方法研究発表会資料．1999．pp.6-7.

ウ　その他

久保良宏．関数的な見方を身につけさせるために．数学教育 No.487．明治図書．1998．pp.5 - 12.

佐々木悟．このつみき、どんなかたち．算数のよさを味わい生活に活かす子ども．ＣＲＥＡＲ(クレアール) 8巻．ニチブン．1999．pp.129 - 136.

島田功「お楽しみ会の計画を立てよう」算数のよさを味わい生活に活かす子ども．ＣＲＥＡＲ(クレアール) 8巻．ニチブン．1999．pp.8 - 26.

長崎栄三「算数の簡潔さ・的確さ・能率さを追求する」算数のよさを味わい生活に活かす子ども．ＣＲＥＡＲ(クレアール) 8巻．ニチブン．1999．pp.196 - 201.

長崎栄三「課題学習をどう工夫するか」教職研修．第 320 号．教育開発研究所．1999．pp.68 - 69.

長崎栄三「算数・数学科学習で身につけさせたい「学び方」　一般化すること・証明すること、そして、価値意識」授業研究 21．No.503．明治図書．1999．pp.57 - 58.

長崎栄三，富竹徹，松元新一郎「日本・米国・英国の中学校数学科教科書の比較」．教科書研究センター編．これからの教科書における体様及び新しいメディアへの対応のあり方．1999．pp.54－57.

西村圭一「第４章　数学Ｃ　2．式と曲線」新学習指導要領－高等学校数学　解説．学校図書．2000．(印刷中)

エ　出版物

長崎栄三編．算数・数学科における総合的な学習の試み（１）．国立教育研究所科研報告書．1998.3.10.

長崎栄三編．算数・数学教育に対する教師・保護者の態度．国立教育研究所科研報告書．1998.3.10.

長崎栄三編．算数・数学科における総合的な学習の試み（２）．国立教育研究所科研報告書．1998.3.8.

長崎栄三編．算数・数学科における総合的な学習．国立教育研究所科研報告書．2000.3.8.

Ⅰ. 算数・数学科における総合的な学習について

文化を継承し発展させる算数・数学教育

−社会と結びついた算数・数学教育−

長崎　栄三
国立教育研究所

要　約
本研究でのこれまでの実践・研究、我が国の経験、数学教育学者・心理学者の考えをもとに、社会と結びついた算数・数学教育の指導目標及び指導内容・方法のあり方について論じた。指導目標を考える枠組みについては、次の３つの柱を考えた。数学の価値や意義を社会や文化と結び付けて理解すること、数学を社会で使うための能力・気質を身につけること、社会で生きていくための能力・気質を身につけること。指導内容・方法を考える枠組みについては、次の３つの柱を考えた。子供の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面による単元構成、子供の活動を中心とすること、子供同士・子供と教師の話し合いを取り入れること。今後の課題として、評価、教師教育、恒常的なシステム評価をあげた。
キーワード：文化、社会、数学、文化化、単元、活動、話し合い

１．どうしてこの主題に取り組み始めたのか　−社会と離れた算数・数学−

社会とのつながりで算数・数学教育を明確に研究対象とし始めたのは、1994 年度からである。1994 年度から科研「数学と社会的文脈との関係に関する研究」を３年間行った。そして、その後、1997 年度から本科研「算数・数学科における総合的な学習の開発研究」に３年間取り組んできた。

これらの研究の発端は、1987 年の「数学教育における電卓利用」の研究に溯る。そこで、我が国の数学教育では電卓が利用されないという事実があることが分かり、そして、その理由は、我が国の数学教育の特質にあることに目が開かされた。その理由とは、数学教育を「理論指向」と「応用指向」の２つの面から見て、我が国の数学教育を「理論指向」であると特徴づけるものである。理論指向である限り、電卓を利用する必要はほとんどないというのである。

さらにまた、1980 年度に行われた第２回国際数学教育調査の結果を分析する中で、我が国の生徒は他国の生徒と比較して「数学と社会はあまり関係がない」と思っていることが分かった。このような傾向は、1994 年度に行われた第３回国際数学・理科教育調査においても一層明確になった。

我が国の数学教育は、「数学と社会を離して考える」傾向にあり、したがって、生徒も「数学と社会は関係ない」という意識を持つのであろう。そこで、生徒のこのような意識を変えるために、教育課程を変える必要があると考えた。

このことを考えるために、本稿では、特に、社会と結びついた算数・数学教育に関する実践・研究として、次のものに注目し、考察することにした。

- 昭和 26 年の小中高校の「単元学習」に焦点を当てた学習指導要領〔前年度報告書第Ⅲ章参照〕
- 1940 年代のアメリカの「進歩主義教育」における数学教育論〔本報告書第Ⅳ章参照〕
- 現在のヨーロッパの「批判的数学教育」論〔本報告書第Ⅳ章参照〕
- ビショップの「数学的な文化化」論〔本報告書第Ⅳ・Ⅴ章参照〕
- パーキンズらの「新しい思考の概念」論〔本報告書第Ⅳ章参照〕

ところで、このような算数・数学教育の社会的有用性を考えることは、決して古いことではない。数学は、伝統的に、その存在価値を問われずに、教育の中で中心に位置を占めていた。これは、科学が自然の原理・法則を解明する学問であり、数学は科学が解明した原理・法則を記述する言語だったからである（例えば、上岡義雄『神になる科学者たち』日本経済新聞社. 1999）。しかしながら、本稿の枠を超えるが、もっと一般的に、数学や科学と社会の関係を改めて問う時代が来ている。

本稿では、特に、社会と結びついた算数・数学教育における指導目標と指導内容・方法のあり方について、上記の所論を参考にしつつ、本研究で構想・実践された授業や調査研究等の結果をも含めて考察することにする。

２．このような教育は我が国では行われたことはなかったのか　ー数理思想と問題解決能力ー

我が国には、社会と結びついた算数・数学教育は、これまでにも戦前・戦後で２期にわたり次のようなものがあった。

（１）昭和10年代の数理思想を目指した算数・数学教育

昭和10年から発行された小学校教科書『尋常小学算術』、昭和18年から発行された中学校教科書『数学　第一類』、『数学　第二類』で表された算数・数学教育である。このとき、小学校は塩野直道、中学校は田中良運らが主導した。これらは、児童・生徒の生活から数理を見いだすとし、教師主導の教育から児童・生徒主導への教育と向かう転換点となったとも言えよう。

（２）昭和20年代の問題解決能力の育成を目指した算数・数学教育

昭和26年に発行された『小学校学習指導要領　算数科編』、『中学校高等学校学習指導要領　数学科編』が教育課程論として詳しい。また、教科書としては、昭和24に発行された、小学校の『小学生のさんすう』、中学校の『中学生の数学』、高等学校の『一般数学』がある。このとき、小学校は和田義信、中学校高等学校は島田茂らが主導した。この時代には、算数・数学の社会的有用性が大きく論じられており、算数・数学の価値として、次のものがあげられている。

・正確に、的確に、能率よく

このような算数・数学の価値は、子供達が主体的に算数・数学に取り組んでいく際の方向性を示すものであり、教師は指導で絶えず配慮する必要があろう。そして、これらの学習指導要領においては、子供の活動から算数・数学の学習が構成されるとして、それらが、小学校では「学習活動」、中高校では「生活経験」として詳述されている。

（３）学ぶべきこと

これらの算数・数学教育は、ともに社会や生活に基づいていたが、昭和10年代の方は、社会的な問題を導入問題として取り入れて社会的・数学的な一連の問題を解決する中で数理思想を身につけることを目標としており、昭和20年代の方は、社会的な問題を連続的に解決する中で社会で通用する数学的問題解決能力を身につけるということを目標としていた。

指導目標論からすると、前者は数理思想の養成を、後者は社会的な問題解決能力の育成を目指しており、前者は数学に重心が、後者は社会に重心がある。指導方法論からすると、いずれも、社会的な問題を扱って一つの問題群で学習するという「単元学習」であった。

しかしながら、両方とも、数学の系統性が失われる、準備が大変である、指導しにくい、計算力が下がる、などの批判を受けた。特に、後者は、「生活単元学習」、「這い回る経験主義」として、算数・数学教育が生活、特に経済生活に傾き過ぎて、数学としての系統性を失ったことで大きな批判を受けた。

したがって、今後、社会と結びついた算数・数学教育を考える際には、数学と社会のバランスをとる

こと、教師の負担が少ないこと、基本的な計算力に正当な配慮をすること、が求められる。

3．このような教育においてはどのように指導目標を考えたらよいのか

社会と結びついた算数・数学教育においては、指導目標をどのように考えたらよいのであろうか。また、数学の価値をどのように捉えたらよいのか。

（1）指導目標についてのいろいろな考え方

社会と結びついた算数・数学教育に関するそれぞれの実践・研究では、その指導目標に関して次のように論じている。

・昭和26年の学習指導要領

数学的に考えることの社会的な価値として、「正確に、的確に、能率よく」をあげている。

・1940年代のアメリカの「進歩主義教育」

一般教育としての数学教育の価値として、「社会的感受性、美的なよさを認めること、寛容・協調性・自発性・創造性、反省的思考を使う気質や能力」をあげている。

・現在のヨーロッパの「批判的数学教育」

市民教育としての数学教育が、批判的精神を持つことを強調している。

・ビショップの「数学的な文化化」

数学の文化的な価値として、「進歩と制御、合理主義と実物主義、開放性と神秘性」の相補的な３組をあげている。

これらからは、数学の価値や意義を社会や文化と結びつけて理解すること、及び、算数・数学教育による一般的な教育力が示唆されている。

（2）指導目標を考える枠組み

これまでのいろいろな考え方をもとに考察すると、社会と結びついた算数・数学教育においては、指導目標の枠組みを構成するものとして、次の３つの柱が考えられる。それぞれの柱と，その内容を簡単にあげると次の通りである。

ａ．数学の価値や意義を社会や文化と結びつけて理解する

昭和26年の学習指導要領から：正確に、的確に、能率よく

数学的な文化化から：進歩と制御、合理主義と実物主義、開放性と神秘性

ｂ．数学を社会で使うための能力・気質を身につける

本研究では、次の３つの大きな能力を考えている。（詳しくは、本章に含まれる別稿「「算数・数学と社会のつながりに関する調査」について」を参照のこと。）

・量・形に関する感覚

・実世界の問題を数学的に解決するのに必要な諸能力

：実世界の現象を数学の対象に変える、対象を数学的に処理する、実世界に照らして検証する、実世界において数学でコミュニケーションする

・近似的に扱う能力

ｃ．社会で生きていくための能力・気質を身につける

進歩主義教育から：社会的感受性、美的なよさを認めること、寛容・協調性・自発性・創造性、反省的思考を使う気質や能力

批判的数学教育から：批判的精神

これらの内容は、社会の状況、数学の発展等に応じて、時代とともに変わっていくものであろう。しか

し、これらの考え方は現代でも通用するものであろう。それは、当時と現代における時代の鍵となる概念が変わっていないと考えられるからである。すなわち、現代における、社会・文化についての鍵となる概念は、「民主主義」であり、数学についての鍵となる概念は、「一般化」と「証明」と考えられるからである。

なお、算数・数学を学ぶ過程に焦点をおいたとき、多様性という価値の重要性が指摘されている。しかし、多様性は、上に述べた、正確性や的確性などと併存するのであろうか。多様な中には、不正確なもの、不的確なものが含まれるからである。ここで、人類が生き残って行くうえでは多様性や分散性が必要だとし、そのことにとっては、「むだ、ずさん、重複、不適合、奇抜」という視点が重要だという指摘に目を向けたい（池内了「2000年問題は人類への警告」朝日新聞. 2000. 2. 2夕刊）。多様性と正確性や的確性という一見相反する価値を包含することは、我が国の特徴である一斉指導における算数・数学教育を考える上で重要と思われる。

4．このような教育においてはどのように指導内容・方法を考えたらよいのか

社会と結びついた算数・数学教育においては、指導内容・方法をどのように考えたらよいのであろうか。なお、ここでは、内容と方法を一体のものとして考えることにする。

（1）指導内容・方法についてのいろいろな考え方

社会と結びついた算数・数学教育に関するそれぞれの実践・研究では、その指導内容・方法に関して次のように論じている。

・昭和26年の学習指導要領

「学習活動」、「生活経験」を数学的内容に則してあげている。

単元学習で学ぶとしている。

・ビショップの「数学的な文化化」

子供の環境的活動から数学を作り上げることの必要性と可能性を示しており、

次の６つの活動から数学は作り上げられるとしている。

数えること、位置を示すこと、測ること、デザインすること、遊ぶこと、説明すること。

・パーキンズらの「新しい思考の概念」

優れた思考者を育てる方法として、これまでは、一般的方略を教える方法（例えば、ポリアの問題解決能力）や、専門的知識を教える方法、があるが、これらに加え、「思考の言語、抽象的概念構造、思考の気質」を強調している。なお、ここでの抽象的概念構造とは、本研究に照らして考えると、数学的モデル化ということができよう。そして、このような教育として、「例示、伝達、活動、相互作用」からなる「文化化」の教育方法がよいとしている。

これらのことから示唆されるのは、昭和26年の学習指導要領やビショップが提唱した活動をもとにした教育、すなわち、文化化による教育は、単に、良き数学的な思考者を目指すだけではなく、もっと広い転移力を持って、良き思考者の育成、良き市民の育成を目指すことが可能だと言えよう。

（2）指導内容・方法を考える枠組み

これまでのいろいろな考え方をもとに考察すると、社会と結びついた算数・数学教育においては、指導内容・方法の枠組みを構成するものとして、次の３つの柱が考えられる。それぞれの柱と，その内容を簡単にあげると次の通りである。

ｐ．子供の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面による単元構成

昭和26年の学習指導要領から：単元学習

また、本研究では小単元のものを含めている。

q．子供の活動を中心とすること

昭和26年の学習指導要領から：学習活動、生活経験

数学的な文化化から：活動

新しい思考の概念：活動

r．子供同士、子供と教師の話し合いを取り入れること

新しい思考の概念：相互作用

実際、本研究のメンバーの授業実践を見ると、いずれもｐ、ｑ、ｒの要素を含んでいる。

ところで、先に、我が国の経験から学ぶこととして、教師にあまり負担がかからないことをあげた。これは単元構成のあり方によると思われる。理想的には大単元で授業を行うことであるが、負担を考えると、小単元それも1･2時間で構成できるような問題場面を適時取り入れていくことがよいであろう。

なお、パーキンズらが言うように、子供と教師の話し合いでは、教師が重要な役割を演じる。子供の目を広げるための、いろいろな考え方の紹介、適切な用語の使用、そして、話し合いの活性化が求められている。教師は、単にそこにいる存在ではない。

５．今後何が必要か

カリキュラムの構成を考えるとき、目標、内容、方法に加え、評価が必要になる。評価は、社会と結びついた算数・数学教育に特有というよりも、教育全体にかかわるものであろう。大きな潮流は、相対評価（集団基準準拠評価）から絶対評価（目標規準準拠評価）へと移っていると言えよう。この点からすると、指導目標で述べたようなことが発達的に子供がどのように身につけていくのかということのより詳しい研究が必要であろう。なお、この点については、本研究の延長上にあるものとして後日に期したいと思っている。

ところで、このような教育を考えるとき、改革を目指さなければならないことが少なくとも２つある。１つは、具体的な教材の開発である。本報告書にも掲載されているような授業例を多く集める必要がある。そして、教科書にもこのような教材が多く載ることが望まれる。もう１つは、教師教育のあり方の改善である。これまで述べて来たような教育を行うためには、教師の資質が変わらなければならない。単に数学ができるだけではなく、数学の文化的・社会的価値を理解し、そして、数学の応用について知っていることが必要である。

最後に、教育の改革を考えると、必ず、行き過ぎが起きる。数学と社会のバランスが取れた教育を継続的に行っていくためには、それを恒常的に評価するシステムが必要である。一方で、授業を変えつつ、他方で、授業を評価していくことを忘れてはならないであろう。

謝　辞

本稿で述べた算数・数学と社会や文化とのかかわりについては、故・島田茂先生に大きく負っている。第１に、数学教育を考える視点には「理論指向」、「応用指向」があり、我が国は理論指向が強いので、数学と社会との関わりが少ないことをお教えいただいたこと。第２に、我が国の数学教育史について島田先生ご自身の経験に基づいてお教えいただいたこと。第３に、諸外国の数学教育学者の考えをお教えいただいたこと。また、永野重史・元国立教育研究所次長には、『新しい思考の概念：存在論から教育へ』をお教えいただき、「文化化に基づく教育が良い思考を促す」というご示唆をいただいた。あわせて、感謝の意を表します。

手軽な実験と予想外の現象の提供について

五十嵐　一　博
千葉市教育委員会

要　約

自然現象や社会事象には，たくさんの関数の事例が含まれている。しかし，いざ調べるとなると準備か大変であったり，結論が見えている教材が多く，生徒にとって魅力は半減している。ここでは比較的手軽に準備でき，予想外の現象が得られるものを例示した。それは，定量的に扱う指導が極端に少なくなった理科に危惧を感じながら，生徒が主体的に学習する動機の１つの方法として，また自然や社会との関わりを大切にする指導として記したものである。

キーワード：　他教科との関連，理科，関数，グラフ，課題学習

はじめに

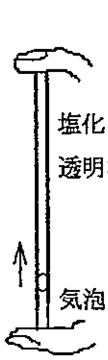
日常に起きる現象や事象について教材として扱おうとすると，どうしても準備が大変な実験が必要となってしまうことが多い。そのために教師，特に理科の教師に比べて数学の教師は面倒であるという気持ちが働き，敬遠しがちになり，結果として，授業が，数学化された世界での学習に流れてしまう傾向にある。一方生徒たちは，日頃からメディアを通じて魅力的な映像や，刺激的，神秘的な現象に接しているために，授業で扱われる先が見えてしまう教材に対してそれほど魅力を感じないことも確かである。

そこで，それほど準備を必要としなくて手軽に行え，しかも生徒にとって意外性のある現象や事象に触れることができるものを，授業の中で扱えるようにしていきたい。その例として，以下，今までの経験の中から拾ってみた。

１　水中の気泡の上がり方

水中で泡は上へとあがっていく。だんだん速くなっていくのか，それとも遅くなっていくのか，あるいは同じ速さで上へあがっていくのか生徒はあまり調べたことはない。水中であるので，簡単には測定することができない。そこで，どのような上がり方をするのか簡易な実験をしてみるとよい。

長さ約７０cm，内径約１cmの透明な塩化ビニルでできたパイプを用意する。その下端を指等でふさぎ，水を満たしていく。そしてあと１cmで満杯という時点で水を入れることをやめる。上端も指でふさぐことによって，高さが１cmの気泡ができたことになる。そのパイプを逆さまにすることで，その気泡は一番下にくることになり，すぐさま上へと上がり始める。



このとき，気泡の上がり方はどのようになるだろうか。

① 時間がたつにつれてだんだんと速くなってあがっていく。

② 時間に関係なくいつも一定の速さであがっていく。

③ 上に近づくにつれてあがるのがだんだんと遅くなっていく。

生徒は，「上にあがればあがるほど，水の重さの影響を受けなくなり，

上がる力が強くなる」「その逆でスピードが鈍る」等，いろいろな予想を立てる。そうしてから，実験を行うのである。

【実験】

○用意するもの　長さ約７０cm，内径約１cmの透明な塩化ビニルでできたパイプ
水，ストップウオッチ，油性ペン

○方法　３人で１組となり，実験を行う。

・一人は，塩化ビニルのパイプに水を入れ，１cmの気泡ができるようにパイプの上下を指で押さえ，逆さまにして，気泡があがるようにする。
・一人は，ストップウオッチを使い，気泡があがり始めてから，ややたって１秒ごとに読み上げる。
・残りの一人は，油性ペンでストップウオッチの係のかけ声にしたがって，パイプの中の気泡の位置に印をつけていく。

○記録の整理　１秒毎に付けた印までの距離を測定し，表とグラフにまとめる。

○結果と理由　実際には，一定の速さで上がっていく。
パイプを逆さまにした瞬間から気泡は上がり始める。気泡の速さの変化は，最初だんだん速くなり，すぐに一定の速さに近づき，その後一定の速さ（終端速度）になってしまう。この間，たった数秒間である。生徒たちが逆さまにして，ストップウオッチを押し，記録をとっていく間には，もう一定の速さになっているということになる。したがってあらかじめパイプに印を付けておき，そこを気泡が通過した時点から測定を始めるようにしておくと，比例の現象としてかなり正確なデータがとれるであろう。

○活用できる領域，単元　　１年　比例と反比例

○指導のポイント　実験を行う前に予想を出し合わせ，議論を重ねさせておくことが興味を喚起する意味で大切である。また，実験のための各係を事前に話し合いによって決めさせ，実験が手際よく行われるように準備しておく必要がある。このあたりは，最近とくに，どの授業でも十分に配慮しておかなければならない点である。

２　斜面での転がり落ち方

ボールが斜面をころがり始めると，だんだんと早くなっていくことは，感覚的に知っている。また，このことは，中学３年の教科書にｘの２乗に比例する関数の代表例として出ていることが多い。

しかし，このことを実験しようとするとかなり精密な実験装置が必要となる。まず第一に，斜面を急にすればするほどボールの速さが速くなり，時間に対する距離の測定が困難になってくる。理科などは落下運動を調べるときにドットタイマーを使って測定する事が多いが，それでもドットタイマーの間を紙テープが通過していくときに抵抗が発生し正確な値がなかなか得られないことが多い。教室で生徒たちに，実験をさせるとなおさらである。

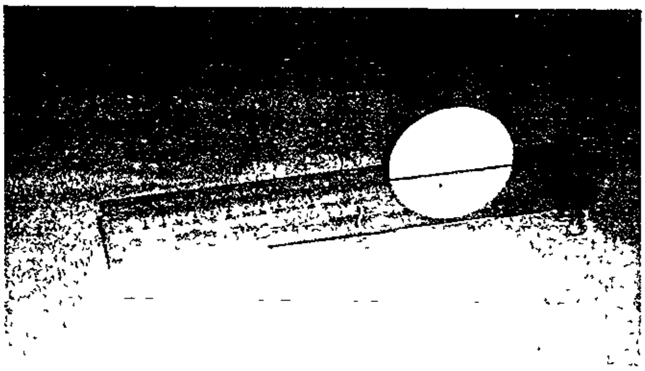
そこで，考えられるのが，斜面の水平に対する角度を小さくすることによって速度を落とそうということである。しかし，これもなかなかうまくいかない。スタートしてから数秒でかなり速い速さになってしまい，距離を測定することがやはり困難になってしまうのである。

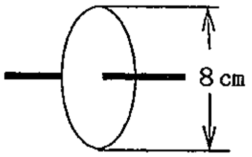
次に考えられるのが，物が転がり落ちるのをある抵抗を受けることによって，遅くすることができるのではないかということである。そこで，細い円柱状の物（具体的には針）を転がす。しかも抵抗をつけるために円形に切った画用紙の中心にそれを刺して転がすという実験装置を工夫した。

【実験】

○用意するもの　３０cmのものさし２本，クリップ２つ，ケント紙で作った半径４cmの円

太さが直径１mmの針，ストップウオッチ（ラップのとれるもの）





○方法　２人で１組となり，実験を行う。

・２本のものさしの片端にクリップをつけ，斜面をつくる。

・ケント紙で作った直径４cmの円の中心に太さが直径１mmの針を刺し，コマのような状態をつくる。

・そのコマをものさしで作った斜面にそっとおく。

・コマはすぐに転がり始める。

・１人が目盛りの区切りのよいところを通過したときに「はい」と声をかけ，それ以降１cm毎の目盛りを通過するたびに「はい」と声をかけていく。

・計時する係は，最初に「はい」と言われたときにストップウオッチを押し，それ以降，「はい」と言われる毎にラップをとっていく。

・転がり落ちる方向が曲がってものさしに触れてしまった場合はやり直す。

・何回か計測して平均を求め，それを記録とする。

○記録の整理　１cm毎に計測した時間を，表とグラフにまとめる。

○結果と理由　だんだん速く転がり落ちていくであろうというのがおおかたの予想であるが，実際には一定の速さで転がっていく。

斜面の長さが２９cmで，高低差が１６mmの坂道を転がした場合には，ｘcm進むのにｙ秒かかったとしたとき，下の表のようになり，関係式は，ｙ＝５ｘが得られる。

ｘcm	0	1	2	3	4	5	6
ｙ秒	0	5.1	10.2	15.1	20.3	25.2	30.2

これも，終端速度というものが関係しており，針が転がり落ちるのを，コマにあたる円盤がブレーキをかける役目を果たしている。そのために，速度が一定になってしまうのである。しかも，終端速度に至る時間はきわめて短時間であるので，測定する際に影響はほとんどない。また，斜面の角度を急にしていくと，ある角度以上ではコマは転がり落ちずに，滑り落ちていくことになり，この場合はだんだん速く落ちていく。

○活用できる領域，単元等　１年　比例と反比例，３年　関数の課題学習

○指導のポイント　本来ならば，３年の関数で２乗に比例する関数の１つとして取り上げたいところであるが，結果として，比例する関数となってしまうので，扱い方に工夫が必要であろう。むしろ，３年生の関数の学習が終了した後で，課題学習として生徒が調査していくとよいであろう。この実験では，コマとなる円の半径を変えたり，斜面の角度を変えたり，針の太さを変えたりといろいろと発展性のある題材である。

３　野球のクッションボールの行方

ボールを斜めから壁にぶつけると，跳ね返ってくる。そのとき入射角と反射角が等しいのではないかということを感覚的に身に付けている。特に中学１年で光の反射について学習しており，入射角と反射角が等しいことを学んでいるのでなおさらである。しかし，高校野球等で，フェンス際に飛んだファウルボールを外野手が追いかけ，クッションボールの判断を誤って後逸するという光景をよく目にする。つまり，実際にボールを壁等にぶつけると予想に反した動きをするのである。それをボールが回転しているからとか，壁に凹凸があったから，ボールが変形するから等という理由でそれ以上深く追求することなく見逃してしまうことが多い。そこで，実際にはどのような動きをするのか調べてみる必要がある。

【実験】

○用意するもの　表面が平らな机，２cm角×７０cmの木材（ラワン材），分度器，割り箸
できるだけ硬い直径１cm前後のボール（ボールベアリング，プラスチック玉等）

○方法　３人で１組となり，実験を行う。

・表面が平らな机の上に，２cm角の木材をおき，壁の代わりとする。その際に，しっかりと押さえる係を決めておくとよい。
・木材の中央に跳ね返る場所として目印を付けておき，そこを中心として机の面に鉛筆で角度が10°ずつの線（入射角の線）を引く。
・一人は，目印から１０cm離れた地点にボールをおき，目印をめがけて割り箸で突く
・もう一人は，目印に当たったボールの時のみ，跳ね返った方向が分かるように机に印を付ける。そして，反射角を測定する。

○記録の整理　入射角が１０°毎に反射角を測定し，表とグラフにまとめる。

○結果と理由　実際には，入射角＜反射角の状態になっている。

［ラワンの角材の場合］

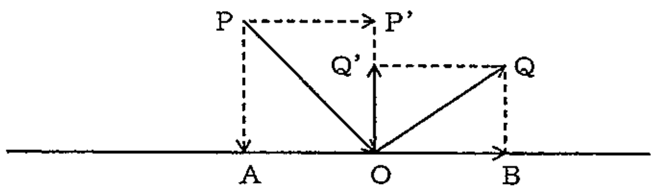
入射角(°)	１０	３０	５０
反射角(°)	２２	３８	６３

［ラワンの角材にフェルトを貼った場合］

入射角(°)	１０	３０	５０
反射角(°)	１５	３３	５５

〔表の数値は中学３年の生徒が，理科の自由研究で測定したものを転載した〕

はね返り係数（壁に当たる前と当たった後とのボールの持っている力との比）が１でない限り入射角と反射角が異なる。それは，ベクトルで考えるとよいだろう。



ＰＯの力はＰＡとＰＰ’に分けられる。また，ＯＱの力はＯＢとＯＱ’に分けられる。ここで，壁に対して水平方向の力は変わらないから，ＰＰ’＝ＯＢ。

また，はね返り係数によって，ＰＡの力がＯＱ’となって現れる。

したがって，　∠ＰＯＰ’＜∠ＱＯＱ’　となる。

○活用できる領域，単元　３年　課題学習

○指導のポイント　生徒にとっては，ベクトルのことも，はね返り係数のこともまだ学習していない。したがってデータをこつこつと集め，そこから考える必要がでてくる。関数としてみるならば，入射角と反射角の関係は中学校で学習する関数式にはならない。このように総合的な学習として取り組ませるには少々難しい面があるが，上のデータにもあるように，入射角＝反射角となるように条件をかえて実験することによって様々な事柄を得ることができるであろう。

４　マラソン選手の走るようす

ふつう，長い距離を走っているとだんだんとスピードが落ちてくることは経験上分かっている。生徒は自分の経験からそのように感じている。しかし，マラソンランナーのスピードはほとんど一定である。テレビ中継等を見ていて分かっているつもりであろうが，走った距離と時間とが比例しているということは実感としてはつかんでいないようである。ましてや，５㎞ごとにかかった時間はそれぞれ異なるし，競技であるから，選手同士のかけひきもあるし，揺さぶりをかけることもある。それでも，データをグラフにしてみることによって，全体としては一定の速さで走っていることが分かる。

最近では，インターネット等で国際大会等でのマラソンの記録を取り出すことができる。新学習指導要領では，情報通信ネットワークの積極的活用を薦めているが，数学の授業としては，このような記録を取りだしていくことも考えてよいであろう。

【作業】

○用意するもの　インターネットに接続できる環境

○方法　１人でできる。

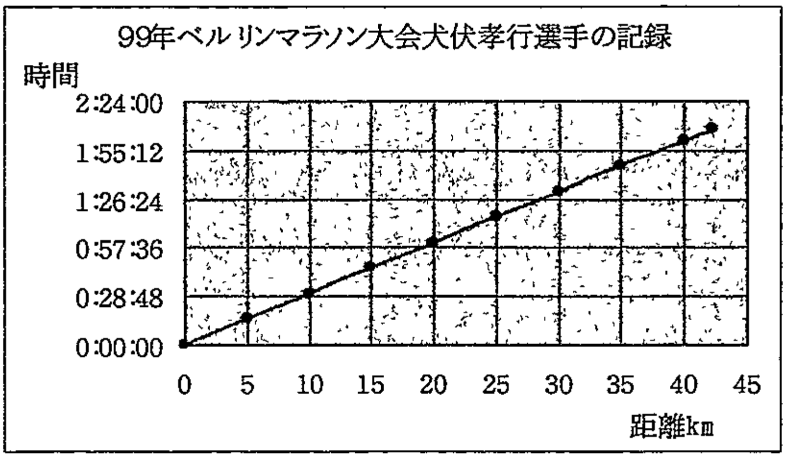
・インターネットでマラソンをキーワードにして，いろいろな大会の記録を検索する。

・５㎞毎のラップが載っているものを取り込む。

○記録の整理　５㎞毎の記録をもとに，表とグラフにまとめる。

○結果　走っている時間と距離の関係を表すと一直線のグラフにはならないであろうというのがおおかたの予想であるが，実際には次ページに示すように，ほとんど一定の速さで走っているといってよいことが分かる。

次ページの記録は，1999年９月ベルリンで行われたベルリンマラソンで２位に入り，日本最高記録を樹立した犬伏孝行選手の５㎞毎の通過タイムである。



日本最高スプリット
犬伏孝行選手
９９年ベルリンマラソンの記録

5 km	:	0:15:09	
10 km	:	0:30:21	0:15:12
15 km	:	0:45:27	0:15:06
20 km	:	1:00:36	0:15:09
25 km	:	1:15:19	0:14:43
30 km	:	1:30:18	0:14:59
35 km	:	1:45:21	0:15:03
40 km	:	2:00:18	0:14:57
Finish	:	2:06:57	0:06:39

講談社「月刊陸上競技」
1999. 11
より

○利用できる領域　１年　比例と反比例

○指導のポイント　ビデオ等で国際マラソン大会の場面を見せながら，走る距離やかかる時間について質問することによって，興味関心を高めておく。そして，５km毎にかかる時間はどのようになっていくのかを問い，自分のイメージした選手の走っている状態をグラフ上にかかせるとよい。そうした後，上のような記録を与え，グラフをかかせることによって実際の選手の走っている様子をつかむことができるであろう。また，学校の付近地図を元にして目印となる建物，名所を含めた42.195kmのコースを作成し，横軸の下あたりに記入することによってより現実的に捉えることが可能となってくる。

おわりに

今回の学習指導要領の改訂で，数学の指導内容が大幅に削減された。生徒に「ゆとり」を与え，その中で，じっくりと考える時間を確保することによって，自ら課題を見つけ，自ら学び，自ら問題を解決していく能力の育成につながり，「生きる力」につながることをねらったのである。

理科にしても，同様のねらいによって削減が行われている。しかし，門外漢ながら今回の改訂の理科については少しおかしいと思うことがある。中学校の指導内容が定性的な内容がほとんどで，定量的な内容が削除されているのである。定性的に扱う主な指導内容は，電流と電圧くらいではないか。比例の代表的な内容である「力とばねの伸び」についても定量的に扱われないばかりか，高等学校へ移行統合されているのである。「物体に力が働く運動」のうち，落下運動については自由落下は扱わず，斜面に沿った運動のみを扱い，しかも定性的に扱うのであって定量的に扱うことはない。これでは，日常に起きる現象や事象について数学で扱おうとしても，いろいろな面で不自由な面に行き当たってしまう。

自然とのつながり，社会とのつながりの中で学習が少しでも進められるように，準備が比較的簡単な教材，意外性等，より興味をそそる教材を扱う中で，生徒に取り扱い方，処理の仕方，そして数学的な見方考え方を育てたい。そうすることによって，生徒が主体となって，自然や社会とのつながりに目を向け，意味ある学習に結びついていくと考える。

参考文献

講談社「月刊陸上競技」1999年11月号

文部省「中学校学習指導要領解説　理科編」1999年９月

第4、5学年　数学自由研究より（2）
－第4、5学年の比較、フライドポテト比べ・リモコン電波研究－

島田　功

成城学園初等学校

要　約

4年生の子どもに夏休みの数学の自由研究を課題に出した。その結果は、『算数・数学科における総合的な学習の試み（2）』[1]に報告した。その子どもたちが5年生になって、再び夏休みの数学の自由研究を出した。ここでは、4年生と5年生の自由研究の違いと数量関係に関するものをまとめた。

キーワード：夏休みの数学自由研究、4年と5年の自由研究の違い、フライドポテト比べ、リモコン電波研究）

1．はじめに

１９９８年と１９９９年の夏休みに、数学における自由研究を課題として出してみた。枚数は問わず、自分なりに調べてみたい課題を見つけて、それを研究するよう話しをした。

また、何故こういう『数学自由研究』を課題に出したかというと、数学が生活と結び付いているという実感を持ってほしかったからだ。教室だけの教科書学習では、なかなか生活の中で数学が使われていることを知ったり、また学習した数学の内容が生活に活用されるという意識を育てることが難しいと感じているためである。

子どもたちには、いくつかの助言をした。「身の回りに見られる形を調べてもよいよ。」「身の回りに使われている数を調べてもいいよ。」「新聞や広告を見てどんな数が使われているかを調べてもいいよ。」等。また、枚数は問わないことを話した。

ただし5年生の時には、4年生で経験があるために4年生のようには詳しい説明はしなかった。

2．実際に子供達が調べた自由研究の4年の時と5年の時の違い

子供達の数学自由研究を課題毎に分類してみると、次のようにまとめることができる。

（1）第4学年

① 身の回りに使われている形調べ

建物の形、マンホールの形、東京タワーに使われている形、風通しにの穴の形、その他

② 花の研究

花の形、花びらの枚数

③ 長さ調べ

身の回りの建物の高さ、自分の家から別荘までの道程、羽田空港から日本の各空港までの長さ、人間の血管の長さ

④ 面積調べ

敷地の面積、駐車場の面積、畑の面積、自分の住んでいる区の面積、スポーツの試合に使われるコートの面積

⑤ 歩数調べ

毎日の歩数、階段の数

⑥ 気温や湿度調べ

夏休みの気温、湿度

⑦ ファーストフード店のポテトフライ調べ

いろいろな店のポテトフライの本数、長さ、重さの違い

⑧ 広告に使われている数字調べ

⑨ コンピュータの研究

⑩ 確率の研究

⑪ 家の周りの道路での交通調査

（2）第5学年

① 身の回りに使われている形調べ

サッカーボールの形調べ、その他

② 花の研究

花の形

③ 長さ調べ

三角定規で高さを調べる、ゴルフ場のコースの長さ調べ、家から新潟までの道程調べ

両生類、爬虫類の体の長さ調べ、１２歳の平均身長調べ、日本の河川調べ

④ 面積、体積調べ

自分の部屋の設計図、体積容積の研究

⑤ 歩数調べ

家から駅までの歩数調べ

⑥ 気温や湿度調べ

８月の気温と湿度調べ

⑦ ポテトチップスの研究（重さ）

⑧ 広告に使われている数字調べ

⑨ コンピュータの研究

コンピュータの歴史

⑩ 好きな色の調査研究

⑪ 馬のうんち調べ

⑫ 人口、人口密度調べ

東京都、日本

⑬ 打率調べ

ヤクルトの選手の打率

⑭ 時、時差の研究

⑮ 数学の記号や単位研究

記号の歴史、外国で使われている単位調べ

⑯ 数や計算の研究

数の不思議、分数の約分通分便利表、いろいろな計算

⑰ 電車で行くときの時間と金額調べ（どのコースが一番早いか安いか）

⑱ 歯の本数調べ

⑲ 数学新聞

⑳ リモコン電波の研究

（3）４年と５年の違い

① ５年生の自由研究の方が種類が多くなっている。これは、学習した内容が多くなったために、研

究する範囲が広がったことが原因と考えられる。

② 「数や計算の研究」や「時、時差の研究」のように、数学の内容に関するものが５年生になると出てきている。

③ 「数学の記号や単位研究」のように、数学史に関するものが５年生になると出てきている。

④ 数学新聞のような新しい発想のものが５年生で出てきている。

⑤ ４年生のときには、身の回りに使われている形を調べる内容がいくつかあったが、５年生では減ってきている。

⑥ 「リモコン電波の研究」のように、自分でいろいろ条件をつけて実験するものが出てきている。

３．『フライドポテト比べ』『リモコン電波研究』の中から

（１）フライドポテト比べ（４年生）

① 研究内容

ファーストフード７店（ウエンディーズ・ファーストキッチン・ロッテリア・バーガーキング・モスバーガー・ケンタッキーフライドチキン・マクドナルド）のフライドポテト（Mサイズ）について本数、長さ（一番長い物・一番短い物）、一本の平均の長さ、全体の重さ（入れ物も含む）、一本の平均の重さ、値段（消費税を含む）、一本の平均の値段、１ｇの値段を調べた。

ただし、モスバーガーとケンタッキーはＳ、Ｌの２種類のためにＬサイズを調べた。

（ア）ウエンディーズ

本数→３４本

長さ（一番長い物・一番短い物）→１２．０ｃｍ～３．５ｃｍ

一本の平均の長さ→７．０ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→８５．０ｇ

一本の平均の重さ→２．７ｇ

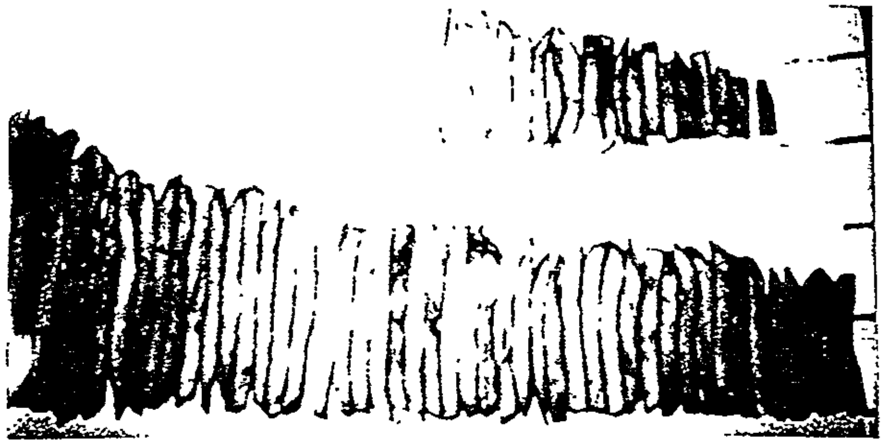
値段（消費税を含む）→１８９円

一本の平均の値段→５．５円

１ｇの値段→２．２４円

（イ）ファーストキッチン

First-Kitchen



本数→６７本

長さ（一番長い物・一番短い物）→１３．２ｃｍ～２．４ｃｍ

一本の平均の長さ→６．７ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→１４５．０ｇ

一本の平均の重さ→２．１ｇ

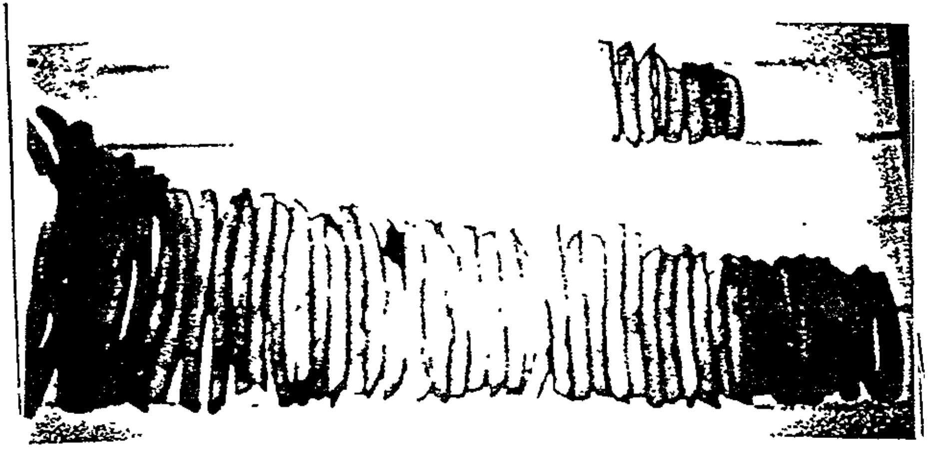
値段（消費税を含む）→２５２円

一本の平均の値段→３．７円

１ｇの値段→１．７３円

（ウ）ロッテリア

LOTTERIA



本数→５３本

長さ（一番長い物・一番短い物）→１３．７ｃｍ～３．２ｃｍ

一本の平均の長さ→６．７ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→１１０．０ｇ

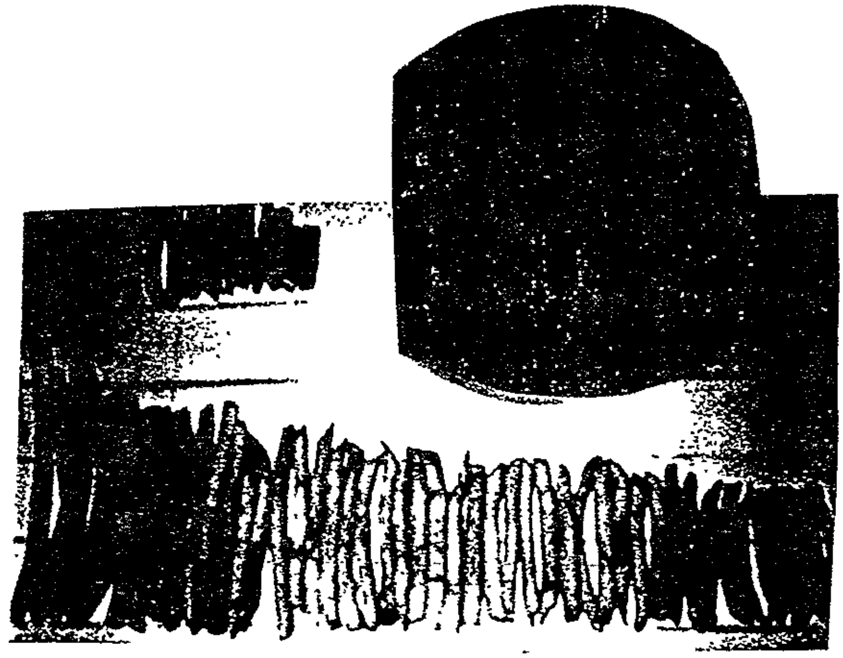
一本の平均の重さ→２．０ｇ

値段（消費税を含む）→２２０円

一本の平均の値段→４．１円

１ｇの値段→２円

（エ）バーガーキング



本数→５６本

長さ（一番長い物・一番短い物）→１２．５ｃｍ～２．５ｃｍ

一本の平均の長さ→７．０ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→９５．０ｇ

一本の平均の重さ→１．６ｇ

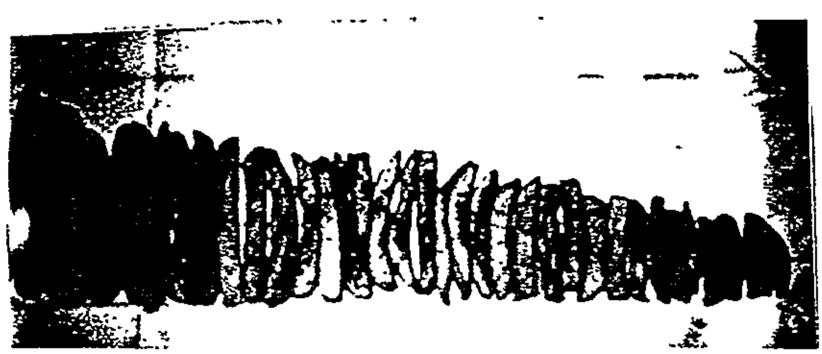
値段（消費税を含む）→２５２円

一本の平均の値段→４．５円

１ｇの値段→２．６５円

（オ）モスバーガー

MOS BURGER,



本数→３６本

長さ（一番長い物・一番短い物）→９．８ｃｍ～３．５ｃｍ

一本の平均の長さ→６．３ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→１４０．０ｇ

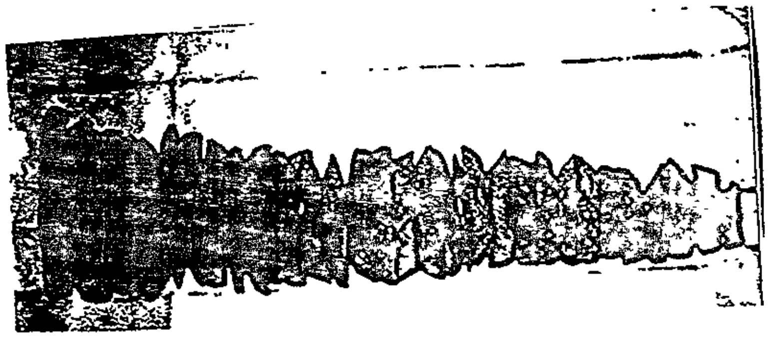
一本の平均の重さ→３．８ｇ

値段（消費税を含む）→２５２円

一本の平均の値段→７円

１ｇの値段→１．８円

（カ）ケンタッキーフライドチキン

本数→３３本

長さ（一番長い物・一番短い物）→９．５ｃｍ～３．２ｃｍ

一本の平均の長さ→６．４ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→１３５．０ｇ

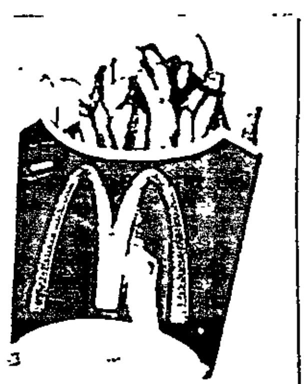
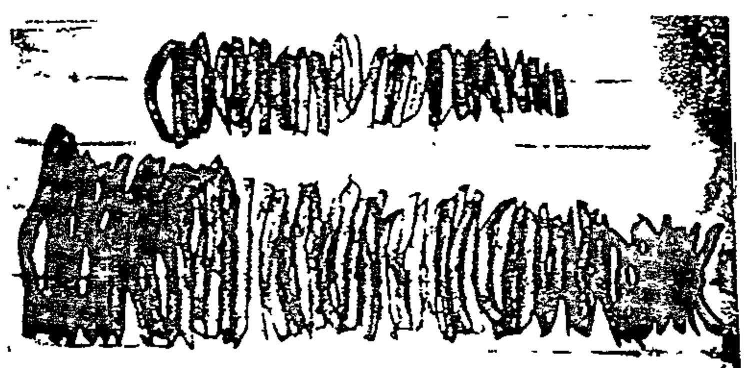
一本の平均の重さ→４．０ｇ

値段（消費税を含む）→２５２円

一本の平均の値段→７．６円

１ｇの値段→１．８６円

（キ）マクドナルド

本数→７７本

長さ（一番長い物・一番短い物）→１１．０ｃｍ～２．６ｃｍ

一本の平均の長さ→６．６ｃｍ

全体の重さ（入れ物も含む）→１２５．０ｇ

一本の平均の重さ→１．６ｇ

値段（消費税を含む）→２５２円

一本の平均の値段→３．２円

１ｇの値段→２．０１円

②わかったこと

（ア）一番長い物と一番短い物の差

ウエンディーズ→８．５ｃｍ

ファーストキッチン→１０．８ｃｍ

ロッテリア→１０．５ｃｍ

バーガーキング→１０．０ｃｍ

モスバーガー→６．３ｃｍ

ケンタッキーフライドチキン→６．３ｃｍ

マクドナルド→８．４ｃｍ

この結果、モスバーガーとケンタッキーフライドチキンは、粒がそろっているが、ファーストキッチン、ロッテリア、バーガーキングは、差が大きい。

（イ）一本の平均の重さを見てみると、ケンタッキーフライドチキン（４ｇ）とバーガーキング（１．６ｇ）マクドナルド（１．６ｇ）では、２．４ｇも違う。

（ウ）一本の平均の値段では、ケンタッキーフライドチキンが７．６円で一番高い。一番安いのはマクドナルドの３．２円だ。

（エ）１ｇの値段を見ると１．７３円のファーストキッチンがお買い得。

③わが家のお気に入りベスト３

父、母、ぼく、弟の４人にお気に入りベスト３を上げたもらった結果は、次のようになった。

アンケート結果

	1位	2位
ぼく	ウエンディーズ	ケンタッキー
弟	モスバーガー	ケンタッキー
父	ウエンディーズ	モスバーガー
母	ウエンディーズ	モスバーガー

その結果、わが家では次のようになった。

1位	ウエンディーズ
2位	モスバーガー
3位	ケンタッキー

家族の意見

ぼくの意見：こうばしいからウエンディーズが好き。

弟の意見　：いつもできたてでおいしいからモスバーガーが好き。

父の意見　：ボリュームがあっておいしいからウエンディーズが好き。

母の意見　：自然のじゃがいもの味に近くておいしいからウエンディーズが好き。

（２）リモコン電波の研究（５年生）

①　目的

リモコンの電波というのは、どのくらいまで届き、どんな性質があるのか、興味があったので調べることにしました。

② 準備した物

テレビ（シャープ２５Ｃ－ＳＶ１）、リモコン、メジャー、ひも、分度器、お金（１円、５円、１０円、５０円、１００円、５００円）、プラスチック、サランラップ、アルミホイル、新聞紙、ノート、画用紙、フライパン、ハンカチ、紙袋、ざぶとん、鏡

③ 研究内容

（ア）実験１

ねらい： リモコンは、どの位の距離まで働くことができるかを調べた。

実験の方法： リモコンとテレビの受信部の高さを同じにして調べた。

実験の結果：６．１２ｍまで直線でじゃまする物がないとリモコンの電波が届くことが分かった。

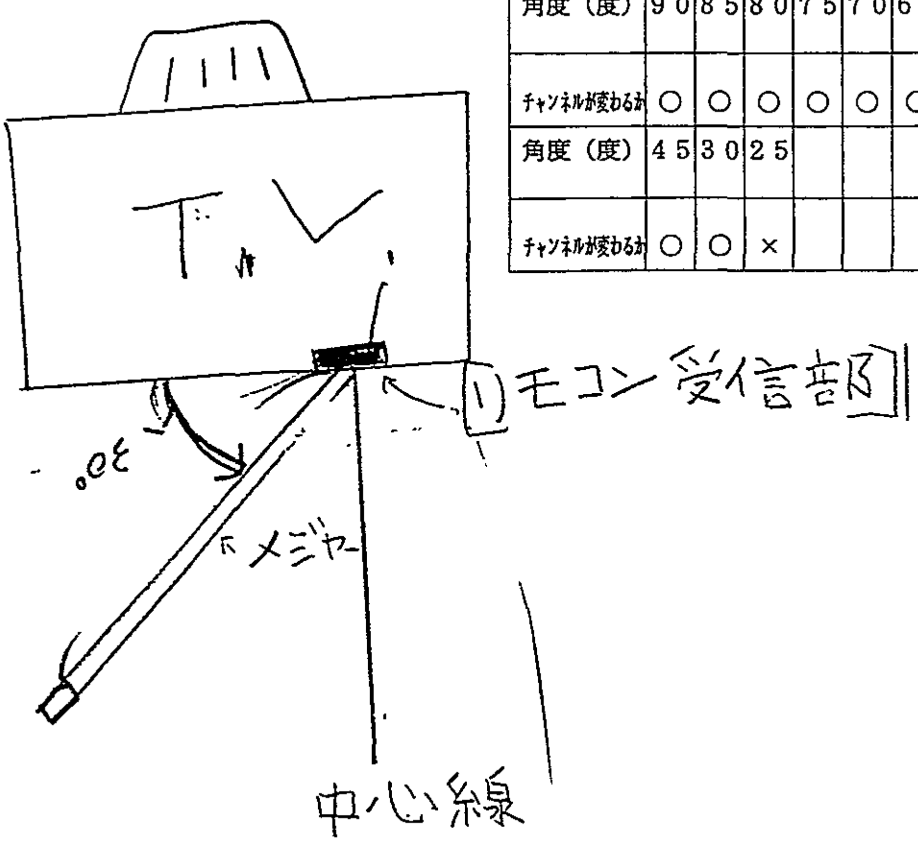
テレビからの長さ（m）	0．5	1．5	2．5	3．5	4．5	5．5	6．1	6．１２
電波が届くか	○	○	○	○	○	○	○	×

（イ）実験２

ねらい：リモコンは、どの位の広さまで働くことができるかを調べた。

実験の方法：テレビの受信部の真下にテレビの画面から直角に印をつけ、メジャーを１．５ｍにして、中心線から扇形に動かしていく。チャンネルが変わるか調べた。

上から見た図



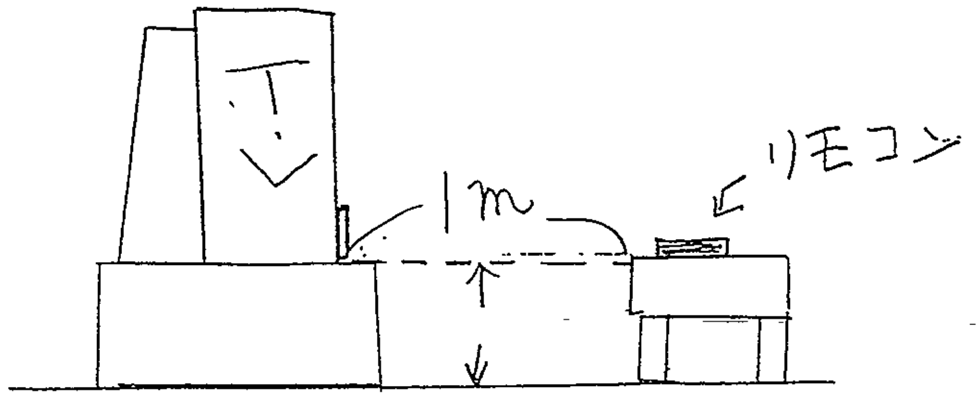
角度（度）	９０	８５	８０	７５	７０	６５	６０	５５	５０
チャンネルが変わるか	○	○	○	○	○	○	○	○	○
角度（度）	４５	３０	２５						
チャンネルが変わるか	○	○	×						

実験の結果：角度が２５度以下になるとリモコンは、動かなくなる。

（ウ）実験３

ねらい：リモコンの受信部の前に、いろいろなものを置いて、電波が物を通過して動くか調べる。

実験の方法：リモコンは、テレビから１ｍ離して、高さを同じにする。



実験の結果：リモコン電波は金属を通さないことが分かった。

実験材料	結果	実験材料	結果	実験材料	結果
５００円玉	×	プラスチック	○	フライパン	×
１００円玉	×	サランラップ	○	ハンガチ	○
５０円玉	×	アルミホイル	×	紙袋	○
１０円玉	×	新聞紙	○	座布団	×
５円玉	×	ノート	○	鏡	×
１円玉	×	画用紙	○	黒のビニール	×

（エ）実験４

ねらい：紙を何枚重ねると、電波が通過するかしないかを調べた。

実験の方法：リモコンの前に紙を置き、電波が通過するかを調べた。

実験に結果：紙が厚いと電波を通さない。

種類	新聞紙	ノート	画用紙
何枚まで通したか	１枚	５枚	３枚

（オ）実験５

ねらい：色の違いで電波は通るかを調べた。

実験の方法：リモコンの前に色が用紙を置き、電波が通過するかを調べた。

実験の結果：白や明るい物は電波を通しやすく、黒は電波を通しにくいことが分かった。

色の種類	白	水色	ピンク	赤	青	黒
何枚まで通すか	２枚	２枚	２枚	１枚	１枚	０枚

（カ）まとめ

・リモコンは、かなりの距離からも電波が届くことが分かった。

・テレビの画面の真横近く（３０度）までリモコンが働くことが分かった。

・りもこん電波は、金属を通さない。（お金、フライパン、包丁）

・紙が厚いと電波は通さないし、明るい色は通すが、黒地の物は通さないことが分かった。

・鏡が電波を通さない（はね返す）事は予想できたが、おもしろかった。

参考文献

（１）長崎栄三「算数・数学科における総合的な学習の試み（２）」科研費研究報告書（長崎栄三（代表））１９９９．３ｐｐ．１８－２３

中高生徒の発達における関数の理解に関する調査研究

── 現実的な事象と関数とのつながりに着目して ──

久保　良宏
共立女子中学校

要　約

筆者は、生徒が数学の場面において関数を理解することは、中高の学校段階や学年とともに深まるが、現実的な事象と関数とを関連づけて考察することは、学校段階や学年間で大きな差はないのではないかと考えた。そこでこの仮説を検証するために、ア．数学の場面から関数を読み取る、イ．現実的な事象から関数を発見する、ウ．関数から現実的な事象を解釈するという３つの視点と、ａ．グラフ、ｂ．式、ｃ．表の３つの関数の表現とに着目して調査問題を開発し、これを、東京都の２つの私立中高等学校の中学１年から高校３年までの1456名の生徒に対して調査を行った。

その結果、ア（数学の場面から関数を読み取る）の場面や、イ（現実的な事象から関数を発見する）におけるグラフの発見の場面では、学校段階や学年によって関係が見られたものの、式や表では顕著な関係はなく、そして、ウ（関数から現実的な事象を解釈する）においては、現実的な事象の解釈が、学校段階や学年進行に従って大きく変容していくことは認められなかった。

これは、日常の授業において現実的な事象と関数を関連づける指導がなされていないことに原因があると思われる。

キーワード：関数、現実的な事象、学校段階、発達、調査研究

１．研究の背景

関数の指導の難しさについては、これまでに多くの指摘がなされており、これを改善するための研究が数多く発表されている。

しかし、これらの研究の多くは指導法にかかわるもので、関数を生徒がどのように理解し、これを捉えているかの実態を明らかにしたものはあまり多くはない。そしてそれらは、すでに数学の舞台にあがっている関数の事象を対象にしたもの（国宗, 1987；磯田, 1990）や、現実場面のグラフ化に焦点をあてたもの（宮川, 1998）である。[1] しかしながら，筆者が所属する研究会では，生徒はグラフから現実的な事象を読み取ることが難しいとの指摘がなされている。[2]

そこで、現実的な事象から関数を発見したり、逆に、グラフ、式、表という関数の表現から現実的な事象を解釈するという“関数”と“社会や自然”といった現実的な事象との関係に着目する必要があると考えた。

２．研究の目的

生徒が現実的な事象から関数を発見したり関数から現実的な事象を解釈することは、数学の場面において関数を発見したり解釈することよりも難しいのではないかと思われる。しかもそれは、前者につい

ての指導がなされていないからではないかと考えられる。

そこで、「数学の場面において関数を発見することは学年とともに理解が深まるが、現実的な事象と関数とを関連づけて考察することは、学年間で大きな差はない」という仮説を立てた。

本調査研究の目的は、上記の仮説を検証し、中学校及び高等学校の関数指導の問題点を明らかにすることにある。

3．調査の方法

（1） 調査用紙

生徒が関数と現実的な事象をどのように捉え理解しているかを明らかにするために、次の2つの視点から調査問題を開発する。

1) 第1の視点：数学と現実的な事象

ア．数学の場面から関数を読み取る

イ．現実的な事象から関数を発見する

ウ．関数から現実的な事象を解釈する

アはすでに数学の舞台にあがっている場面であるが、イ、ウとの比較のためにこれを設けた。

2) 第2の視点：関数の表現

a．グラフ　　b．式　　c．表

そして、この第1の視点、第2の視点を組み合わせて、右のような［ア-a］～［ウ-c］の9つのカテゴリーを考える。

	ア	イ	ウ
a	問　3	問　4	問8, 10
b	問　1	問　6	問　5
c	問　7	問　2	問　9

調査用紙は、この9つのカテゴリーのいずれかにあてはまる10題(ウ-aは2題）の調査問題と、生徒が数学についてどのような意識を持っているかを問う6つの質問からなっている。これらは全て中高校のどの学年にも共通であり、そのため調査問題の中には未習の関数関係やグラフや式などが含まれている。

なお、他の大規模調査と比較するために、調査問題の中には国立教育研究所「基礎学力調査」(1992)の問題2問が含まれている。[3)]

回答方法は、調査問題は5肢選択、質問は4肢選択である。また調査時間は約30分である。

（2） 調査対象

調査対象は、東京都の2つの私立中学高等学校（A校　B校）の生徒であり、A校は、カリキュラム、及び、教師の人事面において完全な中高一貫教育がゆるやかに実施されている学校、B校は、完全な中高一貫教育校である。各学校の中学1年から高校3年までの生徒を調査対象としたが、高校2、3年については、理系（i）と非理系（ii）に分けて調査を行う。ただし、B校においては、学校の事情により、高3、及び、高2理系の調査は実施していない。

（3） 分析の方法

各調査問題について、学年別（中1～高3 ii）の反応率を算出する。さらに中1から高3 iiまでの隣り合う学年及び高2の i 、ii、高3の i 、iiの正答率の差について5％有意水準でカイ2乗検定を行う。

なお、質問の結果についての分析は本章の2節で行う（一部，A校のみ）。

4．研究の結果

（1） 調査時期と調査対象生徒数

調査の時期は、A校が平成10年9月初旬、B校が平成10年12月下旬である。

調査対象生徒数とその数は、表-1の通りであり、A校 692名、B校764 名の合計1456名を対象とした。

表-1　調査対象生徒とその数

中学1年	A校 B校	95名 166名	中学2年		A校 B校	92名 168名	中学3年		A校 B校	138名 160名
高校1年	A校 B校	94名 195名	高校2年	理系	A校 B校	168名 ――	高校3年	理系	A校 B校	21名 ――
				非理系	A校 B校	62名 75名		非理系	A校 B校	22名 ――

（2）　調査問題

調査問題は、表-2の通りである。

（3）　調査問題の結果と考察

調査問題の学校段階学年別の正答率は、表-3の通りである。＜、＞、∧、∨は、5％有意水準でカイ2乗検定を行い、有意差が認められた場合に記してある。また、それらの中で、平均正答率が85％未満の問題について反応率をまとめると、表-4の通りである。

① 数学の場面から関数を読み取る問題

問題1（ﾌﾞﾗｯｸﾎﾞｯｸｽ）、問題3（曲線のグラフ）は、学年間で正答率に有意差があるが、問題7（ﾏｯﾁ棒の数）はB校高2 ⅱを除き、どの学年も80％以上の正答率であり、また有意差は認められない。

問題1、3の結果から、数学の場面では、学年とともに理解が深まるとの見方ができよう。特に問題3（曲線のグラフ）はこれが顕著である。

問題3の生徒の反応率をみると、関数について全く未学習の中1の反応は多様であり、中2は選択肢『2』を正答とした生徒が30％前後と高い。また中3から高2では『2』が減少し『4』が増加する傾向がある。これはグラフや変域といった関数の学習の有無に関係していると思われる。一方、『5』を選んだ生徒は中1を除いてどの学年もほとんどいないことから、視覚的に判断できるグラフの増減については理解できていると考えられる。

② 現実的な事象から関数を発見する問題

問題4（電車の動き）は、A校では学年間で有意差があり、また、問題6（旗を折る）は、A校B校とも顕著ではないが有意差が認められた。一方、問題4のB校は正答率が10％前後と低く、逆に問題2（タクシーの料金）はB校の一部を除き正答率が70％以上であり、有意差は認められない。また問題6のA校では中学1，2年では有意差が認められたものの，A校においては学年とともに理解が深まるとはいえないと考えられる。ただし、B校においては中1から中3において有意差があるが，中3から高1では有意差が認められないことは興味深いところである。一方，問題4（電車の動き）は、B校ではどの学年も正答率10％前後と低いので分析しにくいものの、A校では有意差が顕著に現れている。

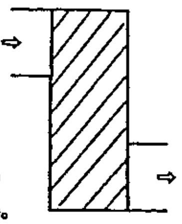
A校における問題4の生徒の反応率をみると『1』（正答）は高2でやや低くなるものの，学年が進むにつれてその率は増加し、逆に『5』は高2、3の理系（ⅰ）では、高2でやや高くなるものの学年とともに減少していく。そしてその分岐点が中3になっている。電車の動きを直線と考えた『4』『5』の合計では、高2、3の理系に着目すると学年が進むにつれて減少していく。曲線と考えた『1』『2』

表-2 関数の理解に関する調査問題

〔問題1〕（アーb）

右のような，数の大きさを変えるはたらきをする箱があります。

上の⇨から－2を入れると，下の⇨から－3が，
上の⇨から－1を入れると，下の⇨から－1が，
上の⇨から0を入れると，下の⇨から1が，
上の⇨から1を入れると，下の⇨から3が，
出てきました。



この箱のはたらきとして，もっともあてはまるものを次の 1～5 の中から1つ選んで，記号で答えなさい。

（1.『ある数』－1　2.『ある数』×2－1　3.『ある数』＋1
4.『ある数』×2＋1　5.『ある数』×3＋1）

〔問題2〕（イーc）

ある都市のタクシー料金は，はじめの2kmまでは 650円で，その後0.5km走るごとに一定の金額で増えていくそうです。

タクシーに乗って走った距離をχkm，その時の料金をy円としたとき，χとyの関係を表で示すと右のようになります。

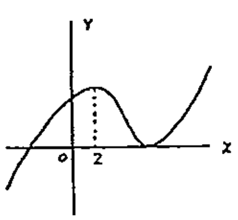
χ	1.5	2	2.5	...	4
y	650	650	750	...	?

？にあてはまる値を下の 1～5 の中から1つ選んで記号で答えなさい。

〔1. 850　2. 900　3. 950　4. 1000　5. 1050〕

〔問題3〕（アーa）

右のようなグラフがあります。このグラフからいえることを，次の 1～5 の中から1つ選んで記号で答えなさい。

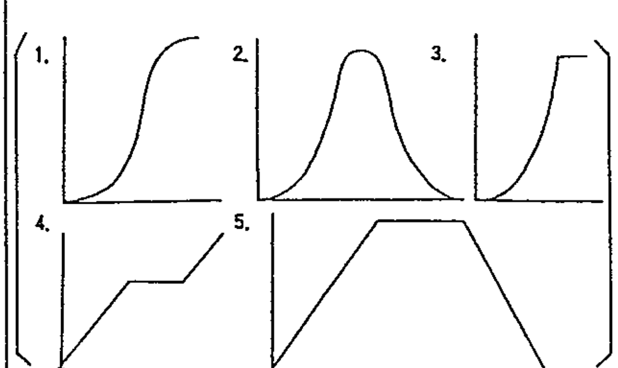


（1. yの値が0になるところが2カ所以上ある
2. χが負のとき，yの値が0になることはない
3. χ＝0のとき，yの値は負の値をとる
4. χの値が2のとき，yはもっとも大きな値をとる
5. χが正のとき，yの値はいつも増えている）

〔問題4〕（イーa）

電車がA駅を出発しました。その電車はだんだんスピードをあげ，その後一定のスピードで進み，次のB駅に止まるために少しずつスピードをおとしていきました。

横軸に時間を，縦軸にA駅からの走った距離をとって，電車の走った様子をグラフに表すと，その様子にもっとも近いグラフは次の 1～5 のどれですか。1つ選んで記号で答えなさい。



〔問題5〕（ウーb）

風のふいていないある日，高さ 300mのビルの屋上からボールを落とす実験をしました。ボールを落としはじめてからt秒間にym落ちるとすると，tとyの間には，およそ$y=5\times t^2$という関係があることがわかりました。

この式からわかることを下の 1～5 の中から1つ選び記号で答えなさい。

（1. 落ちる速さは変わらない
2. 1秒ごとの落ちる距離は同じである
3. 1秒ごとの落ちる距離は，時間がたつほど長くなる
4. 落ちる距離は，かかる時間の5倍である
5. 地面にぶつかるときの速さは，落としはじめた速さの5倍である）

〔問題6〕（イーb）

厚さが1mmで1辺の長さが5mの大きな正方形の布で，運動会用のクラスの旗を作りました。この旗をきちんとすみがそろうように折って箱にしまうのに，あや子さんは，20回位折ればしまえるだろうと考え，折ったときの布の厚さを計算することにしました。

あや子さんは，折る回数をχ回，折ったときの布の厚さをymmとして，χとyとの関係を式で表してみました。

χとyの関係を正しく表している式を下の 1～5 の中から1つ選んで記号で答えなさい。

（1. $y=1\times2\times\chi$　2. $y=1\times4\times\chi$　3. $y=1\times\chi^2$
4. $y=1\times5\times\chi^2$　5. $y=1\times2^{\chi}$）

〔問題7〕（アーc）

右の図のように，マッチ棒で正方形を作り，それを横に並べて長方形状にすると，正方形の数とマッチ棒の本数との関係は右の表のようになります。

正方形の数	1	2	3	...	20
マッチ棒の数	4	7	10	...	?

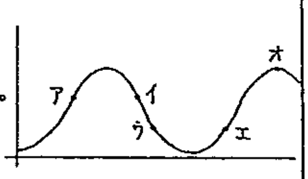
？にあてはまる値を下の 1～5 の中から1つ選んで，記号で答えなさい。

〔1. 60　2. 61　3. 70　4. 79　5. 80〕

〔問題8〕（ウーa）

遊園地の観覧車には，その円周上にゴンドラ（人が乗る所）がたくさんついています。この中の1つのゴンドラ（A）の動きについて考えてみましょう。

横軸に時間を，たて軸に地面からゴンドラ(A)までの高さをとり，ゴンドラ(A)の動いた時間と高さとの関係をグラフにすると，右のようになります。



グラフ上の点ア～オについて，正しいものを下の 1～5 の中から1つ選んで記号で答えなさい。

（1. アからイまでは，ゴンドラは円周上を半回転している
2. アよりもウのときの方が，ゴンドラの進む速さは速い
3. アからオまでは，ゴンドラは円周上を1回転以上している
4. ウとエでは，ゴンドラは円周上の同じ場所にある
5. オでは，ゴンドラの進む速さが遅くなる）

〔問題9〕（ウ－c）

基本料金（1カ月につき）

量水器の口径（ミリ）	料金（円）
13	330
20	770
25	1,370
40	5,400
50	12,200
75	28,000
100	54,000
150	150,000
200	304,000
250	541,000
300	866,000

従量料金（1カ月につき）

使用水量	料金（円）1㎥につき
1 ㎥ から 10㎥まで	50
11 から 20 まで	130
21 から 40 まで	210
41 から100 まで	280
101 から500 まで	345
501 以上	375

(注) 一般家庭の量水器の口径は13ミリか20ミリです。

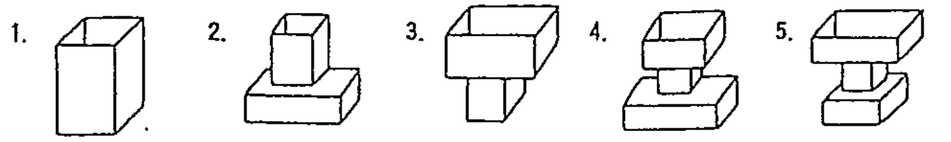
ある町の水道料金は，左の表により決められるそうです。

この表からわかることを次の 1～5 の中か1つ選んで記号で答えなさい。

1. 1ヵ月の基本料金は，量水器の口径にほぼ比例している
2. 1ヵ月の基本料金は，量水器の断面の面積にほぼ比例している
3. 1ヵ月の従量料金は，使用水量にほぼ比例している
4. 1ヵ月の従量料金は，水を使えば使うほど料金の増え方は大きくなる
5. 1ヵ月に30㎥の水を使ったとすると従量料金は 210円である

〔問題10〕（ウ－a）

高さ14cmの入れ物があります。これに毎秒同じ量ずつ水を入れていきます。このとき，時間と入る水の深さの関係をグラフにすると右のような図になるのは，どの入れ物ですか。正しいものを1つ選び，記号で答えなさい。



の合計では、中学では増加し、高校では高2の非理系を除いて55%～81%であり、これらの生徒は電車の動きを現実場面にてらして考えようとする姿勢が見られる。また、縦軸を距離ではなく速さと考えた『2』『5』の合計は、高3理系を除くと高校生でも30%以上とかなり高い数にのぼっている。問題4は数学の舞台にあがっている問題ではないが、速さ、距離、時間という数学で学習する内容とのかかわりが深いのではないかと考えられる。

③ 関数から現実的な事象を解釈する問題

問題5（ボールを落とす）や問題9（水道料金）は、学年間で正答率に若干の有意差があったが、問題8においては、B校で若干の有意差があったもののA校では学年間における有意差は全く認められない。一方、問題10では、A校では学年間で全く有意差がないものの、B校では有意差が認められた。しかし、正答率をみるとB校の高2非理系以外はどの学年も75%以上であり、中学生でも理解できない内容ではないと考えられる。なお、この値は基礎学力調査（小6対象）の結果（正答率64%）よりはかなり高いものになっている。

A校について問題10の結果を問題8（ゴンドラの動き）の結果と比較してみると有意差がない点では共通しているが、正答率で20%も差がある学年もある。これは変化の割合が一定か否かにも関係していると考えられる。問題8の生徒の反応率をみると、観覧車の速さは一定であるのに、時間と高さの関係を示した問題8のグラフから、速さが変化すると解釈した『2』『5』の合計は中1から高3 iiの順に、8, 6, 3, 6, 4, 10, 0, 0（%）であり、どれも高い数値ではないが、高2までは学年における大きな差はみられない。また『1』を選んだ生徒は5～23%であり，学年進行による減少の傾向はみられなかった。

一方、若干の有意差が認められた問題5の反応率をみると、変化の割合が一定であるとする『1』や『2』の合計は学年が進むに従って減少する傾向にあるが、特に中学と高校の間で顕著に現れている。

表-3　学校段階別・学年別の正答率（%）

問題	校別	選択	平均	中1	中2	中3	高1	高2	高3
問題1 ﾌﾞﾗｯｸﾎﾞｯｸｽ (ｱ-b) 数学から式 1次関数	A校	i	95	83	<94	<99	97	99	100
								∨	
		ii						94	96
	B校	i		62	72	<88	86	—	—
		ii						>73	—
問題2 ﾀｸｼｰの料金 (ｲ-c) 現実から表 いろいろな関数	A校	i	91	85	90	92	93	92	95
		ii						90	100
	B校	i		66	73	<88	>80	—	—
		ii						>61	—
問題3 曲線のｸﾞﾗﾌ (ｱ-a) ｸﾞﾗﾌから数学 いろいろな関数	A校	i	69	27	<51	<67	<83	83	<100
		ii						82	<100
	B校	i		26	<37	46	<66	—	—
		ii						>53	—
問題4 電車の動き (ｲ-a) 現実からｸﾞﾗﾌ いろいろな関数	A校	i	41	14	<26	38	<59	52	<81
		ii						>40	55
	B校	i		9	12	13	15	—	—
		ii						12	—
問題5 ﾎﾞｰﾙを落とす (ｳ-b) 式から現実 2乗に比例	A校	i	70	39	45	55	<93	92	100
								∨	
		ii						>77	100
	B校	i		31	29	<74	70	—	—
		ii						>44	—
問題6 旗を折る (ｲ-b) 現実から式 いろいろな関数	A校	i	65	37	<53	63	73	81	86
								∨	
		ii						61	77
	B校	i		11	<19	<43	40	—	—
		ii						>23	—
問題7 ﾏｯﾁ棒の数 (ｱ-c) 数学から表 1次関数	A校	i	96	93	97	94	99	98	100
		ii						94	91
	B校	i		82	85	88	90	—	—
		ii						>71	—
問題8 ｺﾞﾝﾄﾞﾗの動き (ｳ-a) ｸﾞﾗﾌから現実 いろいろな関数	A校	i	78	67	73	80	81	83	95
								∨	∨
		ii						69	73
	B校	i		36	<52	62	57	—	—
		ii						>41	—
問題9 水道料金 (ｳ-c) 表から現実 いろいろな関数	A校	i	20	24	17	19	23	20	24
									∨
		ii						16	>0
	B校	i		33	33	>20	22	—	—
		ii						24	—
問題10 入れ物 (ｳ-a) ｸﾞﾗﾌから現実 1次関数	A校	i	95	94	92	96	96	97	100
								∨	
		ii						90	96
	B校	i		76	<85	<93	>84	—	—
		ii						>48	—

注：ｉは高2,3 の理系，ⅱは高2,3 の非理系
<，>，∨，∧；5％で有意差

表-4　調査問題別の反応率（%）

〔問題3〕曲線のグラフ（グラフから数学）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	平均
①	A校	27	51	67	83	83	82	100	100	70
	B校	26	37	46	66	・・	53	・・	・・	46
2	A校	25	33	11	11	7	10	0	0	14
	B校	41	27	28	11	・・	9	・・	・・	23
3	A校	14	7	3	0	0	0	0	0	3
	B校	8	14	6	4	・・	12	・・	・・	9
4	A校	20	8	17	6	10	8	0	0	11
	B校	18	17	19	15	・・	20	・・	・・	18
5	A校	11	2	2	0	0	0	0	0	2
	B校	6	4	2	4	・・	3	・・	・・	4
無答	A校	3	0	0	0	0	0	0	0	0
	B校	1	2	0	0	・・	3	・・	・・	1

〔問題4〕電車の動き（現実からグラフ）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	平均
①	A校	14	26	38	59	52	40	81	55	41
	B校	9	12	13	15	・・	12	・・	・・	12
2	A校	13	14	12	7	7	7	0	0	9
	B校	11	8	16	7	・・	16	・・	・・	12
3	A校	1	0	5	3	4	3	5	0	3
	B校	5	5	3	3	・・	4	・・	・・	4
4	A校	16	14	7	7	4	8	0	0	8
	B校	4	10	4	10	・・	7	・・	・・	7
5	A校	57	46	38	23	33	42	14	46	38
	B校	71	66	64	66	・・	61	・・	・・	66
無答	A校	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	B校	0	0	0	0	・・	0	・・	・・	0

〔問題5〕ボールを落とす（式から現実）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	平均
1	A校	13	16	18	5	4	16	0	0	11
	B校	16	21	7	7	・・	19	・・	・・	14
2	A校	24	15	16	0	3	2	0	0	9
	B校	15	11	4	4	・・	8	・・	・・	8
③	A校	39	45	55	93	92	77	100	100	70
	B校	31	30	74	70	・・	44	・・	・・	50
4	A校	14	12	4	0	0	3	0	0	5
	B校	22	24	7	9	・・	8	・・	・・	14
5	A校	11	12	7	2	1	2	0	0	5
	B校	16	15	8	9	・・	20	・・	・・	14
無答	A校	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	B校	1	0	0	0	・・	1	・・	・・	0

〔問題6〕旗を折る（現実から式）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	全体
1	A校	24	21	18	12	10	13	10	23	16
	B校	25	26	19	23	・・	21	・・	・・	23
2	A校	5	4	1	2	1	3	0	0	2
	B校	16	15	9	8	・・	17	・・	・・	13
3	A校	30	17	12	13	8	18	5	0	14
	B校	22	21	21	19	・・	16	・・	・・	20
4	A校	3	4	6	0	0	5	0	0	3
	B校	25	18	8	9	・・	19	・・	・・	16
⑤	A校	37	53	63	73	81	61	86	77	65
	B校	11	19	43	40	・・	23	・・	・・	27
無答	A校	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	B校	1	1	1	0	・・	4	・・	・・	1

〔問題8〕ゴンドラの動き（グラフから現実）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	全体
1	A校	13	7	10	10	5	15	5	23	9
	B校	19	19	10	15	・・	17	・・	・・	16
2	A校	4	3	2	5	2	5	0	0	3
	B校	8	7	3	7	・・	8	・・	・・	7
③	A校	67	73	80	81	83	69	95	73	78
	B校	36	52	62	57	・・	41	・・	・・	50
4	A校	12	14	6	3	7	7	0	5	8
	B校	24	14	22	17	・・	17	・・	・・	19
5	A校	4	3	1	1	2	5	0	0	2
	B校	13	8	3	3	・・	9	・・	・・	7
無答	A校	0	0	1	0	1	0	0	0	0
	B校	1	0	1	0	・・	7	・・	・・	2

〔問題9〕水道料金（表から現実）

		中1	中2	中3	高1	高2 i	高2 ii	高3 i	高3 ii	平均
1	A校	1	4	4	1	4	5	0	0	3
	B校	10	4	8	9	・・	12	・・	・・	9
2	A校	10	9	14	10	13	11	10	14	11
	B校	9	9	5	7	・・	15	・・	・・	9
3	A校	10	8	11	14	8	23	14	5	11
	B校	22	10	14	12	・・	23	・・	・・	16
④	A校	24	17	19	23	20	16	24	0	18
	B校	33	33	20	22	・・	24	・・	・・	26
5	A校	51	61	52	51	55	44	52	82	54
	B校	24	43	52	51	・・	16	・・	・・	37
無答	A校	5	1	0	1	1	2	0	0	1
	B校	2	1	1	0	・・	11	・・	・・	3

これは記すまでもなく、既習の関数の学習に影響があると思われる。

また問題9（水道料金）の生徒の反応率をみると、実際に使われている水道料金算出のための資料を問題にしたにもかかわらず、これを正しく解釈できた生徒は極めて少なかった。最も多い反応率は『5』であり，従量料金が1㎥あたりの金額であることを読み取っていない。極めて現実的な場面であるが，これを正しく解釈した生徒は少なく、さらに学年による大きな有意差は認められなかった。

5．研究のまとめと今後の課題

本研究では、生徒は数学の場面に比べ、現実的な場面と関数とを関連づけて考察することは、学年間において大きな差はないという仮説を検証するために調査を行った。

その結果、この仮説が次のように検証されたと考えられる。

まず、生徒が現実的な事象から関数を発見する場合には、数学の学習と関係があると思われるグラフの発見においては学年進行とともに正答率が上がるが、他の表現（式，表）では学年進行に関係がない

そして、関数から現実的な事象を解釈する場合には、学年が進むにつれて生徒の解釈の変容が認められない。

一方、数学の場面から関数を読み取る場面では、学年が進むに従って正答率が高くなる。

これらの原因の1つには、日常の授業において関数を現実的な事象と結びつけて考察する場面が少ないことが考えられよう。数学の有用性を示すためにも、こうした授業が日常的に展開されることが必要であると思われる。

筆者の今後の課題としては、本研究で明らかになった仮説に対し、さらに現実的な事象と関数とのかかわりのどのような場面において生徒は困難さを示すかの仮説を立て、これを検証することにあると考えている。

なお、本研究は、平成10年度（1998年）の第31回日本数学教育学会数学教育論文発表会において研究発表したもの[4]を、調査数を増やして再度分析しなおしたものである。

〔注，及び，引用・参考文献〕

1）①磯田正美，志水廣，山中和人『関数の活用の仕方と表現技能の発達に関する調査研究』，仕方と表現・技能の発達に関する調査研究」『日本数学教育学会誌』第72巻第1号，1990．pp.48-59．
　②国宗進「関数の課題解決場面における子供の考え方」『日本数学教育学会誌』第69巻第9号．1987．pp.4-13．
　③宮川健「テクノロジーによる関数関係の理解の改善に関する一考察 ― 事象のグラフ化におけるミスコンセプションに焦点をあてて ― 」『日本数学教育学会誌』第80巻第1号，1998．pp.9-14．

2）文部省科学研究費補助金『算数・数学科における総合的な学習の開発研究』（代表：長崎栄三，1997～）に次のような研究発表がある．
　・久保良宏「現実的な事象を数学を通して考察する学習について」
　・永田潤一郎「『水の値段を調べよう！』の授業報告－数学でみる経験を重視した授業の構築を目指して－」
　・西村圭一「ジェットコースターのグラフ」
　・牛場正則「調査問題集計結果」

3）国立教育研究所編『基礎学力調査－第一次報告書』国立教育研究所．1992．

4）久保良宏「現実的な事象とのつながりからみた関数の理解の発達に関する調査研究」『第31回数学教育論文発表会論文集』 1998．pp.117-122．

数学と社会のつながりに関わる問題の扱い
－９９年度の公立高校の入試問題から－

西村　圭一
東京都立武蔵丘高等学校

要　約

1999年度の全国の公立高校の入試問題を調べた結果、現実的な場面を題材にした問題や、グラフを現象と関連づけてよみとる問題が多く取り上げられていることがわかった。しかし、問題そのものには解決する必然性が乏しく、現実的な「問題場面」になっていない場合も多い。また、授業で扱うことを考え、そのような問題の改良例や発展例をいくつか示した。
キーワード：現実的な場面、現象とグラフの関連づけ、グラフのよみ、公立高校の入試問題

１．はじめに

生徒に、数学と生活や社会とが関係していることを感得させ、数学を学ぶ意義を見い出させるために、現実的な場面の問題に数学を活用し、解決していく活動を重視する必要があると考えている。

公立高校の入試問題においても、近年、現実的な場面を題材にした問題や、グラフを現象と関連づけてよみとる問題が増えている。そこで、1999年度の全国の公立高校の入試問題を調べた[1)]。その結果、これまでに、本研究会で議論してきたような現実的な場面を題材にした問題や、グラフを現象と関連づけてよみとる問題が取り上げられていることがわかった。ただし、問題そのものには解決する必然性が乏しく、現実的な「問題場面」になっていない場合もあった。

本稿では、そのような入試問題を紹介するとともに、授業で扱うことを考えた場合の、問題の改良例や発展例をいくつか示す。

２．1999年度の公立高校の入試問題から

（１）現実的な場面を題材にした問題

①山形

水道料金を題材にした問題である。現実の水道料金は、使用量に応じてより細かく分けられている。ただし、使用量が増えるほど、１㎡あたりの料金が高くなっているのは現実に即している。

授業では、水道料金の求め方を文章で示さずに、表からよみとらせるようにする。現実的な表のよみも重要であると考えるからである。また、設問②の代わりに、Ｘ市とＹ市の水道料金のどちらが安いかを議論させる。

次の問いに答えなさい。

(1) 次の表は，X市，Y市の家庭における1か月あたりの水道料金を求めるための表である。

X市とY市における水道料金は，基本料金と水の使用量に応じた使用料金の合計であり，その求め方は，

水の使用量が10m³以下のとき
水道料金＝基本料金＋[A]
水の使用量が10m³を超えたとき
水道料金＝基本料金＋[A]＋[B]
となる。

	基本料金	水の使用量に応じた使用料金	
		[A]：10㎥以下の料金	[B]：10㎥を超えたときの超えた分の料金
X市	1200円	1㎥につき60円	超えた分1㎥につき140円
Y市	800円	1㎥につき80円	超えた分1㎥につき180円

① 基本料金はX市がY市より400円高い。1か月で，10m³の水を使用したとき，X市における水道料金は，Y市における水道料金より何円高いか求めなさい。

② X市とY市において，1か月の水の使用量が同じで，水道料金も同じになるときがあります。このときの水の使用量と水道料金をそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。

②山梨

インターネットの利用料金を題材にした問題である。

授業では、料金体系を、現実のパンフレットのように、表やグラフなどを含む形で示す。また、①の山形の問題のように、他の料金体系と比較させると、現実的な問題場面となろう。

ア　一郎君が利用しているインターネットの1か月の利用料金は，利用時間によって次のようになっている。

- 利用時間が180分以下の場合は，基本料金のみ。
- 利用時間が180分を超える場合は，超える時間1分につき7円を基本料金に加算する。
- 利用時間は，分を単位とし，1分未満は切り上げる。

このとき，次の(ア)，(イ)に答えなさい。ただし，消費税は考えないものとする。

(ア)　一郎君のある月の利用時間は216分で，利用料金は752円だった。基本料金を求めなさい。

(イ)　利用時間をx分，利用料金をy円として，yをxの式で表しなさい。ただし，$x>180$とする。

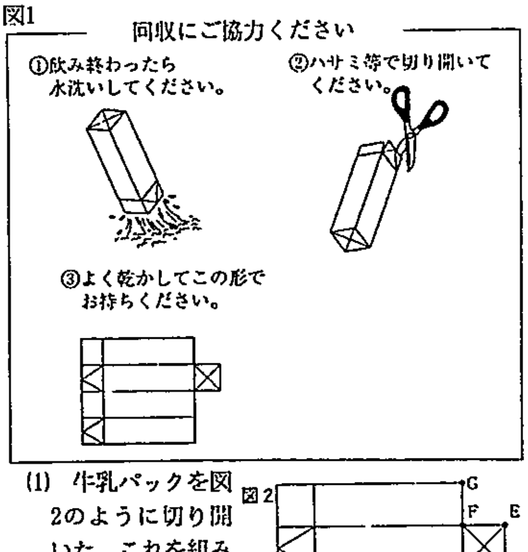
③島根

牛乳パックのリサイクルを題材にした問題である。牛乳パックの切り開き方を示したり、実際の調査の結果を用いるなどして、より現実感を出している。

このような問題をきっかけとして、自分たちの住んでいる地域の、牛乳パック等のリサイクル率に目を向けさせ、「総合的な学習の時間」での扱いへと発展させることも考えられる。

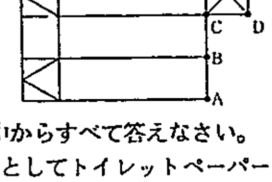
ある市販の牛乳パックに，図1のようにリサイクルのための回収についてのお願いが記載してあった。このことについて，次の(1)～(4)に答えなさい。

図1



(1)　牛乳パックを図2のように切り開いた。これを組み立てて，もとの牛乳パックの形にするとき，頂点Aと重なる点をB～Gの中からすべて答えなさい。

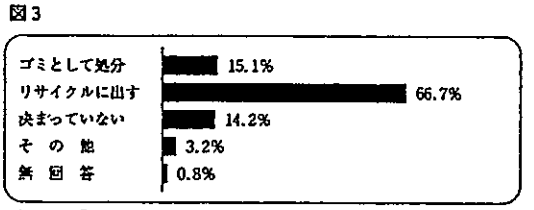
図2



(2)　牛乳パックを原料としてトイレットペーパーを生産している工場によると，回収された牛乳パック6個分の原料で，トイレットペーパーが1個できるという。花子さんの家庭では，年間90個の牛乳パックを使っている。これらをすべてリサイクルに出してこの工場でトイレットペーパーを生産すると，何個できるか答えなさい。

(3)　図3は，使用後の牛乳パックの処理方法についてアンケート調査をした結果を棒グラフに表したものである。この調査は，全国から1000世帯を無作為に選んで実施したものである。このように，集団全体のようすを推測するために，もとの集団から一部を取り出して調査することを何というか，答えなさい。

図3



(1997年「全国牛乳パックの再利用を考える連絡会」の調査による)

(4)　全国の世帯数を4400万世帯とし，1世帯あたりで年間90個の牛乳パックを使用するものとする。牛乳パック6個分の原料からトイレットペーパーが1個できるとして，図3の調査結果から考えて，1年間に全国でゴミとして処分されている15.1%の牛乳パックから，トイレットペーパーがおよそ何個できるか。次のア～エの中から1つ選んで記号で答えなさい。

ア　1000万個　　イ　6000万個　　ウ　1億個　　エ　6億個

④岡山

ペットボトルの回収率を題材にした問題である。問題に示された回収率は、現実のデータなのか、疑似のものなのかはわからない。

授業では、10年後の回収率を予測するという展開にする。問題文②の、１次関数で２つの区間に分割して考えるというようなアイデアは、生徒から引き出すようにする。もちろん、２次関数としてみるなどのアイデアも出てこよう。また、問題文②で述べられている「(1)(2)の式が異なるのは、平成９年度(x=3)から、ペットボトルの回収が本格的に始まったことなどによると考えられる」といったことも、現実場面との関連づけという点で重要なので、生徒自らに見出させるようにする。

一郎君は，国内のペットボトルの生産量や回収量の状況について調べ，わかったことを次のようにまとめた。

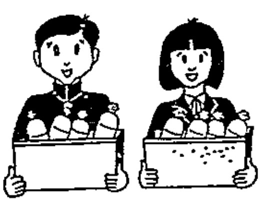
［Ｉ］平成9年度の生産量は，平成8年度の生産量より4万トン多い。
［Ⅱ］平成8年度の回収量と平成9年度の回収量との合計は，2.4万トンである。
［Ⅲ］年度ごとの回収率（生産量に対する回収量の割合）は，下の表のようになっている。

［国内のペットボトル回収率］

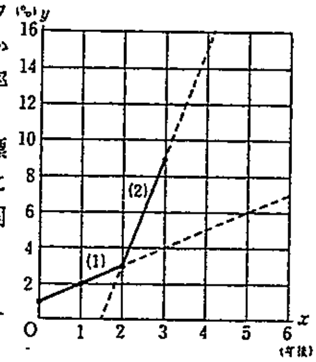
平成6年度	平成7年度	平成8年度	平成9年度
1%	2%	3%	9%

このとき，次の①，②の□に適当な数または式を書き入れなさい。

① 平成8年度と平成9年度の生産量をそれぞれa万トン，b万トンとして，a，bの関係を表す式をつくると，
［Ｉ］から，(ア)$=4$
［Ⅱ］と［Ⅲ］から，
(イ)$=2.4$
となり，これらを連立方程式として解くと，平成9年度の生産量は(ウ)万トンである。



② 右の図のグラフは，平成6年度からx年後の回収率をy%として，x，yの値の組を座標とする点をもとに考えた2つの1次関数のものである。これらについて，xとyの関係を表す式は，



$0 \leqq x \leqq 2$のとき，$y=$(ア)……(1)であり，
$2 \leqq x \leqq 3$のとき，$y=$(イ)……(2)である。

(1)，(2)の式が異なるのは，平成9年度（$x=3$）から，ペットボトルの回収が本格的に始まったことなどによると考えられる。

いま，$x>3$においても(2)の関係が成り立つとして，回収率が初めて50%以上となるときの整数xの値を求めると，$x=$(ウ)となる。これを，$x>2$においても(1)の関係が成り立つと考えた場合と比較すると，回収率が初めて50%以上となるまでに短縮できる年数は(エ)年である。

⑤北海道

缶にひもをかける場面に関する問題である。このままでは、あまり現実的な「問題場面」とは言えない。そこで、次のような問題にする。

市販の缶ジュースの多くは、24本を１ケースとして、図1のように入っています。ジュース会社の社員の久保さんは、図2のような入れ方にすると、ケースの大きさを小さくできるはずだと考えました。さて、ケースは小さくなるでしょうか。

図１

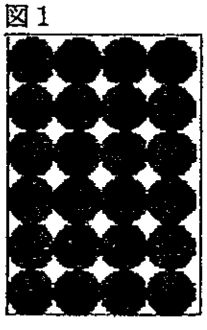
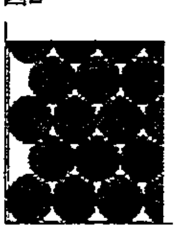


図2

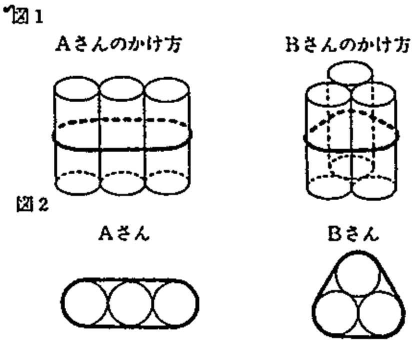


また、夏のキャンペーン中に、１ケースの本数を、通常より１本増やす企画を考えました。しかし、その１本をどのように入れるかが問題になりました。１本のために、箱の大きさを変えるのでは、コストがかかりすぎます。久保さんは、次のように考えました。「並べ方を変えると（図1の入れ方を、図2の入れ方に変える）、１本余分に入るように、１ケースの本数を変えればよい。そうすれば、キャンペーン終了後もそのケースを使える！」一体、図1の入れ方で縦、横何本ずつ入るケースにすれば、そのことが可能でしょうか。

なお、北海道の問題にあるような、ひもの長さについて、缶の本数を増やし、発展的に考察する展開も考えられる。[2]

図1のように，AさんとBさんが，底面の直径が6cmの円柱形のかんを3個並べ，底面から同じ高さにひもをかけました。図2は，2人のひものかけ方を平面図で表したもので，太線はひもの部分を示しています。

図2の太線の長さを比べるとき，AさんとBさんのどちらの方が何cm長いか答えなさい。



⑥東京

校内の合唱コンクールを題材とした問題である。

合唱コンクールを実施している学校では、その時期に合わせて、このような問題を取り上げるとよい。例えば、学校全体のルールのもとで、自分たちのクラスがもっとも有意義な練習をするための計画について議論させるなどの展開が考えられる。また、学校行事と数学を関連させた授業として、クラス全員リレーを題材とした実践研究[3]が参考になる。

ある中学校では合唱コンクールを実施することになっている。合唱コンクール実行委員会は，すべての学級が，午前の部で課題曲1曲と自由曲1曲を歌い，午後の部で午前の部と異なる自由曲を1曲歌うことに決めた。審査の進め方については，次のように決めた。

○ 午前の部では，先生の代表と生徒の代表が審査し，昼休みに各学級の得点を発表する。
○ 午後の部では，全校生徒が自分の所属していない2つの学年について，それぞれもっともよかった学級を選び，1人1票ずつ投票する。1票を1点として，合計点をそれぞれの学級の得点とする。
○ 午前の部と午後の部の得点を合計して各学級の総合得点とし，総合得点によって各学年ごとに学級の順位を決める。

次の各問に答えよ。

〔問1〕 1年A組の合唱コンクール実行委員は，学級の生徒全員から自由曲の希望をとり，上位6曲を自由曲の候補と決めた。

これら6曲の中から自由曲2曲を選ぶとき，その選び方は全部で何とおりあるか。

ただし，選ぶ自由曲2曲の歌う順番は考えないものとする。

〔問2〕 2年B組の合唱コンクール実行委員は，合唱コンクール当日までの2年B組の練習計画を立てるにあたって，次の条件を定めた。

・ 1回の練習時間の中で学級の生徒がパート別に行うパート練習は，1回を10分とする。ただし，パート練習は5回以上行うものとする。
・ 1回の練習時間の中で学級の生徒全員がそろって行う全体練習は，1回を25分とする。
・ パート練習と全体練習を組み合わせて，練習時間の合計がちょうど180分になるようにする。

これらの条件で練習計画を立てるとき，もっとも多い全体練習の回数は何回か。

〔問3〕 右の表は，午前の部についての審査結果のうち，第3学年の各学級の得点を示したものである。

学年	学級	得点
3年	A組	272
	B組	250
	C組	228
	D組	246

午後の部では，第1，2学年の生徒297名が第3学年の自由曲を聴き，全員が，第3学年のうちもっともよかった学級を必ず選び，1人1票投票する。

このとき，3年C組は午後の部で最低何点とれば，他の学級が午後の部で何点とったとしても，3年C組の総合得点が他の学級の総合得点よりも高くなり，確実に1位になるか。

ただし，無効票はないものとする。

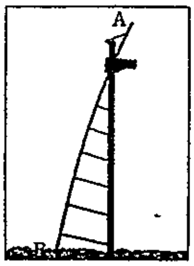
⑦大分

グローバルタワー（別府市）を題材にした問題である。

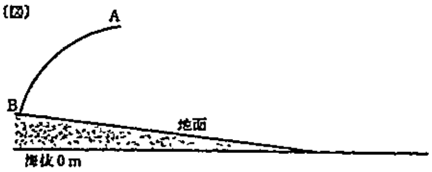
一般に、道路や鉄道の線路のカーブの曲がり具合は、それを円の一部（弧）とみなして、その半径によって表す（曲率または曲率半径）。授業では、この問題のタワーの曲線部の曲がり具合を、どのように表したらよいかを考えさせることから始める。そして、「曲率」の考え、あるいはそれに近いものを引き出した上で、この問題にあるような作図に取り組ませる。そうすることにより、中心を見つけだす必然性が生まれよう。

(1) 右の〔写真〕は，別府市にあるグローバルタワーである。また，〔図〕はグローバルタワーのABの部分を模式的に表したものである。このタワーのABの部分は円周の一部分で，その円の中心は海抜0m上にある。この円の中心Pを作図しなさい。ただし，作図にはコンパスと定規を用い，作図に使った線は消さないこと。

〔写真〕



〔図〕



⑧岐阜

電車の加速の様子を題材としているが、疑似的な現実場面の問題である。

授業では、下のような表（表1）を与え、点をプロットさせる（図3）ことにより、生徒に「yはxの2乗にほぼ比例する（比例すると見ることができる）」ことを見出させるようにする。現実場面では、表2のようなきれいなデータが得られることはなく、近似的に捉えることが重要だからである。（問題文(1)の表では、与えるデータ数を少なくし、表2のようになることを避けているが、そのように一部分しかない表も現実的ではない。）

表1

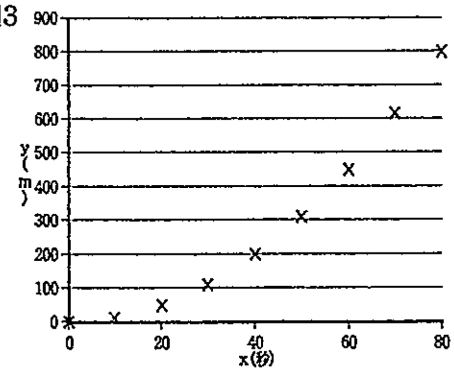
x(秒)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y(m)	0	10.8	48.5	112.0	200.0	313.0	452.5	614.3	801.7

表2

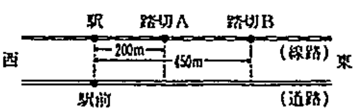
x(秒)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y(m)	0	12.5	50	112.5	200	312.5	450	612.5	800

また、(2)に関連して、「鉄腕ダッシュ」というバラエティー番組でやっていた、電車と人間（100m×４人のリレー）の競争を取り上げるとおもしろい。それは、この問題のように、線路と道路が平行している駅前で、電車の発車と同時に、人間も走りはじめ、どちらが速いかを競うものだった。クラスから４人を選び、100m走のタイムから、表１の電車に勝てるかを調べさせる。バトンタッチや人間の加速の様子も考慮すると、より現実的な、かつ数学的に内容の濃い問題となる。

図3



右の図のように，東西に通じる線路があり，その線路と平行に道路がある。また，線路には，駅から東へ200m先の地点と450m先の地点にそれぞれ踏切Aと踏切Bがある。



電車は，駅を出発してから80秒間はしだいに速さを増していき，その後は一定の速さで走行する。電車が駅を出発してからx秒後の駅から電車までの距離をymとすると，$0 \leqq x \leqq 80$の範囲では，yはxの2乗に比例する。

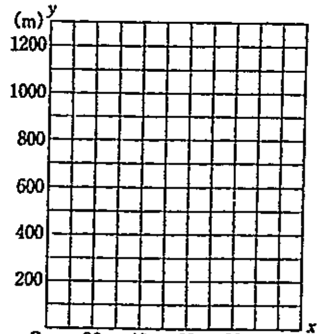
次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) xとyの関係は下の表のようになった。

x (秒)	0	20	…	80	100	…
y (m)	0	50	…	800	1200	…

(ア) xとyの関係を式で表しなさい。($0 \leqq x \leqq 80$)

(イ) xとyの関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leqq x \leqq 100$)

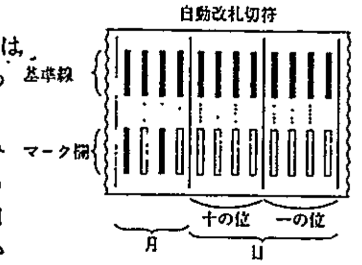


(2) 太郎君は，自転車で道路を西から東へ一定の速さで走っていた。太郎君は，電車が駅から東へ向けて出発するとき，ちょうど駅前で電車を追い越したが，踏切Aと踏切Bの間でその電車に追いつかれた。太郎君の自転車の速さは，秒速何mから何mの間であったかを求めなさい。

⑨鹿児島

自動改札用の切符の情報の表現方法を題材にした問題である。

授業では、問題に示された、基準線を４つずつ区切り、月、日の十の位、日の一の位を表す方法の長所と短所などについて話し合わせる。例えば、日の十の位に４桁必要か、十の位と一の位に分けないと何桁ですべての日を表せるか、といったことを考えさせる。また、バーコードや点字の仕組み、Ｙ２Ｋ問題などの関連する話題を取り上げることも考えられる。

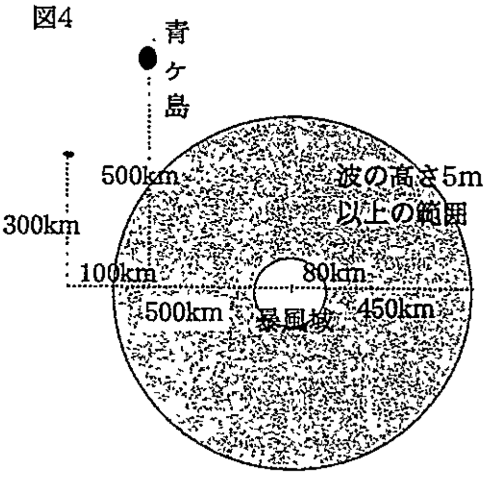


自動改札切符は，基準線を4つずつ区切り，マークの組み合わせによって2進法で日付などがわかるしくみになっている。上の図は，これを模式的に表したものであり，基準線の下のマーク欄がぬりつぶしてあれば1，なければ0を表す。この図の月は，2進法で表された1010(2)である。この月を10進法になおすと何月か。また，10進法の29日を十の位，一の位に分けてこの切符のマーク欄をそれぞれぬりつぶせ。

⑩筑波大附属

台風の接近を題材とした問題である。しかし、このままでは現実的な問題とは言えない。暴風域が半径100kmの台風であれば、現在の船の位置は、既に波が相当高いのが普通である。小さい船なら航行できないし、大きい船でも、少なくとも、台風の来る方向へ進むことはあり得ないからである。次のような問題場面に直すと、幾分、現実的になる。

図4

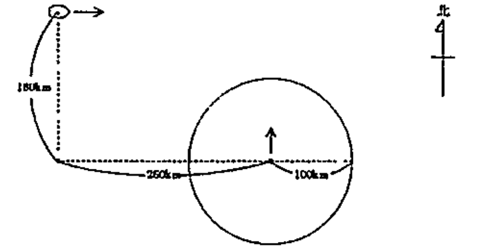


台風は、毎時20kmの速さで北へ進んでいます（図４）。船が現在いる位置も次第に波が高くなってきて危険なため、青ヶ島の港に非難することにしました。波の高さが5m以上の範囲に入る前に、青ヶ島に着くには、船は毎時何km以上の速さで進まなければなりませんか。

時速30kmで東へ向かっている船がある。いま，下の図のように船の位置から南へ180km，東へ260kmの位置に台風の中心がある。この台風は，時速20kmの速さで北に進行中で，中心から半径100km以内は暴風域である。

船と台風が現在の位置から，このままの速さと方向を保ったまま進むとして今から何時間後に船が暴風域に突入するのかを調べてみた。

このとき，次の⑦，⑧の$\boxed{}$にあてはまる数，または式を求めなさい。



(1)　今からx時間後に突入するとして，xについての方程式をつくり，整理すると，

$\boxed{⑦}+900=0$

となる。

(2)　この方程式を解いて求めると，船が暴風域に突入するのは，今から$\boxed{⑧}$時間後である。

（２）グラフを現象と関連づけてよむ問題

現実の問題場面では、グラフを現象と関連づけてよむことは、極めて重要である[4]。例えば、問題場面の変化の様子を表すグラフの予測や見積もりをする際や、求めた関数のグラフが妥当であるかを判断する際、その現実場面での意味を考える際などに、必要とされる。理科や工学の実験・研究の場面では、現象のグラフがリアルタイムで得られることが多くなっている現状からも、その重要性が明らかであろう。

ここで取り上げる問題は、場面としては、擬似的な面が強く、かなり数学の問題としての理想化がなされているが、グラフを現象と関連づけてよむ力を伸ばすための問題として示唆に富んでいる。

①富山

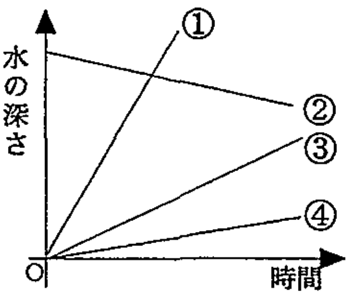
y=ax+bといった式を求めることなく、現象と関連づけてグラフをよみ、かくことができれば、解答できる問題である。

ここでは、現実場面における傾きの意味に着目する。高校生に、この問題のような場面を与え、「y＝2x＋1の傾きは何を表しているか？」とたずねると、「右に1行って2上がる」と答える。そこで「xが1増えるとyはいくつ増えるの？」と問うと、計算を始めてしまう生徒が少なくない。グラフをかく際の「手続き」としては覚えているが、1次関数の傾きの本来の意味「変化の割合」を、忘れてしまっているのである。

そこで、富山県の問題を参考にして、生徒が変化の割合について捉え直すことを意図した問題を作成した。この問題では、グラフに目盛を入れないことにより、グラフの傾きを数値としてよみとれない状況を作り出した。

旭中学校のプールには、給水用の管が3つ、排水用の管が2つあります。給水用のA，B，Cの管は、給水能力は異なりますが、それぞれ一定の割合で給水します。排水用のD，Eの管は、排水能力は同じで、一定の割合で排水します。図5のグラフは、A，B，C，D，Eのうちの1本だけで給水や排水をしたときの水の深さの変化を示したものです。

図5



(1)図5でDの管を使って排水したときの水の深さの変化を示しているグラフは①～④のどれですか。

(2)Aの管が最も速く給水できます。Aの管を使って給水したときの水の深さの変化を示しているグラフは①～④のどれですか。

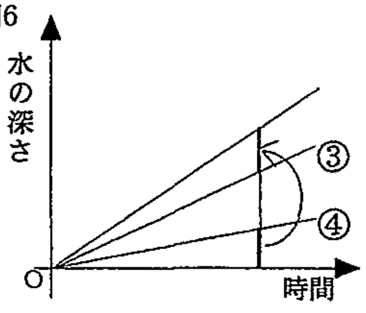
(3)Dの管で排水しながらA～Cの管のいずれか1本を使って給水をします。現在よりプールの水が増えるようにするには、どの管で給水をすればよいでしょうか。図5の①～④の中から選びなさい。

(4)Aの管以外の残りの2管で同時に給水するときの水の深さの変化を示すグラフをかきなさい。

(1)では、「排水＝水の深さが減少＝グラフの傾きが負」と考えることができるか、(2)では、グラフの傾きと給水の速さを対応させて考えることができるかを問おっている。(3)では、②のグラフの変化の割合に着目する。そして、①、③、④の変化の割合と比べ、増加の割合が、減少の割合より大きいものを選び出す。変化の割合の正確な値を求めるのではなく、グラフの傾きをもとに判断すればよい。

(4)は、図6のように、y軸に平行な直線を引き、④との交点のy座標分の長さを、③との交点の上に加える。そして、原点と結べばよい（グラフの和）。これは、グラフ上で、それぞれの（仮の）変化の割合を求め、それを加えることにより、2管で同時に給水するときの変化の割合を決定していることに当たる。生徒自身が、「グラフの和」の考え方を見出すことは難しい。ここでは、この考え方が変化の割合の考え方に基づいていることをよみとらせたい。さらに、次のような問いを与える。

図6



(5)図7は、満水の状態から、Dの管を使用して排水しているときの水の深さの変化を示すグラフです。D，Eの管を同時に使用して排水したときの、水の深さの変化を示すグラフをかきなさい。

(5)では、D，Eの排水能力は同じなので、2管を同時に使用した場合、空になるまでに要する時間は

1管のみの場合の1/2になる。このことをもとにグラフをかくことができる。また、(4)の「グラフの和」の考え方を応用して、グラフをかくこともできる。同様の考え方で「③の管で給水をしながら、Dの管で排水する場合の水の深さの変化を示すグラフ」をかく方法を考えさせてもおもしろい。

図7

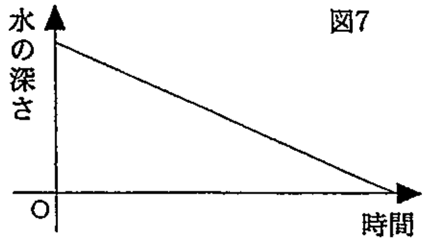


図1のような，深さ40cmの直方体の水そうがある。この水そうでは，A，Bの管からそれぞれ一定の割合で給水され，Cの管から一定の割合で排水される。

図1

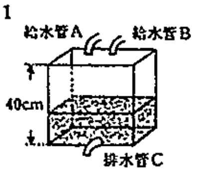


図2

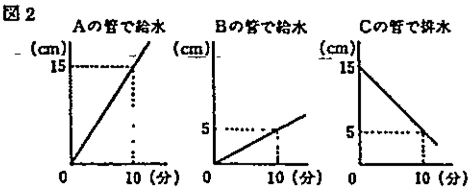
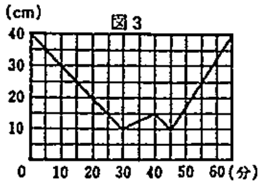


図2は，A，B，Cのうち1本の管だけで給水や排水をしたときの水の深さの変化を示したものである。次の問いに答えなさい。

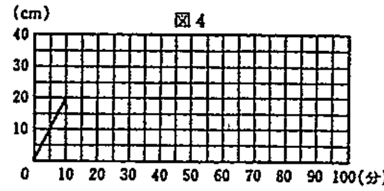
(1) 図3は，満水の状態から，A，B，Cのいずれか1本を使って給水または排水をし，再び満水になるまでの水の深さの変化を示したグラフである。Aの管を用いて給水を行ったのは何分間ですか。

図3



(2) 空(から)の水そうにAとBの管を同時に使って10分間給水した。次にCの管で15分間排水した。その後，Bの管だけで給水し満水にした。図4は，このときの水の深さの変化を，途中まで示したものである。満水になるまでのグラフを完成させなさい。

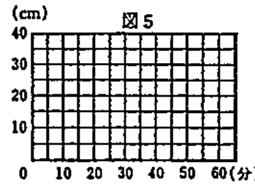
図4



(3) (2)の操作で満水にする場合と，空の水そうにBの管だけで給水して満水にする場合とでは，満水になるまでにかかる時間の違いは何分間ですか。

(4) 満水の状態から，Cの管で排水を始めた。Cの管で排水し続けたまま20分後にBの管で給水を始めた。その20分後にさらにAの管でも給水を始めた。Aの管での給水を始めてから15分後の水の深さは何cmですか。（図5を使って考えなさい。）

図5



②福岡

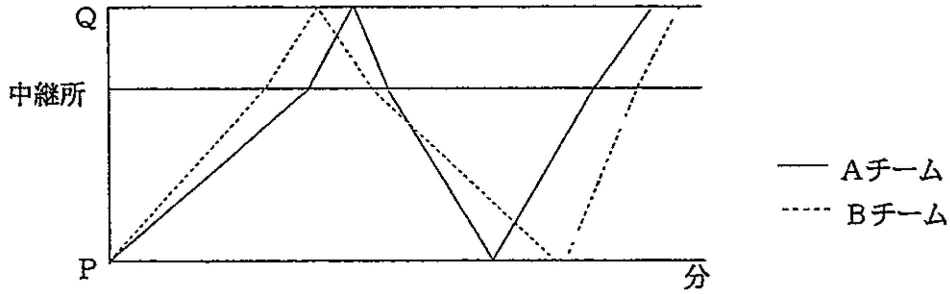
駅伝走者の時間と距離の関係を題材とした問題である。

ここでは、問題(2)に着目する。生徒が、「A，B両チームの走者間の距離が変わらないまま走り続けていること」と「グラフの傾きが等しいこと」と「表でのタイムが等しいこと」の三者の関係を見出せるようであれば、現象と関連づけて捉えることができていると言えよう。

授業では、問題場面をP，Q間に中継所があるようにして、図8のグラフを与える。表は与えず、また、時間軸（横軸）の目盛をなくす。そして、次のようなことを問う。グラフを現象と関連づけてよむ力を伸ばす上で有効な問題になると考える。

(ア)走る速さがもっとも速かったのは、どちらのチームの第何走者ですか。
(イ)Aチームの第4走者の走る速さにもっとも近いのは、どちらのチームの第何走者ですか。

図8



A，B2チームが，3km離れた2地点P，Qを往復するコースで，次のようにして駅伝の練習をした。

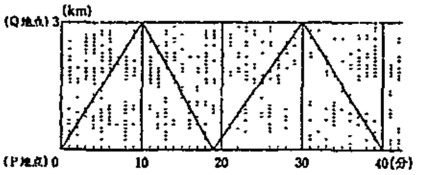
- 1チーム4人で，1人3km走る。
- 両チームの第1走者はP地点を同時に出発する。
- 第2，4走者はQ地点から，第3走者はP地点から，たすきを受けたら直ちに出発する。

右の表は，そのときの両チームの結果である。

各走者の所要時間

	第1走者	第2走者	第3走者	第4走者
Aチーム	10分	9分	11分	10分
Bチーム	9分	12分	11分	9分

各走者は，それぞれ一定の速さで走るものとし，第1走者が出発してからの時間と，PからAチームの走者までの距離との関係を，次のグラフのように表すことができるものとして，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。



(1) 第1走者が出発してからの時間と，PからBチームの走者までの距離との関係を表すグラフをかき入れなさい。

(2) A，B両チームの走者間の距離が変わらないまま走り続けている時間は何分間ですか。

(3) 第1走者が出発してからx分後の，PからBチームの走者までの距離を$y$kmとする。Bチームの第2走者がQを出発してからPに着くまでの，yをxの式で表しなさい。

(4) Aチームの走者がBチームの走者に追いつくのは，Pから何kmのところですか。

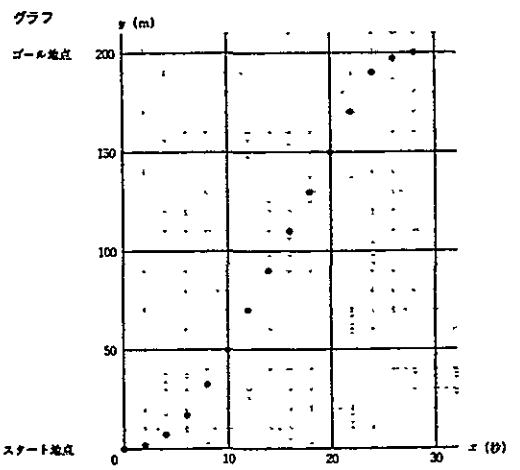
③島根

この問題は、グラフがデータをプロットしたのみの形で与えられている。現実場面のデータは、このような形でしか得られないこともあり、このようなグラフに関するよみも重要である。そのよみの中には、（1）⑧岐阜の電車の加速の様子を題材とした問題の中で述べたような、関数として近似的に捉えることも含まれる。（この問題では、プロットされている点自体は理想化されている。）

授業では、ソーラーカーの動きを記録した結果であることのみを告げ、点をプロットした状態のグラフを与える。そして、ソーラーカーはどのような動きをしたか、速さがもっとも速くなったのはいつか、速さが一定だったと考えられるのは何秒後から何秒後の間か、などを問い、現象と関連づけてよむ活動に取り組ませる。その上で、「yはxの２乗にほぼ比例する（比例すると見ることができる）」区間を見出させる。

ある工業高校の自動車部で製作したソーラーカー（太陽電池で動く電気自動車）がスタート地点から出発して，10秒後から一定の速さで走行し，24秒後にブレーキをかけ，200m離れたゴール地点に止まった。下のグラフは出発してからの時間をx秒，ソーラーカーの走った距離をymとして，2秒ごとに記録し，点をとったものである。次の問1～3に答えなさい。

グラフ



問1　次の1～3に答えなさい。

1. ブレーキをかけてからゴール地点に止まるまでに，ソーラーカーは何m走ったか，グラフより求めなさい。
2. 10秒後から24秒後までの間はソーラーカーは一定の速さで走行した。この間の速さ（m／秒）を求めなさい。
3. 10秒後から24秒後までのxとyの関係を式に表しなさい。

問2　次の1，2に答えなさい。

1. 出発してから10秒後までのxとyの間には，$y=ax^2$の関係が成り立っている。aの値を求めなさい。
2. ソーラーカーが，1で求めたxとyの関係で，10秒後以降もそのまま走り続けると考えるとき，出発してから何秒後にゴール地点を通過するか。

③国立工業・商船・電波工業高専

この問題は、折り紙の面積の変化を題材としており、現実場面の問題ではない。しかし、問題(1)は、グラフを現象と関連づけてよむという観点から注目するに値する。この問題は、グラフと現象を関連づけ

て考えることにより、次のように解答できる。

面積は、点QがBに到達するまで増え、その後減ることは、容易によみとれよう。それがわかれば、選択肢エ～クでないことは明らかである。さらに、点QがBに到達するまでは、重なる部分の三角形の底辺と高さの両方が変化し、点QがBに到達した後は、高さ(PC)のみ変化することから、前者が2次関数、後者が1次関数で表せることがわかる。よって、正解はイである。

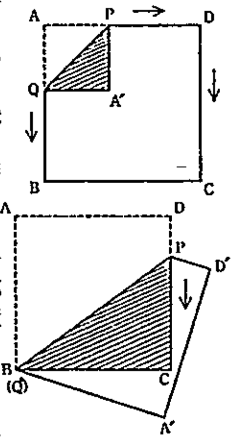
現実場面の問題に限らず、このような教科書等によくある問題場面でも、問いを工夫することにより、グラフを現象と関連づけてよむ力を伸ばす上で有効な問題になることがわかる。

1辺の長さが8cmの正方形の折り紙ABCDがあり，点P，Qはそれぞれ点Aを同時に出発し，毎秒2cmの速さで，次のように動く。

・点Pは，辺AD，DC上をAからCまで動き停止する。
・点Qは，辺AB上をAからBまで動き停止する。

出発してからx秒後の点P，Qに対し，線分PQを折り目として折り紙を折りまげるとき，重なる部分の図形（図の斜線部分）の面積を$y$cm²とする。

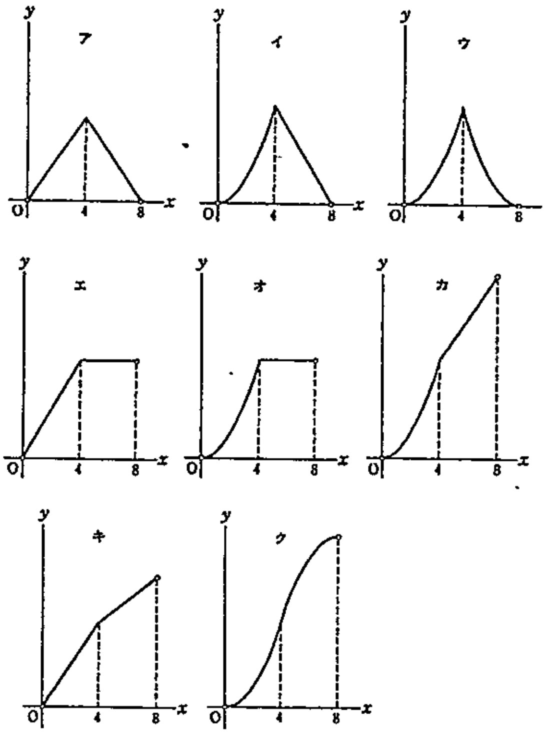
xの変域を$0<x<8$として，次の各問いに答えなさい。



(1) xとyの関係を表したグラフはどのようになるか，次のアからクまでの中から最も適当なものを選び，記号で答えなさい。

(2) 点Pが辺DC上にあるとき，yをxの式で表しなさい。

(3) 重なる部分の図形の面積がもとの正方形の面積の$\frac{1}{4}$となるのは，出発してから何秒後かを求めなさい。



3．まとめと今後の課題

1999年度の全国の公立高校の入試問題を調べた結果、現実的な場面を題材にした問題や、グラフを現象と関連づけてよみとる問題が多く取り上げられていることがわかった。しかし、問題そのものには解決する必然性が乏しく、現実的な「問題場面」になっていない場合も多い。そのような問題を改良したり、発展的に扱ったりすることを考え、展開例や問題例を示した。これについて、実際に授業を行い、生徒の反応から、その有効性について考察することを今後の課題とする。

注

1)本稿における入試問題は、次の文献より引用する。学研.「全国高校入試問題正解と分析」.学研.1999.

2)秋山仁監修.「コンビニで数学しよう」.森北出版.1998.pp.22-31.

3)大澤弘典.「現実場面に基づく問題解決－グラフ電卓を利用した合科的授業展開を通して－」.日本数学教育学会誌数学教育.第78巻第9号.1996.

4)西村圭一.「高校生の『関数感覚』に関する調査研究－「ジェットコースター」のグラフを例に－」.第32回数学教育論文発表会論文集.1999. pp.513～518.

「算数・数学と社会のつながりに関する調査」について

1. 調査の主旨

この研究では社会と結びついた算数・数学教育を作ることを目標としている。しかしながら、これまでの本研究における授業実践や調査の経験によると〔基礎学力調査、久保良宏・牛場正則・西村圭一先生の発表等〕、子供たちは、社会と結びついた算数・数学を学ぶのに何らかの困難をもっているようである。また、現状の指導では、社会と結びついた算数・数学について何らかの問題が生じているようである。

そこで、日常生活や社会と関連した問題への児童・生徒の算数・数学的な能力や意識を発達的に調べることにした。そして、調査結果をもとに、算数・数学教育をどのように変えればよいのか、どのような付加的な指導をすればよいのかなどの示唆を得ることにした。

2. 日常生活や社会と関連した問題への児童・生徒の算数・数学的な能力

日常生活や社会と関連した問題への児童・生徒の算数・数学的な能力について、次の３つの領域を元に構造化を図った。

A. 量・形についての感覚

B. 実世界の問題を数学的に解決するのに必要な諸能力

C. 近似的に扱う能力

これらのうち、Bが中心となる能力であるが、それらの能力が遂行される過程で、A、Cが洞察的、制御的に働くと考えた。

なお、A、Bの領域は、さらに、次のように細かく分けられている。

A. 量・形についての感覚

１．長さの感覚　２．広さの感覚　３．かさの感覚　４．重さの感覚
５．角度の感覚　６．時間の感覚　７．速さの感覚　８．形の感覚

B. 実世界の問題を数学的に解決するのに必要な諸能力

１．実世界の現象を数学の対象に変える

１－１．仮定をおく　１－２．変数を取り出す
１－３．変数を制御する　１－４．仮説を立てる

２．対象を数学的に処理する

２－１．表・式・グラフ・図等で表現する　２－２．操作を実行する

３．実世界に照らして検証する

３－１．予測・推測をする　３－２．検証する

４．実世界において数学でコミュニケーションする

４－１．数学的表現から現象を読み取ったり伝える
４－２．数学を使った日常文を読み取る

3. 問題の作成と選択の規準

調査問題については、平成 11 年の間に約 1 年をかけて、本調査用の問題数の数倍の問題をメンバーで作成し、検討を重ねた。それらについて、平成 11 年 11 月から 12 月にかけて予備調査を行った。そして、その結果をもとに、次の規準で本調査用の問題を選択した。

（1）本研究の主旨に沿った問題であること。つまり、日常生活や社会に関連した問題で、しかも、子供に親しみやすい問題とする。
（2）算数・数学科の目標に沿った問題であること。つまり、算数・数学と離れすぎて他教科の問題となってしまっている問題でないこと。
（3）問題の構成が明確であること。
（4）子供が理解可能な問題であること。
（5）子供が解決に取り組むことが可能な問題であること。

調査問題は、A、B、Cのそれぞれの小項目毎に作成され、本調査の全体の問題数は，70 題となった。なお、意識調査については，14 項目を作成した。

4. 問題セットの構成

調査の対象とする学年は，小学校第 4 学年から高等学校第 2 学年とする。そして、それぞれの学年に対しては、共通の問題を配置し、その発達的な様相を調べるものとする。また、それぞれの学年の問題数は、その年齢を考慮して，表 1 の通りとする。なお、調査には，これらの問題のほかに，最後に，1 頁の意識調査の質問項目が含まれている。

表１　学年毎の問題数

学年	全体の問題数	１人当りの問題数	問題セット
小学校４年	20 問題	20 問題	A
小学校５年	24 問題	24 問題	B
小学校６年	48 問題	24 問題	C，D
中学校 ～ 高等学校	70 問題	35 問題	E，F

それぞれの問題は，原則として次のようにして配置する。

（1）小学校５年以降については、直前の学年で初めて履修された内容の問題を入れる。
（2）発達を見ることができるように，前学年の問題は，次学年で可能な限り入れる。

5. 調査の実施

調査は、平成 12 年１月から３月にかけて、北海道、山形、埼玉、東京、千葉、新潟、愛知、奈良、高知の９都県の小中高校，各９校，合計 27 校において実施された。

6．調査の分析

調査の分析は、平成 12 年４月以降に行う予定である。

Ⅱ．算数・数学科における総合的な学習の

授業実践・授業構想

鏡で遊ぼう

－4年「変わり方」の指導を通して－

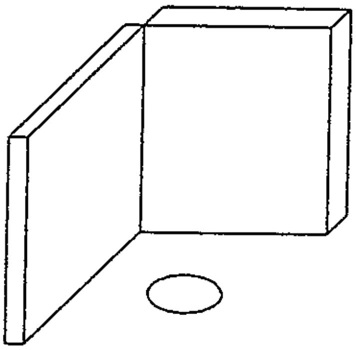
島田　功
成城学園初等学校

要約
理科の時間に「鏡で遊ぼう」というのを取り扱った。鏡に物をうつすと、像はどのように見えるかを学習したり、2枚の鏡の間に物を置くと、どのように見えるかを学習したりするのがねらいである。その学習の中で、数学（本校では算数を数学と呼んでいる。）と結び付けられる内容があった。それは、2枚の鏡の角度を変化させるとどのように物が見えるのかである。この学習を通して、「変わり方」という単元で学習する内容（変化させて調べること、きまりを見つけること、そのわけを考えること）を取り扱ってみた。
キーワード：2枚の鏡の間の角度を変える、きまりをみつける、そのわけを考える

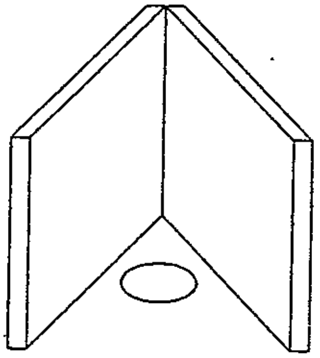
1．はじめに

理科の「鏡で遊ぼう」という内容の中に、次のような問題がある。

質問（7）　2まいの鏡を図のようにしておき、鏡の間に消しゴムをおいたら消しゴムはどのようにうつると思いますか。



質問（8）　鏡の間を、せまくすると消しゴムはどのようにうつると思いますか。



そこで、この問題を受けて、「変わり方」に関する内容を取り扱った。

2．数学の授業とのかかわり

① 変わり方との関連

・２枚の鏡の角度を狭くすると、消しゴムの数が増え、２枚の鏡の角度を広くすると、消しゴムの数が減る。

・角度×個数＝３６０度

・何故、このきまりが成り立つか３６０度を等分して説明する。

② 対称な図形との関連

・うつる消しゴムは、線対称な位置にうつって見える。

この単元で扱ったのは、①に関するものである。

3．実際の授業で

（１）本時の目標

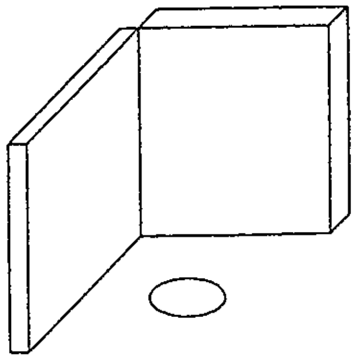
・２枚の鏡の角度を狭くすると、消しゴムの数が増え、２枚の鏡の角度を広くすると、消しゴムの数が減ることが分かる。

・角度×個数＝３６０度のきまりを見つけることができる。

・何故、このきまりが成り立つか３６０度を等分して説明するすることができる。

（２）本時の展開

T．２枚も鏡を９０度にして、その間に消しゴムを置いたら消しゴムはどのようにうつると思いますか。



C．消しゴムは、本物も入れて４つ見えると思う。（ほとんどの子ども）

T．実際にやってみましょう。

C．やったあ、あたったあ。全部で４つ見えるよ。

T．それでは、２枚の鏡の角度を狭くしたり、広くしたりしたら消しゴムはどのようにうつるでしょう。

C．鏡の角度を狭くしたら、消しゴムはたくさん見えると思う。広くしたら消しゴムの数は少なく見えると思う。

（ほとんどの子どもがこのように予想する。）

T．それでは、実際に鏡を使って実験して見ましょう。

C．予想した通りになったよ。

T．それでは、そのことをまとめておきましょう。

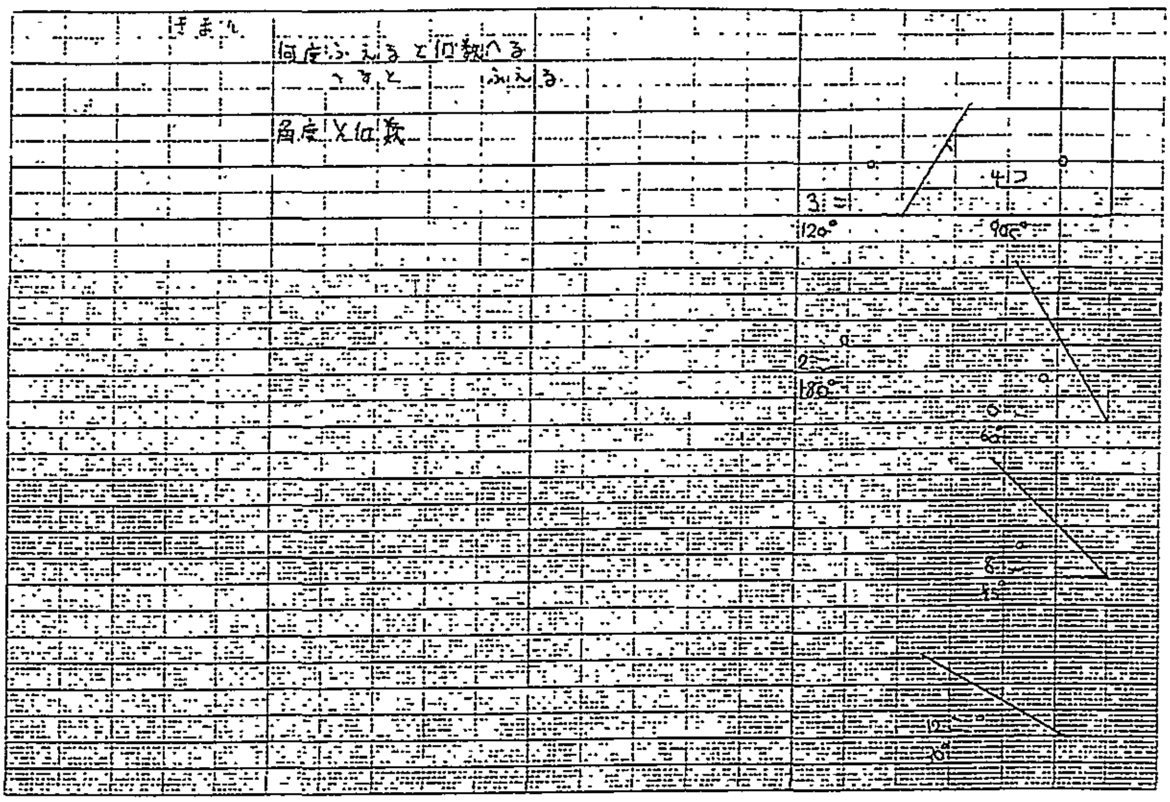
角度が小さくなると、消しゴムの数が多くなり、 角度が大きくなると、消しゴムの数がへる。

T．角度と消しゴムの数には、何かきまりがあるのでしょうか。角度を下のように変えて、消しゴムの数を調べてみましょう。

１８０度、１２０度、９０度、６０度、４５度、３０度

C．（2人1組になって協力しながら、角度をかき、その上に鏡を置いて、消しゴムの数を求める。）

C．実際の子どものノートから



T．それでは、発表してもらいます。それぞれの角度毎にいくつ見えたか言ってもらいます。そのときに、本物も入れて数えてください。

C．各グループ毎に発表する。

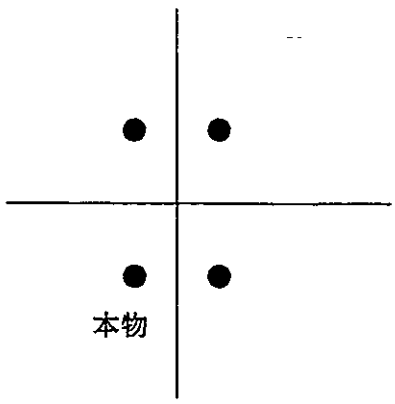
角度(度)	３０	４５	６０	９０	１２０	１８０
見える	15（2）	11（2）	6（11）	4(18)	3(18)	2(18)
消しゴ	14（3）	9（9）	7（7）			
ムの数	13（4）	8（6）				

（個）	12（2）	7（1）				
	11（3）					
	10（1）					
	9（1）					
	8（2）					

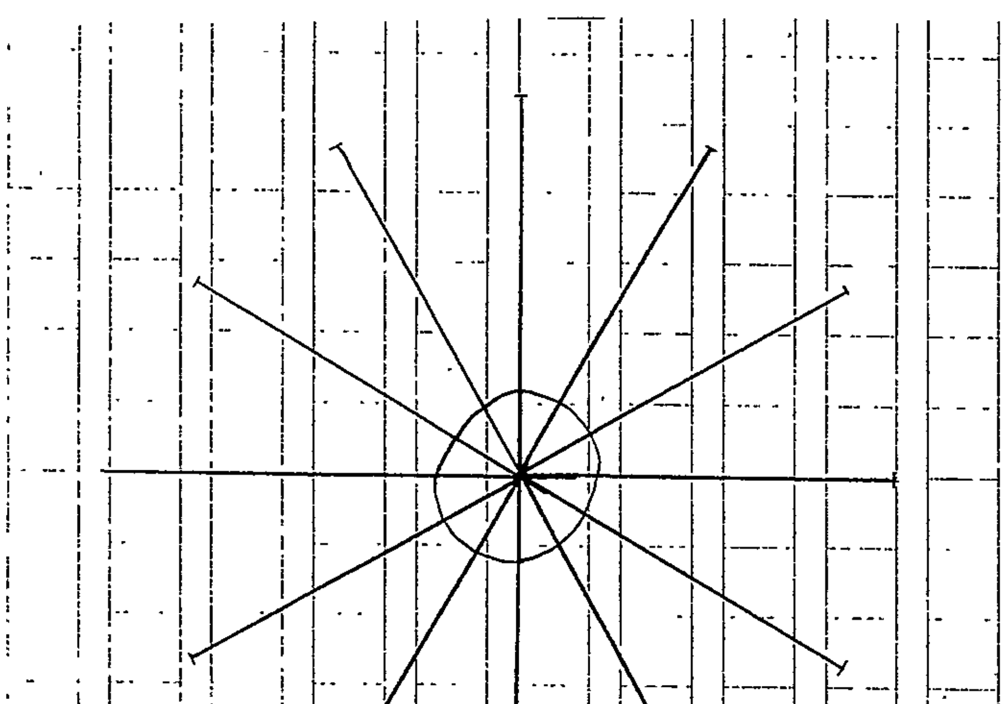
◎（）の中の数字は、グループの数

T．９０度、１２０度、１８０度は、どのグループも同じ数になりましたが、３０度、４５度、６０度は同じ数になりませんでしたね。どの実験が正しいのでしょうね。

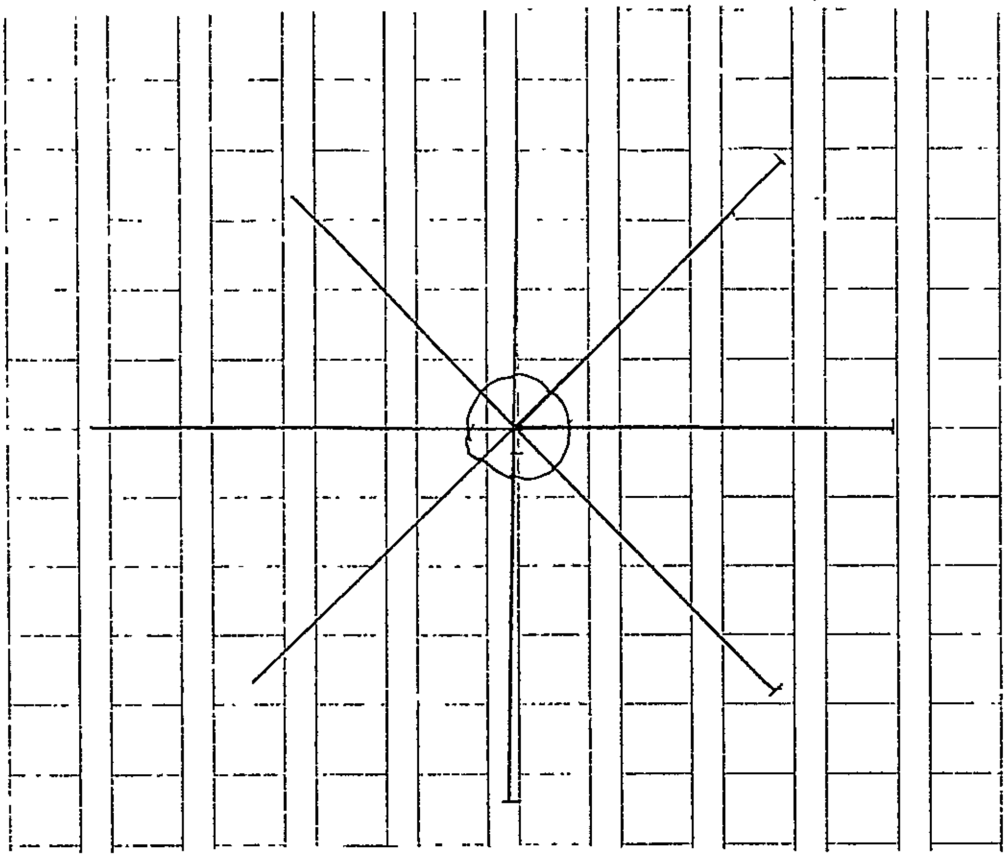
C．例えば、９０度で４つ見えるというのは、次のように考えることができます。



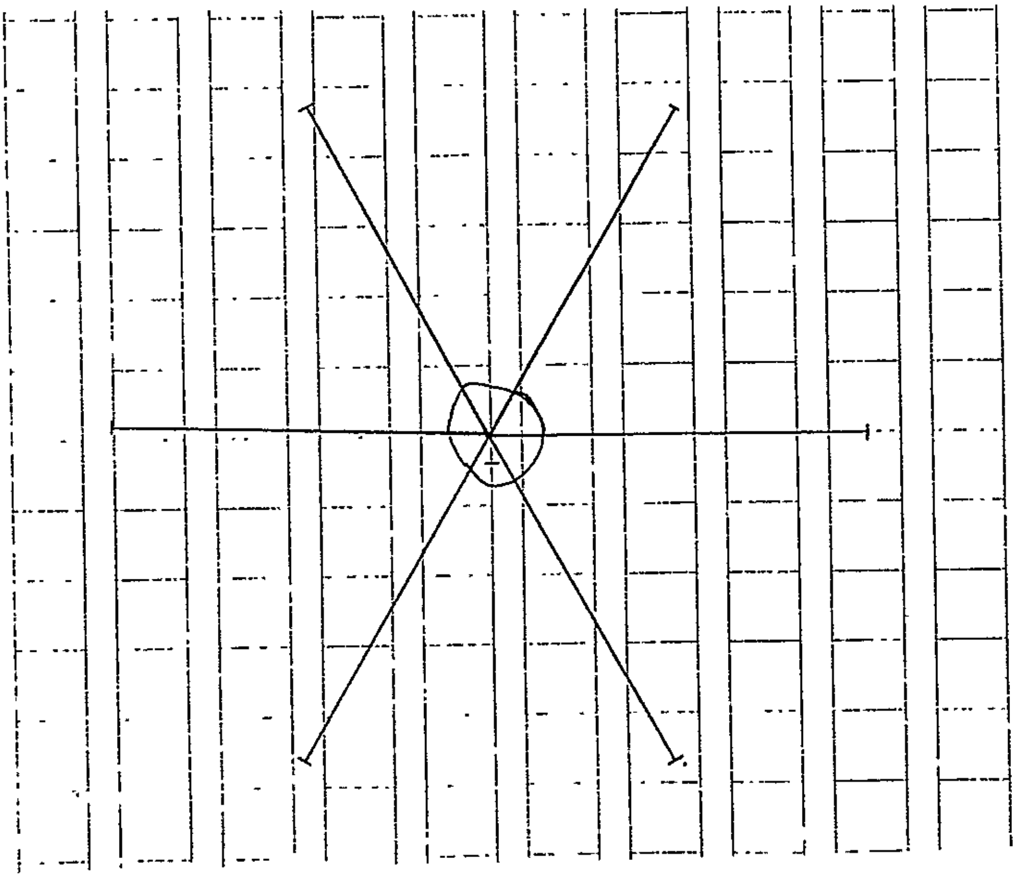
つまり、３６０度を９０度で分けると４等分になるから、本物を入れて４つ見えることになる。これと同じように考えると、３０度のときには３６０÷３０＝１２で本物を入れて１２個見えることになる。



C．そうか。４５度の時は、３６０÷４５＝８で本物を入れて８個見える。



C．６０度のときには、３６０÷６０＝６で本物を入れて６個見えることになる。

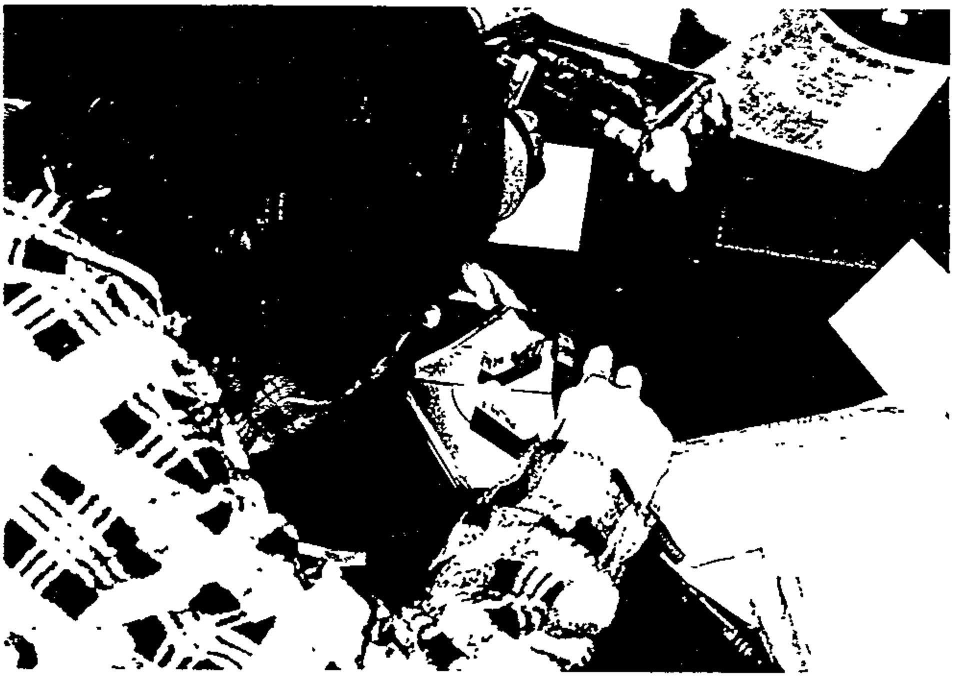


Ｔ．それでは、どんなきまりがあるかをまとめておきましょう。
Ｃ．角度×個数＝３６０度

４．授業を終えて

（１）小さい角度になると、見える消しゴムの数にばらつきが起こってしまった。そこで、９０度の場合で何故４つに見えるかを取り上げて、類推させるような展開にした。
　その結果、多くの子どもたちが納得した。

（２）実際に鏡を持っているために、「角度を小さくすると見える消しゴムの数は多くなる。」という予想がすぐに確かめることができた。一人一人に鏡を持たせたメリットである。



鏡を使って学習をしている子

万華鏡を作って遊んでいる子

ドーナツ池までどのぐらいあるのかな？

－5年「概測」の指導を通して－

島田　功

成城学園初等学校

要約

ドーナツ池は、本学園の中にあり、ざりがに釣りに行く場所である。初等学校から歩いて、ドーナツ池までおよそどのぐらいあるのかを求める活動を取り上げた。そして、歩測を利用して求めることにした。実際に、歩いて歩数を求め、計算で求めることにした。その値が距離測定器で測った値と比べると大きな違いはなかった。このことで、子どもたちは歩測のよさ（算数のよさ）を感ずることができた。

キーワード：ドーナツ池までの道程、歩測、算数のよさ

１．実際の授業

Ｔ．ドーナツ池にざりがに釣りによく行ったよね。初等学校の桜橋からどのぐらいあるのかな。

Ｃ．３０ｍぐらいだと思う。

Ｃ．２００ｍぐらいだと思う。

Ｃ．実際の子どもの予想は次のようになった。

　３０ｍ→１人

　４０ｍ→０人

　５０ｍ→１人

　６０ｍ→２人

　７０ｍ→５人

　８０ｍ→３人

　９０ｍ→８人

１００ｍ→６人

１５０ｍ→９人

２００ｍ→２人

Ｔ．実際に調べるには、どうすればいいかな。

Ｃ．巻き尺を何回も使って調べる。

Ｃ．距離測定器を使う。

Ｔ．どれも使わないで、調べる方法を考えよう。

Ｃ．歩幅を使って、何歩で歩いたかを調べる。

Ｃ．足のサイズを使う。

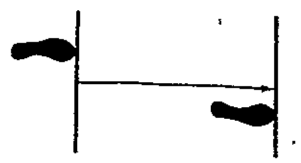
Ｃ．身長を利用する。つまり、地面に横になって何回で行けるかを調べる。

Ｔ．どれが一番簡単に調べられるかな。

Ｃ．歩幅です。

Ｃ．足のサイズや身長を利用するのは、大変。

Ｔ．それでは、自分の歩幅を調べてみましょう。歩幅というのは、こういうことです。



Ｔ．自分の歩幅を調べてみましょう。（１ｍのものさしを出して、１歩だけ足を出す。）これで、自分の歩幅と言っていいでしょうか。

Ｃ．だめ。普通の歩いている歩幅にならないから。

Ｔ．それでは、１０歩歩いた距離を調べて、歩幅を調べてください。どうして、１０歩にしたのでしょうか。

Ｃ．１歩の歩幅を出すのに、１０で割れば計算が簡単だから。

Ｔ．そうですね。例えば、１０歩の距離が６ｍ３４ｃｍだったら、１歩の歩幅は。

Ｃ．６３４÷１０＝６３．４（ｃｍ）

Ｃ．６．３４÷１０＝０．６３４（ｍ）

Ｔ．ｍｍまで出しても意味がないので、四捨五入して６３ｃｍや０．６３ｍと表しましょう。
もし、その歩幅で８４歩だったら。

Ｃ．６３×８４＝５２９２（ｃｍ）

Ｃ．０．６３×８４＝５２．９２（ｍ）

Ｔ．歩幅は上から２けたの概数で表したので、道程も上から２けたの概数で表します。
５２９２ｃｍ→約５３００ｃｍ→約５３ｍ
５２．９２ｍ→約５３ｍ
それでは、まずグループで巻き尺を持って行き、自分の歩幅を測ってみましょう。

Ｃ．グループ毎に広場に出て、歩幅を調べる。

T．それでは、自分の歩幅が分かったら、桜橋からドーナツ池の橋まで歩いてみましょう。

T．それでは、ドーナツ池までどのぐらいあるかを計算して求めてみましょう。

C．０．７６m×４８７歩＝３３２．０３m→約３３０m

C．０．８１m×３９０歩＝３１５．９m→約３２０m

C．０．７９m×３８３歩＝３０２．５７m→約３００m

C．７９cm×４２６歩＝３３６５４cm→約３４０m

T．実際に距離測定器で測ってみたら、約３００m（実際は２９５．５m）ありました。

２７０m〜３３０m位に入れば、最高です。

２４０m〜３６０m位に入れば、結構です。

◎子どもたちの約８０％は、２７０m〜３３０mに入っていた。

約９４％が、２４０m〜３６０mに入っていた。

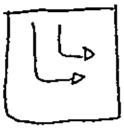
２人がこれ以外だった。（歩数の数え間違い）

２．学習後の感想

・人間てうまくできている。だって、体の一部で何mかを測れるなんてすごいなあ。

・歩幅を知っておくと便利だね。

・道の長さを調べるとき、曲がるところが違うと歩数が３〜４歩変わってしまうと思う。



・歩数を調べるのが大変だったけど、楽しかった。途中で間違えそうになったので大変だった。家からバス停までは１３８歩しかなかったのでびっくり仰天、０．６９×１４０＝９６．２mで約９６mしかなかった。１００mもないなんて信じられなかった。これからも、どんどん歩幅を使って調べるぞ二。

・歩数を覚えているのが大変だった。

・歩数を調べるとき、声を出して測ったからジロジロ見られた。歩数が２０８歩だったのでちょっと少ない気がする。

・いつも機械ばっかり頼っていたけれど、自分の体でだいたいの道程が分かるなんてすごいね。昔の人

はどうやって測っていたのかな。
・ちょっと途中で混乱した。犬の遠吠えで忘れたので間違えてるかも。

3．授業を振り返って

（1）実際に歩幅を使って調べてみることにより、子どもたちはいろいろなことを感じたり考えたりしていることが分かった。
  ・歩幅を知っておくと、だいたいの道程が分かるなどの歩測のすばらしさを感じている。
  ・曲がるところで3～4歩の違いが起こるなどの歩測をする場合の問題点を指摘している。
  ・歩数を数えることが大変だったことを指摘している。
  ・歩幅をいろいろな場面で活用したいと感じている。

（2）長い道程の場合には、歩幅で調べるのは面倒になることから、時間と速さを用いた方法へと進むことになる。したがって、歩数を数えることが大変だという感想も大切にしたい。

（3）自分の歩幅を調べるときに、グループ毎に役割分担を決めて調べさせた。それは大変よかった。交替しながら、調べるようにした。
  巻き尺をもつ人→2人
  歩く人→1人
  記録する人→1人
  目盛りを読む人→1人

（4） ドーナツ池まで の道程の予想では、開きが大きかったのには驚いた。子どもたちが毎日歩いているところで、短く感じている子どもがほとんどであった。

（5）この学習をきっかけにして、自分の家から駅までの道程を歩幅を使って調べさせた。歩幅を使うよさや大変さを感じていた。

サッカーボールと世界のコイン

－５年「円と正多角形」の指導を通して－

島田　功
成城学園初等学校

要約

「円と正多角形」の単元で、正多角形を身の回りから探す学習をした。その時に、サッカーボールに正多角形が使われていることを見つけた子供や世界のコインの形を調べた子供がいた。サッカーボールの方は、正五角形が１２枚、正六角形が２０枚あったということから、折り紙で正三角形を作り、それを基にして、正六角形を作り、サッカーボールを作る学習に進んだ。こうした学習を通して、数え方の工夫やなぜその折り方で正三角形ができるのかなどの論理的な思考を育てたり、実際に作ることによる楽しさを味わうことができた。一方、世界のコインの形には、正多角形でできているものがあり、子ども達は興味を持って、調べた子供の研究に耳を傾けていた。

キーワード：身の回りにある正多角形、折り紙でのサッカーボールづくり、世界のコインの形

１．はじめに

（１）「円と正多角形」の単元で、正多角形を身の回りから探す学習をした時に、サッカーボールに正多角形が使われていることを見つけた子供がいた。正五角形が１２枚、正六角形が２０枚あったということから、正六角形を折り紙で作り、サッカーボールを作る学習に進んだ。こうした学習を行った。子どもたちは、実際に作ることによる形に対する感覚を育てたり、楽しさを味わうことができた。

（２）世界のコインの形を調べた子どもがいた。世界のコインには、正多角形の形で作られているものがあり、日本のコインとは違うことを学んだ。

２．実際の授業（サッカーボールを作ろう）

Ｔ．小林さんが正五角形と正六角形がサッカーボールに使われていることを見つけてくれました。正五角形が１２枚、正六角形が２０枚あったそうです。
　本当にそれだけあるのか、調べてみましょう。

Ｃ．（子どもたち数人がサッカーボールを持ちながら、数える。）

Ｃ．正五角形は１２枚です。
　半分に切る。すると、上に１つ、その回りに５つ、そして、下半分にも見えるので２倍する。
　（５＋１）×２＝１２

Ｃ．半分だけ見るのは同じ。
　５×２＋１×２＝１２

Ｃ．４つずつまとめると３組ある。（何人かで協力する）
　４×３＝１２

Ｃ．３つずつまとめると４組ある。（何人かで協力する）
　３×４＝１２

◎子どもたちは、最初は適当に数えていたが、数えたのかどうかが分からなくなり、印をつけていけば

いいと言って印をつけて数えている子どももいた。

T．正六角形は２０枚あるでしょうか。

C．この場合も半分に切る。５＋５＋５＋５＝５×４＝２０

　上に５枚のまとまり、同じように下に５枚のまとまり、途中に上に近いのが５枚、下に近いのが５枚あるので。

C．同じように半分に切る。５＋１０＋５＝５×２＋１０＝１５

　上に５枚のまとまり、同じように下に５枚のまとまり、途中に１０枚ある。

T．それでは、サッカーボールを作りましょう。

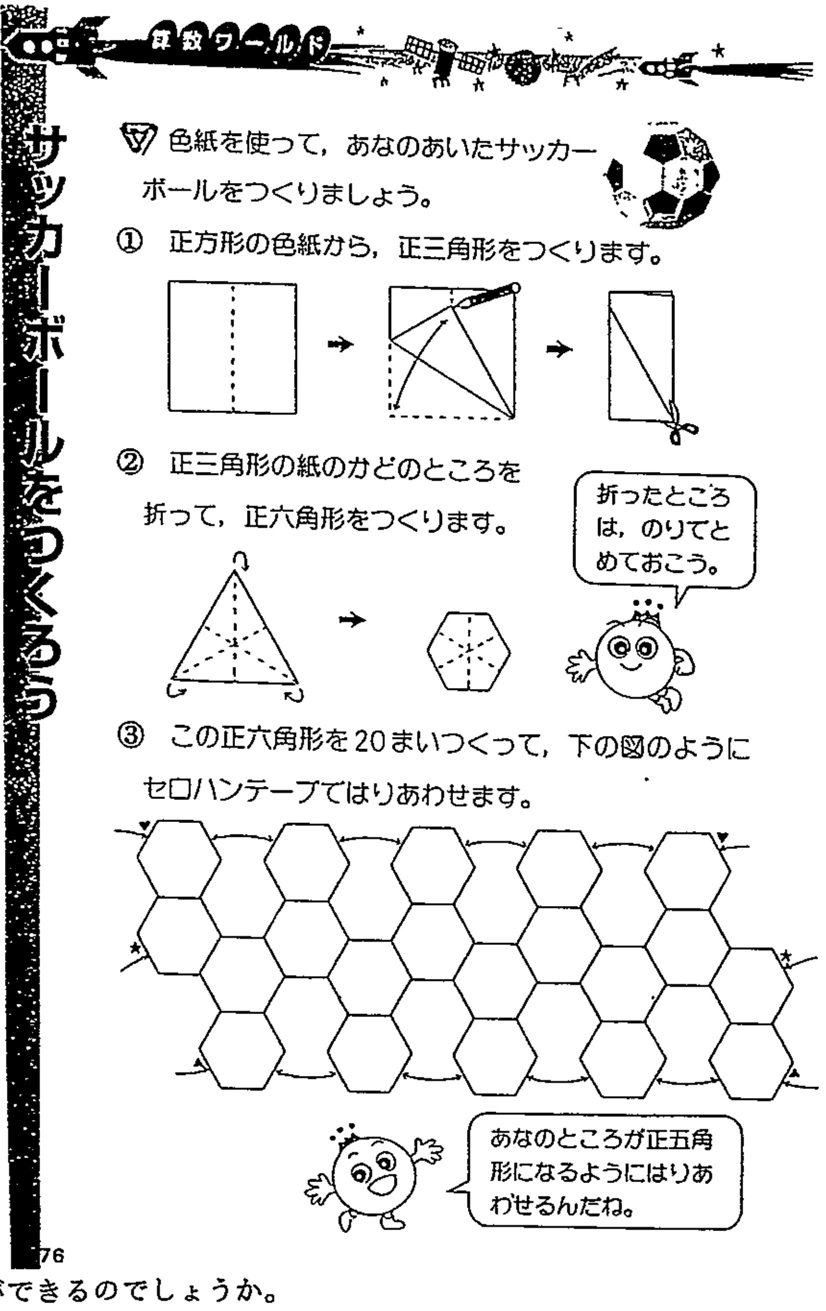
C．やったあ。

T．折り紙で作ります。それぞれ何枚必要でしょうか。

C．正五角形が１２枚、正六角形が２０枚です。

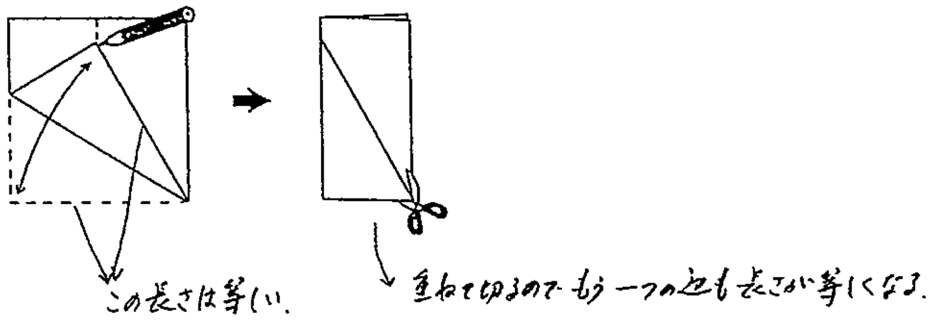
T．そうですね。今日は、正六角形２０枚だけで作りましょう。正五角形の部分は穴があくことになります。（見本を見せる）

　作り方は、このプリントを見てください。[1]

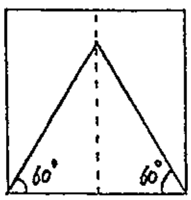


T．なぜ正三角形ができるのでしょうか。

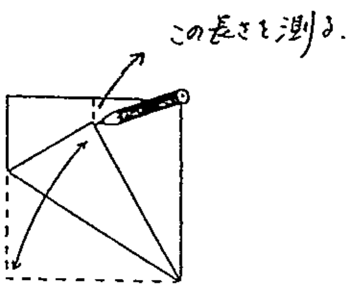
C．正三角形は３つの辺の長さが等しいので、この折り方で３つの辺の長さが等しくなるからです。



C．（実際に作りながら、子どもたちは正三角形の作り方を色々考えていた。）
三角定規の６０度を利用する方法。

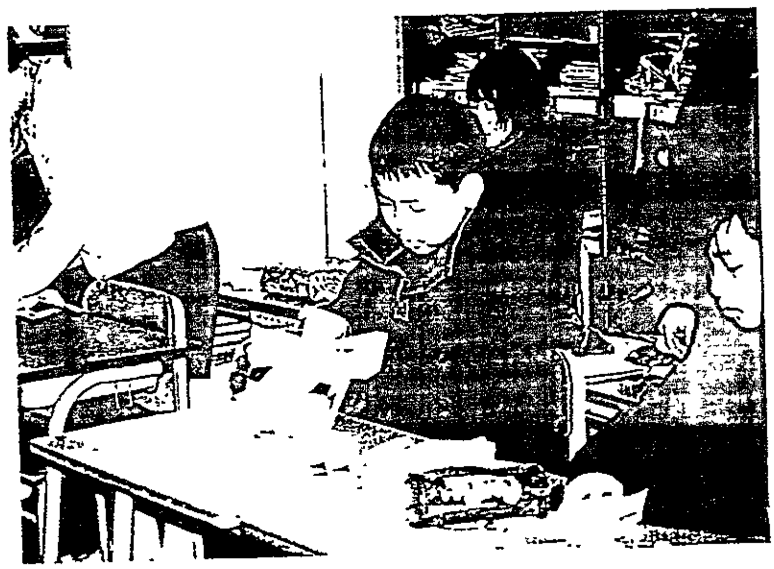


C．１枚だけ作ってから頂点の位置を上からの長さで測り、２枚目以降はその長さを利用する方法。



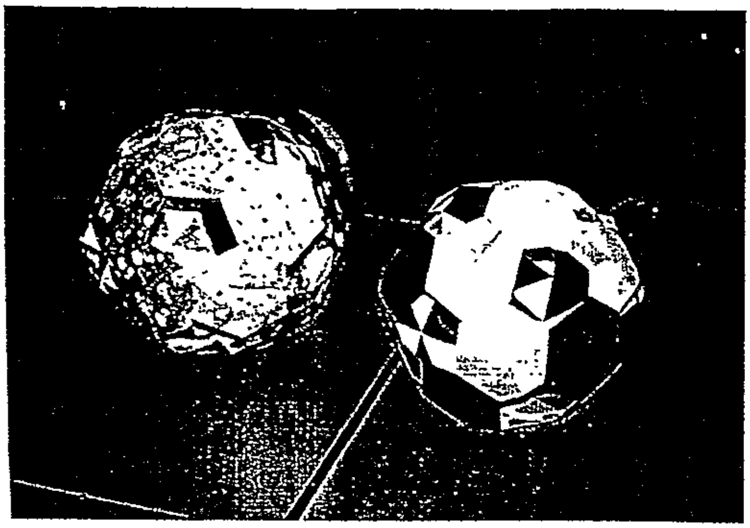
T．（正三角形から正六角形を作る方法を説明し２０枚作らせ、それをセロテープでつなぐように説明する。）

写真１（作っている様子）



C．やったあ、完成したぞ。

写真２（完成した作品）



３．授業後の感想

・今日作った折り紙は、三角形の３つの角を折って、正六角形ができた。でも、一つの角を折ると台形ができて、２つの角を折ると五角形になる。すごい。三角形一つだけでいろいろな形ができている。じゃあ、四角形や五角形の角を折るとどうなるのかなあ。こんどみんなでやってみたいなあ。こんな小さな発見からどんどん大きな発見になっていく。

・サッカーボールを作るのは大変だった。でも不思議なことが分かった。それは、正六角形を作るときだ。最初は正方形の折り紙なのに、次に正三角形になって最後正六角形になるというのを見ると、どんどん折り紙が進化しているようだ。人間の進化と同じように、折り紙も進化している。正六角形から進化はするのか。秘密を見つけようと思う。

・折り紙でサッカーボールを作れるなんてすごいね。

・楽しかった。サッカーボールがすごくきれいにできたのでうれしかったです。

・指が１２本あったら数えやすいかも・・。

・すごい楽しかったけど、穴を数えるのが難しかった。

・サッカーボールを作るなんて大変だなあと思ったけど、作っていくうちに楽しくなってきた。

・人間って知恵を出せば何だって数えられるんだ。

・正六角形を作るのは最初難しかったけれど、なれてくると簡単になってきたし、新しいアイデアも浮かんで来た。数学は何回も続けていればいいアイデアが浮かんでくるのでいいね。サッカーボールを作るのは難しかったけれど完成したらとてもうまくできたのでよかった。

・最初は正方形でそれを折って切って三角形、それをまた折って今度は正六角形。それをつなげて球ができた。なんだか形が進化しているみたい。形を折ったりつなげたりしていると、どんどん新しい形ができてくる、すごい発見だ。もっと違う切り方や折り方をしていけば見たこともない形になるかも。小さなものから大きなものになったりしていく。これからももっと形の秘密を知っていきたいな。

・サッカーボールが正五角形や正六角形で作れるなんて知らなかったよ。数学の秘密って奥が深いんだね。あんな形からサッカーボールが作れるなんて思わなかった。

・サッカーボールを作るのはとっても楽しかった。

・折り紙で正六角形ができるとは思わなかった。

・正五角形の所があると、もっとよかった。正五角形より正六角形の方が多いことが分かった。正五角形は作れないかなあ。

・私は、正六角形をつなげたら穴が正五角形ではなくて正六角形になってしまったのでなんでだろうと思っていたけど、サッカーボールのように丸くしたら、穴が正五角形になった。丸くしないで穴を正五角形にすると、回りの正六角形と正六角形の間にすきまができた。そのすきまをつなげたら、サッカー

ボールのように丸くなった、なんでだろう。
・こんどはすごく大きいのや小さいのを作ってみたいなあと思う。
・ぼくは、今度正五角形も入れてボールを作ってみたいです。でも、折り紙で正五角形が作れるか分かりません。また、正多角形を使っているものを、折り紙で作ってみたいです。とてもおもしろかったです。
・今回は穴のあいたサッカーボールを作ったぞ。作るのには時間がかかったけど、作った後の気持ちは最高。私はこんなすごいのを作ったのかっていう気持ち。
・もっと大きいサッカーボールを作ってみたい。
・正六角形でサッカーボールができるなんてすごいね。他の形でもサッカーボールはできるのかなあ。・折り紙で正六角形を作るのがとても楽しかったです。もっといっぱい正六角形を折って、大きいサッカーボールを作りたいです。
・おもしろかったよ。とっても楽しかったよ。

4．授業を振り返って

実際にサッカーボールを作りながら、子どもたちはいろいろなことを考えていることが分かった。例えば、子どものつぶやきや様子の中に、次のようなものが見られた。
①楽しそうに作っていた。
②作りながら、能率よく作るにはどうしたらよいかを考えていた。
③正五角形が１２枚あるのを数えるのに、展開図の段階で数えることもできると発見した子どもがいる。
④正三角形から正六角形ができるなんてびっくりした。更に折ると、正１２角形ができるんじゃないかなあ。

従って、目的を持たせながら実際に作る活動を行うことは大切であることが分かった。

5．子どもの研究（世界のコインの形調べ）

◆いろいろな形のお金

（１）お金の形

これは、カナダで使われている正１１角形のお金です。

カナダドル
＄１
お金の呼び方
ルーニー

メキシコのお金で、正７角形です。

メキシコペソ
１０ペソ
お金の呼び方
ペソ

フィリピンのお金で、中が正８角形です。

フィリッピンペソ
１ペソ
お金の呼び方
ペソ

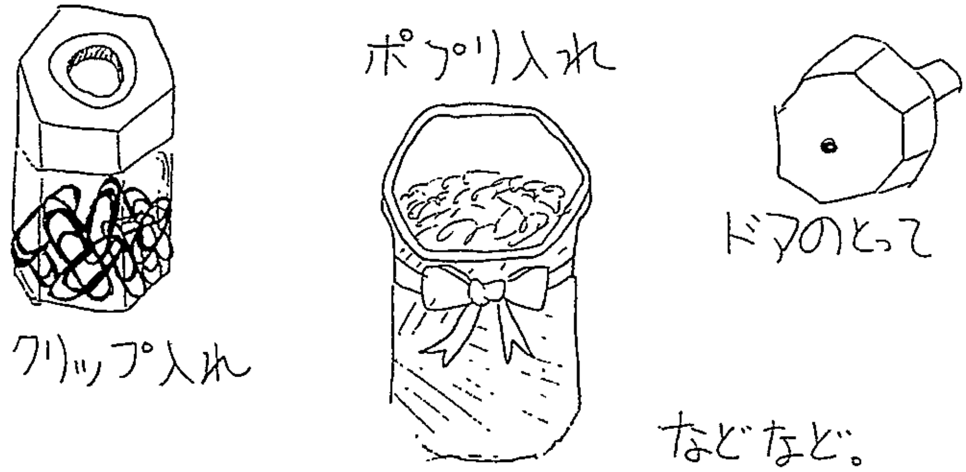
イギリスで使われているお金で、正７角形です。

イギリスポンド
２０ペンス
お金の呼び方
ペンス

オーストラリアで使われているお金で、正１２角形です。

オーストラリアドル
５０セント
お金の呼び方
ドル

◆正多角形は、きれいな形です。こんなにきれいな形は、あまりなさそうだけれども身の回りにはいっぱいありました。



◆まとめ

角がいっぱいあるほど、円に近づくことが、このコインの形から分かります。イギリスで使われているイギリスポンドとオーストラリアで使われているオーストラリアドルを比べてみると、やっぱりオーストラリアドルの方が円に近かったです。

参考文献
（１）算数教科書（教育出版　平成１２年度版５年生　下）

オリンピック陸上競技に挑戦しよう
ー体育科と算数科とのつながりを考えるー

牧野　宏
狭山市立入間小学校

要約

この実践研究の目的は，小学校の算数授業において，体育に関わる内容を用いることの効果を明らかにすることである。そのため，小学校６年生を対象に，１９９６年に行われたアトランタオリンピックの記録を素材に，児童のスポーツテストの記録との比較の授業を行った。実践の結果，①スポーツの記録を素材にすることで，児童は意欲的に記録の比較に取り組むこと，②児童は，記録の比較をする活動を通して，運動に対して積極的になること，③データの処理には電卓が有効であること，などが分かった。

キーワード　　他教科とのつながり　オリンピック記録　記録の比較

１　はじめに

埼玉県狭山市では，小学校６年生になると，市内全児童が集まって陸上競技を競い合う「連合運動会」に参加する。実施日は各小学校の運動会が終わる１０月中旬であり，種目は，１００ｍ走，４００ｍリレー，走り幅跳び，走り高跳び，ドッジボール投げ，綱引き等である。９月上旬に，それぞれの種目について，児童の記録を測り，選手選考を行う。そして，他の小学校の選手たちと記録を争ったり，過去の記録と比べ合ったりする。

ここでは，児童がとった選考会での各種目の記録をもとに，発展的に，世界レベルの陸上競技に参加した選手との比較を行う。ふだんはテレビでしか見ることのできない世界のトップレベルの選手たちの記録を，児童が自分の記録をもとに改めて見直していくことにより，世界のトップ選手の素晴らしさ，すごさについて実感させていきたい。そして，運動に対して新たな目標がもるようになるための一つのきっかけとしたい。

２　学習指導事例（１時間扱い）

（１）目標

〇１９９６年アトランタオリンピックでの陸上競技記録と狭山市連合運動会選手選考会での児童各自の記録を比較していくことで，オリンピック選手の素晴らしさについて改めて見直す。

①オリンピック選手の記録を，「自分の記録の何倍である」とか「自分の記録を１周で〇秒縮めたらオリンピックの選手と同じになる」など，多方面から比較することができる。

②オリンピック選手の驚異的な記録について実感し，運動に対するめあてをもつ。

（２）関連する題材名　　「単位量あたりの考え」「割合とグラフ」

（３）対象学年　　小学校６年生

(４) 本時の位置づけ

【A．量・形についての感覚】

Ａ１．長さの感覚

オリンピックの選手が投げたり跳んだりした距離を，自分が投げたり跳んだりした距離と比較することで，長さを実感する。

Ａ７．速さの感覚

自分の記録をオリンピックの選手の記録を比較することで,オリンピック選手の速さを実感する。

【B．実世界の問題を数学的に解決するのに必要な諸能力】

Ｂ１－１・仮定をおく

自分の速さがそのまま続いたらと仮定して，オリンピックの選手の記録と比べる。

Ｂ１－３・変数を制御する

自分の運動の記録とオリンピックの選手の記録を比較するのに，走る距離をそろえて比較する。

(５) 授業の展開

学　習　活　動	予想される反応と指導上の留意点	準　備
１　オリンピックについて話し合う。(一斉)	発問「オリンピックについてどんなことを知っていますか」 <予想される児童の反応> ア　４年に１回開催される。 イ　夏と冬のオリンピックがある。 ウ　予選を通過した選手が出場できる。 ○児童の反応をもとに，本時はオリンピックの記録について考えていくことを知らせる。	オリンピックの写真
２　本時の課題を知る。(一斉)		
オリンピック陸上種目の記録に挑戦しよう		
	○市内体育大会の選手選考のためにとった記録をもとに，オリンピック選手の記録に挑戦していこうと投げかける。 ○児童の「かなうわけない」という反応に対して，「みんなの１００ｍ走の速さで，そのまま４００ｍ走ったらどうなると思う？」とアドバイスし，実際には無理でも，計算上は挑戦できることに気づかせる。	アトランタオリンピックの陸上競技の入賞記録
３　オリンピック選手への記録の挑戦について考える。 １）記録の挑戦の仕方について見通しをもつ。	○児童の「資料が必要だ。」という声に応じて，前回行われたアトランタオリンピックの陸上競技の結果一覧表を配布する。 ○資料のデータをどう生かしていくか，数の処理の仕方について見通しをもたせていく。	各自の運動能力テストの結

（個別）	○見通しのもない児童には，個に応じた支援を行う。 {支援の方法} ・今まで，資料を比べる時には，倍や平均で比べる方法があったことを知らせ，今回，倍や平均の考え方が生かせないか児童に投げかける。	果
2）見通しをもとにオリンピックの記録の挑戦する。（個別）	○児童の必要に応じて，電卓を活用させる。 ＜予想される児童の反応＞ ア　　自分　　ＯＲ選手（男子） １００ｍ　１６．８秒　９．８４秒 ２００ｍ　３３．６秒　１９．３２秒 ４００ｍ　６７．２秒　４３．４９秒 ：　：　： イ　走り幅跳び　自分　２．９３ｍ ＯＲ選手　７．１２ｍ ７．１２÷２．９３＝２．４３・・・　約２．４倍	電卓
3）各自の考え方を交流し合う。（グループ）	○自分の考え方をもとに，比較し合ったり，確かめ合ったり，教え合ったりして交流させる。	
4　各自の考え方について話し合う。		
1）各自の考え方を発表する。（全体）	○それぞれの考え方について発表させる。その際，どこに着目して比較したのか，着眼点も明らかにさせる。	
2）それぞれの考え方のよさについて話し合う（グループ→一斉）	○はじめは，小集団で討議させ，その結果を全体で発表させる。 ＜予想される児童の反応＞ ア　同じ速さでずっと走り続けていると考えると，オリンピック選手に勝と考えることができる。。 イ　１回跳んだ所からもう１回跳ぶというふうに考えると，オリンピック選手と自分の記録を比べることができる。 ○児童の発表をもとに，どれも既習を生かして，資料の数値を考察しているよさに気づかせていく。 ○児童が無意識に使っているよさを指摘し，認めたい。	
5　本時の学習をまとめる。（個別→一斉）	○本時の学習の流れを意識させ，学習内容を整理させる。 ○今日の学習で学んで分かったことや思ったことをノートにまとめさせる。	

（６）実際の授業から

＜問題提示の場面＞

T　みんな，オリンピックについて，どんなことを知っていますか？

C　もうすぐ，シドニーで行われる。

C　サッカーの予選をやっていた。

C　前回は，アメリカのアトランタだった。

T　オリンピックの陸上の選手って，どのくらいすごいと思いますか？

C　１００ｍは１０秒をきる。

C　この前のオリンピックはテレビで見たけど，とってもすごかった。

T　みんなは，連合運動会のために，いろいろな種目の記録をはかったよね。その記録をもとに，オリンピックの選手に挑戦してみよう。

C　オリンピックの選手の方がすごいに決まっている。

C　どうやって，挑戦するの？

T　実は，ここにアトランタオリンピックの陸上競技で入賞した人の記録が出ている資料があります。この記録と自分の記録を比べてみましょう。（アトランタオリンピックの記録の資料配布）

C　全然比べられないよ。記録が違いすぎる。

C　勝てるわけないよ。

C　幅跳びなんか，僕の何倍だろう。

T　いいことに気づいたね。君１人では勝てないけれど，君が何人か集まれば勝てるでしょう。

T　走る方はどうすればいいの？

T　どうすれば勝てるかな？

C　１００ｍでは，絶対勝てないけれど，そのまま走っているとすれば，いつか勝てるかもしれないね。

T　そうだね。では，自分で工夫しながら，オリンピック選手の記録に挑戦してみよう。

（この後，各自，オリンピック選手の挑戦，問題の意味がうまくつかめなかった児童には個別に支援）

＜児童の考え方＞

ア　自分の速さをもとにして，その速さがずっと続いたらと仮定して距離を伸ばしてオリンピックの選手に挑戦する考え方（のべ２６人）

イ　オリンピックの選手の跳んだり投げたりした距離が，自分の投げたり跳んだりした距離の何倍にあたるかを求めて挑戦する考え方（のべ９人）

＜児童のノートから＞

アさんの考え方（アさんの１００ｍの記録：１７．４４秒）

１００ｍ	女子１位	１７．４４－１０．９４＝６．５秒差
	８位	１７．４４－１１．１４＝６．３秒差
２００ｍ	女子１位	１７．４４×２－２２．１２＝１２．７６秒差
	８位	１７．４４×２－．６１＝１２．２７秒差
１００００ｍ	女子１６位	１９６３．３９－１７．４４×１００＝２１９．３９秒差

イさんの考え方（イさんの１００ｍの記録：１８．１３秒）

５０００ｍ	１８．１３×５０＝９０６．５
	９０６．５÷６０＝１５．１０８３３・・・
１００００ｍ	１８．１３×１００＝１８１３
	１８１３÷６０＝３０．２１６６６・・・

１位の人・・・３１分０１秒６３　　私の勝ち

ウさんの考え方

円盤投げ　（オリンピック記録）

１位	６９．４０ｍ	自分の記録　３８ｍ
２位	６６．６０ｍ	自分　３８ｍ　７６ｍ
３位	６５．８０ｍ	○ ---------- ○ ---------- ○
４位	６５．４２ｍ	● -------------------- ●
５位	６５．３０ｍ	１位の選手　６９．４０ｍ
６位	６４．６２ｍ	
７位	６３．７８ｍ	自分が１回投げて落ちた所からもう１回投げると
８位	６２．７８ｍ	１位の選手に勝てる。

＜自力解決後の話し合いの場面＞

Ｔ　最初にアさんの考え方だけど，誰か説明してみてください。

Ｃ　アさんの１００ｍのタイムが，１７．４４秒なので，２００ｍの時は2倍して，１００００ｍの時は１００倍して考えています。

Ｔ　なるほどね。１００００ｍまでいくと，日本人で一番記録のよかった人を抜かしているね。では，イさんの考え方はどうかな？

Ｃ　Ａさんの時と同じで，１００ｍの速さを５０倍，１００倍して考えています。１００００ｍの時は，１位になっています。

Ｔ　ということは，イさんが１００ｍを全速で走っている速さで１００００ｍ，だから校庭５０００周だね，ずっと走っているとオリンピックで金メダルとれるね。
（「そんなの絶対無理だ」という声）

Ｔ　では，ウさんのはどうだろう？

Ｃ　ウさんのは，円盤投げの記録にウさんのソフトボール投げの記録で挑戦しています。

Ｔ　ソフトボール２回分の距離なら金メダルなんだね。それにしてもオリンピックの選手はすごいね。

Ｔ　では，それぞれの考え方のどんなところがよかったですか？

Ｃ　アさんやイさんの考え方は，１００ｍのスピードがずっと続くと考えて比べているところがいいです。

Ｃ　ウさんの考え方は，自分の投げた距離の何倍かで考えて比べているところがいいです。

＜授業後の児童の感想＞

・こうしてくわしく比べてみると，オリンピックの選手はものすごく速いと思った。

・オリンピックの選手より速い記録を計算できるなんて思わなかった。
・オリンピックの記録とはほど遠い。予選にも出られない。
・オリンピックに挑戦するには，いま努力をしてタイムをよくしないとだめだと思った。
・オリンピックの選手に追いつくには，自分の記録を３倍ぐらいしないと同じになれないことがわかった。みんなこんなにすごいのは，それなりの努力が必要なんだと思った。
・オリンピックの選手と勝負にならなかった。
・あらためて，オリンピックに出る人はすごいと思った。
・オリンピックの選手のタイムは，自分のタイムを何倍もしなくちゃ１位になれないからオリンピックの選手はすごく速いんだなと思った。
・オリンピックに出るのは無理だけど，もしかしたら１位になれる種目があることを知って少しうれしかった。

（7）評価

①評価方法　・児童の相互評価・・・話し合いの場面で，お互いの考え方のよさについて話し合う。
・自己評価・・・・・・学習の最後に自分の考え方について振り返り，今日の学習をして考えたことをノートにまとめる。
・担任による評価・・・児童の取り組みの様子や話し合い活動，児童のノートなどから判断する。

②担任による評価

ア）問題に対して

「オリンピック陸上種目の記録に挑戦しよう」という課題が児童にはつかみにくかったようである。教師の方で補足説明を行ったが，実際にこういうふうにやるんだという例を示さないとなかなか取り組めない児童もいた。ただ，やり方が分かってしまえば意欲的に取り組んでいた。特に，オリンピックの選手と，数字上であるが競えるという点が児童にはよかったようである。また，電卓の活用は本時では効果的であった。

イ）「量・形についての感覚」について

オリンピック選手と児童一人一人の記録との比較を中心に授業を展開していったため，オリンピック選手の記録の驚異さについて驚きの声が多くあがった。その点では，ある程度の量感をつかませることはできたと思う。ただ，電卓を活用したとはいえ，時間には６０進法が使われているため，９，５秒と９．５分の構造上の違いに気づかず，９．５分を９分５０秒と考えている児童も結構いた。

ウ）「実世界の問題を数学的に解決するのに必要な能力」について

自分の記録とオリンピック選手の記録を比べるのに，何かをそろえるという考え方は，６年生にとっては容易だった。ただ，児童の中から「表に表すとわかりやすい。」とか「グラフに表すと変化の様子が見えてくる。」といった声は出てこなかった。発表の場面をもっと児童に意識させれば，グラフに表した方がよいなどの意見もでると考えられる。

3　まとめ

この授業に対しての児童の感想を聞いたところ，「なんだか算数じゃないみたいでおもしろかった。」「考え方によっては，とても無理だと思うものにも挑戦できるのが楽しかった。」などの声が聞こえてきた。特に，あまり算数が得意でなかった児童から「算数って便利だね。」という意見があがったのがよかったように思う。算数の有用性を感じさせる手だての一つになったのではないか。

また，この授業の後，休み時間に運動に取り組む児童が，以前にも増して目立つようになった。児童の記録はオリンピックの記録には遠く及ばないものの，自分の体力を上げようとする意欲づけになったようである。

◇◇参考文献◇◇

・長崎栄三（代表）「数学と社会的文脈との関係に関する研究ー数学と子どもや社会とのつながりー」国立教育研究所科研費研究成果報告書

・長崎栄三（代表）「算数・数学科における総合的な学習の試み」（１）（２）

・産経新聞社オリンピック記録資料（http://www.sankei.co.jp/olympic/record/athletics）

“ジェットコースター気分のモノレール”の意味について考えよう

── 解決の必要感に迫る課題の開発 ──

久保　良宏
共立女子中学校

要　約
生徒の主体的な学習活動をより活発にする為には、解決の必要性を生徒が感じ取れる課題の開発が重要であると思われる。しかし、全ての生徒が解決の必要性を持てる課題を開発することは極めて難しい。そこで筆者は、少しでも多くの生徒が解決の必要性を感じ取り、この必要感が授業の中でさらに生徒の中に広がっていく指導を目指した。具体的には、多摩都市モノレールの新聞記事の中にある「ジェットコースター気分」という記述に着目し、「半径103 mの急カーブ」「最大斜度57.5‰」の意味を考察することにより、鉄道などの路線がどのようにつくられているのかを知るという授業である。その結果、この課題が、生徒の興味・関心だけでなく、解決の必要感を高めるのに有効であったが、筆者の知識不足や発問等に問題があり、一般の鉄道と比較して生徒が現実的な事象を数学を通して捉えるという段階までには至らなかった。指導法の工夫等々が今後の課題として残った。
キーワード：新聞記事、必要感、ジェットコースター、モノレール、カーブ、斜度、パーミル

1．課題開発の背景

筆者の日常の授業では、数学と現実的な事象との関連に着目した課題であっても、その課題の解決の必要性を生徒がどれほど感じているかという点で多くの問題があった。しかし、全ての生徒がその解決の必要感を持てる課題の開発は極めて難しく、筆者の場合は課題そのものや、課題提示の工夫よりも、教師主導の形で生徒に解決の必要感を強引に与えていたように思われる。

こうした反省から、筆者は“解決の必要感に迫る課題の開発”に着目する必要があると考えた。

本課題では、これまでの筆者の授業実践の中の“電車の動き”[1)]をより発展させ、電車のカーブや勾配について考察することを通して、生徒が現実的な事象を数学を通して捉える際の考察態度を培うことに目的をおく。しかし、「電車のカーブや勾配について考えよう」という課題の提示方法では、その課題を解決する必要性を感じる生徒は少ないのではないかと考えた。そこで『アサヒタウンズ』（朝日新聞の姉妹紙）の東京多摩地区版において報道された多摩都市モノレール（東京都下を南北に走るモノレール）の新聞記事に着目して考察する授業を計画した。この新聞記事の中にある「ジェットコースター気分の乗り物」（半径103 mの急カーブ、最大斜度57.5‰）という内容に生徒は興味を持つのではないかと予想し、このモノレールに乗ってみたいか、乗りたくないかを、日頃生徒が興味を持っているジェットコースターの好き、嫌いに関連させ、電車（鉄道）のカーブや勾配がどのようになっているのかを知るという授業である。課題の提示方法や発問によって、“解決の必要感に迫る課題”と成り得うるのではないかと考えた。そして、このモノレールが日常の交通機関として適当であるかを問題にすることにより、鉄道の路線などがどのようにつくられているかを知るという展開である。具体的には、新聞記事の中にある「半径103 mの急カーブ」「最大斜度57.5‰」とはどのようなことなのかを、日常利用している鉄道の路線との比較から考察させる。

2．授業の目的

本授業の目的は、生徒が現実的な事象を数学を使って捉える際の考察態度を培うことにあるが、授業者としては、生徒個々が、課題の解決に対して必要感を持って臨むかに着目している。

具体的には、生徒が課題の解決の必要性を感じて、現実的な場面での考察ではどのような条件を考える必要があるのか、あるいは逆に考える必要がないのか、また、数学を使って得られた結果が現実的な場面と合致しない場合、どのような問題点があったのかを考察することにある。

3．課題

ジェットコースター気分のモノレールであると記された新聞記事があります。

みんなは、この新聞記事のどんなことに興味を持ちますか？

①「半径103 mの急カーブ」とは本当でしょうか？

②「最大斜度57.5パーミル」とはどういうことでしょうか？

そして、このモノレールが、日常の交通機関として適切であるかを考える。

4．指導計画（学習指導案）

●「“ジェットコースター気分のモノレール”の意味について考えよう」　授業者；久保良宏

2時間扱い（①、②それぞれ1時間ずつ）

1．実施年月日；①（1時間目）平成12年1月19日（水）第4時限（午前11時40分～午後12時30分）
②（2時間目）平成12年1月21日（金）第6時限（午後 2時15分～午後 3時05分）

2．対象学校・学年・組；共立女子中学校　1年1組（女子44名）

3．単元名；平面図形・空間図形〔使用教科書　大日本図書〕（1年の図形のまとめとしての扱い）

4．単元の目標、教材観、既習事項は省略

5．学級所見；素直で明るく活発であり、何事にもまじめに取り組むクラスである。担任教師の日頃の指導から、疑問や意見などをきちんと発表しようという雰囲気があり、積極的な意見交換が期待できる。

6．本時の指導

(1) 本時の題目；「“ジェットコースター気分のモノレール”の意味について考えよう」

(2) 本時の目標；新聞「アサヒタウンズ」の多摩都市モノレールの記事の中の、「アップダウンに急カーブのちょっとしたジェットコースター気分」という見出しに着目し、新聞記事に書かれている「半径103 mの急カーブ」や「最大斜度57.5パーミル」について考察する。こうした中から、現実的な場面における考察では、どのような条件や事実について考えなければならないのかを理解し、数学を現実的な事象とのかかわりの中から捉える際の考察態度を培う。

(3) 学習の流れ；

〔第1時間目：課題①の考察〕

1) 多摩都市モノレールの記事の中から興味あることがら、考えてみたい内容を探す。

2) 日常利用している乗り物とモノレールの比較から「ジェットコースター気分」とはどのようなことかを考える。

3) 新聞記事の「半径103 mの急カーブ」に焦点をあて、これを拡大した地形図を用いて検証する方法を考える。

4) 3)の結果の意味を考える。

〔第2時間目：課題②の考察〕

5) 新聞記事の「最大斜度57.5パーミル」に焦点をあて、パーミル、及び、この単位を用いる意味

を考える。

6) 新聞記事の立面図や拡大した地形図から、「最高斜度57.5パーミル」とはどこを測定して得られたものなのかを知る。

7) 日常に見られる鉄道の標識や、鉄道ジャーナルの記事[2)]から、鉄道などの交通機関の路線がどのようにつくられているのかを知る。

(4) 準備；新聞記事の一部を印刷したもの（B4・2枚）、地形図（1/25000)の一部を印刷したもの（B4・1枚）、地形図を拡大して印刷したもの（B4・2枚）、資料（鉄道ジャーナルの一部）（B4・1枚）、トレーシングペーパー、三角定規、コンパス、ワークシート

資料として配布した新聞記事（アサヒタウンズ，平成12年1月8日，榎戸友子記者，1面，16面より）及び、時刻表は次の通りである。

南北縦断、8鉄道つなぐ

「多摩センター」←→「立川北」延びる

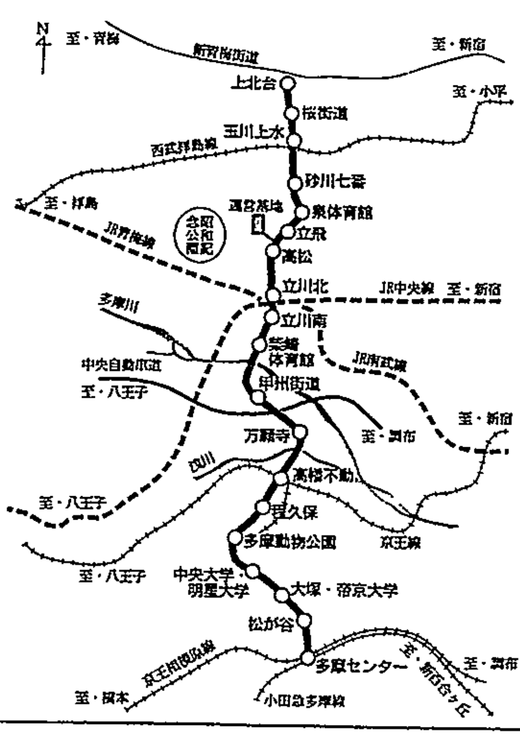
立川南駅から多摩センター駅までを試乗した。立川駅周辺のビル街を抜けると、まもなく多摩川。視界がひらけ、多摩丘陵がぐーんと迫ってくる。遠くには富士も望める。冬枯れの丘陵の裾に、たくさんの住宅がまぶしく光っている。中央自動車道、浅川を軽く越え、高幡不動駅へ。大きなカーブや急勾配が続く。トンネルを出ると中央大学・明星大学駅。やがて高いビル群に吸い寄せられるように多摩センター駅に到着。この間二十三分。気分のいい空中散歩が楽しめた。

地上十数㍍の眼下に広がる家並み、道路、学校、緑地、畑、区画整理中の街…多摩の大きなエネルギーも感じ取れた。

モノレールの特長は、多摩地域を南北に縦断していること。東西に走る八つの既設鉄道をつなぎ、新しい交通ネットワークのきっかけが出来た。人や物の流れが南北にも流れ始める。今まで南北に点在していた"資源"がつながり、「新宿から××㌔という都心からの距離ではなく、多摩がひとつの面としてとらえられるようになるのではないか」（辻山幸宣・中大教授）。都心のベッドタウンでない、自立的な都市圏が形作られそうな気配だ。

十日、多摩都市モノレールが全線開業する。一昨年十一月、立川北駅から上北台駅（東大和市）までの北側五・四㌔がひと足早く開業。今回は立川北駅から多摩センター駅までの南区間が開業。全線十六㌔（十九駅）が三十六分で結ばれる。東京都長期計画のなかにモノレールが位置づけられて十八年。新しい時代の多摩を予感させる貴重な"足"の誕生だ。多くの人の期待を乗せ、シルバーにオレンジ色のぴかぴかの車体が動き始める。

（榎戸友子記者）



時刻表より→

多摩都市モノレール ☎042−526−7800

＜モノレール＞ 10/29 現在

537	2345	005 ↓	営業キロ	円	立川北	280 ↑	543	2400
540	2348	008	1.2	200	高松	240	540	2357
541	2349	009	1.8	200	立飛	240	538	2355
543	2351	011	2.4	200	泉体育館	200	537	2354
544	2352	012	2.9	200	砂川七番	200	535	2352
546	2354	014	3.9	240	玉川上水	200	533	2350
548	2356	016	4.7	240	桜街道	200	531	2348
550	2358	018	5.4	280	上北台	円	530	2347

上記の間 7～15分毎

大学構内に直結駅
動物たちが壁にズラリ

★最短駅間　立川北駅と立川南駅の間はたった370㍍。JR立川駅が狭いためモノレールの乗り入れを断念。先に北駅設置が決まり、南口区画整理・再開発事業の中で南駅が誕生した。

★乗り換え駅　玉川上水駅で西武拝島線に、立川北駅と立川南駅でJR線、高幡不動駅で京王線、多摩動物公園駅で京王多摩動物公園線、多摩センター駅で京王相模原線・小田急多摩線に乗り換えられる。玉川上水駅は直結しているが、高幡不動駅は歩道220㍍で、他はそれぞれペデストリアンデッキ（歩道橋）で結ばれている（立川北駅は2002年1月完成予定）。屋根なしが大半で、最長は多摩センター駅の300㍍。同駅の場合、隣接するビル内部を通る計画だったが、都市基盤整備公団の建設計画が遅れ、歩道橋の一部に屋根をかけた。

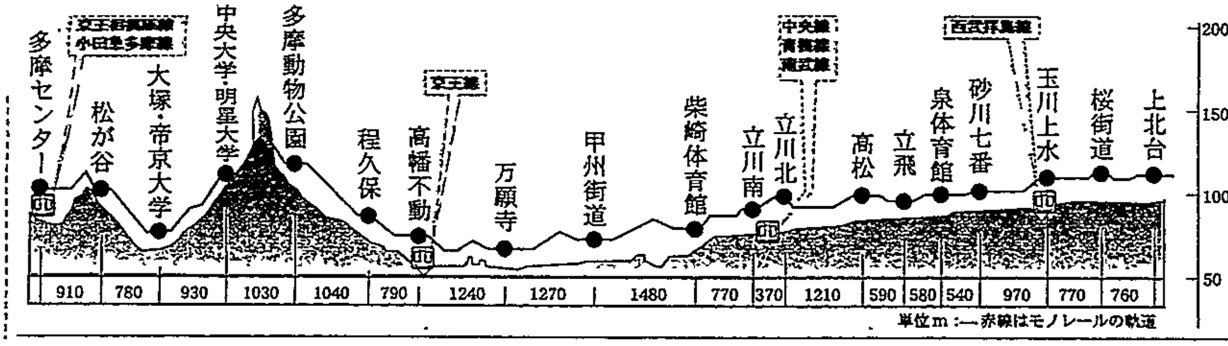
★駅が楽しい？　多摩動物公園駅の入り口から改札に続く壁にキリン、クマなど動物のシルエットが描かれているほか、改札を入るとライオン、キリン、ゾウ、コアラなど6種の足跡が描かれている。また手作りの運転席の実物大模型も設置、自由に遊べる。駅の外観は周囲の緑と調和させて、緑色と淡いピンク色に仕上げている。

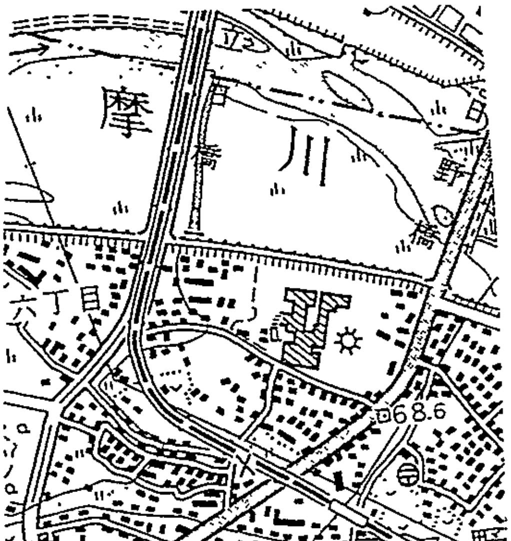
★最高地点は標高134㍍　全線16㌔で最も軌道の標高が高いのは、長さ270㍍の多摩丘陵トンネル北側入り口。駅では多摩動物公園駅。軌道は標高122㍍。地表からの高さがあるのは、多摩動物公園駅付近と多摩センター駅手前で支柱の高さは22～23㍍。

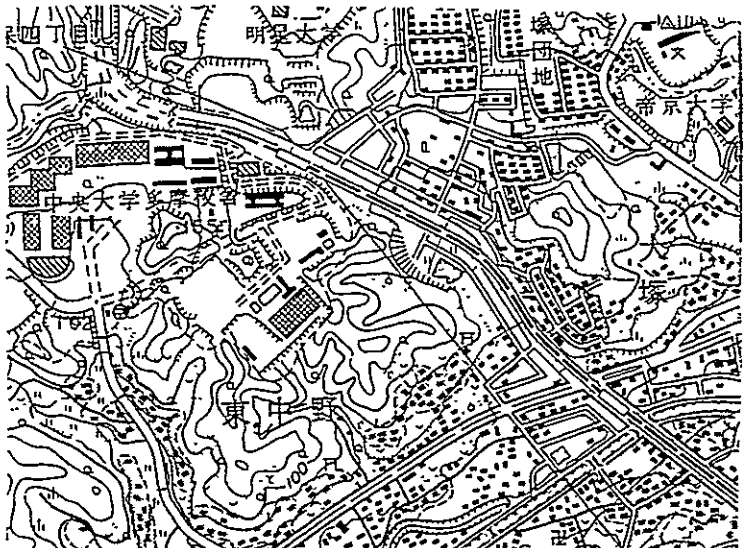
乗り換え可能駅6カ所 落差ジェットコースターなみ

★アップダウンに急カーブのちょっとしたジェットコースター気分　立川市から多摩川・立日橋を渡ると、すぐに半径103㍍の急カーブ。また高幡不動駅から多摩センター駅の間は急な上り下りが続く。最大斜度は中央大学・明星大学―大塚・帝京大学駅間の57・5パーミル（1000㍍の距離で57・5㍍の落差）

★中央大学・明星大学駅　大学構内に直結し、唯一、支柱のない地上駅で、ホームの上に改札がある。周囲の風景と違和感がないように、同駅だけカマボコ型でなく、山並みをイメージしたノコギリ屋根を持つ。改札口を出て右に行くと中大の構内。左に進むと明星大。明星大では、同駅から大学会館まで長さ270㍍、高低差28㍍を、3基のエレベーターと渡り廊下でつないだ。沿線には大学や高校が多く、多摩都市モノレール株式会社は「15日と16日の大学センター入試を皮切りに入試が相次ぐので気が抜けません」。同社では各校の入試日程を掲載した沿線ガイドを配布中。







(5) 指導過程

① （1時間目）

時間	学習のねらいと発問	学習活動 〔予想される生徒の反応を中心に記す。〕	留意点 及び 評価とその観点
10分	● 新聞記事を読み興味を持った内容を調べる。 「興味を持った事，やってみたい事，考えてみたい事は何ですか？」	ア．このモノレールに乗ってみたいです。 イ．本当に便利なの？ 赤字にならないのかな？ ウ．モノレールの速さはどれ位だろうか？ エ．急カーブってどんなの？ オ．アップダウンがあるってどういうこと？ カ．ジェットコースター気分って本当かな？ キ ジェットコースターが嫌いだから乗りたくないよ	・数学に限定せず，自由に発言させる。 ☆『態度』
5分	●生徒が興味を持ったものから，課題を探す。 「ジェットコースターは好きですか？」 「身の周りにそのような乗り物はありますか？」 「電車の速さはどれ位ですか？」	考えられる課題 a．ジェットコースター気分ってどういうことか？ b ジェットコースターの速さはどれ位か？ c 急カーブとはどういうことか？ d アップダウンがあるとはどういうことか？ e 距離と運賃との関係について。 ク．ジェットコースターが好きな人はいいけど，嫌いな人は乗れません。 ケ．運賃が高すぎると思います。	☆『態度』 友だちが興味を持った事柄に関心を持ち、自分の興味を持った事柄との共通点を見つけようとする
35分	●共通課題の決定 「ジェットコースター気分のモノレール」とはどういうものだろうか？」 ●課題①の解決 「半径とカーブにはどんな関係がありますか？」 「急なカーブを探してみよう。」 「400 mトラックのカーブの半径はどれ位ですか？」 「それは、急なカーブといえますか？」	コ．横に揺れるモノレール。 サ．急な坂を下りて行くモノレール。 具体的な共通課題 ①半径103 mの急カーブって本当なの？ ②最高斜度57.5パーミルってどういうこと？ シ．半径が小さい程、カーブは急です。 ス．いや、逆じゃないの？ セ．運動会の400 mトラックのカーブは急です。 ソ．ディズニーランドのビックサンダーマウンテンは急なカーブがいっぱいあります。 タ．高速道路にもカーブがあります。 チ．弧の長さが約100 mの半円の半径です。 ツ．円周の長さが約200 mの円の半径と同じだから、200 ÷ 3 ÷ 2 で、大体33m位です。 テ．走っている時は急だと感じます。 ト．でも、電車の場合とは違います。	☆『態度』 「ジェットコースター気分」が読み取れる具体的な記述を探す ☆『考え方』 カーブを半径で示すこととの意味を考える ☆『態度』 身の周りの事象から急カーブを見つける ☆『処理』 トラックのカーブの半径を計算する

	・鉄道でのカーブの半径を資料で示す。	ナ．すると、このモノレールの半径103 mというのはかなりの急カーブってことですね。	☆『態度』 トラックとモノレールの違いを考える
	「鉄道では半径200 mというとかなり急カーブなようです」	ニ．でも、ジェットコースターとは違います。	
		ヌ．本当に半径が103 mなんですか？	
		ネ．どのあたりが半径が103 mなんですか？	
	「本当に半径 103mか調べてみましょう（1/25000 の地形図を400 %に拡大したプリントを配布）」	ノ．新聞の記事からわかります。	☆『態度』 課題の解決に必要なカーブをトレーシングペーパーに写し取る
		ハ．コンパスをあててもうまくいきません。	
		ヒ．トレーシングペーパーに書けば円の半径が求まりそうです。	
		フ．でも中心がわかりません。	
	「トレーシングペーパーにこのカーブを写し取ってください。」	ヘ．平面図形で学習した、円の中心を求める方法が使えます。	☆『知識』 既習事項を利用する
		ホ．円周上に２本の弦を引いて、これらの垂直二等分線の交点が円の中心です。	
		マ．中心がわかったけど、私は半径が200 mになりました。私は、160 m位です。	☆『処理・態度』 誤差が生じることを考えて正確に作図する
		ミ．新聞記事にある103 mにはなりません。	
	「どうして100 m位にならないのでしょう？」	ム．弦の取り方に問題があると思います。	
		メ．円周上の２点をとっていません。	☆『態度』 問題点を考え検証する方法を見つける
	「では約100 mの円とはどういう円なのですか？」	モ．トレーシングペーパーに約100 mの円を書いてみました。	
		ヤ．これを地図にあててみれば、カーブの円の部分がわかります。	
		ユ．円の部分は、ほんの少しです。	
	「この新聞記事の意味がわかりましたか？」	ヨ．半径103 mのカーブの意味がわかりました。	☆『態度』 処理した結果を現実と結びつけて考えようとする
		ラ．でもこれではジェットコースター気分とはいえないと思います。	
		リ．ジェットコースターが嫌いな私としては、ちょっと安心しました。これなら乗れそうです。	

② （２時間目）

時間	学習のねらいと発問	学習活動 〔予想される生徒の反応を中心に記す。〕	留意点 及び評価とその観点
5分	●復習 「この前の授業でわかったことは何ですか？」 「ジェットコースター気分を味わえると	ア．カーブを半径で表すとは思いませんでした。 イ．でも、カーブのほんの一部だけが円でした。 ウ．新聞記事は正しかったけど、半径103 mのカーブでは、ジェットコースター気分とはいえません。 エ．速さも考える必要があると思います。 オ．電車のカーブよりも、かなり急なカーブでした。	☆『態度』 自分なりに、前時にわかったことを整理する

	いうもう一つの理由は何でしたか？」	カ．最大斜度57.5パーミルということがありました。 キ．でも、パーミルって何ですか？	☆『態度』 疑問を持つ
35分	●課題の設定と解決 「では今日は、最大斜度57.5パーミルについて考えてみましょう」 「鉄道で使われている資料を見てみよう（資料配布）」 「最大斜度57.5パーミルというのはどこをいっているのですか？」 （1/25000 の地形図を400 %に拡大したプリントを配布）」 「新聞の図にある軌道距離とは何でしょう？」 「では、２つの駅の間が930 ｍとは、どこかを地形図で調べてみましょう」 「930 ｍというのは間違えですか？」 「では、傾斜というのはどういうことですか？」	ク．パーミルっていうのは、1000m走って57.5m下がるということだと新聞に書いてあります。 ケ．パーミルって％と関係あるんですか？ コ．でも、それって急な坂なんですか？ サ．ジェットコースターは何パーミルなんだろう？ シ．30パーミルというと、そうとう急な坂のようです ス．箱根登山鉄道はどれ位なのかな？ セ．ケーブルカーはもっと急です。 ソ．新聞記事から、場所がわかります。 タ．でも、地形図では傾斜の様子がよくわかりません チ．等高線があるから調べられると思います。 ツ．上から見た図ではなく、横から見た図があれば便利です。 テ．断面図のような図が新聞にあります。 ト．距離はどうするのですか？ ナ．距離も断面図の所に書いてあります。 ニ．モノレールの走行距離だと思います。 ヌ．でも傾斜を示しているのだから、まっすぐに直線で測った距離だと思います。 ネ．地形図では、ほとんど曲がっていないから、どちらで考えても同じだと思います。 ノ．少し曲がっているから、糸でもあれば測れます。 ハ．定規をあてていけば測れます。 ヒ．コンパスが利用できます。 フ．私は、925 ｍになりました。 ヘ．駅のどこからどこまでを測るのかによって違います。 ホ．断面図では、坂の部分が２つあります。57.5パーミルって、どこを測ったのかな？ マ．新聞記事からはそれは読み取れません。だから、駅の間を測ればよいと思います。 ミ．２つの駅の間は、少しだけど曲がっています。それは関係ありませんか？ ム．スキーでは、斜度を角度で表します。 メ．比例の勉強では、比例定数が直線の傾きを表しました。つまり、ｙ／χが傾きです。	☆『考え方』 割合の単位として捉える ☆『態度』 鉄道の資料とを比較して坂の様子を予想する ☆『知識』 平面図、立面図の長所や短所を考える ☆『考え方』 現実の場面を考え、どのような条件が必要かあるいは必要がないかを考える ☆『処理』 地形図上での長さを求める ☆『態度』 現実的な別の場面を考え、比較する

	「yの値、つまり高さはどうするのですか?」 「930 mというのは走った距離なのか、それとも水平距離なのか考えてみる必要がありますか?」 「では、57.5パーミルというのは、どれ位の角度なんだろう?」	モ. 57.5:1000=χ:930 を解けば求まります。 ヤ. だいたい53.5mです。つまり、930 m走って53.5 m下がるということです ユ. でも930 mはモノレールが走った距離だからおかしいと思います。 ヨ. やっぱり考える必要があります。 ル. 誤差があるんだから考えなくてもよいと思います ラ. 1000mで57.5mということは、100 mで5.75m下がるといことだから10mで0.575 mです。10mで約0.6 mつまり60cmしか下がりません。1mでは6cmです。 リ. 図を書いて分度器で測ってみればわかります。3度位です。3度ではジェットコースターとはいえないと思います。	☆『処理』 比例式から落差を計算する ☆『考え方』 走行距離と水平距離の意味を考える ☆『処理』 縮図等を利用して、だいたいの角度を求める
10分	●まとめ 「これまで勉強したことを、鉄道の場合と比較してみてください。わかったことは何ですか? さらに調べてみたいことは何ですか?」	ル. モノレールの傾斜が鉄道の傾斜よりも急だということがわかりました。でも、新聞記事の断面図ではすごく急な坂のように思ってしまいます。 レ. 新聞記事の図は、距離と高さの目盛りのふり方が違っています。だから急なように思います。でも、その方が、ジェットコースター気分っていうことが読む人によく伝わります。これなら、日常の交通機関として誰でも乗れると思います。 ロ. 電車に乗っていて感じるカーブや坂でも、実際は半径200 mとか、20パーミルとかで、モノレールと随分違っていました。ディズニーランドのジェットコースターのカーブや坂はどれ位なのか調べてみたいと思います。	☆『態度』 数学的に処理した内容を、現実的な場面にあてはめて考えようとする

5．授業記録

以下、Ｔは教師の発問、Ｓは生徒の発言である。

---

①（１時間目）共通課題の設定と半径103 ｍのカーブの考察

1）　多摩都市モノレールの記事から興味あることがら、考えたいことがらを探す場面

（ワークシートを配布し、新聞記事の概要を述べた。）

Ｔ 1：２日前にプリントを２枚（新聞記事を印刷したもの）配りましたが読んでみましたか？

ここには、立川駅から南北に延びるモノレールが開通したことが書かれています。

（途中、略）

みんなはこの新聞記事のどんな所に興味を持ちましたか？あるいは、やってみたいこと、考えてみたいことはありますか？ワークシートに書いてください。何でもいいんですよ。

（３分後）

Ｔ 2：何人かに発表してもらおう。

Ｓ 1：自分の住んでる駅にも通っているといいなと思いました。

Ｓ 2：乗ってみたいと思います。（28名）

Ｓ 3：窓から見える景色がいいと思う。（若干）

Ｔ 3：高い所を走ってるから景色がよさそうだね。ところで、このモノレールに乗ったことある人はいますか？（このクラスにはいなかったが、別のクラスには１～２名ほどいた。）

Ｓ 4：”ゆりかもめ”なら乗ったことあります。（”ゆりかもめ”はほとんどの生徒が乗っていた。）

Ｔ 4：すると、この多摩都市モノレールは乗ったことはないけれど、モノレールには乗ったことあるんですね。では、興味を持ったことの続きを聞こう。

Ｓ 5：ジェットコースターみたいなモノレールというのに興味を持ちました。

Ｔ 4：同じことを思った人はいますか？（16名いた。）ジェットコースターのどんな所に興味を持ったのかなぁ？

Ｓ　：魅力的で面白そう。

Ｓ 6：多摩動物園駅に動物の絵が書いてあるというを見てみたい。（１人）

Ｓ 7：アップダウンがあるっていうのが面白そうです。

Ｔ 5：それもジェットコースターと関係あるのかなぁ。同じ意見の人は？（８名）

それでは、みんなジェットコースターは好きかな？

Ｓ　：大好きだよね。

Ｔ 6：では嫌いな人は？（３名いた。）

ジェットコースターって何が面白いんだろう？

Ｓ 8：ビッグサンダーマウンテン（ディズニーランドのジェットコースターの１つ）なんかはすごく揺れる。

Ｓ 9：スペースマウンテン（ディズニーランドのジェットコースターの１つ）も揺れるし、暗くてスリルがある。それにきれいです。

Ｓ 9：スプラッシュマウンテン（ディズニーランドのジェットコースターの１つ）は高い所から落ちていくのが面白いです。

Ｔ 7：さて、みんなの意見を整理してみると、ジェットコースターが好きな人、嫌いな人がいるんだけど、このモノレールの記事には、「アップダウンに急カーブのちょっとしたジェットコースター気分」って書いてあるよね。みんなも半数位の人が、ここに興味を持ったんだけど、ジェットコース

ターが嫌いだっていうＳ10さん。あなたはこのモノレールに乗ってみたい？

Ｓ10：いゃぁー。ちょっと遠慮したいですねぇ。

Ｔ７：ジェットコースターが好きな人は楽しそうだけど、嫌いな人は、わざわざこのモノレールに乗って行きたくはないということだね。

さて、そんな乗り物が日常の交通機関として成り立つのかねぇ？

Ｓ11：実際はそんなにすごくはないんじゃないのかなぁ。

Ｓ12：でも新聞にも書いてあるんだから、普通のモノレールよりも急なんだと思うよ。

Ｓ13：やっぱり楽しそうだよ。

Ｔ８：このモノレール、儲かるかなぁ？

Ｓ14：大学生（中央大、明星大、帝京大）が乗るしね。でも、ちょっと（運賃が）高いよね。

Ｔ９：では、みんなの興味がジェットコースター気分の乗り物っていう所にあると考えていいかな？

Ｓ　：いいです。急カーブとか、アップダウンとかいうことですね。

2)　日常利用している乗り物とモノレールの比較から「ジェットコースター気分」とはどのようなことかを考える場面

Ｔ10：ではそれを共通の課題としよう。

ところで、新聞記事の中で、急カーブとかアップダウンとかいうのがきちんと書かれている所はどこかな？

（途中、略）

Ｓ15：半径103 ｍのカーブって急なの？

Ｓ16：先生。パーミルって何ですか？

Ｔ11：では、具体的に次の２つを課題としよう。ワークシートに記入しておこう。

①半径103 ｍのカーブって本当かな？

②57.5パーミルってどういうこと？

Ｔ12：では、まず①から考えてみよう。カーブが急かどうかっていうのは半径で表すんだね。

「立川から多摩川を渡って立日橋を渡ると半径103 ｍのカーブ」っていう所。

みんな、急カーブってどんな所で経験するのかなぁ。

Ｓ17：ジェットコースター。

Ｓ18：道の曲がり角とか？自転車で曲がる時とか。

Ｔ13：運動会の400 ｍトラックなんかはどうかな。

Ｓ19：結構、急だよね。

Ｔ14：ところで、半径が大きい方が急なの？それとも小さい方が急なの？

Ｓ　：小さい方だよね。（大きい方と答える生徒はいなかった。）

Ｔ15：それじゃぁ、400 ｍトラックのカーブしている所の半径ってどれ位なのかなぁ？

（ヒントを与え、計算から約32m位との結論を得た。）

Ｔ16：これに比べると、モノレールの103 ｍというのは大きいよね。

Ｓ15：でも、走ってるのとモノレールでは違います。

Ｔ17：そうか。それでは、モノレールは電車のようなものだから、電車のカーブを考えてみようか。

電車のカーブってどれ位なのかな？

Ｓ16：えー。そんなの知らないよ。

Ｔ18：予想もできないかな？実は、先生方の中で鉄道にすごく詳しい先生がいるだよ。藤原先生だよ。

藤原先生に、いろいろと聞いてきました。そして、こんな本（鉄道ジャーナル）も借りてきまし

た。この本の一部をプリントしたものを配りますから見てください。

S17：半径200 mが一番小さいのかな？

T19：この表から、普通の電車では、半径200 mの時の速度は50km/hって制限があるようです。50km/hってどれ位かわかる？先生、中央線で調べたんだけど、ホームに止まっていた電車が動きだして、電車の最後部がホームを出る時位の速さなんです。電車としては、そんなに速くはないんだよ。

表1 曲線半径と通過速度の関係

曲線半径	基準速度	自然振子	制御つき
200 m	50 km/h	65 km/h	65 km/h
300	65	80	85
400	75	95	100
600	90	110	120
800	100	120	130
1.000	105＊	130	130
1.200	110＊	130	130

＊高性能列車の場合

S18：電車で200 mってことは、103 mって結構急なんじゃないの？

3) 新聞記事の「半径 103mの急カーブ」に焦点をあて、これを拡大した地形図を用いて検証する方法を考える場面

T20：そこで、次にこんなプリント（1/25000 の地形図）を配ります。

モノレールが通っている所を色でぬってみてよ。ただし、この地形図は平成10年のだから、まだモノレールはできていません。でも、計画している路線が点線で書かれているんです。

T21：では、半径 103mのカーブはどこかな？

S19：カーブがいくつかあるけど・・・。あっ、わかりました。

T22：この半径ってわかるかな？

（生徒はコンパスを持ち出したが、図が小さいので困っていた。）

T23：小さくてわからないかな。では、この部分を拡大した地図を配ります。これは400 %に拡大コピーしたものなんです。縮尺も拡大してあるから長さはこれを使えるからね。１目盛りは何mなの？

S20：25m です。

T24：では、どうすれば、半径がわかるの？この半径がわかれば、本当に 103mかどうかわかるよね。

S21：中心がわかればいいです。でも、やりにくいよね。 103mよりも大きいって感じだよね。

T25：なんで大きいって思ったの？

S22：半径 100m位で円を書いてみると、全然あわないんです。

T26：なるほど。中心の場所は正しいのかな？でも、 103mよりも大きいとしたら、この新聞記事は間違ってるよね。

そこで、きちんと測るために、トレーシングペーパーを持ってきました。これにカーブの部分を写し取ってみようという訳だよ。

S23：だいたいでいいんですよね。でも、どうやって中心求めるの？

（しばらくして）

S24：垂直二等分線を引けばいいんです。

S25：えー。どうやるの？

T27：平面図形で勉強した作図方法が使えるね。S26さん。黒板で説明してください。

S26：この辺に２つの点を取って、これを結んで、それに垂直二等分線を引くんです。

S27：２本引くんでしょ。

T28：みんな、思い出したかな？われたお皿の中心を求めようっていう勉強が使えるよね。

4) 3)の結果の意味を考える場面

T29：では、半径はどれ位になったかな？

S28： 200m位。

S29：私は、 160m位かな？(210mが１人、 200mが６人、 180mが８人、 175mが２人、 160mが１人、 150mが１人、 120mが１人だった。）

S30： 103mにはなりません。

T30：おかしいね？ 120mになった人が1人、これが103 mに一番近いんだね。
作図方法が間違ってるんじゃないの？みんな、周りの人のと比べてみてよ。

S31：作図方法はあてってますよ。

T31：では、約100 mと160 mじゃあ、随分違うよね。どうしてだろう？やっぱり新聞記事は間違っているのかなぁ？

S31：誤差がでたんだと思います。

T32：もうちょと詳しく言ってみて？どんな所に誤差があるの？

S32：カーブの所を正確に写し取ってなかったり・・・。中心だってずれていると思う。実際と紙の上とでは違うんですよ。

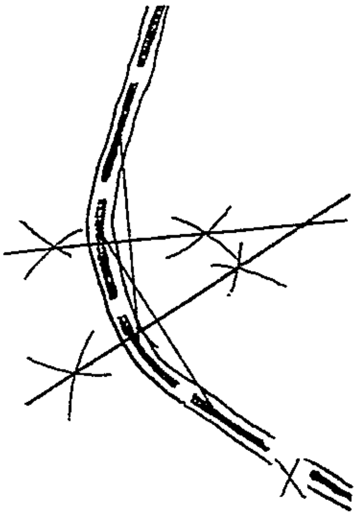
T33：なるほど。考えられるよね。カーブの所、だいたいでいいんですよね、なんて言ってた人もいたよね。それに、実際とは違うっていうのもわかるなぁ。別の意見はありませんか？

S33：先生。弦に垂直二等分線を引いたでしょ。そのとき、円の所に点をとったけど、その点のとり方に問題があるんだと思います。

T34：どうしてそう思うの？

S34：私は200 m位になったんだけど、120 mになった人の図と比べてみると、とった点が随分違うんですよ。

T35：黒板でみんなにわかるように説明して。
（S34が黒板に書いていると）



S35：そうか、この点って、円の所じゃないんだよ。

S36：先生。（隣の友だちを指さして）この人なんて、とんでもない所に点取ってる。

T36：すると、みんなの取った点は、円周上の点ではなかったということなんだね。それじゃぁ、どうしよう。

S36：これ以上、近い所に点なんてとれないよ。

T36：それでは、逆に、半径が100 m位の円がどういうのかトレーシングペーパーに書いてみよう。
（途中、略）

T37：なんでトレーシングペーパーに書いてもらったかわかるかな？
半径 103mの円をカーブの所にあててみればいいんじゃないの。

S37：えー。円ってこんだけなの？

S38：半径103 mの円ってこういうことだったんだ。

S39：この部分だけが急カーブだっていうこと？
（チャイム）

T37：時間になってしまいました。いつものように、今日の学習でわかったことをまとめてきてください。今日はノートではなくて、ワークシートに書いてきてください。

---

①（2時間目）最大斜度57.5パーミルの考察

5） 新聞記事の「最大斜度57.5パーミル」に焦点をあて、パーミルの意味とこの単位を用いる意味を考える場面

T38：この前の時間のまとめをしてきましたか？

何がわかったのかな？

S40：カーブは、円のほんの一部分だということが分かった。

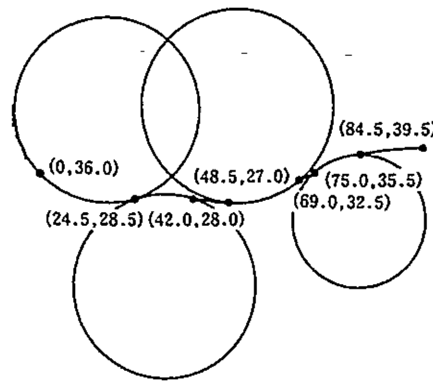
S41：それほど急カーブではないことがわかった。

S42：でも、半径 103mのカーブは、鉄道と比べると急なんですよね。

T39：多くの人が、半径103 mの円の所は、ほんの少しだってことを言ってくれたんだけど、これってそんなに珍しいことではないんですよ。

例えば、高速道路のカーブなんていう場合もこんな感じでカーブが示されています。（右図）[3)]

この円の部分だけでも、結構、急カーブなのかもしれないよね。少なくとも、新聞記事が間違っているとはいえないですね。



T41：では、次の課題です。今度は、アップダウンの方に着目してみよう。最大斜度57.5パーミルっていうのはどこですか？

（前時と同じように、1/25000 の地形図を400 %に拡大したものを配布した。）

（途中、略）

S43：先生。パーミルって何ですか？

S44：新聞記事では、1000mで57.5mの落差って書いてあります。

T42：勾配を表す単位として使うのかなぁ？実は、パーミルは‰と書くんです。%は100 分のいくつでしょう。それに対して1000分のいくつということ。

S45：知らなかった。

T43：ところで、勾配、つまり傾きというか、普通はどういう単位で表すかなぁ？

S46：角度、つまり度です。

T44：そうだよね。何度って表すよね。でも、鉄道の場合はパーミルで表すようです。では、また藤原先生から頂いた資料を配ります。

（途中、略）

T45：この資料では「越後湯沢を出るとすぐに20‰の勾配が立ちはだかり」とあります。20‰の勾配っていうのは、かなりの急勾配のようですね。では、このモノレールの場合は・・・？

S47：57.5パーミルだから、かなりの急扳だよね。

T46：では、これはジェットコースター気分といえるだろうか？

S48：1000mに対して、約60m下がるってことだから・・・。でも、本当のジェットコースターはもっとすごいよね。

T47：でも、ジェットコースターが嫌いな人には、かなりすごい坂かもしれないよ。どう思う？

T48：多摩動物公園を出て、トンネルを過ぎると「中央大学・明星大学駅」で、ここから「大塚・帝京大学間が57.5パーミルだって書いてあります。では、この間の路線をペンで色をつけてください。

（生徒は、駅を考えず、路線部分だけに色をつけていた。）

T49：駅の所はどうしよう？

S48：この駅、随分長いよね。先生。この地図ではまだ駅はできていないんでしょう？

T50：こまったね。

それでは、駅の印が長く書いてあるから、駅の印のまん中からまん中までとしようよ。

そうすれば、この２つの駅の間の距離がわかるよね。

6)　新聞記事の立面図や拡大した地形図から、「最大斜度57.5パーミル」とはどこを測定して得られたものなのかを知る場面

S49：先生。距離は新聞に書いてあります。この断面図みたいな図に930 mって。

T51：そうか。書いてあるんだ。

S50：でも、まっすぐじゃないから・・・。

T52：それ、どういうこと？

S51：こう曲がってるから、距離といっていいんですか？

S52：この図の所には、モノレールの軌道って書いてあります。

T53：軌道ってことは、モノレールが走った走行距離ってことなのかな？
　では、地図上で、２つの駅の間の長さを求めてください。
（多くの生徒は、路線部分に定規をあてて長さを求めていたが、髪の毛を利用しようとしている生徒も見られた。）

T54：S53さんたちは、髪の毛を使おって訳？

S53：曲がってるから・・・。

S54：先生。私はカバンについていたくさりを使ったんですよ。そうしたら、私のくさりとこの距離がちょうど同じだったんです。

T55：えー？どうやったって？
（生徒がカバンにつけているマスコットのくさりの長さがちょうど駅間の長さと一致していた。）
　なんという偶然！！　それで、長さはどれ位だったの？

S55：ちょうど925 mでした。

T56：925 mっていうのは、930 mに近い値だね。
　すると、新聞記事の930 mっていうのは、この路線の長さ、つまりモノレールが通った走行距離と考えていいのかな？

S56：（小声で）でも、距離って直線で考えるんじゃないの？
（あえて、S56の発言は取り上げず、先に進んだ。）

T57：それでは、落差はどうすればわかるの？

S57：新聞の図からは、はっきりとわかりません。

T58：この地形図から、高さの差は求まりませんか？地形図には高さが示されているよ。

S58：等高線。

T59：そう。等高線を調べればわかるはずだよね。みんなは社会科の授業で習ったんだね。でも、実は等高線がはっきりしないんですよ。もっと山のようになってればいいんだけど。

S59：もっとちゃんとした断面図があればいいのに。

T58：比例式から求まらないかな？ 930mっていうのは正しいんだから、57.5：1000＝χ：930 っていう方程式を解けばいいんじゃない？これ、あってるよね？

S　：はい。

T59：では、電卓で求めてみてください。

S　：53.475mです。

T60：すると、930 m進んで、約53m落ちるということですね。
　ところで、勾配っていうのは傾きだよね。普通、傾きっていうのは角度で表すっていう意見がさっき出たけど、角度以外で傾きを表す方法を前に勉強したの覚えてるかな？

S60：えー？そんなの習ったっけ？

（y＝（1/2）χのグラフを板書した。比例定数をグラフの傾きと捉え指導していた。）

S61：あっ。比例のグラフの比例定数のことです。

T61：すると、χの値分のyの値が傾きだから、このモノレールの勾配は、 930m分の53mで、これがパーミルになると考えていいのかな？

S62（S56）:先生。さっきから気になってるんですけど、930 mって直線の距離じゃないんですよね。だから、・・・。モノレールの線路は直線じゃないのに 930mでいいんですか？

T62：それは、930 mは、傾きである y/xのχの値にはならないってことかな？

S63：そうだよね。

S64：でも、実際に測ったら、だいたい 930mになったんだから、少なくとも新聞記事は、この線路を直線と考えてるんだと思います。

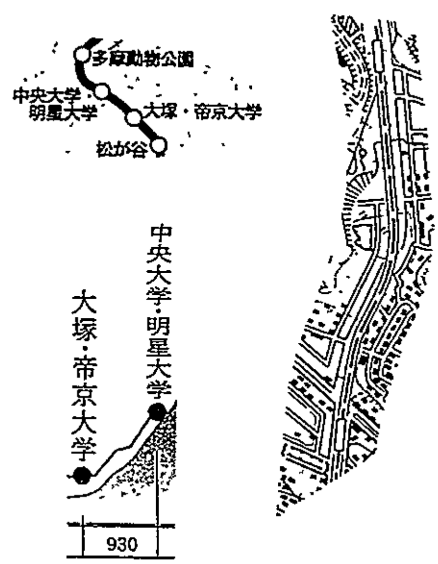
S65：でも実際は、曲がってるんだからもっと長いよね。

S66：えー？ 930mはモノレールが走った距離でしょ。でもχは横の・・・、何て言えばいいのかな？

T63：水平距離ってことかな（黒板に図を書いて示した）。

さて、2つの問題点が出てきました。

1つは曲がってるのに直線と考えていいのか？もう1つは、 930mというのが横の水平距離なのそれとも斜めの所、つまりモノレールが直線上を走ってるって考えた斜めの所と考えるのか？



S67：線路が曲がってるっていっても、そんなに曲がってる訳じゃないから、直線と考えても大して差はないと思います。

（S67の意見に，生徒は納得していた。）

T64：それじゃぁ、仮に、直線と考えたとして、930 mは、水平距離なの？それとも斜めの所なの？

S68：やっぱり傾きなんだから、水平距離でしょう。

S69：でも、測ったら走った距離がだいたい 930mだったよ。

S70：新聞の断面図みたいのでは、水平距離って感じだけど。

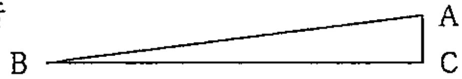
でも、モノレールの軌道って書いてあるんですよね。

（しばらくして）

S71：どっちでもいいんじゃないですか。だって、そんなに違わないんだと思います。

先生の図や、新聞の図は、すごく急な勾配みたいに書いてあるけど、1000m行って57.5mしか下がらないんだから。

T65：1000mで約60mってことは、100 m行って約6m、10m行って約 0.6m、つまり、60㎝ということなんだね。



S72：10m行って60㎝なんて・・・。そんなはずないよ。

T66：実は、縮図を書いて、実際に角度を測ってもらおうと思ったんだけど、ちょっと時間がないので言ってしまいますけど・・・。この角度って、だいたい3度位なんですよ。

S73：それじゃぁ、ジェットコースターじゃないよね。

S74：すると 930mって、ABの長さでもBCの長さでもどっちだっていいってこと？

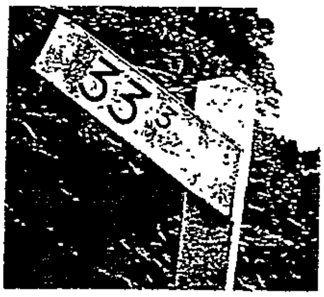
T67：本当はAC／BCだと思うんだけど、その値はAC／ABでも大した違いはないという訳だよ。

S　：そういうことなんだ！

T68：あと5分しか時間がないんだけど、ジェットコースターが苦手な人でも、このモノレールに乗れ

るかなぁ？
S75：乗れるよね。

7) 日常に見られる鉄道の標識や、鉄道ジャーナルの記事から、鉄道などの交通機関の路線がどのようにつくられているかを知る場面



T69：そうかなぁ？実は、藤原先生の資料では、鉄道の場合は、20パーミルでも急だっていうだよ。
　では、このプリントの写真を見てください。
　これは、鉄道の線路の勾配を表している標識です。
　こんな標識見たことありますか？（右図）[2)]
S76：見たことあります。傾斜を表しているとは知らなかったけど・・・。
T70：この本では、電車の運転手さんは、この標識を見て、どれ位の力で走るかを決めるんだね。
　でも、東京じゃぁ、そんな急な坂はないのかな？
　だから、やっぱり、このモノレールの57.5パーミルっていうのはすごいんじゃないの？
S77：でも、先生。3度なんでしょう。少なくともジェットコースターじゃぁないです。
S　：そうだよね。
T71：新聞では、かなり急な傾斜という感じなんだけどね。
S78：この新聞を信じてはいけないんだよね。
T72：えー？でもウソは書いてないよ。
S79：だって、本当は3度なのに、この断面図みたいのはすごく急に書かれています。
　それに、カーブだって、103 mってほんの少しの部分だったし。
T73：でもウソじゃないでしょう。断面図みたいのは、ちょっとした工夫をして書いてあるだけだよ。
　どんな工夫かわかる？
S　：目盛りのこと？
T74：そうだよね。縦と横とでは、1目盛りのとり方が全然違うんだよね。こういうのってよくあるじゃない。それじゃぁ、どうしてこういうふうに目盛りをとってるの？
S80：急な坂だってことを知らせたいためです。
T75：その方が記事の内容が、読む人によく伝わるよね。
　図とか表というのは、そういうことをよくわかって読むべきなんだろうね。そういうのを生きる力とかいうのかなぁ。
S81：でも、なんかだまされたって感じ。
T76：でも、もう一度いうけれど、この記事は間違ってないんだよね。
　普通の鉄道よりも急なカーブや勾配だってことは確かなんだから。
　おっと、時間がなくなっちゃったね。では、ワークシートに書いてください。
（チャイム）

6．ワークシートに書かれた生徒の考えや感想等

資料として、ワークシートに書かれた「新聞記事を読んで，興味を持ったこと，やってみたいこと，考えてみたいと思ったこと」、及び、「わかったこと・感想など」を次に示す。

A. 新聞記事を読んで，興味を持ったこと，やってみたいこと，考えてみたいと思ったこと

1. ジェットコースターなみのモノレールということ。初乗り料金について。
2. 私もこのモノレールに乗ってみたい。ジェットコースターみたいなのがいい。
3. 多摩動物公園駅の動物の足跡の絵が実寸大かどうか。
4. 私は西武池袋線を使っているけど，東武東上線の駅に行くのには直線的には速いけど，実際には池袋を通ってからもどらなけどならない。こういう乗り物があると，南北を通っているから楽になる。
5. 私の町にもモノレールをつくりたい。そうすれば，駅まで歩かなくてすむかもしれない。
6. はじめから終点まで乗ってみたい。景色をみたい。
7. 壁に動物が描かれているのとか，足跡とかを見てみたい。スピードを出して本物のジェットコースターみたいならいい。
8. どのぐらいの速さで走るのかなど。
9. モノレールのつくられ方，ジェットコースターみたいらしいので動き方など。
10. モノレールは土地を買ったりしないから安くなるし，モノレールがもっと普及すれば，土地がうくからいろいろと土地利用ができる。
11. 大学に直結しているから，もし止まったら困るだろうと思う。あんまり乗りたくない。高い所は苦手だから。
12. ジェットコースター気分というのがおもしろそうで，興味をもった。
13. 磁石で動かしていると聞いた。そうしたら途中で止まれないのではないか？乗ってみたい。なぜ4両編成なのか？もっと多くすればいいのに。
14. のってみたいと思った。私の家の方にも通って，もっと都会化してほしいと思う。
15. 私の家はこのモノレールに近いので，今度乗ってみたいと思った。このモノレールは最高何km／時までスピードを出せるのか。
16. 多摩動物園って，こんなに高い所にあるということ。
17. このモノレールに乗ってみたい。あと，ジェットコースター気分というのを味わいたい。
18. このモノレールに乗ってみたい。ジェットコースターなみという所が魅力的。
19. 私の利用している駅にもモノレールが通ってほしい。そうすれば、もっと楽にいろいろな所に行ける。窓から見える景色もきれいそうだ。
20. 南北に用がある人にとっては、とてもよかった開発だと思う。しかも、遊び感覚で乗れる。
21. ジェットコースター並というので、乗ってみたい。
22. モノレールに乗って、ジェットコースター気分を私も体験したい。
23. 少しだけ、シルエットの動物の絵がみたいかも・・・。他には特にない。
24. 便利になってよかったなぁ。私もモノレールをつくっている所を見たかった。
25. モノレールなのに、ジェットコースターなみなんて、乗ってみたいと思う。
26. モノレールがもっと普及して、通学にも使えたらいいなぁと思った。
27. ジェットコースターなみのモノレールという所に興味を持った。また、眼下に広がる景色がいろいろと変わっていく所にも興味を持った。できれば、改札に続く壁に描かれている動物（多摩動物公園駅）も見たいなと思った。是非、乗ってみたいと思うモノレールだ。
28. 新しいモノレールに乗ったり、駅に下りてシルエットを見たりしたい。このモノレールに乗る人がどれくらいるか調べてみたい。
29. 落差がジェットコースターなみにあること（最大で57.5m）。乗ってみたい。
30. 大学の構内に駅があるというのは便利だと思うが、お金のムダだと思う。

31. このモノレールに乗ってみたい。
32. ジェットコースターのような急カーブやアップダウンがあるのはおもしろく思ったけど、気持ち悪くなりそう。でも、乗ってみたい。
33. 多摩モノレールは、アップダウンに急カーブのちょっとしたジェットコースター気分になるということを知って乗ってみたいと思った。
34. アップダウンがあっておもしろそうだと思った。
35. 多摩モノレールができたことによって、どのような情報が入ってくるのか知りたい。観光モノレールをつくってみたい（高くつくかも）。
36. このモノレールに乗ってみたい。もっとジェットコースターな感じにしてみたい。
37. 大学構内を走っていること。ジェットコースターっぽいところ。
38. 景色がきれいだと思うので、この電車に乗ってみたいと思った。また、乗りごごちが良いのか知りたい。
39. 壁に動物達が書かれていたり、自由に遊べる手作りの運転席の大型模型があるという駅に行ってみたいと思った。
40. 私は、このジェットコースターみたいなモノレールに乗って、色々な駅に行ってみたいです。私の住んでいる所にもできたらいいと思いました。
41. ジェットコースターみたいなこと。
42. 乗ってみたいけど、私はこのモノレールを使わないから関係ないと思った。
43. 共立の土地がもうちょっと広ければ、共立にも直結してほしい。
44. 便利だということで、利用するにはいいと思う。改札でもちょっとした楽しい気分が味わえるというのもいいと思う。自分もちょっと乗ってみたいと思う。

B．わかったこと・感想など（番号は、上記Aと対応している。）

1. 半径が103 mってあるけれど、半径50mの円でも同じだと思う。３度の傾斜というのは、ジェットコースターとはいえない。
2. 勉強から少し離れた感じだったので、おもしろかったです。半径 103mの急カーブというのが正直いってよくわからなかったけれど、最後は円を書いてその一部がカーブの部分だということで納得した。パーミルという単位もはじめて知った。
3. 実際、ほんのちょっとしかカーブになっていなかった。それに、ほとんど坂になっていなかった。あと、何の勉強なのかよくわからなかった。
4. 新聞はちょっといい方に書きすぎ。でもそう書いた方が関心が持てる。頭は使いようだと思った。
5. 最初は、「全然違うのではないか？！」と思ったけど、あっていてよかった。すごく急なモノレールだと思っていたので、「一度、乗ってみたい」と思っていたけれど、角度が３°だと聞いてがっかりした。
6. 垂直二等分線で、円の中心が求まることを思い出した。アップダウンについても、今まで習ったことで調べられると思った。普段、あまり考えないような事ができてよかった。
7. 103 mの所はほんの少しだし、実際はそんなにすごい坂ではなかった。新聞は少しいかさまくさい気がするが、新聞はウソを書いている訳ではないので不思議だ。
8. 半径を測ったら初めは190 m位になってしまったが、きちんと調べたら110 mになった。でも、人によって出てくる数が全く違った。
9. 人それぞれの測り方によってずい分結果が変わるものだと思った。新聞はオーバーに書いてあると

思う。パーミルの意味について、図を書いたり自分で確かめてみるのがおもしろかった。

10. ほんとうは103 mだけど、点の取り方の違いで変わってしまうことがわかった。

11. 調べてみると、自分で考えていたものと全然違くてとってもおしろかった。いつか、ジェットコースター通学なんてことになったら楽しいと思う。

12. 急カーブの半径を調べるときに、平面図形で習ったことが使えたのがおもしろかった。
 傾斜が本当はそんなにすごくなくてちょっとガッカリした。でもいろいろ調べていくことは楽しかった。

13. 1000mで57.3mというとスゴイという雰囲気があるけれど、1mで考えると5.7 cmしかないから、何をもとにするかによって全然驚きが違うと思った。本当は、ゆるい傾斜なのに、新聞の図を見ると急な傾斜に見える。目盛りの大きさに違いがあると、ゆるやかな傾斜も急に見える！！

14. カーブはすごいのかもしれないけど、曲がる部分は少なかった。客寄せのためにジェットコースター気分とかいているのだろうが、それがわかっていても、乗ってみたいと思う。

15. パーミルなんていう普段聞いたことのない単位を使われてもピンとこない。そこへジェットコースター気分と言われれば信じてしまう。だから、ちゃんと「3°」とか書いて欲しいものだ。私は鉄道はあまり好きじゃないけど、今回の授業は楽しかった。

16. 最初はすごいと思ったけど、別にすごくないと思った。

17. いつかこのモノレールに乗ってみたい。ジェットコースターがあまり好きではない私でも、乗れるからよかった。

18. 急カーブって書いてあったのに・・・。ちょっとがっかりした。

19. 図形は苦手。でもたのしいと思った。新聞はまず疑おう。ジェットコースターに乗るとすぐに酔うので、モノレールはいらないと思ったけど、ゆるやかなのでやっぱりほしいと思った。

20. はじめは、アップダウンやジェットコースターと聞いて「乗りたいな！」と思いました。でも、実際に図にしたり、計算してみると、それほどでもなかった。私もカーブの計算をするとき、200 mとか出て、？？？！って感じでした。②の方も斜面3°、えー！っていう感じ。でも、いろんな説明があってわかりやすかった。まだ、乗ってみたいとは思います。

21. ジェットコースター並ということで、楽しそうと思ったが、モノレールはモノレールであって、ジェットコースターみたいだったらいやな気もする。

22. 私はこの勉強をして、新聞に書いてあることは少し大げさだと思いました。だって新聞に57.5パーミルのアップダウンと書いてあっても、実際はほんの少しの下り坂にすぎないからです。でも、この勉強をして、モノレールの線路の長さやしくみ、また、地図についてもいろいろと知ることができたのでよかったです。最後に、何か機会があったらこのモノレールに乗ってみたいなと思いました。

23. 半径は本当に103 mだった。

24. はじめは、何を目的に勉強しているのかわかんなくてあきてしまった。だけど、だんだんおもしろくなってきた。

25. すごく期待外れでした。初めは「おー、すごい！」と思ったんですけど、なんかだまされた感じです。でも、乗ってみたい。

26. こんなところにも数学があるとは思わなかった。自分の身の周りにも数学に関連していることがたくさんあるので、これからは、数学を探すように努力してみようと思った。

27. 円の中心を決めるとき、点をとる位置を少しでもずらすと、縮図であるため、実際だと数十mのずれが生じることに驚いた。また、新聞を書く人は、大したことではないことでも上手に書いて、いかにもすごいように見せかけているので、これもスゴイと思う。

28. 縮図の地図上では、取った点の場所がちょっと違っただけで、ぜんぜん違う数字がでてきてしまうので不思議だった。
29. カーブや落差があってすごいと思ったけど、調べてみるとそうでもないのでがっかりした。でも、駅に動物の絵があったり、階段に動物の足跡がついていたりと、小さい子が喜ぶように工夫してあっていいなと思った。あと、多摩モノレールが通っている地域の人達は、交通の便がよくなったんじゃないかと思う。
30. ジェットコースターみたいでおもしろそうだなって思ったけど、ぜんぜんつまんなそうでがっかりした。
31. もっと円を小さくすれば、半径50mのカーブも言えるのか？と思った。‰なんていう記号があるとは知らなかった。
32. 最初考えたものよりも、実際の方がゆるやかだった。でも、これで私の心配していた「気分が悪くなりそう」という事はそれ程心配しなくていいということがわかった。
33. 急カーブの所に、実際に103 mの円をあててみたら、ほんの少しの弧の部分だということがわかった。1mで0.057 mの落差は、それほど大きくないこともわかった。
34. 新聞を読んだら、ジェットコースターみたいと書いてあったから、上がったり下がったり曲がったりするのかな？と思ったけど、実際は急に曲がったりするわけでもないことがわかって少しがっかりした。
35. 半径103 mの急カーブのところが期待はずれだった。でも、数学はおもしろい。
36. いがいなところに、数学が応用できるんだなぁと思った。
37. 課題①では、自分は約200 mだったのに、となりの人や前の人は180 mとか190 mとか210 mとかいろいろあったけど、どれも、新聞記事とは同じにならなかった。新聞記者の人は、色々な所を測ってたぶん一番半径が小さいものを記事にして、読者がすごいと思うものを書いたのだと思う。課題②でも同じで、色々と工夫しているのだなと、少し感心した。
38. 今までは、数学は大人になったら何も役立たないと思っていたのですが、人にだまされないようにするために、案外必要なのかもしれないと思えてきた。
39. 新聞には、半径103 mの急カーブを走ったり、急な上り下りが続き、ちょっとしたジェットコースター気分と書いてある。そうした数に間違いは絶対にないことが分かったけれど、ちょっとしたジェットコースターにはなっていないと思った。
40. 新聞から数学を見つけて勉強するなんてやったことがなくて、とてもおもしろかった。
41. 半径103 mのジェットコースターなみの急カーブや、57.5パーミルの傾斜があると書いてあっておもしろそうだと思ったけど、案外すごくなかった。でも、駅に動物の絵が書いてあったりするのがおもしろいと思った。
42. あまりよくわからなかったけど、授業はおもしろかった。この電車に乗ってみたいと思った。
43. 103 mの円はちょっとよくわからなかった（探すのが）。ほかのモノレールもこういうふうにできてるのだろうか？と思った。
44. 半径103 mの円を重ね合わせてみると、合う所もあるけれど合う所というのはほんの一部だった。でも、一部だけでも合うのでウソではなかった。

7. 考察

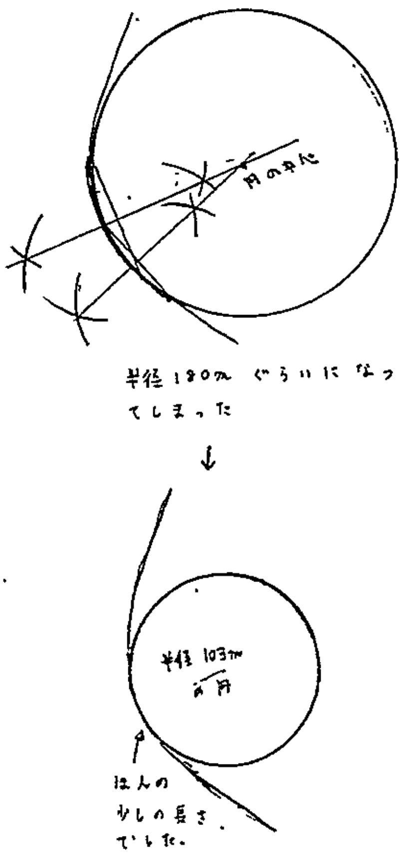
学習指導案を作成した時点では、多摩都市モノレールの新聞記事を読んで、どれ位の生徒がジェットコースターに関連する内容に興味を示すか不安であったが、ワークシートの記述からもわかるように、実際の授業では半数以上の生徒が興味を持った。ただし、モノレールの速度について関心を示す生徒がいなかったのは残念だった。

また、現実的な事象に視点をおいた課題では、その事象と直接かかわったことがあるかという経験も重要であるが、授業記録からわかるように、このモノレールに乗った経験はなかったものの、ほとんどの生徒が「ゆりかもめ」には乗った経験があり、さらに、ジェットコースターについては、ほぼ全員が遊園地（ディズニーランドなど）でジェットコースターに乗った経験ありと答えていることから、こうした乗り物についての理解は十分になされていると判断した。

授業の流れとしては、課題①、②を共通課題として設定するのに多くの時間を費やしたが、本授業は生徒の必要感に着目しているため、一見、数学とは無関係であると思われる問答も重要な意味を持つものであると捉えている。こうした意見交換を通して、“ジェットコースター気分のモノレール”とはどのようなものなのかという疑問が、多くの生徒に広がっていったのではないかと考えている。

ただし、この時点では、アップダウンという表現をどのような観点から考察していくべきなのかという具体的な解決すべき課題を見いだそうとした生徒は少なく、生徒の問題意識は高まったものの、何をどう解決していくのかという意欲が高まったとはいえない。T10～T17の発問は、問題点を教師の側から与えたものであるとの批判もあろうかと思われる。鉄道ジャーナルの資料から、モノレールと鉄道とを比較してこのモノレールのカーブが急なものなのかを予想させようとしたが（T19）、授業者の意図した通りにはならなかったことは、発問の仕方や授業者の知識不足による所が多いと反省している。

次に、「半径103 mの急カーブ」について、拡大した地形図を用いて検証する場面では、トレーシングペーパーにカーブを写し取り、この円の中心を作図により求めさせようとした。ここで重要なことは生徒がこのカーブの部分をどのように写し取るかにあると考えた。



地形図では右図のように示されているが、カーブの様子を知るには路線の幅は無視してよいので、1本の曲線を写し取ればよい。しかしながら、約1/3 の生徒は幅をも考えて太い線で書いたり、地形図の通りに破線で示すなどしていた。これは、図を抽象化して表すという点で、“数学化”が適切に行なわれていないとも考えられよう。

次の、弧の中心を求める作図の段階では、既習内容を使い、数学的処理をほどこす場面であるが、2ヵ月ほど前に学習したことであるにもかかわらず、なかなか2本の垂直二等分線を引くことができなかった。

そして、半径を求める場面では、103 mに近い数値が得られた生徒は、最も近いもので約120 m（1名）であり、ほとんどの生徒は180 m前後の値だった。しかし、これは十分に予想できたことであり、筆者は、ここから数学的検証の必要性が生じるものと考えた。なぜ、100 mに近い値にならないかを「新聞記事は間違っているのいるのか？」（T31）という発問で問いかけたが、S31の「誤差がでた」との発言から次のS33の「（周上の）点のとり方に問題がある」との発言までには、かなりの時間を要した。ここでは、隣の人

の図と比較するなどの活動を取り入れ、ようやくS35の「この点って、円の所じゃない」との発言に至った。こうして、トレーシングペーパーに半径約100 mの円を書き、これを地形図のカーブにあてて検証することとなったが、その方法を教師が与えてしまったのは反省すべき点である（T36、37）。

しかし、生徒はこうした作業を通して、カーブの意味を理解したことは、生徒の「わかったこと、感想」等から読み取ることができよう。

2時間目は、前時の復習も兼ねて、まず、カーブの様子を高速道路の場合で示した。そして次の課題である「57.5パーミルの斜度」の考察に入ったが、「‰」という単位を知っている生徒はなく、「1000 mで57.5mの落差」という新聞記事からその様子を予想させた。傾斜は普通、角度で表すのに対して、なぜ‰という単位を使うのかに着目させ、この傾斜が極めて小さいことを予想させようとしたが、筆者の意図した通りにはならなかった。一方、鉄道ジャーナルの資料から、傾斜が小さくても実際の鉄道では20‰というとかなりの急勾配であることを認識させ、57.5‰が日常の鉄道よりも急勾配であるとの認識は得られた（S47）が、ジェットコースターの資料を提示しなかったため、どれ位の傾斜であるかを予想するまでには至らなかった。

拡大した地形図から、斜度57.5‰を調べる段階では筆者の意図通り、モノレールの軌道と駅間の距離とが問題になったが、T53～T60の流れは、生徒の疑問を明確に解決したものにはなっていないと思われる。授業者としては、930 mが軌道距離なのか水平距離なのかの議論が頭にあり、生徒の疑問を解決しないままに授業が進んでいってしまった感があったと反省している。

筆者は、この軌道距離なのか水平距離なのかを考える場面は現実的な事象を解決する際の考察態度として重要である捉え、本授業の中でも生徒に気づいてほしい点として位置づけた。結局、かなりの時間を要したものの、S71から「どちらでもよい」との発言を得るに至った。さらにS71はその理由についても述べていたが、残念ながら、他の生徒からの発言は見られず、多くの生徒は紙上での考察を現実的な場面と関連づけて考えようとはしなかったと思われる。

広辞苑によれば、勾配とは「傾斜面の傾きの度合い。普通、傾斜面の水平方向の変化に対する水平面からの距離の比をいう。」とあり、傾斜角をθとすれば、勾配は $\tan\theta$で表すことになる。しかしながら、鉄道ではθが極めて小さいため、軌道がほぼ直線の場合は水平距離を軌道距離に置き換えて $\sin\theta$ で表しても大きな差は生じない。また、鉄道ジャーナルの記載によれば、軌道が曲線の場合は、ほぼ直線の区間においてのみ勾配が表記されている。

57.5‰は、 $\tan 3^\circ \fallingdotseq \sin 3^\circ$ であるが、この傾斜角3度を縮図を書かせて生徒に求めさせようと考えていたが、時間的に余裕がなく、授業者から3度を与えるに至った（T66）。

その後の展開としては、鉄道の勾配標からモノレールの傾斜と一般の鉄道の傾斜との比較させようとした。鉄道における勾配が数値的にはそれほど大きいものではないが、実際にはその坂を走るにはかなりの力が必要であることを実感させたいと考えていたが、生徒の関心は、新聞記事は正しいのかという議論に移っていった。

本授業が、新聞記事のあり方について着目しているのであれば、こうした流れでもよかったが、授業者としては、モノレールの考察から一般の鉄道の路線への考察へと発展させたいと考えていたので、意図しない方向へ進んでいってしまったことになる。生徒の発言の中には、新聞記事は誤りであるといったものも多く、結局、最後のT76にもある通り、本授業の目的の1つである一般の鉄道の路線の考察までは十分になされないまま、授業が終わってしまったといえる。

8．まとめと今後の課題

本授業では“解決の必要感”に着目した。それは、冒頭でも記した通り、筆者の日常の授業の反省から生まれたものである。そして筆者は、生徒に解決の必要感を持たせるための1つの方法として、課題の開発や提示方法に着目する必要があるのではないかと考えた。

具体的には、鉄道のカーブや勾配を考察させるために、「ジーットコースター気分のモノレール」という新聞記事を生徒に提示し、「本当にジェットコースター気分といえるだろうか？」という疑問を解決していくという授業展開である。そしてさらに、こうした授業から、現実的な事象を数学を通して捉える際の考察態度を培わせたいと考えた。具体的には、数学化したり、紙上で得られた結果を再度現実に戻して検証するという態度である。

その結果、「ジーットコースター気分のモノレール」という題材は、解決の必要感を持たせるための大前提となる課題に対する生徒の興味・関心を高める上では極めて有効であり、授業者としては全ての生徒がこの課題に関心を示したと確信した。そして、共通課題として提示した、①「半径 103mのカーブ」、②「57.5パーミルの勾配」の考察では、多くの生徒がそれぞれの疑問を解決しようと取り組んでいたと思われる。しかしながら、解決するための具体的な方法を自ら見つけようとする生徒は少なく、教師主導で授業が展開されてしまう場面も目立った。

また、“数学化”や“数学的検証”という場面では、生徒はその必要性は感じ取ったものの、具体的な方法までを考えようとした生徒は少なく、これは、日常の筆者の授業の問題点として指摘されよう。

さらに、モノレールを鉄道の路線と比較して考察させようと考えたが、このうような発展的な考察までには至らなかった。これには、授業者の発問の不備や、授業者の知識不足が大きく影響していると思われる。

今後の課題としては、生徒の解決の必要感に迫るよりよい課題を開発することは当然であるが、本授業の反省として、生徒の必要感を高めるための発問の工夫、現実的な事象を扱う際の授業者としての知識（例えば、本授業の場合、一般の鉄道やその他の多くの交通機関についての知識、そして、ジェットコースターに関する情報等々）を得て授業に臨む事が必要であると考えている。

なお、本課題②の鉄道の勾配については、本科研研究会において議論された事柄を参考にしている。

〔注、及び、参考文献〕

1）久保良宏：「現実的な事象を数学を通して考察する学習について ― 関数のグラフをよむ実態調査から ― 」『算数・数学科における総合的な学習の試み(1)』，1998. pp. 95-100.

2）鉄道ジャーナル，№383.　1998.　9．

3）寺田幹治：「道路をつくる」『話題源数学（下）』東京法令出版，1989. pp. 954-955.

注：ジェットコースターの動きに着目した授業実践例としては、次のものがある。

西村圭一：「ジェットコースターのグラフ」『算数・数学科における総合的な学習の試み(2)』，1999. pp. 105-107.

学校の建物の高さを測ろう

松元　新一郎

東京学芸大学附属大泉中学校

要約

相似の単元の基本的な学習を利用して、現実場面に活用できることを実感できる「学校の建物の高さを測る」という実践を行った。この実践は、グループで測量をすること、データをもとに縮図をかくこと、縮図を読みとること、自分たちの活動や結果を評価すること、などに価値を置いている。

指導計画の段階では、２時間を予定し、第１時間目に校舎の高さを基本的な測量で、第２時間目に体育館の高さを建物までの距離が直接測れない条件の測量で実施した。第２時間目では、予想以上に多様な測量方法の工夫が見られ、縮図ではなく相似な図形に持ち込み比を計算することによって高さを求めるグループもいた。そこで、予定を変更して他のグループの測量方法を聞いてクラスで発表する時間をを作り、測量方法を共有する時間を設け、自分たちのグループ・他のグループの測量方法を評価する活動を行った。

キーワード：相似、測量、グループ活動、投影図、近似値、有効数字、見積もり、学びの共有

１.指導のねらい

中学２年の図形の学習では、筋道立てて論理を組み立てることが中心になる。このこと自身は大きな価値があることだが、紙と鉛筆の世界に入り込み日常の文脈から離れてしまいがちになる。そこで、相似の単元の基本的な学習を利用して、現実場面に活用できることを実感できる課題を考えようとした。

「学校の建物の高さを測る」という実践は、生徒（グループ）にその測定方法を見つけることを重点とすることも行われている（宮井1999）が、本実践では上のねらいの元に縮図を利用して高さを測ることに限定して実践を行うことにした。この実践では、グループで測量をすること、データをもとに縮図をかくこと、縮図を読みとること、自分たちの活動や結果を評価すること、などに価値を置いている。

「グループで測量すること」に関しては、このような測量では１人ではできず協力してやらなければならないことを実感するとともに、それぞれが書いた縮図のずれをお互いに評価する場面がたくさん生まれる。とくに、２時間目行う「体育館の高さを測る」ときには、観測者から建物まで障害物があって直接距離が測れない。このように、１時間目のモデルを変更する必要に迫られるように課題を組んだ。

「データをもとに縮図をかくこと」に関しては、生徒は考察の対象を縦方向・横方向に置き換えて考えていくことが重要になってくる。上で述べたように、特に２時間目では考察の対象をまず図に表していく活動が重要になってくる。生徒が書いた図はその生徒が問題を捉えているモデルである。したがって、最初の図は数学的に洗練されたものではないが考察を深めていくにつれ次第に抽象度が高くなっていく。このとき、立面図や平面図に置き換えて、定量的に図の上で考える活動が必要になってくる。今まで学習してきた相似の内容を総動員して解決していく活動が期待され、この教材を扱うことのよさが出てくると考えている。

「縮図を読みとること」に関しては、読みとる過程の中で1/100の縮図で書いた場合には１mmのずれが１０ｃｍのずれになることから生徒は数値に対して敏感になる。同時に、求めた数値が実際の建物の高さや

グループのメンバーの結果とちがう場合には、自分の書いた図をもう一度見直すことになる。このような活動を大切にしたい。

「自分たちの活動や結果を評価すること」に関しては、上での活動の中で絶えず行われることになる。さらに、他のグループの結果や直接屋上から巻き尺を垂らして測った数値と比較しながら、自分たちの活動や結果を評価できるように流れを作った。

2.指導計画

（1）単元の指導計画・・・　相似な図形

・図形の拡大縮小・・・・・・２時間＜教育実習生担当＞

・相似な図形・・・・・・・・１時間＜教育実習生担当＞

・相似の位置と中心・・・・・２時間

・三角形の相似条件・・・・・１．５時間

・三角形の相似条件の利用・・２．５時間

・三角形と比・・・・・・・・２時間

・中点連結定理とその利用・・２時間

・平行線と比・・・・・・・・１時間

・相似な図形の性質の利用「学校の建物の高さを測ろう」・・・本実践　２時間

　①　校舎の高さを測ろう（建物までの距離が直接測れる場合）　　１時間

　②　武道場の高さを測ろう（建物までの距離が直接測れない場合）　　１時間

・重心・・・・・・・・・・・・１時間

・演習・・・・・・・・・・・・２時間

（2）本実践の指導計画・指導案

日時（時期）	平成１１年１２月
教室および場所	校庭（１時間目⇨校舎と武道場の間を中心に。２時間目⇨体育館の横を中心に）
指導教官	松元　新一郎
本課題名	学校の建物の高さを測ろう

本課題の目標

1.自分たちが使っている校舎や体育館を対象化することによって建物に対する関心を持ち、高さを測るのにグループで協力して測量を行い、なるべく誤差が少なくなるように工夫する態度を育てる。(関心・意欲・態度)

2.測量したデータを元に考察の対象を縮図に表そうとする。（表現・処理、知識・理解）

3.縮図から実際の建物の高さを求めようとする。（数学的な考え方）

4.自分たちが求めた建物の高さを実際の値と比べて評価する態度を育てる。（関心・意欲・態度、表現・処理）

本課題の指導計画（全２時間）

1.校舎の高さを測ろう・・・観測者が建物までの距離を直接測れる場合を考える　　１時間

2.体育館の高さを測ろう・・・観測者が建物までの距離を直接測れない場合を考える　　１時間

<第１時間目>

本時の題目　校舎の高さを測ろう（第１時間目／２時間）

本時の目標　・グループで協力して測量して、できるだけ正確に測量する態度を身につける。（関心・意欲・態度）

・自分たちが使っている校舎の高さが、学習してきた相似を利用することによって求めることができることを知る（知識・理解）

・測量の結果を縮図に正確に表し、縮図から高さを読みとって実際の高さを求めようとする。（表現・処理、数学的な考え方）

使用教科書　新編　新しい数学１（東京書籍）

対象生徒/２年１組　男子16名　女子18名　合計３４名

/２年２組　男子17名　女子17名　合計３４名

/２年３組　男子17名　女子17名　合計３４名

/２年４組　男子17名　女子17名　合計３４名

準備するもの　生徒：教科書、下敷き、定規、コンパス、分度器、筆記用具

教師：電卓（生徒一人１台分計３５台）、定規（教師用１本）、コンパス（教師用１本）、分度器（教師用２台）、メジャー１１個（各班に１つずつ配布できるように）、ワークシート（生徒１枚ずつ）、ホワイトボード、カメラ（記録用）

班の構成　１班３人（多くても４人）を原則とする。１クラス１０～１１班。

指導の実際（略案）

段階	時間	学習内容（主な発問）	予想される生徒の反応	指導形態　および 指導上の留意点
導入	5分	<校庭に集合> 今日は今までの学習のことを生かして、校舎の高さを測ることを考えます。 教科書p．160-161の内容をみてみよう。 （教科書の内容の説明）	・小学校のときやった。 ・どのようにやったらいいのかわからない。 ・使う道具はなんですか？	今まで習ってきた相似のことで測れることに関心を持つ。 **（関心・意欲・態度）** 教科書p．160-161の確認。 教科書の説明では、縮図は1/600になっているが、1/100でホワイトボードに図をかいて説明する。 小学校の縮図のところで実際に測量している生徒がいるかどうか確認する。

段階	時間	学習内容（主な発問）	予想される生徒の反応	指導形態　および 指導上の留意点
展開	４０分	実際に校舎の高さを測ってみよう。	・どの高さまで測るのですか ＜活動の流れ＞ ・校舎から離れて立つ。 ・立っている場所から校舎までの距離を巻き尺で測る。 ・立っている場所から屋上を見上げた角度を分度器で測りとる。 ⇩ ・縮図を書く。 ・書いた縮図の校舎の高さを定規で測りとり、縮尺した分をもとに戻す。観測者の目までの高さを加える。 （うまくいかない場合は、もう一度測量することもあり得る）	校舎の屋上に目印となるタオルを用意しておく。 グループ活動（１グループ３人を原則とする） 巻き尺、電卓、教師用分度器は自由に使ってよい。 生徒の観測方法や図の書き方を観察する。 （数学的な表現・処理） （数学の知識・理解） （数学的な考え方） 各グループの結果をホワイトボードにまとめる。
まとめ	５分	・直接高さを測って確かめてみよう。 ・プリントをまとめる。	・自分たちのデータは本当にあっているのか？	・代表の生徒に屋上に登ってもらい、巻き尺を垂らして高さを直接実測する。

（評価）

・グループで協力して測量して、できるだけ正確に測量しようとしたか。

・校舎の高さを相似（縮図）を利用することによって求めることができることがわかったか。

・測量の結果を縮図に正確に表そうとしたか。

・縮図から高さを読みとって実際の高さを求めようとしたか。

＜第２時間目＞

本時の題目　　体育館の高さを測ろう（第２時間目／２時間）

本時の目標
- グループで協力して測量して、できるだけ正確に測量する態度を身につける。（関心・意欲・態度）
- 観測者から体育館までの距離が直接測れないことから、前時の図では解決できないことに気がつき、モデルを修正しようとする。（関心・意欲・態度、数学的な考え方）
- 自分たち（グループ）で考えた方法に基づいて、必要な測量を行うことができる（知識・理解、表現・処理）
- 測量の結果を縮図などの図に正確に表し、図から高さを読みとって実際の高さを求めようとする。（表現・処理、数学的な考え方）

使用教科書　　新編　新しい数学１（東京書籍）

対象生徒　　１時間目と同じ

準備するもの　　１時間目と同じ

班の構成　　１時間目と同じ班で活動する。１クラス１０～１１班。

指導の実際（略案）

段階	時間	学習内容（主な発問）	予想される生徒の反応	指導形態　および 指導上の留意点
導入	5分	<体育館横に集合> 前回の授業では何の高さを測りましたか。 今日は体育館の高さを測りたいと思います。 教科書ｐ．160-161の内容をみてみよう。 （教科書の内容の説明）	・校舎の高さを測った。 ・縮図を利用した。 ・どどこの高さを測るんですか？ ・（地面が段差があったりするので）どこを基準とした高さを測るのですか？	授業の前の日に、また測量をするので角度を測るのに簡単な道具をもってきてよいことを連絡しておく。 体育館の一番高いところまでの高さを測ることを確認する。 体育館の土台（コンクリート）の高さを基準とすることを確認する。**（関心・意欲・態度）**。
展開	40分	実際に体育館の高さを測る方法を考えてみよう。 方法の例を紹介する。 <生徒の活動の流れ> ・必要な距離を巻き尺で測る。 ・必要な角度を分度器で測りとる。 ⇩ ・縮図や図を書く。 ・書いた縮図の校舎の高さを定規で測りとり、縮尺した分をもとに戻す。観測者の目までの高さを加える。 （うまくいかない場合は、もう一度測量することもあり得る）	（その１）一番高いところ（点X）の真下を通る直線上に２地点A、Ｂをとり、それぞれの場所で仰角を測る。そして、ＡＢ間の距離を測り、△ＸＡＢの縮図をかく。 （その２）45°の角をもつ三角定規を利用する。	グループ活動（１グループ３人を原則とする） 巻き尺、電卓、教師用分度器は自由に使ってよい。 生徒の観測方法や図の書き方を観察する。 **（数学的な表現・処理）** **（数学の知識・理解）** **（数学的な考え方）** **各グループの結果をホワイトボードにまとめる。**
まとめ	5分	・体育館の図面で確かめてみよう。 ・プリントをまとめる。	・自分たちのデータは本当にあっているのか？	・代表の生徒に屋上に登ってもらい、巻き尺を垂らして高さを直接実測する。

（評価）

・グループで協力して測量して、できるだけ正確に測量しようとしたか。

・前時との測量環境の違いに気がつき、自分たち（グループ）の測量方法を考えだそうとしたか。

・自分たち（グループ）で考えた方法に基づいて、必要な測量を行うことができるたか。

・測量の結果を縮図などの図に正確に表し、図から高さを読みとって実際の高さを求めようとしたか。

３.指導の実際と生徒の反応

（１）第１時間目

短学活（帰りの会）での明日の時間割の確認をする際、数学の時間が外で行われると伝えられたとき、歓声があがったのが印象的だった。今までの授業から、生徒の意識の中に数学は座学であることが強くあるのだと反省した。実施当日生徒は、１２月の寒い日にも関わらず、生徒は積極的に取り組んでいた。１グループの数を原則３人にした（２時間目もグループを変えずに行った）が、これぐらいでちょうどよい人数であった。最初のクラス（２組）では、１つの縮図だけで校舎の高さを計算させた。あとの３クラスは、１カ所では不安なので、２カ所以上の場所で測量して結果を出すように指示を変えた。しかし、表１をみるとあまり改善されていない。これは、測定誤差の大きな要因が仰角の測定であることにある。様子をみていると子

ども達もその意識はかなり高い。それは、何度も計り直していたこと、角度を正確に計ろうと工夫が見られたこと（写真１）、生徒の感想からわかる。また、授業前に校舎の高さを測量することはいっていないので、「（測量することを）知っていたら、角度を正確に測る道具をもってきました」という生徒がいた（２時間目にもってきた）。測量した結果をワークシートにまとめたあと、全てのグループの結果を板書（ホワイトボードに）させた。授業の終わりに、実際に生徒に巻き尺を屋上から垂らして直接測定させた。教師が知っているデータをいうより効果があった。

生徒の測量結果をみると、かなりの違いが見られる。ある生徒はホワイトボードの一覧表をみて、「校舎は３階なんだから、20ｍを越えるなんておかしい」というように、今までの経験や見積もりをしていた。また、明らかに他のグループと結果が違うグループの中には、測量をやり直すところもあったが、やり直す時間が十分なく、諦めてしまうグループもみられた。このことから、測量の方法（１回だけでなく５回は測る必要があることなど、真の値に近づけようとすること）を指導する必要があった。

表１　　１時間目の各グループの測量結果（実際の高さは12.25cm）
（２組1999.12.4、１・２・３組1999.12.8）

２年１組	測量結果		測量結果
１班・男	10.29	６班・女	13
２班・男	12.28	７班・女	16
３班・男	15.15	８班・女	13
４班・男	21.7	９班・女	22.09
５班・男	15.6	１０班・女	13.5
		１１班・女	13.5

２年２組	測量結果		測量結果
１班・男	12.8	６班・女	11.2
２班・男	10.8	７班・女	10.91833…
３班・男	14.9	８班・女	13.5
４班・男	13.1	９班・女	12.5
５班・男	12.631817…	１０班・女	12.82

２年３組	測量結果		測量結果
１班・男	15.25	６班・女	12.75
２班・男	22.4,23	７班・女	11.9
３班・男	18.5	８班・女	19.2,19.5
４班・男	17.45	９班・女	12.9,12.4,13.44
５班・男	14.5,16.5	１０班・女	11.2

２年４組	測量結果		測量結果
１班・男	9.5	６班・女	12.7
２班・男	12.3	７班・女	13
３班・男	11.8	８班・女	13.35
４班・男	14.7	９班・女	12
５班・男	14.1	１０班・女	18


写真１　生徒の活動の様子（仰角を測定する工夫）


写真２　生徒の活動の様子（仰角を測定する工夫）

（２）第２時間目

グループ毎の測量に入る前に、個人あるいはグループで測量方法を考えさせる時間をとった。指導計画の段階ではクラスの前で紹介させようと考えていた。しかし、倉庫やサッカーゴールがあるために直接体育館までの長さが直接測れない状態（写真３）を目の前に見ながら、予想以上に多様な測量方法の工夫が見られた。ここで、いくつかの方法を紹介してしまうとその例に引きずられてしまい自分たちが考えたよいアイデ

ィアをやめてしまうのではないかと考えて紹介をやめ、グループ毎に測量の活動に入るように指示した。生徒は、測量の途中でも測量方法を確認したり、変更したりしながら、作業を進めていた（写真４）。どのような図に持ち込んであらわすかに時間をかなりとっていた。何度も図を書き直して測量をやり直すグループがあった。第１時間目での活動で角度を正確に測る重要性を認識していたことと、角度を測るのに簡単な道具をもってきてよいと連絡しておいたこともあって、各クラス３～４人（グループ）が分度器の中心に糸をつり下げて、仰角を測量していた（写真５）。この方法は、中学理科の星の観察で使ったものである。一方で角度を使わない班もあった（写真６）。ほとんどのグループがデータを取り、縮図にする途中で時間になってしまった。その日のうちにワークシートにまとめて提出するように指示して終了した。

写真３　体育館の手前に倉庫・サッカーゴールがある

写真４　生徒の活動の様子（測量方法の相談）

写真５　生徒の活動の様子（仰角を測定する工夫）

写真６　生徒の活動の様子（長さを測定する）

測量方法を分析した結果が表２である。細かい点はのぞいて、持ち込んだ方法は以下に集約される。１番最初の方法が最も多かった。

・第１時間目の方法を利用するために体育館までのの距離を違う場所で測っておいて平行移動する方法
・障害物となっている倉庫やサッカーゴール高さを利用して、相似な三角形を作り比例式に持ち込む方法
・直角二等辺三角形となるように仰角が４５度になるまで下がって、そこまでの距離を測定する方法
・体育館の壁についている縦の平行な線を使って縮図を作り長さを求める方法
・体育館の壁に多角形を作り、相似な三角形を見つけて比例式に持ち込む方法
・体育館のそばにあるもの（棒）を利用して、間接的に高さを求める。

表２－１　２時間目の各グループの測量結果と測量方法（たとえば、１組１班を1-1と表記）
（☆は角度を使った方法。実際の高さは図面上で8.417cm、実測で9.57m）
（全クラス1999.12.10実施）

クラス－グループ	測量結果(m)	持ち込んだ図	方法
1-1☆	6.7	1/1000縮図	倉庫のないところで真っ直ぐ下がって体育館までの距離を測り、平行移動した場所から仰角を測定し、縮図をかく。
1-2☆	9.91	1/2000縮図	1-1班と同じ。
1-3	7.05	相似な図形	体育館の壁半分の図を書き、そのなかに相似な図形を３つ作り比例式をつくる。連立方程式で求めようとする。
1-4	9.4	1/100縮図	ゴールと体育館のてっぺんが一直線上になる場所で仰角をはかり、体育館とゴールまでの距離を利用して縮図をかく。
1-5	9.20	相似な図形	ゴールと体育館のてっぺんが一直線上になる場所に立ち、ゴール・目までの高さ・体育館とゴール・ゴールと観測場所までの距離を用いて、比例式に持ち込む。
1-6☆	8.8	1/200縮図	1-1班と同じ
1-7☆	9	直角二等辺三角形	体育館の壁に沿って、仰角が４５度となる場所を探し、観測場所までの距離を高さとする。
1-8☆	11.75	1/？縮図	倉庫と体育館のてっぺんが一直線上になる場所で仰角をはかり、体育館と観測場所・観測場所と倉庫の距離を利用して縮図をかく。
1-9☆	8.72	1/400縮図	1-1班と同じ。
1-10☆	9.465	1/1000縮図	1-1班と同じ（２カ所で測量）。分度器に錘をつけた道具利用
1-11	7.88	1/100縮図	1-8班と同じ。
2-1☆	9.56	1/100縮図	1-1班と同じ。
2-2☆	9.48	1/100縮図	1-1班と同じ。
2-3☆	9.86	1/100縮図	1-1班と同じ。
2-4☆	9	立面図	体育館の横にあるネットに等間隔の印があるのを利用して１間隔の長さを測り、何倍かして求める。
2-5☆	9.585	1/100縮図	真っ直ぐ下がらずに、体育館の距離を測るのに倉庫が引っからないように斜めに下がり、距離と仰角を測定する。
2-6☆	7.82	1/100縮図	1-1班と同じ。
2-7	11.54178	相似な図形	倉庫と体育館のてっぺんが一直線上になる場所に立ち、倉庫・体育館と観測場所・倉庫と観測場所までの距離を用いて、比例式に持ち込む。
2-8☆	9.3	1/100縮図	1-1班と同じ。
2-9☆	13.33	1/？縮図	1-1班と同じ。
2-10班	7.6114284	相似な図形	ゴールと体育館のてっぺんが一直線上になる場所に立ち、ゴール・体育館と観測場所・ゴールと観測場所までの距離を用いて、比例式に持ち込む。

（３）第３～６時間目

第２時間目では、予想以上に多様な測量方法の工夫が見られた。しかし、第２時間目では生徒は測量するのに精一杯で他のグループの測量方法を知らずに終わっていた。そこで、冬休み中に、次のように指導計画の見直し（追加）を行い、測量方法を共有する時間を設けて自分たちのグループ・他のグループの測量方法を評価する活動を取り入れ、３学期はじめに実践を行った。

① 隣のグループの測量方法をお互いに共有する（たとえば、１班と２班同士）。（0.5時間）

② ①から２グループ分の測量方法をワークシートにまとめる。（0.5時間）

③ クラス全体に隣のグループの考えを発表する。聞いている側は、ワークシートにまとめる。（２時間）

④ 測量した図や数値を用い、近似値・有効数字の指導を行う（「資料の整理」の単元と連携）（１時間）

表２－２　２時間目の各グループの測量結果と測量方法（たとえば、１組１班を1-1と表記）

クラスーグループ	測量結果(m)	持ち込んだ図	方法
3-1	8.16	1/100縮図	1-1班と同じ。
3-2☆	9.5	1/50縮図	体育館の壁にある縦の平行な線を利用して、一番短い線の長さを縮図で求めて、公差をを求めて長さを加える
3-3☆	8.45	1/100縮図	3-2班と同じ。
3-4☆	9.2	1/100縮図	1-1班と同じ。
3-5☆	8.5	1/500縮図	1-8班と同じ。
3-6☆	9.04	相似な図形	体育館の壁半分の図を書き、そのなかに相似な図形を２つ作り比例式をつくる。
3-7☆	11.71	1/100縮図	２つの観測場所で仰角を測り、その２点間の距離を測って三角形の縮図をかく。
3-8☆	10.2	直角二等辺三角形	仰角が４５度となる場所まで下がり、観測場所までの距離を高さとする。
3-9☆	8.8	1/？縮図	２つの観測場所で仰角を測り、その２点間の距離を測って三角形の縮図をかく。（うまくいかず、下の方法に変更）
		相似な図形	影を利用して、観測者・観測者の影・体育館の影の長さを用いて比例式に持ち込む。
3-10班	9.44	立面図	体育館の壁半分の図を書き、多角形とみなして角度を測る。（辺の長さが分からなかったので、下の方法に変更）
		1/100縮図	1-1班と同じ。
4-1班	9.27	相似な図形	2-10班に同じ。
4-2班☆	8.9	1/100縮図	1-1班と同じ。分度器に錘をつけた道具利用
4-3班☆	9.506	1/100縮図	1-1班と同じ。分度器に錘をつけた道具利用
4-4班	9.23	相似な図形	立っている人間と体育館のてっぺんが一直線上になる場所に寝て、立っている人の身長・体育館と観測場所・立っている人と観測場所までの距離を用いて、比例式に持ち込む。
4-5班☆	10.2	1/100縮図	体育館の壁に沿って、仰角と観測場所までの距離を測り縮図をかく。
4-6班☆	11.47	1/100縮図	1-1班と同じ。
4-7班☆	11.5	1/100縮図	4-5班と同じ。
4-8班	7.13333…	1/100縮図	3-2班と同じ。
4-9班☆	10.18－α	1/100縮図	体育館の壁に三角形を作り分度器を透かして角度を測り縮図をかく
4-10班☆	7.7	1/100縮図	1-1班と同じ。


写真７　測量方法の共有（グループ間）

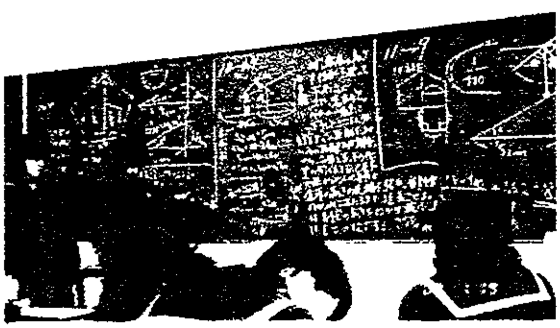


写真８　測量方法の共有（クラス全体）

３学期はじめの授業で、③までの活動を行うことを説明した。①と②の活動では、自分たちのグループの考え方を説明するのに、ワークシートを見ながら測量方法をもう一度思い出していた。相手に伝えるという行為によって、自分たちの測量方法を客観的に見つめ直す必要があり、また、相手に伝えるために共通の言

語である数学用語を使う必要に迫られていた。③の活動では、自分たちの方法ではないため、消化しきれずに発表してしまうグループも見られ、そのような発表に対しては測量方法に対しての質問が多く出た。また、黒板に書いた図（写真８）に対して「どこから見た図であるか」「どこで仰角を測定したのか」という質問が多く出た。これは、他のグループの測量方法に関心があったと同時に、自分たちの測量方法や持ち込んだ図とは違うことから質問が出てきたと考えられる。

すべての発表が終わったあとに、「自分たちのグループの測量方法」「他のグループの測量方法」についての評価を記述させた。他のグループから影響を受けた記述をいくつかあげると以下の通りである（１組）。

・10班の角度の測り方を真似していればよかったと思う。正確だったから。いろんな班もやっていたが相似を使うといいと思った(11班)。
・アイディアでは自分たちでした。角度の測り方では、10班のおもりを使っていたのが正確にはかれると思いました。式を使って解いていたのが印象に残っているのは1-5班で、２回使って解いていたところがよかったです。（見えない図形もみえてきたりしていたから）(3班)。
・すごく色々なやり方がいっぱいあってびっくりしました。その中でも自分がよく理解できたからかもしれないけど、5班のやり方がよかったと思いました。でも、角度を使わないで出す方法とか自分が思いつかなかったことがいっぱいで、とにかくすごいなぁと思いました。もっと他の方法もあるのかな？(6班)
・特に７班の方法が面白いと思いました。なぜなら計算の必要がなく、実測だけで済むからです。次回やるときは、この方法も使ってみたいと思います（２班）。
・倉庫を逆に利用するようなものもありよいと思った（２班）。
・９班は今まで習ってきたことを駆使していたところがよかったが、石段の高さの分を引くのを忘れていると思う（１班）
・７班の方法は今まで分かっている二等辺三角形で作図しているのですごいと思った。しかもほとんど計算をしていないので、図も説明もわかりやすかった（１０班）

第６時間目に、今までの測量した図や数値を用い、「資料の整理」の単元と連携させて近似値・有効数字の指導を行った。生徒は測量やその後の話し合いなどを通して数値に対して敏感になっていたので、指導がしやすかった。現実の場面を通して指導をする必要性を痛感した。

５．まとめと今後の課題

「学校の建物の高さを測る」という実践を行うことを通して、学習内容が現実場面に活用できることを実感できる活動を行ってきた。まだ、不十分ではあるが、目標としてきた「グループで測量をすること」「データをもとに縮図をかくこと」「縮図を読みとること」「自分たちの活動や結果を評価すること」などの活動を行うことができた。指導計画の段階では２時間を予定していたが、第２時間目で予想以上に多様な測量方法の工夫が見られたので予定を変更して他のグループの測量方法を聞いてクラスで発表する時間をを作り、測量方法を共有する時間を設け、自分たちのグループ・他のグループの測量方法を評価する活動を行った。生徒は生き生きとグループで活動していたのと同時に、考え方を共有する場面においても積極的に考え方や意見を交換しあっていた。今後は、さらに生徒の測量方法の分析・図に持ち込む方法などを細かくおこなっていきたい。

参考・引用文献

・宮井俊充「校舎の高さを測ろう－中学校２年－」算数・数学科における総合的な学習の試み（2）
1999.　p.166
・文部省検定済教科書「新編　新しい数学　2」東京書籍　1999.　pp.160-161

数学新聞を作ろう！

宮井　俊充
所沢市立山口中学校

要　約

中学３年の全生徒に、夏休みの自由研究として「数学新聞をつくろう！」という課題を出した。１年生の時から同じ内容で実施している。中学生の多くは、数学は生活や社会とあまり関係ないと思っている。しかし、数学というものが色々なところで使われているということ、役に立っているということを、新聞づくりを通して知ることにより、少しでも数学が好きになればと思って実施している。細かい制限は一切つけず、算数・数学に関わることであれば何でもよいということにした。

キーワード：夏休みの自由研究、数学新聞、情報処理能力、表現力

1. はじめに

１２月８日(水)の読売新聞の朝刊の１面に、大きく**「数学嫌い中学生の半数　超す」**と取り上げられている。日本の中学生の数学、理科の学力は４年前とほぼ同じ高い水準ながら、「好き」「楽しい」という生徒の割合はさらに低下していることが、国立教育研究所が国際教育到達度評価学会（ＩＥA）の「国際数学・理科教育調査」より明らかになった。特に数学は、「嫌い」「大嫌い」の合計が前回調査を５ポイント上回って５２％と半数を超え知識詰め込み型教育への改善が課題になると書かれている。今回の調査結果だけでなく、前回の調査結果の時もすでに言われていたことである。

実際に教室で授業をしてみると、生徒は数学を「受験数学」として捉え、問題を解くテクニック的なことには、優れているが、数学のすばらしさを味わっているとは思いにくい。日常生活のなかで、数学がどのように生かされているかを見つけ感動を覚えることはほとんどなく、テストの点数が上がった時、いやに感動している。

このような状況を少しでも改善するために、できるだけ数学の面白さを伝えるように心がけている。先日、三平方の定理の導入で「エジプトの縄張り師」の話をしたところ、実際にグランドで「エジプトの縄張り師」が行なった、直角三角形を作ろうということになり、紐を使ってやってみると、楽しそうに取り組んでいた。その後、楽しみだけでなく、数学の奥の深さを考えながら、古代エジプト人はすごいと言った。理解してその面白さがわかればできることがわかった。このように、頭・体・情報（本・インターネットなど）を使って、できるだけ授業をやるように心がけている。学校で学習したことを使って、日常の事象を数学的に考えることにより、学び方や数学を学習しようとする意欲がさらに高まると思われる。しかし、普段の授業だけでは、授業時間数と内容でじっくりと自分で考えて自由に何かに取り組むことは難しいため、夏休みの自由研究として扱うことにした。

内容は、算数や数学に少しでも関係のあることであれば何でもよいことにした。かなり広い範囲で考えることができる。１年生の時から取り組んでいることなのでかなりじょうずにできるようになった。

2. ねらい

(1) 数学が日常生活の中で、どのように生かされているかを知る。
(2) 情報処理能力を育てる。
(3) 表現力を育てる。

3. 授業との関係

普段の授業では、授業時間数と内容でじっくりと自分で考えて自由に何かに取り組むことは難しい。そこで、夏休みを利用して、「数学新聞を作ろう！」と題して、じっくり数学の面白さや楽しさを考えさせようとした。実は、元々の発想は、理科の自由研究にある。自分なりのスタイルで自由に数学に触れてもらいたいというのが、出発点にある。それと、自分で図書館へ行って本を探したり、インターネットで情報を集める機会を作りたかった。

できた作品は、できるだけ他の人に見てもらって、よさを理解してもらうため９月上旬に数時間かけて、発表会をおこなった。他の人にじょうずに伝えるため、より理解を深めようとしていた。

4. 評価

(1) 教師による評価

一人一人が、発表をした後、必ず適切なコメントを入れるようにした。それは、数学的に何が重要で、どこが役に立っているかを強調するためである。このちょっとしたコメントが大きいと言って過言ではない。これにより、次への一歩を踏み出し、より深めた生徒がいた。作品を、印刷して配布すると同時に、廊下に掲示した。総合的に判断して、金（５０点）各クラス２名、銀（４０点）各クラス３名、銅（３０点）各クラス５名を、成績に加味した。

(2) 生徒による評価

発表後、質問・意見などを言い合い、生徒同志が何がどうよかったのかを、話し合えるようにした。

5. 内容の分類

数学全般	２８人	
円など（図形について）	２１人	
三平方の定理	１４人	
数学史（アルキメデス、メネラウス、ターレス、エラトステネス、ターレス、ピタゴラス…）	１４人	
～算（ぬすっと算、小町算、百道算、流水算、植木算、油分け算、つるかめ算）	１３人	
単位について	１１人	
ゲーム・パズル	１０人	
ユークリッド幾何学	７人	
面積（等積変形など）	６人	
魔方陣	５人	
整数・素数・０について	４人	
ギリシャ三大問題	４人	
分数・小数	４人	
オイラーの法則・一筆書き	３人	
２進法（バーコード、切符）	３人	
黄金比	２人	
しきつめ	２人	
その他	１７人	合計１６８人

6. 授業後の感想

西村君 ◎作品を作っている時、まず驚いたのが、自然界を数学という言葉で表すことができるということだ。それを図に示す為にインターネットで、例えば木を調べたり、貝を調べたり、見る人に理解してもらいやすい様なものにするのが大変だった。また一つ"数学"というのを異なる視点で見ることができて楽しかった。

鈴木さん ◎私は、数字を計算するだけの数学があまり好きではありませんでした。しかし、この作品を作る時、いろいろな本で数学のことを調べて、計算の不思議、数字の謎などを知り、私にとってただの「計算」だった数学が、少し変わったような気がします。折り紙を切ったり、はったりするのは少し大変だったけど、とても楽しかったし、いろいろなことを学ぶことができてよかったです。

佐藤さん ◎この内容は歴史の本から調べました。この内容は新聞に表すのが大変かと思いましたが、見やすいように色をつかったり見出しをきれいにしたので、それは時間がかかりました。けっこう昔のことは興味があったので調べているときはおもしろかったです。

木内君 ◎BAR BET GAMEについては本にくわしく書いてあったのであまり苦労はしなかったけど、確率をたしかめるのは大変でした。あのころはまだ確率の計算を知らなかったので、兄に聞いたりしてたしかめました。
工夫した点はイラストをいれたり色をつけたりしたことや確率に関係の無いゲームを書いた事、各ゲームに説明をいれたことです。

三宅さん ◎メネラオスの定理を調べてみて、理解するのにすごく時間がかかりました。それを考えたメネラオスと言う学者は、すごいと思いました。

荒畑さん ◎普段、マンホールのふたの形なんて気にしたことがありませんでしたが、調べてみて、初めて、あの丸い形には、意味があったことがわかりました。「ルーローの三角形」というのも知り、調べてみて本当によかったと思います。

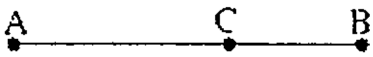
神様は数学がお好き

GOD LOVES MATHMATICS

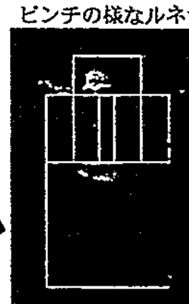
発行日
平成11年8月1日
発行者
3年1組14番
氏名 西村 明也

古代より、人はある図形に魅せられた。その形は、古代ギリシャのパルテノン神殿やあの有名なレオナルド・ダ・ビンチの代表作“モナ・リザ”などに隠されている。

ここに下の図のような線分ABがあり、この線分上に点Cをかく。このとき、線分AB：線分AC=線分AC：線分CBとなるようにする。

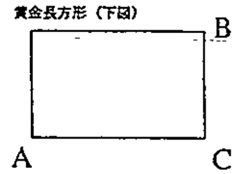


この線分を使って作られた長方形が、冒頭に述べたパルテノン神殿の製作者の彫刻家フェイ・ディアスや、レオナルド・ダ・ビンチの様なルネサンス時代の画家から、近代画家までを魅了した、まさに『魔法の図形』なのである。そして、それは黄金長方形と呼ばれている。



ルネサンス時代の画家レオナルド・ダ・ビンチの代表作“モナ・リザ”(左写真)

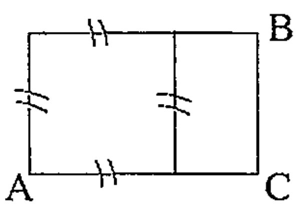
黄金長方形（下図）

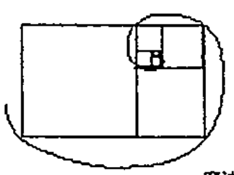


ギリシャにあるパルテノン神殿（上写真）

NYの国連本部ビル（右写真）

黄金長方形の短い方の辺を一辺とした正方形を中にかくと、残った長方形もまた黄金長方形になる。そして、それを限りなく続けていくと、右の様な『魔法の螺旋形』も現れる。





魔法の螺旋型

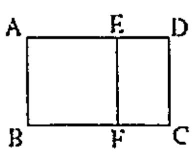
この黄金長方形の辺の長さを、具体的に数値で表してみよう。

下図のような黄金長方形ABCDにおいて四角形ABFEは正方形である。また、先ほどにもあったように、四角形ABCDと四角形FCDEは相似である。この時辺AB=1とし、辺ADをxとすると、次のような式が成り立つ。

$$1:x=(x-1):1$$

そしてこれを解くと、

$$1:x=(x-1):1$$
$$x(x-1)=1\times1$$
$$(x\times x)-1x=1$$
$$(x\times x)-1x-1=0$$
$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$$



$$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

この場合は±ではなくて+なので、

$$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

近似値を求めると、

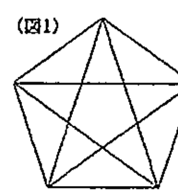
$$\sqrt{5}\fallingdotseq2.236$$
$$x\fallingdotseq\frac{3.236}{2}$$
$$x\fallingdotseq1.618$$

1：1.618…これが黄金長方形の辺の長さであり、その比を黄金比と呼んでいる。

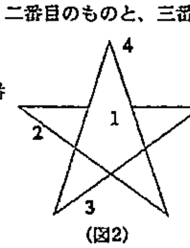
よく目にする図形の中に黄金比が含まれているものがある。それは正五角形である。

まず、対角線を描いてみる。すると中に、星形（ペンタグラム）ができる。(図1)

(図1)



この中には、図2のように4種類の長さの線分がある。一番短い1番と、二番目のものを合わせると、三番目に短い3番になり、二番目のものと、三番目のものを合わせると、一番長い4番になる。つまり、黄金比だということだ。

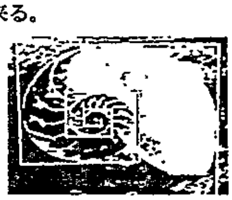


(図2)

左のムラサキカタバミの花を見て欲しい。この花だけではないが、様々な花に正五角形が見られる。

巻き貝や、針葉樹の枝と枝の間隔は、黄金比で分けることが出来る。

また、アンモナイトのような貝には、あの『魔法の螺旋形』を当てはめることが出来る。



ところで、ペンタグラムは、古代ギリシアの数学者であり哲学者であった、ピタゴラスとその弟子たち（ピタゴラス派）の間で『秘密の紋章』として使われていた。彼らは、この図形の秘密を知っていた。ピタゴラス派は、様々な楽器を数学に基づいて作り、現代までの音楽の基礎を築いたグループといえる。

このように、自然界には数多くの幾何学的図形が見られ、数学で表せることがわかる。かの有名なガリレオ・ガリレイは次のように説いた。

"La mathematica è l' alfabeto nel quale DIO ha Scritto l' universo.Galileo Galilei"

（神は宇宙という巨大な書物を、数学という言葉でお書きになった。ガリレオ・ガリレイ）

いろいろなかけ算

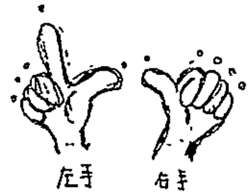
数学新聞
発行日
平成11年　月　日
発行者
3年 1組 9番
氏名 鈴木蘭

いろいろなかけ算A

かけ算の九九が苦手という人はたくさんいる。全部覚えなくてもすむ方法が、実はあるんだ。

9×8 を例にしてやってみよう。

まず、右手は9から5を引いた4本の指を折る。左手は8から5を引いた3本の指を折る。折った指の数
4+3=7 これが十の位の答え。残った1本と2本をかけた 1×2=2 が一の位の答え。



〈9×8=72〉

ではもう1つ、7×6

右手 …… 7−5=2　2本の指を折る
左手 …… 6−5=1　1本の指を折る
折った指の数 3 が十の位

残った指の数 3と4をかけたものが一の位だが 3×4=12 でくり上がる。30+12=42

これで〈7×6=42〉ということになる。

不思議

いろいろなかけ算B

37×42

① 左の数(37)を2でわる。はんぱが出た時は切りすてる。
② 右の数(42)は2倍していく。
③ 左の数は2でわっていって答えが1になったらストップ。
④ 左の数の奇数にしるしをつけ、その右がわの数だけをたしていくと、答えが出る。

① 37	② 42
37	42
18	84
9	168
4	336
2	672
1	1334

はんぱは切りすて ÷2　×2

③

④左の数で奇数のものにしるし。

37 → 42
18
9 → 168
4
2
1 → 1344

その右側の数をたすと答えになる。

$$\begin{array}{r} 42 \\ 168 \\ +\,1344 \\ \hline 1554 \end{array}$$

確かめてごらん！

いろんなかけ算があるんだね。

いろいろなかけ算C

843×216

① 右のような格子をつくり、上にかけられる数(843)、右にかける数(216)を書く。

上の各段と右の各段をかけ算して格子の中に答えを書いていく。
(例) 2×3=6
十の位は0だから0を書く。

8	4	3	
1/6	0/8	0/6	2
0/8	0/4	0/3	1
4/8	2/4	1/8	6

十の位
一の位

8×2=16　4×2=8　3×2=6
8×1=8　4×1=4　3×1=3
8×6=48　4×6=24　3×6=18

② 右下からはじめてななめ上に数をたし、答えを書いていく。

	8	4	3	
1	1/6	0/8	0/6	2
8	0/8	0/4	0/3	1
2	4/8	2/4	1/8	6
	0	8	8	

8 ←そのまま書く

4+1+3=8
8+2+4+0+6=20 ←一の位の0だけ書き、2をくり上げる
4+8+0+8+0+2=22 ←くり上げる
0+6+0+2=8

③ 左上の数から反時計回りに並べて書くと答えになる。

182088

昔の数学のとり入れ

メートル法
算木・ソロバン

数学新聞
発行日
平成11年　月　日
発行者
3年 2組 7番
氏名 佐藤可奈子

尺貫法とメートル法

問題 次の漢字は少し前まで使われていた単位です。読んでみましょう。
粁米糎粍∴竏立竕竓∴瓩瓦瓱

メートル法の単位は、今から二百年ほど前(一七八九年・フランス革命のころ)フランスでつくられ、世界に広がりました。

その単位のしくみは左の表のようになっています。

この単位のしくみは、私たちが使っている「十進法」になっています。

mやlやgにkをつけて「1km＝1mの千倍」、dをつけて「1dl＝1lの十分の一」というように、わかりやすく単位をつくりました。

この単位は明治になって日本に入ってきました。

それまでの単位は「尺貫法」といいました。

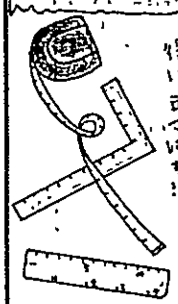
メートル法のしくみに合わせて工夫されたのが下の表の単位の漢字です。まず「m・l・g」を「米・立・瓦」とし、それに「千・百・十」と「分・厘・毛」（小数を表す）を組み合わせて単位の漢字をつくりました。それぞれ粁(キロメートル)、米(メートル)、糎(センチメートル)、粍(ミリメートル)、竏(キロリットル)、立(リットル)……と読みます。

メートル法を日本に入れるにあたり、この漢字の他にもいろいろな工夫がなされました。例えば「キロキロとヘカトデカはたメートルがデシにセンチミリミリ」という暗唱ことばがあります。

m(ミリ)	1000分の一	mm、ml、mg
c(センチ)	100分の一	cm、cl、cg
d(デシ)	10分の一	dm、dl、dg
基本となる単位		m、l、g
da(デカ)	10	dam、dal、dag
h(ヘクト)	100	hm、hl、hg
k(キロ)	1000	km、kl、kg

k キロ	h ヘクト	da デカ	・	d デシ	c センチ	m ミリ
粁 km	粨 hm	籵 dam	米 m	粉 dm	糎 cm	粍 mm
竏 kl	竡 hl	竍 dal	立 l	竕 dl	竰 cl	竓 ml
瓩 kg	瓸 hg	瓧 dag	瓦 g	瓰 dg	甅 cg	瓱 mg

「キロキロとヘカトデカはたメートルがデシに追われてセンチミリミリ」という暗唱ことばがあります。これを覚えておけば何かと役に立つはず!?



算木とソロバン

問題

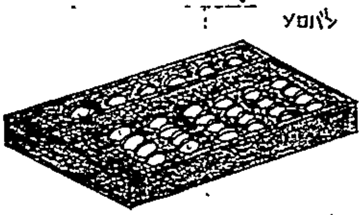
算数や計算の「算」の字には「竹かんむり」が付いています。そしてこの「算」の字のもとの字は「筭」で「竹かんむり」の下にある「弄」は「もてあそぶ」という意味です。そこで「算＝筭」という字は「竹をいじくる」という意味になります。では、この「竹をいじくる」ということと算数や計算は関係があったのでしょうか。

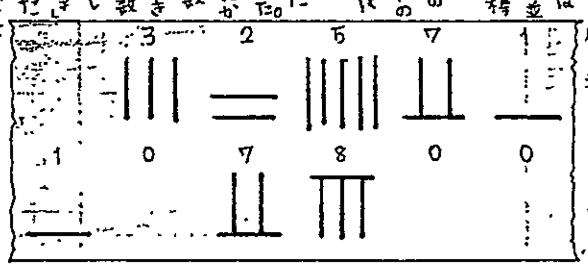
「算」という字は元々は「祘」という字で古代の算数にあたいた、計算用の竹の棒のならべ方をあらわす」という意味があります。算の字の竹かんむりは、古代の計算用の竹の棒から始まった漢字なのです。この竹の棒はのちに木の棒になり、これのことを「算木」といいました。「算木」は「ちゅう」とともに奈良時代のころ中国から伝わりました。算木をつかい、数をあらわしてみました。三二五七一、下が、一〇七八〇〇です。算木を使い数にあらわすには、一の位と十の位をならべ、百の位は一の位と同じ並べ方、千の位は十の位と同じ並べ方で…と二桁ごとに並べます。計算は棒を次々と動かしながらやりました。

この算木とそれを使った数学はその時代の一部の人たちが熱心に勉強しましたが、一般の人達は使わず第一回目の数学のとり入れは失敗しました。

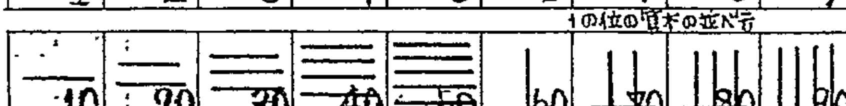
しかし、平安時代、戦国時代のころ、また中国から、今度は「ソロバン」が入ってきました。今度は「ソロバン」のおかげで一般の人々も数学になじむことができ、その後、日本独特な数学、和算へと発展しました。今では「電卓」という機械もできたので、ますます数学は生活に必要なものになっています。

ソロバン





1の位の算木の並べ方



10の位の算木の並べ方

BAR BET GAME

だまされやすい

確率の問題

数学新聞
発行日
平成11年 8月23日
発行者
3年 2組 7番
氏名 木内 啓介

✿バーベットゲームとは？✿

仕掛けた側がほとんどの確率で勝利する不公平なゲーム、知らない人はだまされないよう注意。

BAR BET ONE 4枚のA(エース)。

LET'S PLAY!

。まずAを4枚ならべる。
。次にこの中から同じ色のAを同時にめくれれば勝ち。

1

YEAH!

。何も考えずにただ見ると、このゲームは一見、勝つ確率が$\frac{1}{2}$かのように見える、

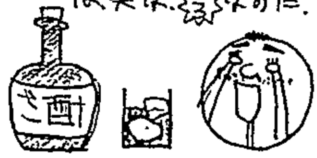
2

T!!!

。しかし、1枚づつめくると、1枚目を引いた後、3枚残るから、勝率は実は$\frac{1}{3}$なのだ。

OH MY GOD!

。このゲームの盲点は、$\frac{1}{2}$に見えるが、本当は$\frac{1}{3}$という所にある。口車にのせられ、ゲームにのらないこと。



くだらないバーベット

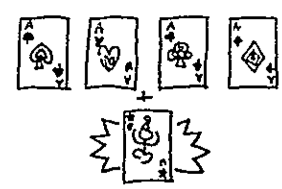
・ダイスをカップに入れる。

・「カップにふれずにダイスを取ってみせる」と言う。

・「もういいよ」と言う。

・相手がたしかめるためカップを取った所をねらい、いただき!!

BAR BET TWO JOKER and A

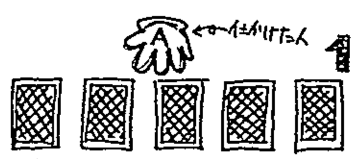


。ルールは、AとJOKERを用意して交互にそれを引いて、色がそろえば勝ち、JOKERを引いたら負け、という物である。

。実はこのゲーム、どちらかがJOKERを引かないかぎり決着がつかないのだ。つまり、先にJOKERを引いた方が負けになるのだ。

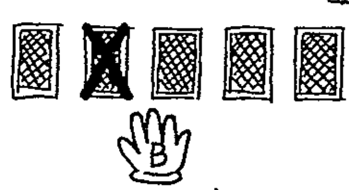
1

←ここ仕かけた人



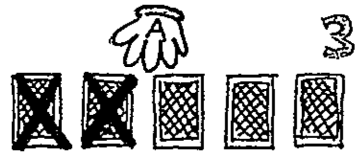
。Aの人がカードを引く時、Jを引く確率は$\frac{1}{5}$。

2



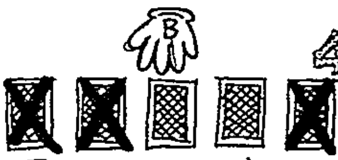
。Bが引く時は、$\frac{1}{4}$。

3



。次のAの時は$\frac{1}{3}$。

4



。最後のBの時は$\frac{1}{2}$。

ででで 引き分けのパターン

赤 赤　黒 赤　黒 黒
J　J　J
黒 黒　黒 赤　赤 赤

J and A のまとめ

。このゲームだと、交互にカードを各2回づつ引くことになる。しかしAの場合の確率は、$\frac{1}{5}$と$\frac{1}{3}$になるが Bの場合は$\frac{1}{4}$と$\frac{1}{2}$になる。

つまり、約$\frac{2}{3}$の確率でBがまけることになる。このゲームの盲点は、確率が各々ちがうこと、引くごとに確率が変る、ということでした。

おそびは ひかえめにね。

そのうち…痛い目に合うよ

BAR・BET・GAME!

メネラオスの定理の証明

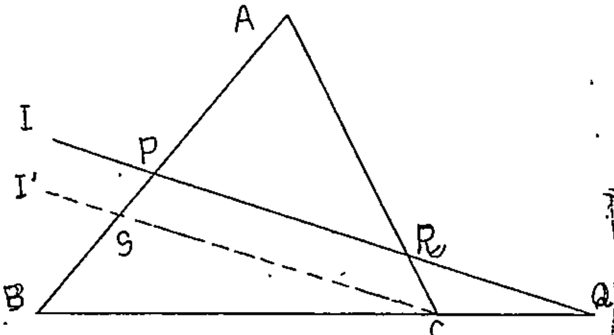
三角形ABCの3辺AB，BC，CAまたは，その延長とそれぞれ（三角形の3頂点以外の）3点P，Q，R，で交わる直線Iがあるとき，

$$\frac{AP}{BP}\frac{BQ}{CQ}\frac{CR}{AR}=1$$

が成り立つ。

〔証明〕 P，Q，Rがすべて三角形ABCの外にある場合も，これから述べるP，Q，Rのうち一つだけが（例えばQが）三角形ABCの外にある場合と同様に証明されるので図1の場合を考えます。

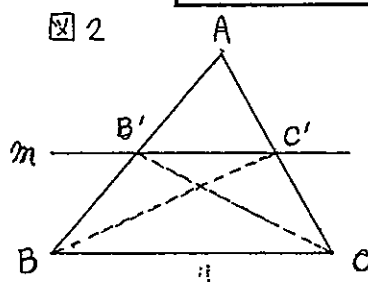
図1

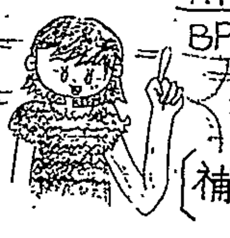


$$\frac{BQ}{CQ}\frac{CR}{AR}=\frac{BP}{SP}\frac{SP}{AP}=\frac{BP}{AP}$$

$$\frac{AP}{BP}\frac{BQ}{CQ}\frac{CR}{AR}=\frac{AP}{BP}\frac{BP}{AP}=1$$

図2



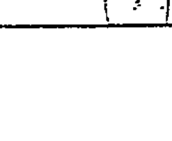


次の有名な基本事項を補助定理として述べておきます。

〔補助定理〕 三角形ABCの辺BCに平行な直線mが2辺AB，ACまたは，その延長とそれぞれ点B'C'で交わるならば $\frac{AB'}{BB'}=\frac{AC'}{CC'}$ ただし，直線mは，3頂点A，B，Cの何れも通らないとする。

〔証明〕 直線mが辺ABの延長と交わる場合は，これから述べるmと辺ABが交わる場合と同様に証明されるので，右上の図2の場合，三角形AB'Cの面積を△AB'Cと書き，まずわかるのは，$\frac{AB'}{BB'}=\frac{BB'C}{BB'C}$ 何故なら二つの三角形AB'CとBB'CとはCから高さを共有しているので面積の比がCの対辺である2底辺の長さの比 $\frac{AB'}{BB'}$ に等しくなる（三角形の面積の公式）同様にして $\frac{AC'}{CC'}=\frac{\triangle AC'B}{\triangle CC'B}$ となる。この定理を完了するには，次の二つの等式がいえれば十分です。(イ) $\triangle AB'C=\triangle AC'B$ (ロ) $\triangle BB'C=\triangle CC'B$

(ロ)の方は，両三角形が底辺BCを共有していることと，頂点B'，C'からの高さが等しい（$m \parallel BC$）ことからわかります。(イ)の方を示すには，共通の△AB'C'を両辺から除いた等式△B'C'C=△B'C'Bを示せばよいわけですが，これは(ロ)と全く同様（底辺B'C'を共有し，高さが等しい）にわかります。



メネラオス（Menelaos）は，西暦1世紀の終わりごろアレクサンドリアにいた天文学の幾何学の学者であるといいます。

メネラオスの定理

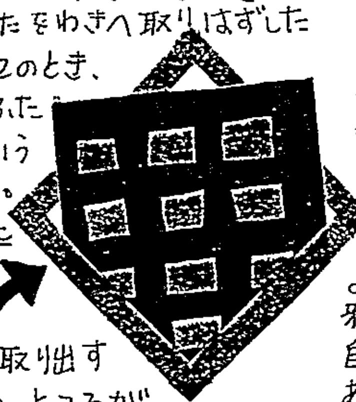
数学新聞
発行日
平成11年　月　日
発行者
3年　2組　13番
氏名　三宅優

マンホールのふたはなぜ丸い？？？

数学新聞
発行日
平成11年9月1日
発行者
3年2組2番
氏名 荒畑知美

マンホールのふたが丸いわけ

底の深いマンホールに四角い穴が掘られているとしよう。ふたも四角で穴より少し大きめに作られている。工事かなにかで、ふたをわきへ取りはずしたときを考えてみる。このとき、なにかの拍子でふたが動いたら、どういうことになるだろうか。運が悪いとこのようにふたが穴の中に落っこちてしまう。



穴が深いと、これを取り出す作業は大変である。ところが丸いマンホールでは、この心配は全くない。丸いふたの幅は、どの方向から測っても直径の長さとなるからである。丸いマンホールにすると、ふたをどのように傾けてもふたが穴に落ちる心配は絶対にない。これが、丸いマンホールと四角いマンホールの決定的な違いなのである。

マンホールのふたの形は？

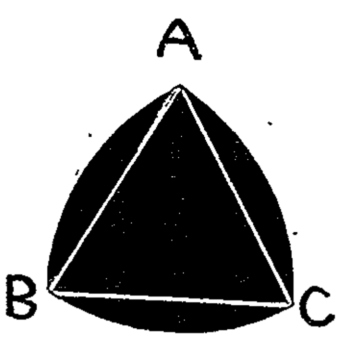
「マンホールのふたには、どんな形のものがあるだろうか」おそらく丸や四角だろう、と思っても確信がもてない。しかし、ほとんどのふたが丸か四角なのである。マンホールのふたの形なんか、丸でも四角でも、なんでもよさそうである。要は、下水がつまったようなとき、手を入れたり、人が中に入ったりして、修理できればよいのである。ふたは、人や車の邪魔にならないように、その上を自由に通れるようにしただけである。しかし、この自然な考えには、意外な落とし穴があったのである。

落ちない形は丸だけ？

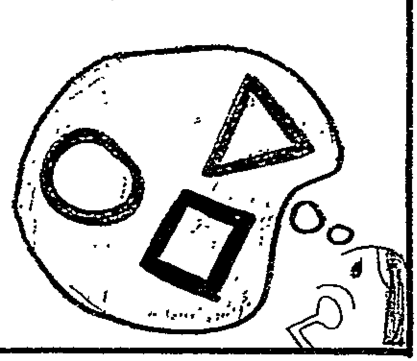
マンホールのふたに丸い形を使うわけはわかったが、穴に落ちない形は丸だけだろうか？ふたの幅は、どの方向から測っても同じになってないと、かなり大きなふたにする必要がある。しかし、丸は、その幅がすべて同じなので、ほんのひとまわり大きいものにすればよかった。そこで、問題を数学的に考えて幅がどの方向から測っても同じになる図形は、円以外にないかと調べてみる。ちょっと考えると、円以外にはなさそうであるが、簡単に結論を出すのは危険である。

ルーローの三角形

A、B、Cを正三角形の3つの頂点とし、それぞれの頂点を中心にして他の2つの頂点を結ぶ円弧をかく。この3つの円弧で囲まれた図形がルーローの三角形で正三角形に少し丸みをつけたような形になる。この図形の幅は、どの方向から測ってももとの正三角形の1辺の長さに等しくなる。



ルーローの三角形には、3つのとがったかどがあるから、どの方向の幅をとっても一方の端は必ずどれかのかどとなる。すると、もう一方の端がどこにきても、かどから見ると、円周上の一点になる。こうしてこの図形の幅は半径になる。どの方向から測っても幅が同じなので、マンホールの穴の形をルーローの三角形にしてもふたは、穴に落ちないのである。



ふしぎの国のアリスの算数パズル

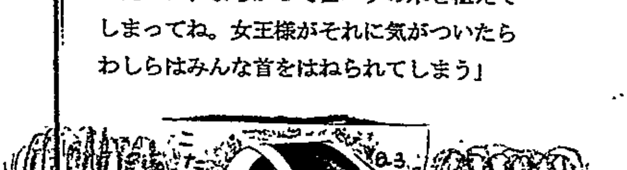
数学新聞
発行日
平成11年　月　日
発行者
3年 4組 4番
氏名 稲津 梢

アリスの本文

「さあ、どっちがどっちかな？」と言いながら、アリスは、右手のきのこのかけらをちょっぴりかじってみました。とたんに、ガツンと、あごに強烈な打撃を感ぎました。な、なんと、あごが自分の足に衝突したのです！ものすごい勢いで、背たけがちぢんでるんです。大急ぎで左手のきのこのかけらを、一口のみこみました。ところが、自分の肩がどこにも見えないのです。下を見ても、見えるのはヒョロロと長一い首ばかり。それが、はるか下の方の緑の樹海からヒューンとつき出ているのです。

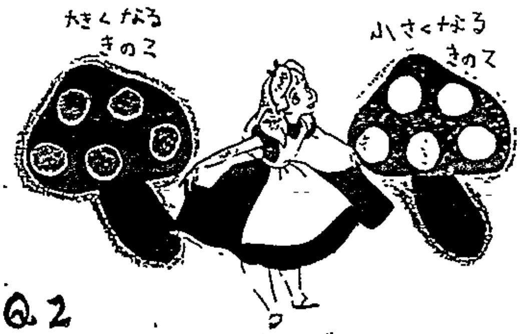
アリスは、おずおずとドアまで進みノックしました。「ノックしたって何にもなりませんや」と、カエルのめしつかいがいいました。「わけは二つありやす。一つは、わっしがあんたと同じく、ドアのこっち側にいるからで、もう一つは、中で、大騒動をやらかしてて、向こう側の連中には、何も聞こえないからっす」めしつかいは、一人でしゃべっていました。「もし、わっしとあんたの間にドアがあるなら、ノックすることに意味はありまっしょう。例えば、あんたがドアの内側にいるんなら、あんたがノックすりゃ、わっしはあんたを外に出してやれますがね」

庭の入り口近くに、みごとな白バラの木がありました。ところが、そこに三人の庭師がはりついて、白いバラの花を、せっせと赤くぬっているではありませんか。：ニ：が小さな声でわけを話し始めました。「実はね、赤バラの木を植えなくちゃいけなかったのに、まちがって白バラの木を植えてしまってね。女王様がそれに気がついたらわしらはみんな首をはねられてしまう」



Q1

別の"大きくなるきのこ"は、一口食べるごとに2倍に、"小さくなるきのこ"は、一口食べるごとに$\frac{1}{4}$にちぢみます。ある時、両方合わせて12口食べた所、身長は、もとの大きさの8倍になりました。それぞれ何口ずつ食べたのでしょう？

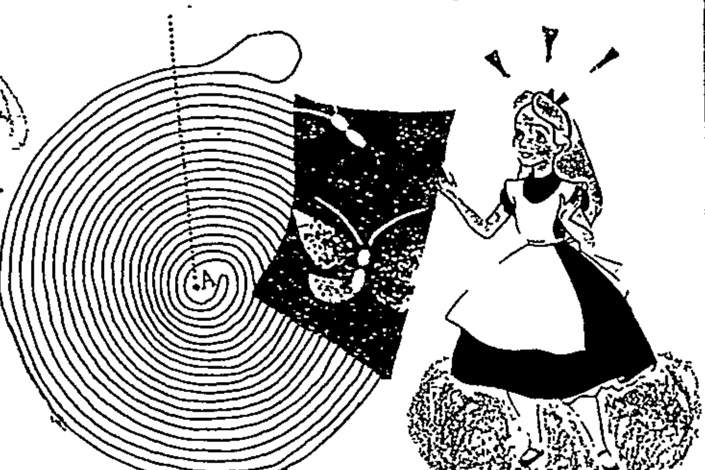


Q2

一本のとても長い輪があります。それを下のような形におきました。

(1)、Aの場所は、この糸の輪の内側にあるでしょうか、外側にあるでしょうか？

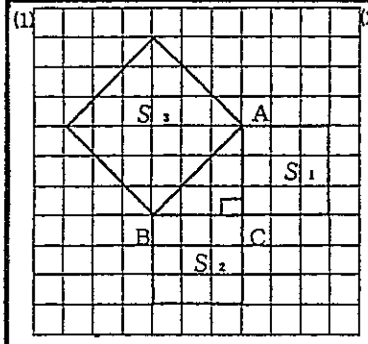
(2)、点線にそって、はさみで糸をチョキチョキと切ると一体、何本の糸に分かれるでしょう？

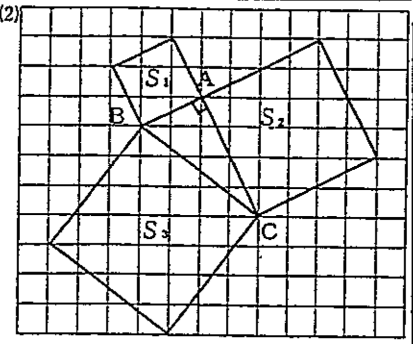


Q3

3人の庭師が、30の白バラを、3分で赤くぬりました。同じ割り合いで仕事ををすると、30人の庭師は300この白バラを、何分で赤くぬれるでしょう？

ピタゴラスの定理





直角三角形のまわりに
できた3つの正方形の面積。
正方形の面積を求めると…

(2)の場合 $S_1(5)$ と $S_2(20)$ をたすと $S_3(25)$ になる!

⇩

小さい方の2つの正方形の面積をたすと大きい正方形の面積になる

	S_1	S_2	S_3
(1)	9	9	18
(2)	5	20	25

ピタゴラス

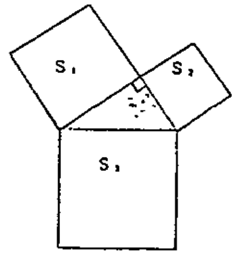
(前570?-前496?)
ギリシアの数学者・宗教家。エーゲ海のサモス島に生まれた。60歳のときに「ピタゴラス教団」を開いた。また「三平方の定理(ピタゴラスの定理)」を発見した。

数学新聞
発行日
平成11年 8月 24日
発行者
3年 5組 17番
氏名 雪江 純一

ピタゴラスの定理

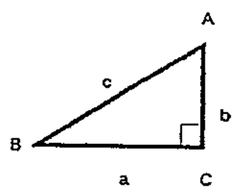
(面積の関係)

直角三角形の3つの辺をかこむ正方形のうち、大きい正方形(S_3)の面積は他の2つの正方形(S_1, S_2)の面積を合わせたものに等しい



(長さの関係)

直角三角形ABCで3辺の長さを
a, b, cとすると
∠C=90° ならば
$a^2+b^2=c^2$ (cは斜辺)が成り立つ



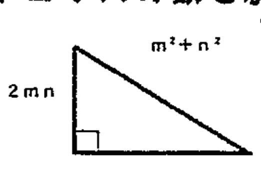
豆知識…直角三角形以外だとどうなるか
直角三角形だと… $S_1+S_2=S_3$
鋭角三角形だと… $S_1+S_2>S_3$
鈍角三角形だと… $S_1+S_2<S_3$

直角三角形の3辺の比 { 3:4:5 / 5:12:13 / 8:15:18…… になる

$3^2+4^2=5^2$
$5^2+12^2=13^2$ となる数⇨ ピタゴラスの数

ピタゴラスの数を求める方法 (m>n)

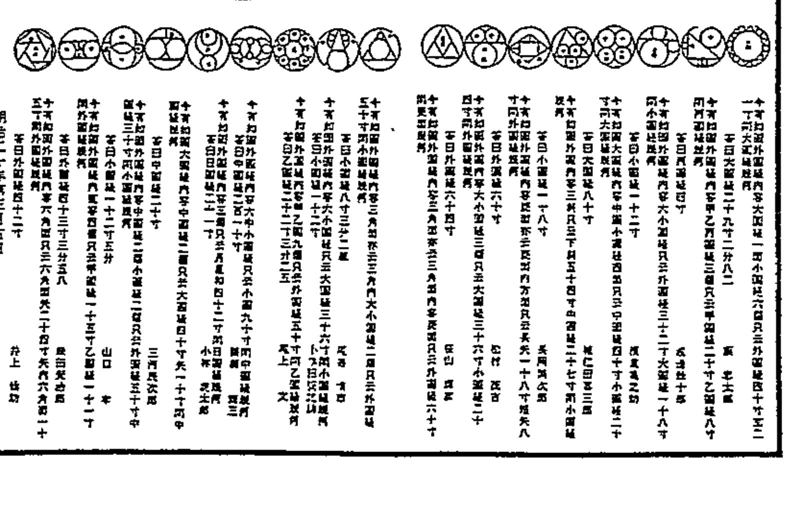
(注) m, nの一方は奇数、他方は偶数。
互いに共通の約数をもたない自然数とする。



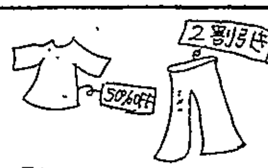
m, nにいろいろな値を入れていくと「ピタゴラスの数」が次々に求められる。
例えば, m=2, n=1とすると,
$m^2-n^2=4-1=\boxed{3}$, $2mn=\boxed{4}$
$m^2+n^2=4+1=\boxed{5}$
となって, 3:4:5が求められる

参考資料

日本では江戸時代に「算学」が流行した。
算学…難しい数学の問題が解けたときに感謝の気持ちを表して問題と解答を書いて神社や寺に奉納したもの。おもに円や三角形を組み合わせた問題が多かった。そのような問題を「三平方の定理」などを使って解き後には数学者たちの発表の場になった。それは自分たちの数学や流派の勢力を示す手段になった。(現在残っている「算学」は全国約820)



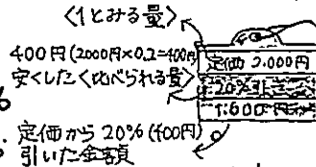
割合をあらわすことば



1	0.1($\frac{1}{10}$)	0.01($\frac{1}{100}$)	0.001($\frac{1}{1000}$)	0.0001($\frac{1}{10000}$)	
0.	2	6	4	8	26.48%
0.	0	9	7	・	9.7%
0.	4	0	3	・	40.3%
0.	1	5	・	・	15%
1.	2	4	・	・	124%
1.	・	・	・	・	100%

知っ得　%で表した割合を「百分率」ともいう

① パーセント



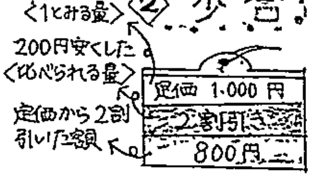
割合を表すには「パーセント」があります。「パーセント」は、整数の1を100%として割合を表します。

「割合を表す小数の0.01は1%」となります。

0.35
35%
基準線

		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	
十	一	割	分	厘	毛	
	0.	3	2	6	5	3割2分6厘5毛
	0.	7	4	3		7割4分3厘
	0.	8	3			8割3分
	0.	2				2割
	0.	0	6			0割6分→6分
	0.	4	0	5		4割0分5厘→4割5厘
	0.	3	4	0	5	3割4分0厘5毛→3割4分5毛
	0.	0	0	1	3	0割0分1厘3毛→1厘3毛
	1.					10割(1倍とは10割のこと)
	2.	4				24割

② 歩合



知っ得　〈歩合〉を求めるには、割合を小数で表し、それから歩合になおします。

① 小数より位ごとに線をひく。
② 割、分、厘、毛と位に書く。

0	割 3	分 5	厘 6	毛 1

→ 3割5分6厘1毛

割合

数学新聞
発行日
平成11年　月　日
発行者
3年 4 組 15 番
氏名 門間菜希

割合を表す小数

0.1 …… 1割
0.01 …… 1分
0.001 …… 1厘
0.0001 …… 1毛

分・厘・毛・糸・忽・微……

中国の小数

「37度5分の熱」とか「桜の花が3分咲き」といった言葉の〈分〉とは何を表しているのでしょう。実は〈分〉というのは小数の位を表しているのです。ですから「37度5分の熱は37.5度の熱」を「3分咲きは0.3」を表しているのです。

元々、日本では小数の読み方を中国から学びました。中国では小数の位を「分・厘・毛・糸・忽・微・繊・沙・塵・埃……」と呼んでいます。そこで、「0.1は分、0.01は厘……」となります。このように「小数第一位、小数第2位、……」の呼び方だったのです。

割合を表す小数を〈歩合〉にすると、「割は0.1 分は0.01……」でした。

これは〈割〉が、割合を表す単位として、はじめにできてしまったからなのです。そして〈割〉より小さい割合を表す必要がでてきたときに小数の位を表す「分、厘、毛」を使って「割の0.1を分、割の0.01を厘、割の0.001を毛」と表すことにしたのです。

そこで割合を表すときには「分、厘、毛」は、小数の位のいい方のときと、1ケタずれてしまったのです。

割 ワリコンダ
分|厘|毛 → 割|分|厘|毛

潮の干満と八・六算法

牛 場 正 則
新島村立式根島中学校

要 約

東京以南の太平洋側の地域で、漁師さんが概ねの干潮の時刻を求めるために使っている「八・六算法」を題材にして、「学習の仕方」を学習しよう考えた。

生徒にとって身近な事柄で、しかも容易な計算だけで干潮の時刻が求められるために、生徒全員が興味を持つ。そして、なぜその方法で求めることができるのかという疑問を持つようになる。生徒の疑問の解決を通して、理由を問うことの意義、学習方法を身につけさせようとした。

予想通り生徒は課題に興味を持ち、疑問を感じ、指導の目標を達することができた。しかし一方で、図書室における蔵書数の少なさや、インターネットなどの未整備といった学習環境の問題点、生徒のこれまでの学習経験(特に本などを使った調べ学習)の少なさといった課題が浮かび上がってきた。

キーワード： 八・六算法、潮汐、旧暦、地球と月、比例

1．はじめに

総合的な学習では、「自ら学び・・・中略・・・各教科等で身に付けられた知識や技能等を相互に関連付け，深め，総合的に働くようにすることを目指す」(新学習指導要領　解説－総則編－)とある。

生徒自らが学ぼうとするには、意欲が必要である。生徒に意欲を持たせるためには、課題を工夫する必要がある。この授業ではふだんの生活に密着した「干潮の時刻」に関する話題を取り上げ、その中から問題を見つけだし、自らの手で解決させようと試みた。その過程が学習の方法を学び、生きる力の育成につながると考える。

2．学習のねらい

簡単な計算によってその日の干潮の時刻を知ることができる「八・六算法」をもとにして、「なぜこの方法で干潮の時刻が求まるのか。」、「何を調べれば解決できるのか。」といった問題を発見し、これを解決していく過程で、学習方法を身に付ける。

3．課　題

かなり昔から、東京以南の太平洋側の漁師さんたちは、「八・六算法」という方法を使って、その日の干潮のおおよその時刻を出していました。

「八・六算法」とは、旧暦の「日にち」に８をかけたとき、積の一の位を除いた部分が「時」、さらに、一の位に６をかけた積が「分」になり、干潮に時刻が求まるという計算方法です。

例　旧暦　７月１３日の干潮の時刻は

１３×８＝１０　４
$\underbrace{１０}_{１０時}$　　４↓
４×６＝２４
$\underbrace{２４}_{２４分}$

今日はこの計算方法を使って、勉強しましょう。

4．指導計画・・・学習指導案

1. 実施年月日　：　平成１１年6月９日

2. 対象学校・学年　：　東京都新島村立式根島中学校、第３学年(男子４名、女子４名)

3. 単　　　元　：　課題学習

4. 教　材　観　：　昔から伝わる事柄、普段なにげなく使っている事柄、これらの理由を考えるとき、科学的な知識や数学的な考え方を用いると、うまく説明できることが多い。

今回の教材は、式根島の方から聞いた「八・六算法」(昔から漁師の間に伝わる、旧暦の日にちからその日の干潮の時刻を知る方法)を取り上げる。

干潮は、魚釣りや潮干狩り、地元温泉の適温時刻と密接に関連しており、生徒にとっても日々の生活と深いつながりがあるので、興味を示すと考える。

5. 生徒の実態　：　分数の苦手な生徒は若干いるが、正負の数や文字式、方程式などについてはほぼ理解している。

「数学が苦手である」と感じている生徒は多いが、苦手だががんばらなくてはいけない、精一杯努力しなければならない、という意識を持ちよく努力している。普段の授業でも質問や意見は多く、できるようになりたいといった意欲が十分感じられる学年である。

6. 既習事項　：　(1)　理科的知識

地球と宇宙(小５)、身近な天体(中１)

(2)　数学的知識

時間、分(小２，３)、角度(小４)、中心角(小５)、比例(小６，中１)

7. 本時の指導

(1) 題　　材　：　潮の干満と八・六算法

(2) 本時のねらい　：　身近な事柄から疑問を感じ、それを解決しようとする態度を養う。

原因や意義を知ることの理由を考え、考えることの大切さを理解する。

学習の仕方を学ぶ

(3) 準　　備　：　潮時表、旧暦付きカレンダー

(4)　展　　　開

指導内容	学　　習　　活　　動	留意点・評価
導入	潮の干満について，日常の生活とどのような関連がありますか。 ①　釣り，潮干狩りなどの遊び ②　温泉に入る時刻 ③　船の乗降の位置	緊張を解くために，できるだけ多くの生徒に発言させる。 ＜興味・関心＞
八・六算法の意味と計算方法	例１ ６月９日は，旧暦の４月２６日だから ２６×８＝２０８ ８×６＝４８ ２０時４８分と８時４８分が今日の干潮の時刻 例２ ６月１５日は旧暦の５月２日だから ２×８＝１６ ６×６＝３６ １時３６分と１３時３６分がその日の干潮の時刻	実際には 1.5 ～ 2.0 時間ほど早くなっている。 ＜表現・処理＞
	練習(1) ６月２０日（日）：旧暦５月７日の干潮の時刻を求めなさい。 ①　解答　７×８＝５６ ６×６＝３６ 干潮の時刻は，５時３６分と１７時３６分	旧暦で，15 日を越える場合は，旧暦の日から 15 を減じて計算してもよいが，生徒からの指摘がない限り，ここでは扱わないことにする。
	練習(2) ６月３０日：旧暦５月１７日の干潮の時刻を求めなさい。 ②　解答　１７×８＝１３６ ６×６＝３６ 干潮の時刻は，１３時３６分と１時３６分	練習の量は生徒の様子を見て増やすようにする。

計算方法の理由を考えながら，学習の仕方を知る。	ここまでの計算方法やその他について何か質問はありますか。 ① 「旧暦」って何ですか。 ② なぜ日にちにこのような計算をすれば，干潮の時刻が出てくるのですか。 ③ 干潮はどうして起こるのですか。	＜課題の発見＞ 質問はできるだけ生徒から出させたいが，出てこない場合にはヒントを与えるなどの工夫をする。
理由を知ることの重要性について知る。	なぜ原因や理由を考える必要性があるのでしょうか。 ・・・・例をあげて説明する。 → 応用力（適用範囲）を広げるため	
学習方法 1 課題から問題を見つける。	この算法で干潮の時刻がわかる理由を調べようと思います。 何から調べはじめればよいですか。 ① 旧暦とはなにか。 ② 潮の潮汐の仕組み ③ 計算の仕組み（日にち×８，一の位の数×６の意味と理由）	
学習方法２ 問題の調べ方を考える。	①～③を調べるには，どのような方法がありますか。 ① 人に聞く。 ・・・だれに？ ② 本で調べる。・・・どんな？ ③ 自分で考える。	＜関心・意欲・態度＞ これまでの経験を基にして，調べ方を意識させる。
次時の予告	それでは次の時間は，これらの疑問点を，本で調べたり自分で考えてみましょう。	

8. 評　価

- 興味をもって学習に取り組んでいたか。
- 物事を科学的に処理することの意味が分かり，論理的に考える態度が養えたか。
- 未知なる事柄に対する学習の仕方が理解できたか。

9. 資　料

(1)　暦

＊旧　　暦　：新月から次の新月までを３０日間としたこよみで、日本では，奈良朝から明治５年まで使用されていた。

＊太 陰 暦　：月の満ち欠けのみに合わせた暦

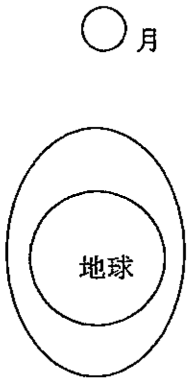
＊太陰太陽暦：太陰暦にうるう月を取り入れて，季節に合わせた暦

＊太 陽 暦　：月の満ち欠けは考慮せず，科学的に考えられた暦で，現在使用されている。（ｸﾞﾚｺﾞﾘｵ暦）

(2)　潮の干満のしくみ

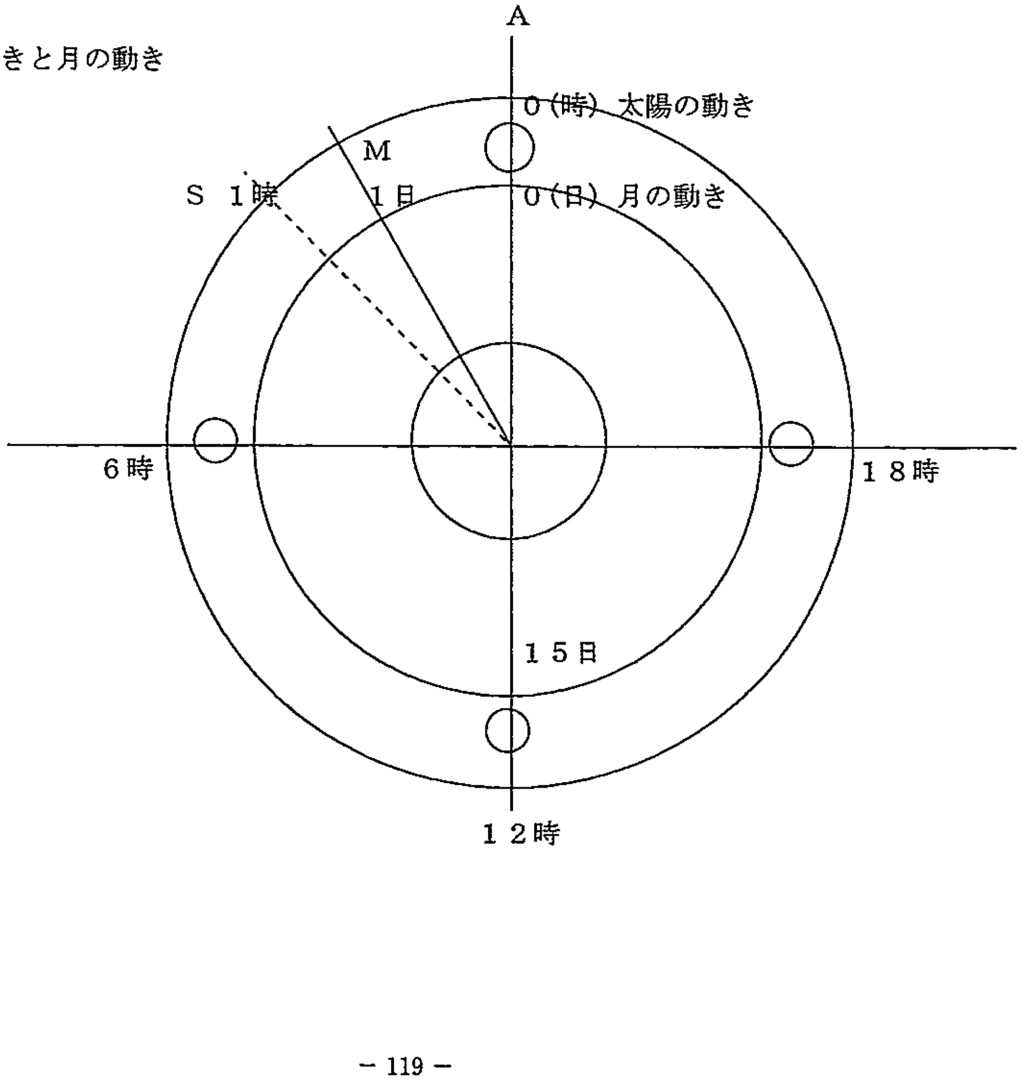
月の引力と地球の自転による引力が主な原因でおこる。

太陽の影響は，月の引力の半分程度である。



(3)　満潮は、理論的には月の南中時に起こるはずだが、海の地形や摩擦により、東京から南の太平洋側では約６時間ずれる。

(4)　太陽の動きと月の動き



(5)　八六算法のしくみ

地球の周りを月，太陽が回っていると見なして考える。

月はおよそ３０日で地球を１周し，太陽は２４時間で地球を１周するから，

潮の干満は１日に$\frac{24\text{時間}}{30\text{日}}$＝０．８（時間／日）　遅くなる。

したがって，潮の干満は

旧暦の日にち，すなわち，新月からの日数の０．８日分遅くなるから，

旧暦の日にちに０．８をかけることにより，その日の新月から遅れる時間が出る。

例えば，旧暦の９日ならば，

９（日）×０．８（時間／日）＝７．２（時間）

７．２時間の０．２（時間）の部分は，単位を（分）に直すために６０をかける。

０．２（時）×６０＝１２（分）

この 0.8，60 が八六算法の秘密である。

10．学習プリント(一部)

6月

	日	月	火	水	木	金	土
旧暦			1 4/18	2 19	3 20	4 21	5 22
	6 23	7 24	8 25	9 26	10 27	11 28	12 29
	13 30	14 5/1	15 2	16 3	17 4	18 5	19 6
	20 7	21 8	22 9	23 10	24 11	25 12	26 13
	27 14	28 15	29 16	30 17			

５．授業記録

Ｔ：　「潮の満ち引き」って知っていますか。

Ｓ：　はい

Ｔ：　潮の満ち引きが、みんなの日常生活にどんな関係がありますか。

Ｓ：　温泉の温度

（注　式根島には海岸に温泉があり、入ることができる場所や温泉の温度は干満に左右される）

Ｔ：　他にないですか。

Ｓ：　ルアーを使った釣り。

Ｔ：　どうして？

Ｓ：　潮が引いているとすぐに根掛かりするから。

Ｔ：　「根掛かり」ってなんですか。

Ｓ：　潮が引いていると、すぐにルアーが岩や海草の根に引っかかります。

Ｔ：　他にないですか？

Ｓ：　・・・・・・

Ｔ：　昨日先生は船に乗ってこちらに戻ってきましたが、船の乗降口、これも潮の満ち引きに関係がありますね。潮が引いていれば船の３階から降りることになるし、満ち潮の時は２階から降りることになるね。

あと、潮干狩りなどもそうだろうね。

実は、この干潮の時刻を簡単に計算で求める方法があります。（潮時表を見せながら）もちろんこのような満ち潮や引き潮の時刻がかかれた表があります。君たちは知っていますか？

Ｓ：　・・・・・？(知らない様子)

Ｔ：　遅れているね！切符売り場の隣の「観光協会」でくれるよ。これを見れば潮の満ち引きの時刻がかいてあります。

ところが、これを見なくてももっと簡単に満潮、干潮の時刻を知る方法があります。先日、先生は島の方からその方法を教えてもらいました。

「八・六算法」と言うそうです。この計算方法を使うと、今日の干潮の時刻は何時何分かがすぐにわかります。少し誤差があって、ぴったりというわけにはいかないのですが・・・。

今日はその方法について勉強します。

今日は何日ですか？

Ｓ：　６月９日です。

Ｔ：　そうですね。では今日は旧暦で何月何日ですか。はい君。

Ｓ：　旧暦？？？？？。

Ｔ：　わからないよね。実は(教室のカレンダーを見に行って)これにもかいてあります。僕も持っています。（広げながら)このカレンダー見たことありますか。

Ｓ：　図書室にありました。

Ｔ：　そうですね。図書室にあったカレンダーを、もらってきました。なぜかというと、旧暦がかいてあったからです。これをみると、今日６月９日は、旧暦の４月２６日とかいてあります。

さっき配ったプリントを見てください。左上にかいてあるのは、６月のカレンダーです。６月の日にちのすぐ下にかいてあるのが、その日の旧暦の日付です。

６月９日は旧暦の４月２６日ですから、
日にちの２６に八をかけます。
するとＺ０８になります。
この２０８の一の位８に、六をかけます。
すると４８になります。
したがって６月９日(旧暦４月２６日)の
干潮の時刻は、２０時４８分 ということになります。

４月２６日
　× ８
２０８

　８
× ６
４８

干潮は何時間ごとにくるか知っていますか。

Ｓ：　知りません。
Ｓ：　６時間ごとだと思います。
Ｔ：　干潮は１日に何回ありますか。
Ｓ：　だいたい２回あります。
Ｔ：　そうですね、普通は２回あります。

２４時間で干潮と満潮がそれぞれ２回くるので、干潮は１２時間ごとにきます。
(注　それで、潮の満ち引きは朝夕２回あるので「潮汐」とかくそうです。)
したがって、今日の干潮の時刻は、８時４８分と２０時４８分ということがわかります。
実は風の向きや強さや海底の地形、島などにより、干潮の時刻には誤差がでるのですが、ここでは考えないことにします。
このようにして、干潮の時刻を計算することができます。
では問題です。６月１５日の干潮の時刻を求めなさい。
(生徒がほぼ終わった頃を見計らって)
ではこちらを見てください。やってみましょう。
まず２と八をかけます。
積１６の一の位６に六をかけます。
すると、３６になります、
だから、６月１５日の干潮の時刻は、
１時３６分と１３時３６分
であることがわかります。

６月１５日
旧暦　５月　２日
　　× ８
　　１６
　　× ６
　　３６

できた人

Ｓ：　(４名挙手) １６時３６分とした生徒が２名、他は無答
Ｔ：　ではあと２つ問題を出しますから、やってみてください。計算の仕方がまだわからない人はいませんか。○○君、だいじょうぶですか。○○さん、わかりましたか。
Ｓ：　だいじょうぶです。
Ｔ：　それでは１番です。
６月２０日(日)です。
２番は３０日です。

(1)　６月２０日	(2)　６月３０日
(旧暦　５月　７日)	(旧暦　５月１７日)

この２日の干潮の時刻を出してください。
(数分後)
それでは黒板にでてやってください。
男子１人、女子１人前にでてやってください。

Ｓ：　（Ｗ君とＭさんが前にでてきてやる。）

Ｔ：　いいですか。これで。
Ｓ：　いいです。（全員挙手）

(1)　旧暦　５／７	(2)　旧暦　５月１７日
７×８＝５６	１７×８＝１３６
６×６＝３６	６×６＝３６
答　５時３６分	答　１３時３６分

Ｔ：　このように計算すれば、干潮の時刻が求められます。
　　ここまでで何か質問がありますか。
Ｓ：　計算の仕方はわかったのですが、なぜ８や６をかけるのですか。
Ｔ：　なるほど。（板書する）
　　他に何か質問はありますか。
Ｓ：　旧暦というのは何ですか。

・　なぜ ８，６ をかけるのか？
・　「旧暦」とは何？

Ｔ：　あ、そうか。（板書して）他にありますか。
　　（少し時間をおいて）これくらいにしておこうか。
　これについての質問はこれくらいにして、君たちに考えてもらいたいことがあります。
　　我々は生活していく上で、失敗したり、うまくいったりすることがます。そのときに、「理由」を考えます。なぜ「理由」を考えるのでしょうか。
Ｓ：　根拠があった方が話の筋がしっかりするし、相手を説得するにも有効であるからだと思います。
Ｔ：　そうだね。○○さんはどうですか。
　　あなたは理由を考えるタイプですか。
Ｓ：　わからなかったら考えるタイプです。
Ｔ：　どうして。
Ｓ：　理由がはっきりすれば納得できるからです。
Ｔ：　実は先生は、このような経験をしたことがあります。
　　子供が幼稚園にあがる前に、その子がテーブルの右角の部分に牛乳をおいたので、「そこに牛乳をおいてはいけませんよ。」といいました。なぜかわかりますか。
Ｓ：　こぼすからでしょ。
Ｔ：　そうですね。
　　ところで、「ここにおいてはいけません。」という言葉には、２つの意味があります。
　　１つは、文字通り「この場所」に置いてはいけないという意味で、もう１つは「このような場所」に置いてはいけないという意味です。受け取る人の判断で決まりますね。
　　「そこに置いてはいけない。」といわれたときに、理由がわからなければ、人に聞いたり、調べたりすることが大切です。
　　「この場所」においてはいけないと理解した子供は、そこ以外の同じような危ない場所に置くと考えられるからです。
　　理由を考え、「危ない場所にこぼすおそれのあるものを置いてはいけない」と理解した子供は、応用範囲が広がり、失敗が少なくなると考えられます。。
　　「理由」を考える理由は、○○君や○○さんが言ってくれたように
　①　自分自身が納得する
　②　相手を説得する

の他に、

③　応用範囲が広がる

といえます。

「なぜだろう、どうしてかな」といった「理由」を考えることが大切です。

「失敗は成功のもと」という言葉もありますが、「失敗の原因、理由をしっかり理解すれば次は成功する」という意味で、失敗の理由を考えなければ「同じ失敗を繰り返す」ことになります。

今日の授業で「八・六算法」を学習して、いくつかの質問がでてきました。このように「なぜだろう、これはどのようなことだろう」と考えることが、とても大切です。おそらく、これらを調べていくうちに、別の疑問がでてくることもあります。それらを調べることによって、新たな知識が増えたり、活用範囲が増えていきます。

さて、「八・六算法の秘密」を知るには、「旧暦」の意味をまず知りたい。他に知りたいことはないですか。

S：　？？？？？

T：　それでは疑問がでてきたら、そのときに考えましょう。

それでは、次に移ります。わからないことを調べるには、どのような方法がありますか。ノートに３つ以上書きなさい。

(時間をおいてから)では発表してもらいましょう。

S：　人に聞く

S：　本で調べる

S：　関係したものを調べる

S：　もうありません、前の人とすべて同じです。

T：　これ以外にある人

S：　自分で試みる

S：　わかることから調べる

S：　どこかに問い合わせる

T：　他にないですか。・・・では、出てきたこれらについて何か質問はありますか。

S：　自分で調べるとはどういうことですか。

S：　何回も読んだり、実験したりして、自分で考えることです。

S：　自分で仮説を立てて、何度も試みることです。

T：　以前に言ったことがありますが、似たことを多くやってみて共通の部分を見つけだすという方法は大切ですね。また、生まれてからのすべての知識の中から、必要なものを使い、組み立てて新しいものを作り出していくといった「自分で試みる」ということは、大切なことですね。

他に質問はないですか。では僕から質問します。

「人に聞く」って、誰に聞くのですか。

S：　内容を知っていそうな人に聞きます。

T：　そうですね。知らなさそうな人にはちょっと・・・。

では次に、どんな本で調べるのですか。

S：　旧暦とかが出ている本です。

T：この教室には辞書が沢山あります。何種類あるか知っていますか。

S：　４種類

S：　もっとあるよ。

Ｔ：　１０種類あります。

辞書で調べる、理科や社会の本や百科事典で調べる・・などの方法があります。

「人に聞く」という中には、「どこかに問い合わせる」ということも含まれますね。

官庁や会社に問い合わせると、資料を送ってくれたり親切に教えてくれることが多いですね。

このように、調べるにはいろいろな方法があります。ではもう一度「八・六算法」に戻ってみましょう。

「旧暦の日数に八をかけて、その積の一の位の数に六をかけると、干潮の時刻が出る」のでしたね。旧暦以外に調べておきたいものはないですか。

Ｓ：　はい、干潮の時刻の出ている本を調べる必要があります。

Ｔ：　そうですね。他にないですか。なければ僕から質問します。

満潮や干潮はどうして起こるのですか。知っている人。（３人挙手）

このことは、小学校で事実を学習し、中学校１年でやや詳しく学習します。このことについても、調べておいた方がいいかもしれませんね。

実は、「八・六算法」について、僕は、この教室の辞書、図書室の本、自分の知識を総動員して、やっと理由がわかりました。それで、次の時間は図書室で君たちに調べてもらおうと思います。

その前に、これ（満潮干潮の時刻の書いてある潮時表）がほしい人は手を挙げて。

Ｓ：　（６人が挙げる）

Ｔ：　２人はいらないのですか。

Ｓ：　計算で出せるからいりません。

Ｔ：　ちなみに、計算の結果と実際の時刻は、すこしちがいます。例えば先ほど計算した６月９日の干潮の時刻は、８時４８分と２０時４８分でしたが、実際は７時２８分と１９時２１分です。

Ｓ：　ええ！どうしてですか。

Ｔ：　それも調べてください。

潮時表がほしくなった人は。

Ｓ：　（全員挙手）

Ｔ：　ではあとであげましょう。

次の時間は図書館で勉強しますが、新たな疑問が出てきたらそれをメモしておいてください。それも大切なことです。

今日のまとめをします。

今日は「八・六算法」の計算の仕方、理由を考えることの必要性、調べる方法について勉強してきました。

この八・六算法のように、ふだんの生活で使っていることがらを調べると、科学的に説明が付くといったものが多々あります。ふだんの関数の授業や方程式の授業も大切ですが、それらを活用したり、それらを有効に活用するための学習方法を今日は勉強しました。

今日勉強の方法をやったから、もう大丈夫というものではありませんが、大きな課題の中から一つ一つの問題を抽出し、どのような手順、方法で解決していけばよいのかなど、意識しながら課題の解決に立ち向かってほしいと思います。

さっきも言いましたが、次の授業は図書室で行います。終わります。

月曜日の朝は寒い！？

西村　圭一
東京都立武蔵丘高等学校

要　約

テレビの天気予報の中で話題にされていた「統計的に、月曜日の最低気温は低い」ことを題材にして、その結論の妥当性について検討することを課題として取り上げた。そして、表計算ソフトを使って、最低気温の曜日別の平均を求める活動、単純に平均するのではなく、データの分布や月曜日の気温が低くなる原因を考慮して、除外すべきデータを決める活動などを取り入れた授業案を示した。

キーワード：最低気温の曜日別平均、平均値、現実のデータ、統計、数学基礎、情報教育、環境

1．はじめに

高校の教科書における統計の扱いは、テストの点数や体重・身長などのデータを題材とする「数学の問題」ばかりで、資料を整理したり、相関を調べることに意欲がわくような問題はほとんどない。次のような問題を扱うべきと考える。

- 現実のデータである。
- 資料を整理したり、相関を調べる必然性がある。
- その結果を利用して、現実に対する分析ができたり、何らかの結論が得られる。

新学習指導要領(1998)では、中学校の数学から統計的な内容が削減されることを考えれば、このような問題を扱う必要性は一層高まるであろう。また、高校に新しく設けられる「数学基礎」での統計に関する扱いでも同様のことが言える。そして、このような問題は、情報教育と関連づけた展開も可能である。

ここでは、情報教育や「数学基礎」を視野に入れ、最低気温の曜日別の平均を題材とする「月曜日の朝は寒い！？」と、これを用いた授業案について提案する。

2．課題の概要

(1) 教材化の経緯

1998年の年末、テレビの天気予報（TBS・ニュースの森）の中で、気象予報士の森田氏が次のような主旨のことを述べていた。

「月曜日の朝は、特に寒く感じますよね。こちらをご覧下さい。これは、過去の都心の冬の最低気温を曜日別に平均したものです。統計的にも、月曜日の気温が低いんです。週末に向けて、だんだん高くなっています。」

そして、考えられる原因として、曜日と都心の空気の汚れの関係を話題にしていた。もし事実だとしたら、環境問題に関わる統計的な教材として扱うことができる。もとにしたデータについて、もう少し詳しいことが知りたいので、「森田さんのお天気コーナー」のホームページで質問をしてみた。しばらくして、電話で返事をいただいた。

「1981～1998年の18年間の１月の最低気温の極端な値を除いて平均化したもので、日2.2　月2.0　火2.2　水2.3　木2.4　金2.4　土2.6（℃）。」

だそうだ。

気象年鑑CD-ROM版のデータをもとに、1981～1997年の東京の１月の最低気温の曜日別の平均を求めてみた。

日2.25　月2.35　火2.24　水2.41　木2.62　金2.63　土2.42（℃）

「極端な値」を除いていないためか、このような結果になった。最低気温は、週の始めの方が週末より低い傾向が見られるが、どの曜日間にも有意差はない（ｔ検定・有意水準５％・片側、以下同じ）。

そこで、各曜日の上下２つずつのデータを除いてみた（月曜日に13.3℃を記録した年があった）。

・　日2.39　月2.14　火2.26　水2.49　木2.71　金2.59　土2.59（℃）

さらに、車の排気ガスの影響ということを考慮して、交通量の少ない三が日と祝日の翌日（1～4日、16日）のデータを除いた。

日2.24　月1.99　火2.19　水2.38　木2.57　金2.57　土2.43（℃）

このとき、月曜と木、金曜の間には有意差がある。しかし、他の曜日とは有意差はない。したがって、この場合、森田さんの発言を「月曜日の最低気温がもっとも低い」と解釈すると、それは誤りということになる。このデータからわかることは、「月曜日の最低気温の平均は、木曜日、金曜日の最低気温の平均と比べると低い」ということである。

このように「月曜日の朝は寒い」という結論が正しいかを考えさせることは、統計の学習として意義がある。また、環境問題と関連させて扱うことや、データ処理を伴うことから、情報教育と関連させて扱うことも可能ではないかと考えた。

（２）問題

> 夕方のニュース番組で、お天気キャスターの森田さんが次のようなことを言っていました。
> 「過去の都心の１月の最低気温を曜日別に平均してみると、月曜日の気温が低く、週末に向けて、だんだん高くなっているんです。統計的にも、月曜の朝は寒いんです。」
> これは本当でしょうか。実際に調べてみましょう。

東京の1976～1997年の１月の日別最低気温のデータを与え、それをもとに、次のような活動を行う。[　] 内に、主に、統計、情報教育、環境教育のどれに焦点を当てた活動であるかを示す。

- 表計算ソフトを用いてデータ処理を行う。[情報]
- 「極端な値」の処理について考える。
  - どのように「極端な値」を決め、除外するか。[統計]
- データを解釈し、除外すべきデータについて考える。
  - 三が日や成人の日の翌日は、普通の日と同じ扱いにしてよいか？[統計]
- 森田さんの結論の妥当性について考える。[統計]
- 月曜日の最低気温が低いことの原因を考える。[環境]

さらに、統計的に掘り下げるならば、次のような展開が考えられる。

- 極端な値の決め方として、データの散らばり方に目を向け、それを数値化したものとして、標準偏差や分散について取り上げる。
- データの平滑化の方法として「移動平均」の考えを取り上げる。
- 結論の妥当性を確かめる方法として、「検定」について、取り上げる。

３．授業の流れ（案）

高校１年生で扱うことを想定した、授業案の概要を示す。（以下の「Ｓ：」は、予想される生徒の発言である。）

（１）導入

Ｔ：月曜日の朝って、起きるのがつらいよね。この季節は、布団から出るのが嫌だもんね。この間、テ

レビを見ていたら、お天気キャスターの森田さんが次のようなことを言っていました（ニュースの録画テープが手にはいるとよい）。「過去の都心の１月の最低気温を曜日別に平均してみると、月曜日の気温が低く、週末に向けて、だんだん高くなっているんです。統計的にも、月曜の朝は寒いんです。」考えられる原因も言っていたんだけど、何だと思いますか。

Ｓ：前の日が日曜日だから。

Ｔ：何で、前の日が日曜だと気温が低くなるのですか。

Ｓ：日曜日は、平日より交通量が少ないので、空気が澄んでいて、その分、冷え込むということかな。

Ｔ：そう。森田さんも同じようなことを言っていました。事実だとすると、他の曜日は空気の汚れで冷え込みが押さえられているということになりますね。恐ろしいことです。もう少し詳しいことが知りたくなったので、インターネットで森田さんに尋ねてみました。そうしたら、こんなことを教えてくれました。番組で使った数字は、「1981～98年の18年間の１月の最低気温を、極端な値を除いて平均したもの」だそうです。森田さんの結論について考えていきたいと思います。

表計算ソフトを使い、データの処理を行う。平均の求め方を簡単な例で説明した後、気象年鑑のデータ[1]を配布する（表計算ソフトに慣れる目的から、ファイルで配布せず、自分たちで入力させてもよい）。

（２）予想される生徒の活動

３～４名のグループで活動させる。

①1981年～1997年の１月のデータをもとに、最低気温の曜日別の平均を求める。

日2.25　月2.35　火2.24　水2.41　木2.62　金2.63　土2.42　（℃）

この平均値が火曜日の方が低いことから、早急に、結論は誤りと判断するのではなく、単純に平均しただけでよいかを考えさせ、除外すべきデータの存在に目を向けさせる。

Ｓ：月曜ではなくて、火曜の方が低い。

Ｓ：何でだろう？

Ｓ：すごく暖かい日やすごく寒い日がたまにある。そういう極端な日を除く必要があるんだ。

Ｔ：何のために極端な値を除くのですか。

Ｔ：どういう数字が極端な値なのでしょうか。

---

②極端な値の決め方について考える。

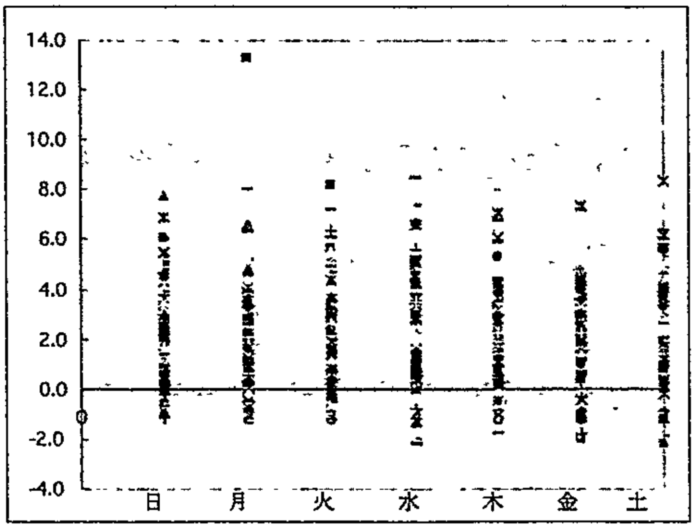
Ｓ：曜日毎の平均から、５度以上離れたら、・・というように考えました。

Ｓ：でも、それが何日もあったら、極端とは言えないんじゃないの？

Ｓ：だから、それがないように決めればいいと思うんだけど・・・。

Ｓ：曜日別に気温をプロットしてみると、極端な値を決めやすくなると思います。

Ｓ：データを大きい順に並べて、上下２個ずつを除くというのが簡単じゃないかな。



それぞれの方法で極端な値を決め、除外した後、再び平均を求める。まだ、月曜日がもっとも低いとい

う結果にならない場合がある。

③他に除外すべきデータがないかについて、話し合う。

S：天気の影響を考えないのはおかしい。雨の日を除いて調べてみるべきだと思います。

S：特に、特定の曜日に雨の日が偏っているはずはないよね。だとすると、どの曜日にもだいたい同じ割合で雨の日があるはずだから、全体としての影響は少ないんじゃないかかな。

S：原因が排気ガスだとすると、三が日は車が少ないから、入れない方がいいと思う。

S：そうだとすると、成人の日も同じだよ。

S：１日～４日、16日は除いてやってみよう。

日2.24　月1.99　火2.19　水2.38　木2.57　金2.57　土2.43（℃）

S：本当に月曜日が低い！

---

④月曜日の最低気温が低いと結論づけてよいか、また、低いとしたら、その原因を「排気ガスの影響」と考えてよいか、について検討する。

この点について、これまでの活動と合わせてレポートにまとめさせた後、それを発表し、以下のようなことについて話し合う。

月曜日の最低気温について

S：木曜日や金曜日と比べれば低いと言えるけど、他の曜日との差は誤差の範囲だと思います。だから、月曜日が最も低いというのは言いすぎだ。

S：データの年数や月を増やして調べてみました。データが増えたときも、同じ傾向が見られたから、月曜日の最低気温が低いと言えます。[2]

S：よく考えてみると、曜日毎の単純な平均値から、連続した１週間についての結論を出すのはおかしいです。むしろ、月曜日が最低になっている週がどれくらいあるかを数えるべきだと思います。

S：それぞれの曜日について、最低になる週を数えてみました。

日12　月９　火10　水10　木8　金11　土16　（週）[3]

このような結果から月曜日の最低気温が、他の曜日に比べて低いとは言えないと思います。

原因について

S：排気ガスの影響かどうかを知るためには、排気ガスの少ない地方のデータと比べてみる必要があります。もし、地方のデータで曜日による差がなければ、「排気ガスの影響で、週末は、週のはじめに比べ最低気温が高い」と言えるはずです。[4]

S：「五、十日（ごとうび）」は交通量が多いと言います。そこで、例えば、20、25、30日の翌日の最低気温を、他の日と比べてみて、もし、高くなっていれば、排気ガスの影響の可能性は高いと思います。[5]

S：その場合にも曜日の影響を考えておく必要がある。

S：前後の日との差を調べるべきだと思います。

S：20日、25日、30日が他の日と比べて、どの程度交通量が多いかがわからないと、何とも言えないと思う。

S：曜日毎の一酸化炭素濃度のデータと合わせて考えないと、排気ガスの影響とは言い切れないんじゃないかな。

最後に、移動平均の考え方（例えば、14～16日の気温の平均値を15日の気温に、15～17日の平均値を

16日の気温に、・・・と直すことにより、データを平滑化する）や、データの平均の間に差があるかを調べる方法としての「検定」について、簡単に紹介する。

4．評価

3の④でまとめさせたレポートをもとに、次のような観点で評価を行う。

・データの散らばり方に目を向け、平均で考えることの短所について言及しているか。

・極端な値の決め方において、数学的な考え方は見られるか。

ー例えば、データを大きい順に並べて、上下2個ずつを除くなど。

・現実の事象と関連づけたデータの処理や解釈をしているか。

ー例えば、交通量が少なくなる祝日の翌日は除外して考えるなど。

・他の分析の方法について考えたか。

ー例えば、月曜日が最低になっている週がどれくらいあるかを数えるなど。

5．まとめ

この授業のよさは、次の点にあると考える。

・「平均値」で考えることの危険性を知ることができる。［統計］

・極端な値の決め方や結論の妥当性等について話し合うことを通して、統計処理の背景にある考え方にせまることができる。［統計］

・発展的に扱えば、分散や検定の考え方を扱うことができる。［統計］

・データを処理する目的を持ち、その方法について学ぶことができる。［情報］

・情報の信頼性について考える必要があることを知ることができる。［情報］

・排気ガスが自然界に及ぼす影響について考え、発展的に地球の温暖化問題について考えることができる。［環境］

気象年鑑には、最低気温以外にも様々なデータがあり、他にも、情報や環境と関連づけて教材化できる題材がありそうである。今後の課題とする。

注

1)「CD-ROM版気象年鑑Ｉアメダス1998」.丸善.1998.

2)データの年数や月を増やすと、平均値は月曜日が最低でも、どの曜日間にも有意差がなくなる場合（例えば1976～1997年のデータを用いた場合）もある。

3)1976年～1997年の1月について、4日以降のはじめの日曜日を基準に、日曜から土曜を１週間として、最も低くなっている曜日を数えた。

4)地方のデータでは、曜日間に有意差がない場合が多い。しかし、2)のように、同じ東京でも、データの取り方によっては曜日間に有意差がないのだから、排気ガスの影響と結論づけることはできない。

5)20、25、30日の翌日の最低気温と、他の日の最低気温には有意差はない。

資料1　　1976～1997年1月の日別最低気温

	1976年	1977年	1978年	1979年	1980年	1981年	1982年	1983年	1984年	1985年	1986年	1987年	1988年	1989年	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年	1996年	1997年	平均
1月1日	木 1.0	土 -2.4	日 7.5	月 0.7	火 4.3	木 1.3	金 2.6	土 3.6	日 2.0	火 0.0	水 6.7	木 4.1	金 4.3	日 5.3	月 1.4	火 5.3	水 3.3	金 3.0	土 3.9	日 2.7	月 2.8	水 6.6	3.2
1月2日	金 0.0	日 -0.4	月 3.3	火 1.7	水 1.7	金 2.1	土 3.3	日 1.8	月 0.3	水 1.6	木 3.5	金 1.2	土 3.8	月 5.2	火 1.6	水 4.1	木 3.8	土 3.0	日 3.4	月 2.0	火 2.2	木 7.1	2.6
1月3日	土 3.0	月 0.4	火 -0.2	水 2.4	木 3.5	土 2.6	日 3.2	月 1.0	火 0.9	木 1.7	金 1.2	土 1.5	日 7.8	火 3.4	水 2.5	木 5.9	金 3.6	日 2.6	月 1.6	火 1.5	水 2.7	金 4.5	2.6
1月4日	日 6.0	火 -0.1	水 -0.4	木 2.1	金 6.6	日 -0.6	月 4.6	火 2.9	水 2.1	金 1.9	土 2.1	日 3.8	月 6.6	水 3.8	木 2.8	金 2.2	土 4.9	月 5.2	火 3.4	水 3.4	木 4.1	土 4.1	3.3
1月5日	月 8.0	水 -2.6	木 1.9	金 4.2	土 2.4	月 0.2	火 6.4	水 2.4	木 2.0	土 0.4	日 1.5	月 0.6	火 1.4	木 2.1	金 2.3	土 3.5	日 3.3	火 4.0	水 4.8	木 6.1	金 2.2	日 2.1	2.7
1月6日	火 3.0	木 0.0	金 2.7	土 5.5	日 0.7	火 -0.8	水 5.6	木 6.1	金 1.5	日 -0.7	月 -0.2	火 0.5	水 1.0	金 3.6	土 1.2	日 2.8	月 3.5	水 3.2	木 3.4	金 2.6	土 5.8	月 2.2	2.4
1月7日	水 0.0	金 -1.8	土 2.4	日 3.1	月 0.5	水 0.0	木 1.0	金 6.2	土 0.4	月 -0.2	火 -0.1	水 2.7	木 0.7	土 4.9	日 4.2	月 1.4	火 3.3	木 3.7	金 2.6	土 1.7	日 4.6	火 2.4	2.0
1月8日	木 1.0	土 -0.4	日 3.7	月 3.3	火 -0.3	木 0.8	金 -0.3	土 6.4	日 -0.1	火 1.0	水 0.6	木 2.9	金 3.0	日 6.0	月 1.9	火 1.1	水 4.7	金 5.6	土 1.9	日 6.9	月 3.3	水 4.3	2.6
1月9日	金 4.0	日 3.5	月 1.5	火 4.0	水 0.0	金 0.4	土 0.3	日 5.7	月 -0.8	水 1.1	木 2.4	金 3.5	土 4.8	月 8.0	火 2.5	水 2.1	木 5.3	土 2.3	日 1.4	月 4.1	火 0.8	木 2.9	2.7
1月10日	土 2.0	月 4.1	火 1.9	水 6.8	木 2.3	土 2.0	日 5.1	月 1.9	火 0.0	木 2.7	金 0.6	土 1.5	日 2.6	火 7.2	水 5.3	木 3.7	金 4.0	日 3.2	月 3.9	火 4.4	水 1.1	金 3.0	3.2
1月11日	日 0.0	火 2.8	水 1.1	木 5.7	金 2.6	日 0.3	月 4.5	火 0.0	水 3.2	金 4.8	土 -1.2	日 0.3	月 1.2	水 8.5	木 8.2	金 5.3	土 3.5	月 5.5	火 4.9	水 2.8	木 3.9	土 3.9	3.3
1月12日	月 1.0	水 1.9	木 1.7	金 3.4	土 0.9	月 -0.9	火 4.7	水 0.7	木 1.6	土 2.6	日 -0.5	月 0.3	火 2.8	木 8.0	金 5.2	土 2.6	日 3.0	火 5.5	水 5.3	木 3.7	金 3.6	日 1.7	2.7
1月13日	火 0.0	木 -0.9	金 4.0	土 0.9	日 1.0	火 -0.6	水 7.4	木 4.0	金 -0.9	日 0.6	月 0.4	火 0.9	水 5.1	金 7.2	土 2.7	日 3.3	月 2.6	水 3.4	木 3.9	金 3.0	土 5.6	月 2.1	2.5
1月14日	水 0.0	金 -0.9	土 4.8	日 0.2	月 1.4	水 -2.0	木 4.4	金 3.3	土 1.7	月 -0.1	火 1.6	水 2.3	木 4.3	土 6.4	日 1.8	月 4.0	火 3.2	木 4.1	金 1.2	土 1.5	日 2.5	火 2.6	2.2
1月15日	木 3.0	土 -2.0	日 4.2	月 -0.2	火 1.0	木 0.6	金 1.7	土 1.4	日 0.7	火 -1.2	水 2.8	木 0.1	金 4.4	日 3.2	月 1.5	火 2.8	水 1.1	金 3.0	土 2.6	日 -1.0	月 13.3	水 3.5	2.1
1月16日	金 -1.0	日 -0.8	月 3.1	火 1.3	水 0.0	金 1.2	土 1.3	日 2.8	月 1.0	水 -0.8	木 2.7	金 3.8	土 8.4	月 2.3	火 0.9	水 0.7	木 0.4	土 2.6	日 1.8	月 1.6	火 8.2	木 2.3	2.0
1月17日	土 1.0	月 0.2	火 2.4	水 1.1	木 0.2	土 0.8	日 0.5	月 1.1	火 -0.1	木 0.3	金 2.5	土 5.3	日 5.5	火 2.0	水 0.2	木 3.4	金 3.4	日 3.5	月 2.4	火 0.2	水 5.1	金 2.3	2.0
1月18日	日 3.0	火 1.1	水 -0.8	木 2.2	金 -0.4	日 0.0	月 0.5	火 2.8	水 0.7	金 -1.8	土 4.1	日 4.6	月 2.4	水 4.5	木 0.3	金 4.2	土 4.1	月 4.0	火 2.7	水 0.9	木 4.2	土 5.0	2.2
1月19日	月 1.0	水 1.1	木 0.3	金 1.8	土 0.6	月 -0.7	火 0.2	水 1.5	木 -0.5	土 -0.9	日 2.1	月 2.0	火 2.9	木 7.8	金 4.1	土 4.0	日 2.2	火 2.3	水 1.4	木 2.2	金 2.1	日 4.8	1.9
1月20日	火 0.0	木 1.2	金 2.1	土 0.1	日 1.3	火 2.5	水 0.8	木 2.9	金 -2.0	日 2.7	月 1.8	火 0.2	水 3.6	金 10.2	土 2.4	日 3.6	月 2.6	水 2.5	木 1.6	金 1.0	土 0.8	月 2.7	2.0
1月21日	水 -2.0	金 -0.5	土 2.1	日 0.5	月 2.3	水 0.4	木 0.1	金 1.8	土 -2.2	月 3.0	火 3.0	水 0.1	木 3.8	土 7.0	日 0.7	月 3.9	火 2.0	木 3.4	金 1.8	土 3.5	日 3.0	火 1.5	1.8
1月22日	木 -3.0	土 -0.4	日 1.8	月 2.1	火 0.2	木 -0.5	金 4.0	土 0.1	日 0.5	火 1.7	水 0.3	木 0.5	金 7.4	日 6.1	月 0.3	火 4.4	水 3.3	金 3.3	土 1.5	日 5.5	月 4.8	水 -2.0	1.9
1月23日	金 -3.0	日 -1.1	月 3.4	火 0.6	水 -0.9	金 2.0	土 2.8	日 -2.3	月 0.9	水 2.4	木 -1.0	金 2.9	土 6.2	月 2.8	火 1.0	水 1.7	木 3.6	土 1.5	日 0.1	月 4.7	火 3.7	木 1.5	1.5
1月24日	土 -3.0	月 -0.1	火 1.4	水 2.6	木 0.7	土 0.7	日 2.9	月 -0.3	火 0.9	木 2.5	金 -0.4	土 6.0	日 2.6	火 5.7	水 0.3	木 0.2	金 2.7	日 1.5	月 1.1	火 5.2	水 1.4	金 3.8	1.7
1月25日	日 -1.0	火 0.0	水 1.7	木 4.2	金 1.6	日 4.3	月 1.8	火 2.8	水 -1.3	金 0.6	土 -0.2	日 1.5	月 1.3	水 5.2	木 0.3	金 3.0	土 1.1	月 4.8	火 -0.3	水 3.8	木 0.4	土 3.3	1.8
1月26日	月 3.0	水 0.5	木 0.8	金 5.9	土 1.8	月 0.9	火 2.7	水 2.0	木 0.5	土 -1.9	日 0.0	月 -0.2	火 3.3	木 3.7	金 -0.3	土 4.4	日 2.3	火 5.0	水 3.0	木 2.5	金 2.0	日 0.9	1.9
1月27日	火 1.0	木 2.0	金 0.8	土 5.6	日 0.0	火 -0.2	水 3.8	木 5.1	金 -1.1	日 -1.1	月 -0.3	火 0.2	水 4.8	金 4.2	土 -1.3	日 3.2	月 6.3	水 5.0	木 4.3	金 3.6	土 1.1	月 2.2	2.2
1月28日	水 0.0	金 1.1	土 2.7	日 2.5	月 4.7	水 1.0	木 0.1	金 3.9	土 0.1	月 1.0	火 0.6	水 3.2	木 2.9	土 1.0	日 -0.6	月 2.4	火 6.1	木 2.4	金 0.5	土 1.4	日 0.4	火 ****	1.8
1月29日	木 1.0	土 -0.3	日 1.7	月 -0.4	火 7.7	木 0.2	金 -0.2	土 4.0	日 0.6	火 0.5	水 0.9	木 3.7	金 2.8	日 1.2	月 1.6	火 0.7	水 3.8	金 1.5	土 0.3	日 3.9	月 1.3	水 3.8	1.8
1月30日	金 2.0	日 0.3	月 -1.8	火 0.9	水 6.1	金 2.5	土 -0.8	日 5.0	月 -0.7	水 -2.2	木 1.1	金 3.8	土 5.6	月 4.7	火 3.3	水 1.8	木 6.8	土 4.4	日 0.7	月 1.5	火 1.9	木 1.3	2.2
1月31日	土 2.0	月 -1.2	火 0.0	水 6.9	木 4.8	土 1.7	日 -0.8	月 3.8	火 0.2	木 -1.8	金 1.7	土 2.8	日 4.5	火 4.0	水 0.9	木 2.4	金 0.7	日 3.3	月 -1.0	火 -0.5	水 0.4	金 1.1	1.6
平均	1.1	0.1	2.0	2.6	1.9	0.7	2.4	2.7	0.4	0.7	1.3	2.1	3.9	5.0	1.9	3.0	3.4	3.5	2.3	2.8	3.2	2.9	

船の現在位置はどこ？

西村　圭一
東京都立武蔵丘高等学校

要　約

高校生に数学の有用性を感得させることを一つのねらいとし、船の現在位置を知るための電波による方位測定である「ロラン」を題材とする課題を取り上げた。そして、現在位置は電波を発信する局を焦点とする双曲線上にあることを見出す活動や、２つの双曲線の方程式とその交点を求める活動、得られた４つの交点から現在位置を１つに絞り込む活動などを取り入れた授業案を示した。

キーワード：現実場面の問題、双曲線、数学の有用性、解の吟味

１．はじめに

高校生に、数学と生活や社会とが関係していることや、数学の有用性を感得させるためには、現実場面の問題に数学を活用し、解決していく活動を重視する必要がある。実際には、今日の社会のほとんどあらゆるの分野において、「数学」が使われている。例えば、電化製品で数学を使わずに開発されたものはないであろう。電気、水道、ガス、交通などのシステムも、数学抜きでは考えられない。経済学や心理学等々の多くの学問でも、数学は必要不可欠となっている。そのような実例を高校生に体験させることが、数学の有用性を感得させる上で、一番の近道なのだが、それは内容が高度すぎ、ほとんどの場合、困難である。また、高校生に理解できるように簡略化すると、今度は、現実味が乏しくなってしまう。

ここでは、船の現在位置（船位）を求めるための、電波による方位測定の一種である「ロラン」(Loran;Long Range Navigation) [1]について取り上げる。「ロラン」の原理は、高校生に対して、ほとんど簡略化せずに扱うことができる。また、カーナビゲーションシステムの普及により、電波による方位測定のしくみに対する高校生の関心も高まっている。高校生に、数学の有用性を感得させる上で有効な問題と言えよう。本稿では、この課題「船の現在位置はどこ？」と、これを用いた授業案について提案する。

２．問題の概要

> 大海原の中で、船の現在位置を知るための方法に、地上からの電波を利用する「ロラン」(Loran;Long Range Navigation) というシステムがあります。
>
> 複数のロラン局から、同時に、電波が送られてきます。どの電波も同じ速さで進みますが、各局から現在位置までの距離は異なるので、それぞれの電波が、船で受信されるまでの時間には差が生じます。この差をもとに、位置を決定します。
>
> さて、それぞれの電波が船で受信されるまでの時間の差から、どのようにして位置を決定するのでしょうか。そのしくみを解明しましょう。

実際の日本周辺のロラン局は、表１のようになっている。高校で扱うには、３局を見込む角が直角でなければならないので、新島、慶佐次、ポーハン（韓国）の局を使い、現在位置を決定する問題にする。

> 新島から送られた電波より、ポーハンから送られた電波の方が673μ秒遅く受信され、慶佐次から送られた電波より、ポーハンから送られた電波の方が1534μ秒遅く受信されました。１μ秒＝100万分の１秒、電波の速さはおよそ300μm/秒です。このときの現在位置Ｐを決定しましょう。

各局から送られた電波の受信時間の差から、現在地からそれぞれの局までの距離の差、すなわち、現

在地から新島までの距離と、現在地からポーハンまでの距離の差がわかる。そのような差になるＰは、２つの局からの距離の差が一定な点なので、２つの局を焦点とする双曲線上にある。具体的には、次のように考える。

ポーハン（Ａ）を原点にとると、新島（Ｂ）(0, 950)、慶佐次（Ｃ）(1100,0)と見ることができる。

Ｂからの電波よりＡからの電波が673μ秒遅く受信されたのだから、

$$PA-PB=300\times673\fallingdotseq202\text{km}$$

２点からの距離の差が一定なので、Ｐは点Ａ，Ｂを焦点とする双曲線上にある。このとき、$b=101$、中心は (0, 475) なので、

$$a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{475^2-101^2}\fallingdotseq464$$

$$\therefore (x/464)^2-\{(y-475)/101\}^2=-1$$

同様に、

$$PA-PC=300\times1534\fallingdotseq460\text{km}$$

より、$a=230$。中心は (550, 0) なので

$$b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{550^2-230^2}\fallingdotseq500$$

$$\therefore \{(x-550)/230\}^2-(y/500)^2=1$$

$PB<PA$、$PC<PA$に注意して、２つの双曲線の交点を求めると (940, 703)（図２）。[2]

よって、現在位置は、図３の通りである。

表１

国際協力チェーンは次の六つのチェーンで構成されている。

チェーンの名称	GRI※	局　名（運用国）
北西太平洋チェーン	8930	主局：新島(日本) 従局：慶佐次(日本)，南鳥島(日本)，十勝太(日本)，ポーハン(韓国)
ロシアチェーン（未運用）	7950	主局：アレクサンドロフスク(ロシア) 従局：ペトロパブロフスク(ロシア)、ウスリースク(ロシア)，十勝太(日本)，オホーツク(ロシア)
韓国チェーン	9930	主局：ポーハン(韓国) 従局：クワンジュ(韓国)，慶佐次(日本)，新島(日本)，ウスリースク(ロシア)
中国北海チェーン	7430	主局：ロンチャン 従局：シュエンチャン，フーロン（すべて中国）
中国東海チェーン	8390	主局：シュエンチャン 従局：ラオピン，ロンチャン（すべて中国）
中国南海チェーン	6780（注）	主局：フーシェン 従局：ラオピン，チョンゾォ（すべて中国）

（注）中国は、中国南海チェーンのGRIを「6730」へ変更することを検討中。

※　GRI（Group Repetition Interval）とは，世界各地に設置されているロランＣ各チェーンの識別符号で，各チェーンごとの電波の発射周期である。

図１

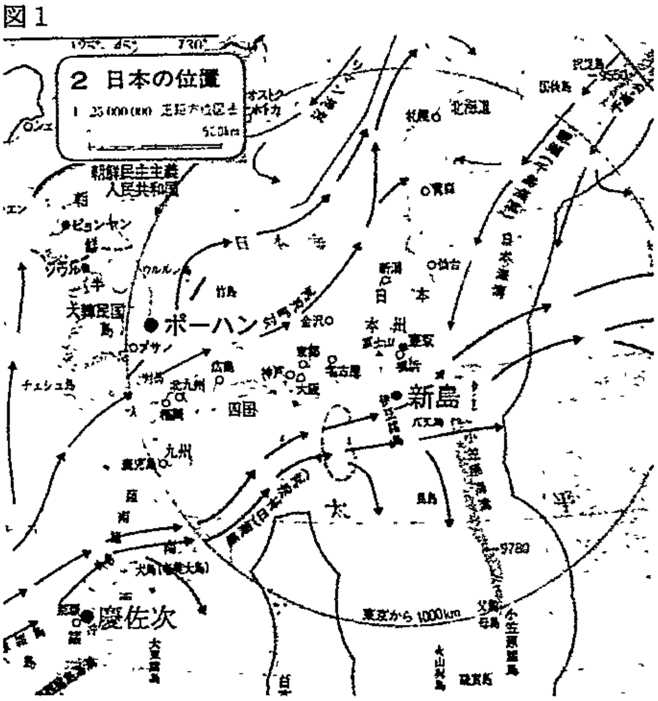
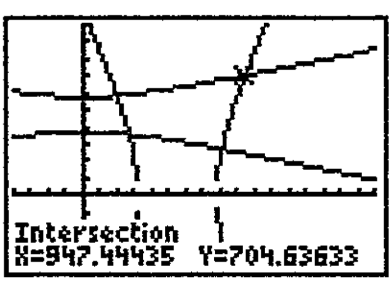
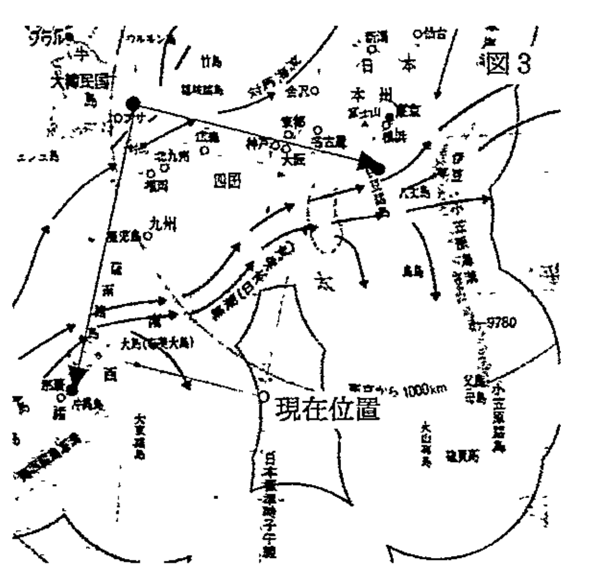


図２





３．授業の流れ（案）

数学Ｃ「２次曲線」で、放物線、楕円、双曲線について学習した後に扱うことを想定した、授業案の概要を示す。（以下の「Ｓ：」は、予想される生徒の発言である。）

（１）導入

Ｔ：「カーナビ」って知っていますか。

Ｓ：家の車に付いています。画面に地図が出て、目的地まで、誘導してくれます。

Ｔ：普通の地図を見るのとは、何が違うのですか。

Ｓ：現在地が表示されることです。

Ｔ：そうですね。それが大きな違いですね。現在地の緯度と経度が表示される腕時計もあるそうです。ところで、どのようにして現在地がわかるのか、知りたいと思ったことはありませんか。カーナビゲーションシステムは、ＧＰＳと呼ばれる人工衛星による位置測定のシステムを利用しています。人工衛星は24基あり、軌道や時刻などの電波を発信しています。衛星からの電波が車まで届く時間をもとにして、車と衛星間の距離を求めます。３基の電波を受信できれば、それらの衛星までの距離が求まり、経度・緯度が決定できます。４基の電波を受信できれば、高度も決定できます。

Ｔ：陸上なら、いろいろ目印になるものがあるから、地図があれば、何とか現在地はわかりそうですね。でも、海上では、話が別です。目印になるものなど、そうありません。何を頼りにすればよいですか。

Ｓ：昼なら太陽、夜なら月や星の位置です。

Ｔ：そのようなものから、位置を知るために、天文や数学の研究が進歩した時代もありました。

Ｓ：でも、天気が悪いと、どうにもならない！

Ｔ：その通りです。いつでも、簡単に、今いる位置を知ることは、人間の長い間の願いであり、それは船乗りにとっては、より切実なものでした。もちろん、このＧＰＳによる位置測定システムは、海上でも使うことができます。徐々に、このシステムに移行しています。ただ、まだ主流は、衛星でなく、地上からの電波を利用するシステムです。今日は、その一つである「ロラン」について考えていきましょう。

Ｔ：電波を発信する所をロラン局と言います。３つのロラン局から、同時に、電波が送られてきます。どの電波も同じ速さで進みますが、各局から現在位置までの距離は異なるので、それぞれの電波が、船で受信されるまでの時間には差が生じます。この差をもとに、位置を決定します。さて、それぞれの電波が船で受信されるまでの時間の差から、どのようにして位置を決定するのでしょうか。この位置を決定するしくみを解明しましょう。（問題提示）

（２）解決活動

個別に解決させる。電波の受信時間の差を距離の差に読み替えること、現在位置はその距離の差が一定な点であること、その条件を満たす点が双曲線を描くこと、その方程式を求めるために座標軸を設定することなど、数学の問題として処理できる段階に至るまでに、多くのステップを踏む必要がある。生徒の実態に応じて、個別に、次のような助言を与えるようにする。

Ｔ：現在地は、ポーハンからと新島からとでは、どちらが近いのですか。どれくらいの距離の差がありますか。

Ｔ：そのような差になるには、現在地はどのような位置でなければなりませんか。

Ｔ：そのような差になる位置は、何個ぐらいあるのでしょう。

Ｔ：そのような差になる点の軌跡は、どのようにして求めたらよいでしょうか。

Ｔ：そのような差になる点の軌跡は、これまでに勉強したことのある図形ですか。

ある程度、時間をとった後、全体に同様の質問を投げかけ、現在位置Ｐは２点からの距離の差が一定な点なので、双曲線上にあることを確認する。その上で、あらためて、個別に、双曲線の方程式を求める活動に当たらせる。

高校で学ぶ双曲線は、２つの焦点を結ぶ線分がｘ軸またはｙ軸のいずれかに対して平行なものだけである。したがって、そのような双曲線になるように座標軸を設定する必要がある（点Ａを原点とするのが

もっとも簡潔である）。既習事項を使えるように、座標の取り方を工夫することも、大切な活動である。

ポーハン（A）を原点にとると、新島（B）(0, 950)、慶佐次（C）(1100,0)。

Bからの電波よりAからの電波が673μ秒遅く受信されたのだから、

$PA-PB=300\times673\fallingdotseq202$km

点A，Bを焦点とする双曲線を求める。b＝101、中心は(0, 475)なので、

$a=\sqrt{(c^2-b^2)}=\sqrt{(475^2-101^2)}\fallingdotseq464$

$\therefore(x/464)^2-\{(y-475)/101\}^2=-1$

同様に、$PA-PC=300\times1534\fallingdotseq460$kmより、a＝230。中心は(550, 0)なので

$b=\sqrt{(c^2-a^2)}=\sqrt{(550^2-230^2)}\fallingdotseq500$

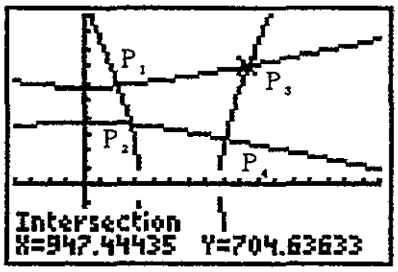
$\therefore\{(x-550)/230\}^2-(y/500)^2=1$

2つの双曲線の交点は、グラフ電卓を利用して求める（双曲線の方程式をy＝の形に直して入力する）（図4）。2つの双曲線の交点は4つあるが、原点から、もっとも遠い交点が、現在位置Pである。

（3）解の吟味

4つある2つの双曲線の交点のうち、どれが現在位置なのかについて、話し合う。

図4



T：2つの双曲線の交点は、4つありました。現在位置は、どれですか。

S：4点とも現在位置の候補だと思います。決定するには、もう1つ局が必要だと思います。

S：船員は、船のだいたいの位置はわかっているはずだから、実際には、4つのうちのどれなのかは、すぐに判断できると思います。

S：P_1の位置は陸上なので、P_1は違います。

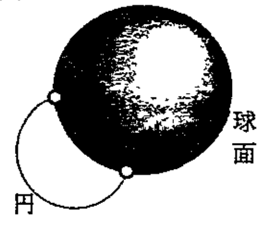
S：現在位置は、原点にもっとも遠い交点P_3です。新島から送られた電波よりポーハンから送られた電波の方が遅く受信されたのだから、現在位置はポーハンより新島の方に近い。同じように、ポーハンより慶佐次の方に近いことがわかります。

（4）発展的な扱いとして

カーナビゲーションシステムは、衛星からの電波が車まで届く時間をもとにして、車と衛星間の距離を求め、現在位置の特定をしている。3基の電波を受信できれば、経度・緯度の決定ができる。このしくみについて、考えさせる。

3つの衛星と現在位置との距離がℓ_1, ℓ_2, ℓ_3だったとする。このとき、現在位置は、2つの衛星を中心とする、半径ℓ_1, ℓ_2の球面が交わってできる円周上にある。この円と、もう一つの衛星を中心とする半径ℓ_3の球面との交点が、現在位置である。一般に円と球面の交点は2カ所であるから、現在位置は2点に絞られる。ここで、4つ目の衛星までの距離がわかれば、問題なく現在位置は決まる。また、2点のうちの1点は途方もない点になることが多いので、この点をコンピュータで除外し、3衛星からのデータだけで位置を特定することもできる。

図5



4．評価

授業中の生徒の活動およびワークシートの記述から、次の点について評価する。

・電波の受信時間の差を距離の差に読み替え、その差が一定な点は双曲線上にあることを見出すことができたか。

・適切な位置に座標軸を設定し、双曲線の方程式を求めることができたか。

・問題場面に関連づけて、得られた４つの交点から現在位置を１つに絞り込むことができたか。

また、数学の有用性の感得についての評価は、授業後に、感想を書かせることにより行う。

5．まとめ

本稿では、高校生に数学の有用性を感得させることを一つのねらいとし、船の現在位置を求めるための電波による方位測定の一種である「ロラン」を題材とする課題「船の現在位置はどこ？」を取り上げ、その授業案を示した。この授業のよさは、次の点にあると考える。

・現実の「ロラン」の原理を、ほとんど簡略化せずに扱うことができる。そして、学習した事柄を活用し、問題を解決することができる。

・数学の問題として処理するために、電波の受信時間の差を距離の差に読み替えること、現在位置はその距離の差が一定な点であること、その条件を満たす点が双曲線であることを見出すこと、その方程式を求めるために座標軸を設定することなどを行う必要がある。

・現在位置を１つに絞り込むために、問題場面に関連づけて、グラフをよむ必要がある。

授業を行い、生徒の反応を分析することを今後の課題とする。

注

1)ロランは、次のように使用する。

①一対のロラン局から短い衝撃波信号（Pulse Signal)を発信する。

②これらの信号が特別に設計された無線受信機によって船で受信される。

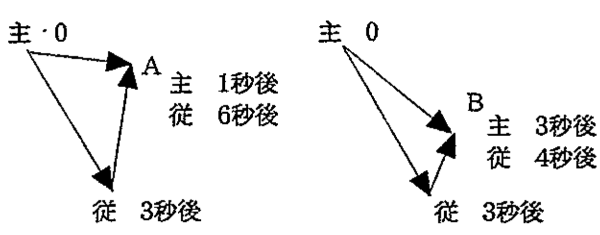
③この２局からの信号の到着時間差が特殊の指示器で測定される。

④この測定された到着時間差により地球上の位置の線をロランテーブルまたはロラン海図で求める。

⑤２つ以上の発信対局から決定された２本以上の位置の線によって船位を決定する。

現在は、受信機にコンピュータが内蔵され、直ちに、緯度、経度が表示される。ただし、しばらく前までは、実際に航海士がロラン・テーブルまたはロラン海図により、双曲線の交点として求めていた。

2)実際のロランでは、従局が、主局からの信号を受信してから発信することにより、左右対称の双曲線のどちらであるかが特定できるようになっている。



例えば、現在位置は、主局、従局を焦点とする、信号の到着時間の差が２秒の双曲線上にあるとする。また、従局が主局の信号を受信するまでに３秒かかるとする。右図のＡ地点では５秒の差、Ｂ地点では１秒の差（見かけの差）だが、従局の受信時間から３秒分を差し引くと、ともに２秒の差（実質の差）になる。この見かけの差と実質の差を組み合わせることにより、どちらの局に近いかを判断することができる。

参考文献

沓名景義他.「新訂海図の知識」.成山堂書店.1996.pp.250-267.

茂在寅男.「航海術」.中公新書.1967.pp.152-167.

長岡日出雄.「日本の灯台」.成山堂書店.1993.pp.162-173.

成美堂出版編.「ハイテク機器のしくみがわかる本」.成美堂出版.1997.pp.32-33.

飲料水の消費量の予測
－現実的な事象を題材とした数列の授業－

西村　圭一
東京都立武蔵丘高等学校

要　約

本研究では、現実的な事象を近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出す活動に焦点をあて、「飲料水の消費量の予測」を題材に、授業を行った。その結果、近似的に等差数列や等比数列として捉えることができるようになった。また、その際の根拠を、現実的な事象の公差、公比に当たる値や折れ線グラフの様子を、それぞれの数列の変化の特徴と関連づけ、述べることができるようになった。一方、先に現実的な事象の変化の様子を仮定し、それと等差数列や等比数列の変化の特徴を関連づけることができるためには、等差数列や等比数列の特徴を、現実的な事象に関連づけて考える場面を増やす必要があると思われることがわかった。

キーワード：現実的な事象、近似的に捉える、等差数列、等比数列、予測

1．はじめに

新学習指導要領（1999）の数学Ｂ「２　内容　(1)数列」には、次のようにある。

「簡単な数列とその和及び漸化式と数学的帰納法について理解し、それらを用いて事象を数学的に考察し処理できるようにする。」[1)]

ここで言われている「事象」には、現実的、具体的な事象が含まれよう。しかし、現行の教科書の「数列」では、現実的な事象としては「複利法」がある程度で、それ以外にはほとんど取り上げられていない。一般項や和を求める数学的な必要性やその過程の数学的考え方のよさはあるが、現在の数列の指導はそれだけに終始している。表計算ソフト等を用いれば、目的とする項や和が簡単に求められる時代だけに、現実的な事象を取り上げることを重視すべきであると考える。

一方、現実場面を考える場合、数列が「見える形」で存在することは少なく、「等差数列として見ると･･･」「等比数列として見ると･･･」というように近似的に捉えることが求められる。

そこで、本稿では、「現実的な事象を近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出す活動」を取り入れた数列の指導について提案するとともに、実際に授業を行い、その評価をする。

2．問題と予想される生徒の活動

（１）問題

下の表は、日本人１人当たりの飲料の年間消費量（ml）を表しています。茶系飲料の健康的なイメージが受けているのでしょうか。あるいは、もともと日本人の味覚に合うのでしょうか。茶系飲料は、新しい種類のものが次々と発売されています。そこで、

ソフトドリンク・・・炭酸飲料，果実飲料，コーヒー，乳性飲料，希釈乳性飲料

とし、茶系飲料と、このソフトドリンクの消費量について考えていくことにします。この先、茶系飲料の消費量が、ソフトドリンクの消費量を上回ることがあるのでしょうか。あるとすれば、それは何年頃になると予測しますか。

	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年
炭酸飲料	24,419	23,906	23,840	25,286	23,581	23,026
果実飲料	18,213	17,831	16,677	19,073	15,776	15,033
コーヒー	20,057	19,054	19,234	19,312	19,655	19,728
豆乳	202	198	214	217	197	
ミネラルウォータ	1,960	2,411	2,776	3,297	3,601	3,861
トマト	651	648	521	560	637	556
野菜	228	925	1,067	1,240	1,187	1,065
スポーツ	7,229	6,774	6,291	7,477	7,884	7,890
乳性飲料	2,331	4,018	2,805	2,759	2,413	2,662
乳性飲料（希釈）	2,089	1,928	1,827	1,879	1,139	1,049
茶系	13,545	16,714	17,391	22,223	24,210	27,403
その他	1,067	1,045	570	1,200	1,115	1,987
牛乳・乳飲料	54,123	54,989	54,402	57,895	56,373	57,823
合　計	146,114	150,441	147,615	162,418	157,768	162,083

	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年
ソフトドリンク	67,109	66,737	64,383	68,309	62,564	61,498
茶系	13,545	16,714	17,391	22,223	24,210	27,403

（「食品業界ビジネスガイド1997食品年鑑－資料・統計編」[2]より）

（２）予想される生徒の活動

次のような生徒の活動が予想できる。

①等差数列と見る

例１　94年と95年の差を公差とする。

ソフトドリンクの公差は－1066。よって、1995年からｎ年後の消費量a_nは、

$a_n=61498-1066(n-1)$

茶系飲料の公差3193。よって、1995年からｎ年後の消費量b_nは、

$b_n=27403+3193(n-1)$

$a_n<b_n$になるのは、$n>8.0054\cdots$なので、およそ2002年。

例２　90年から91年、91年から92年、・・・、それぞれの差を求め、その平均を公差とする。

ソフトドリンクの公差は－1122。よって、1995年からｎ年後の消費量a_nは、

$a_n=61498-1122(n-1)$

茶系飲料の公差は2772。よって、1995年からｎ年後の消費量b_nは、

$b_n=27403+2772(n-1)$

$a_n<b_n$になるのは、$n>8.7557\cdots$なので、およそ2003年。

例１、例２とも、初項を1990年の値とする場合も考えられる。

②等比数列と見る

例３　94年と95年の比を公比とする。

ソフトドリンクの公比は0.983。よって、1995年からｎ年後の消費量a_nは、

$a_n=61498\times0.983^{n-1}$

茶系飲料の公比は1.132。よって、1995年からｎ年後の消費量b_nは、

$b_n=27403\times1.132^{n-1}$

$a_n<b_n$を解いて、$n>6.727\cdots$[3]なので、およそ2001年。

例４　90年と91年、91年と92年、・・・、それぞれの比を求め、その平均を公比とする。

ソフトドリンクの公比は0.984。よって、1995年からｎ年後の消費量a_nは、

$a_n = 61498 \times 0.984^{n-1}$

茶系飲料の公比は1.155。よって、1995年からｎ年後の消費量b_nは、

$b_n = 27403 \times 1.155^{n-1}$

$a_n < b_n$を解いて、$n > 6.044\cdots$なので、およそ2000年。

例３、例４とも、初項を1990年の値とする場合も考えられる。

③その他

・各年のソフトドリンクと茶系飲料の差を求め、それを等差数列や等比数列として捉える。

例５　各年の差の増減の平均を公差とする。

	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年
ソフトドリンク	67,109	66,737	64,383	68,309	62,564	61,498
茶系飲料	13,545	16,714	17,391	22,223	24,210	27,403
差	53564	50023	46992	46086	38354	34095

各年の差の増減の平均は-3900、初項を1990年の値とすると、

$a_n = 53564 - 3900(n-1)$

$a_n = 0$になるのは、$n = 14.73\cdots$なので、およそ2003年。

・各年間の差や比を、等差数列や等比数列として捉える。

下の表のようになるので、これを等差数列や等比数列と見るのは、やや無理がある。

	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年
ソフトドリンク	67,109	66,737	64,383	68,309	62,564	61,498
差		-372	-2354	3926	-5745	-1066
比		0.994	0.965	1.061	0.916	0.983
茶系飲料	13,545	16,714	17,391	22,223	24,210	27,403
差		3169	677	4832	1987	3193
比		1.234	1.041	1.278	1.089	1.132

3　授業の実際と生徒の主な活動

【授業対象】公立高校全日制課程１年生（42名）

【授業時期】数学Ａ「数列」で、等差数列、等比数列およびその和の学習後。そこでは、等差、等比数列の変化の様子を表す離散的なグラフを取り上げた。一方、現実的な事象に関する問題を扱うのは始めてである。

【授業のねらい】現実的な事象である飲料水の消費量の変化を、近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出す。また、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べる。

【第１時】

（１）導入

Ｔ：プリントにある英語の部分を見て下さい（図1[4]）。それは、USA Todayというアメリカの新聞記事です。アメリカ、ドイツ、フランス、イタリアの、ソフトドリンクとミネラルウォーターの１人当たりの年間消費量に関する記事です。ボトルの図の左の黒い方がソフトドリンク、右がミネラルウォーターで、中の数字が、１人当たりの年間消費量を示しています。ガロンという単位なので、ちょっとわかりにくいですが、･･･、どのようなことに気がつく？

S_1：アメリカだけ、異常にソフトドリンクが多い！

S_2：フランスとイタリアは、ミネラルウォーターの方が多い。

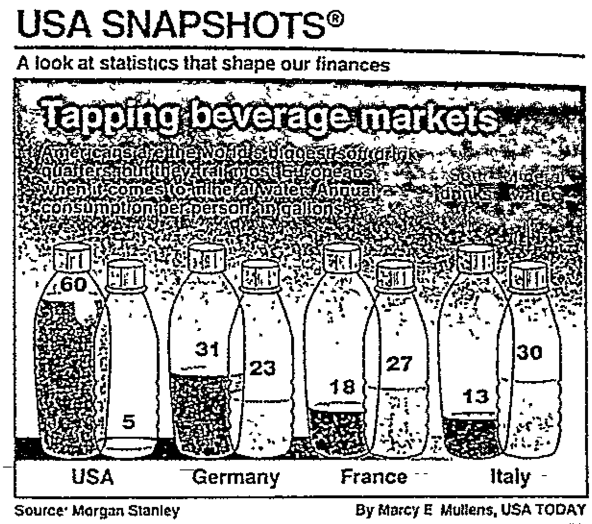
S_3：アメリカ人って、水は飲まないの？

Ｔ：ミネラルウォーターというのは、店で売っている水のことです。日本にもあるよね、「六甲のおいしい水」とか「南アルプスの天然水」とか。

S_4：ヨーロッパの水道の水って、まずくて飲めないって聞いたことがある。

Ｔ：さて、みんなは、１年間に、どれくらいの炭酸飲料や茶系飲料、緑茶とかウーロン茶のことね、そういったものを飲んでいると思いますか。今から項目を挙げるので、自分が１年間にどれくらい飲んでいるか、およその値を求めてみて下さい。

図1



２名を指名し、板書させた。（図2）

図2

	Ｙ君	Ｓさん
炭酸飲料	1,000	9,000
果実飲料	10,000	4,300
コーヒー	73,000	0
豆乳	0	0
ミネラルウォータ	0	0
トマト	0	0
野菜	100	0
スポーツ	0	80,000
乳性飲料	500	1,200
乳性飲料（希釈）	4,000	2,000
茶系	182,500	100,000
その他		
牛乳・乳飲料	40,000	6,000

Ｔ：90年～95年の日本人の消費量の平均を調べた、詳しい資料があるので配ります。

Ｔ：さて、ここで、みなさんに、このような飲料メーカーの社員になってもらいます。どの飲料の生産に力を入れますか。

S_5：茶系飲料。どんどん増える。

S_6：種類も増えてるし、･･･。

Ｔ：みんな、茶系飲料が増えていくという考えのようだね。だとすると、日本では、ソフトドリンク、･･･ソフトドリンクというのは、主に甘い飲み物のことなので、ここでいうと炭酸飲料，果実飲料，コーヒー，乳性飲料，希釈乳性飲料なんだけど･･･、95年には、まだ、ソフトドリンクの方が茶系より、全然多いよね。これ、いつか逆転するかな？逆転するとすれば、それは何年頃になるか、予想して下さい。

（２）解決活動

主な生徒のワークシートの一部を示す。

例１　増減の平均から（11名）

各年毎の増減の平均を求め、その値で変化を続けるとして、予測した。もっとも多かった考え方である。なお、ソフトドリンクの消費量は変化しないと仮定した生徒もいた（３名）。

ソフトドリンクと茶系の6年間の変化を平均する。

ソフトドリンク>

66737－67109＝－372　　64383－66737＝－2354

68309－64383＝3926　　62564－68309＝－5745

61498－62564＝－1066

$\{(-372)+(-2354)+3926+(-5745)+(-1066)\}\div 5=-1122.2$

平均 －1122.2

茶系>

16714－13545＝3169　　17391－16714＝677

22223－17391＝4832　　24210－22223＝1987

27403－24210＝3193

$(3169+677+4832+1987+3193)\div 5=2771.6$　平均 2771.6

ソフトドリンクは1年後ごとに1122.2消費量が減る。
茶系は　〃　2771.6　〃　増える。
従って

	ソフトドリンク	茶系
5年後	55887	41261
10年後	50276	55119
15年後	44665	68977

となる。

10年後には茶系がソフトドリンクの消費量をぬいているので5年後から1年ごとにみていくと……

	ソフトドリンク	茶系
6年後	54764.8	44032.6
7年後	53642.6	46804.2
8年後	52520.4	49575.8
9年後	51398.2	52347.4

1995年から9年後、2004年に茶系の消費量がソフトドリンクの消費量を上回ると思う。

例2　等差数列として見る（2名）

各年毎の増減の平均を求め、それを公差する等差数列として考えた。

㋞　1990年から5年間で5611減っている。これを5年で割ると1年あたりどれだけ減っているか、平均がでる。

$(61498-67109)\div 5=1122.2$

㋠　一方、茶系は5年間で13858増えている。1年あたり2771.6増えていることがわかる。

$(27403-13545)\div 5=2771.6$

これは1年ずつ増えていく量なので等差数列で表すことができる。

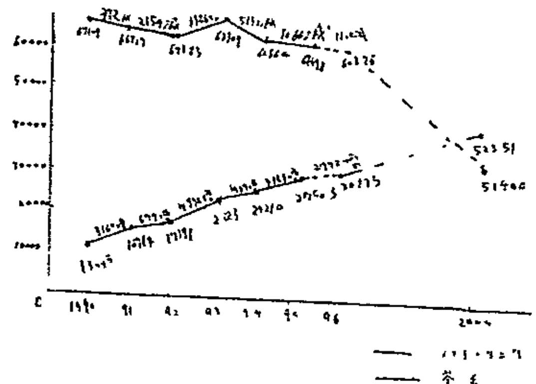
$a_n=a+d(n+1)$ → 公差 ㋞ 1122.2　㋠ 2771.6
　　　　　　　　　初項 ㋞ 67109　㋠ 13545

㋞　$a_n=67109-1122.2(n+1)$
　　$=-1122.2n+65986.8$

㋠　$a_n=13545+2771.6(n+1)$
　　$=2771.6n+16316.6$　　になる。

例3　折れ線グラフの傾きとして（1名）

データを折れ線グラフに表し、折れ線の傾きの平均をもとに予測した。（折れ線グラフに表した生徒は他に9名いた。）



これより1年間にソフトドリンクは約1122減り
茶系は約2772増えるとする

$61498-1122x\leqq 27403+2772x$
$-1122x-2772x\leqq 27403-61498$
$-3894x\leqq -34095$
$x\geqq 8.75$

よって

9年後（2004年）

$\dfrac{[illegible]}{5}=1122.2$

$\dfrac{[illegible]}{5}=2771.6$

例４　ソフトドリンクと茶系飲料の差を調べる（３名）

各年のソフトドリンクと茶系飲料の差を求めた。そして、その増減の平均をもとに予測した。各年の差を数列として捉えている生徒もいた（4-2）。

4-1

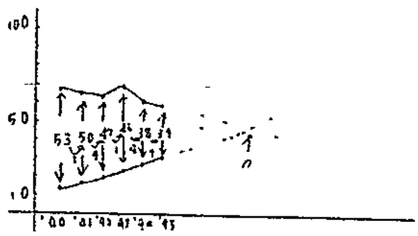
まず、ソフトドリンクのグラフと、茶系のグラフの数字で、千3ケタを省略します。

よって

	1990	1991	1992	1993	1994	1995
ソフト	67	66	64	68	62	61
茶系	13	16	17	22	24	27
①-②	53	50	47	46	38	34

でした。

これをグラフに書くと、次のようになります。



53－50＝3　47－46＝1　38－34＝4

50－47＝3　46－38＝8

ソフトドリンクと茶系のそれぞれの差の平均は

(3＋4＋1＋8＋4)÷5＝4

だから

34÷4＝8.5　⇒　8.5≒9

なので、

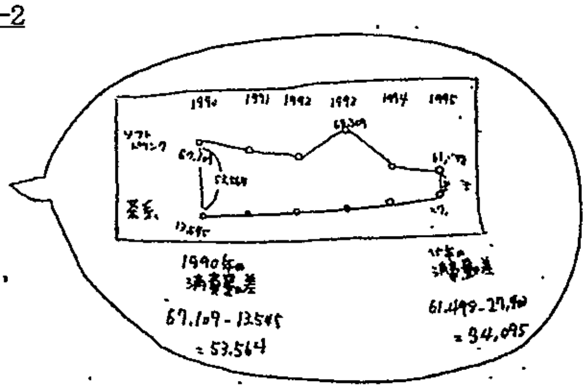
1995＋9＝2004

or

1995＋10＝2005

A　2004 or 2005年

4-2



$a_n = a_1 + (n-1)d$

$34 = 54 + (5-1)d$

$-20 = 4d$

$-5 = d$ ← 年に5づつ減っている

$a_n = 54 + (n-1)5$

$0 > 54 + (n-1)5$

$-59 > -5n$

$\frac{59}{5} < n$

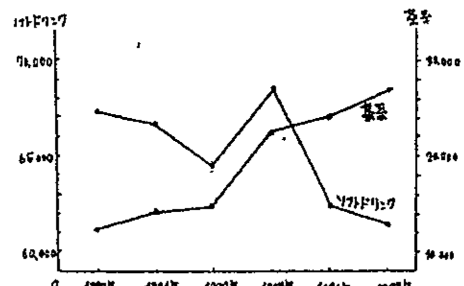
A 7年後に茶系がソフトドリンクを上回る。

また、データのよみとりやそれに基づいた仮定のおき方で特徴的だったものを挙げる。

例５　データのよみとり

5-1　３年毎にまとめる（１名）

各年毎の増減には凸凹がある。それを少なくするために、90～92年、93～96年の平均を求め、その増減をもとに、３年毎の消費量を予測した。



グラフを見ると

茶系が1992年～1993年で急激にのびている。

茶系は1990年～1995年でずっと伸び続けている。

ソフトドリンクは1990年～1992年まで、下がり気味で1992年～1993年で上がり、また1993年～1995年で下がっている。

ソフトドリンクの1990年～1992年の平均

(67109＋66737＋64383)×$\frac{1}{3}$≒66076

ソフトドリンクの1993年～1995年の平均

(68309＋62564＋61498)×$\frac{1}{3}$≒64124

茶系の1990年～1992年の平均

(13545＋16714＋17391)×$\frac{1}{3}$≒15883

茶系の1993年～1995年の平均

(22223＋24210＋27403)×$\frac{1}{3}$＝24612

2年おきにソフトドリンクは同じ数ずつ減り、茶系は2年おきに同じ数ずつ増えるとする。

ソフトドリンク：66076－64124＝1952

90～92	93～95	96～98	99～01	02～04	05～07
66196	64124	62172	60220	58768	56316

茶系：24612－15883＝8729

90～92	93～95	96～98	99～01	02～04	05～07
15883	24612	33341	42070	50799	59528

A. だいだい2005年～2007年の間ぐらいに上回る

5-2　増加の大きい年と小さい年にわける（１名）

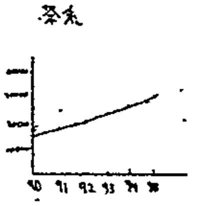
年毎の茶系飲料の増加が大きい年と小さい年にわけて、それぞれの平均を求めた。そして、増加が大きい年と小さい年が隔年にあると仮定して、予測した。

1990年から1991年には 3169と大きく増えている・
1992年から1993年も同様に大きく増えているが
1991年から1992年には677とあまり増えていない
1993年から1994年も同様にあまり増えていない
つまり2年ごとに大きく増える年がくるとする。
1990年のソフトドリンクと茶系の消費量の差は53564
1995年には34095になっている
またソフトドリンクは年々減っているが茶系は
急増している。

また茶系は大きく増えている年とあまり増えていない年を分けて考える。
95年から96年はあまり増えないことを予想してあまり増えてない年の平均をだす。
(677+1987)÷2=1332
次に大きく増えている年の平均を出す。
(3169+4832+3193)÷2=3731
この結果96年には消費量の差は31828と予測され次の年には27162
こう考えてゆくと 2005年には茶系の消費量がソフトドリンクの消費量を上まわると思います。

5-3　1993年を除く（１名）

ソフトドリンクの消費量が93年のみ増加しているため、例外として除いた。



1年で約346.5mlづつ
上がっている

1年で約 -5611 mlづ
下がっている

※'93年 は 13品目中
12品目が一時的に上昇してい
ので 93年は無視

【第２時】

（３）話し合いと検証

①増減の平均・等差数列の公差・グラフの傾きの関係を考える

例１～例５を印刷したプリントを配布した後、例１～例３の３名に簡単に説明をさせた。

Ｔ：例１～例３の考え方に共通する点は何でしょう？
S_7：平均を求めている。
Ｔ：そうですね。もっと詳しくみると、…？
S_8：Ｓさん（例１）が求めた変化の平均を、Ｈさん（例２）は公差として使っている。
Ｔ：Ｋ君（例３）のグラフでは、その数字は何に当たるのかな？
S_9：傾きの平均だ。

---

②変化の仕方を、別の観点から調べる

例４の３名に簡単に説明させた。さらに、各年毎の「比」（○倍になる）という捉え方をした生徒がいなかったので、教師が、その考え方を示した。そして、実際に、何年後に逆転するかを求めさせた。

ほとんどの生徒が、各年毎の「比」の平均値を求め、その値を順にかけて年毎の消費量を計算し、逆転する年を求めた。

Ｔ：予想ができたようですね。ところで、この、何倍になっているという考え方を、例１～例３のように、数列とかグラフという観点でみることはできないかな。
S_{10}：等比？
Ｔ：そう。じゃあ、グラフはどうなるのかな？
S_{11}：茶系の方は、増え方がどんどん大きくなる。

また、連続関数（１次関数・指数関数）との相違について、簡単に触れた。

③予想の妥当性について考える

T：表から、どのような変化をしているかをよみとる、そのよみとり方によって、予想が違ってきますね。それぞれのよみとり方に基づいて出した予想なので、どれが正しくて、どれが間違いということはありません。ただ、どれがもっとも妥当なのかを考えることはできます。今、見てきたのとは違ったよみとり方をしてくれた人もいます。例5を見て下さい。

例5について、各々に簡単に説明をさせた。

S_{12}：T君（例5-3）の言うように、1993年を除くと、等比数列のグラフに似てくる。
S_{13}：1993年って、きっと暑かったんじゃない？合計も多いし、・・・。
T：そう言えば、猛暑の年があったね。特別な気候の影響を少なくするという意味では、Mさん（例5-1）の3年毎に見るというのも、すごくいい考え方ですね。
T：現実の様々な要素を考慮して、いろいろな工夫をすることで、より正確な予想ができそうですね。茶系飲料は、この間、誰かが言っていたけど、次々と新しい種類が出ていますね。そういうことも考慮して考えると、今回の中では、どの考え方がよかったのかな？
　予想通りになるかは、その年までのお楽しみです。ときどき、消費量を調べて、仮定を修正してみたりして下さい。

4．評価問題とその結果

授業のほぼ1ヶ月後に、この授業でねらいとしていた「現実的な事象である飲料水の消費量の変化を、近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出す」こと、また、「等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べる」ことが、どの程度できるようになったかを調べるために、次の問題を与えた。

スイミングプールの管理者の初歩的な仕事の一つは、プールの塩素を適切な濃度に保つことです。その濃度は1～2 ppm(parts per million)の間にある必要があります。もし、3 ppmになってしまうと、泳いでいる人の目が痛くなってしまいます。もし、1 ppmを切ってしまうと濁ってしまい、泳ぐ気がしなくなってしまいます。もし、0.5ppmを切ってしまうと、藻ができはじめてしまうでしょう。
ある学校のプールで、塩素を加えた直後から、1時間毎の塩素の濃度を測定したところ、下の表のようになっていました。

時刻	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00
濃度	2.50	2.31	2.13	1.97	1.80	1.67	1.55	1.43

a. このまま塩素を加えることがなければ、水が濁り出すのは何時頃でしょうか。
b. 毎朝8時に、0.5ppmの塩素を加えると、長期間のうちに、塩素の濃度は、どうなるでしょうか。また、.毎朝8時に0.1 ppmの塩素を加えると、長期間のうちに、塩素の濃度は、どうなるでしょうか。

濃度を等差数列と捉えた生徒は13名で、その大半が、理由（根拠）として「グラフに表すとほぼ直線」を挙げた。一方、等比数列と捉えた生徒は17名で、その多くは、理由として「時間毎の濃度の比は（差より）一定に近い」を挙げた。飲料水の消費量の問題よりはデータの傾向を捉えやすかった面はあるが、多くの生徒が、現実的な事象を近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出すことができた。また、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べることができた。

一方、問題場面の変化の様子を先に「夜は、人が入らないし、水温も高くないので、濃度はあまり変化しなくなるはず」というように仮定し、そのことから、等比数列の方がよいと判断した生徒は2名しかい

なかった。問題場面に依存する面はあるが、先に現実的な事象の変化の様子を仮定し、それと等差数列や等比数列の変化の特徴を関連づけることは、依然できていない。

5．考察

（1）現実的な事象を、近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出すことについて

飲料水の消費量の問題では、データを等差数列として捉え処理した生徒は２名のみで、等比数列として捉えた生徒は１名もいなかった。この授業以前には、差や比が一定な「きれいな」数列しか扱っていなかったことから考えると、数列の学習の中で、近似的に「等差数列」「等比数列」とみる見方を、別に指導する必要があると言える。

一方、４に述べた評価問題の結果から、「飲料水の消費量の予測」の問題を通して、そのような見方ができるようになったことがわかる。

（2）等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べることについて

授業の目標のひとつに、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べることがあった。例えば、「折れ線グラフに表すとほぼ一直線上なるので、等差数列と見る」「茶系飲料の種類は年々増えているので、消費量の増え方も年々大きくなるはずなので、等比数列と見る方がよい」といった判断をすることである。

授業では、多くの生徒は、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけて考えることができていなかった。例えば、もっとも多かった、各年の増減の平均を求め、その割合で変化を続けるという考えは、近似的に等差数列と見て、公差を求める活動に当たる。「毎年、同じ量ずつ増える（減る）」という仮定と、等差数列の特徴とが関連づけられれば、少なくとも、予測をする際には等差数列の一般項の考えを用いた処理ができたはずである。また、等比数列として捉えた生徒が１人もいなかったことは、消費量の変化の様子と等比数列の変化の特徴を関連づけることができていないと見ることができる。なぜなら、導入の段階で「（茶系飲料の消費量が）どんどん増える」「種類も増えている」といった声が挙がっていたことから、「茶系飲料の消費量の増え方は年々大きくなる」と仮定することは困難ではなかったはずであり、そのことと等比数列の変化の特徴を関連づけることができれば、近似的に等比数列と捉えることができたと考えるからである。さらに、折れ線グラフに表した生徒は多かったが、それと等差数列、等比数列の変化の様子を関連させることもほとんどの生徒ができなかった。

しかし、評価問題の結果からは、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、公差、公比に当たる値が一定に近いことや、折れ線グラフの様子から、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べることができるようになったことがわかる。一方、先に現実的な事象の変化の様子を仮定し、それと等差数列や等比数列の変化の特徴を関連づけることはできていない。これをできるようにするには、等差数列や等比数列の特徴を、現実的な事象に関連づけて考える場面を増やす必要があると考える。

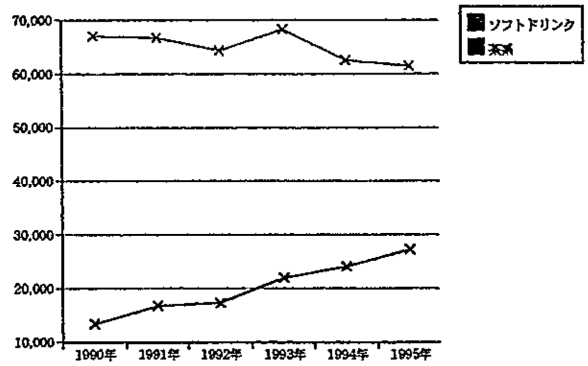
なお、「飲料水の消費量の予測」の問題で、「等比数列として見る」「毎年○倍になる」という見方ができなかったことには、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけることができなかった他に２つの原因が考えられる。１つは、今回のデータでは、変化の割合が一定と見れば十分で、他の見方をする必要性が感じられないためである。この点はデータの与え方を工夫することにより改善できる。もう１つの原因として、「毎年○倍になる」という発想自体ができないということが考えられる。この点については、等比数列の学習の中で現実の事象を取り上げることにより改善できる。

（3）公差や公比の見出し方－現実のデータのよみとりに関連して

現実のデータを数学的に処理する際には、概数で捉えることが大切な場合が多い。概数で処理した生徒は３名しかいなく、他の生徒はそのままの値を用いていた。近似的な見方とも関係しており、このような

指導を充実させる必要があろう。

また、93年だけ、ソフトドリンクの消費量が前年より増加している。これを例外として除いた生徒（例5-3）や、各年毎の増減には凸凹の影響を少なくするために３年毎の平均の増減で考えた生徒（例5-1）がいた。ともに統計処理を行う上で、有効な考え方である。特に、後者は、90～92年と93～96年の平均値を用いたが、90～92年、91～93年、92～94年、・・・の平均を求め、それぞれを91年、92年、93年、・・・の値と考えれば、「移動平均」の考えになる。



さらに、茶系飲料の増加が大きい年と小さい年が隔年にあると仮定した生徒（例5-2）がいた。データの傾向の捉え方として興味深い。その生徒なりの、仮定に対する現実場面での理由づけができていると、より良かったと言える。このような考え方を取り上げ、統計の学習を展開することも可能である。

6　まとめと今後の課題

これまで「数列」で扱われる現実的な題材は、複利法に代表されるように、公差や公比がはじめから定められていることが多かった。現実場面の問題を多く取り入れたアメリカの教科書でも、公差や公比に当たる値は、はじめから明示されている。

それに対し、本研究では、現実のデータを近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出す活動に焦点をあて、「飲料水の消費量の予測」を題材に授業を行った。その結果、近似的に等差数列や等比数列として捉えることができるようになった。また、数列の学習の中で、近似的に「等差数列」「等比数列」とみる見方を、別に指導する必要があることがわかった。

また、授業及び評価問題の結果から、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象の公差、公比に当たる値や折れ線グラフの様子を、それぞれの数列の変化の特徴と関連づけ、述べることができるようになったと言える。一方、先に現実的な事象の変化の様子を仮定し、それと等差数列や等比数列の変化の特徴を関連づけることができるためには、等差数列や等比数列の特徴を、現実的な事象に関連づけて考える場面を増やす必要があると思われることがわかった。

さらに、飲料水の消費量のデータのよみとりに関する生徒の反応から、この問題をもとに、統計の学習が展開できる可能性があることがわかった。新設される「数学基礎」を念頭に置き、これを具体化することを今後の課題とする。また、近似的に数列として捉えることは、漸化式を立てる際にも必要となる。解くことに力点のある現在の漸化式の指導を、同様の視点で見直すことを今後の課題とする。

注

1)文部省.「高等学校学習指導要領」.1998.pp.62-63.

2)日本食糧新聞社.「食品業界ビジネスガイド1997食品年鑑－資料・統計編」.日本食糧新聞社.1998.pp.372-373

3)指数を含む不等式を解くには対数が既習である必要がある。ここでは、

$61498/27403<(1.132/0.983)^{n-1}$　すなわち、$2.24424\cdots<1.15157\cdots^{n-1}$

のように変形し、電卓により求めることを考える。

4)Ron Lancaster. “Media Clips” .Mathematics Teacher.Vol88No4.NCTM.1995.pp.298-301

参考文献

The North Carolina School of Science and Mathematics. "Contemporary Precalculus through applications - Second Edition" .Everyday Learnig Corporation.1999.

懐中電灯の反射鏡を設計しよう

西 村　圭 一
東京都立武蔵丘高等学校

要　約

高等学校・数学C「2次曲線」における現実場面の問題として、懐中電灯の反射鏡を設計するという課題を取り上げた。そして、反射鏡を「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉え、適切な位置に座標軸を設定し、放物線の方程式を求める活動や、自分の設計を実際の反射鏡と比較する検証活動を取り入れた授業案を示した。また、発展的な扱いや、この授業に対する評価のための問題を示した。

キーワード：懐中電灯、反射鏡、現実場面の問題、2次曲線、放物線、検証

1．はじめに

高校生に、数学と生活や社会とが関係していることを感得させ、数学を学ぶ意義や数学の有用性を感得させるためには、現実場面の問題に数学を活用し、解決していく活動を重視する必要があると考えている。しかし、我が国の算数・数学科の教科書や数学啓蒙書・数学教育書等に挙げられている問題場面を調査した結果によれば、高等学校では現実場面の問題はあまり扱われていなく、また、扱われていても、生徒にとっては学習した知識の適用以上の意味を感じられない問題が多い[1]。

数学C「2次曲線」においては、現実場面への応用として、放物線の光学的性質（焦点Fから出る光が放物線で反射すれば、すべて軸に平行な光となる。逆に軸方向から来る平行光線は、焦点Fに集まる。）が取り上げられることは多いが、「パラボラアンテナは、放物線の性質を利用している」という紹介程度だったり、「放物線 $y^2=15x$ によって作られる面でできたパラボラアンテナの焦点の位置を求めなさい」というような既に数学化された問題の場合が多い。それでは、生徒に、学習した事柄を活用して、現実場面の問題を解決したという意識は生じない。

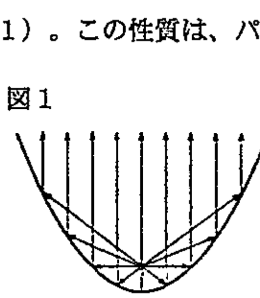
そこで、懐中電灯の反射鏡を設計するという課題を取り上げる。この課題では、反射鏡が「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉えることや、適切な位置に座標軸を設定し、放物線の方程式を求めること、自分の設計を実際の反射鏡と比較し、検証を行うことなどが求められる。単に学習した知識を適用するだけではない、より現実的な問題と言えよう。本稿では、この課題「懐中電灯の反射鏡を設計しよう」と、これを用いた授業案について提案する。

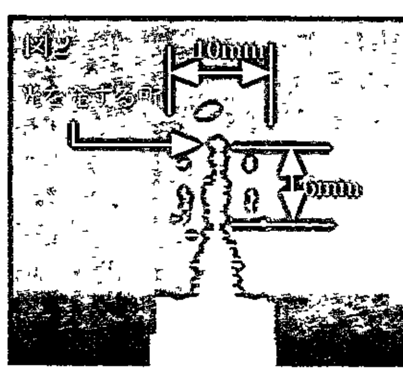
2．問題の概要

放物線には、「焦点Fから出る光が放物線で反射すれば、すべて軸に平行な光となる。逆に軸方向から来る平行光線は、焦点Fに集まる。」という性質があります（図1）。この性質は、パラボラアンテナやライトの反射鏡に利用されています。

図2のような電球を利用して懐中電灯を作ることにします。適切な反射鏡はどのようなものでしょうか。実際に、設計してみましょう。

図1

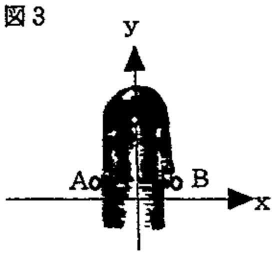




反射鏡の設計図を、平面図、立面図、側面図を用いて描くことが望ましいが、この問題では、放物線

の方程式を求め、そのグラフをかき、「この放物線を軸を中心に回転させる」ことを書けば、設計ができたとみなすことにする。

図3



まず、懐中電灯の反射鏡を「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉えた上で、その放物線の方程式を求めるために座標軸を設定する。その際に、図3の点Cを焦点とする放物線が、点A，Bを通るように、x軸の位置を決めなければならない。例えば、次のようにする。

焦点を(0,p)とおくと、$x^2=4py$。

これが、点B(0.5,p−0.6)を通ればよいので、$0.5^2=4p(p-0.6)$。これを解いて、$p≒0.7$。

このとき、放物線の方程式は、$x^2=2.8y$、すなわち、$y=x^2/2.8$。

さらに、実際に設計した反射鏡が適切なものかどうかについて、検証する。問題で使う電球の大きさを、手元にある懐中電灯のものにしておけば、実際の反射鏡と比較することができる。一致したとすれば、数学の有用性を実感できよう。一致しなければ、自分の考察に誤りがあるのか、どこを修正すればよいか、あるいは実物の反射鏡が適切でないのかと、さらに考察を続けることになる。

３．授業の流れ（案）

数学Ｃ「２次曲線」で、放物線、楕円、双曲線について学習した後に扱うことを想定した、授業案（1時間扱い）の概要を示す。（以下の「Ｓ：」は、予想される生徒の発言である。）

（１）導入

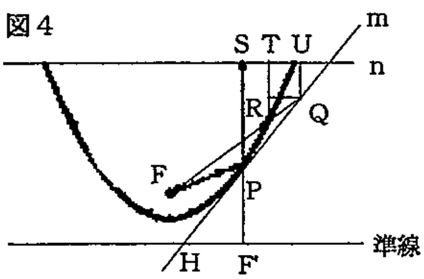
Ｔ：焦点Ｆから出る光が放物線で反射すれば、すべて軸に平行な光となります。逆に軸方向から来る平行光線は、焦点Ｆに集まります。なぜ、そのようなことが起こるのでしょうか。

Ｓ：なぜって言われても、･･･そういう光の性質なんでしょ。

Ｔ：数学的に証明することができます。いっしょに考えていきましょう。

以下、証明の概略を示す。

図4



①直線ｍは、放物線上の任意の点Ｐにおける接線とする。このとき、焦点Ｆから接線ｍ上の点Ｑを通って、直線ｎに至る最短路を考える。図４において、FQ+QU>FR+RT。また、FR+RT=FP+PSなので、その最短路は、ＱがＰにあるときである。

②よって、Ｆのｍに関する対称な点Ｆ'をとれば、Ｆ'Ｓとｍの交点がＰである。

③このとき、∠FPH=∠F'PH=∠SPQが成り立つ。したがって、焦点Ｆから出る光が放物線で反射すれば、すべて軸に平行な（準線に垂直な）光となる。

Ｔ：この性質は、どのようなものに利用できると思いますか。

Ｓ：パラボラアンテナやライトの反射鏡に利用されているということを聞いたことがあります。

Ｔ：どうして、そのようなものに利用されるのですか？

Ｓ：アンテナでは、電波を１点で多く集められます。

Ｓ：ライトでは、一定の方向に強い光を送ることができます。

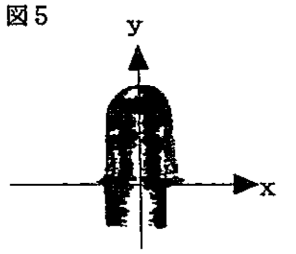
Ｔ：そうですね。ここに、このような電球があります。この電球を利用して懐中電灯を作ることにします。適切な反射鏡は、どのようなものでしょうか。実際に、設計してみよう。

（2）解決活動

懐中電灯の反射鏡を「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉え、その放物線の方程式を求める。

例1　図5のように座標軸を設定し、焦点の位置を(0,0.6)と考えれば、$p=0.6$なので、$x^2=2.4y$となる。よって、$y=x^2/2.4$。

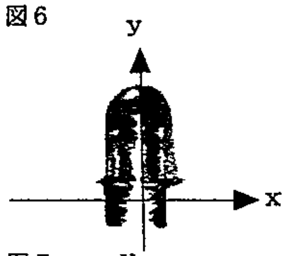
図5



例2　例1では、反射鏡と電球が、電球のガラス面上で交わってしまう。そこで、図6のように、x軸を電球のガラス面より下に取る。

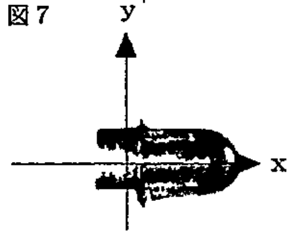
焦点の位置を(0,0.8)と考えれば、$p=0.8$なので、$x^2=3.2y$となる。よって、$y=x^2/3.2$。

図6



例3　例2では、$y=0.2$のとき、$x≒0.7$なので、電球と反射鏡の間に隙間ができてしまう。そこで、隙間ができないようにするためのx軸の位置を求める。焦点を$(0,p)$とおくと、$x^2=4py$。$y=p-0.6$のとき、$x=0.5$ならばよいので、$0.5^2=4p(p-0.6)$。これを解くと、$p≒0.7$。よって、$x^2=2.8y$、すなわち、$y=x^2/2.8$。

図7



例4　図7のように電球を横向きにして考える。焦点の位置を(0.7,0)と考えれば、$p=0.7$なので、$y^2=2.8x$となる。

例1や例2のように考えた生徒は、次の検証活動を通して、例3のような考え方に修正することになる。

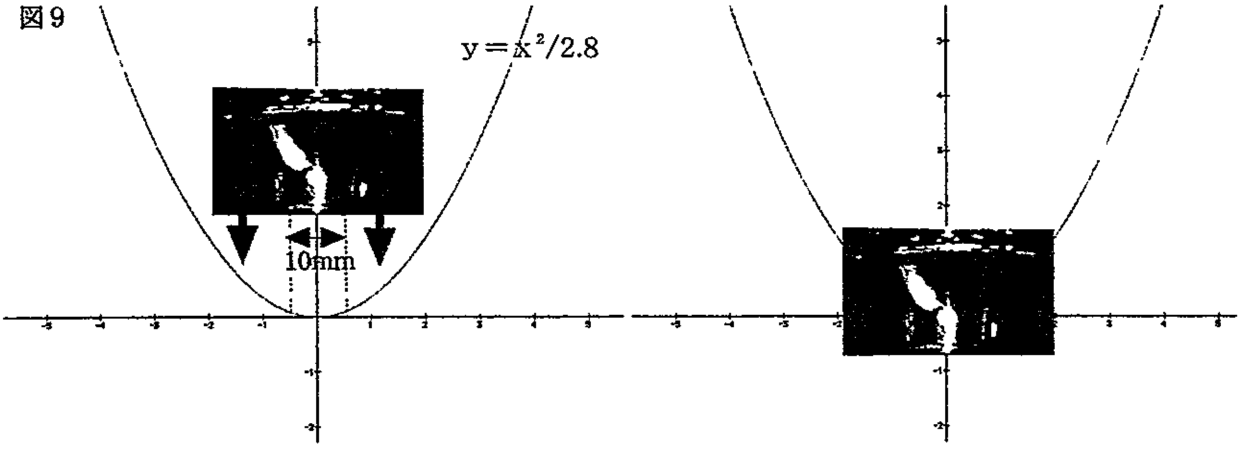
（3）検証

手元にある懐中電灯の電球を使っているので、実物の反射鏡がある。それと各自で設計したものを、次のような方法で比較することにより、検証をする。厚紙に、実寸の座標平面を作り、求めた放物線のグラフを丁寧にかく。放物線にそって切り取り、実際の反射鏡の中に入れる。

図8　反射鏡の実物

また、デジタルカメラとグラフツールを利用すれば、下のような検証の方法も考えられる。この問題で用いた懐中電灯の反射鏡は、図8のものである。図9に示すように、実寸の$y=x^2/2.8$のグラフと見事に一致することがわかる。

図9



（4）発展的な扱いとして

家庭用のBSアンテナについて取り上げる。実際のBSアンテナは、図10のように、放物面の一部分を使っているものが多い。これは、放物面全体を使ったとしても、図11のように、下からの電波は自らの影になり、効率が悪いからである。

T：ここに、我が家のBSアンテナを持ってきました（図10の左側のアンテナと同じ形）。これも放物面を利用していますね。焦点は、どのあたりですか。

S：その皿の中央。

S：でも、電波を受け取るマイクのようなところ（コンバータ）が、焦点でないと、意味がない。

T：焦点は、どこなのかな。

コンバータの位置が焦点だとした場合の放物線を求め、実際のアンテナの放物面と比較し、放物面の一部分を使っていることを見出させる。また、そのようになっている理由も考えさせる。

図10

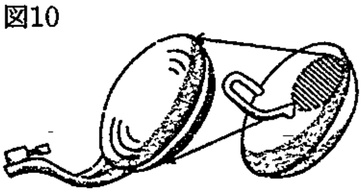


図11

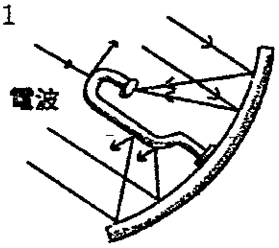
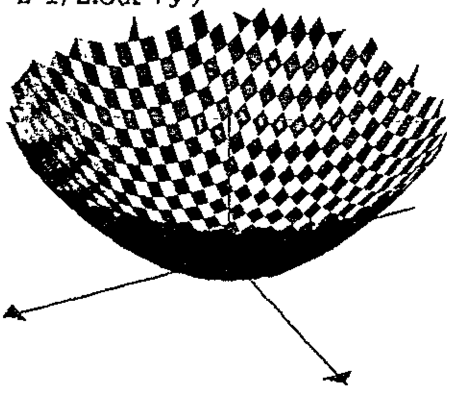


図12　$z=1/2.8(x^2+y^2)$



さらに、放物面を方程式で表すことができることを知らせ、コンピュータで、そのグラフ（図12）を見せることにより、数学そのものの発展性を体験させることも考えられる。

4．評価

次の問題を与え、評価を行う。

楕円には、「焦点Fから出る光が楕円周で反射すれば、すべてもう一つの焦点F'に集まる」という性質があります（図13）。

体外衝撃波結石破砕装置という医療機器は、この性質を応用しています。この機器は、腎臓にできた結石を、体外から超高周波の衝撃波を当てることによって、砕き、細かくします（図14）。これにより、手術をする必要がなくなります。

この装置は、図15のような楕円の半分を直線 l を軸に回転させた立体（図16）の反射器で囲まれていて、この中で、衝撃波を発生させます。

装置の人体に向ける側の径（長径または短径）が5cmのとき、適切な反射器を設計しなさい。また、そのように設計した理由を述べなさい。

図13

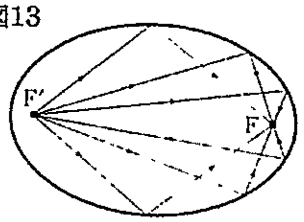


図14

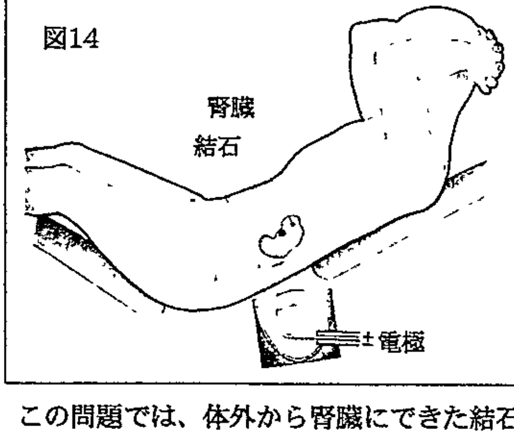


図15

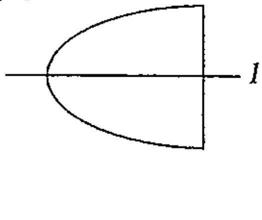
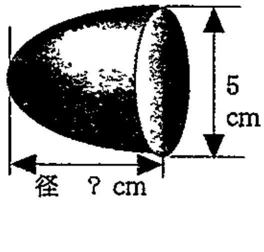


図16



この問題では、体外から腎臓にできた結石を砕く装置であることを考慮し、反射器の深さを自ら設定する必要がある。例えば、「深さがあまりないともう一つの焦点が腎臓に届かない、深すぎると装置と体と

の距離が遠くなり、結石に的中させるのが難しい」といった理由から、深さを決定できることが望ましい。理由を述べさせるのは、このように装置の目的を考慮できたかをみるためである。その上で、焦点の位置や楕円の方程式を求める。

５．まとめ

本稿では、２次曲線で学習した事柄を活用する現実場面の問題として「懐中電灯の反射鏡を設計しよう」を取り上げ、その授業案を示した。この授業のよさは、次の点にあると考える。

・反射鏡が「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉え、座標軸を設定し、放物線の方程式を求める。特に、適切な反射鏡を設計するためには、ｘ軸の位置を計算により求める必要がある。

・自分の設計に対する検証が、現実の反射鏡を用いて、容易にできる。これにより、ｘ軸を適当な位置に取っていた生徒は、電球と反射鏡の間に隙間ができてしまう等の不具合に気づき、考え方を修正する活動に進むことができる。

・１時間で扱える。

授業を行い、生徒の反応を分析することを今後の課題とする。

注

1)長崎栄三.「数学と社会的文脈との関係に関する研究－数学と子どもや社会とのつながり－」国立教育研究所科研費研究成果報告書.1997.pp.12-25.

参考文献

日刊工業新聞社.「雑誌解体新書編集部モノのしくみ／技術のふしぎ編Ｉ」.日刊工業新聞社.1995.pp.66-67.

和田忠太.「メカニズム解体図鑑」.日本実業出版社.1998.pp.48-49.

数学教育と経済活動に関する内容

森　園子
拓殖短期大学

要　約

数学教育と日常の生活及び社会との関連を考える時，経済活動に関する内容を除いて考えることはできない。しかしながら，わが国においては，経済活動に関する教育と数学教育は全く別の教育課程で行われ，相互の関連は持たれていないのが現状である。中等教育における情報教育の拡充が推し進められている現在，情報及び，数理的な見方・考え方を導入した新しい経済活動に関する教育が必要であると思われる。本稿ではまず，わが国における数学教育と経済活動に関する内容との関連を探り，アメリカ合衆国におけるそれと比較する。その上で，経済活動に関する教育における数理的内容の導入に関して述べるものである。

キーワード
経済活動に関する教育　金融　ビジネス　数理的な見方・考え方　情報活用能力の育成

1　はじめに

我々の社会生活は，経済活動をその基盤の１つとしている。数学教育における社会的文脈，もしくは数学教育と日常生活との関連を考えるとき，経済活動に関する内容を除いては考えられないのである。しかしながら，我が国において，数学教育と経済活動に関する教育は，全く別の教育課程で行われているのが現状である。さらに，経済活動に関する教育は，高等学校普通科の教育課程に位置付けられていない。中等教育における普通科の高校に学ぶ生徒の割合が 74 ％を占めるのであるから，かなりの割合の国民が，経済活動についての教育を，余り受けることなく生活を営むことになる。

経済活動に関する内容の教育には，数学教育の観点に立った数理的な見方・考え方の導入を図ることが有効であると思われる。さらに，昨今の経済活動を取り巻く環境の変化として，企業におけるコンピュータ活用の汎用化と，初等・中等教育における情報教育拡充の波がある。今後の数学教育及び経済活動に関する内容の教育においては，これらの動向を把握し，必要かつ有効とされる側面を取り入れる必要がある。本研究においては，数学教育と経済活動に関する教育との関連を探り，経済活動に関する教育における数理的な見方・考え方の導入を考えるものである。

2　わが国における数学教育と，経済活動に関する内容

戦後の数学教育の流れを学習指導要領に見ると，現在に至るまでに指導要領は７回改訂されている。これらの数学教育の変遷で，金融に関する内容が取り入れられたのは，昭和 23

年及び昭和 26 年の学習指導要領（試案）である。ここで，昭和 23 年及び昭和 26 年の学習指導要領について触れる。昭和 23 年学習指導要領と昭和 26 年学習指導要領は，戦後，初めて編纂されたものであり，この作成には，GHQ（連合軍総司令部）の部局の１つである CIE(民間情報教育局）の承認が必要であった。また，昭和 26 年に告示された，「学習指導要領算数・数学科編（試案)」は，昭和 23 年に文部省から出された「指導内容一覧表」を整備し，主旨，指導法，解説をつけ加えたものである。この２つの学習指導要領の特徴は，いわゆる単元学習と呼ばれるもので，単元の設定が非常に独特であったためにこのように呼ばれるものである。その思想は，人間の精神活動は問題解決の過程であり，それによって概念や法則も獲得されるというデューイの説に基づいたもので，日常的な生活経験を足場とし，そこにおける問題解決を通して学習者の能力を高めていこうとする教育方法に立脚したものである。この昭和 26 年指導要領（試案）における中学校の指導内容項目を挙げると，以下のようである。

指導内容　学習指導要領（試案）より

1　数
　十進数（十進数の規約，小数点の位置）
　分数（分数の意味，分数の大きさ，分数の相等）
　正の数，負の数（負の数の意味，符号の役割，四則の理解）
2　四則（四則の意味，四則の間の関係，計算の方法）
3　計量（測定の意味，測定の方法，測定値）注：ヤード・ポンド法含む
4　比および数量関係
　Ⅰ比（同種の量の比の理解，異種の量の比の理解，比の値と二量の大きさの関係の理解）
　比例の理解，その他の比
　Ⅱ数量関係（比較の方法の理解，対応を用いる原則，変量による考察の原理）
5　表およびグラフ（表の理解，数表の理解，グラフの理解（注：資料の数値の図形化），表・グラフの用い方）
6　代数的表現（文字の表す意味，符号についての理解，数量の間の関係を表す方程式の意味）
7　図的表現（表現についての理解，縮図，地図，投影図）
8　簡単な図形（関係の捉え方，図形の分析。平行垂直の理解，合同相似の理解，美しい形，直角三角形）
9　実務（バランスの原理，比例の原理，お金のはたらき，信用，記録と計画，指数）

上述の指導要領においては，金融に関する内容が，「9　実務（お金の働き等)」で触れられ，数学教育のなかに明確に位置付けられていることが分かる。さらに，詳細な内容を，当時の中学校教科書（中京出版　昭和 29 年）に見ると，以下のような内容項目が挙げられている。

中学校数学（中教出版　昭和 29 年）

1 第 1 学年
　第 1 単元　数学の考え方
　第 2 単元　割合とその計算
　第 3 単元　測定の役割
　第 4 単元　商店と買い物
　第 5 単元　物の形と位置
　第 6 単元　この学年のまとめ

以上の内容項目から，経済活動に関する内容が含まれる単元及び章を挙げると，以下の

ようである。

●第２単元　割合とその計算

第３章　利息と割合（利率，年利，月利，割，歩，厘，毛，歩合，日歩）

利息についての計算（元金期間元利合計など）

［研　究］むだをなくそう

お金を生かして使うにはどうしたらよいか。山田君のこづかい帳について調べよう。

昭和 26 年３月の調べでは，郵便局に預けられたお金のうち，やく３割４歩が国債に使われていた。全国の中学生を，約 500 人と見て，ひとりが毎月 20 円ずつ郵便局に貯金すると，それで１年間に国債がいくら買えるか。

●第４単元　商店と買い物

第１章　売値（売買ともうけ）

第２章　買い方（安い時期　季節的な変化）

安く買える場合　割引高　割引率　もうけと損　月賦

［研　究］私達の教育費と家計　どんなものの費用を教育費としたらよいだろう

その割合は

２　第２学年

第１単元　これまでの学習とこれからの学習

第２単元　比例関係

第３単元　計算尺

第４単元　正の数と負の数

第５単元　数と式

第６単元　測量

第７単元　測定と測定値

第８単元　方程式

第９単元　この学年のまとめ

１学年の場合と同様に，金融に関する内容を挙げると以下のようである。

●第１単元

第３章　割合の表し方　指数　都市消費者物価指数

●第２単元

第１章　比例関係　株式，公債，社債，投資，株式，株券，額面配当，配当率，相場時価　利回りなど

第２章　グラフと式　物価の変わるようすはどのようにして調べればよいか

実質賃金指数

●第５単元

第１章　式の考えのまとめ

元金Ａ円を年利率ｒで１年間預けると元利合計はいくらか

第３学年

第１単元　これまでの学習とこれからの学習

第２単元　式とグラフ

第３単元　式の計算

第４単元　税・貯金・保険

第５単元　図形とその書き方

第６単元　測量と数表

第７単元　この学年のまとめ

第４単元　税貯金保険

第１章　税

歳入予算　歳出予算　所得税の申告　課税総所得金額　控除　扶養親族控除　基礎控除

税額の計算　簡易税額票
第2章　貯金と保険
貯金　利息　複利法　単利法　定期預金
生命保険のしくみ　国民生命表　死亡率　生命保険の保険金　保険料　純保険料　付加　保険料　団体生命保険料　火災保険のしくみ　保険金　保険料　保険料率　火災の危険　率

以上の調査から，昭和23年及び，昭和26年の学習指導要領による中学校の数学教育においては，例えば，利息や国債を用いて，割合の概念を教え，物価指数から指数や%表示を，株式や投資から比例関係を，貯蓄と保険から利率の概念，単利及び複利という概念をというように，金融に関する教育の中で，数学教育が行われている。

続いて，高等学校における数学教育について調査をする。戦後の荒廃のなか，日本の明るい将来を築くよう願いがこめられているかのように，冒頭に「苦難を乗り越え明るい社会を築こう」と唱われている「一般数学」(中等教育株式会社　昭和24年）には，以下のような内容項目が挙げられている。

昭和24年　高等学校数学「一般数学」　中等学校教科書株式会社
第1単元　確からしさ
第2単元　経済生活と社会
第3単元　文明の進歩と数学

3つの単元の中の1つに「経済生活と社会」が含まれていることから，経済生活に関する内容の教育が数学教育の中に大きく位置付けられていることが分かる。第2単元　経済生活と社会の内容を，さらに詳しく調べてみると以下のようである。

第2単元　経済生活と社会
第5課　家庭の経済
物価の変動と家計　消費者物価指数　価格統制と適正価格　賃金スライド指数
経営のしめくくり　農家の経営　現金出納帳　現物出納帳　共済
商店の経営　商品仕入れ帳　買掛金元帳　売掛金元帳　現金出納帳
第6課　企業と金融機関
商業取引と金融機関　商業取引と通貨（為替手形　約束手形）銀行割引　真割引
為替　為替相場
企業における計画と資金　当座貸越　手形割引　コール＝ローン　証書貸付
単利と複利　貸付　年賦償還の方法（期末償還）
第7課　予算と決算
校友会の予算と決算　見積書　現金出納帳　決算
国の予算と決算　歳入　一般会計　特別会計
注）第2単元の始めで，第5課となっているのは，第1－4課は，第1単元となっているためである。

これらを見ると，中学校の内容に引き続き，例えば，物価の変動と家計から指数（割合)，相加平均，相乗平均，平方根を，商業取引から連立方程式を，年賦償還の方法から指数と対数を，さらに，資金の蓄積から，単利と複利及び等差数列，等比数列，等差級数，等比級数をと言った具合に数学の内容が盛り込まれていることが分かる。これらに加え，四則演算，関数，回帰直線，回帰曲線といった内容も含まれている。

以上の調査結果から，中等教育における数学教育の内容に，簿記及び会計学におけるか

なりの内容や，金融に関する内容が含まれていることが分かる。

また，これらの計算器具として，そろばんではなく，数表や計算尺が導入されていることも注目される。

遠い地方や外国に品物を売り渡した者が，その買人を支払人とし，自分を受取人とする荷為替手形を振り出して，銀行で割引いてもらうことがある。この荷為替手形には，担保として貨物引換証または船荷証券をつけるから，これを荷為替という。

また，ふつうの送金為替（郵便為替もこの一種）と違って，債権者が債務者に宛てて出すから逆為替ともいう。

問17．次に，利息計算の時に使う言葉と割引の時に使う言葉とを，左右に分けて書いてある。数学の立ち場からみて　同じであると考えられる事項を表わす言葉はどれか。これを直線で結びつけよ。

手形額面（期日支払高）(S')	元　金 (P)
割引高（銀行手数料）(D)	元利合計 (S)
割引率 (d)	利　息 (I)
割引期間 (n)	利　率 (i)
手形現価（手取金）(P')	期　間 (n)

問18．上の問題に示した右側にある量について，また，左側にある量について，それぞれどんな等式が成り立つか。

問17にあげた量の間に，次の等式の成り立つことがわかる。

$$I=Pni \qquad (1)$$

$$S=P+I=P(1+ni) \qquad (2)$$

$$D=S'nd \qquad (3)$$

$$P'=S'-D=S'(1-nd) \qquad (4)$$

これは，利息計算と銀行割引計算の時に用いられる公式である。

問19．上の公式(4)を用いて，問15を再び解いてみよ。直接に解くのと，公式を用いて解くのとでは，どちらが便利か。

問20．もしも手形現価P'にdの利率で利息をつけるものと考え，それが手形支払期日に手形額面S'になるものとすると，次の等式が成り立つ。これを示せ。

$$S'=P'(1+nd) \qquad (5)$$

$$P'=\frac{S'}{1+nd} \qquad (6)$$

公式(6)によって手形現価を出す時に，これを銀行割引に対して真割引という。これは実際には使用されない。後で長期にわたる割引を考えるが，その時に，この考え方が使われる。

前に述べたように，商人は自分の受取った小切手や手形を自分の当座預金に振り込むが，その他に公債・社債の利札，株式配当金の領収証，郵便為替・振替貯金の払出証書なども，当座預金に繰り入れてもらうことができる。

その結果として，銀行には毎日たくさんの証券が集る。それらを一々支払銀行や郵便局にもっていき取り立てるの

高等学校数学「一般数学」第６課　商業取引と金融機関

しかし，この学習指導要領においては周知の如く，多くの批判が起こった。日常生活との関連を重視するがために，上記の経済活動に関する内容においても，経済活動そのものに関する内容が重視され，数学の内容が少ない。つまり，実践面を重視するが故に，数学のもつ理論性や，教育の系統性が軽視され，その結果，かなりの学力の低下を招いてしまったのである。その結果，単元学習に変わる昭和 33 年学習指導要領では，数学の系統性が重視されるに至った。そして，昭和 33 年学習指導要領改訂において，数学教育から，経済活動に関する内容が全面的に削除され，以後取り入れられることは無かったのである。従って，昭和 33 年以降，我が国においては数学教育と経済活動に関する教育は全く別物として行われていくことになる。

現行の高等学校商業科における，「簿記」「会計」及び「計算事務」等の教科書においても，言語による説明がその殆どを占め，数学教育の内容を踏まえた説明や提示のされ方は見られない。さらに，金融に関する教育は，高等学校普通科においては行われず，大学において初めて経験するわけであるが，大学におけるそれは，数理的な内容を取り扱ってはいても，きわめて算術的である傾向がある。

3　アメリカ合衆国における，数学教育と経済活動に関する内容

(1)　スタンダード

アメリカ合衆国においては，我が国の学習指導要領にあたるような統一されたカリキュラムというものは存在しない。しかし，1986 年に，学校数学のためのスタンダード委員会が設立され，幼稚園(k)から 12 学年までの算数数学科のカリキュラムについて，全国的な基準を設けるべく検討が始められたのである。スタンダードは日本の学習指導要領とは

異なり，政府の機関が発行したものではなく，全米数学教師協議会(NCTM)が作成したものであり，従って法的拘束力は無い。

この算数数学カリキュラムと評価のためのスタンダートにおける，指導内容項目を挙げると，以下のようである。

算数数学カリキュラムと評価のスタンダートの内容項目

k-4学年	5学年－8学年	9学年－12学年
問題解決としての数学	問題解決としての数学	問題解決としての数学
伝達としての数学	伝達としての数学	伝達としての数学
推論としての数学	推論としての数学	推論としての数学
見積もり	数	代数
数概念と命数法	数体系	関数
全数の演算と概念	計算と見積もり	総合的視点からの幾何
測定	測定	代数的視点からの数学
幾何と空間概念	幾何	三角法
統計と確率	統計	統計
分数と小数	確率	確率
パターン，関数と関係	代数	離散数学
		微積分の基本概念
		数学的構造
		数学的な接続

上記スタンダートを見る限りにおいて，金融に関する内容項目は無い。アメリカの教育は，州に委ねられているので，州独自の教育そして教科書が作成されている。そのなかで，特に組織だっていると思われるUCSMP（The University of Chicago School Mathematics Project 1995)について，我が国の中学校及び高等学校に相当する学校段階の内容を調査すると，以下のようである。

UCSMP（The University of Chicago School Mathematics Project)の内容項目

7Grade	代数
8Grade	幾何
9Grade	より高度の代数
10Grade	関数，統計，三角法
11Grade	微分積分学の基礎，離散数学
12Grade	微分積分学

UCSMP の分厚い教科書を見る限り，経済活動に関する内容は含まれていない。即ち，アメリカ合衆国においても，数学教育に経済活動に関する内容は含まれていないのである。但し，これらのコースとは異なるコースのテキスト，例えば，ビジネスを学ぶ高校生のために用意された教科書である Mathematics of Money with Algebra，財務を学ぶ大学生用の教科書である Essentials of Finance，まで調査の範囲を広げてみると，ここでは，数学と経済活動に関する教育が密接な関係を保ちながら記載されていることが分かる。

さらに，これらの教科書には，ニューメディアの活用として，電卓やコンピュータの利用が大きく取り入れられている。特に，電卓やコンピュータの利用の仕方が随所に指示され，その操作方法及び MS-Excel 等のキー操作が具体的に説明されていることは注目に値

する。Mathematics of Money with Algebra の内容項目を列挙すると，以下のようである。

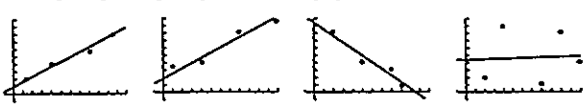
Mathematics of Money with Algebra (South-Western Publishing Co. 1995) の内容項目

1 個人の収入取得力（給料，職業の選択と職業を得る機会）
2 記帳と会計（銀行での記帳）
3 1ドルを貯蓄すると･･･（利率，銀行の預金）
4 ビジネスへの投資
5 消費者信用（月々の返済能力，クレジットに関わる問題）
6 クレジットカード
7 計画のすすめ（生命保険）
8 投資と公債
9 連邦政府銀行の所得税
10 車を買ったら
11 旅行の計画
12 家を買ったら
13 アパートと他の家屋
14 家計（家賃，家の維持費，食費，やりくり）

といった内容である。そして，これらの各項目において，代数学への関連内容，たとえば方程式，関数，表とグラフ，指数と対数，数列と級数，不等式と領域，%，回帰直線などが，極めて数学教育の視点にたった説明の仕方で記述されている。

ALGEBRA *REFRESHER*

A *scatter plot* is a graph of several points. Four scatter plots are shown below. A *line of best fit* is superimposed on each graph.



A *line of best fit* is the straight line that is closer to all the points than is any other line you might draw. The *correlation coefficient r* is a number between −1 and 1 that indicates how good the fit is. If *r* is 1 or −1, then the fit is perfect. If *r* is close to 1 or −1, the fit is good. If *r* is 0 or near 0, then the fit is poor.

Graph the table of values at the right as a scatter plot. Then graph the equations of Exercises 1–3 over the scatter plot and tell whether you think the fit of each line is *poor, good,* or *excellent.*

x	0	1	3	5	7
y	0	2	4	6	7

1. $y = 0.5x + 2$　　2. $y = -0.2x - 2.5$　　3. $y = x + 0.5$

A graphing calculator can be used to find an equation of a line that best fits a scatter plot. The calculator will give you values for *a* and *b* in the *linear-regression equation* $y = a + bx$. It will also give you the correlation coefficient for the line.

Write an equation for a linear-regression equation that corresponds to the given calculator display. Round the constants to the nearest hundredth.

Example　$a = -0.136986$　　Solution　$y = 3.26x - 0.14$
$b = 3.260274$
$r = 0.973955$

Mathematics of Money with Algebra (South-Western Publishing Co. 1995)
保険の内容における Algebra refresher

Essentials of Finance (Prentice Hall,Inc.A Simon &Schuster Co., 1995) の内容項目

1 財務管理入門

伝統的な財務管理領域／財務の指導原理／財務管理の3領域に共通する要素／財務管理と隣接諸科学／論理と財務管理

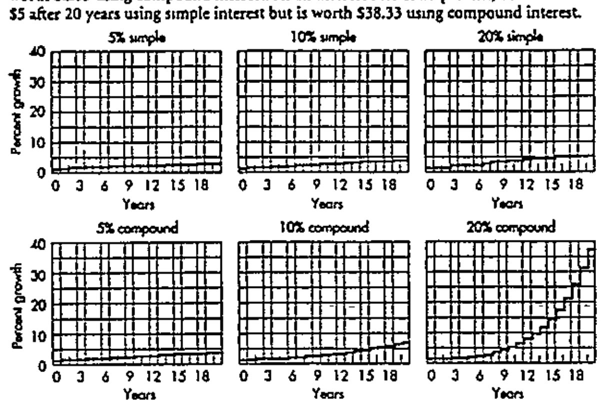
2 財務諸表の概説
会計的見地と財務的見地／年次営業報告書の概要
3 金融制度の概要
経済制度／金利の構造／連邦準備銀行制度／連邦による監視
4 貨幣の時間的価値
単利／複利／アドオン金利／銀行割引法
5 投資リスク／投資利益／資本資産評価モデル
評価に伴う危険／危険回避／投資分散／固定資産価格決定モデル／ベータ指数に関する留意点
6 金融市場
金融仲介／金融及び資本市場／発行市場／流通市場
7 債権
債務／債務の長所／債務証券の格付け／社債／国債及び政府機関債／地方債／優先株
8 債権の評価
債券価格の償還利回り／償還利回りと債券価格の影響／利回り曲線の変化と債券価格／償還期間分析と価格比較／転換社債／優先株式
9 普通株とその評価
普通株式の特徴／株式リストの読み方と注文の仕方／普通株式の評価／評価および配当方針
10 効率的金融市場
競争市場システム／効率的市場仮説／効率的市場仮説の意味／市場効率に有利な証拠と不利な証拠／技術的分析／効率的市場仮説と技術分析に関する注意点
11 株主価値の創造
企業価値交換システム／プリンシパル・エイジェント問題／株主価値の創造法／企業環境における株主価値の発見
12 資本コスト
負債のコスト／優先株式のコスト／持分コスト／資本の加重平均コスト／企業価値と資本の平均コストの関係／最適資本構成
13 資本構造管理
資本構成に関する実務上の問題／営業リスクと財務リスク／資本構成の変更をもたらすこと
14 投資決定
意思決定過程とモデル／資本投資問題／プロジェクト評価モデル／時間価値モデル／資本割当
15 資本予算　意思決定過程とモデル
関連現金流動の決定／現金流動の計算／耐用年数／適用例
16 資本予算　適切な現金流動の確認
現金への投資／受取勘定への投資／棚卸資産への投資／短期投資の監視
17 短期資金調達
安全域／換金サイクル／現金予算／銀行当座貸し／銀行ローン／ローンのコスト
18 財務諸表分析
共通型分析と趨勢／キャッシュフロー／分析結果のサイクル／業界発表の数値
19 財務計画
財務計画／目標設定／前提の設定／財務予測の準備／財務予測の分析

この教科書においても，数学の内容がきわめて教育的に配置されていることが分かる。関数，方程式，数列，等差数列，等比級数などが，表とグラフ及び，式という形で明確に示されている。 随所に，電卓及びコンピュータの活用が導入され，操作方法が指示されている。電卓とはグラフ電卓あるいは関数電卓であって，現在数学教育に多く取り入れられているものである。

このような数学教育との結びつき及び，数学教育を踏まえた提示方法や教育方法が，有効であると考えられる。

FIGURE 4.1
FUTURE VALUE OF $1, SIMPLE INTEREST VERSUS COMPOUND INTEREST

There is a significant advantage to compound interest as the interest rate increases. A $1 investment earning 5 percent grows to $2 in 20 years using simple interest and is worth $2.65 using compound interest. At an interest rate of 20 percent, $1 is worth $5 after 20 years using simple interest but is worth $38.33 using compound interest.



Equation 4.7 shows that present value is the opposite of future value. In Illustration 4.2, the $110 25 expected at the end of the second year has a present value of $100 when discounted at 5 percent interest. Or $100 today has a future value of $110.25 when interest is compounded at 5 percent for two periods. Prove this answer using Equation 4.6.[2]

Calculator
Clear
110.25
FV
5
%i
2
N
CPT
PV
Ans.: 100

Using Equation 4.8,

$$
\begin{aligned}
PV_0 &= \frac{FV_n}{(1+r)^n} \\
&= \$110\ 25 \div (1.05)^2 \\
&= \$110\ 25 \div 1.1025 \\
&= \$100
\end{aligned}
$$

Illustration 4.3 shows how to find the present value of multiple cash flows.

[2]Solution: $FV_2 = \$100 \times (1 + 0.05)^2 = \$110.25$

Essentials of Finance (Prentice Hall,Inc.A Simon &Schuster Co., 1995)
4　貨幣の時間的価値　複利

4　経済活動に関する教育における，数理的な内容の導入

以上，数学教育において経済活動に関する教育が，昭和 33 年学習指導要領告示後別々に行われていること，そのため，簿記及び会計学の教育においては，きわめて算術的な表現が多く，数学教育の内容にそった提示のされ方がなされていないことを指摘した。さらに，アメリカにおいてもスタンダードの段階では数学教育に取り入れられていないが，各州における教科書の段階では，ビジネスに関する教育において，数学教育との関連をよく踏まえた提示をしていること，そして，ニューメディアといわれる関数電卓やコンピュータを有効に活用していると思われることを述べた。本章では，以上の観点に立ち，断片的ではあるが，経済活動に関する教育への数理的な内容の導入を示す。

例1　減価償却における定額法と定率法において

減価償却法における説明としては，多くの場合，言語で説明され償却の状態が，表のみで示されている場合が多い。式やグラフにおける説明が見られないのである。

定額法は，数学教育課程の内容でいえば，中学校２学年の学習内容である１次関数に対応している。また，定率法は，高校２年で学習する指数関数と対数関数に対応している訳であり，減価償却法を学習するにあたっては，これらを踏まえて提示する仕方がよいと思われる。定額法においては，固定資産額ａ，残存価格ｂ，償却年数ｎの値を自由に変えることにより，座標平面上で，これらの関係を視覚的に確認し，１次関数の直線グラフの傾きの変化に気付かせることが効果的であると思われる。定率法においても，式による解法が示されていない場合が多いが，式での解くことを抜かすべきでは無いと思われる。さらに，試行や操作を繰り返すことにより，グラフの形が曲線になること，さらに曲線の形に規則性があることに気付かせることは重要である。そして，定額法と定率法による場合のグラフを重ね，定率法で行った場合と定額法で行った場合の曲線の差を感得することは，２つの償却方法の相違を明確に理解し，知識を定着させることに繋がる。

例2　線形計画法において

「線形計画法」とは，現在の数学教育課程においては，数学Ⅱに位置付けられている「不等式と領域」で大きく取り上げられている。その数学的な内容に沿って取り入れる。コンピュータを導入することが可能であれば，これらの座標平面上でのシミュレーションを用いて操作や試行を重ね，自ら線形計画法の意味に気付くことが望まれる。

①傾きとｙ切片を与えて，２直線を決定する。

②不等式で指定された領域を示す。

③①②の共通集合を示す

④新しく直線をかき，ｙ切片の値を変化させ，ｙ切片の値が最大になる点の座標を求める。

傾き，ｙ切片などデータの値は学習者が自ら入力し，試行を繰り返すことで，学習に対する主体性が育まれる。

5　おわりに

以上，２章で述べた単元学習に関する内容を振り返ると，数学教育に，経済に関する内容を盛り込むという立場を取るより，経済活動に関する教育に，数理的な内容を導入し，数理的な見方や考え方の育成を図る方が，有効であると思われる。また，３章で調査したアメリカ合衆国のビジネスに関する教育内容の調査からは，今後の経済活動に関する教育においては，数学教育と経済に関する教育との関連を明確に示し，数学教育の内容を基盤とすること，及び，現在，拡充が進んでいる情報教育との関連を考え，電卓及び，コンピュータを活用していくことが有効であると思われる。４章においては，経済活動に関する教育における数理的な内容の導入を，いくつかの例を挙げて示した。このような例を，ことさらに示したのは，第１章で述べたように，現在の経済活動における教育においては，このよな提示及び説明の仕方がなされていないからである。情報化，総合化の時代の趨勢を鑑みて今後の経済活動に関する教育における，数学教育の視点に立った新しい教育を，望むものである。

参考文献

1) 文部省　『学習指導要領　数学科編（試案）』　昭和 26 年改訂版　昭和 31 年再版
2) 文部省　『一般数学』文部省検定済高等学校数学科用　中等学校教科書株式会社　昭和 24 年
3) Larson,Hostetler,Edward et.,The University of Chicago School Mathematics Project, Scott Foresman Co.,1995 (Precalculus and Discrete Mathematics / Geometry　Teacher's edition / Transition Mathematics　Teacher's　edition / Algebra　Teacher's editiion / Advanced Algebla Teacher's editiion / Functions, Statistics and Trigonometry Teacher's edition)
4) 久保良宏　「生徒の発達からみた数学科中高一貫教育の可能性とカリキュラム開発に関する研究」　国立教育研究所共同研究員研究報告書　1999
5) 私立大学情報教育協会　『第７回情報教育方法研究会資料』　1999
6) 森園子　「文科系短期大学における総合的情報活用能力の育成」　情報教育研究　1999　pp.1-6
7) Eve Lewis,　Mathematics of Money with Algebra,　South-Western Publishing Co.1995
8) George W.Gallinger & Jerry B.Poe, Essentials of Finance,　Prentice Hall,Inc.A Simon &Schuster Co., 1995
9) 瀬川真吾他　『新計算事務上・下』　大原出版　1998
10) 染谷恭次郎他　『簿記上・下』　大日本図書 1994
11) 染谷恭次郎他　『会計』　大日本図書 1995
12) 文部省　『平成 10 年度学校における情報教育の実態等に関する調査結果』　文部省初等中等局　1999

Ⅲ．算数・数学科、理科の教科書における総合的な扱い

算数・数学科及び理科の教科書における「近似的な扱い」

長崎　栄三
国立教育研究所

要　約

算数・数学と社会を総合する際の一つの重要な観点として、近似的な扱いがある。しかしながら、現在は、あまり重要視されていないようである。そこで、現在の算数・数学の教科書での近似的な扱いの状況を調べることにした。その際、比較をするために、戦前の算数・数学の教科書及び理科の現在の教科書についても調べた。その結果、現在の算数・数学の教科書の「近似的な扱い」の指導系列は、小学校で「およそ、約」、中学校で「近似値」、高校で「近似式」という全体的な構造となっていること、現在は、算数・数学の教科書だけではなく、理科の教科書においても近似的な扱いが少ないことなどが分かった。

キーワード：近似値、見積り

Ⅰ．研究の動機と目的

およその数や見積りということが強調されているが、一方で、そのようなことは難しいからということでカリキュラムで遅らせた方がよいという声もある。また、近似値は中学校でますます扱いが軽視されている。

ところが、これらは、数学を使うことや、数学を社会的な文脈でとらえるときには非常に重要な内容であり重要な考え方でもある。

そこで、このような数学を使うことや、数学を社会的な文脈でとらえるときに必要な、すなわち、「純粋数学的なことを社会や生活との関連で概括的にとらえることに必要な内容や考え方」を総称して、ここでは「近似的な扱い」と呼ぶことにして、これらについていろいろな角度から考えていきたい。

これまでにいくつかの教師用調査を行ってきたが、近似的な扱いについては、教師は否定的な傾向を持っていることが分かっている。最終的には、そのような否定的な見方を覆せるようなカリキュラムを提案できたらと思っている。そこで、まず、手初めに、現行の教科書の状況を調べることにした。

Ⅱ．分析の方法と対象

1．分析の方法

現在の算数・数学の教科書から、「近似的な扱い」にかかわると思われるキーワード（単語または記号も含む）が入っている文章を抽出し、その特徴を扱われている内容との関連でも考察する。

なお、近似的な扱いの比較のために、戦前の教科書及び理科の教科書も、分析する。

２．分析の対象

対象とする教科書として、現行の算数・数学及び理科の教科書、そして、戦前で近似的な扱いが最初に強調された算数・数学教科書として昭和 10 年代の教科書を取り上げる。理科の教科書を取り上げたのは、他教科の中で算数・数学が最も扱われていると思われる教科での近似的な扱いの実態を見るためである。なお、理科での算数・数学の扱いについては、稿を改めて分析する。

（１）現在の算数・数学科の教科書

現在の教科書として、東京書籍の小学校算数（新しい算数・1 年～6 年：平成 3 年検定）、中学校数学（新しい数学・中１年～中３年：平成 4 年検定）、高等学校数学（数学・Ⅰ～Ⅲ：平成 5 年～7 年検定）を対象とする。

（２）戦前の算数・数学科の教科書

戦前の教科書として、小学校「尋常小学算術」（緑表紙教科書：昭和 10 年～15 年）と中学校の「数学　第一類・第二類」教科書（昭和 18 年～19 年）を対象とする。この中学校教科書で、はじめて近似的な扱いが強調された。当時の中学校は５年制であり、中学校３・４年以降が現在の高校に相当する。

（３）現在の理科の教科書

現在の理科の教科書として、小学校の「新編　新しい理科」（東京書籍：平成８年版、小学校３年～）と中学校の「新しい科学」（東京書籍：平成５年版）を対象とする。

Ⅲ．分析の結果

１．現在の算数・数学科の教科書

（１）抽出したキーワード

近似的な扱いのキーワードとして、12 学年にわたる算数・数学の教科書から、次の 26 個を抽出した。

およそ（形容詞）、およそ（副詞）、およその 、思ったら、見当をつける、見当で、
だいたい、がい数、概数、約、四捨五入する（動詞）、四捨五入（名詞）、切り捨てて、
切り上げて、近い、近く、近づく、‥‥‥、‥‥、近似値、測定値、誤差、信頼できる、
有効数字、≒、$a\times10^{n}$、ほぼ、近似式

これらのキーワードを学年毎に分けると、表１の通りである。

表１　現在の算数・数学科の教科書での「近似的な扱い」のキーワードの出現学年

キーワード	学年														合計
	小３上	小３下	小４上	小４下	小５上	小５下	小６上	小６下	中１	中２	中３	高Ⅰ	高Ⅱ	高Ⅲ	
およそ（形容詞）	2	1	5		2	21	2	5			6		9		53
およそ（副詞）								1							1
およその			1	1	1	4		1		1					9
思ったら	1														1
見当をつける		1	13		1	7		1							23

見当で		1													1
だいたい		1		1											2
がい数			17	5	11	9									42
概数							2								2
約			3	2	3	12	2	1		2		7			32
四捨五入する（動詞）			16	6	11	9		6		6		1			55
四捨五入（名詞）			1							1					2
切り捨てて			1												1
切り上げて			1												1
近い			2										1	5	8
近く						1									1
近づく											1		16	14	31
・・・・・						4			1	3					8
・・・											2		8		10
近似値										6	3			2	11
測定値										2		1			3
誤差										3					3
信頼できる										3					3
有効数字										3					3
≒										1	1	9	1	8	20
$a \times 10^n$										1			11		12
ほぼ											2	1			3
近似式														3	3
	3	4	60	15	29	67	6	15	1	32	15	19	46	32	344

キーワードは、小学校３年の教科書から出現している。全体として多いのは、四捨五入する（動詞）、およそ（形容詞）、がい数、約、近づく、などである。

学年別に見ると、集中的に出現する学年が 3 回あり、小学校４年、５年に「およその数・概数」を扱う第１の山があり、中学校２年に「近似値」を扱う第２の山、高校２・３年（Ⅱ・Ⅲ）に「科学的表記法・近似式」を扱う第３の山がある。全体的な系列の構造として、小学校で、「およそ、約、概数」、中学校で、「近似値」、高校で、「近似式」、となっている。しかしながら、小６、中１、中３では、あまり扱われていない。少なくとも、中学校では、近似的な扱いは、ちらっと通り過ぎるだけで、習熟の対象とは考えられていないと思われる。

個々のキーワードでは、次の点に特徴が見られる。

①「近似値」、「有効数字」など近似的な扱いの中心的なキーワードが絶対的に少ない。

②「誤差」がほとんどなく、考え方として扱われていない。

③「科学的表記法」（$a \times 10^n$）を使えるようになるのは高校に入ってからである。

④「見当をつける」が意外と早い段階から使われている。

⑤「およそ」には、形容詞と副詞の使い方があり、しかも。「およその」もある。

⑥「切り捨て」、「切り上げ」の系統的な指導がない。

（2）近似的な扱いが見られる内容

各学年毎に近似的な扱いが見られる章または単元、すなわち、キーワードが多くあった算数・数学の内容を，学年毎にまとめると，表 2 の通りである。なお、下線部分は、近似的な扱いを正面から扱う内容である。

表２　近似的な扱いがなされている主な算数・数学の内容

学年	主な内容
小１	
小２	
小３	大きな数、重さ
小４	割り算（仮商）、がい数、面積
小５	がい数、単位当たりの大きさ、面積、円、帯グラフ・円グラフ、分数と小数
小６	大きさのはんい、円グラフ
中１	
中２	近似値と誤差
中３	平方根、円、標本調査
高１	三角比
高２	科学的表記法、無理数の累乗［微積分］
高３	科学的表記法、無理数の累乗［微積分］

全体として見ると、中学・高校の近似的な扱いは軽く、しかも、一部の内容に偏っており、数学において多様な内容で近似的な考え方を使うということにはなっていない。

２．戦前の算数・数学科の教科書

（1）抽出したキーワード

近似的な扱いのキーワードとして、11 学年にわたる算数・数学の教科書から、53 個を抽出した。それらのキーワードを学年毎に分けると、表３の通りである。

表３　戦前の算数・数学科の教科書での「近似的な扱い」のキーワードの出現学年

キーワード	学年																合計
	小３下	小４上	小４下	小５上	小５下	小６上	小６下	中１一	中１二	中２一	中２二	中３一	中３二	中４一	中４二	中５二	
けんとう	1																1
およそ	2	1		2		1											6
約		5	1	8	26	17	5	8			4	11					85
切捨てる			1			1	3			2							7

四捨五入			1														1
四捨五入する			3	2					4			2					11
概数					13	2								1			16
およその					1	1											2
見積り					1												1
概算					1	3		3		1							8
・・・・・					3												3
計算を打切る					3	1											4
切上げる						2											2
略(ほぼ)						4	1							2	1	1	9
凡そ							1	1	1		4	3			1		11
推算する							1										1
概算する							1		1	3				3			8
大体の							1	1	2	1							5
見当をつける							1										1
大体								2		2		1		1	4		10
近い								3				3		1		1	8
略図								1	1								2
近似値								6		1		14		13			34
殆ど								1									1
凡その									1								1
概測する									1							1	2
ほぼ									2	1		2					5
有効数字										4		1					5
概算法										1							1
測定値										1		1		2			4
$a \times 10^n$												4		2			6
みなす												3					3
真の値(真の身長)												4					4
誤差												11	1	7	1		20
誤差の限界												19		11			30
近似												1					1
適当な位まで												3					3
近似式												11		15			26
近づく														22		1	23
近似的に														10			10
近似														2			2
近似する														1			1
近似的な														1			1

相対誤差														1			1
絶対誤差														1			1
相対誤差の限界														6			6
予想														5			5
推計														1			1
推計する														2			2
見込み														3			3
概形															2	2	4
推定															1	2	3
推定する															2	4	6
合計	3	6	6	12	48	32	14	26	13	17	8	94	1	113	12	12	416

キーワードは、小学校３年の教科書から出現しており、キーワードの数は、53 個であり、現在の 2 倍近くあり、近似的な扱いが重視されていたことがうかがえる。全体として多いキーワードは、約、近似値、誤差の限界、などである。

学年別に見ると、集中的に出現する学年が４回あり、小学校５年、６年に「約、概数」を扱う第１の山があり、中学校１年に「約、近似値」を扱う第２の山、中学校 3 年に「誤差、約、殆ど」を扱う第３の山があり、中学校 4 年に「近似式、近づく」を扱う第 4 の山がある。また、極端に少なくなる学年はない。中学校 3 年以降を現在の高校と見なすと、小学校で、およそ、約、概数、中学校で、近似値、高校で、近似式、とい構造は、この時期にすでにできあがっていた。

現在と比較すると、次の点に特徴が見られる。

①最初のキーワードは、「およそ」、「けんとう」であり、しかもその出現学年が小学校 3 年である。また、「約」も小学校４年から多用されている。これらのことは現在と同じである。

②中学校（旧制）の内容に、多くの近似的な扱いがあり、しかも、その数学の程度は高い。

③現在と比べると、小学校の扱いは現在の方がしっかりとしているようであるが、中学校の扱いはこの当時の方が高い内容を扱っている。

④科学的表記法よりも誤差の扱いに重点を置いている。

⑤四捨五入は意外と少なく、切り上げ、切り捨ては、現在と同様にあまり多くない。

３．現在の理科の教科書

（1）抽出したキーワード

近似的な扱いのキーワードとして、小中学校９学年にわたる理科の教科書から、17 個を抽出した。それらのキーワードを学年毎に分けると、表４の通りである。

キーワードは、小学校３年の教科書から出現しており、キーワードの数は、17 個であり、現在の算数・数学よりも少ない。全体として多いキーワードは、約、a ～ b、ぐらい、小数点の端数処理、ごろ、などである。学年別に見ると、どの学年でも同じように「ぐらい」、「約」が使われている。

表４　現在の理科の教科書での「近似的な扱い」のキーワードの出現学年

キーワード	学年											
	小３	小４上	小４下	小５上	小５下	小６上	小６下	中１A	中１B	中２A	中２B	合計
a〜b	3	11	6	7	3	7	1	4	9	19	24	94
ぐらい	1	3	8	7	1	6		4	2	10	6	48
ごろ		2	2	1	3	2	7			15	1	33
ほぼ		2								5	1	8
約		1		23	7	6	1	26	7	69	94	234
およそ			2	3		1				2	4	12
近い				1						2		3
ほど				1				1		1	3	6
ころ					1							1
およその							1				1	2
測定値								2				2
小数点の端数処理 a. bc0								23	7	9	3	42
10^n									4			4
平均					7					2		9
≒										3		3
見積もられる										1		1
数ａ個(単位)										2	2	4
前後											1	1
合計	4	19	18	43	22	22	10	60	29	140	140	507

現在の算数・数学と比べると、キーワードの数が少なく、意外である。しかも、算数・数学での近似的な扱いが生かされているようには思えない。具体的には、次の通りである。

①算数・数学で使われていた四捨五入などの用語はない。

②ａ〜ｂが全学年を通して多く、その使い分けもあいまいである。

③小学校から中学校にかけて近似的な扱いが発達しているようには思えない。

④計算の結果を処理して近似的な扱いをするということはない。

⑤「約」の使い方が少なくとも２種類ある。測定値としてと、推定値である。後者は年号に多い。

⑥科学的表記法を使おうという姿勢がないようである。

⑥有効数字の指導をせずに、端数処理をした表をのせている。

Ⅳ. まとめ

現在の算数・数学の教科書の「近似的な扱い」については、その指導系列は、小学校で「およそ、約」、中学校で「近似値」、高校で「近似式」という全体的な構造となっている。それぞれの学校段階での特徴や問題点としては、次のことがあげられる。

①小学校６年以降では、「近似的な扱い」を行おうとする意識がないようである。小４、小５でのおよその数については、乗除の処理の場面が多い。加減では見られない。小１・２で、数の見積りや加減での見積りが可能ではないであろうか。「見当をつける」とは何を考えるのであろうか。具体的な場面を通した丁寧な指導が必要であろう。
②中学校２年では１つの節として「近似値」が設けられているが、理解させよう、または、身につけさせようとする意欲が感じられない。単に学習指導要領にあるから設けているという姿勢である。中１では、ほとんど全くない。中３では平方根で近似値を扱っている程度である。これでは、中学校の教師が「近似値」を軽視するのは目に見えている。また、他教科、例えば、理科で近似値を使おうとしても、数学は当てにはできないと考えるであろう。
③高校でも、近似的な扱いはほとんどなされていない。およその数が使われているのは、三角比と科学的表記法の２か所だけに近い。また、高校では概算の仕方にのっとらずに適当におよその値を求めている。なお、微積分での「近づく」を入れたが、これは再検討が必要。近似式もほとんど使われていない。

全体として、算数・数学の教科書では、「近似的な扱い」は、きちっと扱われていない

対照として比較した戦前の教科書を見ると、「およそ、約」そして「近似値」そして「近似式」という全体的な系列構造は、すでにその時代に確立していたことが分かる。しかし、当時は、近似的な扱いが重視されていたこと、また、指導の重点に誤差もあったことが分かる。また、現在の理科の教科書を見ると、算数・数学での「近似的な扱い」とは連絡がなく指導されていることがうかがわれ、現実的な場面で量を処理する過程を重視するというよりも、処理した数値に「約」などをつけて使っているだけというニュアンスである。

近似的な扱いは、算数・数学の社会的有用性にとって重要な内容・考え方ではあるが、一方で、現在の算数・数学の教科書では、近似的な扱いが系統的に扱われてはいなく、したがって、一番近似的な扱いが必要と思われる理科においてさえ、系統的に利用されてはいないということが明らかになった。そこで、算数・数学において、近似的な扱いを視野においたカリキュラムを考える必要があろう。

中学校数学科教科書における近似値・誤差の扱いの変遷 －戦後から現在にかけて－

松元　新一郎
東京学芸大学附属大泉中学校

要　約

中学校数学教科書における近似値や誤差の指導がどのように行われてきたかを、学習指導要領に沿って戦後から現在まで５期に分けて分析した。近似値・誤差の「単元」では、各期によって取り扱う学年が異なったり消滅したりしている。「指導内容の変化」では、第１～２期では多くの内容が指導されていたが、第２～３期にかけて指導内容が精選され、第４期では内容がほとんど削られ、第５期では第４期よりは内容は復活しているが、第３期に比べて軽減されている。また、用語ののべ数および用語の種類では、第１期から第４期にかけて大きく減少し第５期では第４期よりは多くなるものの第３期にはほど遠い数になっている。本文・問・例・例題などでの具体的な場面では、第１期は具体的場面が目の前にある生活に密着していたり理科的な要素が現実の数値で記述されているが、時代を経るにしたがって次第に数学の指導内容を学ぶための「擬似的な」具体場面や数値が多くなっていることがわかった。今後の総合的な学習で扱う教材のなかで、近似値や有効数字をどのように指導していくかについては、過去の教科書の教材や指導内容などが大いに参考になると思われる。また、理科の教科書での近似値や有効数字の扱いについても調べていく必要がある。

キーワード：近似値、誤差、有効数字、中学校数学教科書

１.はじめに

現実の問題を扱うには、生のデータの有効数字の処理や近似値・誤差の扱いに慣れていることが必要である。これは、具体的な指導の場面、たとえば、数学的モデル化の授業の中で解決の際に指導していくことが大切であるが、理論としてある程度まとめて指導することも重要である。長崎（1997a,1997b)は、現在および戦前の算数・数学科教科書における近似的な扱いについての調査を行っている。そこで、長崎の研究を受け、筆者は戦後から現在にかけて中学校数学科教科書における近似値・誤差の扱い方がどのように変遷しているのか興味を持ち、調べようと考えた。

２.研究の方法

中学校数学教科書（現在６社）から２社（以下、A社、B社と呼ぶ）を選び出し、戦後から現在にかけての各指導要領の改訂に沿って編集・出版された次の教科書を取り上げた。これらを古い順に１期から５期と名付けて、以下この名称で呼ぶことにする。このような分類方法は、長崎（1992)による方法を参考にした。ここで分類した１期から５期は、長崎の分類方法によればⅦ期からＸＩ期にほぼ相当する。

表１　指導要領公示による時代区分と取り上げた教科書との関係

期	指導要領公示年とその背景	取り上げた教科書の発行年		長崎(1992)の分類区分との関係
		A社	B社	
１期	昭和26（1951）年（生活単元学習期）	昭和31（1956）年	昭和33（1958）年	Ⅶ期
２期	昭和33（1958）年（系統学習期）	昭和40（1965）年	昭和41（1966）年	Ⅷ期
３期	昭和44（1969）年（現代化学習期）	昭和52（1977）年	昭和52（1977）年	Ⅸ期
４期	昭和52（1977）年（ゆとり学習期）	昭和61（1986）年	昭和61（1986）年	Ｘ期
５期	平成元（1989）年（新しい学力観期）	平成４（1992）年	平成４（1992）年	Ｘ期～ＸＩ期

表１のように１期から５期に分けて代表として取り上げた１０冊（５期×２社）の教科書を、以下のように分析する。

（１）近似値・誤差の単元が、中学校教科書の中でどのように位置づけられているか、また、指導内容はどのように変化しているかを考察する。

（２）近似値・誤差の単元（節）の中ででてくる近似値・誤差に関係する用語・表現を取り上げて、整理・分類して考察する。なお、ここで上げる用語は、本文・問・例・例題などにあるものの出現回数とする。「標題」「節末の練習問題」「章末問題」「補充問題」「まとめ」などにでてくるものは除くことにする。

（３）本文・問・例・例題などででてくる具体的な場面には、どのような内容があるかすべて取り上げて考察する。

３.研究の結果

（１）近似値・誤差の位置づけと指導内容

①教科書における近似値・誤差の単元の位置づけ

表２のように、教科書における近似値・誤差の単元の位置づけを第１期から第５期まで眺めてみると、各期によって扱われる学年、扱われる単元とも様々であることがわかる。章の題名に「近似値」「誤差」が現れているのは第１期であり、その後は「測定」（第２期）や「数値計算」（第３期）という呼び名で表題がつけられている。各期の中で章や節に「近似値」「誤差」などの名称がつけられていないのが第４期である。そういう意味では、もっとも扱いが軽いとみてよい。第５期になり、「数の表し方」の節の中の１項目として「近似値と誤差」が出てきている。

これらのことから、表題としての近似値と誤差の扱いは、時代ごとに学年や章・節での位置づけを変えながら一旦ほぼ姿を消し、最近になって復活しているが節の一部となっておりその扱いは軽いと考えられる。

表２　第１期から第５期における「近似値・誤差」の位置づけ（A社）

第１期	第２期	第３期	第４期	第５期
昭31（1951）	昭40（1965）	昭52（1977）	昭61（1986）	平4（1992）
２年 V　計算尺と誤差 １.計算尺 §１計算尺の目盛 §２掛け算と割り算 §３計算尺と比例 ２.測定 §１測定 §２有効数字と計算 §３有効数字の表し方 ３.相対誤差 注）１年で「概数」を学習する。	１年 数量編 V　単位と測定 1.単位 §1メートル法 §2尺貫法とヤードポンド法 §3換算 2.誤差 §1近似値 §2有効数字 §3近似値の計算 3.計算尺 §1計算尺 §2乗法 §3除法 §4計算尺と比例	１年 8　資料の整理と数値計算 1　資料の整理 §1度数の分布 §2相対度数とその分布　§3累積度数とその分布 §4平均値とその計算 §5いろいろな代表値 2　近似値と計算尺 §1誤差と近似値 §2計算尺	１年 ６章　平面図形 1基本の図形 1直線と角 2平行線と垂線 3垂直二等分線 4角の二等分線 2立体の体積と表面積 1おうぎ形と中心角 注）標題に「近似値」「有効数字」の用語は出てこない。	２年 ８章　資料の整理 1-資料の整理 1度数分布 2平均値 3相関 2-数の表し方 1近似値と誤差 2２進法

注）　アンダーラインの部分に近似値・誤差の内容が記述されている。

②指導内容の変化

指導内容の分析は、一番内容の多い第１期を基準として、次の１１項目に分類した。

A.「近似値」の意味

例文）測定値のように、ほんとうの値に近い値を近似値という。

B.ある近似値の範囲を不等式で表す

例文）１mmまでの目盛りがあるものさしを使って、１３mmという測定値を得たとしよう。このとき、ほんとうの値をａmmとすれば、ａは13.5より小さい。このことを…

C.「誤差（相対誤差）＝　近似値　－　真の値」

D.「誤差の絶対値」の意味

E.「誤差の限界」の意味

F.「有効数字」の意味

G.有効数字の加法・減法

H.有効数字の乗法・除法

I. 科学的表記法　$a \times 10^{b}$

J. 科学的表記法　$a \times 1/10^{b}$

K.相対誤差

表３の「指導内容の変化」を見てみると、第１期から第２期は大きな変化はない。相対誤差が本文から研究（コラムのような扱い）に移行しているだけである。第２期から第３期にかけて、指導内容が精選されて、「誤差の限界」の意味、有効数字の加減乗除、相対誤差が掲載されなくなる。さらに、①で見てきたように、第４期ではあらためて近似値や誤差の章立てがなされていないように、内容がほとんど削られてしまっている。第５期に入り、第４期よりは内容は復活しているが、第３期に比べて科学的表記法の$a \times 1/10^{b}$については記述されていない。

このことから、指導内容は、第３期から削減され、第４期には指導内容はほとんど姿を消した。第５期に入り復活したが、内容は「科学的表記法　$a \times 1/10^{b}$」を除きほぼ第３期の内容に準じている。

表３　指導内容の変化（A社）

指導内容	第１期	第２期	第３期	第４期	第５期
A.　「近似値」の意味	○	○	○	○	○
B.　ある近似値の範囲を不等式で表す	○	○	○	×	○
C.　「誤差（相対誤差）＝　近似値　－　真の値」	○	○	○	×	○
D.　「誤差の絶対値」の意味	○	○	○	×	○
E.　「誤差の限界」の意味	○	○	×	×	×
F.　「有効数字」の意味	○	○	○	×	○
G.　有効数字の加法・減法	○	○	×	×	×
H.　有効数字の乗法・除法	○	○	×	×	×
I.　科学的表記法　$a \times 10^{b}$	○	○	○	×	○
J.　科学的表記法　$a \times 1/10^{b}$	○	○	○	×	×
K.　相対誤差	○	△	×	×	×

注）△は本文ではなく、「研究」（発展的内容）として記述されている。

（２）近似値・誤差に関係する用語・表現

表４の「近似値・有効数字の用語・表現の変遷」を見てみると、のべ用語数はA社が第１期から第５期にかけて、１５１，１１５，８３，２５，４１、B社が２０７，１４１，８４，１８，４５となっており、多少の違いがあるものの第１期から第４期にかけて大きく減少し、第５期に入って第４期よりは多くなるものの第３期の約半分程度しかないことがわかる。出てくる用語の種類も同様な結果になっている。

（３）具体的な場面

本文・問・例・例題などにでてくる具体的な場面をすべてとりあげる。それぞれ、記載されている場所毎に　＜本文＞、＜問＞、＜例＞、＜例題＞、＜他＞として文章をそのまま掲載する。

これらの問題を、第１期から第５期まで通観してみると、具体的場面が減っていることとがわかる。また、第１期では、具体的場面が衣服、バケツ、やかん、教科書、机など目の前の生活に密着していたり、銅の比重、地球から太陽までの平均距離、光の速度、光が太陽から地球までとどくのにかかる時間、地球の赤道半径など理科的な要素が現実の数値で記述されている。しかし、時代を経るにしたがって次第に数学の指導内容を学ぶための「擬似的な」具体場面・数値が多くなっている。

A社

<u>第１期</u>

1-1＜問＞衣服の重さを10gごとの目盛があるはかりで測ると2.18kgであった。ほんとうの値の範囲と誤差の限界をいってみよう。（p.138）

1-2＜本文＞この衣服を、体重39.4kgの人が着たときの全体の重さを考えてみよう。体重の有効数字は小数第１位までである。…。（p.139）

1-3＜問＞重さ0.57kgのバケツに水を満たしたら、目方が8.0kgあった。水の目方はどれだけであろうか。

1-4＜問＞高さ約74cmの机の上に、高さ12.8cmのはこをおくと、はこの上の面はゆかからどれだけの高さになるであろうか。

1-5＜本文＞4升6合（4.6升）はいるやかんの容積を、リットルに換算する場合を考えよう。1升は1.80391ℓである。有効数字に気をつけずに計算すれば、…。

1-6＜問＞この教科書の寸法を測って、表紙の面積を計算してみよう。

1-7＜問＞1貫は3.75kgである。39.4kgは何貫といえばよいであろうか。計算尺を使った計算と筆算とを比べてみよう。

1-8＜問＞重さが329gの銅塊と同体積の水の重さが37gであった。銅の比重をこの測定値から求めてみよう。

1-9地球から太陽までの平均距離は、理科年表をみると、10000kmを単位として14950（14950万キロメートル）となっている。この測定値で有効数字は1,4,9,5,0である。…。

1-10＜問＞光の速度は毎秒2997929×10^{10}cmと測定されている。これをキロメートルの単位で書き表してみよう。

1-11＜問＞光が太陽から地球までとどくのにかかる時間を計算するには、その距離を光の速度で割ればよい。どちらも$f \times 10^n$の形で表されるから、fどうしの割り算と、10^nどうしの割り算をすれば答えがわかる。このようにして時間を計算してみよう。

1-12＜本文＞地球の赤道半径は、ヘッドフォードの測定した6378.388kmという値が公認されている。それより前にベッセルが測定した値は、6377.397kmであった。…。

1-13＜問＞地球から太陽までの平均距離を約1.5×10^8kmとし、141ページで知った値をほんとうの値と考えれば、この近似値の誤差は何キロメートルで、相対誤差は約何パーセントであろうか。

1-14＜例＞体重が387kgであったときの相対誤差を考えてみよう。誤差の限界は0.05kgと考えられるから、上のようにすると、0.05/38.7=5/3880=0.0013…で相対誤差は0.14％より小さいことがわかる。

<u>第２期</u>

2-1＜本文＞ある品物を、最小目もり10gのはかりで測ったら1370gであった。このはかりでは、一の位の

表４－１　近似値・誤差に関係する用語・表現の変遷（A社）

	第１期	第２期	第３期	第４期	第５期	
	昭和31	昭和40	昭和52	昭和61	平成4	
	1956	1965	1977	1986	1992	
学年	2年	1年	1年	1年	2年	
ページ数（本文のみ）	8頁	5頁	3頁	2頁	2頁	合計
近似値	21	16	13	5	6	61
有効数字	16	15	7		3	41
真（ほんとう）の値	11	9	4		3	27
測定値	7	10	7	1	2	27
誤差	12	6	2		2	22
四捨五入	2	6	8	2	4	22
誤差の絶対値	7	4	5		2	18
けた数、○けた	7	7	3			17
a×10b	5	3	4		2	14
信頼（信用）（できる、できない）	5	4	1		3	13
相対誤差	11					11
誤差の限界	6	5				11
小数第○位	4	4			2	10
3.14,3.1416,22/7		2	1	6	1	10
円周率		1	1	7	1	10
範囲	1	2	3		3	9
測定	4	4				8
真（ほんとう）の値の範囲	2	2	2		1	7
末位（最後の位）	2	2	3			7
約	5	1				6
不等号	2	1	2		1	6
実際（の、に）	1		3	1	1	6
平均	3	1	1			5
近い値	2	2	1			5
小数第○位を四捨五入	1		2		2	5
○…	2			1		3
位取り	1	1	1			3
a×1／10b		2	1			3
○未満を四捨五入		2			1	3
ほんとうの値の絶対値	2					2
程度	1	1				2
有効数字○けた			2			2
3.1459…、3.141592…			1	1		2
近似値の正しさ	1					1
近似値の絶対値	1					1
絶対誤差	1					1
小数第○以下	1					1
○の位を四捨五入	1					1
目分量	1					1
概算	1					1
むだ	1					1
小数第○位以下を四捨五入		1				1
概数		1				1
およその値				1		1
誤差の範囲			1			1
精度			1			1
小数点以下切り捨て			1			1
小数第○位以下を切り捨て			1			1
電卓					1	1
実際的			1			1
期ごとの延べ合計	151	115	83	25	41	415
期ごとの用語の種類	35	28	29	9	19	

表４－２　近似値・誤差に関係する用語・表現の変遷（Ｂ社）

	第１期	第２期	第３期	第４期	第５期	
	昭和33	昭和41	昭和52	昭和61	平成4	
	1958	1966	1977	1986	1992	
学年	2年	１年	１年	１年	2年	
ページ数（本文のみ）	12頁	12頁	3頁	1頁	1.5頁	合計
近似値	23	19	9	4	6	61
測定値	22	23	4	1	5	55
有効数字	26	9	11		4	50
誤差	23	13	9		3	48
真（ほんとう）の値	16	6	5	1	6	34
けた数、○けた	12	9	5		3	29
ａ×10ｂ	5	5	14		3	27
四捨五入	7	7	6	3	1	24
測定	13	3	1	1	3	21
末位（最後の位）	2	10	4		1	17
信頼（できる、できない）	5	8	1		1	15
誤差の範囲	13					13
相対誤差	13					13
3.14,3.1416,22/7	1		4	2	1	8
○未満を四捨五入	5	2				7
範囲	1	2	1		2	6
A=a±d	4	1				5
近い値	2	1	1		1	5
位取り	2	1	1		1	5
小数第○位		4		1		5
有効数字○けた		3	1		1	5
円周率			1	3	1	5
目分量	2	1				3
平均	1	2				3
ａ×１／10ｂ		2	1			3
実際（の、に）		1	1		1	3
絶対誤差	2					2
小数第○位以下を四捨五入	1	1				2
小数第○位未満を四捨五入	1	1				2
小数第○位を四捨五入		2				2
○…			1	1		2
近似値の正しさ	1					1
誤差の限界	1					1
相対誤差の範囲	1					1
誤差率	1					1
3.1459…、3.141592…	1					1
誤差の絶対値		1				1
○の位を四捨五入		1				1
不等号		1				1
約		1				1
測量		1				1
概算			1			1
程度			1			1
およそ			1			1
およその値				1		1
真（ほんとう）の値の範囲					1	1
期ごとの延べ合計	207	141	84	18	45	495
期ごとの用語の種類	29	30	23	10	19	

数字は決められていないので、この重さを表わす数として、千、百、十の位の数字1,3,7は信頼できるが、その次の数字0は信頼できない。
2-2＜問＞A,B２地点間の距離を測り、10m未満を四捨五入して、4300mを得た。この測定値4300mの有効数字はどれか。
2-3＜問＞地球から太陽までの平均距離14950万kmを上のような表わし方で書け。1,4,9,5,0は有効数字である。
2-4＜本文＞体重39.4kgの人が2.18kgの衣服を着たときの全体の重さについて考えてみよう。…。
2-5＜問＞重さ0.57kgのバケツに水を満たして、全体の重さを測ったら8.0kgあった。水の重さはどれだけか。
2-6＜問＞学校の周囲を5班に分けて測ったら、それぞれ次のような値を得た。
AB=120.0m,BC=44.75m,CD=171.3m,DE=149.8m,EA=210.4m　この学校の周囲はどれだけと考えればよいか。
2-7＜本文＞幅が5.2m,長さが4680mのまっすぐな道路がある。この道路の面積はいくらあるか計算してみよう。…。
2-8＜問＞直径が20.6mの花だんがある。この花だんの面積はどれだけか。
2-9＜問＞音が空気中を3.40×10^2（m/s)の速さで伝わるものとする。4650mの距離を伝わるには何秒かかるか。

第３期
3-1＜本文＞ある品物重さを、最小めもり10gのはかりではかったら1370gあった。このはかりの精度では、一の位の数字は信頼できない。したがって、この測定値を表わす数字のうち、千、百、十の位の数字1,3,7は実際の重さを示すのに役立っているが、最後の数字0はたんに位取りを表すためのものにすぎない。
3-2＜例＞ある選手が100mを３回走り、そのタイムをはかったら、それぞれ13.2秒、13.1秒、13.4秒であった。この結果の平均をその選手の記録とするときには、計算では
（13.2+13.1+13.4）÷3=13.2333……となるが四捨五入によって最初の3けたを有効数字とし、13.2（秒）とするのが実際的である。
3-3＜問＞２地点A,Bの間の距離をはかり、10m未満を四捨五入して4300mを得た。この測定値の有効数字をいえ。

第４期
なし

第５期
5-1＜本文＞走り幅とびの記録のように実際にはかって得られた測定値や上のQの答えのように四捨五入して得られた値などは、真の値ではないが、それに近い近似値である。
5-2＜本文＞ある品物の重さを、最小の目もりが10gであるはかりではったら、1370gだった。この測定値は、十の位を四捨五入したものである。したがって、この品物の重さはちょうど1370gというわけではない。すなわち、1370の千、百、十の位の1,3,7は信頼できるが、一の位の0は信頼できない。
5-3＜問＞地球と太陽の平均距離は約149600000kmであるという。有効数字が1,4,9,6であるとして、この距離を上の中の表し方ならって表せ。

参考・・・本論で分析の対象外とした「節末の練習問題」「章末問題」「補充問題」「まとめ」などにでてくる具体的な問題
第１期
10-1＜問題＞ミリメートルまでの目盛ががついたものさしを使って、B6判の本の縦、横を測り、18cmと12.8cmおw得た。この測定値の書き方はこれでよいであろうか。この誤差の限界を求めてみよう。また、相対度数を考えてみよう。
10-2＜問題＞身長140.8cmを尺貫法になおしてみよう。
10-3＜補充問題＞30cmのものさしで、ある板の長さを測ったら6.7cmあった。この測定値の誤差の限界はいくらであろうか。また、相対誤差はいくらといえばよいであろうか。
10-4＜補充問題＞長方形の土地の縦、横を測ったら、それぞれ（2.4×10^2）m、（5.81×10）mであった。この土地の周はいくらであろうか。また、面積はいくらであろうか。

10-5＜補充問題＞各組が長方形の土地の縦、横を測って次の値を得た。この土地の周を求めてみよう。また、面積はいくらであろうか。

	A組	B組	C組	D組	E組	F組
縦（m）	18.19	18.15	18.20	18.21	18.17	18.22
横（m）	20.64	20.74	20.69	20.72	20.67	20.70

10-6＜補充問題＞ある水層の内のりを測ったら、縦3.47m、横1.6m、深さ0.85mであった。この水そうの容積を計算してみよう。
10-7＜補充問題＞次の表は、わが国における稲の作付面積と収穫高を示したものである。各年について、反当収穫高を求めてみよう。

	明治35年	大正5年	昭和10年	昭和30年
作付面積	2847千町	3071	3204	3108
収穫高	3693万石	5845	5746	7903

（農林省調べ）

第２期
20-1＜問題＞次の説明に誤りがあれば、その部分を示し、その理由をいえ。②まるい柱のまわりを測ったら38.5cmあった。この柱の直径を計算するのに、円周率として3.14を使うよりも、3.1416を使ったほうがよい。
20-2ある学級で、４班に分かれて、学校農園のまわりの長さを測り、右の図ような結果を得た。①この農園のまわりの長さはいくらか。この農園の面積はいくらか。②この農園の面積はいくらか。
20-3＜練習問題＞A,B２地点の距離を測って3800mを得た。この場合10m未満は四捨五入してある。①測定値3800mの有効数字はどれか。②測定値3800mを$a \times 10^3$mの形にで表すと、aはどのような数になるか。
20-4＜練習問題＞地球の赤道半径を6.378×10^3kmとするとき、赤道の周囲はどれだけになるか。
20-5＜練習問題＞太陽と地球との距離は1.495×10^8kmであって、光の速さは毎秒3.00×10^{10}cmである。太陽が発した光が地球にとどくには、どれだけの時間がかかるか。
20-6＜研究＞地球の赤道半径は、ヘッドフォードの測定した6378.388kmという値が公認されている。それより前にベッセルが測定した値は、6377.397kmであった。…。
20-7＜補充問題＞マラソン競走は、約26.22マイルを走ることになっている。これは何kmにあたるか。
20-8＜補充問題＞ミリメートルまでの目もりがついたものさしを使って、B6判の本の縦、横を測り、18cmと12.8cmを得た。この測定値の書き方はこれでよいか。また、誤差の限界を求めよ。
20-9＜補充問題＞光の速度は毎秒2.997930×10^{10}cmと測定されている。これをキロメートル単位で書き表せ。
20-10＜補充問題＞重さ2.68kgの箱に13.825kgの薬品をつめ、約1.8kgの包装材料で荷づくりすると、全体の重さはいくらになるか。
20-11＜補充問題＞直方体の形をした水そうの内のりを測ったら、縦3.47m,横5.6m,深さ0.85mであった。この水そうの容積を計算せよ。
20-12＜補充問題＞ある青函連絡船は、青森・函館間113.0kmを３時間５０分で行く（昭和40年7月現在）。この船の速さはおよそ何ノットか。

第３期
30-1＜問題＞２地点の距離をはかり、10m未満は四捨五入して3800mを得た。真の値をamとし、その範囲を不等号を用いて表せ。
30-2＜問題＞地球から太陽までの平均距離は14960万kmで1,4,9,6,0はすべて有効数字である。この距離をkmを単位として、整数部分が１けたの数に10の累乗を掛けた形で表せ。また、mを単位として表せ。
30-3＜補充問題＞ある２地点A,B間の距離を３回はかって、次の結果を得た。

18.13、18.07、18.11

この結果の平均をA,B間の距離とするときには、何mとするのがよいか。
30-4＜補充問題＞体重をはかり、次のような処理をした結果、それぞれ58.3kgを得た。体重の真の値はそ

れぞれどんな範囲にあるか。①0.1kg未満を四捨五入したとき②0.1kg未満を切り捨てたとき③0.1kg未満を切り上げたとき

第４期
なし

第５期
なし

４．研究のまとめと今後の課題

中学校数学教科書における近似値や誤差の指導がどのように行われてきたかを、学習指導要領に沿って、戦後から現在まで５期に分けて分析した。

近似値・誤差の単元の位置づけを見てみると、各期によって取り扱う学年が異なったり、消滅したりしていている。戦後から見てみると、表題としての近似値と誤差の扱いは、迷走しながら一旦姿を消し、最近になって復活しているがその扱いは軽くなっている。また、指導内容は、第１期から第２期では相対誤差を含め多くの内容が指導されているが、第２期から第３期にかけて、指導内容が精選されて、「誤差の限界」の意味、有効数字の加減乗除、相対誤差がなくなり、第４期では内容がほとんど削られてしまっている。第５期に入り、第４期よりは内容は復活しているが、第３期に比べて科学的表記法の扱いが軽減されている。

近似値・誤差の単元（節）の中ででてくる近似値・誤差に関係する用語・表現を取り上げて整理・分類したところ、用語ののべ数および用語の種類は、多少の違いがあるものの第１期から第４期にかけて大きく減少し、第５期に入って第４期よりは多くなるものの第３期にはほど遠い数になっている。

本文・問・例・例題などででてくる具体的な場面は、第１期から第５期まで徐々に減っている。第１期では、具体的場面が目の前にある生活に密着していたり、理科的な要素が現実の数値で記述されているが、時代を経るにしたがって次第に数学の指導内容を学ぶための「擬似的な」具体場面・数値が多くなっていることがわかった。

平成１４年度からの学習指導要領では、近似値や有効数字の扱いがなくなっている。今後の総合的な学習で扱う教材のなかで近似値や有効数字をどのように指導していくかについては、過去の教科書の教材や指導内容などが大いに参考になると思われる。また、理科の教科書における近似値や有効数字の扱いについても調べることにより、数学科との関連を分析することが必要である。

参考文献

・長崎栄三　「わが国の中等数学教育における平面図形の指導の変遷」　学芸大数学教育研究　第４号　1992　pp.133-141
・長崎栄三　「近似的な扱いについて（1）　現在の教科書の扱い」科研研究会内部資料　1997.7.26
・長崎栄三　「近似的な扱いについて（2）　戦前の小学校「尋常小学算術」（緑表紙教科書）と中学校「数学　第一類・第二類」教科書での扱い」科研研究会内部資料　1997.8.30
・東京書籍　中学校数学科教科書　昭和31年、40年、52年、61年、平成４年検定済教科書
・大日本図書　中学校数学科教科書　昭和33年、41年、52年、61年、平成４年検定済教科書
・啓林館　中学校理科教科書　昭和33年、43年、52年、61年、平成４年検定済教科書

表５－１　中学校理科教科書における近似値・誤差の扱いの変遷（Ｃ社）

	第１期			第２期			第３期				第４期				第５期				
	昭和33(1953)			昭和43(1968)			昭和52(1977)				昭和61(1986)				平成4(1992)				
学年	１年	２年	３年	１年	２年	３年	１上	1下	２上	2下	１上	1下	２上	2下	１上	1下	２上	2下	
総ページ数	301	299	263	279	275	303	200	200	200	200	149	179	195	185	119	123	125	141	延べ数
約	95	32	33	55	79	135	13	5	66	38	9	11	90	76	16	10	81	75	919
○～○	47	47	42	59	30	77	10	5	7	68	6	6	19	23	1	6	9	29	491
有効数字	20	4	10	9	28	22	33	28	8	17	17	14	15	26	19	27	10	22	329
○ぐらい	29	38	23	13	26	17	2	2	10	8	1	2	8	7			4	4	194
○以上	15	3	14	6	14	13	1	10	1	9		1	6	21	3	2	4	17	140
平均	30	3	1		11	14	5		2	16	1	2	1	2					88
○ごろ、○ころ	16	1	3		6	27			1	7			2	4	1	1	1	1	71
○以下	12	2	8	7	9	4		1	2	5		1		5			1	2	59
○ほど	4	7	2	2	4	7	7	3	3	2	1		1	2			3	1	49
およそ○	7	2	3	5	3	4	1		1	3			4	5	3		1	3	45
○まで	14		2	2	1	9				3			1	3	2				37
測定値・実測値							15			2	5				3				25
○未満				2	1					4				1				13	21
だいたい○	11	2		1	2	3	2												21
測定（する等）							18				1								19
ａ×１／10ｂ						6	9					2							17
ａ×10ｂ	1					3	3					5			2	1			15
○程度		1		1	1	3	1			5				1					13
○に近い・近く	1			1			1		2	1			2				2		10
○だけ	1				1	4	3												9
誤差							5				3				1				9
○にすぎない	4					3			1										8
○付近	2									3			1				1		7
○から○まで	1		2	2		2													7
有効数字							7												7
○付近			3		1								1					1	6
○以内				1		1	1			2			1						6
○あまり	1	2		1	1									1					6
○より低い	3	1				1													5
平均値	4				1														5
本当の値							3				2								5
○ばかり		4																	4
○より高い	1			2		1													4
○にも（及ぶ）	2									1				1					4
○を越えた・る									1	1				1				1	4
目分量	4																		4
範囲	2				1					1									4
けた	1						3												4
たいてい	1	1			1					1									4
ごく少量		1						3											4
目分量							2				2								4
ほぼ○	1					1			1										3
○より多い										1			2						3
○より浅い														1				2	3

表5－2　中学校理科教科書における近似値・誤差の扱いの変遷（C社つづき）

	第1期			第2期			第3期				第4期				第5期				
	昭和33(1953)			昭和43(1968)			昭和52(1977)				昭和61(1986)				平成4(1992)				
学年	1年	2年	3年	1年	2年	3年	1上	1下	2上	2下	1上	1下	2上	2下	1上	1下	2上	2下	
総ページ数	301	299	263	279	275	303	200	200	200	200	149	179	195	185	119	123	125	141	延べ数
○より大きい		1				1									1				3
せいぜい○	2																	1	3
微量					2				1										3
測定点							3												3
推定する							3												3
○たらず						1												1	2
○の位までよむ		1	1																2
○の位まで測る		1	1																2
○もの							1							1					2
○より小さい	1					1													2
○から○ぐらい	1			1															2
○に達する		1							1										2
○から○の間	1	1																	2
○より深い	2																		2
信頼（信用）できる、できない							2												2
実際（の、に）						2													2
少なくとも			1					1											2
正確（に）							2												2
○ばかり	1																		1
○内外	1																		1
○におよぶ						1													1
○ごろまで						1													1
○から○以上						1													1
○たらず			1																1
○よりもごくわずかに小さい						1													1
○よりも小さい						1													1
○より長い						1													1
○前後										1									1
○から○にも										1									1
○より古い										1									1
実測	1																		1
はした	1																		1
端数						1													1
概算								1											1
精密					1														1
ほとんど					1														1
下のけた							1												1
誤差の範囲内							1												1
教科書ごとの延べ数	341	156	150	170	225	369	158	59	108	201	48	44	154	181	52	47	117	173	2753
期ごとの延べ数	647			764			526（1分野217・2分野309）				427(1分野92・2分野335)				389(1分野99・2分野290)				2753
期ごとの用語数	47			44			49				31				22				

理科で使われている関係・関数の表現

長崎　栄三
国立教育研究所

要　約
理科は、算数・数学が最も利用されていると思われる教科であろう。そこで、算数・数学と社会との総合を進めるうえで、理科との協力は欠かせないものであろう。このような立場から、理科における算数・数学の利用を、関係・関数の表現に焦点を当てて調べた。その結果、理科では、想像以上にこれらの算数・数学の内容が少ないことが分かった。特に、文字式による関数の表現はほとんどなく、多くは言葉の式で代用されており、また、関数の概念用語としては、比例、反比例は使われているが、一次関数、2乗に比例などの中学校の内容は使われていないことなどが分かった。

キーワード：理科、関数、算数・数学の利用

1．はじめに

算数・数学が最も使われていると思われる教科は、理科と思われる。自然科学は、この世界の解明にあり、そして解明された原理や法則は数学を言語として記述されるからである。しかし、算数・数学と理科が離れているのではないかと言われて久しい。また、理科離れを、理科で利用する数学の難しさに帰する傾向が、物理学者にもある。

算数・数学が社会と総合することを考えると、算数・数学ともっとも近いはずであるの理科の状況を把握しておく必要がある。理科における法則や原理は、一般に、算数・数学においては関係や関数となる。関係・関数については、いろいろな表現の仕方がある。そこで、現行の小学校・中学校の理科の教科書における関係・関数の表現について調べることにした。

2．分析の方法

小学校の理科教科書「新編　新しい理科」（東京書籍：平成８年版、小学校３年～）と中学校の理科教科書「新しい科学」（東京書籍：平成５年版）を対象として、それらにおける関係・関数の表現について調べる。

3．分析の結果

理科の教科書から、関係・関数の表現として、13を抽出し、それぞれを項目毎にまとめると次の通りである。

グラフ：棒グラフ、絵グラフ、折れ線グラフ、帯グラフ、円グラフ、グラフ（曲線）、
　　　　グラフ（直線）
表　　：表
式　　：言葉の式、文字式、文字の擬似式
用語　：比例、反比例

それぞれの内容については、理科の内容が分かるようにして本稿末に一括してあげてある。それらを

学年毎に分けると、表1の通りである。

全体的に見ると、75しかなく、少ない。内訳は、グラフ42、式14、定義11、表6であり、グラフがほとんどである。

式のうち文字式による表現は、小学校・中学校9年間を通して、次の1つだけであった。

中1下　E＝RI　または　I＝E/R

その他の関係式は、次のような言葉の式で表されている。

中1下　仕事＝（持ち上げる力）×（持ち上げる高さ）

文字式の理解・習熟は、中学校の数学の主要な目標であるということからすると、中学校の数学と理科には大きな隔たりがあると言えよう。

また、関係や関数の用語としては、割合、比例、反比例だけしか使われていない。一次関数、2乗に比例は使われていない。なお、比例の中では、現在では中学校で指導されない積に比例が「比例」として紹介されている。。

表1　関係・関数の表現の出現学年

関係・関数の表現	学年											
	小3	小4上	小4下	小5上	小5下	小6上	小6下	中1上	中1下	中2上	中2下	合計
グラフ												
棒グラフ	2	1			1						1	5
絵グラフ		1										1
折れ線グラフ			4								4	8
グラフ:曲線			1		2			4	1	3	3	14
帯グラフ						3						3
円グラフ								1		1		2
グラフ:直線								3	5	1		9
表												
表		2			4							6
式												
言葉の式					1			4	6		1	12
文字式									1			1
文字の擬似式									1			1
用語												
割合								2			1	3
比例									7			7
反比例									1			1
合　計	2	4	5	0	8	3	0	14	22	5	10	73

４．おわりに

現在の理科においては、全体的に算数・数学の利用が少ない。算数・数学は使われることによって算数・数学の理解が深まるとともに算数・数学の意義を感得できるので、理科を含め他教科の協力は欠かせないものであるが、そのようなことは理科においては現状では期待できないようである。なお、理科での現状をさらに詳しくまとめると、次の通りである。

①数学の内容としては、高々、中学校１年くらいまでの内容である。
②内容的には、グラフが一番多い。しかし、グラフからの式表示はない。
③文字が扱われているのは、皆無に近い。公式で１か所で使われているだけで、ましてや、その変形は見られなかった。

算数・数学と社会との総合という立場からすると、理科の現状は算数・数学にとっては厳しいものと言えよう.算数・数学からは、理科にもっと算数・数学を正当に使うことを求めるとともに、他教科で算数・数学の利用をあまり望めないとするならば、算数・数学内で積極的に理科を含め社会の話題を取り上げていく必要があろう。

付録. 調査結果のデータ

番号の意味：1桁目（学年）、2桁目（上：下）、3−5桁目（頁）、6桁目（該当頁の順番）、
〔 〕内は算数・数学の分類
教科書：小学校「新編　新しい理科」、中学校「新しい科学」

【小学校3年】
3全0111　[棒グラフ]幼虫の体の長さ
3全0561　[棒グラフ]日なたと日陰の地面の温度
【小学校4年】
4上0331　[表]ヘチマの茎の伸びた長さ:長さで小数点第1位まで
4上0351　[表]わたしの脈拍数と体温:体温で小数点第1位まで
4上0391　[絵グラフ]鈴虫の鳴いた数
4上0491　[棒グラフ]川の水量の変化
【小学校5年】
5上0051　[グラフ:曲線]空気の温度はどう変わるか
5上0061　[折れ線グラフ]1日の気温の変化
5上0081　[折れ線グラフ]1日の気温の変化
5上0101　[折れ線グラフ]1日の太陽の高さの変化と気温の変化
5上0431　[折れ線グラフ]夕立のときの気温の変化
5下0011　[グラフ:曲線]太陽の位置
5下0071　[グラフ:曲線]月の位置
5下0241　[棒グラフ]水にとける食塩とホウ酸の量
5下0371　[表]てこが水平につり合うきまり
5下0381　[言葉の式]（左のうで）おもりの数×支点からの距離＝（右のうで）おもりの数×支点からの距離

5下0451　[表]ふりこのふれるはやさ、ふれるはばは約60度:平均/10

5下0491　[表]おもりの動く距離、3回やって、平均を出す

5下0501　[表]おもりの動く距離、おもりのはやさを変える

【小学校6年】

6上0042　[帯グラフ]空気中の気体(体積の割合)

6上0081　[帯グラフ]まわりの空気、ろうそくを燃やしたあとのびんの中の空気

6上0081　[帯グラフ]まわりの空気、はきだした空気

【中学校第1分野】

1上0131　[言葉の式]重量パーセント濃度[%]=溶質の重さ[g]/溶液の重さ[g]×100

=溶質の重さ[g]/溶媒の重さ[g]+溶質の重さ[g]×100

1上0171　[グラフ:曲線]ミョウバンがとける量:グラフ、水の温度が高くなるとずいぶんたくさんとける

1上0201　[円グラフ]空気の組成

1上0471　[グラフ:直線]ばねののび:グラフ

1上0501　[言葉の式]圧力[g重/cm^2]=面を垂直におす力[g重]/力が働く面積[cm^2]

1上0601　[言葉の式]密度[g/cm^3]=物質の質量[g]/物質の体積[cm^3]

1上0651　[グラフ:曲線]水やエタノールの温度変化

1上0652　[グラフ:曲線]水とエタノールが混じった場合の温度変化

1上0701　[グラフ:直線]熱した時間と水の温度変化

1上0711　[言葉の式]熱量(カロリー)は、(水の質量) × (水の温度変化)

1上1041　[グラフ:曲線]マグネシウムや銅の加熱回数と質量の変化

1上1051　[グラフ:直線]金属の質量と化合する酸素の質量との関係

1上1052　[割合]銅と酸素の質量の割合は常に4対1である:(対)

1上1053　[割合]A, B2つの物質が化合物をつくる場合は、AとBはいつも一定の割合で化合する

1下0081　[グラフ:直線]電圧と電流の強さとの関係

1下0082　[比例]回路を流れる電流の強さは、電圧に比例することがわかる

1下0091　[文字式]E=RI または I=E/R

1下0092　[比例][反比例]電流の強さは、電圧に比例し、抵抗の大きさに反比例する

1下0181　[グラフ:直線]電流の強さと発熱量

1下0182　[グラフ:直線]電圧の強さと発熱量

1下0183　[比例]発熱量は、電圧が一定のとき、電流の強さに比例する

1下0184　[比例]発熱量は、電流の強さが一定のとき、電圧に比例する

1下0185　[比例]発熱量は、(電流の強さ)×(電圧) に比例するともいえる

1下0186　[言葉の式](電流の強さ)×(電圧) を電力ともいい

1下0187　[言葉の式]Q=0.24×(電力)

1下0541　[文字の擬似式]酸と水素イオン、$HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$

1下0721　[言葉の式]空気中ではかった重さー水中ではかった重さ=浮力

1下0901　[グラフ:直線]実験4の結果のグラフ(等速直線運動)

1下0901　[比例]等速直線運動では移動距離が時間に比例していることがわかる

1下0941　[言葉の式]仕事= (持ち上げる力) × (持ち上げる高さ)

1下0951　[言葉の式]仕事= (力の大きさ) × (力の向きに動いた距離)

1下0971 〔言葉の式〕仕事率＝（仕事の量）／（かかった時間）

1下0991 〔言葉の式〕（物体にはたらく力）／（持ち上げられて高さ） エネルギーの大きさ

1下1011 〔グラフ：直線〕小球の高さや質量と位置エネルギー

1下1012 ［比例］物体のもつ位置エネルギーは、地面やゆかからの高さに比例し、物体の質量にも比例する

1下1131 〔グラフ：曲線〕人類のエネルギー総使用量の変化

【中学校第2分野】

2上0221 〔グラフ：曲線〕大気中の二酸化炭素の濃度の変化〔ppm〕

2上0471 〔円グラフ〕地球の大気の成分（体積の割合）

2上0621 〔グラフ：曲線〕昼夜の長さの年変化

2上0641 〔グラフ：曲線〕南中高度と気温の変化

2上0911 〔グラフ：直線〕気温を変化させたときの体温の変化

2下0051 〔折れ線グラフ〕気象観測の結果のまとめ

2下0711 〔言葉の式〕湿度［％］＝1㎥の空気中に含まれている水蒸気の量［g/㎥］/その空気と同じ温度の飽和水蒸気量［g/㎥］×100

2下0081 〔グラフ：曲線〕水蒸気が水滴になる過程

2下0101 〔グラフ：曲線〕高さによる気温の変化

2下0151 〔折れ線グラフ〕気象観測の結果のまとめ

2下0241 〔折れ線グラフ〕日本の各地の気温

2下0241 〔棒グラフ〕日本の各地の降水量

2下0551 ［割合］孫の代では、優性のものと劣性のものとが表面上3：1の割合で現れることになる

2下0591 〔折れ線グラフ〕オレンジを食べるハダニとハダニを食べるダニの数の変動

2下1251 〔グラフ：曲線〕世界の人口の推移

アメリカの数学科教科書における社会的文脈の扱い方の分析
－Addison Wesley Mathematics教科書より－

松元新一郎
東京学芸大学附属大泉中学校

要約
日米英の教科書における社会的文脈の扱いの比較分析を行った結果、実世界の問題や擬似的な問題の収集にはアメリカの教科書が参考になることがわかった（富竹・松元・長崎1997）。そこで、アメリカの教科書における「教科書の構成」「問題の場面」「問題で期待されている活動」についての考察を行い、これらの視点からのアメリカの教科書における社会的文脈の扱い方の分析を行った。その結果次のことがわかった。
①「教科書の構成」では数学の内容で構成されているが、その数学の内容と社会との接点を持たせる工夫（単元の導入・問題の選定・様々な活動・カラー写真の利用など）がなされている。
②「問題場面」では各章の扉でデータを用いながら考えさせるような他教科や社会との文脈を意識して書かれており、本文で扱われている現実的・擬似的な問題は場面が多様である。
③「期待されている活動」では、プロジェクト活動とグループ活動が必ず設置されており、教室外での活動が重視され、活動する生徒が社会とのつながりを意識するように配慮がなされている。
キーワード　：　教科書分析、アメリカ、実世界の問題、擬似的な問題

1．はじめにー教科書分析の目的

筆者ら（富竹・松元・長崎1997）は、日米英の教科書における社会的文脈の扱いの比較分析を行い、わが国の特徴を明らかにしてきた。それによれば、分析した単元（正負の数の計算、平面図形・空間図形、一次関数）においては、日本は純粋な数学の問題、アメリカは実世界の問題、イギリスは擬似的な間題が、それぞれ他2か国と比較して多いということがわがった。また、数学の文化に関する問題が3か国とも一題もないこともわかった。全体としては、擬似的な問題の収集にはイギリスの教科書が、実世界の問題の収集にはアメリカの教科書が参考になることがわかった。さらに、擬似的な問題といっても、アメリカ、イギリスはその問題場面が日本に比べバラエティーに富んでいることもわかった。

そこで、実世界の問題や擬似的な問題の収集にはアメリカの教科書が参考になることから、本稿ではアメリカの教科書における「教科書の構成」、「問題の場面」、「問題で期待されている活動」についての考察を行い、これらの視点からのアメリカの教科書における社会的文脈の扱い方の分析を行う。

2．教科書分析の方法

（1）教科書分析の対象教科書

Addison Wesley Mathematics Grade6～8．Addison WesleyPubhshing Company、1993.

（2）教科書分析の対象部分

対象とする内容・部分

・Grade6～8の章の構成と単元の構成

・Grade7の各章の扉の話題

・Grade7の第１章で扱われている実世界と擬似的な問題
・Grade7の各章で掲載されているプロジェクト活動の内容
・Grade7のグループ活動の内容

３．研究の結果

（１）全体の単元構成

①教科書の位置づけ

Addison Wesleyの教科書は、NCTMのスタンダードを効果的に履行するために開発されたものであるとカタログに記述されている。さらに次のような統合したアプローチを行うように記述されており、社会的文脈を意図しているといえる。

■数学と他の教科との関係を強調する

■単元間の関係を強調する

■生徒が日常の「行うこと、考えること、話すこと」の活動の中に保障すること

また、電卓の利用（松元1995)に関しては、テキサスインスツルメンツ社のマス・エクスプローラーを用いることを前提として書かれている。日本の教科書が教科書の中に電卓使用について明示しているのに対し、Addison Wesleyの教科書では明示されていない。しかし、指導書の中に「Materials」として電卓の指示があるものもある。Addison Wesleyの教科書は巻末にあるデータバンクを利用する問題が各章に必ずある。したがって、章毎に必ず電卓を利用する（利用さざるを得ない）場面があり、更に、それ以外の場面でも積極的に利用すべき、という立場を取っていると考えてよい。また、ただ計算すべてを電卓に任せるというのではなく、「紙と鉛筆」「暗算」「電卓」のどれを利用すると良いかを見極める課題が各学年で設定されている。そこでは、どういう手順で計算方法を選べばよいかの基準が明記されている。

また、完全なスパイラル方式である。日本の中学数学でスパイラルになっているのは、たとえば、式の計算（中学１年～中学２年）が考えられる。アメリカの教科書の場合、１度出てきた単元の内容は、次の学年以降において、ほとんどといってよいほど登場する。かなりの内容をだぶって復習し、それに続いて発展的に展開するような構成になっている。

② 教科書の章構成と単元構成

各学年の章構成をあげてみると、次のようになる。このことから、単元の章構成は、数学の内容に基づいていることがわかる。また、アニメやカラー写真が多く掲載されている。

・第６学年の章構成 （変形Ｂ５版、546p.)

＜アニメ<u>２１５</u>頁（全体の37.3%）写真<u>１６７</u>頁（うち、白黒１枚）（全体の29.0%）＞

１式の計算、文字式 ２小数とメートル法 ３乗法: 整数と小数 ４除法: 整数と小数

５データ，グラフ，統計 ６分数の理解 ７加法と減法: 分数と帯分数

８乗法と除法: 分数と帯分数 ９幾何 10比，割合，パーセント 11パーセントの利用

12 整数（正負の数） 13測定 14周の長さ，面積，体積 15確率 16方程式の導入

・第７学年の章構成 （変形Ｂ５版、574p.)

＜アニメ<u>１７４</u>頁（全体の30.3%）写真<u>１７５</u>頁（うち、白黒３枚）（全体の30.5%）＞

１式の計算、文字式、問題解決 ２小数と測定 ３データ解析、統計 ４幾何（平面・空間）

５数の性質と分数 ６分数の計算 ７方程式の導入 ８割合と比 ９パーセント

10 パーセントの応用 11整数 12確率 13面積、体積 14合同変換 15代数（式の計算、文字式）の拡張 16論理的推論

・第8学年の章構成　(変形B５版、574p.)

＜アニメ　146頁（全体の25.4%）写真　198頁（うち、白黒３枚）　（全体の34.5%）＞

１式の計算、文字式、問題解決 2データ解析、統計 3面積、体積

4方程式、不等式、関数 5正負の数 6数の性質 (G.C.M., L.C.M.,素因数分解) 7有理数

8割合と比 9パーセント 10パーセントの応用 11離散数学：数え上げの問題 12確率

13幾何（平面・空間） 14平方根と直角三角形 15合同変換 16論理的推論

１つの単元（各学年１６単元）の構成について述べる。章扉が見開き１頁あり（章の扉の話題については３（２）で述べる）、次の頁から節が見開き１頁で完結するようになっている。１つの節（見開き１頁）の構成は、「LERAN ABOUT IT」「TRY IT OUT」「PRACTICE」「APPLY」の項目名がつけられている。

「LERAN ABOUT IT（学習しよう）」はその節の導入であり、まず始めに「EXPLORE（探求）」のなかで課題設定がなされる。ここでは、現実的な課題設定の文に写真またはアニメが脇に添えられている。この課題設定を受けて、「TALK ABOUT IT（話し合ってみよう）」の中で話し合いをするための問題が疑問文の形で２つから３つぐらい掲載されている。その問題のすぐ下に、例があったり、この節で押さえるべき数学的内容がまとめられている。節の中では、この「TALK ABOUT IT」のみに本文があり、あとは問い（問題）で構成されている。

「TRY IT OUT（やってみよう）」は、「LERAN ABOUT IT」で学習した数学的内容を確認する問題があげられている。。「LERAN ABOUT IT」では現実的な文脈を重視した課題設定に対して、「TRY IT OUT」で扱う問題はその多くが純粋数学的で基本的な問題が数題掲載されている。

「PRACTICE（練習）」は、「TRY IT OUT」よりも少し程度が高い問題で、「TRY IT OUT」よりも多い問題数が掲載されている。

「APPLY（応用）」も「TRY IT OUT」「PRACTICE」と同様に問題で構成されている。これらの問題は、タイプ別にだいたい３つに分類され、問題の前に次のようなタイプ名がつけられている。「MATH REASONING（数学的推論）」と「PROBLEM SOLVING（問題解決）」は、どの節にもほぼ掲載されており、残りの１つのタイプは「USING CRITICAL THINKING（批判的思考の利用）」「ALGEBRA（代数）」「MENTAL MATH（暗算）」「NUMBER SENSE（数感覚）」「CALCULATOR（電卓）」「ESTIMATION（見積もり）」なかから１つ選ばれる。

見開き１頁の節は以上の４つの枠組みを基本としてで構成されているが、「APPLY」のあとに「MIXED REVIEW（ふりかえり）」と名付けられた、その節や単元とは関係ない復習問題的な計算題が含まれることが希にある。

このような節の構成が単元の中で何回か繰り返し行われる。途中で「POWER PRACTICE（もっと練習を）」が計算練習を中心に１頁で構成された内容で１～２箇所配置されている。さらに節の間には、すべての単元で１つないし複数の「Problem Solving（問題解決）」、多くの単元で「Exploring Algebra（代数の探求）」「Using Critical Thinking（批判的思考の利用）」という題名がつけられた節が、見開き１頁で通常の節とほぼ同様な流れで記述されている。下の表のように、これら３つの内容は学年によって取り上

げる数が異なってる。

	「Problem Solving」	「Exploring Algebra」	「Using Critical Thinking」
Grade 6	３２	6	6
Grade 7	２５	１２	１６
Grade 8	３１	１３	１６

以上の流れの後に、「Group Decision Making（グループ活動）」の項目が見開き１頁にわたって展開されている。ここでは、グループで活動することが前提になっており、ほとんどといってよいほどグループで作業に取り組んでいる写真が掲載されている。ここでは、副タイトルとして「Data Collection and Analysis（データの集め方や分析の仕方）」、「Applied Problem Solving（問題解決の応用）」が単元毎に交互に配置されている（具体例は３（５）参照）。

単元の最後には、「WRAP UP」「POWER PRACICE/TEST」「ENRICHMENT」「CUMULATIVE REVIEW」が各１頁ずつ配置されている。

「WRAP UP」は、数学用語や記号の確認が穴埋め問題や選択問題として掲載されている。

「POWER PRACICE/TEST」は、その単元をカバーする章末問題的な要素で問題が構成されている。

「ENRICHMENT」は、日本の教科書でいえば、単元の終わりにある課題学習的な問題が掲載されている。

例（Grade 8）：「ネピアの棒」「ランダムサンプリング」「投影図を描く」「コンピュータと２進法」「ベン図」「大きい素数を見つける」「Buffonの針（πの値）」「地図のスケール」「ケーニスグベルグの橋」「複利と単利」「フィボナッチ数列」「偏りと推論」「５つの正多面体」「サインとコサインの比」「メビウスの輪」「楕円」

「CUMULATIVE REVIEW（今までの復習）」は、その単元だけでなく、今まで学習してきた内容全般にわたっての復習問題が掲載されている。

この教科書は、１つの章に、違う単元の問題が入っている。たとえば、復習問題的なものも多い（MIXED REVIEW など）。一方、日本の教科書では、単元に関係のない問題は排除していこうとする傾向にある。復習問題的な問題は、巻末に集中的に置かれている。

（２）各章のとびらの頁

ここでは、第7学年の各章の扉の題材について記す。章のタイトル（数学的内容）の次には〔MATH AND SCIENCE〕のように他教科との関連を意識したサブタイトルが付けられている。 各章のサブタイトルでの他教科との関連を見ると、美術科以外のすべての教科と関連づけようとしている（他学年で、美術科はある）ことがわかる。見開きに４つ程度の設問が設定されているが、必ず巻末に掲載されている資料（DATA BANK）を用いながら、社会的文脈を意識した内容になっている。その設問に関連したカラー写真が使われている。この設問は様々なテーマを含んでいて、現実のデータを利用しながらその章の数学的内容に導入になるように工夫されている。

章のとびらの話題 〔データバンク〕と〔写真〕	他教科との関連	社会的文脈
1 式の計算、文字式、問題解決 〔MATH AND SCIENCE〕年令別テレビ試聴時間・家庭にある伝達手段の保持率の推移 〔写真〕 コンピュータによる気象データ分析	理科	テレビ 気象
2 小数と測定 〔MATH AND SOCIAL STUDIES〕外国（英・加・日・メキシコ）の貨幣制度（単位・硬貨と紙幣の種類・過去の交換レートの推移）、1989.1.1の株式市況 9 銘柄 〔写真〕 各国の硬貨が散りばめられている	社会科	経済
3 データ解析、統計 〔MATH AND SCIENCE〕霊長類の総数（熱帯雨林・森林地帯・サバンナによる分類）、霊長類の成長段階（幼児期・子供期・大人期・平均寿命）〔写真〕 ゴリラの写真	社会科 理科	気候 人類
4 幾何（平面・空間） 〔MATH AND SCIENCE〕六角形のボルトとナット（平面図・立面図）、屋根や橋のトラース図 〔写真〕 鉄橋	技術家庭科	日曜大工
5 数の性質と分数 〔MATH AND FINE ARTS〕全音階における 2 オクターブ分の振動（周波）数、音符の値と区分（全音符・2分音符・4分音符）〔写真〕トランペット	音楽科 理科	音 楽器
6 分数の計算 〔MATH AND HEALTH AND HITNESS〕ピザの作り方（材料と焼き方）〔写真〕かごに入っている野菜の数々	技術家庭科	料理
7 方程式の導入 〔MATH AND SCIENCE〕原子の重さ（水素・ヘリウム他 6 種）、分子の重さ（酸素・一酸化炭素他 5 種）〔写真〕試験管と液体の入ったビーカーやフラスコ	理科	原子 分子
8 割合と比 〔MATH AND HEALTH AND HITNESS〕インディアナポリス 500（カーレース）の勝者一覧（1959～1980分・マイル／時・km／時・賞金）、インディアナポリスでのフォードロータス車（スロットの角度とエンジン回転）〔写真〕カーレースの写真	技術家庭科	自動車レース
9 パーセント 〔MATH AND SOCIAL STUDIES〕投資収入の調査（硬貨・石油・切手・金・銀・大蔵省証券・画家の絵・債権・株・中国陶器・住宅・農場・ダイアモンド）〔写真〕ニューヨーク株式市場（売場）	社会	経済 投資
10パーセントの応用 〔MATH AND HEALTH AND HITNESS〕食品（3種）の成分表、12歳の平均体重（各身長に対する体重）〔写真〕新体操の選手（リボン）	技術家庭科 保健体育科	食品 体
11整数 〔MATH AND SOCIAL STUDIES〕世界の時差の地図、テキサス 州AUSTIN の地図（網かけ有）〔写真〕中世の地図（中央アフリカ）	社会科	世界地図

章のとびらの話題 〔データバンク〕と〔写真〕	他教科との関連	社会的文脈
12確率 〔MATH AND SCIENCE〕パスカルの三角形、確率と遺伝(エンドウの花の色) 〔写真〕えんどうの花	理科	遺伝
13面積、体積 〔MATH AND HEALTH AND HITNESS〕スポーツを行うのに必要な面積とボールの寸法 〔写真〕テニスコート	保健体育科	スポーツ
14合同変換 〔MATH AND SCIENCE〕プログラム(ロゴ)の説明 〔写真〕フラクタル(正三角形)コンピュータの画面	理科	コンピュータ
15代数(式の計算、文字 式)の拡張 〔MATH AND LANGUAGE ARTS〕自宅の説明文、Arithmetricに対する論説文 〔写真〕湖と森林	国語科	論説文
16論理的推論 〔MATH AND LANGUAGE ARTS〕暗号解読(コナンドイルの小説より・・"踊る人間の冒険")〔写真〕子供の腕の写真	国語科	暗号 小説

(3) Grade7の第1章で扱われている実世界と擬似的な問題

ここでは、Grade7の第1章で扱われている実世界と擬似的な問題についてその題材を列挙してみることにする。 説明・問題・挿絵・写真に出てくる実世界と擬似的な内容をみると場面が多様であることが分かる。また、金銭・スポーツ・家庭に関するものが多いこともわかる。

〔例〕Grade7 1章 式の計算、文字式、問題解決 ・ティーンエイジの娯楽の調査(コラム、写真:ソニーのVideo 8、DATA BANKから考察) ・電力計 kw/時 (コラム 写真:電力計) ・基数(Cardinal)と名数(Nominal)の例(DATA BANKから探す) ・新聞紙(写真:スポーツ欄) ・学校のダンスパーティー ・チケット売場(問題解決の例題) ・バンドの演奏にかかる時間 ・コンサートのポスターの値段 ・レモネードの売上金 ・フローチャート(説明) ・家庭にあるテレビの台数(調査表) ・家から商店街までのバス料金 ・レンタルビデオの料金(スプレッドシートの挿絵、暗算の技術) ・エレベーターの乗車能力(挿絵、見積りの技術) ・ジェット機に乗っているバッグ全体の重さ ・ベビーシッターのアルバイト(問題解決の例題)	・映画の料金 ・セーターとブラウスを買うためにお金を節約する ・カセットテープを買う ・食料雑貨店で買物 ・犬の散歩(写真:犬を散歩させている) ・犬小屋作り ・朝起きる時間の調査(調査表:問題作り) ・Group Decision Making ・バスの乗車人数と代金(写真:バス 問題解決) ・Project ・バスケットボールの帽子の値段 ・コンサートチケットの値段 ・フライパンで卵を焼くときのフローチャートを作る ・靴と靴下の代金 ・スプレッドシートの使い方(挿絵) ・ジェット機に乗っているバックの全重量 ・オリビアが売った雑誌の1日あたりの数 ・データを見つける問題(DATA HUNT) ・・・クラス全員のチケットの合計金額を出すのに、街へ出る。

（4）Grade7の各章で掲載されているプロジェクト（Ｐｒｏｊｅｃｔ）活動の内容

各章のWRAP UPの中に必ず「Ｐｒｏｊｅｃｔ」の項目があり、教科書以外の身近にある事象を調査し、単元の数学的内容にあった探究をさせている。ここでは、訳を示して社会的文脈について見てみることにする。ほとんどの章のプロジェクト（Ｐｒｏｊｅｃｔ）活動において、数学的文脈よりも社会的文脈の方が多く掲載されている。その内容は、新聞記事・消費者・芸術・ゲーム。容器・スポーツ・教室・セールなどの話題で活動を行う事になっている。

１章　式の計算、文字式、問題解決　⇨　（社会的文脈）新聞記事

数または数のアイディアを使っている新聞の記事や見出しを選びなさい。その種類は、次の通りである。

○正確または見積りの数

○基数、序数または名数の数

○standerd numbers　または numerical expressions

良い例から掲示板に展示しなさい。

２章　小数と測定　⇨　（社会的文脈）消費者

賢い消費者になりなさい。スーパーマーケットの商品を計量の点から調査しなさい。家またはスーパーマーケットで同じ品目の幾つかのサイズを探しなさい。単価（unit prices)が比較しやすいように計量がなっていますか。多様なサイズのある食料品や洗剤のような品目で単価を書きなさい。包みも調べなさい。包みは少ない量を多いように見せていませんか。買うときに消費者が考慮すべき他の問題はどんなものですか。

３章　データ解析、統計　⇨　（社会的文脈）新聞記事

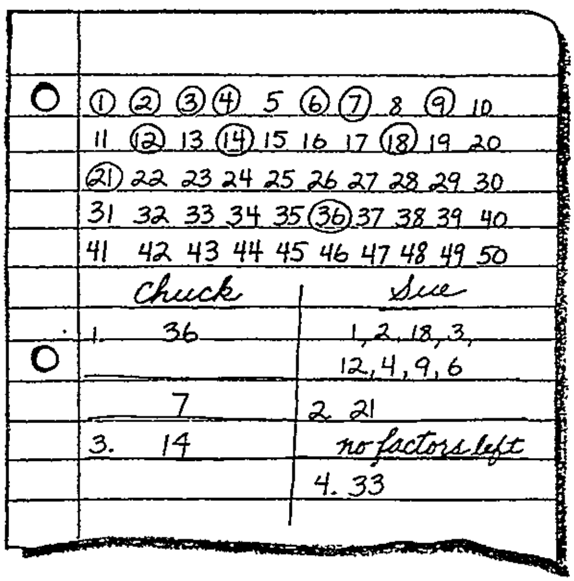
ニュースの記事は、興味を持つようにそして容易に理解するような形式にデータを表すためにしばしばグラフが使われます。新聞や雑誌の中からグラフを見つけなさい。そのグラフの効果を評価しなさい。なぜ記者はこのグラフのタイプを使ったと考えますか。

4章　幾何（平面・空間）　⇨　（社会的文脈）芸術

独創性を持ちなさい。異なる立体や平面図形を使って彫像（彫刻）をデザインしなさい。自分自身の立体を作り、様々な形の容器を使うことができる。厚紙から平面図形を切り取りなさい。形を合わせてみて新しい形を作ろう。

5章　数の性質と分数　⇨　（社会的文脈）ゲーム

パートナーとゲームをしよう。１から５０までの数字を紙切れの上から書きなさい。空白の部分を半分に分けなさい。１つ数を選び、自分の側に書きなさい。そして、あなたの相手は、あなたが選んだ数の約数をすべて選び、その数を自分の側に書きます。その数や約数は選んだら、すぐに○をつけてもう使えません。ある数を選びそのすべての約数を上げたら、次の人が代わって始めます。すべての数が選ばれるまでやります。それぞれの側の数を加えます。電卓を使いたければ使っても構いません。合計の最も高い人が勝ちです。



6章　分数の計算　⇨　（数学的文脈）図形との関係

モデルを作りなさい。建築物の書類や新聞や細長い紙片を使って次の場面をモデル化しなさい。

・長方形を折って、２分の１、３分の１、４分の１、６分の１、８分の１、９分の１、１６分の１にしてみなさい。

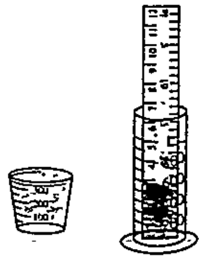
・正三角形を折って、３分の１、６分の１を図を入れて説明しなさい。

7章　方程式の導入　⇨　（社会的文脈）容器

・関数をモデル化しなさい。

大きな容器の中にカップから水を注ぎ、カップの注ぐ回数で容器の水の高さがどのように変化するかを書き留めることによって、１つの関数をモデル化することができる。表の中からパターンを探して、h＝f（n）となる関数をかきなさい。ただし、注いだ水の高さ（h）は注いだ回数に関係している。

[illegible]	1	2	3			
[illegible]						



8章　割合と比　⇨　（社会的文脈）スポーツ

スポーツの統計は選手がどのように演技したかを記述するために割合を使う。あなたが好きなスポーツから何人か選手を選びなさい。統計を探して、その統計の中から幾つかの割合を書きなさい。例えば、野球では打席数に対するヒット、またはヒットに対する総進塁数を含める。バスケットボールではねらったゴール数に対する入ったゴール数。あなたが選んだ選手たちに対する割合を比べなさい。なぜある選手が他の選手よりも価値があるのかを割合で説明できますか。

9章　パーセント　⇨　（社会的文脈）教室

教室の中において分数や複雑な数で記述されている場面を５つ見つけなさい。それぞれの場面とその分数や複雑な数を記録しなさい。そして、それぞれの小数やパーセントを見つけなさい。たとえば、褐色(brown)の目の生徒は青い(blue)目の生徒の１ 1/2倍いる。

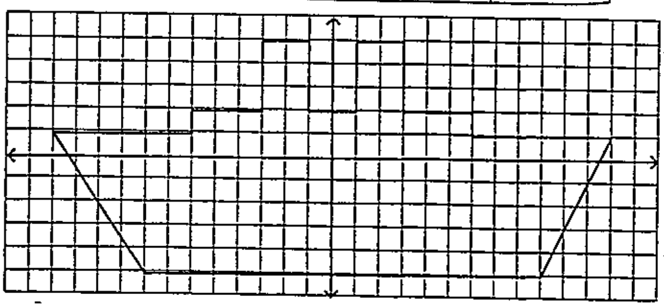
10章　パーセントの応用　⇨　（社会的文脈）セール

この価格リストは彼女がセール中の項目を記入できるように販売員にもらった。しかし、いくつかの数が抜けている。あなたのやるべきことはリストを完成することである。

Original Price	Discount Percent	Sale Price
$50.00	25%	
$42.00	$33\frac{1}{3}$%	
$35.00		$14.00
	20%	$22.40
$22.00		$14.30
	10%	$13.50

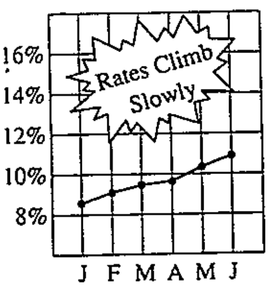
11章　整数　⇨　（数学的文脈）絵の伝達

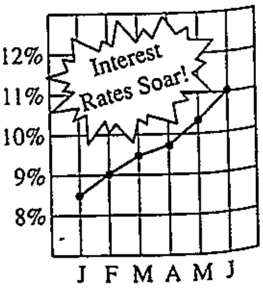
絵を直交座標に引きなさい。あなたの引いた線のかどは両方とも整数の座標で書ける点にする。線を引く順序にこれらの座標のリストを作りなさい。自分のリストをクラスメイトにあげて、自分の形や絵を写してみよう。



12章　確率　⇨　（社会的文脈）新聞記事・統計資料

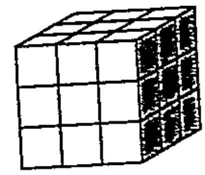
ときどき統計は、誤った印象を与えることがある。新聞や雑誌の中に誤った印象を与える統計の例を見つけなさい。どうしてその統計は誤った印象を与えるといえるのか。同じデータを誤った印象を与えない方法で表しなさい。





13章　面積、体積　⇨　（数学的文脈）積み木

Reginaは27個の立方体を１つの大きい立方体に積み上げた。彼女は大きい立方体の外側にペンキを塗った。
４つの面、３つの面、２つの面、１つの面、０つの面に塗られた小さい立方体は何個か。
６４個こ立方体から１つの立方体を組み立てなさい。

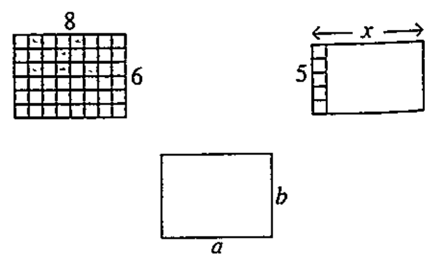


14章　合同変換　⇨　（数学的文脈）ピックの定理

この大きな正三角形は１つの小さな正三角形を取り、回転移動や平行移動や対称移動をした像を引くことによって作られた。ドットーペーパーを使って、多角形を回転移動や平行移動や対称移動したあとの像を引くことによって大きな多角形を作りなさい。

15章　代数（式の計算、文字式）の拡張　⇨　（数学的文脈）色タイル

色タイルまたは（１単位が正方形の）方眼紙（paper squares)で長方形を与えられた単位でモデル化しなさい。それぞれの長方形の面積を見つけるのに使った式を書きなさい。面積のモデルは２つの変数の積で示すことができますか。説明しなさい。例を使いなさい。



16章　論理的推論　⇨　（社会的文脈）ゲーム

３、５、４、７、５、９、６の数字が順番に書かれている。この順序は次のパターンである：
＋２、－１、＋３、－２、＋４、－３、. . .
順番（a sequence）を作り、最初が５で７つの数字を書きなさい。クラスメイトと 順番(sequences) を交換してそのパターンを決めなさい。

（５）Grade6グループ活動の内容

各章に必ず「グループ活動」の項目（見開き１ページ）がある。グループ活動をするために必要な事柄が挙げられており、単元の内容に基づいた例で 実際にどのように進めていくかが示されている。 文章を読むとよく人物が登場し、コミュニケーションを意識した記述の仕方になっている。

１章　Group Decision Making （グループ活動を行うに当たっての注意事項） ２章　Data Collection and Analysis （放課後のスポーツで一番参加者が多いものを調査） ３章　Applied Problem Solving （「探し犬」の新聞広告を出す費用を調査） ４章　Data Collection and Analysis （大人と１０代の考え方の違いを調査する） ５章　Applied Problem Solving （学年ピクニックにおいてグループでサンドウィッチを売る計画）	６章　Data Collection and Analysis （２つの回転盤で針を同じ項目にあたる場合の試行） ７章　Applied Problem Solving （持っているお金でどの鳥を買ったらよいのか） ８章　Data Collection and Analysis （１本の鉛筆を近づけ、２本に見える位置を測る） ９章　Applied Problem Solving （海外旅行する旅行者が快適に過ごすには？） 10章　Data Collection and Analysis （新しい事件について生徒はどれくらい知っているか）

11章　Applied Problem Solving （キャンプ地まで２人を安全に誘導するには？） 12章　Data Collection and Analysis （どのような歌が好みか調査する） 13章　Applied Problem Solving （クラスで革のリストバンドを製造する）	14章　Data Collection and Analysis （振子の実験を行う） 15章　Applied Problem Solving （何州かを生徒が馬で横断する　委員会に選ばれ計画を立てる） 16章　Data Collection and Analysis （硬貨による相対度数）

４．研究のまとめ

本研究の目的は、アメリカの教科書における社会的文脈の扱い方の分析を行うことであった。その方法として、Addison Wesley Mathmatics（アメリカの算数数学教科書）を用いて、「教科書の構成」、「問題の場面」、「問題で期待されている活動」についての考察を行った。単元の章構成は、数学の内容に基づいていた。また、教科書全体を通してアニメやカラー写真が多く掲載されていた。各章の扉の題材は、章のタイトル（数学的内容）に続いて他教科との関連を意識したサブタイトルが付けられ、巻末に掲載されている様々なテーマを含んでいる現実のデータ（DATA BANK）と関連したカラー写真を用いながら、その章の数学的内容に導入になるように工夫されていた。本文にある問題のうち、実世界と擬似的な問題は場面が多様であり、金銭・スポーツ・家庭に関するものが多かった。「Ｐｒｏｊｅｃｔ」では、教科書以外の身近にある事象を調査し、単元の数学的内容にあった探究をさせていた。この活動では、数学的文脈よりも社会的文脈の方が多く掲載されていた。「グループ活動」では、単元の内容に基づいた例で 実際にどのように進めていくかが示されている。 よく人物が登場し、コミュニケーションを意識した記述の仕方になっていた。

以上の考察から、アメリカの算数数学教科書における社会的文脈の扱い方は以下の３点に要約される。

①「教科書の構成」は数学の内容で構成されているが、その数学の内容と社会との接点を持たせる工夫（単元の導入・問題の選定・様々な活動・カラー写真の利用など）がなされている。

②「問題場面」では各章の扉でデータを用いながら考えさせるような他教科や社会との文脈を意識して書かれており、本文で扱われている現実的・擬似的な問題は場面が多様である。

③「期待されている活動」では、プロジェクト活動とグループ活動が必ず設置されており、教室外での活動が重視され、活動する生徒が社会とのつながりを意識するように配慮がなされている。

〔参考文献〕

１）久保良宏・久永靖史・松元新一郎・長崎栄三「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」日本数学教育学会誌　１９９４　４８－４　ｐｐ．２０－２７

２）松元新一郎「中学校数学科教科書における電卓の記述に関する日米比較 －Addison Wesley Mathmatics（アメリカの算数数学教科書）を分析して－ 」1995.3　vol.19 pp.185-204
共立女子中学校 研究報告

３）富竹徹・松元新一郎・長崎栄三「日本・アメリカ・イギリスの数学科教科書における社会的文脈の扱い方の比較分析」『数学と社会的文脈との関係に関する研究－数学と子どもや社会とのつながり－』平成６～８年度文部省科学研究費（基盤研究Ｂ）研究成果報告書1997　pp.94-104

４）富竹徹・松元新一郎・長崎栄三 「日本・アメリカ・イギリスの数学教科書における社会的文脈の扱い方の比較研究」 1997.7　日本科学教育学会　第21回年会論文集　p.179-180（茨城）

Ⅳ．文化・社会・教育・思考と算数・数学教育

一般教育としての数学教育

Mathematics in General Education
A report of the committee on the function of mathematics in general education for the commission on secondary school curriculum
Appleton-Century-Crofts, INC. 1940.

訳：長崎栄三

民主主義的生活に必要不可欠な個人的特性を伸ばすうえでの数学の役割（pp. 48 - 53）

数学教育の目的を述べるときには、普通は、寛容、協調性、自発性、創造性、社会的感受性、美的なよさを認めること、のような個性の発展を強調しはしない。しかし、数学の教師は、この仕事を他の教師と分かち合うことができる。このようなことは、生徒が学習する問題の選択や、数学のいろいろな内容や、学級の行為を一つの社会集団として導くことによって、このことができる。

社会的感受性
社会的感受性は、学習すべき問題の正しい選択を通して高まると思われる一つの個性である。もし、これらの問題が社会的に重要ならば、生徒は資料を提示し解釈する正しい技法を学ぶだけではなく、同時に、重要な社会的な事実や概念にますます親しむとともに、敏感になる。この点で最大の効果を上げるには、数学の教師は、分析し学習する問題や関連した資料を選択するに当たり、社会科や他教科の教師と協力すべきである。また、数学の概念や方法、特に、統計的な性質の概念や方法がないと、多くの動的な社会要因やそれらの相互作用に感受性豊かになることは不可能であるということに注意すべきである。こうして、数学の教師は、広範な社会的問題や関係を理解するための方法を生徒に与えるのに独自の貢献をする。
【注. pp. 32 - 33. 社会的感受性（Social Sensitivity）とは、社会的現象・人間的現象への意識、敏感さである。それは具体的に次のようなものである。
ａ．他の人々の生活に理解や共感を持って入ること、
ｂ．市民、生産者、消費者としての自分の行動が他の人々の幸せに与える影響に敏感なこと、
ｃ．より幅広い社会的な善のために自分自身の直接の快楽とは逆の行動を取れること、
ｄ．社会的不適応は人間のどうにもならない不変の特質と見るのではなく知性を応用することによって解決されるべき問題と見ること、
ｅ．状況に含まれているすべての人間的価値に基づいて、経済的・政治的方策を含むすべての方策を評価すること。】

美的なよさを認めること
数学の教師は自分自身の分野の独自の内容や方法を適切に使うことによって、経験についての美的特質に対する感受性を育てるのにも貢献するであろう。多くの人々は、量的な事実や関係に好意的に対応する。彼らは、統計的な比較、経済的な見積り、自然界の原理の数学的形式化、を楽しむ。算数や代数は、環境を理解するための、自然で非常に尊ばれた方法である。それらを通して、自分たちの個性を発揮する方法を見つけるかもしれない。新しい文脈の中にある親しみやすい要素を認識することは、数学課程でうまくいっている生徒の満足に貢献するものであり、また、回りの世界に見られる幾何的形式のよさを認めることに影響を与える。数学教育は、自然や芸術や工業や建築で生じる幾何的形式のよさを認めることを高めるであろう。芸術的デザインに幾何的作図を応用することによって、生徒は、自分の美的な好みを示し、自分の個性を表現する機会を持つ。

数学的な説明は、言葉だけではなく数学的記号の選択と配列を含むものであり、美的なニュアンスを持っている。数学的な説明の芸術的なものを読むと、多くの数学者は、よい詩歌を読んだりすばらしい絵画を見たりするときに経験する喜びに似たものを感じる。優れた教育のもとでは、

中等学校の生徒は、よさを認めることについての自分自身の水準で、似たような経験を持つに違いない。厳密な論理的演繹への好み、推理力への高い尊敬、健全な推論の価値における自信に満ちた確信、論理的思考のよさを認めるということについてのこれらのすべての側面は、特に、数学の学習の目標として適切である。最後に、数学が文明という劇の中で演じる役割を理解することには、多くの生徒に訴える、よさを認めることに関する性格がある。

【注. pp. 33 - 34. よさを認めるということ (Appreciation) は、楽しみによって特徴づけられる。よさをとても認めるということは、大事にする、尊重する、重んじるということを意味する。経験においてよさを認めることがあるというのは、単に理解するということと、魅力的で楽しいという特質を認識することとの間の差異に注意を払うことである。

楽しみという特質に加え、美的なよさを認めること (Esthetic Appreciation) はまたそれとともに、評価の考えにも関係する。それゆえに、よさを認めることの養育には、楽しみだけではなく、与えられた経験の価値に関する個人的な標準、好み、判断が含まれる。】

寛容、協調性、自発性、創造性

寛容、協調性、自発性、創造性のような個性は、生徒が彼らの注意を与える問題の内容がどうであろうとも、それが彼らに実際の問題となっているときだけ、伸ばされるであろう。さらに、これらの特質の発展は、数学の特別な方法や概念に依存するものではない。しかし、数学の学級は、他教科の学級と同様に、一つの社会的集団であり、その経験や活動は、好ましいまたは好ましくない社会生活での経験を与えることになろう。

もし、数学の教師が、寛容や協調性の意義や望ましさに十分に気づいているならば、学級活動をこの目的に意識的に調整することによって、それらの発展を育成することができる。このことは、学級が、例えば資料の収集や問題の定式化において協調的な活動が必要な総合的な問題 (comprehensive problems) についての課題を行っているときには、特に言えることである。また、個人や小集団が、筋道が立ってはいるが異なった基本的な仮定から始めて、ときには、同じ問題に対立する結論を出すこともあろう。このような場合に、正しく導かれた学級での話し合いが、知的な寛容の成長に貢献するであろう。これらの例は、ある種の学級活動の型が、民主的な集団生活に適切な個性の特質を発展させる手段を提供するということを示すのに役立つ。

それに加えて、数学は、他の教科と同様に、科学としての歴史や発展への洞察を伸ばすことによって、寛容や協調性の価値のよさを認めることに貢献することができる。次の引用は、この種の貢献を明らかにしている。

「教師は、自分の生徒の協調性の態度を養うのにいくつかの方法で自分が担当している教科を使うことができる。…彼は、科学それ自身が協調性の明らかな証拠であるということを示すことができる。科学は、彼らが見ることができるように、国家主義的であったり、民族意識を持っているということはめったにない。それは、空間と時間で広く離れた人々の集合的な活動の生産物であり、多くの場合、自然を理解しそれを支配しようとする、共通の関心と試みだけに結び付いている。科学の天才でさえ、彼らの同輩の学者に依存している。ニュートンは次のように言っている。「もし私がほかの人よりも少しでも遠くを見ているとしたら、それは巨人たちの肩の上に立っているからだ」。現代の科学のますます加速する進歩は、多くの人々によるより難しく複雑な問題への協力的な攻撃によるであろう。そして、そのような協力があることは、科学者たちが自分の仕事を広く発表し世界中のほかの科学者からの援助を探すという事実にもある程度よっている。」

同じようにして、普通の教室で数学指導で使われている方法は、知的な自発性や創造性の成長に導くこともあろうし、また、そのような成長を阻害することもあろう。個人のプロジェクト学習によって計画し実行しその成果を評価するという事に対する責任は、この点で有用である。数学の教師は、若い人々を機械的な活動に限るよりもむしろ、「現在の経験を越えて海図にない海に出て行く」ように勇気づけることができる。簡単な例が伝統的な類いの幾何の練習に関係する。ここで、もし、図形についての仮定と結論の両者を与える代わりに、教師は少なくとも時には初期のころに行われていたことに戻り、図形だけを提示し、それについて真となると思える事実や関係をすべて発見するように生徒に示唆するならば、創造的な活動の機会が大いに増すことができるであろう。もし、その図形があまり簡単ではなかったら、このことは刺激的で創造的な働きになる。創造性はまた、問題を発見したり定式化したり、攻撃のための方法を工夫したり、資料

の間の関係を認めたり、証明の方法を発見したり、説明的またはその他の形式で結論を提示したりすることで促されるであろう。しかし、もし、数学が創造的活動の分野となるべきならば、問題へのアプローチは、未知への冒険である探求的な経験の型を含まなければならない。それは、発見のための絶え間無い機会を与えなければならない。

単なる道徳主義的な教訓は、もちろん、この種の特質のいかなるものの発展にも無益なものである。学級活動のすべての側面は、もしこの点での成長が達成されるべきならば、生徒の個性へのそれらの影響に照らして、知的に導かれねばならない。教師の個性、生徒と教師や集団の関係のパターン、学校の雰囲気がまた、大きな影響を与える。数学の教師は、もし教育における自分の役割が十分に効果的であるべきとするならば、成人の個性の発達における動的な要因への洞察を持たなければならない。

【注. pp. 35 - 39. 寛容 (Tolerance) とは、自分自身とは異なる習慣や伝統を思い遣りをもって評価することであり、自分とは著しく異なる見解を尊重することである。ただし、それは標準、好み、考慮がないということではない。

協調性 (Cooperativeness) とは、興味・関心の活力に満ちた共有であり、他の人々の価値を高めることに積極的に関心をもち、そして、より健全な人間関係を築くために一緒に働くことである。

自発性 (Self-Direction) とは、生徒が知的な訓練を通して独立性を達する機会を持つことである。知的な自発性とは、学校で要求された仕事とは別に独立的な関心を実行する事であり、他人の強制なしで自分自身の行動を賢く方向づける事であり、自分の回りにある資源を効果的に利用する事であり、他人の判断に不当に頼ることをしないで独立な結論に到達することである。

創造性 (Creativeness) とは、自分にとって新しい方法で行動する個人の能力であり、新しいものを生み出す個人の能力である。それには、以前には関係のなかった経験の要素を総合することが含まれる。また、原理の新しい応用や、新しい関係を見いだすことや、一般化をすることが含まれる。教育においては、自分自身にとって新しいものを作るということで判断されるべきである。】

問題の解答における反省的思考を使う気質や能力

問題場面を分析すること、または反省的思考と言われるもの、における知性の発展は、一般教育の目的の単なる一部ではあるが、非常に本質的な一部をなしているので、本報告書では主要な位置を与えられている。しかし、反省的思考は、どんな一つの教科の特別な専門分野でもない。むしろ、それぞれのやり方で、学校のすべての教科の関心となるのものである。なぜならば、それは、自然科学の特別な分野内だけではなく、また、すべての体系化された知識を発展させることに関連した活動を含むと解釈された科学内だけでもなく、知的で延期された決定が求められるいかなる場合において、科学的探求方法の中心をなすものだからである。軍人が戦闘を計画したり、法律家が訴訟事件摘要書を書き上げたり、商人が一般費用の財源を分析したり、子どもがどの親が特別な権利をもっとも認めそうかを決定したり、ということを考えると、分析を必要とする問題場面、反省的思考の要求に出会う。

反省的思考とともにその他の個性の特性を使う気質や能力を伸ばす仕事を他の人々と分かち合うが、それでも、数学の教師が大きな独自の貢献ができるのはここのところである。本報告書の第Ⅱ部では、問題解決に含まれる多くの主な概念について論じ、この角度から見られた数学がいかにこの過程で基本的な役割を演じるかを示す。

文化的文脈における数学教育

Alan J.Bishop "Mathematics Education in its Cultural Context"
in A.J.Bishop(Ed.) Mathematics Education and Culture.
Kluwer Academic Publishers. pp.179-191.

訳：長崎栄三

概要：この論文では、文化的論点が含まれる教育的場面についての一連の分析の結果が示されている。特に重要な考えは、どのような文化的集団も、数学的な考えを生み出すことができ、そして、「西欧」数学はそのような中の単なる一つにすぎないかも知れないということである。西欧の数学と結合した価値についても論じられ、そして、この分析から生じた諸々の論点が示されている。

本論においては、過去 15 年間にわたり私をひきつけ、特にこの『数学教育研究』(ETM)の特別号に関係した分析と探求の結果を、まとめて述べることにする。ここで関心がある分野は、大きくいって２つあり、それらは関連しているものである。この両者は、研究や理論展開や教室実践に重要な意味合いを持つように思える。

数学教育の文化的接触

第１の関心は、私が「文化的接触」と考えているものである。イギリスのような国では、学校カリキュラムに、その社会の多文化的な性格を反映するように圧力が高まっている。そして、少数民族社会からの多くの子どもたちに対する教育の失敗に直面して、学校の経験の全体を再評価する必要性が広く認識されてきている。パプアニューギニア、モザンビーク、イランのような国では、「植民地的」とか「西欧的」な教育経験に対して批判があり、それに代わって、その社会の「生来」の文化に合うような教育を作り出していくという希望がある。同じような関心が、オーストラリアの原住民のアボリジニィ、アメリカインディアン、ラプランド人、エスキモー人の正式な教育についての論争の中にも生じている。これらのすべての場合において、文化的葛藤という状況が認められ、そして、カリキュラムが調べ直されている。

この問題の一つの特別な場合が、数学カリキュラムに関連しており、そして、子どもの生来の文化との関係に関連している。だが、数学カリキュラムは、変化するのがゆっくりであり、それは、主として、よく知られた、広くゆきわたった誤解によっている。５・６年前までは、数学は「文化から独立した」知識であるということが、伝統的に思われていた。議論は、次のようになっていた。どこでも「負の数かける負の数は正の数」であり、世界中のどの三角形もその角を加えると 180 度になると。だが、この見方は、これらの数学的な考えの「真理の普遍性」とそれらの知識の文化的な基盤とを混同している。それらの考えは、「明らかに」それらがどこにでも適用できるというような仕方で、非文脈化され抽象化されているのである。

しかし、これらで言われていることの詳細に焦点を当て始めるやいなや、その普遍性に対する信念が、挑戦されているように感じてしまう。なぜ、それは 180 度であって、例えば、100 度や 150 度ではないのか。負の数の考えはどこから生じたのか。もちろん、数学史の権威者たちは、この種の質問に対する答えを与えてくれており、そして、数学には一つの文化史があるということを、非常に明快に示してくれる。

しかし、私たちはどの文化史を引き合いに出しているのであろうか。最近では、人類学的・比較文化的研究からの研究の証拠によると、数学には一つの文化史があるという考えが支持されるだけではなく、異なる文化史からは異なる数学としてしか述べることができないようなものが生じているということをも支持されるようになっている。例えば、ザスラフスキィの仕事(1973)を見ることができ、ザスラフスキィは、その著『アフリカは考える』で、アフリカ固有の文化の中に存在する数学的な考えを示している。ファンサーティマの『科学における黒人』(1986)は、ジャード(1985)のものと同様にアフリカの情報源となっている。その他の大陸では、パプアニュー

ギニアについてのランシー(1983)、リーン(1986)、ビショップ(1979)の研究、オーストラリアのアボリジニィについてのハリス(1980)、ルイス(1976)の研究、アメリカインディアンについてのピンクストン(1983)、クロス(1986)の研究もまた、この論争に油を注いでいる。「民族数学」(ダンブロッシオ、1985)という言葉が、これらの考えのある部分を述べるために復活し、そして、たとえ、その言葉自身が未だうまく定義されていないとしても、それらの考えは実際に数学的な考えであるという意見には疑いはない。

したがって、数学は今や一種の文化的知識として理解されなければならないという命題が発展しつつある。そして、文化的知識は、どの文化も作り出すが、必ずしもそれぞれの文化的集団でお互いに同じものと「見られる」必要はない。ちょうど、人間のどの文化も、言語、宗教的信念、儀式、食物生産技術などを作り出すように、人間のどの文化も数学を作り出すように思える。数学は、汎人間的現象なのである。さらに、それぞれの文化的集団が、それぞれの言語、宗教的信念などを作り出すように、それぞれの文化的集団はそれぞれの数学を作り出すことができるように思える。

このようなことを考えるには、数学教育の理論や実践についての私たちの伝統的な信念の多くについて、基礎的に調べ直すことが必要なことは明らかであろう。

数学教育における価値

第2に関心のある分野は、数学教育における「価値」についての私たちの無視である。数学は長年にわたって文化から独立していると考えられてきたのと同じように、数学教育は価値から独立していると考えられてきた。議論は、次のように進む。数学教育は、三角形や分数や乗法に関する争う余地のない事実についてのものであるとき、数学教育が、どのように価値と関係し得るのかと。再び、ピンクストン(1983)、ホートン(1971)、ルイス(1976)、リーチ(1973)らの人々による人類学的研究によって、伝統的なこの見方が挑戦を受けるような証拠が多く示されている。さらに、本特集号のほかのほとんどの著者のような、文化的接触という状況で働いている数学教育者は、誰でも、すぐに、自分たちが責任を持っている子どもたちの数学的な学習経験における文化的葛藤の影響に鋭く気づいている。

さらに、数学教育は、もし価値発展になんの貢献もできなければ、教育とは言えないと論じることもできよう。多分、それが、数学訓練と数学教育の間の決定的な差異ではないであろうか。

実際、最近のほとんどの数学指導を、単に数学訓練として概念化することは、非常に適していると思える。そこでは、普通、価値に明白なかたちで注意が払われていないのであるから。価値が学習されていないと言っているのではない、明らかに価値は学習されてはいるが、暗黙のうちにであり、暗示的であり、意識はしていないし、意識的な選択はしないで学習されているのである。一方、確かに、数学の教育は、学習者の選択のための意識や能力を発達させるために、価値を、明示してはっきりとすべきではないであろうか。

今日、価値を考える緊急の必要性がさらにある。というのは、私たちの社会においてはコンピュータや電卓の存在感が増しているからである。これらの機器は、今でも、私たちのために多くの数学的技術をこなすことができ、そこで、未来の市民のために純粋に数学的な訓練を良しとする論議は確かに弱まっている。社会が、これらの機器の数学的な力を、適切に使うために利用することができるのは、その市民が自分達の教育の一部として価値を考えるようになっているからである。しかしながら、エルール(1980)のような悲観主義者にとっては、この状況は、いずれにせよ、あまりにも手に負えなくなっており、教育は、この段階で何か建設的なことをできはしないと。それにもかかわらず、その他の例えば、スコフスモーズ(1985)のような分析者の考えは、私が見るところでは、変化のための方策を発展させるための潜在的なものを提供してくれている。

価値の分野についての私自身の展望は、先に述べられた文化的葛藤の研究によって刺激されており、ここで詳しく述べて提案しようとしているのは、この展望である。私の仕事にとっての基本的な課題は、数学を文化的現象として概念化するための実り豊かな方法を見いだすことであった。

文化的現象としての数学

最も生産的な出発点は、ホワイト(1959)の著書『文化の進化』によって与えられた。そこでは、ホワイトは、ほかの人々も論じているように、「文化の機能は、一方で、人間をその環境に関係付

けることであり、他方で、人間を人間に関係付けることにある」(p. 8) と論じる。しかし、ホワイトはさらに進め、文化の構成要素を次のように４つの領域に分けた。

・イデオロギー的：信念からなり、記号に依存、哲学
・社会学的：習慣、機関、規則、人間相互間の行動様式
・感情的：態度、人々に関する感じ、行動
・技術的：製造、道具や器具の利用

さらに、ホワイトは、これらの４つの構成要素が相互に関係していることを示す一方で、「技術的要因が基礎的であり、その他のものは、それに依存する。さらに、技術的要因によって、少なくとも一般的には、社会的、哲学的、感情的要因は決定される」(p. 19) と強調している。

ブルーナー(1964)やヴィゴツキー(1978)のような著者も、書かれた言語の重要性と、そして、その特別な概念的な「道具」である数学的記号法の重要性を、私たちに示している。文化的現象の一例としての数学には、ホワイトの術語を使うと、重要な「技術的」な構成要素がある。しかし、また、ホワイトの図式は、この記号的技術によって引き起こされたイデオロギー、感情、社会学を探求し、したがって、価値にも同様に注意するという機会を与えてくれることになった。

この文脈における数学は、したがって、文化的な産物として考えられており、それは、種々の活動の結果として発展してきている。これらは、ほかの著作で述べてきたので(ビショップ、1986；ビショップ、1988)、ここでは、それらを簡単にまとめておく。私の分析からすると、６つの基礎的な活動があり、それらは、かって研究したどの文化的集団によっても行われていたように見えるということで、普遍的であり、そして、また、数学的知識の発展にとっては必要十分なものである。それらは、次の通りである。

数えること。離散的な現象を比較し順序づける体系的方法の使用。これには、「正」という字で勘定することや、ものや紐を使って記録することや、特別な数の言葉や名称が含まれるであろう。(参照。リーン、1986；メニンガー、1969；アシャー・アシャー、1981；クロス、1986；ロナン、1981；ザスラフスキー、1973)

位置を示すこと。空間的環境を探求し、概念化し、その環境を、模型、図、絵、言葉、その他の手段を使って記号化すること。(参照。ピンクストン、1983；ルイス、1976；ハリス、1980；ロナン、1986)

測ること。比較や順序付けを目的として、特質を量化すること。そこでは、単位や「測定用語」と関連して、測定器具として物や代用貨幣を使う。(参照。メニンガー、1969；ゲイ・コール、1967；ジョーンズ、1974；ハリス、1980；ザスラフスキー、1973)

デザインすること。形を作ったり、物や空間的環境の一部のためにデザインをすること。「心の鋳型」として物を作ったり、それをある伝統的な方法で記号化することが含まれるであろう。(参照。ガーデ、1986；テンプル、1986；ロナン、1981；ブーガン、1973；フェグレ、1979；オズワルト、1976)

遊ぶこと。すべての競技者が守らなければならない、多少形式化された規則がある。(参照。ゲイ、1983；ジェイン、1962；ロス、1902；ファルクナー、1961；ザスラフスキー、1973)

説明すること。現象が存在することを説明するための方法を見つけること。それは、宗教的であるかアニミズム的であるか科学的である。(参照。ランシー、1983；ホートン、1971；ピンクストン、1983；ロナン、1981；ゲイ・コール、1967)

文化的知識としての数学は、人間が、持続的で意識的な仕方で、これらの６つの普遍的な活動に従事していることから引き出される。これらの活動は、相互に排他的な仕方でなされているか、または、数のパターンや魔方陣を発展させてきたと思われる「数で遊ぶ」ことのように、多分もっと多くは相互に影響し合ってなされている。そして、数で遊ぶことや魔方陣は、間違いなく代数の発展に寄与して来た。

私やほかの多くの人々が学んできている数学においては、これらの活動が、少なくとも次のような非常に意味のある考えに貢献してきていると、論じてもよいであろう。

数えること：数。数のパターン。数の関係。数体系の発展。代数的表現。無限大と無限小。事象、確率、頻度。数値的方法。反復法。組合せ。極限。
位置を示すこと：位置。方位。座標の発展ー直交座標、極座標、球座標。緯度・経度。方角。角。直線。ネットワーク網。行程。位置の変化。軌跡（円、楕円、多角形･･･）。方位の変更。回転。鏡映。
測ること：比較。順序付け。長さ。面積。時間。気温。重さ。単位の発達ー伝統的、標準、メートル法。測定器具。概測。近似値。誤差。
デザインすること：物の性質。形。模様。デザイン。幾何図形（図形と立体）、図形の性質。相似。合同。比（同種の量の比、異種の量の比）
遊ぶこと：パズル。パラドックス。模型。ゲーム。規則。手順。方略。予測。推測。偶然。仮説的推論。ゲーム分析。
説明すること：分類。規約。一般化。言語的説明ー論拠、論理的関係、証明。記号的説明ー方程式、式、アルゴリズム、関数。図的説明ー図、グラフ、図表、行列。（数学的構造ー公理、定理、分析、無矛盾性。）（数学的モデル化ー仮説、類比、一般化可能性、予測。）

これらの基本的な観念から、「西欧」数学の知識のほかの部分を引き出すことができる。一方、この構造の中で、ほかの文化によって発展した「ほかの数学」の証拠を確認することができる。実際、私たちは「西欧数学」のようなレッテルを調べ直すべきである。というのは、多くの文化が、この特別なレッテルによって要約された知識に貢献したということを、知っているからである。

しかしながら、私は今では、概念的な弱点と思われそうなものを認めなければならない。この「普遍的」な構造が、ほかの文化的集団の数学的な考えを述べるのに適切かどうかということを、私が検証することができるということの実際的な展望はない。逆に、私は、これを決定するのは、それらの文化的集団からの人々にちがいないと主張することもできるであろう。私の不可能が弱点として解釈されるということとは別に、この種の分析においては、文化中華主義の危険性には絶えず気を付けなければならないということを認識することが重要であると、私は信じている。比較文化的に詳しく調べることによって、私の分析が有効ではないという場合もあるかもしれない。実際、それがほかの分析的な発展を促し、そして、再び、比較文化的に検証され得るというのが、私の願いである。

この種の文化中華主義は、認知発達についての「普遍的」段階理論を提唱したランシー（1983）が、うまく説明している。ランシーは、その第１段階は、ピアジェの感覚運動的・前操作的段階に対応することを示し、「この段階の達成は、すべての人間が共有している」（p. 203）。第２段階は、文化適応が起こるところである。「第２段階の間に認知に起こることは、そこで、文化や環境と大きく関係し、遺伝とはあまり関係しない」（p. 205）。これは、私にとっては、異なる文化が、異なる数学を発展させる段階である。

しかしながら、ランシーの理論の中にも第３段階があり、それはメタ認知水準に関係する。「認知的・言語的方略を発展させるのに加え、個人は、言語と認知の「理論」を獲得する」（p. 208）。したがって、ランシーにとっては、ピアジェ理論の「形式的操作」段階は、「西欧」の文化的集団が強調する、知識の特別な理論を表す。ほかの文化的集団は、知識のほかの理論を強調することができるし、強調している。

この考えによって、価値の領域に入る有用な文化的手掛かりが得られ、そして、文化の技術（私たちの場合には、数学の記号的技術）は、人間を特別な仕方で自分の環境に関係づけるだけではなく、その他の文化的構成要素ー感情的、イデオロギー的、社会学的をも「駆り立てる」というホワイトの考えと結び付ける。文化的現象としての数学と結び付いた価値の中心が、これらなのである。

これらをもっと詳しく調べる前に指摘しておく必要があるのは、この段階で何かを試みようとすることは、私自身の文化的傾向によって、私が親しんでいる「西欧数学」と関係している思わ

れる価値を単に概観するよりも、ずっと難しいということである。ホワイトの図式は、「西欧」文化においては、信じるに足りるということを示唆する十分な証拠が存在するということを、私は本当に知っている。しかしながら、ほかの文化については論じる資格はない。立証するのは、ほかの文化的集団の手にあるに違いないということを、もう一度言っておこう。

文化の３つの価値構成要素ーホワイトの感情的、イデオロギー的、社会学的構成要素ーには、数学と関連した組になった相補的な価値が３組があるように思える。それによって、ある均衡と緊張が生ずる。もし、初めに、「感情的」構成要素を考えると、私たちの社会における数学の力のほとんどが、数学によって与えられる安全や制御という感じから生じているということが分かる。西欧文化は、数学によって科学や技術を通し、知識は安全であるという感覚を得てきている。それがあまりにもすごいので、人々は、起こるはずがないと感じている自然災害や人工災害に、非常に挫折感を味わうことになる。数学的議論から矛盾を見つけることは、誤りを明らかにしたり答えが「正しい」としたりすることへの強い動機となる。「正しい」答えであると数学的に価値づけることが、社会問題への正しい答えを探す（もちろん無駄である）社会に知らしめている。西欧文化は、急速に、数学技術的文化になっている。

制御や安全が、予測可能なままのものについての感情となっているところでは、相補的な価値は、進歩と関係する。一つの数学的な問題に対する解法は、数学の抽象的な性格によって、ほかの問題に一般化されることが可能である。未知のものは、既知のものになりうる。知識は発展する。だが、進歩はそれ自身の報酬となり、変化は避けられない。二者択一主義は、西欧文化において強く支持され、そして、ここで述べられているすべての価値と同様に、それ自身の中に破壊の種を含んでいる。したがって、文化が生き残りそして成長することができるのは、制御と進歩の価値の間の相互作用と緊張によってであるということを認識することが重要である。

もし、それらが数学的記号技術によって引き起こされる双子の感情だとすると、西欧数学と結び付いた原理であるイデオロギーは、合理主義でなければならない。もし、たった一つの同定できる価値を探すならば、合理主義がそうであろう。西欧文化での数学の卓越さを保証するのは、論理であり、合理主義であり、推論である。数学的知識の主な規準となるのは、伝統ではなく、地位ではなく、経験ではなく、年長ということではなく、論理である。コンピュータの出現で、そのイデオロギーはさらに広がっている。ただし、もし可能ならばであるが。

印欧語族の言語には、論理のために豊富な語彙がある。ガードナーは、彼の（英語の）テストで、800 語以上の論理的連結語を使った。また、物理的技術が増えたことによって、この発展が助けられた。そして、その中で、「因果関係」、すなわち、合理的な論議の根源の一つは、自然よりも、物理的技術によってずっと簡単に発展させられてきたように思える。その自然の過程の時間は、あまりに早かったり、あまりに遅かったりすることが多いが。人間が、過程で実験し、「直接の因果関係」という手ごわい概念を発展させることができるようになったのは、簡単な物理的技術的装置によってであった。

しかしながら、西欧文化においては、明らかに同定できる相補的なイデオロギーもあり、それは、実物主義である。西欧文化の世界観は、具体物と物理的技術によって支配されているように思える。合理主義が、諸々の考えの間の関係に関連しているところでは、実物主義は、それらの考えの起源に関している。数学がその力を得てきた一つの方法は、実在からの抽象概念を客観化する活動によってである。数学の記号（文字、数字、図形）によって、人々は、あたかも抽象物を実物のようにして、抽象物を扱う方法を数学から教わってきた。

最後の２つの相補的な価値は、ホワイトの社会学的構成要素、すなわち、人々と数学的知識の間の関係に関連している。第１は、私が開放性と呼ぶものであり、数学的真理はだれでも調べることに対して開放されているという事実に関連している。もちろん、調べるのに必要な知識を持っているとしたうえでのことである。証明は、初期のギリシャ人がうまく行ったように、明確な表現とみんなに説明をしたいということから成長してきた。そして、証明の受け入れ可能性の規準は変化しているが、知識を「開放するということ」の価値は、かってと同じように強く残っている。

しかしながら、私が神秘と呼ぶ、相補的な社会学的価値がある。その開放性にもかかわらず、数学的な考えについては神秘的な性質がある。確かに、数学を学んだ人はだれでも、これを直観的に知っている。それが、多くの子どもたちがいまだ不幸にも経験している無意味な記号活動によってであろうが、予期せぬ関係の驚くような発見の中であろうが。神秘の基盤は、また、数学

の抽象的な性質の中にある。抽象概念は、文脈から数学を取り出し、そして、非文脈化された知識は文字通り無意味になる。もちろん、数学的な考えは、それら自身の文脈を作り、そこで、数学内に意味を発展させることが実際に可能になる。

これらが、特別な記号的概念構造の集合によって形作られ、そしてまた、それを形作るのを助けてきた、西欧数学に関係した３組の価値である。それらは、それらの構造とともに、「西欧数学」としばしばレッテルを貼られる文化的現象を形成する。私たちは、異なった記号法が異なった文化で発展してきており、そしてまた、価値に差異が本当にありそうであるということを、確かに知っているが、このことの詳しい証拠は、現在ではたやすく手に入れられない。これらの価値がどうして独特なものであり、また、技術がその価値からどうして分けることができるのかということも、また、わからないままである。

この分析から生ずるいくつかの論点

ホワイトの文化の見方によって、普通導き出される概念とは異なる数学の概念を作り出すことが可能になっている。数学が汎文化的現象として理解されることを可能にする概念である。私が「西欧」数学と呼んできているものは、ほかの文化的集団によって発展させられてきた数学に、似てはいるが同じではないものとして認識されなければならないと思われる。記号法にも差異があるが、また価値にも差異があるようである。それらの差異がいかに大きいかということは、手に入れられる人類学的・比較文化的証拠をさらに分析することによって、明らかにされるであろう。ここでの分析が、そのような証拠のための研究を構造化するを助けるのであろうということを期待している。

しかし、この分析によって、どのような教育的論点が明らかにされてきたのであろうか。人類学的な見方からすると、数学教育は、若者をその文化の一部に誘い込む過程であり、そして、最初のうちは２つの異なった過程があるようである。一方には、文化適応があり、それは、年少の子どもを生来の文化や地域の文化に入らせることに関係しており、他方には、文化変容があり、それは、人々を、ある意味でなじみのない、そして、自分達の生来の背景とは異なった、文化に誘い込むことに関係している。

この単純な二分法は魅力的なのではあるが、実際の教育的場面は、むしろもっと複雑である。一人の子どもを「西欧」数学に入れることを考えてみよう、文化適応は、どのような子どもにとって適切なモデルとなろうか。それは、実際に、だれの、生来の文化であり地域の文化の一部であろうか。西欧数学は、確かに、いずれか一つの文化の産物ではなく、そして、したがって、それがもっぱら自分のものであるとだれも主張することはできない。さらに、世界中の大学には現在活動している多くの数学者がおり、その人々は西欧文化の知識を発展させることに従事しているのだという示唆には、基本的に（そして、私の見解では、当然）反対するであろう。

それでは、数年前まで一般に唯一の数学を表すと考えられていた数学は、文化的に、何のか。それは、すべての人々が話したり理解したりすることを学ぶことができる、国際的な数学の一種と考えるとよいのであろうか。それとも、それは、多文化的状況への人工的で実用的な解である、数学世界のエスペラントのようなものなのであろうか。数学には、強力な文化的価値が結び付いており、そして、エスペラントのようには計画的に創造されたものではなかったという事実から、上手な類推のようには思えない。　多分、異なった社会は、この国際的な数学的技術的文化によって異なった程度影響を受けており、そして、影響の程度が大きければ大きいほど、文化適応の考えが一層適するということを、認識することが教育的にはより適切なのではないであろうか。

文化変容についてはどうであろうか。明らかに、これによってほかの教育的論点が持ち上がる。文化変容は、いくつかの文化が会うときの、自然な文化的発展であるが、国際的に文化変容する教育については、私には大変異論がある。その考えは、その子どもの生来の文化の究極的な保存になんらの関心を示さないで、子どもをなじみのない文化に誘い込むことを、明らかに意図している。自分達の子どもたちが、そのように文化変容されている人々は、このことにかかわる権利を持っているということは、全く理解できることである。

さらに、西欧数学が外国の文化的産物となっている人々だけが、そのようにして作られた文化的葛藤の場面で、何をするかを決定すべきであるということを強調したい。二文化併用的方略を発展させることは可能かも知れないが、それは、私のような「外国人」が決定するべきではない。私の考えでは、同じ質問が、教師の選択や教育環境の選択において生ずる。一般に、文化的葛藤

の場面では、長い目で見れば、教師は「生来」の文化からの出身者の方がよく、そして、その教師はその地域の社会と密接につながっていた方がよい。もし、文化的葛藤を繊細に扱おうとするならば、学校教育や教師は、影響を受ける人々の近くにいるべきである。

ほかの論点が、学校での数学カリキュラムに関係する。特に、いくつかの少数民族集団がいるような社会においてである。私たちは、どのような考えを子どもたちに導入すべきか。どの程度、ほかの文化からのどのような数学的な考えを使うべきか。そして、これが起こることを許容するような数学カリキュラムを、どのようにすれば構造化することができるのであろうか。

もし、子どもが、本来の数学の構成概念に上手に近づけることができるようにするためだけならば、全体の数学経験の範囲内で、子どもの生来の文化から取った数学的な考えを使うことは確かに価値があるように思える。子どもたちが、なじみのない文化的産物を単に経験することを主張することの否定的な影響は、よく知られている。つまり、無意味さ、機械的学習症候群、無関係や無目的という一般的な態度である。それでは、これをいかにして克服できるのか。

一つの可能な方法は、さきに述べた６つの活動を、構造的な枠組みとして使うことである。もし、それらの活動が普遍的ならば、そして、もし、それらが数学の発展にとって必要十分ならば、それらの活動のまわりに構造化されたカリキュラムは、異なる文化的集団からの数学的な考えが、上手に導入されることを可能にするであろう。この方法で、文化的に公平な数学カリキュラムを作ることは実際に可能であろうか。つまり、すべての文化的集団にそれら自身の数学的な考えをも含むことを可能にする一方で、また、「国際的」な数学的な考えが発展することを許すカリキュラムを作ることは可能であろうか。　最後に、価値の教育についてはどうであろうか。前に述べた価値分析が意味することの一つは、現在の数学教育の中で強調されている価値を考えることであろう。現在の数学指導の多くは、進歩よりも制御に、合理主義よりも実物主義に、開放性よりも神秘性に頼り過ぎていると示唆するのは、皮肉的すぎるとは思わない。多分、集団作業、話し合い、プロジェクト作業、探求、のような指導活動をより多く使うことが、相補的な組のおのおのの均衡を取り戻すのに役立つであろう。そうして、私たちの数学教育を「進歩」、「合理主義」、「開放性」へと、より一層進められるであろう。それは、最近の数人の著者が同意するようになってきた目標である。

確かに、私たちは、私たちの子どもを価値について教育すべきであり、単にある価値を取り入れるように訓練するべきではないと、私は信じる。だが、異なる社会は異なるアプローチを望むかもしれないということは認識している。(それにもかかわらず、どのようにして、また、なぜ、開放性のような価値を取り入れるように子どもを訓練するのかを想像することはできない。) そして、それは、ある社会が、これらの数学的技術的な文化的価値によって影響を受ける程度や、そして、先に述べた文化適応・文化変容の論点に再度関係する程度に、依存するように思える。

まとめ

多分、全体の中で、数学教育に対する最も重要なことがらは、教師教育にある。教師教育者は、もはやこの種の論点を無視することができないということは明らかである。実際の数学教育は、人間の教師によって、伝えられており、そしていつも伝えられるべきである。年少の子どもをその文化の一部に入れることは、必然的に人間間のこととなり、そして、したがって、教師は自分の役割のこの側面に十分に気をつけなければならない。それ以上に、教師は、自分が責任を持つ教科に内在する価値について知っている必要があり、そして、その教科の文化史について知っている必要があり、そして、それらの価値と自分たちの関係について反省する必要があり、そして、自分たちの指導が、自分たちの子どもたちの数学の発達だけではなく、自分たちの文化における数学の発展に、いかに貢献しているのかに気づく必要がある。教師教育は、文化の保存と発展にとっての鍵となるものである。

新しい思考の概念：存在論から教育へ

New Conceptions of Thinking: From Ontology to Education
David Perkins, Eileen Jay, and Shari Tishman
EDUCATIONAL PSYCHOLOGIST, 28(1), 67-85, 1993

訳：長崎栄三

要　約

良い思考を概念化するということと、思考を指導するということの両者の最近の努力は、いわゆる一般的手順観に支配されている。それは、良い思考は適切な技能や方略によって支えられた多くの一般的な認知手順から成っているとするものである。この見方が示唆しているのは、思考とは、一般的手順の活性化によって上から下へと働くということであり、そこでは一般的手順は、文脈に特殊な知識に近づき、下位手順を求める。しかしながら、このことに関した現在の学者たちは、手順、方略、技能とは全く異なる良い思考の構成要素を提案している。実際、良い思考を考慮した広い存在論である。私たちは、この広げられた存在論において、手順に加えて３つの領域を明らかにする。すなわち、思考の言語、抽象的概念構造、気質、である。これらの領域によって、思考が働くことに関する、上から下への見方ではないものがもたらされる。異なった思考の構成要素は、思考の場面の特殊性や合体と言えるような過程の中で活性化される。より広い構成要素と合体の本質によって、思考の指導のより豊かな概念が必要になる。文化化の考えがそのような概念を与えるということが示唆される。

どうすれば良い思考ができるのか。多くの著者が、良い思考の本質についての見方をあげている。一般的な思考方略の重要性を主張している人々がいる（例えば、ヘイズ、1981；ポリア、1954､1957）。練習や再構成によって改良されるとする一般的な認知的手順や一般的なメタ認知的手順を強調する人々もいる（例えば、フュアスタイン、1980；スタンバーグ、1985）。さらにまた、思考の基本的な論理構造を与える一般的な研究を書いている人もいる（例えば、バロン、1985）。この特別号においては、ほかの何人かの研究者が、効果的な思考の構造のあるべき姿を描いている。これらの見方は、互いに矛盾するものではない。事実、それらは多かれ少なかれまとめることができるということが以下の頁で論じられる。しかしながら、それらの明らかな対照は、良い思考を支える要因の実際の性質に関しての問題を提起している。

思考というものはあまりにも不確かなので、思考を構成するものに、変数的な一般的名称を与えることがよいであろう。それを「マインドウェア」と言うことにしよう。この言葉は、良い思考を養う、学習可能な手順、図式（シェーマ）、感受性、態度など何にでもに相当する。これがどのようなものであるかということは、あまりはっきりしない。しかしながら、変数的な用語を持つことは、４つの大変基本的な質問をするのに助かる。

１．どのようなマインドウェアがあるのか。これは、本質的に存在論的な質問である。ある意味で、どのような種類の基本的な学習可能なものが、精神の中に存在し、良い思考を養うのかを問うている。

２．いろいろなマインドウェアはどのようにして活性化されるのか。これは、マインドウェアが関連するものは、特殊な状況によってどのようにして喚起されるのかということである。

3．いろいろなマインドウェアはどのようにして貢献するのか。マインドウェアは、どのようにして思考をより良くするのかということである。
4．マインドウェアはどのようにして獲得されるのか。それは、どのような学習や発達的過程が、マインドウェアに適しているのかということである。

これらの4つの質問によって、以下の頁の分析のための枠組みが与えられる。本論の初めのほうの章は、最初の3つの質問に焦点を当てる。良い思考の定義に触れた後で、一般的手順についての支配的ではあるが限定的な見方が導入され、それの3つの質問への答えを再検討する。そして、思考についてのいくつかの分析が調べられる。このことによって、マインドウェアの拡張された考え方と、どのように思考は働くのかということの拡張された考え方が必要になる。
そして、焦点は、第4の質問、マインドウェアはどのようにして獲得されるのかに移る。そして、拡張された考え方によって、思考を指導する努力で一般に見られるものとは基本的に異なる指導・学習へのアプローチ、すなわち、文化化としての教育が求められるということを論じる。

良い思考についての実用主義的な概念

私たちの分析においては、出発点として、良い思考の概念が必要である。それは、重要な質問を避けない概念である。本論のために、私たちは、その目的を達成する思考として、バロンによる良い思考の実用主義的な見方（1985）を採用する。
バロンは、思考は、基本的に、決定、信念、目標を扱い、そして、思考には、どんな信念を信じるか、どんな目標を追求するかということについての決定も含まれていると提案した。良い思考は、例えば、人が世界に出会うのに従い、世界で機能する信念をもたらし、一般的な目標を前進させる決定などをもたらす。人々が批判的な判断を求められる問題に直面したとき、良い思考には、良い判断をもたらすために知っていることをできるだけ利用することが含まれる。人々が創造性が求められる問題に直面したとき、良い思考は、柔軟な、想像的な探求を求める。活動中の思考は、当面の仕事を取り扱うための資源をもっているかどうかに従って、大工道具を評価するかのように、評価される。
バロンの基本的な概念は、これ以降の頁で非常に重要であることが明らかになる一つの質問、すなわち、文脈の特殊性には答えていない。彼の概念は、良い思考は、いろいろな状況のもとで、高度に文脈的であろうということは認めている。
同時に、バロンとその他の研究者は、良い思考の邪魔となる、多くの一般的な問題や課題を指摘している。例えば、バロン（1985）は、多くのほかの研究者とともに、人々は選択や信念や目標にとって皮相的な探求を共通に行い、そしてそこで、重要な選択肢を見失うということに注目していた。多くの研究者が、確率・統計に関する推論の不審なパターンを記録している（カウネマン、スロビック、ツバスキー、1982）。フュアスタイン（1980）は、学習遅進児が情報を下手に扱うといういくつかの一般的な点を見いだした。クーン（1991）は、人々は、たとえ知識のある分野においてさえも、証拠があるのに下手に推論することが多いことを実験的に示した。パーキンズとシュワルツ（1992）は、人間の思考は、典型的には、4つの怠慢、すなわち、軽率で、狭量で、曖昧で、ぞんざい、になりがちであるということから悪くなるということを強調した。
文脈の特殊性という論点は、後でもう一度触れるであろう。ともかく、これまでに見いだされた問題は、目標を達成しようとする思考は、文脈を遮る多くのむしろ一般的な挑戦に会わねばならないということを示唆している。どのようなマインドウェアによって、思考が目標を達成する

ことが助けられるのであろうか。

一般的手順観

一つの支配的な見方は、一般的手順観と呼んでもよいであろう。それは、良い思考の一つの倹約的な存在論を提出する。すなわち、一般的な認知手順が、思考をすることの実質を作り上げるというものである。それは、良い思考は多くの一般的手順によって、有用的に分析できると断言するものである。これらの手順は思考のいろいろな一般的方略となる。ときには、その焦点は、意志決定、問題解決、理解、のような一般的なありふれた手順に当てられる。また、ときには、記憶検索、情報暗号化、問題分類、のようなもっと技術的・心理学的な性質の手順が強調される。一つの特に重要な手順の集まりは、メタ認知である。すなわち、思考者による進行中の思考過程の自己監視や自己調節である。

これらの手順は、それらが熟練的に方略的に実行されている限り、良い思考に貢献する。方略はもっとも典型的には手順の処方箋となる。それらは、従うべき段階を詳述する。実際、一つの手順を複数の下部手順に組織化する。技能は、普通、学習者が精確さや流暢さを伸ばすための、要素的な下部手順になると考えられている。思考がいかにうまくその目標に達するかは、一人の人が技能や方略のどのような蓄積を持っているかということや、それらがいかにうまく働くかに、多く依存している。

一般的手順観は、一人の研究者によってそれなりに主張されるというよりも、むしろ、多くの心理学者や教育者の理論や実践を通して示されている。例えば、スタンバーグ（1985）の有名な知能の三本柱理論は、思考を多くの手順に分析している。そこには、問題が存在するということを認識すること、問題の性質を認識すること、その課題に適した心的表現を選択すること、のようなメタ認知的手順の洗練された集合が含まれている。「知能プロジェクト」（オデェッセイとも呼ばれる）、すなわち、思考を教育する一つの教育計画は、意志決定や問題解決や創造性やその他の思考の種類のための方略を生徒に指導する（ハーンスタイン、ニッカーソン、サンチェ、スェッツ、1986）。デボノ（1983）が開発した有名な「CoRT教育計画」は、頭文字によって示された次の方略を生徒に教えるものである。すなわち、PMI、加える(plus)、ひく(minus)、何かについての興味ある点(intersting point)、CAF、すべての要因を考えること(considering all factors)。フュアスタイン（1980）は、「道具的深化・教育計画」を、知能発達遅進児によって示された情報処理の特徴的な困難さの分析に基礎を置いた。その計画は、メタ認知的制御に大きな注意を払って、これらの処理手順を強調する課題で学習者を指導する過程を強調している。同様な特質を持ったその他の多くのアプローチが、ニッカーソン、パーキンズ、スミス（1985）によって論じられた。

一般的手順観は、先にあげた３つの質問に次のように答える（４番目については後で論じる）。

どのようなマインドウェアがあるのか。認知的手順とメタ認知的手順があり、それらには、それらの流暢な実行を確実にする手順や技能を組織化する方略が含まれる。

いろいろなマインドウェアはどのようにして活性化されるのか。手順、技能、または、方略が適用され、そして、それらが適用され続けるときに、人は場面を認識すると仮定されている。一つの一般的手順、例えば、問題解決や意志決定が喚起され、より洗練された下部手順が求められる。もっと技術的な背景は、認知モデルとしての生産体系についての人工知能に基づいた研究に由来している。例えば、「火」の生産の前提条件、開始手順という認知モデルである。（アンダーソン、1983；ニューウェル、1990）。

いろいろなマインドウェアはどのようにして貢献するのか。手順は、一般に、達成されるべき必要がある情報処理作業、例えば、アイディアを作り出したり、判断を定式化したりするということを行うことによって貢献する。方略、すなわち、実際には手順の処方箋は、認知的資源の配置を指示することによって貢献する。例えば、典型的な意志決定の方略は、一つの段階として広範囲の選択をすることを勧める。これによって思考者の認知資源は、明確になされた選択に焦点が合わせられる。メタ認知的手順は、制御機能、すなわち、進行中の思考の流れを監視し管理することを通して貢献する。

思考の上から下への筋

３つの質問への答えは、１つになって、人々が上手に思考するときに何が起こるかということについての理想化された筋になる。思考者は、思考する場面に出会う。例えば、あなたが午前中に来た郵便の中にクレジットカードに契約する勧誘の手紙を見つけたとしよう。その場面によって、あなたが持っているものから意志決定するための一般的手順が活性化される。すなわち、あなたは、クレジットカードの勧誘について何をするかについて決定をしたいと思い、そして、一般的な意志決定の状況として、それにアプローチする。そこで必要なのは、選択肢を探し、それらを評価し、決定をすることである。

したがって、あなたの支配的な意志決定過程は、決定を定式化することのような適当な下部手順（例えば、その勧誘を受け入れる、それを拒否する、受け入れてほかのカードをやめるなど）を呼び出す。あなたは、意志決定過程のその他の側面を通り続けながら、注意深くそれぞれの側面で行うことを確実にするために、自分自身をメタ認知的に監視する。諸要因が測られ、そして、ついには、一つの決定に到達する。

意志決定は、確かに多くの状況の中で乱雑な仕方で進むが、このように高度に構造化された、むしろ直線的な筋は、一つの上部手順によって上手に支配された思考の理想を表している。これは一般的手順から下部手順への支配的なパターンなので、「上から下へ」の筋と言ってよいであろう。

専門的知識からの挑戦

一般的手順観は、精神についての現在のほかの分析、すなわち、専門的知識観からの基本的な挑戦に直面している。過去30年間のかなり多くの研究が、洗練された思考は、実質的にはいつも、当面の領域の豊富な知識の基盤を反映しているということを示唆している。それは、チェスを行うことでも、物理的な問題でも、医学的な診察でも、またその他でも（エリックソン・スミス、1991；グレイサー、1984）。一般的方略それ自身は、そのような知識の基盤の貧弱な代替物であることが明らかになっている。

したがって、専門的知識観は、最初の３つの質問にちょっと異なった答えを持っており、また、４番目の質問の答えも異なる。マインドウェアの種類に関しては、専門的知識観は、文脈に特殊な知識や手順の重要性を強調する。活性化に関しては、専門家にとっては、下部手順によって特殊に達するような一般的手順よりもむしろ、領域にとって高度に特殊な知識や手順が、状況によって典型的に喚起される。マインドウェアがいかに貢献するかということに関しては、文脈に特殊な知識によって、思考者は、課題となる場面を扱うのを助けられる。そこでは、一般的手順が簡単に受け入れない微妙な差異にある程度適応するとともに注意を払う。ときには、その意味合

いは、一般的な方略や技能はそんなに重要ではないということになるように見える。

思考の下から上への筋

専門的知識観は、また、思考の話について、手順観の上から下への筋とはちょっと異なる筋となる。再度、あなたが郵便でクレジットカードの勧誘を受けたとしよう。その状況によって、そのような事柄に関する以前の経験のあなたの知識の基盤が喚起される。あなたは、すでに、そのような誘いを無視するという方針を持っているかもしれない。このことを直ちに行動に移し、そして、その勧誘の手紙をゴミ箱に投げ入れる。そのことについてほとんど全く考えもせずに。あなたは、すでに、何をすべきかの専門家なのである！

その申し出に特に魅惑的な何かがあったり、最近ほかのカードの必要性に気づいたときだけ、もっと考えるであろう。そのときでさえ、それは高度に文脈的であり、クレジットカードと信用貸し、利息、などのあなたの以前の経験によって動かされるであろう。あなたは、「私の選択は何か」、「その結果は何か」などのような、著しく一般的な方略的な質問を、決して自分自身にはしないであろう。その過程は、答えが合う（それをゴミ箱に投げ入れる）ときの特別な確立された答えから、必要ならばいくぶん一般的なものへ移ることから、「下から上へ」の筋と言ってもよいであろう。

この異なった筋にもかかわらず、その一般的手順観と専門的知識観は、共通の理論的背景を分かち合っている。両方とも、手順の見方を反映しており、学習という知識編集を尊んでいる。それらは、主として、領域間にわたる一般的な手順の重要性に対して、特別な高度に文脈化された知識や手順の重要性ということで異なる。これは後にもう一度戻る緊張関係にある。

思考の新しい概念

最近、研究者たちは、どのようなマインドウェアがあるのかということを拡張する、いくつかの良い思考の概念を提出している。この特別号のほかの論文は、そのような４つの見方を表している。これらの概念のいずれも、一般的手順観や専門的知識観を全く否定してはいない。むしろ、それらは、精神の無視されがちな次元を強調することによって、思考について、補い、深めている。本論で表現されている概念は、思考の言語、抽象的概念構造、思考の気質、として分類することができる。

思考の言語

思考の言語は、精神的過程や精神的生産物に当たる自然言語の用語から成る。<u>考える</u>、<u>信じる</u>、<u>推量する</u>、<u>推測する</u>、<u>仮説</u>、<u>証拠</u>、<u>感づく</u>、<u>疑</u>う、<u>理論化する</u>、のような言葉は、思考を述べるのに使われる語彙を形成している。そのような用語によって、話し手の確実さ（<u>考える</u>、<u>信じる</u>、<u>知る</u>の差異を考えよ）や、必要とされる証拠の程度（<u>思索</u>と<u>理論</u>を比べよ）のような事柄についての情報が運ばれる。

この思考の言語は、単なる便利な貼り紙の集合以上のものである。概念的な発展が含まれている。オルソンとアスティングトン（1993）は、良い思考は、次のことを管理するための概念を伴った能力が必要であるということを立証している。すなわち、信念を持つにはどうするか、主張をするにはどうするかということを管理することである。それは、人の思考の微妙な差異を述べ

る概念的領域の獲得を含んでいる。例えば、仮定をするに対して仮説を立てるである。思考の豊かな言語は、洗練されたメタ認知を与えてくれる。加えて、思考の言語によって、ほかの人々の記述の背後にある表現に潜む力を理解できる。

思考の言語という概念は、現在の理論にどのような貢献をするのか。どのようなマインドウェアがあるのか、それらはどのようにして活性化されるのか、それはどのようにして良い思考に貢献するのか、という質問に戻ろう。

・<u>種類</u>：思考の言語は、精神的過程や精神的生産物のための用語（それらに付随する概念とともに）から成る。これは、方略、すなわち前に触れた手順の処方箋よりも、一層広範囲に関連する。

・<u>活性化</u>：思考の言語は、言葉で伝えられた考えが必要になる状況や、思考過程や思考生産物を扱うコミュニケーションによって、活性化される。

・<u>貢献</u>：思考の言語は、思考の管理やコミュニケーションに貢献する。それは、重要な領域や意味のある区別を同定する用語や概念を供給することによって、ほかの特殊化された語彙がそれらの世界で貢献するのとほとんど同じようにである。ここでも、その広がりは、方略の広がりよりも大きい。

抽象的概念構造

コリンズとファーガソンによって述べられた認識的な形式やゲーム（1993、パーキンズ、1992の参照）や、オウルソン（1993）によって考えられた抽象的図式は、どれも私たちの抽象的概念構造の領域を表現している。認識的な形式は、説明をするための枠組みであり、そして、それにはこれらの形式を利用して多様な活動が行われる認識的なゲームが使われている。認識的な形式の例としては、階層、段階モデル、システム力学モデル、多重因子分析、公理系、費用利益分析などがある。認識的な形式は、特殊な知識や図式や方略というよりも、満たすことができる場所と示された限界をもった、生成的な枠組みである。例えば、階層的な分類体系は、多くの文脈や分野で説明装置として生じている。比較対照形式のような高度に一般的であろうが、公理系のようにある学問に特殊的であろうが、それらの機能は本質的に認識的である。つまり、それらは知識構造の建築物を作り上げる。

同様に、オウルソンは、抽象的図式の概念を発展させた。そのような図式は、内容の特殊さから手順やパターンを取り去り、それらの構造を表現している。その結果、それらは、抽象的な高度な水準で、論文や情報検索に接近できる真に機動的な形式になる。例えば、ダーウィンは、有機体の自然選択の理論を提出した。これから、ダーウィン派の説明パターンの抽象的図式、すなわち、変化、選択、維持、を引き出すことができる。これは、生物学のほかの多くの文脈に適用できるし、適用されてきている。オウルソンは、記述図式（例えば、系図）、説明図式（例えば、ダーウィン派の説明パターン）、構造図式（例えば、原子模型）からなる抽象的図式の３つの領域を提出した。

抽象的概念構造の概念が、種類、活性化、貢献の質問にどのように答えるかを調べてみよう。

・<u>種類</u>：抽象的概念構造は、方略のような従うべき段階というよりも、満たされるべきパターンを明記する。

・<u>活性化</u>：もちろん、抽象的概念構造は、状況の手掛かりで活性化されるかもしれない。しか

し、オウルソン（1993）は、強力な思考者の抽象的図式は、明確な手掛かりがない状況において、その思考者の知的な行動計画によって、その中から活性化されるということを強調している。

・貢献：方略のように手順の処方箋を与えるのに比べて、抽象的概念構造は、階層的な分類体系やダーウィン派の説明を作ることのような、一般的な目標構造を与えることによって思考に貢献する。文脈的に適切な抽象的概念構造を選択し、それを例示するために作業することは、探求を組織化するのを助ける。

思考の気質

ランガー（1993）によって概説された、思慮深さという概念は、注意した用心深い方法で活動を扱うことに向かう支配的な気質である。ランガーは、多くの実験によって、人々はしばしばランガーが言うところの思慮の無い方法で機能することを示している。つまり、表面上は型にはまった場面で重要な例外的なものを見失ったり、未熟な認知的なことをしてしまったりする。対照的に、思慮深さには、世界への広い範囲の警戒心が含まれる。それは、「新しい区別を引き出し、新しい見通しの中から情報を調べ、文脈に敏感になることから生じる」、開かれた、創造的な、蓋然的な心の状態である。

一般に、気質は、能力を実行に移す傾向として定義することができる。思慮深さは、一つの気質と考えることができる。なぜなら、その気質を持っている人が、開かれた、注意深い、柔軟な方法でいかに情報を処理するかに関係しているからである。それらは、ランガーの研究が示しているように、全くすることが可能なのである。同様に、サロモン（1983）は、学習において精神的努力をすることの重要性を論じている。思考のもっと特殊な面、すなわち多様な見方への注意を見てみると、パーキンズ、ファラディ、ブッシエィ（1991）は、人は自分自身と反対の論点に立った理由を作るように促されたとき、簡単に作ることができる（彼らはその能力をもっている）。しかし、一般にはそうしようとはしない（彼らは気質が欠けている）。

まとめると、良い思考者と平均的な思考者とをしばしば区別するものは、単に優れた認知的な能力ではなく、むしろ、考える気質である。考える気質とは、思慮深くなったり、精神的努力をしたり、探求したり、調べたり、思考を組織化したり、知的危険を冒したりするなどの永続的な傾向である。思考の気質の重要性は、これゆえに、能力に焦点を置く、支配的な一般的手順観に挑戦する。数名の理論家（例えば、バロン,1985;エニス,1987;パスモア,1967）は、気質を能力と対比させて、気質の重要性を論じている。もっと詳しい気質理論が、思考を、能力、性向、感受性で説明するパーキンズ、ジェイ、ティシュマンによって提出されている（印刷中）。

思考の気質の概念は、３つのマインドウェアの質問に次のことを加える。

・種類：能力に対比させた行動的な傾向

・活性化：思慮深さのような広い気質は永続的な傾向である。それらは、活性化されるというより、活性化する。つまり、思慮深い人は、直接的に力強く思慮深さを刺激するということはない状況の中で精神的に自由に機能する傾向がある。もちろん、論議の中で他の観点を注意深く聞く気質のような、特殊な場面によって喚起される、より文脈的な気質のことを話すことも妥当である。

・貢献：基本的に、気質は他の種類のマインドウェアを活性化する。例えば、自由な精神になろうとする気質は、ほかの解釈を探す方略を活性化することができる。気質は、良い思考を実行に移すのに本質的である。なぜならば、もしそれを使う性向がないならば、能力は眠ったままに

なってしまう。

良い思考はいかに働くか
拡張された見方

これまでの良い思考の見方の中からどれかを選ぶ必要もないし、また、それらと方略や技能の有用性の間で選択する必要もない。精神は、方略、気質、思慮深さ、抽象的図式、認識的な形式やゲーム、思考の言語などを調整できる広々とした場所である。

真の良い思考というものを競って探すかわりに、ほかの現代の思考の特徴についての著作から出てくるものは、精神についての豊かな存在論であり、思考に関して重要なのはマインドウエアについての広い見通した眺望である（オウルソン, 1990 参照）。これとともに、すでに論じたように、鍵となる質問に対してもっと多様な答えが出てくる。それに加え、思考における一般性の役割や思考にとっての新鮮な筋に関した洞察がある。

一般的なことの重要性

この多様なマインドウエアとともに、専門的知識観からの挑戦への部分的な反駁が出てくる。専門的知識からの反論では、一般的なマインドウエアが良い思考に大きく貢献しなければならないのかということが問われているが、拡張された存在論は、なぜそうあるべきか、いかにあるべきかということを説明するのを助ける。

まず第１に、これまで考えられたマインドウエアの多くは、特徴として、大変一般的なものから非常に文脈に特殊的なものへと明確に広がっている。例えば、認識的なゲームは、比較・対照するときには一般的であるし、傾向分析のときには特殊的であるなど。この拡張された見方は、したがって、一般と特殊という二分法的な対照を解消し、その代わりに、一つの連続体を明らかにする。

第２に、思考の言語、認識的なゲーム、そしてそれらに関連した考え方は、いくつかの分野の中で、またそれらの分野にわたって共通に使われる思考についての明示的な考えの複雑な世界を明らかにする。一般的手順観における手順、技能、方略は、しばしば、教育的な文脈の外側では明らかではない。もし、人がこれに注意するだけならば、利用するほどの豊かさはないと結論づけるかもしれない。対照的に、思考についての言語、抽象的概念構造、気質、の多様さと複雑さは、思考自身についての明白な専門的知識があることを示唆している。

第３に、思考の言語、抽象的概念構造、気質、の抽象さとまだ明らかではない力は、それらが領域間を転移することを適切なものにする。それらの明白に表現された性質は、慎重で思慮深い転移、または、サルモンとパーキンズによって名付けられた「本線への転移」を、適したものとする。（パーキンズ、サルモン、1987；サルモン、パーキンズ, 1989）

第４に、思慮深さの考え方とその対照的な思慮の無さの考え方は、専門的知識が、型にはまった場面でもっともよく機能するということを思い出させてくれる。成功的な道に進むために、知識などの蓄積に頼ることがつまずき、領域の知識と一般的なマインドウエアが必要になるのは、まさしく新しい状況のもとなのである。（パーキンズ、サルモン、1989 を見よ）

思考の合体した筋

これまで述べてきているが、良い思考について考える際にはどのようなものでも、専門的知識についての研究ではっきりと述べられているような、特殊なものの力を認めなければならない。多くの状況においては、上から下への筋と以前に名付けられたものは、簡単にはそのようにいかないであろう。人は特殊な反応を通して特殊な場合を扱う。そして、その特殊な反応は、実質的には自動的であったり、また、下から上への筋のように、もっと思慮深い何かであったりするかもしれない。これらの筋は、調和される必要があるだけではなく、思考には、知識や手順よりも多くのものが含まれていることを両者の筋が認める必要もある。

これらの目的を達成するように修正された筋は、<u>合体した</u>筋と呼んでもよいであろう。クレジットカードの招待という事例に再度戻ってみると、その話は、次のようなものになるであろう。招待状が到着する。最も簡単な場合、あなたは新しいクレジットカードはいらないというしっかりした考えをもっている。そこで、その手紙はゴミ箱に入れられて、この話は終わる。しかしながら、もし、何かがあなたを立ち止まらせ、いろいろな段階の特別さで多様なマインドウエアが喚起されるかもしれない。多分、その招待状は、あなたが持っているほかのクレジットカードのことを思い出させる。これは比較の考えを引き出す。そして、順に、注意深く進む気質を引き出し、そして、体系的な比較・対照の認識的なゲームを喚起する。これによって、クレジットカードの以前の経験についてのある特別な知識が刺激される。あなたは、資格十分な意思決定の方略を思い出し適用するか、または、しばらくの間意志決定の場面で単にまごまごしていて、そして決定するかもしれない。

この筋においては、上から下へか、または、下から上への、設定された過程は何もない。しかし、あなたが注意を持続する限り、その状況の回りで合体する資源の蓄積ーマインドウエアーがある。マインドウエアの一種は、ほかのものを引き付ける傾向がある。多かれ少なかれ文脈に特別なマインドウエアと、それとは異なる種類のマインドウエアが大きく混ざる。

学習と指導のための課題

以前提起された第４の質問を考えよう。いかにしてマインドウエアは獲得されるのか。一般的手順観においては、獲得とは、思考の技能や方略の蓄積を学習し、それに流暢になることを意味する。思考を教えることを目指した典型的な計画は、指導の伝達・練習モデルと名付けてもよいものを採用する。すなわち、その計画では、学習者に、意志決定、問題解決、またはもっと特殊的に、数学での問題解決などのような、思考の重要な領域の方略が伝達される。そして、その計画では、その方略を適用する練習が与えられる。

私たちの見方では、この指導学習過程の伝達・練習モデルは、思考の技能や方略を教えるのに適した一つの方法である。しかしながら、ここで提案されている思考の拡張された存在論が考慮されねばならない。ここで、学習は、思考の言語、抽象的概念構造、気質を含む、マインドウエアの多様性を調整しなければならない。これらの種類のマインドウエアは、方略や技能をともなった手順とは、本質的にとても違うので、いくつかの新しい要求が必要になる。

精神の概念の発達的な変化

オルソンとアスティングトンによる思考の言語に関する研究（1993）は、高次段階の思考に向かう進歩は、思考について考え述べるためのより豊かな概念的領域の発達に依存する。精神につ

いて子供が持つ概念に関する研究は、そのような概念的領域には自分自身の精神や他人の精神についての信念の入り組んだネットワークの出現が含まれていることを、示している（レスリー, 1988;ウエルマン, 1990）。そのような変化はゆっくりとしたものであり、やっとのことで達成する。なぜならば、それは発達的な再概念化の過程だからである。指導の明確な伝達モデルでさえ、この種の発達的変化の挑戦に立ち向かえそうもない。

共有された抽象的概念構造の獲得

認識的な形式や抽象的図式には、単に方略を行うことではなく、すべての分析的な展望を取り入れることが含まれる。例えば、ダーウィン流の説明方法、公理系、システムダイナミックスモデル（コリンズ・ファーガソン, 1993;オウルソン, 1993）は、一つの分析方法とものの見方を含む複雑な概念体系を構成する。それらは、段階毎の方略としては、簡単に教えられない。もっと典型的には、それらを前面に置く特別な分野に習熟する中でゆっくりと発達するものであり、意味のある文脈の中の「状況に置かれた」学習の問題である（ブラウン, コリンズ, デュギッド, 1989）。

価値の理解と精神の習慣の発達

気質は、その元にある価値や信念の構造にかなり依存する。そこで、それらを獲得し維持することは、価値や信念の体系の理解を必要とする。例えば、開かれた精神になる気質は、他の展望を認めることの重要性についての価値や信念によっている。また、精神の永続的な習慣としての気質は、ゆっくりと獲得されそうである。人は開かれた精神であるべきであるという金言は伝達することができるが、しかし、その金言を知ることや、またはそれをある程度実行することさえ、開かれた精神に傾倒することを育みそうにもない。

そこで、マインドウエアの多様性を調整するのに十分に柔軟な学習や指導の概念を見いだすことが課題となる。さらに、これらの種類のマインドウエアの間の相互作用の多様で柔軟なパターン、すなわち、前に合体した筋と呼んだもの、を考慮に入れなければならない。多分、見るべき所は、指導や学習が起こるもっとも普通の文脈、すなわち、日常の文化、である。

文化化としての教育

私たちの実際的な知識の体系を考えてみよう。私たちは、皆、文化的に巻き込まれることによって、日常生活について知ることの多くを学習している。もっとも一般的な水準では、受け入れられた社会的行為に関与したり、社会的な期待や規範を認識したり、典型的な社会的な活動に従事したり、ある種の信念を保持したりするようになっている。

しかし、文化的知識の獲得は、決して単純な過程ではない。私たちは、多くのいろいろな方法で多くのいろいろなものを学ぶ。例えば、作法は、観察、直接の指導、練習などを通して、いろいろに学ぶ文化的知識の一種である。これをほかの型の文化的知識、人間の心理学についての日常の知識と比べてみよう。私たちは、見たり、経験したり、聞いたり、行ったり、話したりして、良い作法を学ぶのとほとんど同じ方法で人々の行為を予測したり説明したりする方法を学ぶ。しかし、人間の心理学は、作法の規則とは異なった種類の知識である。文化的な学習にこのような広がりがあることは驚くに当たらない。なぜならば、文化的な影響は広く複雑であると思うからである。それは、作法や心理学のような多様な種類の知識を教えるのに十分広く、そして、観察、経験、直接の伝達、相互作用のような学習のいくつかの様態を統合するには十分複雑なのである。

この文化的知識を獲得する広く複雑な過程は、文化化と名付けることができる。多分、それは、多様なマインドウエアの指導に備えるために、広さと精妙さを持っている。文化化は、実際にこの提案を満たすことができるであろうか。肯定的な答えをするための理由がある。言語のような文化的な影響は、認知発達的過程を形成する（アスティングトン、オルソン, 1990）。徒弟奉公のような伝統的な文化制度は、複雑な概念構造の学習に影響を与える（コリンズ, ブラウン, ニューマン, 1989）。文化的文脈は状況学習を可能にする。（ブラウン, コリンズ, デュギッド, 1989）。そして、文化を通して、知的価値や気質が形成され獲得される。（ティッシュマン, ジェイ, パーキンズ, 印刷中）。

文化化の４つの次元

文化化は、別々だが互いに補完し合う次の４つの方法で起こると考えることが役立つ。

１．文化的な見本は、人工物であり、人々が模型を作ること、さもなければ、文化的知識を例示することである。
２．鍵となる情報の直接の伝達は、文化的知識に関係した概念、語彙、情報の直接的な指導である。
３．文化的活動に巻き込むことは、文化的知識のある側面を使った実地訓練を伴う。
４．文化的相互作用に巻き込むことは、文化的知識を使ったり作ったりする学習者・学習者、指導者・学習者の人間相互のやり取りに当たる。

文化化のこれらの４つの次元は、仕事場の文化からサーフィンの文化まで、どのような種類の文化的知識にも適用できる。それらは、指導を組織するための指針として解釈することができる。なぜならば、４つの各要素は、特別な種類の指導活動を課すからである。
文化化の次元は、記述するよりも、例示するほうがうまくいく。次の例は、文化化モデルが思考の指導にどのように適用されるかを示す指導例話である。この例話は、コリンズとファーガソン（1993）によって提出された多重因子分析の例に基づいている。そこでは、ほとんどすべての抽象的概念構造や気質、また、思考の言語の小さな部分集合が出発点として役立っていた。

文化化による思考の指導の例

何よってお米は成長するのか。これは、第８学年の教師が彼の生徒達が答えて説明ができるようになってほしい質問である。その学級は、東アジアの農業について勉強している。そして、教師は、多重因子が原因の役割を演じる米の成長のような現象の説明をいかにするかということを指導する一つの機会と見なしている。彼は、生徒に、今日の授業では、原因の推論を調べると話し、次の独り言で始めた。それは、次のような多重因子を持った原因の筋のモデルを生徒のために作るように計画されていた。

今年の初めにバラが公園で咲いたのに気が付きましたか。私は、自分自身になぜだろうと問いかけています。どんな因子で、このように早く咲いたのでしょうか。暑い冬だったことを思い出します。それは多分、重要な因子だったでしょう。しかし、確かにほかの因子が含まれています。多分、見えない何かが。そして、それを探すのが重要だということを知っています。実際、今で

は、私は考えるために立ち止っています。３月には雨がたくさん降ったことを思い出します。これも一つの因子でしょう。...

この「声を出して考える」独り言を終えてから、教師は、医学のような多重因子の原因を考慮に入れるほかの場面を指摘して進む。

彼は、原因分析ゲームを行うことについての分かりやすい情報を生徒に与える。例えば、いかに原因が現象に共同的にまたは排他的に寄与するかを示すための「かつ／または」の約束を説明し、そして、多重因子分析を表す図をいかに作成するかを示す。（コリンズ,ファーガソン,1993)

次に、教師は、生徒にこの認識的ゲームを自分自身で行う活動に従事させる。アジアの農業の話題に戻って、質問する。「お米の成長にはどんな原因が含まれますか。寄与する因子とそれらがどのように寄与するかを示す図を書くことができますか。」

教師は、多様な原因は必ずしも明らかではなく、潜在的な因子に対して広い網をかけることが重要であることを知っている。それ故に、生徒が考えるときには広くなるように、そして、天気のパターン、地層、昆虫などの、いろいろな因子を考えるように促す。

生徒が、自分の図を書き終えたら、相手とその活動を話し合うように言う。さらに、生徒に、お互いの図を調べ合うように言い、そして、「いろいろな因子をどうやって見つけたの」、「因子が因果的にどのように結び付いているかを決めるのは難しかったですか」、「多重因子分析ゲームについてどのような質問を工夫しましたか」、「この種の分析はどんなところに役立つの」などのような特殊な質問に答えることによって、お互いに自分たちの学習経験を話し合うように言う。

授業の後で、教師は、生徒の図を教室の壁に貼り、そして、そこで、それらは教室環境に埋め込まれた進行中の見本として役立つ。次の週、多重因子分析の考えを、学級活動の普通のパターンに組みこむための機会を上手につかむ。例えば、地方政府についての話し合いにおいて、地方選挙の投票者を決定する役割をいくつかの因子がいかに演じるかを指摘する。オークの木を含む理科プロジェクトにおいて、特に葉の茂った実生植物の作物の成長に寄与するいくつかの因子を見いだすことに、生徒を挑戦させる。もっと広く言えば、<u>原因や因子</u>のような用語をしばしば使うように気をつけることによって、そして、そのような言葉を、生徒からも引き出すことによって、原因の分析という言葉を生き生きとさせる。

作用している文化化の次元

この教師の物語をもっと詳しく調べてみよう。初めに、いかにその例話が全体として文化化の４つの次元を反映しているかを見る。そして、そこで、次の節で、異なった種類のマインドウエアが活動し始めるのを見いだす。

１．<u>例示</u>：先に述べられた指導の例話において、教師は２つの方法で目標となるマインドウエアを例示している。彼は、原因分析のゲームを声を出してまねている。これゆえに、認識的なゲームをしているゲーム者の心的像を生徒に与えている。また、医学の分野での認識的なゲームというその他の見本を指摘している。

２．<u>伝達</u>：チェスの規則がチェスをする人にとっての情報の鍵となることであるということと同じことで、原因の分析を支配する規則や制限は、良い思考者にとっての知識の鍵となることであ

る。教師はそれらをわかりやすく正しく伝達する。また黒板に多重因子分析の図を書くことによって鍵となるグラフ的な情報を伝達する。
３．<u>活動</u>：文化化の非常に重要な様態は、文化的な活動への参加である。教師は、生徒にお米の成長の多重因子分析を作らせ、図で表させることによって、原因の推論のゲームでの積極的なゲーム者として生徒を従事させる。
４．<u>相互作用</u>：教師が、生徒に互いの結果に応答し互いに学習経験を話し合うように求めるとき、原因の推論の言語や概念が、学習者／学習者の相互作用に導入される。

いかに文化化はマインドウエアが合体するのを助けるか

アジアの農業の授業において、教師は原因の推論に表面的に焦点を当てることによって始める。しかしながら、その例話を詳しく調べることによって、文化化的モデルがこの教師の教育学を形成しているということが示される。すなわち、原因の多重因子分析を目標とする認識的な形式を越えて、それがほとんど自動的にある範囲の付加的なマインドウエアを活性化させているのである。

例えば、見本を与えるという文脈において、教師はある力強い思考の気質、特に方略的になる気質（「それを［他の因子を］探すのが重要だということ知っています」）を形作る。そして、その気質はメタ認知的になる（「今では、私は考えるために止っています」）。また、医学のように、他の文脈における多重因子分析の例示を指摘することによって、知識の明示的な伝達に結び付いた価値を文化化させる。

直接的な伝達の文脈において、教師は、原因の分析に結び付いた用語を自然に使い、機能的な分析の言語とそれに結び付いた概念を活性化させている。生徒は、原因の分析に従事するので、教師は、潜在的な因子を広く探すように促す。そして、多分、探すのに適した技能や方略を得る。

生徒は一緒に学習し話すので、機能的な分析の言語が再び働き始める。また、生徒に自分たちの学習経験を一緒に反省させることによって、教師は、気質が思慮深くてメタ認知的になるように、認め促進する。したがって、指導の文化化的モデルは、同じ指導例話の中の数種類のマインドウエアの引き金を引く学習環境を作り出すことによって、マインドウエアの存在論的で機能的な多様性に役立つ。

指導の表面上の目標は異なるかも知れないが、教師が思考のある側面に焦点を当てている限りは、文化化的アプローチが数種類のマインドウエアの合体をほとんど確実に刺激することに注目しよう。例えば、教師は認識的な形式よりもむしろ思考の気質、多分、理由を探す気質のまわりに指導を計画するかもしれない。見本、伝達、活動、相互作用という文化化の４要素に従うことによって、このような授業は、また、理由探索のための技能や方略、推論に結び付いた語彙や概念、熟考した上での説明のための枠組みを与える抽象的概念構造、などのような付加的なマインドウエアを引き付けそうである。

結論：存在論から教育へ

私たちは、良い思考はどのようなものから作られるのかということを問うことから始めた。または、変数的な用語を使えば、どのような種類のマインドウエアがあるか。この探求には、さらに３つの質問を加えることができるであろう。マインドウエアはどのようにして活性化されるのか。それらはいかにして良い思考に貢献するのか。そして、そもそも、どのようにしてそれらは

獲得されるのか。広く知れ渡った一般的手順観は、マインドウエアは主として技能や方略に支えられた手順からなると答える。それは、場面の刺激や下部手順の必要によって活性化され、手順を組織化し能率化する方略や技能を通して貢献し、伝達と練習によって獲得される。思考の理想的な筋は、上から下へ、として特徴づけることができる。

専門的知識観は、ちょっと異なって答える。マインドウエアは、主として、文脈に特殊な知識や手順からなり、文脈の微妙な差異によって活性化され、文脈に特殊な専門的知識を通して貢献し、状況学習によって獲得される。思考の筋は、下から上へ、として特徴づけることができる。

ここで提出された総合的見方は、専門的知識、手順・方略・技能という一般的手順観、思考の言語・抽象的概念構造・気質のようなその他の一般的な種類のマインドウエアなどの特徴を調整しようとするものである。この拡張された存在論によって、いかにしてマインドウエアは活性的になり、貢献をし、獲得されるのかということへのより多様な答えへと導かれる。思考の適切な筋は、合体と呼んでもよいであろう。その中では、特殊な状況が、ある種のマインドウエアを喚起し、そのマインドウエアが、場面にあった特殊な柔軟な方法で他を引き込む。

これらはすべて、順に、いかにして良い思考は教えられるべきかということについての豊かな概念を求めている。一般的な段階での文化は、社会的組織の非常に複雑な構造を反映している。この観察を手掛かりとして、思考を指導する文化化的アプローチが論じられる。そのようなアプローチによって、指導を組織化する強力な枠組みが提供され、良い思考についてのそのような複雑な存在論や合体した組織化に名誉が与えられる。

批判的数学教育

Critical Mathematics Education, Ole Skousmose and Lene Nielsen.
International Handbook of Mathematics Education. Part Two. Kluwer Academic Publishers. 1996
pp. 1257-1261.

訳：長崎栄三

1．はじめに

「批判的数学教育」を話すうえでの中心となることは何であろうか。この問題を明確にするために、批判の概念と数学の概念の間の関係について歴史的な観点から見ることにする。

いわゆるユークリッドのパラダイムによれば、数学の知識は、公理から出発して注意深い論理的演繹によって作り上げられる。そして、公理の真理さは、直観によって把握される。合理主義の一部として、数学の構造は、すべての科学の青写真となった。論理と明快な推論に頼ることによって、独断主義は除去された。ルネ・デカルトによれば、もし、私たちが普遍的な懐疑によって除去されることができない「公理」から進むならば、すべての真理は把握することができるということを、人間の推論の力は確実にした。批判的思考、論理的思考、そして、数学は、統合され、他の諸科学のための一つのパターンとなった。それでは、数学的思考よりももっと批判的な思考は、どこに見つけられるというのであろうか。自己批判は、数学的思考の真の特質を構成しているように思える。

このことはまた、最終的な批判の存在の可能性を示唆している。科学を発展させるためには、すべての不確かな、偏った、疑いに満ちた知覚は、除かれなければならない。真の知識は、安全で安定した土台を必要とする。哲学の仕事は、その土台を明確にし、そして、それがなされたときには、科学は知識を作り上げることを始めることができる。イマニュエル・カントの著作『純粋理性批判』もまた、最終的な批判を与える試みとして解釈することができる。純粋理性によって、私たちは知識発展の土台を用意することができるのである。

結果として、批判的な活動は、哲学の課題となる。批判と構成は、分離する。知識の構成は個々の科学によって行われる進行中の活動であるが、批判は哲学によって行われる最終的な活動になった。

最終的な批判に再び取り組む重要な試みは、論理的実証主義によって着手された。個々の学問の基礎的な批判が、形而上学的な仮定を除去しながら、一つの統合された科学を発展させるために行われた。それは、中立的で客観的なものとして特徴づけられるものであった。しかしながら、論理学と数学は、なお、「科学の言葉」と表現される独自の地位をもっており、そして、批判的な思考を行うことができる媒体をもっていた。論理的実証的主義によれば、批判は、いまだ、「論理的明確化」を意味しており、その真の特質によって、数学は、その構成の中に礎石として、批判を組み込んでいた。数学を発展させることと、批判的企てとして数学を発展させることは、同じことであった。

今世紀の最中に、教育は、広い世界の企てとなった。それはもはや「エリート主義」ではない。この広い視野は、教育の議論を民主主義の議論と結び付けたジョン・デューイによって強調されている。民主主義的な関心をもった一般教育の一部として、批判的活動を組み込んで、学校数学を統合することは問題ないように思える。数学は、これまで、数学教育は反権威主義になるということを保証してきたように思える。なぜなら、健全な推論が、その主要な特徴だからである。

しかしながら、この明らかな調和は、2つの逆説によって混乱させられている。第1は、技術に関している。以前は、技術的な発展は楽天的に述べられていた。技術は、「素材」だけで構成されている自然によって囲まれていることから生ずる困難から、人類にを救い出すことができる道具を与えてくれると。技

術の発展と「生活の質」の改善は緊密に関連するようになった。技術は、生活の改善のための努力における人間の創意の究極の表現として解釈される。しかしながら、この技術的な楽天主義は、もはや維持するのは不可能になっている。

ウビラタン・ダンブロッシオは、「数学の指導・学習の文化的な構想」において、技術の逆説を次のように述べている。

「過去100年間、私たちは、私たちの自然の知識についてと新しい技術の発展についての大きな進歩を見てきた。...しかし、この同じ世紀は私たちに卑劣な人間の行為をも見せてきた。大量殺人や危険の予期せぬ手段、新しい恐ろしい病気、不公平な飢餓、...は、環境の不可逆的な破壊によってのみ、釣り合わせられる。この逆説の多くは、学問、とりわけ科学的学問の研究と教育の両者における、価値の反省や考慮の欠如と関係している。科学や技術のこれらの驚異やまた恐怖を作り出す手段のほとんどは、数学の進歩が関係している。」（ダンブロッシオ, 1993, p. 443）

数学は、この逆説の中心に現れた。実際、数学の社会的な役割を把握しようとしないでこの逆説を理解することは不可能のように思える。技術や技術の問題的な発展に関連して提起することができる質問は、また数学に関連しても提起することができる。技術の批判は、数学の批判を含めて、重要なものとなっている。そして、この逆説は、この批判が単に論理的推論だけに関連しているのではないということを強調している。数学は、技術で応用され、モデル化過程で応用され、政治的な性格の意思決定のための基礎を与えるなかで応用されるときに、異なる役割を得ている。

数学は、批判の「黒幕」の役割を維持することはできない。数学は、実際、批判の考えを狭めるのに奉仕してきており、論理の籠の中に批判を閉じ込めてきた。数学という歴史的に作られてきた概念は、「記号的な力」を応用数学にも与える方法を明確にしてきている。これは闘われなければならず、数学それ自身が批判の対象となっている。このことは、「論理的推論」よりもより広い範囲での批判の概念を求めている。

一般教育の逆説もまた述べることができる。数学は、理性によって純粋に構造化された教科となるように提案されてきたので、広く関心を集めた数学教育は、すべての批判的なことから遠く離れて、厳密な構造として発展した。批判的思考を反映した学問となるかわりに、数学教育は、支配、管理、試験、コミュニケーションの厳密な形式に結び付くようになった。「新数学」運動は、数学の普遍的な建築物を数学教育の世界的な計画に投影させることによって、数学教育の広い普遍的な性格を強調した。実際の結果は、生徒は再び厳密な形式をもった数学と直面させられたということであった。教育者（第３世界からの教育者だけではない）は、暗黙のうちに数学教育の広域化に結び付いた「帝国主義」に対して抵抗した。数学教育は、世界的な関心として発展したので、数学科は民主主義的発展としての教育に対する一般的な関心を表現しない型にはまったものと混ざってしまった。数学教育の広域性と普遍性は、生徒が自分たちの日常生活や社会と関係して数学の適切さを見るのに障害となってしまった。

技術の逆説と一般教育の逆説は、最終的な批判という考え方や、論理的推論の一部としての批判という考え方が、不十分であるということを示している。批判は、単に哲学的な課題として発展するのではなく、進行する教育的な課題として発展されなければならない。批判は、論理的推論（だけ）に結び付けるのではなく、より広い内容に関連した質問や社会的な論点にも照し合わさなければならない。「数学教育」に「批判」を付け加えることによって、数学と数学教育は批判的発展の中に置かなければならないということを強調している。

批判的数学教育を話すときのすべての論点は、数学は社会の発展や技術の発展において鍵となる役割を果たしていること、数学教育は力と富の分配において鍵となる役割を維持していること、そして、もし、

数学教育の議論が内容の質問だけに還元されてしまうならば、数学と数学教育はともに行き当たりばったりに振る舞うこと、を認めることである。

２．批判的数学教育の関心

規則の集合を挙げ、それらに従って、批判的数学教育を実現するということはできない。批判的数学教育は、活動や内容の特別な調理法によって要約することはできない。それは方法論的な原理の一種ではない。「批判的数学教育」は、例えば、「民主主義」のように、開かれたものであり、また、不完全な概念である。民主主義は、自由選挙の確立によって単に維持されている訳ではない。民主主義は、「生きる方法」であり、民主主義を実現するということは進行中の関心なのである。

もし、「数学教育」がある主題にかかわり、そして、「批判的」が学際的を前提とするならば、「批判的数学教育」という言葉は、概念的矛盾を含むものとして考えられるかもしれない。しかしながら、「批判的数学教育」によって、私たちは、ある種の数学教育の形式に照らし合わせるのではなく、数学を含む教育的な光景についての展望に照らし合わせているのである。この展望には、教師がカリキュラムや方法論に関してなす選択に影響を与える約束が含まれている。

私たちは、「批判的数学教育」を「関心」によって述べようと試みる。「批判的数学教育」は、教育実践だけではなく、この実践についての研究にも言及する。批判的数学教育に関連した研究は、しばしば、アクション・リサーチの形式で起こるので、実践に関連した関心と研究に関連した関心との間の区別は基礎的なものではない。以下においては、実践と研究両者について考える。

その関心には、次の論点が含まれる。

ａ．市民権は、学校教育を生徒が政治的生活の活動的な役割を担う準備を含むものとして見なす。

ｂ．数学は、社会の批判的な側面を見いだし分析する道具として役立つであろう。そして、それは、生徒の地域的な環境に関係するとともに、地球規模のものとなろう。

ｃ．生徒の興味が強調するのは、教育の主目標が（純粋な）知識の伝達ではなく、教育実践が活動的な人間によって理解されるべきであるということである。

ｄ．文化や摩擦は、差別についての基本的な問題を提起する。数学教育は、教育外の要因によって作られてはいるが教育実践によって強化されている不公平を再生産していないか。

ｅ．数学それ自身が、現代技術の一部としての数学の役割のために、問題となるであろう。現代技術は、もはや楽天的に見ることはできない。数学は、批判の道具であるだけではなく批判の対象でもある。

ｆ．批判的数学教育は、教師と生徒のコミュニケーションが力関係を反映することができるように、教室での生活に焦点を置く。

これらの関心は、技術の逆説と一般教育の逆説の「結果」ではない。しかしながら、これらの関心は、数学と数学教育の両者の批判的な位置を認識することの重要性を表わそうとし、そして、広い文化的・政治的広がりをもった進行中の教育の課題としての批判を伸ばすことの重要性を認めようとしている。

多くの形式の研究や教育実践が、これらの関心（のいくつか）を考慮している。しかしながら、私たちは、批判的数学教育と他の形式の数学教育の間を区別することには興味はない。実際、教師や研究者が批判的数学教育を行っているとかって主張したことがないのに、教育実践や研究の多くの例が、批判的な特徴を明らかにしている。したがって、ポール・アーネスト（1991）によって述べられた、「公的教育者」は、批判的教育者の集合に属する。外的要因、例えば、資源の不足や政治的・経済的自由の欠如は、意図した実践を実現する可能性を妨げるかもしれない。しかしながら、批判的数学教育は、さらに潜在的な関心となることができる。

V. 環境への働きかけによる算数・数学教育

児童・生徒の身の回りにある算数・数学

平成６年度から８年度にかけて行われた科研基盤Ｂ「数学と社会的文脈との関係に関する研究」において「社会的文脈を重視した算数・数学科のカリキュラムの構成」（11～25頁）を行った。そこでは、算数・数学の内容に則して実際的な問題場面を列挙した。

ここでは、本研究の主旨、すなわち、社会や生活から算数・数学の問題を捉えるということから、今度は、それらを問題場面に基づいて分類し直した。その際、問題場面を追加するとともに、問題場面はすべて「行動」（文末を動詞）に直した。つまり、算数・数学の問題を、ある場面における働きかけととらえたからである。

それらの分類の枠組みは、「Ｉ.社会・生活の場面の分類」の通りであるが、全体としては順序付けられてはいない。
それぞれの問題場面は、「Ⅱ.児童・生徒の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面」にあげてある。それらにおいては、それぞれの場面の後に、〔　〕の中により具体的な場面を入れてあり、また、その後には、数学内容の領域番号と内容を付してある。
問題場面のあとに付した数学内容については、その分類の枠組みを「Ⅲ.数学の内容の領域」としてあげてある。

このような場面は、児童・生徒の身の回りの社会・生活の一部であり、これらのことから、児童・生徒の身の回りには多くの算数・数学の問題が潜んでいることがうかがわれる。また、このような場面を参考にして新しい算数・数学の問題場面を作ることができるであろう。

Ｉ．社会・生活の場面の分類

A．家庭生活

A01．家（建物），A02．庭・畑，A03．通学、通勤，A04．家具、内装，A05．料理，
A06．食事，A07．食事・料理道具，A08．家庭用品，A09．通信，A10．レジャー，
A11．新聞，A12．旅行・冒険，A13．家族，A14．家の住所，A15．買い物，A16．家庭財政．

B．学校生活

B01．学校活動，B02．学級活動，B03．勉強・学習，B04．身体検査・運動能力，B05．給食，
B06．体育・運動会，B07．遠足・見学，B08．勉強の成績，B09．教室の構造・校庭，
B10．学校・学級の環境，B11．学用品・道具．

C．社会生活

C01．天気，C02．紙，C03．土地，C04．建物，C05．自動販売機，C06．郵便，C07．歩く，
C08．福引，C09．お金，C10．勝負，C11．カレンダー，C12．水道，C13．タイムカプセル．

D．交通

D01．道路，D02．電車・汽車，D03．自動車，D04．消防自動車，D05．飛行機，
D06．タクシー．

E．産業

E01．大工，E02．金属業，E03．製図，E04．製品．

F．自然科学

F01.地球，F02.宇宙，F03.気候，F04.地震，F05.音，F06.動物，F07.植物，F08.微生物，F09.酸・アルカリ，F10.原子，F11.電気，F12.はかり，F13.光，F14.振り子，F15.歯車，F16.気体・液体・固体，F17.弦，F18.管，F19．電波．

G．社会科学

G01.日本の地理，G02.世界の地理，G03.人口，G04.地図，G05.経済，G06．選挙，G07．税金．

H．家庭

H01.栄養，H02．衣料．

I．技術

I01．コピー機，I02．レコード，I03．カメラ・ビデオカメラ，I04．テレビ，I05．蛍光灯，I06．アンテナ．I07．大砲，I08．スペースシャトル，I09．望遠鏡．I10．懐中電灯．

J．スポーツ

J01．試合数，J02．野球，J03．サッカー，J04．ゴルフ，J05．オリンピック，J06．スキー．

K．芸術

K01．音楽，K02．美術/図画工作．

L．ゲーム

L01．ゲーム，L02．トランプ，L03．賭け事，L04．将棋．

M．パズル、なぞなぞ

M01．数に関するパズル，M02．図形に関するパズル．

N．遊び

N01．折り紙，N02．室内遊び，N03．戸外遊び，N04．遊園地

O．数学史

O01．日本の数学者，O02．日本の数学史，O03．世界の数学者，O04．世界の数学史，O05．内容別の数学史．

P．国際理解

P01．各国の文化．

Q．情報

Q01．暗号，Q02．コンピュータ．

R．環境

R01．ゴミ，R02．湖・ダム，R03．木，R04．川，R05．海．

S．福祉・健康

S01．人間，S02．点字，S03．高齢化

Ⅱ. 児童・生徒の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面

A01. 家（建物）

・長方形の土地の面積を求める〔たて 1.5m よこ 2m の長方形の面積は $3m^2$ です〕. 1.2.2. 小数の計算
・家を建てるときの建ぺい率を求める〔建築面積÷敷地面積〕. 3.3.2. 単項式・多項式
・部屋の大きさを比べる〔お姉ちゃんの部屋の方が大きいな〕. 4.3.1. ひろさ
・建物の構造を調べる〔柱は床に垂直なんだ〕. 5.2.2. 空間での位置関係
・建物のすじかいの意味を考える〔すじかいを入れると柱が倒れないよ〕. 5.4.4. 三角形の性質
・塀の長さを知る〔長方形の土地の角を切り取り塀を作るとき，その長さは〕. 5.5.2. 三平方の定理
・ドアの仕組みを調べる. 5.5. 図形と計量

A02. 庭・畑

・花壇の大きさを求める〔面積 $8m^2$ 一定の長方形の花壇の縦と横の長さ〕. 3.2.0. □やａを使った式
・畑の区画整理をする〔面積を変えずに形を変えよう〕. 5.4.3. 平行線の性質
・庭の大きさを最大にする. 6.8.0. ２次関数

A03. 通学、通勤

・駅までの所要時間を求める〔駅まで約２km だから徒歩では 25 分位かかる〕. 2.4.1. 見積り
・自転車で追いかける〔忘れ物をした妹に追いつくことができるか〕. 3.5.0. 一次不等式
・駅までの距離を求める〔駅まで 15 分かかるから，１km 歩くことになる〕. 4.1.3. 概測
・家から駅までの道順を考える〔家と駅の間に学校。家から学校まで北約１km〕. 4.7.2. 方位、方角
・歩いた時間と道のりの関係を考える〔分速 70m で歩くとき，歩いた時間と道のり〕. 6.3.0. 正比例
・家から先生の家までの行き方の数を求める〔家から果物屋によって先生の家まで〕. 7.3.1. 順列

A04. 家具、内装

・テーブルの横幅の見当をつける〔手のひらを広げた幅の四つで 80cm〕. 4.1.3. 概測
・部屋の時計の形を調べる〔まるいのやましかくなのが多いよ〕. 5.1.5. 基本的な図形
・全身が映る鏡の大きさを求める. 5.1.8. 図形の対称
・タイルの模様を調べる〔同じタイルでしきつめられているよ〕. 5.3.2. 合同
・ユニット（単位図形）でカーテンのデザインをする〔図柄を考えよう〕. 5.7.0. 変換
・花瓶の大きさを調べる. 6.11.2. 積分

A05. 料理

・牛乳の量を比べる〔形の違うコップに入った牛乳の量を比べるには〕. 4.1.1. 量
・カレーを作る〔水 800cc を鍋にいれます〕. 4.1.2. 測定
・ケーキを作る〔小麦粉 300ｇをふるいにかけます〕. 4.5.0. 重さ
・ドレッシングを作る〔酢とサラダ油を３：２の割合で混ぜて，ドレッシング〕. 6.2.1. 比と比の値
・ジュースを作る〔リンゴ１個で 150cc だから…〕. 6.3.0. 正比例

A06. 食事

・１週間に飲んだ牛乳の量を求める〔約 3.2 l です〕. 1.2.2. 小数の計算
・ケーキを食べる〔６等分したケーキの２つを食べたから残りは２／３だ〕. 1.3.2. 分数の計算
・クッキーを分ける〔９個のクッキーを２人で分ける〕. 3.1.0. 等号・不等号
・宅配ピザの大きさを求める〔ＭとＬはどれくらい面積が違うのか〕. 4.3.3. 平面図形の面積公式
・ジュースを選ぶ〔太い缶のほうがたくさん入っているよ〕. 4.4.1. かさ、容積

・水筒に入る水の量を調べる〔どのくらい入るのかな〕．4.4.1.かさ、容積
・ケーキの大きさを比べる〔円柱と直方体はどちらが大きいか〕．4.4.3.立体の体積公式
・箱の容積を比べる〔どちらの容積が大きいか〕．4.4.3.立体の体積公式
・ピザのＬサイズとＭサイズの大きさの比を調べる．5.5.1.相似の利用
・いろいろな飲料水の年間消費量を予測する．6.10.数列
・ジュースを分ける〔１１をみんなで等分するときの一人分の量〕．6.4.0.反比例
・レストランで主食と副食と飲み物をきめる〔ファミリーレストランに行く〕．7.3.1.順列
・ケーキを選ぶ〔８種類のケーキから５種類選ぶ〕．7.3.2.組合せ

A07. 食事・料理道具

・電気釜に入る量を調べる〔1.5 l です〕．1.2.1.小数の意味
・いろいろな容器の容量を調べる〔お酒は 1.8 l びんを使っている〕．4.4.1.かさ、容積
・お箸の袋を結ぶ〔どうして正五角形になるのかな〕．5.4.3.平行線の性質
・皿の破片からもとの円形を求める〔どのくらいの大きさの皿だったのかな〕．5.4.6.円の性質

A08. 家庭用品

・布を買う〔１m560 円の布３mと１m740 円の布３mで合計いくらか〕．1.1.9.計算の法則
・リボンを分ける〔１mのリボンを３等分すると１つ分の長さは〕．1.3.1.分数の意味
・テープの長さを求める〔1/8mの３つ分の長さは〕．1.3.2.分数の計算
・10mのロープで円をつくったときの半径を求める〔きちんと求まるか〕．1.5.3.有理数、無理数
・ひもの長さを測る〔このひもの長さは約 13mです〕．2.4.2.四捨五入等
・リボンを切る〔３mのリボンを 30cm ずつに切ったら 10 本目が短かった〕．2.5.1.近似値、誤差
・テープやリボンをつなぎ合わせた長さを考える〔一般式を作っみよう〕．3.3.2.単項式・多項式
・長いひもを取ってくる〔いろいろに丸まった紐の中から一番長い紐を選ぶ〕．4.1.1.量
・いろいろなものを作る〔身のまわりのものでいろいろなものを作ろう〕．5.1.1.図形の弁別
・まるいものを探す〔ジュース缶，車や電車のタイヤや車輪〕．5.1.1.図形の弁別
・箱を横から見ていて少しずつつぶして観察する〔長方形が平行四辺形になる〕．5.1.7.図形の関係
・ペットボトルでブイを作る．5.2.1.空間図形
・鏡で遊ぶ．5.2.2.空間での位置関係
・いろいろな紙を集めて調べる〔Ａ判、Ｂ判はそれぞれ相似だ〕．5.3.3.相似
・箱に球を詰め込む．5.5.2.三平方の定理
・箱の容積を最大にする〔長方形の四隅を正方形に切って箱。箱の容積を最大〕．6.11.1.微分
・クギの本数を比を使って調べる〔箱に入っているクギの本数を知るのに比が〕．6.2.4.比例式
・1,2,4 ｇの重りで測れる重さを調べる．7.3.2.組合せ

A09. 通信

・電話をかける〔０３－○○○○－○○○○です〕．1.1.3.数の使われる場面
・年賀状を書く〔郵便番号は○○○－○○○○の７桁になるんだよ〕．1.1.3.数の使われる場面
・手紙を送る〔どのくらいの大きさの封筒がいいかな〕．4.3.2.面積
・手紙を出す〔何円切手を貼ればよいのかしら〕．4.5.0.重さ

A10. レジャー

・本の残りの頁を考える〔48 頁の本を□頁読むと，残りは 48－□頁〕．3.2.0.□やａを使った式
・ビーチボールを膨らます〔このビーチボールにはいる空気はどれくらい〕．4.4.3.立体の体積公式
・クリスマスツリーにつける星の飾りを作る。〔星形の角について考える〕．5.4.4.三角形の性質

A11. 新聞

・家に届く新聞紙の形や大きさを考える〔新聞紙は形や大きさがみな同じだ〕. 5.3.2.合同

A12. 旅行・冒険

・宝のありかを探す〔2本の松の木からともに5mの地点にあるらしい〕. 5.4.2.基本図形の作図

・旅の計画を立てる〔縮図の上でA駅からB駅は何kmくらいあるのかな〕. 5.5.1.相似の利用

・目的地までの時間を求める〔速さv、時間t、距離sとすると、s=vt〕. 6.1.5.関数の式

A13. 家族

・数を数える〔私の家族は5人です〕. 1.1.1.数の意味、表現等

A14. 家の住所

・マンションの部屋番号を知らせる〔503号室は5階の右から3番目〕. 1.1.3.数の使われる場面

A15. 買い物

・買い物でレジに並ぶ〔どちらの列に並ぶと早く自分の番が来るかしら〕. 1.1.1.数の意味、表現等

・買い物で品物を選ぶ〔どちらの品物の方が安いかな〕. 1.1.2.数の大小

・買い物の合計金額を求める〔280 円のｹｰｷ と 320 円のｹｰｷ 1個ずつです〕600 円で. 1.1.4.加法

・買い物でおつりをもらう〔代金80円で, 100 円出せば, おつり20円〕. 1.1.5.減法

・値段の合計を求める〔50円の葉書3枚と80円の切手5枚の値段〕. 1.1.8.四則混合計算

・商品名を理解する〔5/8ﾁｯﾌﾟ (菓子)、ﾊﾐﾝｸﾞ 1/3 (洗剤)〕. 1.3.1.分数の意味

・消費税を計算する〔小数点以下の金額は切り捨てです〕. 2.4.2.四捨五入等

・買い物の合計金額を考える〔これだけ買ったけど1000円で足りるな〕. 2.4.3.概算

・値段を比べる〔どちらの大きさのマヨネーズが得か〕. 4.8.1.単位当たりの量

・買い物の単価と個数の関係考える. 6.1.3.関数の表

・バーゲンセールの売り値を求める〔全商品定価の20%OFFです〕. 6.2.2.百分率、歩合

・布を買う〔1m300円の布を2.5m買うといくらになるかな〕. 6.3.0.正比例

A16. 家庭財政

・所持金を確認する〔財布の中に5000円位ある〕. 2.4.1.見積り

・家計簿を調べる〔私の家では, 収入の約15%が子どもの教育費です〕. 6.2.2.百分率、歩合

・消費者金融を考える〔よく考えて借りないと, 大変なことになってしまうよ〕. 6.2.3.単利・複利

・定額貯金を考える〔A銀行とB信用金庫とではどちらに貯金すると得か〕. 6.2.3.単利・複利

・食費の内訳を調べる〔20年前とではどのくらい変わっているかな〕. 7.1.5.円グラフ

B01. 学校活動

・学校の生徒数を知る〔私の学校の全校生徒数はおよそ700人です〕. 2.4.2.四捨五入等

・予算を配分する〔部の予算50万円を運動部と文化部で3:2 に分けよう〕. 6.2.4.比例式

B02. 学級活動

・人数の合計をだす〔3人いるところに5人来ました全員で何人かな〕. 1.1.4.加法

・グループづくりゲームを行う〔6人グループをつくれ〕. 1.1.5.減法

・グループを作る〔42人では6人グループが7班できる〕. 1.1.7.除法

・ケーキ1人分の費用を求める〔1200円のｹｰｷ を5人で買い、240 円ずつ払う〕. 1.1.7.除法

・時間割の仕組みを調べる〔4時間目は何時からかな〕. 4.6.0.時刻、時間、暦

・教室の中の位置を示す〔僕の机の位置は, 2列目の3番目だよ〕. 5.1.4.位置の表現

・掃除当番表を作る〔簡単に正六角形を正確にかく方法はないかな〕. 5.4.2.基本図形の作図

・自分の席を探す〔みんな自分の椅子に座ってごらん〕. 6.1.1.集合と対応

・みかんを配る〔1人に2個ずつみかんを配る。人数とみかんの関係は〕．6.1.2.変わる量
・班に分ける〔36人のクラスで等しい人数の班を作るときの分け方〕．6.1.3.関数の表
・自分たちの生活を調べる〔クラスの友達の通学手段や好物を調べる〕．7.1.1.表
・誕生日を知る〔クラスの友達の誕生月を調べ掲示しよう〕．7.1.2.絵グラフ
・数量の比較をする〔全クラスの12月の本の貸出数を比べよう〕．7.1.3.棒グラフ
・徒競走の順位を考える〔6人の生徒が走ったとき，考えられる結果は〕．7.3.1.順列
・班に分ける〔9人の生徒を3人ずつの3つの班に分ける〕．7.3.2.組合せ
・出生男児数女児数を考える〔クラスで兄弟・姉妹の数を調べる〕．7.4.1.不確定事象の数表現
・同じ誕生日の人がいる割合を考える．7.4.1.不確定事象の数表現

B03. 勉強・学習

・三角定規の3辺の長さを調べる．1.5.3.有理数、無理数
・ノートに書いた円の面積を求める．2.4.3.概算
・メガホンの面の形を考える〔メガホンはどんな図形をまるめたものか〕．5.1.6.図形の構成要素
・水槽に水を入れていろいろな方向に傾ける〔水面はどんな形になるかな〕．5.1.9.図形の操作
・繰り返し模様を作る〔身のまわりからも探してみよう〕．5.1.9.図形の操作
・ガタガタしない椅子を作る〔足は何本がよいか〕．5.2.1.空間図形
・メガホンを作る〔ひらき具合を調節するのが難しいな〕．5.2.3.空間図形の構成
・ノートの罫を使って線分を等分する〔目盛りを使わずに等分できるよ〕．5.4.3.平行線の性質
・三角帽子を作る〔幼稚園の園児に三角帽子をつくってプレゼントしよう〕．5.5.2.三平方の定理
・数学新聞を作る．7.1.資料の整理
・社会科の学習をする〔分かりやすく資料を整理しよう〕．7.1.1.表

B04. 身体検査・運動能力

・身長や体重を測る〔あなたの体重は32.4kgです〕．1.2.1.小数の意味
・平均身長を求める〔160cmを仮平均として考えよう〕．1.4.2.正負の数の計算
・体重の表し方を考える〔体重35kgと35.0kgは同じなのか〕．2.5.2.有効数字
・身長を測定する〔あなたの身長は1m25cmです〕．4.2.0.長さ
・体重を測定する〔1.2kgも太ってしまった〕．4.5.0.重さ
・5年生の身長の伸びを知る〔10年間の5年生の平均身長を比べるよう〕．4.9.0.平均
・体格の変化の様子を知る〔毎月の体重，身長を折れ線グラフに表し，特徴〕．7.1.4.折れ線グラフ
・ボール投げを行う〔A君は何番目に遠くにボールを飛ばしたのだろうか〕．7.1.8.ヒストグラム
・学級の体重の特徴を調べる〔階級の幅をうまくしないと特徴がわからない〕．7.1.8.ヒストグラム
・2つの学級の身長を比べる〔平均値〕．7.2.1.代表値
・学年で体重が真ん中の人を調べる〔メジアン〕．7.2.1.代表値
・体力と体格の関係を分析する〔100m走と身長には関係があるのか〕．7.2.3.相関

B05. 給食

・給食に必要な時間を考える〔あと15分では食べ終わらないよ〕．4.6.0.時刻、時間、暦

B06. 体育・運動会

・運動会の球入れの球の数を数える〔いち，に，さん，….赤組35個〕．1.1.1.数の意味、表現等
・整列をする〔前から5番目の人は手を上げなさい〕．1.1.1.数の意味、表現等
・組体操をする〔6人グループから3人グループにかわる〕．2.2.0.約数、倍数、奇・偶数
・隊形の変換をする〔前から偶数番目の人は右斜め前に出なさい〕．2.2.0.約数、倍数、奇・偶数

・運動会のトラックの長さを求める．3. 3. 3. 式の利用
・ドッヂボールのコートをかく〔歩幅を利用して，公平にかこう〕．4. 1. 3. 概測
・体操をする〔ジャンプして 180 度回転しよう．次は 360 度に挑戦だ〕．4. 7. 1. 角度
・運動会で演技図を校庭にかく〔，校庭に大きな正三角形などを描く〕．5. 4. 2. 基本図形の作図
・マット運動での動きを考える〔側転は手足の先が円を描くように回ると〕．5. 6. 0. 作図・軌跡
・運動会で行進する〔内側の生徒は足踏みし，外側は大きく回る〕．5. 6. 0. 作図・軌跡

B07. 遠足・見学

・社会科見学に行く〔団体割引で入場したほうが安くなる人数は何人からか〕．3. 5. 0. 一次不等式
・いもの重さを比べる〔いも掘りでとれた量を比べよう〕．4. 5. 0. 重さ
・歩き遠足の計画を立てる〔速さを利用してかかる時間を計算しよう〕．4. 8. 2. 速さ

B08. 勉強の成績

・教科のバランスがよくわかる成績表を作る〔レーダーチャート〕．7. 1. 9. いろいろなグラフ
・数学と英語の得点を比べる〔散らばりが違えば同じ 80 点でも価値は違うよ〕．7. 2. 2. 散布度
・中学生の学力を調べる〔日本の中学生の学力はどうやって調べるのか〕．7. 7. 0. 標本調査
・○×問題の正答率を考える．7. 1. 資料の整理

B09. 学校教室の構造・校庭

・花壇に花の苗を等間隔に植える．3. 3. 3. 式の利用
・花壇の形を変える〔面積はどの位増えますか〕．3. 3. 3. 式の利用
・教室の床面積を求める〔歩幅を利用すれば，およその面積は求まる〕．4. 1. 3. 概測
・池の周りの長さを求める．4. 1. 3. 概測
・花壇の面積を求める〔長方形の面積の公式が使えそうだ〕．4. 3. 3. 平面図形の面積公式
・校庭の広さを比べる〔どちらの学校の校庭が一人当たりの面積が広いか〕．4. 8. 1. 単位当たりの量
・校舎や体育館の高さを求める．5。3. 合同・相似
・学校の２点のスピーカーから同じ大きさの音が聞こえる場所を探す．5. 6. 0. 作図・軌跡
・校庭に南北の方角に２本の直線を引いてずっと延ばしたときを考える．5. 9. 0. いろいろな幾何

B10. 学校・学級の環境

・教室の気温の変化を調べる〔教室の気温はどう変わっていくかな〕．6. 1. 2. 変わる量
・教室の窓を開けると変わる量を探す〔窓を開けると何が変わるだろう〕．6. 1. 2. 変わる量

B11. 学用品・道具

・ボールの個数を比べる〔僕のほうが５個多いな〕．1. 1. 2. 数の大小
・おはじきの個数のちがいを求める〔８個と６個のちがいは２個だよ〕．1. 1. 5. 減法
・えんぴつの総数を求める〔５ダースあるから，全部で 60 本ある〕．1. 1. 6. 乗法
・カードの枚数を求める〔６人に１人５枚ずつに配るには何枚必要かな〕．1. 1. 6. 乗法
・鉛筆を配る〔12 本の鉛筆を１年生７人と２年生６人に１本ずつ配る〕．3. 1. 0. 等号・不等号
・えんぴつの長さを比べる〔どっちの鉛筆が長いかな〕．4. 2. 0. 長さ
・さいころを作る〔この紙でできるだけ大きいさいころをつくってみよう〕．5. 2. 3. 空間図形の構成
・サイコロの１の目が出る割合を考える．7. 4. 2. 大数の法則
・画鋲の針が上を向く割合を考える．7. 4. 2. 大数の法則
・サイコロをふるときの目の出る割合を求める．7. 4. 3. 同様に確からしい
・同じ鉛筆の長さを 500 人で測定する．7. 6. 1. 確率分布

C01. 天気
・天気予報の氷点下の気温を表す〔札幌の最低気温は－３℃です〕. 1.4.1.正負の数の意味
・天気予報で前日との温度差を知る〔東京－１，横浜－２，前橋＋３〕. 1.4.1.正負の数の意味
・月曜日の朝は寒いかどうか調べる. 4.9.平均
・１日の昼と夜の長さを調べる〔昼の長さａ、夜の長さｂとすると、ａ＋ｂ＝24〕. 6.1.5.関数の式
C02. 紙
・紙の大きさを調べる〔A4,B5 などの紙の縦の長さと横の長さの比〕. 1.5.1.平方根の意味
・紙の大きさを考える〔折り重ねて相似な形になる〕. 3.7.0.二次方程式
・名刺の大きさを調べる〔黄金分割の利用〕. 1.5.1.平方根の意味
・Ａ４版の紙の縦，横の長さを定規で測る〔短いほうは約 21.0cm です〕. 2.5.1.近似値、誤差
・厚紙で作った三角形のつりあう所をさがす〔指の上にのせてみよう〕. 5.4.4.三角形の性質
・紙の切断したときの枚数を考える〔１枚が２枚，２枚が４枚・，10 枚が？枚〕. 6.1.6.事象と関数
C03. 土地
・土地の広さを測定する. 4.1.2.測定
・三角測量をする. 5.5.3.三角比
・森林の面積を表す〔□ha の森林を伐採したそうだ〕. 4.3.2.面積
・売出し中の土地の広さが示されているものを理解する〔1坪って何 m²ですか〕. 4.3.2.面積
・畑の広さを表す〔□ａの畑を借りることにした〕. 4.3.2.面積
C04. 建物
・建物の形を調べる〔正方形、長方形、三角形など〕. 5.1.5.基本的な図形
・タイルを貼る〔敷き詰めに使える形は〕. 5.1.9.図形の操作
・マンションの販売広告を調べる〔平面図をよくみよう〕. 5.2.4.空間図形の表現
・ワイパーの仕組みを考える〔ワイパーが交わることはないんだ〕. 5.4.3.平行線の性質
・ピサの斜塔やピラミッドの高さを測る. 5.5.3.三角比
C05. 自動販売機
・ボタンとコーラの関係を考える〔自販機の左のボタンとコーラが１対１対応〕. 6.1.1.集合と対応
C06. 郵便
・小包郵便の重さと料金を考える〔小包の重さをあと１kg 重くしたら，料金は〕. 6.1.6.事象と関数
・お年玉つき年賀はがきの当選率を考える〔30 枚葉書で１等が〕. 7.4.1.不確定事象の数表現
C07. 歩く
・ある距離を歩く速さと時間の関係を調べる. 6.4.0.反比例
C08. 福引
・福引で当たる確率を考える〔何回位，福引をやれば当たりがでるか〕. 7.4.1.不確定事象の数表現
C09. お金
・10 円硬貨の裏表の確率を調べる. 7.4.3.同様に確からしい
・硬貨の精度を調べる〔500 枚の硬貨を投げて 294 枚表が出た。この硬貨は同じ割合〕. 7.6.3.検定
C10. 勝負
・連勝記録の意味を考える〔連勝記録を伸ばすのって大変なことだよ〕. 7.5.1.確率の基本的な性質
C11. カレンダー
・カレンダーの仕組みを考える〔次の日曜日は何日だろう〕. 1.1.4.加法
・曜日を計算により調べる〔1/8 が水曜日なら 2/1 は土曜日だ〕. 1.1.8.四則混合計算

・カレンダーの数の関係を考える．3.4.0.一次方程式

C12. 水道

・水道の使用料を調べる〔わが家は今月85m³の水道を使った〕．4.4.2.体積

C13. タイムカプセル

・タイムカプセルを作る．5.5.2.三平方の定理

D01. 道路

・高速道路の表示を理解する〔青森まで235km〕．4.2.0.長さ
・道路標識を調べる〔道路標識を点対称や線対称で分類しよう〕．5.1.8.図形の対称
・高速道路の立体交差を考える〔平行とは違う交わらない関係もあるよ〕．5.2.2.空間での位置関係
・マンホールのふたの形を調べる〔丸いのには理由があるのかな〕．5.4.6.円の性質
・坂道の勾配（角度）を知る〔この坂道の勾配が急だけよ〕．5.5.1.相似の利用
・坂道表示6％の意味を調べる〔tan θ＝0.06のことでθ＝約3°なんだって〕．5.5.3.三角比
・京都の交差点の名称の意味を知る〔「四条河原町」は四条通りと河原町通〕．6.1.4.座標とグラフ

D02. 電車・汽車

・電車の時刻表を調べる〔15時7分だから午後3時7分だ〕．4.6.0.時刻、時間、暦
・新幹線の平均の速さを求める〔時速300kmだ〕．4.8.2.速さ
・モノレールのカーブを調べる．5.4.平面図形の性質
・モノレールの斜度を調べる．5.2.1.空間図形
・鉄道線路の傾斜角表示8の意味を調べる〔tan θ＝8km/1kmは約1°,最急は碓氷峠〕．5.5.3.三角比
・電車の路線図を考える〔位相変換〕．5.7.0.変換
・ダイヤグラムを読む〔ﾀﾞｲﾔｸﾞﾗﾑを見れば列車がすれ違う時間場所が分かる〕．6.1.4.座標とグラフ
・電車の動きを調べる．6.1.4.座標とグラフ
・新幹線の帰省ラッシュの混み具合を調べる〔乗車率 150％だ〕．6.2.2.百分率、歩合
・列車の運行計画を立てる〔列車のダイヤグラムを調べてみよう〕．6.7.0.1次関数
・お金の払い方を考える〔一定額の切符を買う方法〕．7.3.2.組合せ
・切符を買うときの硬貨の出し方を考える〔210円払うには何通りの〕．7.5.1.確率の基本的な性質

D03. 自動車

・車の内輪差を調べる〔ハンドルをどれ位きれば曲がれるかな〕．5.4.6.円の性質
・自動車の距離の変化を知る〔距離はどのように変化するのか〕．6.1.2.変わる量
・走行距離とガソリンの量の関係を調べる〔オートマチックの車は燃費が悪いんだ〕．6.3.0.正比例
・自動車のブレーキ後動いた距離を調べる〔速さと制動距離の関係〕．6.5.0.2乗に比例
・自動車の加速度を考える〔車の速さが時速100kmになるまでの時間と速さ〕．6.5.0.2乗に比例
・自動車の道路の破壊度と車軸にかかる重さの関係を調べる．6.6.2.4乗に比例

D04. 消防自動車

・消防自動車のはしごについて考える．5.5.2.三平方の定理

D05. 飛行機

・飛行機事故を乗客のフィルムから解析する〔射影変換〕．5.7.0.変換

D06. タクシー

・タクシーの走行距離と料金を考える〔走行距離と料金の関係をグラフに〕．6.1.6.事象と関数

E01. 大工

・角材を作る〔直径20cmの丸太から切り口ができるだけ大きな正方形を〕．1.5.1.平方根の意味

・大工道具のさしがねについて考える〔$\sqrt{\ }$ の数が測れるんだって〕. 1.5.1.平方根の意味
・トタン板から樋を作る〔折り曲げる長さによっていろいろできる〕. 3.7.0.二次方程式
・くいの先を考える〔どんなくいが地面にささりやすいかな〕. 4.7.1.角度
・ころがるものを探す〔ころがりやすい形ところがりにくい形に分けよう〕. 5.1.1.図形の弁別

E02. 金属業

・特殊合金のステンレス鋼を作る〔鉄にクロム18%とニッケル8%を混ぜる〕. 3.6.0.連立方程式
・ナットの体積と重さの関係を調べる. 6.3.0.正比例

E03. 製図

・3倍や 1/3 倍の図を書く〔パンタグラフを使おう〕. 5.5.1.相似の利用

E04. 製品

・3つの新製品の売上高を表す〔積み重ねグラフ〕. 7.1.9.いろいろなグラフ
・不良品の管理を行う〔ベイス確率〕. 7.5.1.確率の基本的な性質
・サンプリングで品質検査を行う. 7.5.2.期待値
・製品の不良率を推定する〔工場で造られた製品の不良率を調べるには〕. 7.6.2.推定

F01. 地球

・地球と月の距離を表す〔3.844×10^{5} km〕. 2.5.2.有効数字
・日食，月食の仕組みを知る〔欠けている部分はどんな形だろうか〕. 5.4.6.円の性質
・地球の表面積，海面の面積を求める. 5.5.1.相似の利用
・およそ40000kmの赤道の地上1mにロープを張ったときの長さを求める. 3.3.3.式の利用

F02. 宇宙

・星の明るさを表す〔シリウスの明るさは−1.5 等級です〕. 1.4.1.正負の数の意味
・天体観測で星の位置を調べる〔地平線から60度の位置に星が光っています〕. 4.7.1.角度
・星の移動を調べる〔北斗七星は北極星を中心として回転している〕. 5.3.1.図形の移動
・5円玉の穴から満月を見る〔満月がみえるかしら〕. 5.5.1.相似の利用
・日時計を作る. 5.5.3.三角比
・惑星の公転周期と太陽からの平均距離の関係を考える〔ケプラーの第3法則〕. 6.6.1. 3乗に比例
・星の等級を調べる〔$y=\log 2.512x$〕. 6.9.2.対数関数
・太陽から諸惑星までの距離を調べる〔近似的に $3n+4$〕. 6.10.0.数列

F03. 気候

・上空の気温を求める〔富士山の山頂の気温を求めてみよう〕. 3.3.2.単項式・多項式
・雷の落ちた場所を予想する〔音の速さを考えればいいよ〕. 3.3.2.単項式・多項式
・大気の温度の変化を調べる. 3.5.0.一次不等式
・気温の変化を知る〔今年の夏の平均気温は，平年よりも高かった〕. 4.9.0.平均
・風圧を考える〔2乗に比例するんだって〕. 6.5.0. 2乗に比例
・華氏温度と摂氏温度の関係を考える〔$C=5/9\,(F-32)$ です〕. 6.7. 1次関数
・気温の変化を調べる〔一日の気温はどのように変化するのか〕. 7.1.4.折れ線グラフ
・降水量と気温の変化を調べる〔2種類のグラフの合成〕. 7.1.9.いろいろなグラフ
・降水確率の意味を考える〔降水確率20%、傘を持って出かけるか〕. 7.5.1.確率の基本的な性質

F04. 地震

・震源地までの距離を求める〔阪神大震災の震源はどのあたりだろう〕. 5.5.2.三平方の定理

F05. 音

・音の伝わる速さを調べる〔気温をｔ、音の伝わる速さｃは331.5 ＋0.6ｔ〕. 6.1.5. 関数の式

F06. 動物

・生物の成長する様子を調べる〔成長曲線：$y=a/(1+ce^{-akx})$〕. 6.9.1. 指数関数

・魚の孵化の様子を調べる〔魚を人口孵化, どれ位の量の卵が必要か〕. 7.5.1. 確率の基本的な性質

・巻き貝の模様を観察する〔らせん〕. 6.10.0. 数列

・生物の成長する様子を調べる〔成長モデル：食料供給に制限, dP/dt=kP(1-P/ L)〕. 6.11.1. 微分

・生物の成長する様子を調べる〔成長モデル：捕獲の影響あり dP/dt=k P(1-PL)-FP〕. 6.11.1. 微分

・生物の成長する様子を調べる〔成長モデル：マルサス的増加$P=PO e^{kt}$〕. 6.11.1. 微分

F07. 植物

・ひまわりの種や葉のつき方を観察する〔黄金比をさがす〕. 3.7.0. 二次方程式

・木はいつまでも伸びていけるのかを考える〔相似拡大でも限界があるよ〕. 5.7.0. 変換

・ひまわりの種の並び方を調べる〔種の並び方にはきまりがありそうだよ〕. 6.10.0. 数列

F08. 微生物

・バクテリアの増殖の様子を調べる〔$y=k\cdot a^{x}$〕. 6.9.1. 指数関数

F09. 酸・アルカリ

・理科の実験の準備をする〔薬品を2ml用意しなさい〕. 4.4.2. 体積

・塩基濃度を表す〔$ph=-\log^{10}[H^{+}]$〕. 6.9.2. 対数関数

F10. 原子

・水素原子の質量を表す〔1.67×10^{-24} g〕. 2.5.2. 有効数字

・トリチウムの半減期を調べる. 6.2. 割合

・放射性物質の崩壊過程を調べる〔$y=k\cdot a^{t}$〕. 6.9.1. 指数関数

F11. 電気

・電気の交流の様子を調べる〔交流の電流は$I=-Im/\sqrt{2}\cdot(\cos\theta+j\sin\theta)$〕. 1.6.1. 複素数の意味

・電圧・電流・抵抗の関係を調べる〔Ｉ＝Ｖ／ＲのＩ, Ｖ, Ｒって〕. 3.3.1. 文字や文字式の意味

・電流の強さと電圧の強さの関係を調べる〔オームの法則〕. 6.3.0. 正比例

・光量Ｌ（ﾙｸｽ）と距離の関係を調べる〔$L=k/d^2$（ｋは定数, ｄは距離）〕. 6.6.4. ２乗に反比例

・２物体の間に働く電気の力と距離の関係を調べる〔クーロンの法則〕. 6.6.4. ２乗に反比例

・電気の力の大きさと電気量と距離の関係を調べる〔クーロンの法則〕. 6.6.5. いろいろな比例

・熱量と電流の強さと抵抗の関係を調べる〔ジュールの法則〕. 6.6.5. いろいろな比例

・交流電流の様子を調べる. 6.9.3. 三角関数

F12. はかり

・てんびんの釣り合う様子から類推する. 3.4.0. 一次方程式

・上皿てんびんの構造を考える〔平行クランクの構造を考えよう〕. 5.4.5. 四角形の性質

・ばねばかりの重さと伸びを調べる. 6.3.0. 正比例

・てこの重さと距離の関係を調べる. 6.4.0. 反比例

・ねじり秤を調べる〔半径ｒ､長さｌの棒ををねじる力はｌに反比例､ｒの〕. 6.6.2. ４乗に比例

・重りとバネの長さを調べる. 6.7.0. １次関数

F13. 光

・窓から入る光の影を考える〔部屋には平行四辺形ができてるよ〕. 5.4.5. 四角形の性質

・テーブルの上が最も明るくなる電灯の高さを考える. 5.5.3. 三角比

F14. 振り子

・振り子の動きを調べる．5.6.0. 作図・軌跡

・単振り子の周期と糸の長さの関係を調べる〔振り子の等時性〕．6.6.3. 平方根に比例

F15. 歯車

・２つの歯車の歯数と回転数を考える．6.4.0. 反比例

F16. 気体・液体・固体

・固体や液体の密度を調べる．6.2.1. 比と比の値

・気体の体積と温度の関係を調べる〔シャルルの法則〕．6.3.0. 正比例

・気体の圧力と体積の関係を調べる〔ボイルの法則〕．6.4.0. 反比例

F17. 弦

・弦の振動の様子を調べる．6.9.3. 三角関数

F18. 管

・ガラス管の直径と水面の高さの関係を調べる．6.4.0. 反比例

F19. 電波

・船の現在位置を電波で調べる．5.2. 図形と方程式

G01. 日本の地理

・北海道・本州の面積を正方形を使って求める．1.5.2. 平方根の計算

・埼玉県の面積を表す〔どの単位で表したらよいか〕．4.3.2. 面積

・富士山の頂上から見える範囲を調べる〔富士山の山頂から見える範囲は〕．5.5.2. 三平方の定理

G02. 世界の地理

・国旗を作る〔たてを 50cm にすると横はどれ位かな〕．6.2.1. 比と比の値

G03. 人口

・人口密度を比べる〔神奈川県と埼玉県はどちらが人口密度が高いのか〕．4.8.1. 単位当たりの量

・人口密度を比べる〔神奈川県と千葉県はどちらが人口密度が高いだろう〕．6.2.1. 比と比の値

・Ａ地からＢ地への人口移動を調べる〔推移確率〕．7.5.1. 確率の基本的な性質

G04. 地図

・地図で場所を探す〔地図ではアルファベットと数字で場所を表すよ〕．5.1.4. 位置の表現

・見通しのよい場所を探す〔目的地と直線上の場所だよ〕．5.4.1. 基本図形

・地図上の２点間の距離を求める．5.5.2. 三平方の定理

・地球儀で，東京，シドニー，ニューヨークの３点でできる三角形の内角の和．5.9.0. いろいろな幾何

・地図の作り方を調べる．5.9.0. いろいろな幾何

G05. 経済

・エンゲル係数を求める〔食費÷家計の総支出〕．3.3.2. 単項式・多項式

・今年の物価と去年の物価とを比べる〔物価指数〕．6.2.1. 比と比の値

・輸出と輸入が一目で分かるように表す〔ドーナツグラフ〕．7.1.9. いろいろなグラフ

G06. 選挙

・選挙の死票，惜敗率を求める〔どんな式で表されているのだろう〕．3.3.1. 文字や文字式の意味

・選挙の当選に必要な得票数を考える．3.5.0. 一次不等式

・投票結果を集計する〔正の字を活用すると便利です〕．7.1.7. 度数分布表

G07. 税金

・所得税を求める〔所得ｘ万円、所得税ｙ円の近似 $y=0.1x+0.00095x^2$〕．6.8.0. ２次関数

H01. 栄養

・一定の制約を満たしながら最大を考える〔タンパク質〕. 5.8.0.図形と方程式

・ジュースの成分表示を調べる〔果汁50%のオレンジジュース〕. 6.2.2.百分率、歩合

・国民1人1日あたりの動物性タンパク質の取り方を調べる〔魚肉たまご牛乳〕. 7.1.6.帯グラフ

H02. 衣料

・今年一番売れた衣料品を調べる〔トップモード〕. 7.2.1.代表値

I01. コピー機

・コピー機の倍率の決まりを探る〔機械に表示される1.414 って何かな〕. 1.5.1.平方根の意味

・拡大コピーをする〔何倍にすれば,ちょうどいいかな〕. 5.5.1.相似の利用

I02. レコード

・レコードの回転数の意味を調べる. 4.8.2.速さ

I03. カメラ・ビデオカメラ

・ビデオカメラの三脚を立てる〔3本脚には意味があるのだろうか〕. 5.2.1.空間図形

・ファインダーから見えるものを調べる. 5.2.1.空間図形

・生徒会新聞を写真のトリミングを使って作る. 5.5.1.相似の利用

・カメラのシャッタースピードについて調べる. 6.10.0.数列

I04. テレビ

・テレビ番組の視聴率調査について調べる〔テレビの視聴率はどのように調べる〕. 7.7.0.標本調査

I05. 蛍光灯

・蛍光灯の平均耐久時間を調べる〔蛍光灯の平均耐久時間は本当なのか〕. 7.7.0.標本調査

I06. アンテナ

・パラボラアンテナや噴水の形の特徴を知る〔放物線の形になっているよ〕. 6.5.0. 2乗に比例

I07. 大砲

・弾道を考える〔何度の角度で球を打ち出すと飛ぶ距離がながくなるか〕. 6.5.0. 2乗に比例

I08. スペースシャトル

・スペースシャトルから見える地球の広さを求める. 5.5.2.三平方の定理

I09. 望遠鏡

・望遠鏡で距離を測る. 5.5.3.三角比

I10. 懐中電灯

・懐中電灯の反射鏡を作る. 5.8.図形と方程式

J01. 試合数

・リーグ戦の試合数を求める〔6チームで試合をするときの全試合数を求める〕. 7.3.2.組合せ

J02. 野球

・野球の打率を調べる〔3割5分9厘で首位打者〕. 6.2.2.百分率、歩合

J03. サッカー

・サッカーボールを作る〔どんな面が何枚あるのかな〕. 5.2.3.空間図形の構成

・サッカーのシュートについて考える〔ゴールがきまりやすい位置があるよ〕. 5.4.6.円の性質

J04. ゴルフ

・ゴルフのスコアーをつける〔−5だから好調だね〕. 1.4.2.正負の数の計算

J05. オリンピック

・オリンピックの陸上競技の記録を調べる. 6.2.割合

J06. スキー

・スキーのジャンプの板の長さと距離の関係を調べる．6.7.1次関数

K01. 音楽

・楽譜の音程の変化を考える．6.1.6.事象と関数

K02. 美術/図画工作

・絵画を調べる〔黄金比をさがす〕．3.7.0.二次方程式

・いろいろな形を作る〔落ち葉で動物の形を作ろう〕．5.1.2.図形の構成

・豆とひごでいろいろな形を作る．5.1.6.図形の構成要素

・紙飛行機を作る〔翼の長さが左右同じでないとまっすぐ飛ばないよ〕．5.1.8.図形の対称

・万華鏡の中の模様を見る〔万華鏡を覗いて，いろいろな模様を見てみよう〕．5.1.8.図形の対称

・プラモデルを作る〔この設計図は，どこから見たときだろう〕．5.2.4.空間図形の表現

・入れ子の人形を並べる〔背の高さが一定の割合で低くなっていくよ〕．5.3.3.相似

・ろくろを使って花瓶を作る〔みんな回転体になるよ〕．5.2.3.空間図形の構成

・遠くにあるのは小さく見えるように書く〔透視図になるよ〕．5.2.4.空間図形の表現

・画用紙で好きな形を作る〔まず展開図を作ろう〕．5.2.4.空間図形の表現

・平行な所は平行になるように書く〔見取図になるよ〕．5.2.4.空間図形の表現

・絵画を離れた所から見たときの大きさを考える．5.2.4.空間図形の表現

L01. ゲーム

・人生ゲームの所持金を求める〔借金があるから『ー』の財産だ〕．1.4.2.正負の数の計算

・すごろくをする．7.4.1.不確定事象の数表現

・輪投げを行う〔輪投げを10回行ったとき，成功の数が決まれば〕．6.1.1.集合と対応

・数当てゲームを行う．7.3.場合の数

L02. トランプ

・トランプ遊び（戦争）をする〔大きい数の方が勝ちだよ〕．1.1.2.数の大小

・ポーカーの役の数を調べる．7.3.2.組合せ

・ポーカーでねらう役を決める〔役の出やすさとカードの集め方を〕．7.5.1.確率の基本的な性質

L03. 賭け事

・ルーレットで遊ぶ．7.4.1.不確定事象の数表現

・さいころをふる〔さいころを１回または２回ふって出た目の数が大きい方を勝ち〕．7.5.2.期待値

・100人の人が○×問題10題であてずっぽに答えたときの正答数を求める．7.6.1.確率分布

・４人でジャンケンをする〔あいこの確率は１／３なのかな〕．7.4.1.不確定事象の数表現

・くじを引く順番を考える〔くじで席を決めるとき，はじめに引くの〕．7.5.1.確率の基本的な性質

・宝くじの期待値を求める〔どの宝くじを買おうかな？〕．7.5.2.期待値

L04. 将棋

・まわり将棋で遊ぶ〔どれくらい進かな〕．1.1.3.数の使われる場面

・将棋での駒の位置を考える〔将棋で角をどこからどこへ動かしたといえば〕．6.1.4.座標とグラフ

M01. 数に関するパズル

・１，２，３，４で10を作る．1.1.8.四則混合計算

・切符の下にある４つの数字を使って10を作る．1.1.8.四則混合計算

・魔方陣を作る．1.1.8.四則混合計算

・小町算を作る．1.1.8.四則混合計算

・４を４つ使っていろいろな数を作る．1.1.8. 四則混合計算
・魔方陣を作る〔縦，横どこをたしても０にしよう〕．1.4.2. 正負の数の計算
・誕生日を当てるゲームの仕組みを考える．2.1.3. ｎ進法
・数あてゲームをする．3.3.3. 式の利用

M02. 図形に関するパズル

・タングラムでいろいろな形を作る．5.1.2. 図形の構成
・64ｃｍ²の正方形の板で65ｃｍ²（5×13）の長方形の板を作る．5.5.1. 相似の利用

N01. 折り紙

・折り紙の対角線の長さを調べる〔１辺が10cmの折り紙を折って測って〕．1.5.2. 平方根の計算
・折り紙で平行四辺形やひし形を作る〔四角形の各辺の中点から折ると〕．5.4.5. 四角形の性質

N02. 室内遊び

・つみきやブロックで遊ぶ〔お城をつくろう〕．5.1.2. 図形の構成
・身のまわりのものを使って図をかく〔お盆や下敷きが使えるよ〕．5.1.3. 図形の表現
・模様をかく〔コンパスで円をたくさん書いたら綺麗なもようができたよ〕．5.1.3. 図形の表現
・ジオボードでいろいろな形を作る．5.1.7. 図形の関係
・回転リングを作る．5.2. 空間図形とその性質
・しきつめ模様から同じ形を見つける〔これとこれは同じ図形だろうか〕．5.3.1. 図形の移動
・マッチ棒で三角形を作るときのマッチ棒の数を求める．6.1.3. 関数の表
・編み物の表やクロスステッチ刺しゅうの図案を読み取る．6.1.4. 座標とグラフ
・直線のグラフで絵を描く〔一次関数のグラフで星形を描こう〕．6.7. １次関数
・ジャンケン大会のルールを考える．8. 論理

N03. 戸外遊び

・物を投げ上げるときの時間と高さを考える．3.7.0. 二次方程式
・遊ぶ場所を決める〔あっちの公園の方がひろいよ〕．4.3.1. ひろさ
・飛ぶ種の模型を飛ばす．4.6. 時刻, 時間, 暦
・小石を投げたときの落下時間を考える〔初速80m/秒で真上に投げた小石は〕．6.8.0. ２次関数

N04. 遊園地

・遊園地の乗物を調べる〔空飛ぶじゅうたんがいつも地面に平行なのはなぜ〕．5.4.5. 四角形の性質
・観覧車の時間と高さを考える〔５分後にゴンドラはどこにあるのかな〕．6.1.6. 事象と関数
・バンジージャンプで落ちるときの落下距離を考える〔落ちていく状況〕．6.5.0. ２乗に比例
・ジェットコースターの動きを調べる．6.1. 関数の概念

O01. 日本の数学者

・関孝和の円の研究を知る．6.11. 微積分

O02. 日本の数学史

・あぶら算を考える〔江戸時代の『塵劫記』〕．3.6.0. 連立方程式
・鶴亀算を考える〔算法点竄指南録〕．3.6.0. 連立方程式
・ひしもちの語源を考える〔ひしもちってどんな形なの〕．5.4.5. 四角形の性質
・和算の話を読む．5.4.6. 円の性質
・九分九厘大丈夫と九割九分の違いを調べる〔前者は小数，後者は歩合〕．6.2.2. 百分率、歩合

O03. 世界の数学者

・エラトステネスのふるいを知る〔素数を見つける方法は昔から〕．2.3.0. 素数、素因数分解

・エラトステネスが地球を測った方法を知る．5.4.図形とその性質
・ディオファントスの墓を知る〔ディオファントスの墓石に刻まれているんだ〕．3.4.0.一次方程式
・アーベル・五次方程式以上は代数的には解けないことを知る．3.9.0.方程式・不等式
・タルタリア・カルダノ、フェラリア・三次・四次方程式の解の公式を知る．3.9.0.方程式・不等式
・ピタゴラス数を知る．5.5.2.三平方の定理
・メービウスの帯を作る．5.9.0.いろいろな幾何
・ユークリッドの話を読む．5.4.6.円の性質
・パスカルの三角形を調べる．6.10.0.数列
・カルダノの話を読む．7.4.3.同様に確からしい
・ダランベールの間違いを考える．7.4.3.同様に確からしい
・ド・メレの問題を考える．7.5.1.確率の基本的な性質

O04. 世界の数学史

・古代バビロニアの記数法を解読する〔60進法を用いたそうだ〕．2.1.3. n進法
・アーメス・パピルスの方程式を解く〔世界最古の書に方程式があるんだって〕．3.4.0.一次方程式
・方程式の由来を調べる〔『九章算術』の「方程」に由来〕．3.6.0.連立方程式
・ギリシャの３大難問を知る〔立方体倍積、円積、角の３等分〕．5.5.1.相似の利用
・バビロニアの粘土板を解読する〔4000年も前に１辺が１の正方形の対角線〕．5.5.2.三平方の定理
・古代エジプトの縄張り師を体験する〔本当に縄を使って直角がつくれるか〕．5.5.2.三平方の定理

O05. 内容別の数学史

・数の歴史を調べる．2.1.1.命数法、記数法
・いろいろな数の表し方を調べる〔古代ギリシャと現代の数表現の違い〕．2.1.2.十進位取記数法
・掛け算の筆算を調べる．1.1.6. 乗法
・記号的代数の発展を知る．3.8.0.整式の計算
・１mの定義を調べる〔メートル原器から，一定時間に進む光の距離へ〕．4.10.1. 国際単位系
・１尺の長さを調べる．4.10. 単位系
・測定の歴史を調べる．4.10.2. メートル法
・暦の歴史を調べる〔暦はいつころから使っているのだろう〕　．4.6.0.時刻、時間、暦
・三角比の起源を調べる．5.5.3.三角比
・非ユークリッド幾何の話を読む．5.9.0.いろいろな幾何
・三角数、四角数を調べる．6.10.0.数列
・微積分の歴史を調べる〔ギリシャからニュートン・ライプニッツへ〕．6.11.1.微分
・対数の発明を調べる．6.9.2.対数関数
・三角関数の歴史を調べる．6.9.3.三角関数

P01. 各国の文化

・いろいろな国の国旗を調べる．5.4.平面図形の性質
・世界のコインの形を調べる．5.4.5.四角形の性質
・ドイツの分度器を調べる．4.7.角度
・いろいろな国の税金を考える．6.2.割合
・通貨の換算を考える．6.3.正比例
・サッカーワールドカップについて考える．7.1.資料の整理

Q01. 暗号

・コードＪＩＳ変換の「Ａ」の意味を調べる〔16進法で使われる文字〕．2.1.3. n進法

・バーコードの仕組みを考える〔２進法が使われているそうです〕．2.1.3. n進法

・切符の裏の秘密を探る〔自動改札で読み取っている情報は何だろう〕．2.1.3. n進法

・暗号文を作る．5.4. 平面図形の性質

Q02. コンピュータ

・電灯のつく状態，つかない状態を数で表す．2.1.3. n進法

R01. ゴミ

・ゴミ問題を考える〔ゴミの分類をして，その割合を計算しよう〕．6.2.2. 百分率、歩合

・ゴミの量を表す〔東京ドームの○個分です〕．7.1.2. 絵グラフ

R02. 湖・ダム

・湖の水位を表す〔琵琶湖の水位が－38cmになる〕．1.4.1. 正負の数の意味

・ダムの水位の変化を予想する〔１日２cmずつ水位が減っている３日前は〕．1.4.2. 正負の数の計算

R03. 木

・木の高さを知る〔影，45度の三角形，鏡，写真等を使えば高さが分かる〕．5.5.1. 相似の利用

・影の長さを利用して立木の高さを求める〔相似でなく，三角比も使えるよ〕．5.5.3. 三角比

R04. 川

・川幅を求める〔相似や三平方の定理よりも，三角比の方が簡単だね〕．5.5.3. 三角比

・魚の住みやすい川を考える．1.5. 無理数

R05. 海

・潮の干満を調べる．6.3. 正比例

・海に浮かべるブイを作る．6.11.2. 積分

S01. 人間

・赤ちゃんの１日の睡眠時間を調べる〔ｈ＝－3.2ｔ＋15.96：ｔ年齢、１歳未満〕．6.7.0. １次関数

・人間の感覚を調べる（フェヒナーの法則）〔Ｅ＝Ｋlog１ＯＲ〕．6.9.2. 対数関数

・バイオリズムを調べる〔Ｐ＝sin(2πt/23)〕．6.9.3. 三角関数

S02. 点字

・点字の仕組みを考える．2.1.3. n進法

S03. 高齢化

・お年寄が安心して渡れる信号機の青信号の時間を考える．1.2. 小数

・車椅子が上れる斜面の角度を考える．6.7.1 次関数

・将来の高齢者人口を予測する．6.1.6. 事象と関数

Ⅲ．数学の内容の領域

１．数と計算

1.1.数の概念

1.1.1.数の意味、表現、集合数、順序数，1.1.2.数の大小，1.1.3.数の使われる場面，
1.1.4.加法，1.1.5.減法，1.1.6.乗法，1.1.7.除法，1.1.8.四則混合計算，1.1.9.計算の法則.

1.2.小数

1.2.1.小数の意味，1.2.2.小数の計算.

1.3.分数

1.3.1.分数の意味，1.3.2.分数の計算.

1.4.正負の数

1.4.1.正負の数の意味，1.4.2.正負の数の計算.

1.5.無理数

1.5.1.平方根の意味，1.5.2.平方根の計算，1.5.3.有理数、無理数.

1.6.複素数

1.6.1.複素数の意味，1.6.2.複素数の計算.

２．数の見方

2.1.命数法、記数法

2.1.1.命数法、記数法の意味，2.1.2.十進位取記数法，2.1.3.n進法.

2.2.約数、倍数、奇数、偶数

2.3.素数、素因数分解

2.4.概数

2.4.1.見積り，2.4.2.四捨五入、切り上げ、切り捨て，2.4.3.概算.

2.5.科学的表記法（$a\times10^{n}$）

2.5.1.近似値、誤差，2.5.2.有効数字.

３．式と計算

3.1.等号・不等号を使った式

3.2.□やａを使った式

3.3.式の計算

3.3.1.文字や文字式の意味，3.3.2.単項式・多項式の計算、式の値、因数分解，3.3.3.式の利用

3.4.一次方程式

3.5.一次不等式

3.6.連立方程式

3.7.二次方程式

3.8.整式の計算

3.9.いろいろな方程式、不等式

４．量と測定

4.1.量感

4.1.1.量，4.1.2.測定，4.1.3.概測.

4.2.長さ

4.3.面積

4.3.1.ひろさ，4.3.2.面積，4.3.3.平面図形の面積公式.

4.4.体積・容積

4.4.1.かさ、容積，4.4.2.体積，4.4.3.立体の体積公式.

4.5.重さ

4.6.時刻、時間、暦

4.7.角度

4.7.1.角度，4.7.2.方位、方角.

4.8. 異種の２つの量の割合
　4.8.1. 単位当たりの量，4.8.2. 速さ.
4.9. 平均
4.10. 単位系
　4.10.1. 国際単位系，4.10.2. メートル法の仕組み.

５．図形・幾何
5.1. 図形の概念
　5.1.1. 図形の弁別，5.1.2. 図形の構成，5.1.3. 図形の表現，5.1.4. 位置の表現，
　5.1.5. 基本的な図形，5.1.6. 図形の構成要素，5.1.7. 図形の関係，5.1.8. 図形の対称，
　5.1.9. 図形の操作.
5.2. 空間図形とその性質
　5.2.1. 空間図形，5.2.2. 空間での位置関係，5.2.3. 空間図形の構成，
　5.2.4. 空間図形の平面への表現.
5.3. 合同、相似
　5.3.1. 図形の移動，5.3.2. 合同，5.3.3. 相似.
5.4. 平面図形とその性質
　5.4.1. 基本図形，5.4.2. 基本図形の作図，5.4.3. 平行線の性質，5.4.4. 三角形の性質，
　5.4.5. 四角形の性質，5.4.6. 円の性質.
5.5. 図形と計量
　5.5.1. 相似の利用，5.5.2. 三平方の定理，5.5.3. 三角比.
5.6. 作図・軌跡
5.7. 変換
5.8. 図形と方程式
5.9. いろいろな幾何

６．関数
6.1. 関数の概念
　6.1.1. 集合と対応，6.1.2. ともなって変わる量，6.1.3. 関数の表，6.1.4. 座標と関数のグラフ，
　6.1.5. 関数の式，6.1.6. 事象と関数.
6.2. 割合
　6.2.1. 比と比の値，6.2.2. 百分率、歩合，6.2.3. 単利・複利，6.2.4. 比例式.
6.3. 正比例
6.4. 反比例
6.5. ２乗に比例
6.6. いろいろな比例
　6.6.1. ３乗に比例，6.6.2. ４乗に比例，6.6.3. 平方根に比例，6.6.4. ２乗に反比例，
　6.6.5. いろいろな比例.
6.7. １次関数
6.8. ２次関数
6.9 いろいろな関数
　6.9.1. 指数関数，6.9.2. 対数関数，6.9.3. 三角関数.
6.10. 数列
6.11. 微積分
　6.11.1. 微分，6.11.2. 積分.

７．確率・統計
7.1. 資料の整理
　7.1.1. 表，7.1.2. 絵グラフ，7.1.3. 棒グラフ，7.1.4. 折れ線グラフ，7.1.5. 円グラフ，
　7.1.6. 帯グラフ，7.1.7. 度数分布表，7.1.8. ヒストグラム，7.1.9. いろいろなグラフ.
7.2. 度数分布の特徴
　7.2.1. 代表値，7.2.2. 散布度，7.2.3. 相関.

7.3.場合の数

7.3.1.順列, 7.3.2.組合せ.

7.4.確からしさ

7.4.1.不確定事象の数表現, 7.4.2.大数の法則, 7.4.3.同様に確からしい.

7.5.確率

7.5.1.確率の基本的な性質, 7.5.2.期待値

7.6.統計的推定・検定

7.6.1.確率分布, 7.6.2.推定, 7.6.3.検定

7.7.標本調査

8．論理

環境的な活動と数学的な文化

Alan J. Bishop. Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education. Kluwer Academic Publishers. 1988.

訳：長崎栄三

第２章　環境的な活動と数学的な文化（pp. 20-59)

2.1　比較文化的研究からの展望

1967年、１冊の本が出版され、それから数多くの研究や発展が促された。その『新しい数学と古い文化』（ゲイ、コール、1967）は、クペル族の若い人々が、「西欧化された」学校で「新しい数学」に必要な概念や手順を扱うなかで経験した困難に興味をそそられたアメリカの研究者チームが、リベリアで行った研究を報告したものであった。その動機は、クペル族の固有の数学についてもっと理解しようということに発展し、そして、最後には、その研究者たちは、多くの実験を工夫し、そして、クペル族による、分類、数、操作、幾何、測定、空間に関する言語、論理、の使用について発見するために多くのインタビューを行った。

その本は、魅力的なものであり、そして、なぜクペル族の子どもたちは「西欧」数学に対処するのがそのように難しいのかを説得力をもって示している。クペルの人々が直面したのはどのような問題かを示した文章には、次のようなものがある。

ー分類のための言語的な潜在力は、その過程が起こるということを，保証してはいない(p. 39)

ー大体30か40を越えて数える機会はほとんどない(p. 42)

ーすべての算数的な活動は、具体的な場面と結び付いている(p. 50)

ークペル族は、自分の文化の中で普通に使う幾何図形だけに名前をつけている(p. 61)

ー測定の単位は、一般に、相互に関連した体系の一部とはなっていなく、測定される対象物に特殊なも　のである(p. 75)

ークペル族は、自己の言語の中に、一つの否定的表現、いくつかの合接的表現や離接的表現（包括のものと除外のものの両者)、いくつかの含意の表現、を持っている。クペル族は、複雑な方法で同値を表現できるだけである(p. 83)。

このような一覧表から、魅力的な質問が引き出される。特に、教育的な問題への挑戦を楽しむ熟練の数学教師にとってはそうである。すなわち、どのようにして、40を越えて数えるのに意味ある学習経験を作り出すことができるか。どのようにして、クペル族の子どもを、使っている測定の特殊性から、もっと一般的な体系に「移す」ことができるであろうか。どのようにすれば、同値を扱うのに必要な専門的な言語をもっとも上手く発展させることができるか、などなど。

この段階では、質問は、すべて指導技術についてである。すなわち、それらはすべて「ハウツウ」の質問である。ある学習の「問題」が与えられ、どのようにすれば、それをもっとも上手く解くことができるかということである。ある意味では、それらは、それらの問題を解くことが必要であり、そして、重要であるという仮定に基づいた技術的な質問である。しかし、文化の段階では、この仮定自身を問い直す価値がある。同様に、実際、研究者の被験者に対する「姿勢」と研究者自身の文化的伝統の特殊性の両者に関する仮定もまた問い直す価値がある。

本章の初めに述べたように、この本によって多くの研究や発展が促された。私たちは、ほかの人々やほかの文化で行われた、似たような性格の研究を知っている。例えば、パプアニューギニア（ランシー、1983、リーン、1986)、オーストラリアのアボリジニィ（ハリス、1980)、アメリカの土着の人々であるアメリインディアン（例えば、クロス、1986、ピンクストン、1983）のようなものである。私たちには、今では、特別な幾何学的な側面や、数や、言語的な複雑さやその発達について、いくつかの研究があり、人類学的資料の価値や多くの比較研究や文化間研究をますます意識することによって、多くの異文化間の情報が発展してきた。この分析的な研究の多くが、対比のための真の魅力や対比についての不思議さによって喚起されているということは明らかである。例えば、リーンがしたように、パプアニューギニアにおける500以上の異なる数え方につ

いての情報を照合するという課題によって興味をそそられない数学教育者がいるであろうか。あなたは、どこから始め、何を仮定するか。多分、初めに、あなた自身が何通りの異なる数え方を知っているかを自問するであろう。

しかしながら、私たちは、何かを学び始めることができ、多分、このような研究からもっと一般的な何かを学び始めることができ、これらの対比から文化的現象としての数学について学ぶことができる。ジョージ・ケリー(1955)が論じているように、私たちは、対比を扱うことによって、認知的に成長することができる。対比によって、私たちは差異に気づくだけではなく、類似性をも認識することができる。なぜならば、2つの現象は、それらの差異が認識されるためには、ある仕方で似ていなければならないからだ。

そこで、このような文化的研究について、ここで興味あるのは、そのような研究によって、文化的集団間の数学的な活動や考えに関する類似性について教えられることである。それらは、私たちに数学と呼ばれる文化的現象とは何なのかを教えてくれる。そして、それらによって、私たちは、数学的思考の根源について、もっと理解することができる。

例えば、一見して、ゲイとコールの研究のようなものは、類似性よりも差異についてより多く述べているように思える。クペル族の文化は、数学的思考がほとんどないような文化に思え、そして、クペル族は、数学的考えに比較的影響されないように思える社会に住んでいる。ゲイとコールは、彼ら自身、アメリカ出身であるが、アメリカは、数学的思考に強く影響されている文化であり、そして、したがって、私たちは、その本の中に彼らの文化の意味を見いだす。その本で使われている言語もまた、それ自身を優勢と見なす文化のものである。例えば、以前引用した中で、「出ない」、「ほとんど無い」、「しようとした」、「ただ」のような、構文はすべて、好ましくないことを意味していた。それは、明らかに、自分自身の文化をある意味でクペル族の文化よりも優れていると見なしている文化からきた外国人によって書かれた本である。

それにもかかわらず、その研究者たちの姿勢に内包された優越性を、注意深く調べ、そして、無視することによって、クペル族ができないことについての情報だけではなく、彼らができることについての情報も見いだすことができる。私たちは、クペル族の文化の強さについて学び始めることができる。そのような研究のすべてに、このようにすることによって、ほかの文化を見るときに陥りやすい文化中華主義を制御し始めることができる。実際、「私たち」と「彼ら」の間の数学的な類似性を見始めることができる。私たちは、すべての文化が数学的活動に従事している可能性を認識し始めることができる。

2.2 数学的類似性の探求

本章の私の最初の原案には、私が数学の4つの鍵となる分野と考えていたこと、すなわち、数、測定、幾何、言語/論理、が含まれていた。まもなく、もっと多くの側面を含むべきであるということを、認め、そして、私の批判者もそれを確認した。しかし、私の問題は、それらをどのように呼び、どのように表題をつけるかであった。また、これらのような「内容」は、私が探していた類似性にアプローチするには最良の方法ではないことが明らかになった。ばかばかしいほど極端な例として、ある考えの発生の広がりを探求するために「連立方程式」を選んだとしよう。その考えは、実際、2・3の文化的集団に現れているが、明らかに普遍的なものではないし、また、そうであることを期待する必要もないであろう。それはまた、多くのほかの考えに依存し、そして、ある種の代数的発展の産物である。しかし、その内容は比較文化的分析の対象への第1次近似としてはうまくないだけではなく、内容を調べるアプローチがなぜ不適切かを示すのにも失敗している。数学的な考えは、本質的に様々な過程の産物であり、そして、それらの産物の特質は、それぞれの文化で異なることもあるであろうという仮説を立てることができよう。

例えば、すべての人類集団は意志の疎通を図り、そしてまた、すべての文化は言語を発達させるということは、今ではきちっと確立されている。しかし、世界には、多くの異なった言語があり、それらのあるものは書くことができ、また書くことができないものもある。書かれた言語は、疑い無く、話される言語よりも、ずっと進化したものであるが、言語は、意志の疎通のための必要性とその活動から発展した産物であるということを、はっきりと理解することができる。また、『人類学的言語学』のようなきちっと確立した雑誌もある。しかし、知識のこの状態は、いつも存在していた訳ではない。それを確立するには、つらい研究が何年も必要だったのである。

したがって、私は、「すべての文化は数学を発展させるか」という並行した質問を問うように喚

起され、そこで、私の探求は、数学の発展を導く活動や過程に向かわねばならない。手短に言えば、言語を発展させた「意志の疎通を図ること」と同等な、数学的活動は何かということである。

私は、本章で考察するために６つの活動を選択して提案した。私は、６つという特別な数が重要であるとは信じないが、選択をするのにより関心を持ったことは、それらがその分野を概念化し定義する方法であった。２つの最も明らかな候補は、数えることと測定することであった。両者は、数に関した考えに関係しているが、むしろ異なった種類の考えである。数えることの離散的な側面は、まさしく重要な特徴であり、測定法が課せられる現象の連続性と際立った対比をなしている。それは、異なった概念というだけではなく、これらの２つの考えを発展させる全体の社会的文脈は、非常に異なっているように思え、そして、したがって、分ける価値があるように思える。

空間的な構造化もまた、数学的な考えを発展させるには非常に重要であり、そして、再び、異なった種類の幾何学的考えを生じる２つの全く異なった型の構造化を分けるように選んだ。これらの活動を、一つは、位置づけることと呼び、そこでは強調点は環境の地形学的、地図作成的な特徴にあり、そして、もう一つは、デザインすることと呼び、それは対象や工芸品の概念化に関係しており、「形」の基礎的な考えを導くものである。

だが、ホワイトが思い出ださせてくれるように、文化は、私たちの物理的な環境にだけに結び付いているのではなく、そして、したがって、私たちをお互いに関係付けることにもっと関連したいくつかの活動を定義する必要がある。つまり、個人としての私たちを、私たちの社会的な環境に結び付けることである。私が論じている、その目的のために非常に重要な２つは、遊ぶことと説明することである。遊ぶことは、行うことの社会的な手順や規則に関係しており、また、想像的で仮説的な行為の「あたかも」という側面を刺激する。説明することは、最後に述べられる活動であり、環境の探求や概念化や、それらの概念化の共有という種々の認知的側面を示すためのものである。

これらのすべての活動は、ある種の環境的要求によって動機づけられ、そして、それ自身が今度は動機づけを助ける。それらのすべては、種々の認知的過程を刺激し、そして、それによって刺激される。そして、それらのすべては、別々としてもまた相互に関連しているとしても、どの文化の数学的な考えの発展にとっても意味がある。さらに、それらのすべてに、特別な種類の言語や表現が含まれている。それらはすべて、私たちが「数学」と呼ぶ記号的技術を発展させるのに役立つ。

そこで、これらの活動の各々を詳細に調べよう。初めに、それらがいろいろな文化の間の一つの類似性を表現するという推測を検証し、次に、それらがどんなほかの考えに関係するかを見て、最後に、環境の変化に応じて広がる差異を調べよう。特に、今ではますます複雑な技術指向の環境での活動の影響を分析する必要があるであろう。

2.3　数えること

数学的発展を示唆する最も明らかな活動で、しかも、文化に関する文献において多分最も研究されている数学的活動から、始める。数えることと、対象物を数に結び付けることには、明らかに長い歴史があり、その歴史はきちっと記録されるようになっている。メニガー（1969）の本は、古典的な資料であり、基準となる分析である。しかしながら、より最近の人類学的、文化的研究によって、私たちは差異についてのある特別な側面に敏感になっており、そして、それは、すべての国の数学教育に意味のあるものである。

第１に、現存する数え方の範囲は、今なお大きく、そして、このことは、アフリカの数え方の間の類似性と差異の両者を示したザスラフスキーの研究（1973）によって見事に示されている。例えば、「いち」という言葉はアフリカの1000以上の言語で全く異なって言われているが、に、さん、し、に対する数詞は、アフリカ大陸の半分にわたって際立って一致していることが示されている。「に、は普通 li か di の形からなっている。さん、に対する言葉には、ta か sa という音節が含まれており、「よん」は普通 ne のような鼻子音である。「ご」にはいろいろな表現があり、手に関する言葉であることが多い」（p. 39）。言語学者は、これらの類似性はアフリカ大陸全体にバンツー語族が散らばっているということが基盤にあると、どうも推測しているらしい。

ザスラフスキーはまた、数やお金についての章において、身振りや指数えなど、数え方の異なった基盤に言及している。彼女は、社会的、環境的要求が存在するときには、いわゆる「原始的

な」人々は、とても大きな数を述べる方法を発展させることができることを、示している。異なった資料では、24000、64000を表現することができる方法を発展させるためにタカラガイを利用していることや、ある方法では（イグポ族の人々は）96000000さえ表現していることを引き合いに出していた。ここでもまた、記号的技術は、「実物的」技術と同様な方法で、認められた必要性に対応して、発展する。

ほかの研究では、とても大きな数の必要性がない社会的状況の中においてさえも、数えることは起こることが示されている。例えば、アボリジニーの数学についてのハリスの研究（1980）では、観念的な文化中華主義者によってよく楽しまれた、原始的な数え方の「１－２－多」という戯画は、他すべての戯画と同様に、誇張であり、また、全体のほんの一部でもあるということが、示されている。「ほとんどすべてのオーストラリアの言語には、ほんの２・３の基数しか含まれていない」（p. 13）が、明らかに体を使って数えることが多く利用されている。それは、指で数えることの拡張か、または、多分それの先駆けであり、そこでは、数の名前は、体が示す部分の名前と同意語である。ハリスは、1903年に書かれたホゥイット族からの例を引用している。「上の数え方によって、彼らは、それぞれの名前の場所によって、30まで数えることができる」（p. 698）。

メニガーは、これらの数え方の後者の型は、数の史的発展における一段階を表しており、そして、その原始的な段階を越えて進歩している社会もある、と論じている。それは、史的分析からすると、正しい主張のようであるが、しかし、比較文化的に見たとき、重要な点を見落としているように感じる。ハリスは言う。「西欧数学は、西欧世界の見方とともに、大きな数での多くの計算を強調するが、アボリジニーは個々のものや小さい数といつも親密に関係している」（p. 14）。必然的に、また、実際そうなのであるが、関心は小さい数に対する言語の「豊富さ」に反映しているということを、付け加えてもよいであろう。彼女は、オーストラリアの言語の一つ、アニンディリャクワについてのストークスの仕事を引用する。比較的原始的な英語の単数と複数の間の区別と対照して、次の４つの領域に分類されたアニンディリャクワを示している。

単数－いち
二数－に
三数－さん
複数－よん以上

さらに、「主語、動詞、目的語はすべて、数の複雑さを繰り返す」（ストークス、1976, p. 3）。この水準の複雑さは、ほかのオーストラリアの言語でも、家族内の関係を述べるための豊富な構文によって補われている。また、これに比較して、英語は原始的な用語である（例えば、母の兄弟と父の兄弟は、同じ「名前」である－おじさんである）。この同じ「文法的数」の現象は、また、実質的にすべてのパプアニューギニアの言語にも見られる（リーン、個人的コミュニケーション）。

そのほかに興味があるのは、アボリジニーが行うあるカードゲーム（例えば、クンス）では、数の組合せについての洗練された知識が求められるということである。したがって、大きな数や、ましてや「無限」に対する環境的な必要性があまりないところでは、小さな有限な数だけではなく数についての「組合せ的」思考をもっと使うということがあると思われる。デニィ（1986）が、イヌイットとオジブエィという２つの優力な狩猟集団について論じたときに言ったように、「数えることについては、数え上げは、知覚的または概念的に区別できない対象物をとらえる方法として役立つ。そのような状態は狩猟者にはめったに起こらない。というのは、彼らの環境は比較的変化がなく、また、人が作った工芸品の数が少ないので、普通は、ものを、個々の対象物として知覚したり概念化することが可能になるのである。したがって、数える機会はほとんどなく、そして、大部分は小さな数に限られる。」（178～9頁）

数え方についての、もっとも広範囲な研究の一つが、パプアニューギニアで行われ、そして、初めに、ランシーの論文（1978）で報告され、そしてまた、ランシーの論文（1983）でも報告された。彼は、そこにある２つの大学の種々な資料から、225の数え方を分析して次の４つのタイプに分けることができた。

タイプⅠ：体の部分を使った勘定方法で、体の部分の数は、12から68の間の数。
タイプⅡ：棒のような数え用具を使った勘定方法。数の底は普通２から５の間。
タイプⅢ：複名数の名称を使い、底の数として５と20が交ざった方法、例えば、「２つの手と１本の足」が15を意味する。
タイプⅣ：複名数ではなくいくつかの別々の名称を使い、底の数が10の方法。

この作業は、工業大学のグレン・リーンによって引き継がれ、彼が現在記録している数え方の数は、500を越えている。

私たちは、これらの研究によって、伝統的な知恵のように、「文明的」と「原始的」という2つの数え方が単にあるのではなく、物理的・社会的両者の、環境的必要性の線に沿って変化する豊かな多様性のある数え方があるのだということを、もし、このようなことを納得する必要があるのならばであるが、確かに納得するものである。例えば、ランシーは、同じ人間が異なる環境で、タイプⅣとタイプⅡの数え方を使っていると言う、そして、もちろん、このことはほかの文化にも存在する。例えば、英語においては、「それぞれの」、「いくつかの」、「一つもない」、「すべての」、「多くの」、「ほとんどない」というような多くの「限定詞」をもった考えの組合せを見いだすことができる。そして、これらの限定詞は、すべて出来事に関係する。さらに、特殊化された数言葉を見いだすことができる。それらは、ほとんどは、2についてのものであり、「組」、「対」、「双子」、「二重」、「つがい」などであり、そこで、数え方の発展の異なる段階を理解し始めることができる。そこでは、「2羽の雉」というよりも確かに一層洗練された「一つがいの雉」のように限定詞としての数言葉を使っている。これらの形式の両者とも、名詞として、または、実際それ自身が関心の対象物としての「に」の使用よりも先にある。私たちは、みんな日常生活にあるすべての種類の数「体系」を使うことに完全に慣れている。

メニガーの古典的な仕事『数言葉と数記号』は、この分野での私たちの考え方を支持し、数えることや数の普遍性に疑い無く導く豊富なデータと分析を与えてくれる。すべての大陸からのデータが今や存在し、「意志の伝達をすること」と「言語」の普遍性を理解することができるように、「数えること」と「数」の普遍性をもまた見ることができる。また、社会において数の規模が大きくなり社会の複雑さが増すとともに、さらに複雑な数体系が発展してきたことを見ることができる。遊牧民のアボリジニー集団が微妙な方法で小さな数を扱う方法を発展させてきたのは明らかに偶然でもなく、また、中国のような大きな社会の発展が数の記録と計算方法の一層の発展を必然的なものにしてきたということも明らかに偶然ではない(例えば、ロナン、1980参照)。もちろん、同じような理由で、統計的な記録の発展も理解することができる。

さらに、数の体系が発展するにしたがい、数を記号化し記録する方法が一層洗練されたものにならなければならなかった。数は、異なった社会で異なった方法で記録されている。例えば、刻みこまれた楔、石灰石に掘られた溝、象形文字、木に焼いた印、算盤、ビーズ、そして多分、もっとも好奇心がそそられるのは、紐の結び目であろう。記号化のこの最後の方法の最良の例は、「クイプ」である、それは、インカ人が使った結び目方法で、アシャー(1981)が見事に記録している。インカ人は、書かれた言語体系を持っていなかったが、彼らのように高度に発展した社会では、非常に注意深くしかも体系的な、会計や記録をつける必要性が明らかにあった。クイプは、そこで使われた方法であり、この方法の精緻さの発想が非常に見事にアシャーの本で伝えられている。

ランシーが指摘しているほかの興味ある点は、正確さの必要性である。ランシーは次のように述べている。「我々の民族学的な研究では、数えることを使うことには、そのことを話してくれた人や状況によって変わることがあることを示唆している。明らかに、パプアニューギニアの数え方の中のどれもが、我々の心の中でもっている数と数えることに結び付いた厳格な特質を持っている訳ではない」(103頁)。数えることは、商売、財産、雇用、資産、社会的地位と密接に関係しており、したがって、その集団の社会的価値と強く関係しており、そして、正確さは、その関係の一部なのである。0.7×0.7=4.9と書き、0.49という正しい答えが示されたとき、「それはほとんど正しい」と言った一人の生徒を思い出す。それは確かにそうであるが、私たちのいわゆる「発展した」文化では、非常に特殊で精確に定義された(ママ)状況の中を除いては、「ほとんど」に興味がない。後に「測定する」についての章で、この論点をさらに見る。

ゲイとコールは、私たちの注意をほかの点に向ける。つまり、クペル族の文化では、何を数えて「よい」のかということである。そして、彼らは、クペル族の数に結び付いたタブーや、一人の人によってある数に与えられた魔術的・神秘的特質に対して、私たちを敏感にさせる。クペル族にとっては、ある物を数えることは安全ではない。例えば、「鶏やその他の家畜を声を出して数えることはよくない。というのは、それらに危害が降りかかるからだ」(41頁)。ザスラフスキー(1973)は、数えることの危険性についてアフリカに広がっている懸念を確認している。彼女はまた、非常に興味ある記号的発展をほのめかしている。タブーは、単に風変わりで異国風の考えで

はない。それらは、「間接的な」数え方の発展を刺激することによって、数の使用の実際の発展に貢献しているようである。もし、対象物や人を直接に数えることが許されないならば、その対象物を棒や石を使って「表現し」、そして、それらを数えることができる。

私たちは、多くの人々がいわゆる「現代」社会で13や7についてもっている迷信を思い出すまでは、これらのタブーの考えのあるものを、もちろん、ちょっとおもしろいものと考えがちである。また、年間正確にどのくらい稼げるか、私たちの家が正確にどのくらい大きいかということを知りたい政府の役人による要求によって発生するであろう「危険」も知っている。数値的な情報は、潜在的に非常に強力な情報であり、そして、「正式には」私たちは、数えることの恐ろしさを知らないし、また、数についての実際のタブーも持っていないが、今でも、ある種の不安のもととなりうる。それは、社会の機関に依存し、私たちの社会における数の重要性に依存する。数秘学や数にまつわる神秘的な魅力は、多くの社会の重要な特徴であり、それが占星術、宗教、予測、信念と結び付くのと同様に、数を通して数学の説明的な力について一層理解するのを助けている。私たちは、もし、数学を文化的産物として理解しようとするならば、これらのような考えを軽く扱うべきではない。

まとめると、数えることは、重要ではあるが比較的単純な活動と考えがちであるが、それは、このように見てくると、数えることの産物を伝えるために使われる言語と表現形式のタイプでの微妙な変化をもった、多くの側面をもったものである。それは、環境的必要性にきちっと関係した活動であり、そして、種々の社会的圧力にさらされている。それは、分類とパターン発見の認知過程によって刺激され、そして、次いで影響を与える。そして、数学の文化的「普遍性」を求める私たちの研究において、それは明らかに多くの考えを提供する。

2.4 位置を定めること

私は、この活動を第2番目に置くために選んだ。それは、なんらかの「数学的な」順序づけの原理を満たすためではなく、普遍性の探求のためには、早期に、数学的アイディアの発展のための空間的環境の重要性を示すことが必要に思えたからである。陸海を旅行したり、自分の家の地域をよく「知ったり」、食物を探したりする要求は、非常に基本的なので、場合によっては、数えることの前に、この活動を置いてもよいということさえありえるだろう。人がその論議についてどう感じようと、この活動の普遍性については疑いのないところである。

予期されるように、すべての社会は、自分たちの空間的環境を信号化し記号化するために、比較的より洗練された方法やあまり洗練されない方法を発展させてきている。特に、大変異なった地理的位置にある異なった社会は、異なった側面が重要になる。例えば、非常に山が多いハイランド地域にあるパプアニューギニア言語の中では、斜面の険しさの異なった程度に対する言葉があるが、しかし、「水平」という考えを述べる簡単な言い方はない。当然、島の住民には、その困難さはない。

驚いたことに、数学的アイディアの文化的研究においては、位置を定めることは、数えることよりも比較的あまり注目されていない。そして、その結果として、そのことはよく記録されていない。それにもかかわらず、私たちは、「普遍性」の主張を実証するだけではなく、数学的な発展にとって、位置を定めることの重要性を示すような、重要で興味ある資料を見いだすことができる。ここでは、もちろん、そのアイディアは、際立って、幾何的な観念に関係している。「デザインする」の章で見るように、この活動だけが私たちにすべての文化に存在するある種の幾何的な観念を与えてくれるが。それは、フロイデンタール(1984)が地形学的と特徴づけた類のアイディアを与えてくれる。

空間を概念化する特別な文化の方法を詳細に調べ、私たちにこの章の基礎を与えてくれた一つの研究は、北アメリカのナバホ族についてのピンクストンの仕事である（ピンクストン、ファンドーレン、ハーベイ、1983)。この総合的な研究は、ナバホ族の空間の哲学と現象学を打ち立てようとしており、そして、私たちにいくつかの魅力的な観念を与えてくれる。

ピンクストンは、この研究を使って、照合用普遍的座標系（UFOR）と呼ばれる、異なる文化的文脈での空間的アイディアを研究するために開発した「分析道具」を例示している。それは、空間的観念の類語一覧（シソーラス）であり、どんな文化の空間的概念をも詳しく述べることができるチェックリストとなっている。それは、空間の3「水準」に言及する。すなわち、

―物理的空間、または、対象空間

ー社会地理的空間
ー宇宙論的空間
である。これらの水準の第2番目が、ここでの分析にもっとも関連しているようであり、そして、数学的アイディアの見通しからすると、その空間的世界は、明らかな幾何的観念によってだけではなく、数や数えることの心像に強く関係する方向、順序、有限性などのアイディアをも通して、いかに意味があるかということを、次のチェックリストの各欄から見ることができる。
202　近い、離れた、くっついている
203　部分／全体
204　隣接している、境を限っている
205　重なっている
206　内部の／外部の、中心の／周辺の
207　開いた／閉じた
208　収束している／発散している
209　かさばっていること／たいらなこと
211　前にいく／続いている（の前、の後ろ）
213　深い、はるか（深さの次元）
214　離れている（距離）
215　上／下、上方／下方
216　垂直、まっすぐな（次元）
217　高い／深い（距離）
218　横の、隣の
219　左／右
220　水平な（次元）
221　広い、幅の広い（距離）
222　基本方位、基本方向
223　座標系
224　多次元的に拡張された（距離）
225　幾何学的観念
226　幾何学的線形、真っすぐ
227　幾何学的に点を打つ、平行、角をなす
228　社会地理的空間の中の面、量
229　地図、縮尺
230　止まっている、動いている
231　途上にいる、向きを合わせる
232　方向を決める
233　運動の中で方向を定める
240　社会地理的空間の大局的な特質
241　絶対的／比較的
242　有限／無限
243　境界のある／境界のない
244　連続的／非連続的
245　等質的／異質的
（UFORのほかの2水準の領域もこれらに似ている。）

ピンクストンは、次のように空間的指示物の普遍性を論じている。「すべての文化は、その世界を表現する自分たちの特別な方法を持っている。しかし、それらのすべては、同じ太陽、月、‘外側から見た’地球について触れており、そして、すべての文化は、知識や理解を集めるために、同じ基本的な‘道具’によって、つまり、手で物事を操作し、同じ目でもって世界を見て、同じ方法（例えば、前後に歩いたり、水平面で回ったりして）で一様に構造化された物体の周りを動いたりすることなどによって、行っている。」（p.45）ピンクストンは、類似性を立証した後で、ピンクストンが「西欧」空間とナバホ空間と呼ぶものの間にある、次のようなある重要な差異を示した。

１．ナバホ空間には基本的な観念（ピンクストンはそれらを運動、かさばり／たいら、広がりと呼んだ）があるが、空間的なアイディアが体系化される方法は、西欧的見方のようには、階層化されていないことが分かった。

２．部分／全体という区別は、西欧的思考では中心的な役割を果たすが、「部分と全体や、明らかに区別し得る静的実在よりも、むしろ、過程、出来事、流れによって、世界を話す傾向にある」(p. 161)ナバホにとっては、それは中心的役割を果たさない。

３．ナバホ空間は、本質的に、静的ではなくむしろ動的である。私たちは、対象物を分離し、それらのお互いの間の関係を考えるが、一方で、かかわっているこの世の時間尺度は、私たちがその運動を見ることをいつも許す訳ではないが、ナバホにとっては、「すべてのものが動いている」。

明らかに、ピンクストンとその仲間は、私たちにとって興味のある多くの細かいことととともに、一つの複雑な空間体系を発見した。特に、ピンクストンは、空間の分類における 物質 対 過程 という論点、すなわち、‘西欧的’文化の少なくとも初期ギリシア時代に溯る論点を明らかにした。そのときから‘西欧的’思考を支配してきたデモクリスト的な空間の見方は、「物質的」見方であり、一方、ヘラクレイトス的な見方は、ナバホの見方にもっと似たものである。同じ川に２度と入ることはできないと指摘したのは、ヘラクレイトスであった。それは、直観的に感じることではあるが、ナバホに非常によく受け入れられるのではないであろうか。

ほかの大陸での研究から、「位置を定めること」についてほかに何を学ぶことができるであろうか。誰にとっても特色のない景色と思われる中で自分たちの道を見いだすというアボリジニーの能力は、長い間オーストラリアの伝説の一つとなっている。人類学者が、アボリジニーに道に迷ったらどうするかと問うたとき、あるアボリジニーは「我々はもとに帰る」と答えた。アボリジニーは、道に迷うという概念を持っていなかったのである。アボリジニーの道の発見と空間的方向についてのルイス（1976）の魅力的な研究は、ここで重要な２つの側面を私たちに示している。第１に、ルイスが研究した人々は、自分たちの頭の中に内面的羅針盤体系を運んでいたことは疑いがなかった。その土地の情報提供者が指摘しているように、「アボリジニーは、白人の羅針盤よりも前から、北、南、東、西を知っていた。」(p. 265)アボリジニーは、この体系とその使用、つまり、太陽との関係や風の気温との関係、について話すことができるであろうし、そして、アボリジニーの言語は、この能力を反映している。季節、方向、気温、太陽の間の緊密な関係は、図１のカレンダーにうまく示されている。（ハリス、1984、p. 11）

月	風	季節	主な特徴	食物
1月	北西モンスーン	ﾊﾞﾗﾐﾘﾏﾔﾙｻ	強風　高波	カササギガン　貝
2月	北西モンスーン	ﾊﾞﾗﾐﾘﾏﾔﾙｻ	ひどい雨　軽い風　成長期	カササギガン　貝　ソテツの保存
3月	北西ﾓﾝｽｰﾝ・東南東	ﾊﾞﾗﾐﾘﾏﾔﾙｻ・ﾐﾀﾞﾜｰ	ひどい雨　軽い風　成長期	カササギガン　貝　ソテツの保存
4月	東南東	ﾐﾀﾞﾜｰ	平らな水　雲	低木のフルーツ　根菜類　バラムンダ《川魚》
5月	東南東・南々西	ﾐﾀﾞﾜｰ・ﾀﾞﾗﾀﾗ	平らな水　雲	バラムンダ《川魚》　泥カニ
6月	南々西	ﾀﾞﾗﾀﾗ	涼しい夜 多くの露 散る 霧	バラムンダ《川魚》　泥カニ　亀の卵
7月	南々西	ﾀﾞﾗﾀﾗ	涼しい夜 多くの露 散る 霧	バラムンダ《川魚》　泥カニ　亀の卵
8月	南東・北東	ﾗﾗﾝﾀﾞﾗ ﾃﾞｭﾙﾃﾞｭ	歩くには土地が暑い 水がない	ﾏﾝｺﾞﾌﾙｰﾂ　泥カニ　小サメ　アカエイ　蜜
9月	南東・北東	ﾗﾗﾝﾀﾞﾗ ﾃﾞｭﾙﾃﾞｭ	歩くには土地が暑い 水がない	ﾏﾝｺﾞﾌﾙｰﾂ　泥カニ　小サメ　アカエイ　蜜
10月	北・北西	ﾗﾗﾝﾀﾞﾗ ﾃﾞｭﾙﾃﾞｭ	曇り　湿気　雷鳴	小サメ　アカエイ　カメツバメコノシロサケ

11月	北・北西	ﾗﾗﾝﾀﾞﾗ ﾃﾞｭﾙﾃﾞｭ	曇り　湿気　雷鳴	小サメ　アカエイ　カメツバメコノシロサケ
12月	北・北西・北西ﾓﾝｽｰﾝ	ﾗﾗﾝﾀﾞﾗ ﾃﾞｭﾙﾃﾞｭ・ﾊﾞﾗﾐﾘﾏﾔﾙｻ	強風　高波	小サメ　アカエイ　カメツバメコノシロサケ

図１（原著では実際は円形のカレンダー，《　》内は訳者の説明）

しかしながら、位置を定めることの特別なアイディアにとって、もっと重要なことは、アボリジニーの神話やその景色内の歴史に関連した、その景色に関する複雑な知識であった。ルイスは次のように言う。「ピントゥピ族は、私たちが彼らの「国」を自動車で通ったとき、毎時間毎時間、すべての岩の露頭、小川の川床や平野についての夢想を、歌った。どの考えられる文脈においても、その土地を縦横に通る夢想の跡の網目に、きまった関係がつけられていた。これは、この伝承の遊牧民にとって残す価値があることを実証していると想像できるであろう。」(p. 276) したがって、地形学的な景色が詳細に知られていただけではなく、歴史的、神話的事実の、物語や知識が全体的にしみこんでいたのである。

ルイス(1972)は、それ以前に、長期の航海でポリネシア人によって使われた位置を定める方法や、そしてまた、星の予想される使い方を見いだすことについて大変詳しい研究を行った。ルイスは、また、ポリネシア人の海についての詳細な地形学的な知識、すなわち、うねり、波、それらの交差についての知識を明らかにした。この知識を島の位置に関係付けるポリネシア人の能力は、ポリネシア人の生存の一つの鍵であった。そして、ルイスの論文は、ほかの例よりも上手に、環境の必要性が知的知識を刺激するという事実を実際に、示している。興味あることに、ポリネシア人は、また、自分たちの知識を記号化し表現するために、石と木から作られた地図を発展させた。これらは、縮小された島であるだけではなく、例えば、特別な方法で暗号化された、うねりや波のパターンを表現することが含まれていた。

航海は、いわば観察者がそのときに見えないかもしれない状況についての情報を記録する能力を要求するので、すべての大陸において空間の記録の仕方の発展に明らかに、大きな影響を与えている。例えば、このことは、地上を長距離にわたって旅するときや、航海をするときに土地が視界にないときや、若い航海者を指導するときに起こるであろう。したがって、太陽、風、星は、どこにおいても初期の航海者にとってはいかに重要であったか、そして、今日でも、技術的器具を使わない航海者にとっては重要であることを学ぶのは驚きではない。天空の研究は、不思議さや美によって喚起されただけではなく、このことをするには高度に実際的な重要性があったのである。

太陽は、もちろん、非形式的でも形式的でも、位置を定めることにとって、特別に重要なものである。私は、南半球で、影が「ほかの方向に行った」ことを発見したとき、非常に驚き困惑したことを思い出す。もっと形式的ではあるが、日の出と日の入りの位置は、いつも、人間にとって神秘的な意味を持っている。キリスト教の教会は、昔の「異教徒」の伝統の遺産として、「東」、すなわち、日の出の方向を向いている。事実、単に「東の方へ」というよりも、もっと正確な方向であることが多い。聖人にちなんで名づけられた教会は、それらの教会が始まった年の聖人の日の日の出の方向に面して建てられることが多かった。しかしながら、エジプトのピラミッドは、多くの古代の建物と同様に、羅針盤の 32 方位にしたがって方向づけられていた。北京の古い市街は、実際に、磁石の南北に向いていた。さらに、ストーンヘンジのような、記念碑、石円形、立石の意味については長い間論争があるが、天体考古学の分野には、いまだに多くの支持者がある。

中国文化においては、風水の研究が高度に発達しており、知識の非常に重要な形式と考えられていた。ローナン(1986)は、ニーダムとともに、それを、「宇宙の生命の局所的な流れと協調し調和するために、生者の住居や死者の墓に適応する技術」(p. 6) と定義している。ローナンはまた、２・３の文章の後で、「磁気羅針盤の歴史は、この考えの体系の文脈の中でのみ理解しうる。というのは、これが、磁気羅針盤が作られた母体だからである」と言っている。ローナンは、風水の羅針盤の非常に詳しい説明をしているが、それには、その羅針盤の針の回りに 24 の同心円の輪が含まれ、これらの輪のそれぞれには、羅針盤の 32 方位や星の方角や占星術的決定要因のような特別な情報が含まれている。

位置を定める過程への磁気羅針盤の影響は、もちろん非常に大きいが、風水との関係、すなわ

ち、予知、予言、宗教に結び付く関係が重要である。実際、「位置を定めること」のための技術的器具の全体的な歴史的発展は、それ自身、魅力ある数学の章となるであろう。インドのカマール族の結わいた紐、ヤコブ・スタッフ（距離測定器)、アストロラーベ（天体観測儀)、羅針盤、日時計、そして、すべての測量家の道具には、それらの中に、私たちがよく知っている多くの幾何の考えの基礎が含まれている。しかしながら、風水術の羅針盤によって、異なる種類のものが私たちに出されている。それは、物理現象と「宇宙」現象が絡み合い、そして、絡み合い続けている複雑さをあらわにしている。それは、私たちが、考えを単に私たちの「科学的」伝統の展望から評価しないように気をつけなければならないということを思い出させる。しかし、そのような展望からでさえ、ローナンとニーダムは、「風水それ自身は、一種の擬似科学的ではあるが、それにもかかわらず、占星術が天文学の母であり、錬金術が化学の母であるように、風水は地磁気についての私たちの知識の真の母である。」(p. 36)と言っている。

人類学の論文は、私たちに、すべての大陸において方向や位置を定める現象について教えており、そして、同様に、確かに異なる環境と文化的圧力の結果として諸文化の間に差異を認めることができるが、その類似性にも注目している。例えば、複雑で大きな都市の社会に住んでいる私たちは、正確な位置に対する願望を持っているように思える。そして、それは、例えば、中に、上に、後ろに、下に、などの前置詞の集合に表されている。私たちは、これらを、空間的位置のための種々の体系とともに使う（羅針盤の方位、角度、距離、座標、街の区画など)。しかしながら、ケペル族にとっては、位置の名称は、「従属名詞」として機能する、すなわち、例えば、私が「その家の中で」と言うであろうことを、ケペル族では「その家の下方の部分」とでも翻訳されるであろう。ゲイとコールは、「これらの用語は、限定された幾何的な意味について、有用で柔軟な機能的言葉の体系を形作っている」(p. 60)と結論している。そして、数えることの言語と同様に、位置を定めることの言語もまた多様性に富んでいることを見ることができる。ゲイとコールの「従属名詞」は、数頁前に述べた特殊化された数の名称のようである。そして、それは、ある種の物理的、社会的環境によって要求された特別な必要性に沿って発展したものであった。

リトルジョン(1963)もまた、シエラレオネのテムの人々によって理解されている豊富な空間的意味について報告している。リトルジョンは、いろいろ言っている中で、このことを次のように言っている。

私たちにとって、基本方位は位置を確立するための座標である。テム族は、基本方位をこのようには決して使わない。その必要性は生じるかもしれないが、テム族は、基本方位の一つを、ある場所が存在する一般的な方向を示すために使う。テム族の基本方位は、種々の方法で活動や出来事を限定する意味を含んでいる。...西と東は、知性の操作において逆方向であるだけではなく、生命の維持的な方向である東と、生命の破壊的な方向である西という、実在的な逆でもある。東は、「そこから方向を定めるところ」であるから、北に対する言葉は「左」に対する言葉であり、南に対する言葉は「右」に対する言葉である。(pp. 9-10).

文化的現象として数学を理解しようして、いろいろな考えをあまりにも早く非文脈化しないように気をつけなければならない。知識の構成は、存在についての深遠な人間の価値や、生命の意味、についての研究によって、燃料を供給される。そのような研究に、思いをいたすのである。高度技術指向の社会に住んでいる私たちは、精神と肉体と魂と環境の共存を満たす基本的な人間の必要性を、非常に早く忘れがちである。私たちは、ほかの文化の異なる視点から多くを学ぶなければならない。

知識のすべての段階で見ることができる差異にもかかわらず、位置を定めることの活動の普遍性を疑うことはできない。私たちは、首尾一貫性や精確性に対する社会的必要性が影響を与えるのと同様に、空間的環境の実際的な特徴が位置を定めることの言語や表現にどのような影響を与えるかを、理解し始めることができる。

地図は、環境の縮小したモデルであり、そして、また、手にすることができる人類学的・文化的資料は、私たちに、空間的環境の記号化は文化的に特殊化されていることを示している。位置を定めることを述べたり表現する方法はいろいろあるが、言葉や地図の類似性によって、私たちの幾何学的考えの多くの根源を見ることができる。紙の上で、北が上であり、「水平な」はその面を横切ることを意味し、「垂直な」はそれに真っすぐに下がることを意味するのは、偶然ではない。私たちが、２次元と３次元の座標系を使うのは偶然ではなく、幾何の非形式的な言語や形象が、大規模な空間で歩き回ることや位置を定めることから取られること、例えば、「90 度回る」、「２

点間の直線」、「三角形の高さ」、「１点の回りに回転する」、「平面での対称」などもまた、偶然ではない。多くのよく知っている幾何の考えは、位置を定めることの普遍的な活動から、発展して来ており、また、発展し続ける。

2.5. 測定すること

測定することは、数学的な考えの発展にとって、第３の「普遍的」で重要な活動であり、そして、比較することや、順序付けることや、価値があって大切な質的なものを量化することに関係している。すべての文化は、ある種のもの重要性をを認識しているが、しかしまた、すべての文化は同じものを同じ程度に価値づけているわけではない。多くのものは、地域的な環境やその環境によって引き起こされる必要性に依存している。

典型的には、測定される質や測定の単位を与えるのは、それに直接に結び付いた地域的な環境である。例えば、人間の身体は、多分、すべての文化で利用されてきた最初の測定器具であった。私たちには、エル（４本の手の広さの６倍、または、24 本の指)、キュービット（ひじから指先までの距離＝28 ディジット)、ディジット（または、指の幅)、フィート、ハンドスパン、ペース（歩幅＝2.5 フィート)、ファズム（２本の腕で測ることができる距離、尋＝６フィート）があり、これらすべては、長さの便利な測度である。これらか、またはこれらに相当するものは、ほとんどの社会に存在する。

しかしながら、比較文化的に見るときには、私たち自身の測定体系によって目をくらまされないように注意しなければならない。例えば、ある文化では、私たちの単位に似た独立単位が存在しないだけではなく、私たちにとって関心がある特別な質が全く量化されていないかもしれないということを、いくつかの研究が示している。例えば、パプアニューギニアにおいて、ジョーンズ(1974)は、次のような叙述を含む空間的な量や測度について、数人の情報提供者から資料を収集した。

「距離の地域的な単位は、そんなに精確ではない、１日の旅程である。」
「(２つの庭は広さが等しい）と言えるであろうが、それはいつでも論争の種になりうる。」
(岩の体積と水の体積とを比較して)
「この種の比較はありえない。そんなことをする理由がない。」

アボリジニー集団の間で行ったハリスの同様の調査も上のような多くの証拠を示している。

「体積に対する言葉がない。地域的な単位がない」(p. 56)

ほかにもあったが、それらは等しくほかの技能や必要性を明らかにしていた。

「人々は、心像か「目」によって「測定している」。ここには、単にドレスを見て、親類のためにそのドレスを買うことができない人はめったにいない。彼らは、ほとんどいつも、正しい大きさのものを買う。」(p. 52)
(「広さ」に関して)
「狭い広さがキャンプ地と等しいとされた。それぞれの人は自分のキャンプ地かまたは広さ、すなわち、ほかの家族に関係した空間が必要である。」(p. 53)

私自身の情報提供者の一人は（ビショップ、1979)、パプアニューギニアの彼の村では、庭の広さについて問題が起きたときには、使われる測度は、横の長さと縦の長さの加法である（庭は大体長方形である）と、私に言った。彼にとっては、これらを掛け合わせることは、学校で学んだ「白人の方法」であるが、家では、いつも加えるであろうと！　先に見たように、そのような考えを、風変わりで、ちょっとおかしいとして、捨て去ることは簡単であるが、もし、その庭がほとんど同じ形ならば、横の長さを縦の長さに加えることは、比較のためならば、広さの測度として完全に受け入れられるものである。

もちろん、このことは、一般に測定の単位が発達するまでは、ある種の比較する方法やまた順序付ける方法によって、質を表現できる言語に対する文化的必要性が明らかにあるということを意味している。測定することは、「より多い」や「より少ない」のような考えに関係している。というのは、測定することの必要性は、現象を比較するときにだけ起こるからである。ジョーンズの情報提供者の一人が上で指摘しているように、もし、水の体積と岩の体積を比較する理由がなければ、その言語には、その比較をするための言葉や構造は含まれないであろう。

「数えること」の節において、私たちは、数学の言語の中で使われる精確で重要な数量詞について触れた。そして、本節では、比較数量詞と呼んでもよいもの一最も重い、より長い、より速

い、最も遅いなどーの発展を見ることができる。確かに、クペル族には、比較を可能にする言語的構文が、簡単なものではないが、ある。ゲイとコールは、また、「「より少ない」という概念よりも「より多い」という概念を好む傾向」(p. 49)があるということを言っている。この発見は、「より少ない」より前に「より多い」の正しい使用を獲得したパプアニューギニアの子どもたち、この子どもたちは、それらの言葉が数学的文脈で使われたときには、大きな困難を経験したが、この子どもたちを示すことによって、ジョーンズ(1982)によって支持された。これらの資料にもかかわらず、何かあるものよりも少ないということよりも、あるものよりも多いということに、誰でもが価値を置くように見えるのであるが。

２・３の物よりも多くの物を比較することは、もう一つの考え、順序付けの考えを発展させる。明らかに、「目で」見積ることは、順番に物を置くことに対する世界的な非言語的技術であるが、しかし、その質の重要性が増して、その物の数が増えると、言語は、順序の数の言葉（一番目、二番目、三番目など）と質の客体化（例えば、「重い」から「最も重い」そして「重さ」へ）の両者を発展させる。「形容詞的」言葉が名詞よりも先に来る。

単位や単位系の発展に関しては、環境や社会的必要性が強ければ強いほど、その測度は、より詳細に、より体系的に、より精確になるという主要な考えとともに、明らかな進歩がある。リトルジョン(1963)は、テンネ族の空間的考えを報告して、距離について、次のように言っている。普通のテンネ族の空間は、数値的に測定されたものでも、幾何的に分析されたものでものない。中間的な長さの距離を示す主な単位は、アングルラであり、それは、「任意の２つの村の間の間隔」と「荒れ地」の両方を意味する。それぞれの村は、等しく距離を保っている訳ではないので、これは、空間に適用される測度という訳ではなく、テンネの風景の地形によって与えられる意味であり、それぞれの村がその意味に当てはまっているということである。より長い距離の概測には、「１日の旅」のような言葉が使われ、より短い距離には、声が届くところが使われる。村に近付くにつれ、それからの距離を、聞こえる騒音で見なす。特に、米をつく音、そして、人の声である。短い距離には、主な単位は、アンファティムである。それは、大人の伸ばした腕である。

ゲイとコールは、「コピ」と呼ばれる単位に触れており、それは、カップであり、お米を計るのに多く使われている。そして、クペル族はこの測度を使うことにいかに熟練しているかは、彼らの研究から明らかであった。例えば、アメリカ人の研究者と比較して、クペル族の人々は、ある容器の中に何杯のお米があるかを見積るのにずっと上手であった。クペル族は、また、いかにして単位が結合されるかを示す例を与えている。一人の情報提供者は次のように言った。１杯のバケツは、24 カップのお米を含み、カン（ほかの「標準」）は 44 カップのお米を含む。これは、実際の数値的な測度に非常に近い。クペル族にとってお米は、大変重要な産物であり、したがって、測度の内的整合性と複雑さが、お米に結び付いた。

ハリスは、また、地域的な（地域的とは、ここでは、土着の文化に属するものというよりも、むしろ、「すぐに手に入れられる」という意味である）工芸品に基づいた単位系に関係した資料を提供している。彼女は、重さを測ることについて話している一人の情報提供者を次のように引用している。

「「くだもの」（単位の名称である！）

採掘するとき、個人で使われる大きなくだものカン（５ポンド）。

14 くだもの＝１バッグ

18 くだもの＝１×44 ガロン・ドラムカンの鉱物」

ザスラフスキーは、また、長さのために使われる身体測度（ウガンダのガンダ族はムコノと言っており、キュービットと同じであり、肘から、伸ばした中指の先までの距離）だけではなく、また、約１０ポンドが入るかご、一包みのコヒー豆、一山のさつまいものにも触れている。すべては、その地方の人々にとって「標準的な」測度であるが、商業的な交渉のために許容される不確かさの要素が含まれている。彼女は、古いエチオピアのことわざを引用している。「10 回測って、布は一度だけ切れ」。

ザスラフスキーは、また、アフリカで通貨（彼女の本の索引では、「お金」の参照事項はなく、単に「通貨を見よ」となっている）として使われている広範囲のものを記録している。彼女は、通貨のもとで、次のものをあげている。

ビーズ

真鍮棒

布
貨幣
鉄砲とアルコール類
くわ
鉄棒
象牙盤
家畜類
金属製の輪
ルピー
塩
その他
タカラガイ通貨も見よ；金

便利さと希少性の価値が、通貨と呼ばれる「経済的価値」の測度を与えるために結び付く。多分、めったに「人間」と考えられなかった奴隷売買の中で扱われた野蛮な方法によって判断されるのであるが、彼女のリストに述べられていない一つの項目は、「人間」である。疑いなく、奴隷所有者は、家畜と同じカテゴリーの中で奴隷を概念化していた。どのような出来事においても、奴隷はまた、今日の私たちにとっては嫌に思えても、通貨ー経済的価値の一つの測度ーとして単に扱われていた。

確かに、測定は、経済的、商業的生活に深く埋め込まれている。したがって、数値的な特徴を含むと同様に、すでに見てきたように、それは、強力な社会的側面を疑いなく持っている。

ゲイとコールは、「商人がお米を買うときに使うカップは、長く注意深くたたくことによって底が丸くなっているが、彼がお米を売るときに使うカップは、底が丸くなっていない。これは彼の利益の源である。」(p. 64)ということによって、ほかの素晴らしい例を記録している。リーチ(1973)は、測定のこの点について次のような重要な観察をしている。「理想的な尺度は、曖昧ではなく正確なものであるべきであるというのは、科学的な社会に特有なものである。ほかの条件のもとでは、人々は、たやすく使える尺度を好んできた。よい尺度の基準が、その便利さにあるところでは、あまりにも精確であることは、嫌われさえするかもしれない」(p. 139)。　そこで、正確さは、必ずしも高くは評価されるという訳ではなく、測定の目的に依存しているのである。すなわち、数学指向が強い文化に住む私たちにとっては、測定で正確度の高い科学の必要性が、一般の文化の中に浸透しているように思える。私たちにとって危険なのは、この正確に測定するという必要性を一般化しすぎているということである。エシワニ(1979)が言っているように「数学的／科学的伝統の中で育った人々の弱点の一つは、簡単に量化したり測定することができないと無意味であると思いがちであるということである。もちろん、何物も真実以上ののものになることはできない」(p. 35)。

私たちは、「不正確さ」や「矛盾」が気になることが当然のことと考えて、社会において正確な測定を行う。私たちの文化化は、ほかのアプローチを、異なっているかとか「悪い」アプローチとしてさえ思わせるものであるということを指摘することが、人類学者に託されている。ビーザック(1978)は、パイエラ族ーパプアニューギニアの高地の人々ーと働いて、パイエラ族が空間的現象を理解する方法を述べており、そして、「それは、(彼らにとっての) 大きさは (私たちにとって) 絶対的、または客観的測度で測られる価値ではなくて、相対的で、評価の主観的要因や比較の尺度に依存するということを意味する」と結論付けている。

多分、実際に、私たちの見方は歪められている。多分、正確に測りさえすれば質が高まるのではないかと思っている。例として、時間を考えてみよう。クペル族は、「日」、「週」、「月」、「年」に対する言葉を持っているが、ゲイとコールが説明しているように、「すべてのものは、時間のきまった量というよりもむしろ、時間の特性を示している。[再び形容詞的な側面か、ビショップ] 日は、光の時間であり、そのとき太陽が昇っている・・・。週は、市場の日に導く時間である」(p. 71)。相互に関係した単位系はないが、むしろ、時間の言葉は、重要な出来事や社会現象に関係している。ザスラフスキーは、この見方をアフリカ社会の中で一般的に支持しており、また、測定された種々の週の存在を報告している。すなわち、「市場の経済は、３日、４日、５日、６日、７日、８日というカレンダーの週に結び付いている」(p. 64)。今日の洗練されたデジタル時計によって提供される測度の正確性という種類に対する必要性は、明らかに感じられない。しかし、そこで、

次のように問うことができる。これらの時計を身につけている人は、実際にその程度の正確性を必要としているのかと。市場の経済は、ほかの種類の時間の尺度に結び付いている。すなわち、もっと、自然で、生きている世界の時間の尺度であり、そこでは、ほかの価値を考慮する必要がある。

私が、パプアニューギニアの情報提供者に、彼の村の庭の面積について尋ねたとき、私は、図２のような２つの長方形をかいて、そして、もしこれらが庭だとしたら、どちらを所有したいと思うかと聞いた。「それは、多くのことに依存する」と彼は言い、「土地、日当たり、排水がよいかどうか・・・」と。私のいわゆる数学教育は、２つの庭の数値的大きさの間の関係だけを見るようにさせたということは明らかであった。彼にとっては、庭の大きさは多くの中で最も重要ではない特徴であった。

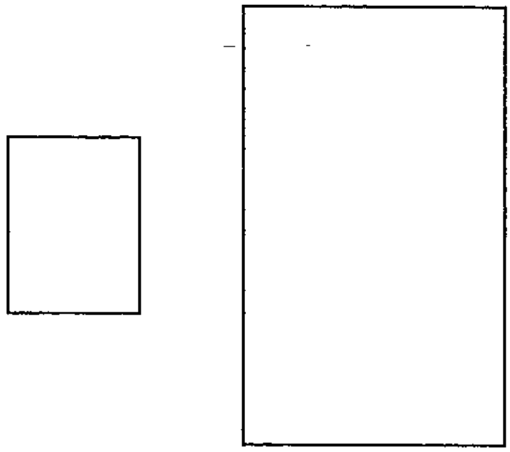


図2

2.6. デザインすること

第１章で、私は、技術の考えと、環境を形成するうえでのその役割に触れた。したがって、この考えを具現する広範囲の活動を述べることが重要である。そこで、私は、それを「デザインすること」と呼ぶことにした。「位置を定める」活動は、位置を示すこと自身や、空間的環境の中のその他の対象物に関してであるが、デザインする活動は、すべての文化においてそれらの家庭生活や商売や装飾や戦争やゲームや宗教的目的のために創造される「作り出された」物、工芸品や技術に関係している。それに加え、デザインすることは、空間的環境それ自身にも適用することができる。例えば、家や村や庭や畑や道や町にさえ、適用することができる。

デザインすることの本質は、自然の一部を変換することにある。すなわち、ある自然現象、例えば、木か粘土か土地を取り上げて、それを何かに作り上げる、多分、彫刻の装飾や料理ポットや庭であろう。デザインすることには、自然に特別な構造を付与することが含まれる。人が歩いていて、その道に木の枝を見つけたとき、不必要な部分を取り去り、それを便利な長さに切り、そして、ステッキを作ることができる。ステッキはすべて異なるが、しかし、それらは似ている。人は、その枝に付与することができる「デザイン」を心に描く。または、人は、それをほかの方法で切り、ほかの部分を取り去り、それを家に持ち帰り、ごつごつした部分を滑らかにし、そして、それに着色することもあろう。なぜならば、それは美術品としてテーブルの上に置いたほうが魅力的に見えるからと考えたからだ。

デザインすることには、「不必要な」部分を除いた自然を想像したり、多分、ある部分をほかの部分よりも強調することさえ含まれる。そこで、デザインすることは、自然環境から形を抽象化することに大いに関係する。このことが、(数学的な目的のために)「作ること」よりも「デザインすること」に焦点を合わせるために選んだ理由である。実際の最終的な生産物が数学的には重要ではなく、一方、重要なのは科学的考えの発展の中にあるかもしれないし、そこでは、実際の性質に関連することが多い。数学教育にかかわる私たちにとって重要なことは、計画や、構造や、想像された形や、対象物と目的の間に知覚された空間的関係や、抽象化された形式や、抽象化の過程である。

すべての文化は、デザインをするが、予期されるように、それらでデザインされるものは異なり、デザインされた形式の数だけ考えても、それぞれの文化で非常に異なる。デザインされるものは、知覚された必要性に依存し、例えば、農場経営や家を作ったりすることや装飾などの必要性であり、そして、また利用できる材料にも依存する。そこで、彫刻は、実用的でも装飾的でも、木や石が豊富にある地域で起こり、一方、織物や編み物は、毛、繊維、草、葦などを必要とする。それにもかかわらず、家は、世界中である種の類似性を持っている。それらが、氷でできた小屋、土でできた小屋、木の上に草をのっけた小屋、レンガとタイルでできた小屋であろうと。いろいろなものの中で、それらは、普通、円形か長方形であり、ときには正方形のときもある。スプーンは、普通は、円形にへこんだ部分と、真っすぐな取ってからなり、ポットは普通は円形で、槍は真っすぐである。

ものをデザインすることによって、環境において、形、図形、パターンを想像することの可能性が出てくる。もちろん、このことは、形、図形、パターンが自然環境で生じないということを言っているのではなく、形それ自身が注意のまとになるのは、形がかかれ、作られ、デザインされているときであるということである。道具のデザインよりも、むしろ、自然の表現を考えてみよう。例えば、動物の洞窟絵画を話していようと、人間の木製彫刻を話していようと、エスキモーによる海洋動物の岩石彫刻を話していようと、それをデザインする人は、ある特徴を強調し、そして他の特徴を無視するように選択している。形や図形の考えは、デザインすることによって、そして、表現することによって、発展させられる。

デザインされた形の多様性やその数は、比較的「自然で」そして田舎の社会でさえ、非常に多い。人が、動物にはないような方法で発展してきたのは、道具制作者になることをによってであるということは、しばしば言われていることである（参照、ブルーナ、1964）。ホワイトが、文化の社会的、哲学的、感情的側面を「駆り立てている」のは、人の技術的発展であると論じたのは、この考えによってであった。さらに、その考えは、オスワルト（1976）によって引き継がれ、オストワルトは、デザインされた「物質」（道具、武器など）の多様性と総数によって文化や社会を比較することができるという「技術単位」の考えを発展させた。オスワルトの研究の特別な道筋にさらに従っていこうとは思わないが、私にとっては、オスワルトが、単に物を作るというよりも物をデザインするということに暗黙のうちに焦点を当てていることに、非常に興味がある。オスワルトは、私が形、図形、構造と呼んでいるものを述べるために、「心的型板」という言葉を作り出している。例えば、オスワルトは、次のように言っている。「構造的実在としての刃物の考えは、その刃物を作り出すのに使われる特別な材料よりもずっと重要であり」、そして、「したがって、文化間で技術の比較を大規模に試みることにとっては、材料や製造技術ではなく、構造や形が、非常に重要になる。」(p. 37)。

この「心的型板」は、デザインされたものによって何とか表現され、そして、興味あることに、ものは、ほかのものを作り出すことができるデザインの表現として役立つ。特に、模倣し模写することは、デザインされた形が保存される主要な方法であることを知っている。もちろん、人は、デザインを表現するほかの方法を発展させている。特に、砂の中にかいたり、模型を作ったり、また、後になって、紙の上にかいたり、電子画面にかいたりすることによって。これらのすべての発展は、実際にものを作らないで、デザインされた形の特徴を考える必要性によって作り出されている。もちろん、この必要性は、農業用の土地、庭園、方尖塔、記念碑のような非常に大規模な「もの」をデザインするときに、非常に大きくなるが、しかし、それはまた、もし、そのものが作られる材料が高価であったり希少であったり、またその両者であったりすると、重要になる。これらのような必要性によって、いかにして、図形、大きさ、尺度、測度、そして、その他の多くの幾何的概念に関する重要な数学的考えに対する要求が、いかにして作り出されてきたかを見るのはたやすいことである。

ほかの研究者もまた、すべての文化に見られるデザインされた多くの形の幾何的、数学的潜在性にびっくりしている（例えば、ピンクストン、1983 を見よ）。ザスラフスキー(1973)もまた、装飾用のデザインに由来するアフリカ社会における豊富な幾何的伝統を記録している。ザスラフスキーは、例として、アサンタ族の真鍮の重り、東アフリカの衣装にある模様、クバ族の織物や漁網にある編み模様、そして、ベニン族の工芸品を、一般的に引用している。ザスラフスキーは、また、家の典型的な形が、円形か長方形であり、さらに、それらに基づいたもっと巧妙なデザインがあることを示しながら、アフリカ人の建築物について述べている。

ゲイとコールは、ケペル族が直角と円を作図する方法とともに自分たちの家を造るための発達した技術を持っているという事実で、このことを実証している。「ケペル族は、もし、四辺形の2組の対辺がそれぞれ等しい長さで、その対角線も等しい長さならば、その結果できる図形は長方形であることを知っている」(p. 61)。ゲイとコールは、また、「ケペル族は、これらの結果を言語化していないが、その手順を知っている。」

直角「形」と直角三角形は、いくつかの文化では親しまれた図形であり、もちろん、中国には、「ピタゴラス」の定理についての現在でも有名な「中国的」解法があった(ロナン、1981を参照)。直角を測るために紐の「三角形」を使うことは、この知識の興味あってしかも強力な応用であった。円もまた、インド亜大陸の美しい瞑想的な絵画であるマンダラにあるように、記号的表現において大きな役割を演じている。正方形、三角形、五角形、五角星形、七角形、八角形は、実際すべてが、人が現象間の関係を想像するうえで記号的な役割を演じている。

ガーデは、いくつかの論文(例えば、ガーデ、1986を参照)で、モザンビークの職人のデザイン作業に内在する数学的考えの例を挙げており、そして、「この凍りついた数学を溶かすことによって、私たちのモザンビーク文化に隠された数学を再発見することによって、私たちの人々は、ほかのすべての人々と同様に、数学をしていたことを、実際に示す」(p. 12) ために、彼らの学校カリキュラムにこの数学的作業が認められるように強く論じている。

幾何的考えは古代ギリシャ人によって発明されたという信念で育てられてきた私たちに挑戦しているそのほかの種類の材料の証拠は、イギリスで最近分析された新石器時代の石造物である(例えば、クリッチロウ、1979を参照)。初期のデザインについての挑戦的な考えで満ちた本の中で、クリッチロウは、プラトンの時代よりも千年以前に、「プラトンの立体」を示す、刻まれた石球と球形の図形の写真を提供している。これらの刻まれた球は、それらの正確さと真の美しさで、実際際立っており、ロッド・ブルの写真術がそれらを証明している。参照してきたほかの本と同様に、クリッチロウによって提出されている資料と考えは、数学的思考は広く行き渡った現象であったし、そして、現象であるということを、疑いなく、私たちに残している。

しかしながら、デザインの活動と図形の考えによる幾何的思考への文化的導入は、螺旋の重要性に触れなければ完璧ではないであろう。道具や技術によって、実際的な視点から、幾何的思考に多くのことが与えられており、そして、装飾や飾りは私たちの芸術的特性に訴えはするが、一方で、螺旋によって示唆される全くほかの次元がある。

デザインすることの最も簡単な形式の一つが、この深みのある形を与えてくれる。粘土のポットを作る簡単な方法の一つは、その粘土を細い巻物の形にして、望みの大きさのポットと同じ大きさに側面ができるまで、何回も何回もそれを回す。溝は塞ぐことができ、側面は滑らかにすることができる、そして、その開幕は、どんな飾りを付けたいかで終わる。巻きポットには、また、そのわらの類似形、巻き敷物がある。それもまた、巻き籠にすることができる。その技術は比較的簡単であるが、その基本的な形自身は簡単ではない。

美しい絵が描かれた1冊の本、『神秘な螺旋』において、ジル・パース (1974) は、数学的思考が、空間と時間の無限の中で、人間の位置の感覚と、いかにして関係し得るかを示している。螺旋は、非常に多くの自然の装いの中で見られ、「現在」存在する一つの形ではあるが、始めも終わりもない。一方の方向には無限に小さくなり、他方の方向には無限に大きくなる。パースが言っているように、「それは、永遠を示す。というのは、永久に続くからである。しかし、私たちは必ず私たち自身の中に無限を考えるのであり、したがって、有限、限界点というように、無制限に対して制限を加えざるをえない。無限に接近できるようになるのは、制限を課すことによってのみなのである。」

パースは、選ばれた絵によって、螺旋が、世界中の多くの文化にとって、いかに重要であったか、また、重要であり続けるかを示している。パースは、螺旋を、迷宮や迷路や、渦巻き球や、ダンス(ぐるぐる回る踊り)や、神話や宗教や、自然や超自然や、マンダラやその他の瞑想的な絵や、天文学や暦、に結び付けている。巻き粘土ポットや巻き藁敷物によって、私たちが見てきたように、実際的なつながりは与えられているが、数学的活動について文化的に反省してみると、螺旋の重要性は、実際性というよりも神秘性にある。そのことは、次のことを思い出させる、もし思い出すことが必要ならばであるが。すなわち、数学的思考は、本質的に製造ではなく想像に結び付いており、そして、私たちの想像力は、ちょうど図形と対象物によって養われるのと同じくらいに、感覚と信念によって養われるということである。

2.7　遊ぶこと

遊ぶことは、いかに多くのゲームが数学とのつながりを持っているかを認めるまでは、数学的な考えの発展に関連した活動の集まりの中に含めるのには、はじめは、ちょっと意外な活動に思えるかもしれない。人類学的・文化的展望のもとに数学教育にアプローチするときには、遊ぶことを含めるのはさらに重要になる。というのは、世界中には、ゲームや遊ぶことの記録が膨大にあるからである。そこで、「遊び」は文化の発展の中で、実際にいかに意義あるものであるかを悟らされることになる。

すべての文化は遊び、そして、もっと大切なことは、それらの文化は、自分たちの遊びを非常に真剣に行っていることである。このことによって、私は、遊びを文化生活のあまり重要ではない側面として扱うことがないようにすることが本質的であるということを、言おうとしているのである。例えば、ノーベック（1977）は、遊びに関する人類学的研究学会の第1回年会における「ヨハン・ホイジンガ」講演において、ホイジンガの古典的な仕事『ホモ・ルーデンス』〔遊ぶ人〕(1949)から次の言葉を引用している。「遊び心に満ちた競争の精神は、社会的な刺激として、文化そのものよりも古く、そして、文化的興奮のようにすべての生活に浸透している。」(p. 173)。ホイジンガは、また、ノーベックによれば、遊びを次のような言葉で特徴づけている。

ー自発的、自由
ー仕事ではない、普通ではない、現実ではない
ー真剣に行われることが多いが、その目標は本質的には真剣ではない
ーすぐに満足するということではなく、生活に不可欠な部分で必要なもの
ー反復的
ー多くの面で美しさと密接に関係しているが、美しさそのものではない
ー秩序を生み出し秩序となる、それには規則やリズムや調和がある
ー機知やユーモアに関係することが多いがそれらと同義語ではない
ー緊張、不確かさ、危なっかしさの要素がある
ー賢さと愚かさ、真と偽、善と悪、悪徳と美徳ということの埒外にあり、
　道徳的な機能はない

明らかに、遊ぶことは、これまでに述べられてきたほかの社交とは性格的に異なった社会的活動の形式であり、遊ぶことは、ゲームの文脈の中で起こり、人々は競技者になる。実際と実際ではないということの境界はきちっと確立されており、競技者は、誰もが「正規に」行動しないと同意したときだけ、ほかの競技者と遊ぶことができる。

これらの特性は、仮説的思考の根源ではないであろうか。遊ぶことは、実在を反省しそして多分それを修正することを想像するために、実在から自分自身を離す第1段階を表しているのではないであろうか。確かに、ビゴツキー（1978）は、「遊びの子どもの発達への影響は非常に大きい」(p. 96)と論じており、その中で、活動と意味が分離することができ、そして、それによって抽象的思考を始めることができる。

しかしながら、遊びぶこととゲームを単に子どもの活動と考えるのはよくないであろう。子どもたちのゲームは、特に文化適応過程で、いろいろな機能に役立っているということは正しいが、遊ぶことを大人の活動と認めることもまた重要なことである。実際、より遊ぶのは、大人なのか子どもなのか迷ってしまうであろう。(批評家が言っているように、「年をとるに従い、おもちゃが、より大きくより高価になるだけのことである。」)

そこで、初めに、遊ぶことは大人に意義あることであると考えよう。そうすると、人類学的文献には遊びの分類が欠けているという事実に、すぐに驚かされる。ウォルター・ロス（1902）は、クイーンズランドで発見したアボリジニーのゲームを非常に詳しく記述した。ロスは、それらを次の7つの見出しのもとにグループ分けした。

想像的なゲーム　例えば、作り話ごっこ、言い伝えなど。賢さとユーモアで判断される。

実際的なゲーム　自然や生物や無生物の実際の対象物から出てくる喜び、例えば、ペットと遊ぶことや、泥滑り

模倣的なゲーム　最も多くのゲームが含まれ、2つの種類がある。

1．自然の特徴や物を、動きや身振りでまねしたゲームや紐の
　ゲーム（あやとり）でまねしたゲーム

2．子どもたちが大人の活動をまねした模倣的なゲーム
　識別的なゲーム　例えば、かくれんぼ、推量ゲーム
　抗争的なゲーム　綱引きやレスリング
　推進的なゲーム　ある種の運動を含むおもちゃ、例えば、コマ、ボール、やり投げ歓喜的なゲーム　音楽、歌、踊り、その他の演芸的なものを含む

ホイジンガによって述べられた「遊び」の特徴は、ロスによるゲームの一覧表で見ることができるが、「ゲーム」の概念は「遊び」の概念よりも限定されたものであることは、すでに明らかである。それは、あたかも「遊ぶこと」が一般的な活動であり（これが本章の標題に使った理由なのだが)、そして、「ゲーム」の考えは遊ぶことの形式化のようである。確かに、ゲームを遊ぶことの形式や「表現」と考えることができる。このことによって、私は、次のことを言おうとしているのである。すなわち、本章で述べられているすべての活動は、それ自身の表現形式を発展させる。つまり、数えることは数の言語や数の心象や数の体系を発展させ、位置を定めることは、空間の言語や心象や座標系を発展させ、測定することは、量の言語や単位や測定体系を発展させ、デザインすることは、心象や形や幾何的考えを発展させる。遊ぶことは、「ゲーム」の考えを発展させるように思える。

そこで、すべての文化的グループは、遊ぶことに従事し、そして、すべてが、異なる種類のゲームを、異なる程度に発展させる。しかしながら、本章のほかの節でと同じように、世界中にはある種の共通なゲームがいかにあるかに驚かされる。例えば、ロスの７種のゲームがどの文化にも存在することを見いだすことができるだけではなく、全く同じゲームを見いだすこともできる。このことは、例えば、身体的武勇についての抗争的なゲームや歌や踊りの歓喜的なゲームに関してはっきりと予期することができるであろう。また、あやとりが非常に普遍的なことを見いだしてもっと驚くかもしれない（例えば、ジェイン、1962 参照)。実際、あやとりは、どの大陸でもどの環境でも遊ばれている。また、このことは、草木が豊富に育つ状況で考えることができると思われるが、エスキモーが遊ぶあやとりがたくさんあることを知って、個人的には驚いた。

あやとりと紐図形についてまたおもしろいことは、ロスはそれらを、それらの多くが、例えば、「槍を運んでいる２人の少年」、「カンガルーの袋」のような実際の物や場面の、紐による、表現であるということから、「模倣的」と分類していることである。また、「模倣的なゲーム」の範疇には、ロスの一覧表の最も多くのゲームが含まれていた。（そのことは、すべての文化的グループに当てはまるのか、または、ロスが研究した特別なグループだけに当てはまるのかには疑問が湧くであろう。）確かに、模倣、または、実在をモデル化することは、多くのゲームの一つの特徴であり、ここで使うには非常に重要である。それは、「デザインすること」の節で述べたように、実在からある形式や構造を抽象化することのほかの側面である。

ランシーとチンダル（1977）は、このことを、クペル族の子どもたちの遊びについての節においてうまく述べている。

狩猟遊びは、実際の場面がドラマ化されているという点で、ごっこ遊びに非常に似ている。しかし、これは、目標は矢を標的に打ちこむゲームであるように、実在のある特徴が非常に抽象化され、規則が加えられている。弓矢は狩猟道具であり、標的はレイヨウ〔アフリカ・アジアの平原に生息する鹿に似た牛科の動物の総称〕の名前で呼ばれるかもしれないが、狩猟が矢を放つ瞬間へと凝縮されている。それぞれの競技者は矢を放つときは線の後ろに立ち、矢はたったの４本しか与えられないと、規則は定められている。変わりばんこに順番に行うなど。(p. 85)。

「デザインすること」と同様に、遊びで発展される形式の質が、それ自身のために価値となる。なぜならば、ホイジンガが指摘したように、遊びは本質的にその目標については真剣ではなく、それをすることが報酬となるからである。そこで、紐の図形やその他の遊び形式が、それ自身興味の対象となり、そして、芸術的・美的鑑賞の根源を再び見ることができる。遊びの形式は、ロスの「歓喜的な」ゲームや「想像的な」ゲームの例え話のように、音楽的であるかもしれない。美的鑑賞の喜びは、確かに、すべての文化的グループでの多くのゲームや遊び活動の人気や長寿の説明になるに違いない。

一度、遊び形式それ自身が焦点となると、「ゲーム」は発展し、そして、規則、手続き、課題、規準が形式化され、慣例化される。それらは、また、「遊ぶこと」の生産物でもある。ゲームは、数学者によって価値を認められることがよくある。というのは、いわゆるゲームの規則に支配された行為が、数学それ自身に似ているからである。規則に支配された数学の規準が、ゲームにお

ける規則に支配された行為の喜びや満足からいかにして発展してきたかを想像するのはそんなに難しくないと思う。ホイジンガがゲームの「魔法圏」と楽しく呼ぶものの範囲内において、規則に縛られた行為が、主要な関心のまととなっている。そして、どこにいる人々も、大人も子どもも、ゲームの規則に縛られた行為に参加することを楽しむ。多分、それらは、実在とは違う社会的背景で、競技者がすべて規則を知っており、しかも、それらの規則によって遊ぶことに同意しているような社会的背景であるからである。多分、私たちは、みんな、私たちの社会的実在にもっと一貫性があることを心の底で望んでいるのではないであろうか。

あやとりのように、驚くほど広がっているゲーム場面のほかの２つのは、盤面ゲームと賭け事ゲームであり、ここで私たちの関心を大いに引くものである。ザスラフスキーは、彼女が「世界で最古のゲーム」と呼ぶもの、すなわち、マンカラ、ワリ、オワラ、ソロ、オムウエソ、アヨ、アディなどそのほかアフリカで数百の名称で、いろいろと呼ばれる盤面ゲームを記録している。これは、種や小石がいろいろな規則でへこみの中にばらまかれたもので遊ぶ。その目的は、対戦相手のすべての種や小石を取ることにある。穴や列や種の数は、すべて異なるが、そのゲームの精神はどこでも同じである。それは、確率ゲームだけとして遊ぶことができるが、方略や巧妙さや、競技者の非常に早い計算で、遊ぶこともできる（アボリジニーのカードゲームのクンスのように、その数は無限ではないが、非常に重要なのはその組合せである)。現存する最古の「盤面」ゲームの一つとして、穀物、宝物、対戦相手の富の捕獲などのモデル化された心象は、この仮説的な操作の実際的・社会的根源を見るのに役立つ。ゲームが重要になるに従い、単なる確率や慣例から、方略や予想やずるさへと移って行ったことは、たやすく想像できる。盤面ゲームは、世界中にたくさんあり、そして、マンカラとその変形、チェスとその変形のように、それらはすべて、実在のある種のモデル化にたどることができる。そのモデル化は、数学的発展において非常に重要なことである。

チェスは、また、ほかの考え、すなわち、予測の考えに興味深いつながりを私たちに与えてくれる。また、この本のための研究をしているとき、私が出くわした証拠に大変驚いた。ロナン(1986)は、中国についてのニーダムの本を研究して、自然に起こる磁石の岩、天然磁石につながる発明に関するデータの多くを述べた「磁石と電気」という章を書いていた。すでに「位置を定めること」の節で触れた風水術の特徴を扱う章の後で、「磁石、占い、チェス」という章を見ることができる。チェスは、予測や占いと多くのつながりを持っており、そして、明らかに、古代中国王朝では、チェスがインドに渡り今日知られている「軍隊」ゲームとなる以前に、その駒を占い師がその位置を解釈した盤の上に投げることが多くあり、そして、いろいろな未来の出来事が予測された。一つの特別な形式においては、チェスの駒は、天然磁石で作られ、互いにくっつくようになっていた。

そこで、チェスは、戦略や戦術の戦闘ゲームとして始められたわけではなく、予測への関心と未来の予言のため、占い師の助けとして始められた。ほかの関係が、ロナンとニーダムによって示唆されている。

私たちは、ここで、すべての中国のゲームや占いの技術の歴史に乗り出すことはできないが、しかし、初期の頃から物を投げることは、ゲームだけではなく、占いの対象にもなっていた。最も初期の一つは、「投げ壷」であり、そこでは、矢が壷の中に投げ入れられた。・・・圧縮してサイコロにしたり、伸ばして開いたりして一方でドミノに他方でカードにするには、その矢の上の印か数だけが必要であった(p. 55)。

確率ゲームや賭け事ゲームは、知っているように、世界中で人を引き付けており、そして、賭け事は、富を得ることだけに関係しているわけではない。それは、未来を予測することに非常に関係しており、最古の応用科学的な冒険である、占星術と広範囲に概念的なつながりがある。もちろん、賭け事の機械でお金を失うことに忙しそうに従事している人が数学的理解を伸ばしていると言う積もりはない。実際、適切な数学的理解の一つの尺度は、そのような「実りのない」追求に従事することをいやがることであろう。しかしながら、賭け事は、どんな理由であろうとも、もう一つの文化的に広がった遊びの形式である、そして、いつもというわけではないが、普通は、もっぱら大人が行うものである。生活の「上り下り」のモデル化は、確率のゲームに明らかであり、危険を冒すという考えと同じである。すべてのゲームにあるように、この危険を冒すということは、ある程度は競技者を保護することができる、保護され規則に縛られた小世界の中にあり、そして、また、「ゲームをすること」によって競技者が、生活の苛酷な現実から遠く離れて、予言

や推測や見積りや推量や機知の技能を訓練することをいかにしてできるかが分かる。実生活で損をすることは、考えるに値しないし、また、「賭けるに値しない」が、ゲームは、いつでも、し直すことができる、そこで、次に何が起きるかを誰が知っているというのか。

遊ぶことのほかのもう一つの面は、ここで考えるに値し、そして、それは、一人だけで遊ぶゲーム、「一人」ゲームと呼ぶものの数学的発展の価値である。私は、これまで議論を限定して来なかったが、本節では、これまで、あたかも遊ぶことは、2人以上の人々が必要な全く社会的現象かのように読まれてきたかもしれない。それは意図することではなかったが、しかし、論点をはっきりとするために、「一人の」場合を特に考えてみよう。多くのあやとりが、いくつかの盤面ゲームや賭け事ゲームと同様に、この範疇に入ってくるということが分かる。

この側面のよい例は、魔方陣、すなわち、ある規則に従う数のパターンである。これらは、非常に古いだけではなく、非常に行き渡っている。すなわち、下の図3にある魔方陣は、中国語やヘブライ語やアラビア語やインド語の文書に見られる。

2	7	6
9	5	1
4	3	8

図3

数でこのように遊ぶことの喜びや満足は、興味ある数学的発展のための原動力になることを、たやすく見ることができる。同様に、図形や測定や位置を定めることで「遊ぶこと」は、どんな構造によってそれらの考えが一緒に合わされるのかが分かるために、探求的な数学的活動のすべての性質を満足に持っている。

文化的展望からのゲームや遊ぶことの教育に対する関連性について書かれたものがいかに少ないかを学んだことは、私にとっては一般的な驚きであった。実際、この欠如を確認した『ゲームとスポーツ：文化間心理学で欠けている事柄』(ホプキンズ、ウーバー、1973) という標題の論文に出会って、少々失望した。遊ぶことが数学的発展にとって非常に重要な活動であるという、今となっては読者も疑いをもっていないであろう。そこで、それゆえに、私は、人類学的・文化間的データベースが、文化的成長のためのこの普遍的な活動の意義を教育的に利用することができるようにするために、満たされることを望む。

2.8 説明すること

第6番目で最後の「普遍的な」活動は、私が「説明すること」と呼ぶものであり、しかも、環境を単に経験するということに関連した水準よりも上に人間の知覚を高めるのがこの活動である。それは、ほかの活動から出てくる実際の抽象化や形式化それ自身に焦点を合わせている。そして、それらのほかの活動は、「いくつ」、「どこ」、「そのくらい」、「なに」、「どうやれば」という比較的簡単な質問に答えることに関連しているが、説明することは、「なぜ」という複雑な質問に答えることに関連している。

説明することは、現象と「説明的な理論の探求」の間の関係を明らかにする活動であり、その探求とは、ホートン (1967) が「基本的には、外見上の多様性の背後にある統一性、外見上の無秩序の背後にある秩序、外見上の無規則性の背後にある規則性、の探求」(p. 209) であると述べているようなものである。または、ベイトソン (1972) が言っているように、その探求は「関連したパターン」のためのものである。

最も重要な説明的な関係は、類似性に関連している。多分私たちが「同一性」や類似性を求めるのは、よく知っている物への安心感からであろう。そして、言葉は、もちろん、基礎的な「類似性の表現」である。「鳥」、「石」、「幸せな」、「走る」は、類似な現象の類を表現する語であり、そして、説明することは、その意味で、言葉と同様に普遍的である。

ある物に単にラベルを貼ることは、説明することと呼ぶにはほとんど値しないと思われるかもしれないが、しかし、次の二・三の非数学的な例が役立つであろう。すなわち、「プロフットボー

ル選手は芸人である」、「教師は警察官である」、「宗教は大衆のアヘンである」など。これらの文章のすべてが、異なる現象の間の関係を作り上げ、したがって、それらの現象の側面を説明することととなる。確かに、それらの説明は、短く、あまり洗練されていなく、そして、読者の経験や経験を想像する能力に非常に依存している。(あなたは、決してアヘンを吸ったことはないでろうが、その意味は知っており、その説明は、直接の経験はなくとも同じ様に意味がある！）そこで、説明することの初等的な水準では、言語の、名詞、形容詞、動詞、副詞と、これらを結び付ける文章が、「外見上の多様性の背後にある統一性」の探求において助けとなる。

しかし、分類することは普遍的な活動ではあるが、得られた分類は普遍的ではない。言語は多様なので、分類も多様になる。まず、語の構造が異なる。例えば、ハリス（1980）は、話し手に関係して活動の方向を示す、ワールピリ（アボリジニーの言語）の動詞を次のように引用している。

parukami　　ー　走っている
parukamirni ー　話し手に向かって走っている
parukamirra ー　話し手から遠ざかって走っている
parakamimpa ー　話し手とすれ違って走っている

さらに、分類の構造が異なる。ランシー（1983）は、分類体系についてパプアニューギニアで行った大規模な研究を報告して、そして、分類の広範囲の型や水準を明らかにした。ランシーは、「原初的な」言葉がより一般的な概念の下位に置かれ、また、それがさらに一般的な概念の下位に置かれるという、「西欧」文化で標準的な形式である階層的分類法の考えについて、その本の1つの章で焦点を当てている。このことによって、科学や数学でよく知られているような階層的分類法の典型的な「樹形表現」が作り出された。(図4)

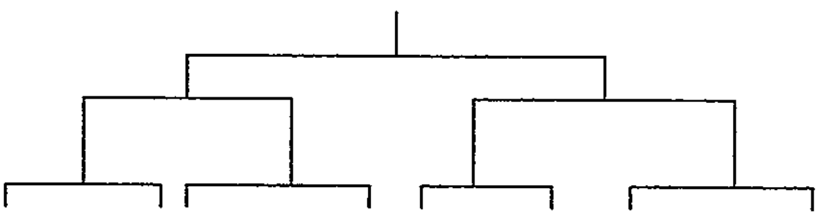


図4

ランシーは、分類法は普遍的な現象かどうかを論じ、そして、「階層的分類法は、複雑な社会では疑い無く重要であるが、それは、人間のために情報を表現し処理するための唯一のまたは優先的な形態ではない。ちょうど、社会が量化をするに従い、階層化をすることができるし、また、すると思われる」(p.115）と言っている。ランシーは、この推測を支持するために、ほかの種類の分類例を挙げている。例えば、ランシーは、話し手が「階層的分類法の上や下よりも、関係を横切って動く」ことを許容する「棟分類」と呼ぶものを見いだした。(図5)

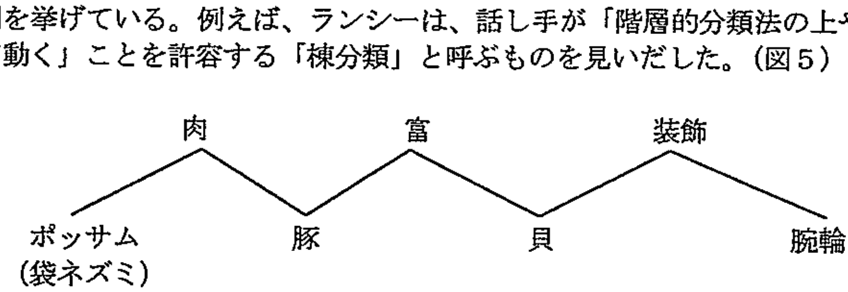


図5

これは、ランシーが階層的分類化よりも「一組化」と好んで呼ぶものに発展する。すなわち、「空と大地、太陽と月、夜と昼」。

分類が異なることのほかの例として、フィルプ（1973）は、メルパの人々に関する生き生きとした例示を含むケリーからの個人的な話しをあげている。

「例えば、「武器」...人や動物を殺すために特別にデザインされた物(例えば、弓矢、槍)」。「石」は、たとえ誰かの頭を割るために使われても、「武器」にはなりえない。(それは、ハーゲンでは

殺人のもっともありふれた道具である)。石は、石である。」(p. 173)

ピンクストンは、ナバホ族の空間の概念を論じて、ナバホ族の分類体系に触れて、次のように言っている。

西欧の空間概念化に見られたような、きちっと規則正しく階層化された構造や展開に比較して、ナバホ族の空間は、少なくとも3つの等しく重要な「基本的な」観念に基礎づけられているようである。... それらのいずれも、西欧の観念の意味では、実際に「原初的」ではない。それらは、明らかにそれら自身で混合しており、そして、それらを構成要素として空間観念をもっており、それら自身を共同決定している。したがって、それらは循環的になっている。

ほかの文化の分類の仕方を理解しようともがいている、ランシー、フィルップ、ケリー、ピンクストンのような研究者を見るのは興味深く、そして、いかにして基礎的な分類が、ある文化の知識になるかを、多分われわれに示してくれるであろう。それは、他の5つの活動とともに、ある文化はほかの文化から用語や観念(新しいゲーム、新しい数の言葉、新しいデザイン)を「借りて」採用することができるが、一方、考えや現象が一つの文化の知識の中で結び付けられ関係つけられる仕方は、もっとずっと変化に抵抗するという事実を反映している。新しい考えは、比較的簡単にある文化の枠組みの中に「消化される」ことができるが、分類ぼ文化の体系を「調節すること」は、文化の発展において、非常にまれにしか起こらないであろう。

この点は、私たちがもっと複雑な説明の形式を考えるときに、さらに確かなものとなる。これまで、私たちは分類だけを論じてきた、それは基礎的で普遍的ではあるが、それは単純な種類の説明を表現するだけである。ダイナミックな現象や、生活の過程や、物事の盛衰を説明することはどうなのだろうか。

ここで、基礎的で普遍的な表現は、「物語り」である。どの文化にも、その物語り、その民話、その語り手があり、そして、「昔...」という句は、たとえ、実際の語が異なっていても、どこでも知られている。もちろん、物語りは、説明することよりももっと多くの理由で、文化で使われている。物語りは、強力な社会的機能をもっており、一つの文化の歴史的な「接着剤」となり、そして、特に、口承文化にとっては、文化の知恵と知識との蓄積を表現する。物語りは、「民話」となり、そして、民族学的文献にきちんと記録される(例えば、バンシナ、1985を見よ)。

物語りを話すことも、また、面白いゲームのような場面になり、そして、その文脈にある物語りは誇張されることが多く、または、奇怪なものにさえなったり、そして、話し手と聞き手が空想をすることに没頭する機会を与えてくれる。物語りは、道徳的になることもあるし、そして、ある「メッセージ」を持つこともある。そして、これらの物語りの話し手は、崇められるようになり、そして、「賢者」、「年寄り」、「判断者」、「哲人」として特に特権を与えられることさえある。

もちろん、その時間の幅はもっと長くなることもあり、その物語りは歴史になる。「昔...」は、「始めに...」になる。遠い昔の出来事は、神秘の中に覆い隠され、そして、神秘主義、神話、伝説、宗教的信念の発展は、どこでも見いだすことができる。物語りはまた、予言的であり、そして、例えば、夢解釈が、説明することの高度に洗練された形式として、発展し得る。夢解釈者は、文化の中で非常に重要な人間となることがあり、特に、これらの解釈が予言的になることにも意図されているからである。

そこで、「物語り」は、普遍的な現象となる。そして、数学的考えを発展させるという観点から、一つの興味ある側面は、豊かで多様な方法で話を結び付ける言語の力である。研究用語で言えば、命題が結合される、あるいは、反対のものにされる、拡張される、限定される、例示される、洗練されるなどが可能になる言語の「論理的連結語」に多くの注意が払われている。

インド・ヨーロッパ言語には、これらの論理的連結語が豊富にあり、そして、英語については、ガードナー(1977)が決定的な研究を行った。ガードナーは、800の異なる連結語の理解を調べるために1000の調査項目をなんとか作成した。ストリベン(1972)もまた、表Ⅱのように、英語の中に多くのほかの種類の論理的・文法的語があることを示している。

表Ⅱ　論理的・文法的用語のいくつかの類

注:これらの領域は「概念的」なものである。これらは、重要性の順に表されている訳ではない。領域と表は、網羅的ではない。

考えの結合と論理的系列
そして、また、そのうえに、なお、さらに、同時に、ゆえに、もまた；
とは別に、と同様に、に加えて
言い替えと同格
ような、同様に；
あたかも、同じ方法で、同じような仕方で
因果関係
したがって、ので、なぜならば、結果として、それゆえ、一度（何かが起こった)、
だから、それゆえに、まで、いつでも；
する限り、の結果として、によって、によって、の目的のために、するために、となる、
の理由で、のために；
必要十分条件
反対または対照
あるいは、だが、しかし、もし、しかしながら、それでも、それにもかかわらず、
さもなければ、一方、まだ；
たとえ～でも、にもかかわらず、にかかわりなく、一方で；
必要だが十分ではない条件
限定
除いて、不可能な、ときには、ただ、ささいな、不確かな、もし～でなければ；
のときだけ、のときそのときだけ、したときだけ
仮説
結論づける、確かめる、考える、演繹する、想像する、推論する、無効にする、
拒否する、仮定する、理論的に、正当化する；
原則として、の通り、のようである
探求
どのくらい大きい、どのくらい長い、どのくらい多いなど；
何、いつ、どれ、だれ、なぜ、いかに、どんな目的で、なんのため、どの程度

明らかに、英語は、表現の豊富さによって、他のインド・ヨーロッパ群のと同様に、論理や複雑な命題を作ることやそれらの連鎖を作ることに、とても取り憑かれている。さらに、ブリッジマン（1958）が言っているように、「あたかも、私たちが知っているように、形式論理は、ある種の文法的特徴をもったインド・ヨーロッパ言語群の属性であると見なし始めている。」

しかしながら、ここで注意が払わなければならない。以前論じられた階層的分類法のように、すべての言語が形式論理とのこの関係を分かち持たなければならないと仮定する理由は何もない。そこで、ブリッジマンの言葉の鍵となる句は、「私たちが知っているように」である。ほかの言語群からのほかの言語が、「かれらが知っているように」自分の論理があって、それら自身の文法的特徴を持っているということもある。

例えば、ゲイとコールは、「西欧的」な見方でクペル族の言語を見て、そして、否定、合接、離接、含意、同値に焦点を当てた。かれらは、クペル族がこれらのすべてを表現できることを見いだし、さらに、離接を表現するよりよい、より正確な方法でもってできることを見いだした。英語では、「または」という語は、包含的と除外的の両者の意味を持っており、言語間のこの差異は、離接に関する実験テストにおいて、クペル族の被験者がアメリカの被験者よりもよくできるという結果を生じた。

そこで、話を結び付ける言語の力は、説明の重要な特徴である。もう一つのものは、説明的な力の究極の源泉と呼んでもよいものである。例として、このクペル族の場面を考えることで始めよう。

一人のクペル族の短大生は、次のすべての文を受け入れた。(1)聖書は文字通り真であり、したがって、すべての生物は創世記に述べられている６日間で創られた。(2)聖書はほかの本と同様な１冊の本であり、比較的原初的な人々によって長期間にわたって書かれたものであり、矛盾や間違いを含んでいる。(3)すべての生物は、原始物体から何億年もかかって徐々に進化してきた。(4)近くの村にある「精霊」の木は切り倒され、まとめて戻され、そして、自分で戻り。そして、１

日で再び元の大きさに成長した。彼は、これらの文を、原理主義者の牧師、短大の聖書コース、動物学コース、いまだに普及している精霊信仰文化、から学んだ。彼はすべてを受け入れた。なぜならば、すべてが彼が尊敬しなければならないと感じている権威によって認められていたからである。(ゲイとコール、1967、p.35)

バンシナ (1985) が「口承文化」と呼ぶ状況は、クペル族の文化のように、「歴史的因果関係についてより単純な観念を持つ傾向があり、それは、ゆるやかな変化は全く否定するものである。彼らは、機関や技術を、現在あるような完全な存在になった単一の現象と見なしがちである。...そこで、歴史は、多かれ少なかれ、文化の英雄の系列となる」(p.131)。それらの文章がやや言い過ぎている (perjorative) にもかかわらず、そのような口承文化では、人々は明らかに権威者として高度に重要であるということを理解するのはたやすい。

原理主義的なイスラム教徒にとっては、コーランが説明のための究極の参考源である。ラーマン (1981) が説明するように、「数学研究の源泉は、他の科学と同様に、イスラムでは、タウイッドの概念、すなわち、神の唯一性である。神は1つである。したがって、数列の中で数1は、その源泉の最も直接的で、最も理解できる記号である。そして、数列それ自身は、人が複雑な世界からその唯一のものに上る階段である。」(p.79)

ストーンサークルやその他の新石器時代の人工遺物の説明をしようと試みて、クリッチロウ (1979) は、その根源として古代のシャーマニズムに向かった。クリッチロウが言うように、「シャーマニズムは、古い宗教の生き残っている形として述べられている。それは、シベリア、南北アメリカ、インドネシア、太平洋諸島のように遠く離れて研究されている。...しかしながら、西欧の観察者にとっては、神懸かりの分析と理解は難しかったし、難しい。厳密に決定されているとして目立つものは、それらの宇宙論の基本的な構造である。特に、展望や環境にしたがって、7か9が与えられている「天国」の数においてである」(p.51)。そこで、彼は、これらの数の重要性と、新石器時代のストーンサークルについてもっと理解するための宇宙論の探求へと進んでいる。

古代の中国人にとっては、異なった説明の源泉が普及していた。ロナン (1981) は次のように言う。「創造神の考えを信じることはなかった。そして、それゆえに、最高の立法者の考えを信じることはなかった。これは、全宇宙は有機的で自己充足な体系であるという確信と結び付いて、すべてを包含する秩序の概念に導いた。その秩序においては、法のための余地はなく、したがって、理論的な数学を世俗的な範囲で応用することが有益であろうという規則正しさがほとんどない」(p.62)。

説明のほかの重要な体系の一つは、占星術によって与えられた、そして、与えられている。天文学研究のこの実際的な応用は、ほかの説明体系と競って、千年間にわたって、人気と不人気の両者を享受してきた。しかし、メソポタミアから中国へ、メキシコからインドへ、すべての大陸において、占星術的予測に強い関心があった、そして、今でもある。

それは、科学の最初の応用と考えることができるかもしれないし、数学の発展に深い影響を与えてきた。それは、計算、予測、暦法の創造、パターンの探求、現象のコントロールの願望、を刺激した。数秘術と風水術の関係は、深く、そして、軽々しく捨て去ることはできない。数学は、科学ではない、そして、その真は実験的に確証できるものとして理解されてはならない。その見方は、現象の解釈の限られた範囲だけしか、私たちに提供しない。

次章で見るように、支配的な世界観またはイデオロギーは、どの文化でも究極的に受け入れられる説明に深い影響を与えており、そして、文化間の展望によって、ほかの文化の説明についてできるだけ開かれた心にしておくことが必要であるということを認識させられる。バンシナ (1985) は、再び、多くの文化において、真理とは、内容として忠実に反復されているものであり、そして、祖先によって真であると証明されたものである。しかし、ときには、真理には、xとyが実際に起こるという考えが含まれないときがある。トロブリアンド島の人々 (パプアニューギニア) が、自然法則についての自分たちの日常の考えに反する主張を聞いたとき、彼らの祖先の言葉が、真でも、光景の中に見られる出来事の跡によって裏付けられるべきなのである。さもなければ、伝統は真であるが、事実ではない。そして、さらに、ある階層社会では、真理と階級の間に関係があるように思える。話し手の階級が高ければ高いほど、たとえ、彼が過去について話したとしても、彼が言っていることは真になる (p.130)。

私たちは、いかにして「より真である」という語と折り合うことができるのか。

もう一度、それは、関心をもっている文化間の差異であり、それは、単純な文化的優越性を示すためではなく、むしろ、類似性に敏感になるためである。この場合、文化的、社会的発展一般のために、そして、特に数学的発展のために、明らかに普遍的であると見ることができるのは「説明すること」である。

すべての文化が、それらの言語を構造化し、すべてが分類し、すべてが説明的な物語を持っており、すべてが話を通して考えを関係付ける方法を持っており、そして、すべてが説明を正当化するためのなんらかの究極的な源泉を持っている。説明することは、言語と同様に普遍的であり、そして、数学的発展において明らかに決定的なものである。

2.9 「普遍」から「特殊」へ

これまでの6つの節の私の目的には、2つの側面があった。第1に、利用できる文化間の証拠の助けを借りて、これらの6つの活動は「普遍的」であるという仮説を探求することであり、そして、第2に、それらの活動は、文化の数学的側面の発展にとって重要な活動であり、また、重要な活動であったということを論じることであった。

この点で、「普遍的」という言葉について読者に注意をしておかなければならない。私は、人類学に興味を持っている数学教育者にとってはよい表題である「諸文化の共通分母」というマードック（1945）の論文で、この考えに初めて出会った。この論文では、マードックは、種々の「文化的普遍」をあげた。次のものは私たちにも興味があろう。

カレンダー、宇宙論、装飾芸術、夢解釈、教育、倫理、ゲーム、ジェスチャー、　相続規則、冗談、血族用語、言語、法律、数詞、道具製作、商売

このような一覧表は、前節での私の推論のいくつかを支持している。もちろん、しかし、そのような活動が実際に普遍的かどうかを立証するものではない。

また、ここでは「もっともらしさ」が妥当な規準であることを望む。それで、これらの6つの活動が普遍的であるということは、少なくとももっともらしいと論じることができる。しかしながら、文化の中にこれらの要素をもっていない離れた社会がどこかに存在するかもしれないということは納得できる。実際、デニー（1986）は、オジブウェイ族やイヌイット族のような狩猟者は、数学的思考の必要性がないと論じている。しかしながら、このことが私たちの目的にとって、これらの活動が広範囲に広がっており、しかも、文化の重要な特徴であるという考えの価値を下げるものではない。多分、もっと安全な言い方は、いずれにせよ、「文化中心的普遍」というものであろう。すなわち、私たちの文化中心的立場からの普遍である。というのは、私たちは、「数えること」などの現象を述べているのだから。そこで、これによって、決して現象の普遍性を立証することはできないことは明らかであり、単に、ある点で類似な非常に広範囲なものの集まりを述べることを選んでいるだけである。意味のこの文脈内において、理解されるように、私がちょうど述べている6つの活動を特徴づけるために「普遍」という言葉を使い続けるであろう。

もし、それらが、普遍的であるならば、そして、もし、それらが文化の数学的側面にとって意味がある活動であるということを上手に論じることができたならば、そこで、その系は、すべての文化は数学を発展させるということにならねばならない。すなわち、数学は汎文化的活動である。

さらに、「数学」は文化的歴史のある時点で始まったと論じることは決してできない。むしろ、今では、数学の記号的技術は、これらの6つの活動が別々にそして相互的に行われた結果として、すべての文化ですべての社会で連続的に発展してきていると見ることができる。

この見方からすると、一つの数学はない。事実、英語では、そしてあるほかの言語でもそうであるが、「mathematics」という言葉が複数形であるのは、多分ぴったりする。明らかに、異なる数学があり、私たちは、異なる数や数え方、異なる位置用語、異なる単位、異なるデザインや技術、異なるゲーム、異なる説明法、の多くの証拠を見てきている。私たちは、ほんの少しあげるだけでも、中国数学、ギリシャ数学、ローマ数学、アフリカ数学、イスラム数学、インド数学、新石器時代数学、を読んで知ることができる（例えば、ロナン、1986、ロナン、1983、ナスー、1976、ヒーツ、1921、クリッチロウ、1979、ザスラフスキー、1973 を参照）。

しかし、確かに、私は懐疑的な注意を聞く。私たちが「*数学*」（訳注：原著では、mathematics と Mathematics を使い分けているので、ここでは、前者を数学、後者を太字の斜体で表して*数学*とする）と呼ぶこの種の統合された学問はあるのかと。世界中どこでも、負かける負は正であり、

どこで書かれた三角形でもすべて内角の和は大体 180 度なのかと。不幸にして、この種の議論は、*数学*の「真理の普遍性」をその文化的基盤と混同させている。これらのような*数学*の真理は、地理的文脈にはかかわらず成り立つが、それらの真理の文化的根源を否定するものではない。なぜ、負の数と正の数があるのか。なぜ、180 度であって、200 度ではないのか。

私たちすべてが認めるようになった「*数学*」という学問の存在をいかにして説明できるであろうか。

さて、これまで、私たちは、文化や文化的グループを別々の孤立した実体として考えて来ており、文化接触や、実際に、文化衝突を無視してきた。数学を文化的現象として理解するために、「西欧」文化によって比較的汚染されていない人々のグループを含むいくつかの研究を見る必要があるのは、偶然ではない。これらは、「ほかの」文化が、ある場合にはそれらを消そうと大規模に試みているにもかかわらず、栄え続けているという状況である。文化接触や文化衝突は、文化的多様性を大いに減少させてしまい、そして、パプアニューギニアはそのよい例である。その国の内部は、今世紀までは比較的接触はなかった。その結果として、人類学者が 750 を越える異なる言葉があることを発見し、そして、既に指摘したように、ラエにある工科大学のリーンは今では 500 を越える異なる数え方を記録している。しかし、すでに、リーンは、これらの数え方は、人々が西欧文化に適応するにしたがい、滅んでいったことを知っている。文化衝突の２・３世代で、パプアニューギニアの豊かな文化的多様性は、なくなってしまったようである。衝突の３つの「武器」、商売、宗教、教育は、それらがほかの国々でも示したように、ほとんど確かに、抵抗しがたいことは分かるであろう。幸いにも、このことが起こる前に、その多様性は記録され、そして、このことによって、私たちは、類似性と同様に、ある種の差異を認識することができる。

したがって、文化接触は、ある文化が事実上他の文化を消してしまうことができるという、否定的な意味を持っている。つまり、ある文化は、他の文化を支配することができ、また、支配している。この過程の詳細は、ここでは分析しないが、明らかに上の３つの「武器」が、第４の武器、「戦争」とともにこの過程に含まれている。そして、戦争によって、確かに人類の歴史で多くの文化抹殺が起こった。

しかしながら、文化接触を全く否定的な現象として考えるのはよくないであろう。その過程がどのようなものからなっていようとも、文化接触はまた、文化の成長を刺激してきている。本書のような特別な見方からすると、（知っているような国際化された学問としての）*数学*の成長は、文化内と文化間での発展の結果である。（ここでは大文字Mで示そうとしているように）*数学*は、確かに、一つの文化の産物でもなく、また、一つの文化的グループの活動の結果でもない。それは、クラインやワイルダーなどの著者が記録しようと試みて来たように、実際に多文化的過去を持っている。したがって、*数学*は、異なる文化が発展させてきたすべての数学の単なる部分集合ではなく、私たちが今日知っているような特別な形式に到達するまでに、いくつかの文化的グループによって養われてきた知識発展の一つの特別な筋道なのである。

*数学*の記号化や概念は、ある特別な方法で発展し成長してきたが、しかし、６つの活動はいまだ認めることができる。数えること、位置を定めること、測定することは、今でも、科学、工学、製造業、商売、農業、戦争などの、基盤である。数や数体系は、より複雑になった。すなわち、すべての可能な数体系や代数体系の分析とともに、無限大、無限小、無限分解可能、数系、ベクトルや行列のような新しい「数」、これらのすべてでの演算。位置を定めることは、私たちの幾何の多くを与えている。すなわち、線と角、軸、座標、直角座標と極座標、グラフ、グラフ理論など。

測定することは、いつでも、科学による数学利用の中心である。一層の正確さ、極端に大きな現象、極端に小さな現象、測定方法や測定理論の発展、近似、見積り、大きな数を扱う確率的・統計的手段など。デザインは今でも技術的発展の中心である。幾何的図形だけではなく、交通の流れからスペースシャトルやコンピュータシステムまでのすべてをデザインすることも。技術的に発達した社会のほとんどの環境は、今では、デザインされ、作られている。森林地や湖のような自然環境でさえ、一層デザインの要求にさらされるようになってきている。

ほかの２つの活動は、とても重要であり、重要であり続ける。遊ぶことは、事実、もっとも真面目な仕事であり、それには、実験的目的のためだけではなく教育的目的のためにも、実物の模型を作るというゲームが含まれる。現在生活の多くは、ゲーム理論家によって分析されており、「ゲーム」の考えは、社会的関係の理解に基礎的である。遊ぶことは、今でも、面白い、もちろ

ん。

最後に、説明することは、非常に洗練され精巧な活動である。私はすでに、説明の論理への執念を示すガードナーの研究に触れた。それは、証明をもってその頂点に達するものであり、*数学*の説明の古典的な形式である。証明は、適当な論理的連結語によって結び付けられた一連の陳述を与えることによって、「なぜそうなの」という型の質問に説明する。*数学*は、また、もちろん、その記号体系の外にある現象のためにモデルや概念的構造を与えることによっても説明する。*数学*は発達し、実際、説明の非常に特別で強力な手段となっている。

さらに、この*数学*の発展の道筋は、ますます技術中心となっているとして特徴づけられる社会によって跡をたどることができる。その歴史的記録と人類学的記録は、両方とも、その結論を指し示す。その物語りは、環境をもっと支配しようとするために技術を創造してきた人類と、環境の一部となりそれによってさらに技術を発明し創造することが必要となる技術、との間の連続的な相互作用である。これは、道具や工芸品や用具などの物的技術だけにあてはまるのではなく、同様に、言語や数学のような記号的技術にもあてはまる。言語と数学の両者は、「内的」発展と読んでもよいものによってだけではなく、自然的、社会的の両方の、外的環境からの圧力によっても、連続的に発展している。

*数学*と、増大し続ける技術的環境とのつながりは、明らかである。マーシャル・ストーンが言うように、「数学の教育は、私たちの創造する時代の目的地である技術的社会の真の基礎として、より一層明白に認識されてきている」(18 頁)。「物的環境からの要求」という（第１章からの）ステンハウスの見方もまた、ここに関係している。今日の現代社会においては、物的環境が、ますます、作られた人工的なものになっている。ランシー（1983）は、「人間が製作した工芸品の多様性が、自然の多様性と等しくなり、そして、しのぎ始めたのは、比較的最近のことである」と指摘している（202 頁)。これは、ほとんど当然に、都市住民にとっては真であるが、しかし、農業や環境一般への人間の技術的アプローチによって、田舎の住民にとってもまた徐々に真となりつつある。確かに、現代世界の多くの子どもにとっては、環境は、本質的に、自然よりも人工のものであろう。この人工の環境の影響は、現在存在し、そして、人に作られた多くの多様な社会的制度を考慮に入れるとき、さらに大きくなる。

もちろん、現在は、さらにもう一つの現象、コンピュータ、をその環境に加える必要がある。数学と数学者の産物である、この至る所にある機械は、今は、私たちの多くの物的、社会的制度に入り込み、影響を与えている。私たちは、情報技術時代に生きており、*数学*は、コンピュータによって、私たちの存在のより多くの側面を支配するようになっている。コンピュータは、私たちが私たちの環境のより多くを同時に支配することを可能にする一方で、私たちの活動をも一段と支配する。

この技術は、ホワイトならば言うと思われるように、私たちの哲学やイデオロギーにもますます影響を与えている（ワイゼンバウム、1976 参照)。そして、私たちの社会的制度にも深い影響を与えている。これらの影響の多くは、恵み深いもの（精神的・身体的な障害をもった若人のコミュニケーション能力を改善するというようなもの）であるが、しかし、潜在的な危険性も感じられているものもある（市民のデータバンクなど)。脳のコンピュータによる類比は、認知研究や思考のイメージに強い影響を及ぼしている。そして、情報の蓄積、検索、分析は、これまで想像できなかった問題への解答の可能性を与えている。

新しい技術は、さらに、数学のための強力な推進力となっている。「現在の社会では、技術は、直接的には、数学的取り扱いが可能な技術的問題を専門家に提起することによって、また、間接的には、物理学、化学、その他の自然科学を通して、数学の発展に影響を与えている」（ストルイク、1963)。同様に重要なのは、アルゴリズム的方法への関心が大きくなっていることである。

もう一度、ホワイトの文化の進化へのアプローチと分析が、非常に適切であるということを見ておこう。なぜならば、ホワイトは、私たちの文化の「数学的技術」の進化において環境の重要性をはっきりと私たちに指摘しているからである。私たちの環境がより複雑になるにしたがい、この文化は、それを扱うための方法を開発することによって対応する。もちろん、さらに「方法」を開発すると、そこで、それらは「環境」に包含されるようになり、文化発展の過程が続く。

2.10 要約

私は、６つの鍵となる「普遍的な」活動は、文化において、数学の発展のための基礎となると

いうことを述べてきた。また、すべての文化は、その環境の「要求」に応じて、これらの活動を通して経験されるように、必然的にそれ自身の数学の記号技術を発展させてきているということも示してきた。しかしながら、ある文化の中での発展や異なる文化の相互作用や衝突の結果として、そこで、発展の特別なしかも跡を辿ることが可能な一つの道筋が出現している。これによって、私たちが今日国際化された学問として知っている*数学*、すなわち、文化の中の数学の非常に強力な変形、が作られている。この*数学*の発展の中の主要な筋は、ますます大きくなっている技術中心の環境からきている。それは、私たちのほとんどが、一層デザインされ、ますます技術的発展に依存する社会に今日住んでいるということを意味する。実際、現代工業化社会を、*数学*技術社会に基盤を置いたものとして考えることができよう。

したがって、もう一つ明らかになって来ていることは、ある種の記号的技術となることと同様に、*数学*もまた、ある種の価値の運搬者であり産物であるということである。*数学*を特別な記号技術としてだけ単に理解しようとするならば、そのほんの一部だけを理解したにすぎなく、そして、それは、多分、実際、教育にとって、また、私たちの未来にとって、最も重要ではない部分なのである。そこで、私たちにとって*数学*の価値が数学教育においてどのような意味を持つのかを見るために、その分析に向かうことにしよう。

Ⅵ. 算数・数学科における総合的な学習の授業の概要

ここでは、これまでに研究会で討議されてきた授業記録及び授業案を簡潔にまとめて一括して挙げておく。それぞれの詳しい記録等は次の報告書に掲載されている。

『数学と社会的文脈との関係に関する研究』国立教育研究所科研報告書. 1997.
『算数・数学科における総合的な学習の試み(1)』国立教育研究所科研報告書. 1998.
『算数・数学科における総合的な学習の試み(2)』国立教育研究所科研報告書. 1999.
『算数・数学科における総合的な学習』国立教育研究所科研報告書. 2000. ［本書］

授業についてまとめる際の項目は、次の通りである。

０. 枠囲いの中
　授業の導入時の問題や問題場面を述べたものである。
１. 育てたいこと
　指導目標を、主として、個人的価値、社会的価値の側面から述べたものである。
２. 数学の内容
　指導内容を、数学の立場から述べたものである。
３. 数学的活動
　学習の中で子どもが行うと思われる活動を数学的な面から述べたものである。
４. 使用する教材・教具
　指導・学習の中で必要な教材・教具を述べたものである。
５. 授業の流れ
　授業の主な流れを述べたものである。
６. 授業の構成で重要な点
　授業について重要な点や配慮事項を述べたものである。
７. 今後の発展
　この授業から考えられる発展の方向を述べたものである。

まわり将棋であそんだよ

―――小学校　1年―――

佐々木　悟（所沢市立泉小学校）

まわり将棋で遊んだときの数の出方を思い出してみよう。

1，育てたいこと

○筋道を立てて考えること。　○数に対する感覚の豊かさ。

2，数学の内容

○２位数の構成に着目した数の合成・分解。

3，数学的活動

○数の構成に着目すること。　○数の合成・分解をすること。

○与えられた条件と数の構成を関連させること。

4，使用する教材・教具

将棋セット（グループ数）、将棋盤（グループ数）、学習プリント（児童数）、数ブロック（個別支援用）

ルール―

- ○「金」の表が出た数だけ進める。
- ○４枚とも表の場合は、４進み、もう１度、「金」を投げることができる。
- ○４枚とも裏の場合は、０として、もう１度、「金」を投げることができる。
- ○横に立った場合は、５進める。
- ○縦に立った場合は、１０進める。

5，授業の流れ

① 事前にまわり将棋を経験させ、その中から、児童が出した数（２位数）を取り上げ、全体で「金」がどのようになったのかを考える。

② 各自が、①の活動をもとに、取り上げた数や自分が出した数、自分が出したい数などの「金」の出方を考える。

③ ②で調べた数やその出方を発表する。（４枚の「金」では、できない数があることにも気づく。）

6，授業の構成で重要な点

事前に、４人１グループで、１時間、まわり将棋を経験する（本研究実践では、生活科の学習と関連させて計画した）。その活動の中で、投げた「金」の様子の読み取りなどで工夫していることなどをとらえておく。そして、本時では、まわり将棋と算数の学習が結びついていることを知り、無意識のうちに算数を使っていたことに気づかせる。

7，今後の発展

「金」の数を５枚や６枚にし、より数の構成に近づけること。

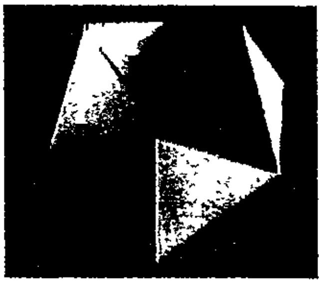
「金」が４枚でどのような数ができるかを考えること（場合の数）。

回転リングをつくろう！

－小学校４年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

このようにくるくる回転する「回転リング」をつくってみよう！



１．育てたいこと

既習の図形の性質を利用すること。算数に対して親しみを持つこと。

２．数学の内容

平行な直線、立体図形、展開図

３．数学的活動

与えられた展開図から平行な直線を見い出すこと。平行な直線の性質を利用して展開図をかくこと。立体を回転させたとき同じ面になる三角形を展開図上で見つけ、絵や模様をつけること。

４．使用する教材・教具

色画用紙、のり、はさみ

５．授業の流れ

①回転リングを見せ、興味を持たせる。

②展開図を黒板に提示し、同じものをかくように指示する。このとき、子どもに、３種類の画用紙（６．参照）から、ひとつを選ばせる。

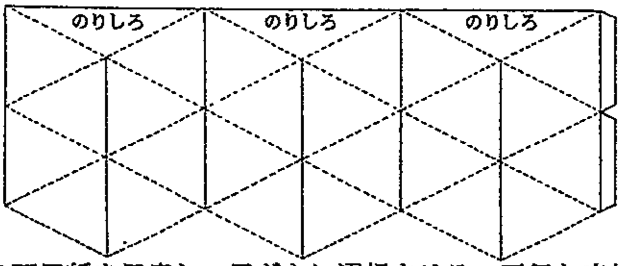
③グループ学習の形態で、展開図をかく。

④完成した立体を観察させたり、仮り組み立てをさせて、立体を回転させたときに同じ面になる三角形を展開図上で見つけさせる。

⑤立体を回転させたとき同じ面になる三角形を意識して、絵や模様をつける。

６．授業の構成で重要な点

小学校４年生に、下の展開図を提示し、白紙の状態からかかせることは難しい。



そこで、次の①～③の画用紙を用意し、子どもに選択させる。平行な直線を引くとよいことについては、子どもが自ら気づくことを待つ。

①半分までかいてある画用紙

②左隅の４つの三角形と縦の線がかいてある画用紙

③左隅の４つの三角形のみ、かいてある画用紙

また、展開図を完成させるまでの時間に個人差があるので、グループ学習の形態をとり、早く完成した子どもには周りの子どもにアドバイスをさせるとよい。

７．今後の発展

展開図を白紙の画用紙にかくこと。合同な二等辺三角形になる理由を考えること。中学校・高校で、上の回転リング（６角形回転リング）の発展である8,10,12,･･･,2m角形回転リングの展開図を考え、作ること。

飛ぶ種の模型を飛ばそう

－小学校４年－

島田　功（成城学園初等学校）

飛ぶ種の模型を作り、誰が一番飛んだかを競争したいと思います。どうやって調べたらよいでしょうか。

１．育てたいこと

比較の仕方を考えること。

２．数学の内容

図形、時間

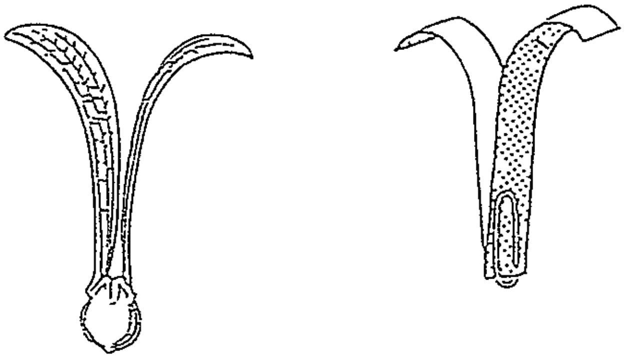
３．数学的活動

飛ぶ稲の模型を作ること。比較の仕方を考えること。実際に、時間を計って比較すること。

４．使用する教材・教具

飛ぶ種の模型を作るための材料（クリップ・紙・はさみ）、ストップウオッチ

ラワンの種　　　　　模型の種



５．授業の流れ

『クラスデー』で自然教育園に行って、飛ぶ種の模型を作って遊んだことを振り返る。今日は、もう一度、飛ぶ稲の模型を作り、誰が一番飛んだか競争しようと投げかける。どのように競争したらよいかを考えさせる。また、実際に飛ぶ種の模型を工夫して作らせる。ストップウオッチの使い方を指導し、班毎に競争する。全員が集まり、クラスで一番飛ばした人を決める。

６．授業の構成で重要な点

子どもたちは、競争が大好きである。誰が一番飛んだかなどの子どもの言葉を教師がすくい上げて授業を構成することが大切である。また、飛ぶ種の模型を作らせるときには、自分で工夫させることが重要である。また、比較の仕方を考えさせることも大切である。そして、ストップウオッチの使い方を説明することも忘れないようにする。

７．今後の発展

紙飛行機などを工夫して作って、時間を計ることもできる。

かけ算の筆算を比べよう

―小学校４年―

島田　功（成城学園初等学校）

> 日本のかけ算の筆算とドイツのかけ算の筆算と古いドイツで考えられた格子がけの計算の仕方を比較してみましょう。似ているところや違うところはあるでしょうか。

１．育てたいこと

物事を比較して多様な側面から考えること。いろいろな文化があることを意識すること。

２．数学の内容

整数の乗法の筆算

３．数学的活動

日本とドイツと古いインドの筆算を比べて、それらの共通性や異質性を見いだすこと。

４．使用する教材・教具

日本の筆算形式、ドイツの筆算形式、古いインドの格子がけの計算

５．授業の流れ

まず、日本のかけ算の筆算について復習する。筆算の部分積の意味等について振り返る。次に、ドイツの筆算や古いインドの格子がけの計算を取り上げる。それぞれがどんなふうに計算しているのかを取り上げる。そして日本の筆算との違いや似ている点を考えさせる。

最後に、自分の好きな方法で筆算をする。そして、学習感想を書く。

６．授業の構成で重要な点

この授業を構成していくときに重要なこととして、日本の筆算については、慣れておく必要がある。その仕組みや計算の仕方について、十分理解してある状態で、ドイツの筆算や古いインドの格子がけの計算を取り上げることが大切である。次に、重要なこととして、他の国の筆算を取り上げるときに、黒板に指導者がその国の筆算をゆっくりと書いていくことである。子どもたちは、その様子を見て、日本の筆算とは違うことやその計算の仕方を理解することができる。

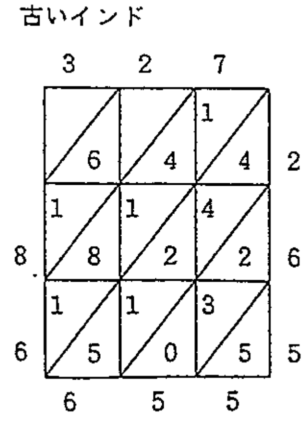
日本

```
   327
  ×265
  ----
  1635
 1962
 654
 -----
 86655
```

ドイツ

```
327×265
-------
 654
 1962
  1635
 -----
 86655
```

古いインド



７．今後の発展

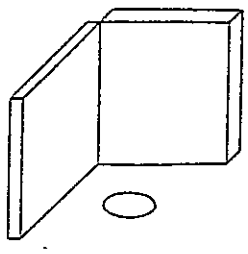
ここで取り上げた国以外の国の筆算やかけ算だけでなく、わり算やたし算、ひき算などを取り上げることもできる。

鏡で遊ぼう

－小学校４年－

島田　功（成城学園初等学校）

２枚の鏡の間に消しゴムをおくと、どのように見えるのだろうか。
角度を変えて調べてみよう。



１．育てたいこと

角度を変えて消しゴムの数がどのように変わるのかを調べること。きまりをみつけること。決まりが起こる訳を考えること。

２．数学の内容

２つの数量の変わり方、きまりの発見、きまりの起こるわけ

３．数学的活動

２枚の鏡の角度を変えること。消しゴムの数を数えること。角度と消しゴムの数の間にきまりを見つけること。わけを考えること。

４．使用する教材・教具

鏡（２枚）、分度器

５．授業の流れ

①２枚の鏡の間に消しゴムをおき、消しゴムがいくつに見えるかを扱う。
②それをきっかけにして２枚の鏡の角度を変えたら、どのように消しゴムが見えるのかを扱う。
③角度と個数の間にどんなきまりがあるのかを考える。
④きまりがおこるわけを考える。

６．授業の構成で重要な点

一人一人に鏡を持たせる必要がある。枠がある鏡では、その枠が消しゴムの像を数えるときに邪魔するので、できるなら枠がない鏡がよい。
一人に２枚の鏡が配れないときには、一人に一枚配って、二人で協力して実験させるとよい。

７．今後の発展

図形の対称に関する内容を扱うことができる。例えば、正三角形の形を鏡の間に置き、どのように見えるかを扱うようにする。

ゴミ問題について考える（環境教育）

－小学校第５学年－

牧野　　宏（狭山市立入間小学校）

平成○年度，○市のゴミを種類別に割合のグラフに表そう。

１．育てたい力

ゴミに関わる資料から，全体と部分，部分と部分の関係を百分率やそれを用いたグラフによって分かりやすく表したり，環境問題を的確に表現したりできる。

２．数学的活動

「ゴミ問題について考える」活動では，児童は，身近な自分たちの出すゴミ問題について考察していく。まず，“ゴミの種類の割合を分かりやすく表すにはどうしたらよいか”について話し合い，既習を生かして市の種類別のゴミの量の百分率を求め，割合グラフ（円グラフ，帯グラフ）に表していく。そして，つくったグラフから気づいたことを話し合い，ゴミ問題について考察していく。

３．使用する教材・教具

市のゴミの種類別の量を表す表，円グラフ・帯グラフの用紙，電卓，「さいたまの環境」など環境に関わる資料

４．授業の構成で重要な点

本題材は，小学校第５学年「百分率とグラフ」の発展として扱う。はじめに提示するゴミの種類については，各地方自治体によって多少分け方が違うので，実状にあった種類別の資料を用いるようにする。児童は，本時までに，割合を百分率で表したり，百分率で求めたものを円グラフや帯グラフに表したりする学習をしてきている。従って，本時でも，ゴミの種類について視覚的に分かりやすくするためには，グラフに表せばよいことを明らかにし，そのために，百分率で表すことを確認する。このとき，計算には電卓を用いさせ，計算処理における時間の短縮化を図る。

５．授業の流れ

①生活の中から出てくるゴミにはどんなものがあるか，話し合う。

②市のゴミの種類別の量を表した表を知り，割合を分かりやすく表すには，グラフ化すればよいことに気づく。

③ゴミの種類別の量の百分率を求め，円グラフや帯グラフで表す。

④グラフから分かったことをノートにまとめる。

⑤よみとったことをもとに，ゴミを減らす工夫について話し合う。

⑥「さいたまの環境」などの資料を提示し，まとめる。

６．今後の発展

本時でゴミ問題について考えることで，今後，様々な分野で行われる環境教育に結びつけることができる。

７．キーワード

ゴミ問題，環境，百分率，円グラフ，帯グラフ

ドーナツ池までどのぐらいあるのかな？

－小学校５年－

島田　功（成城学園初等学校）

学園内のドーナツ池まで、どのぐらいあるのでしょうか。どうやって調べたらいいでしょうか。

1．育てたいこと

歩幅を使って概測すること。自分の歩幅を求めること。

2．数学の内容

歩幅を使った概測、上から２桁の概算

3．数学的活動

ドーナツ池までのおよその長さをどのように求めるかを考えること。自分の歩幅を求めること。ドーナツ池までの道程を歩幅を使って求めること。歩幅を使った概測のよさを感得すること。

4．使用する教材・教具

巻き尺（グループに一つ）、距離測定器（教師が使用）、電卓（各自）

5．授業の流れ

①ドーナツ池までどのぐらいあるかを予想する。
②どうやって予想を確かめたらよいかを考える。
③自分の歩幅を求める。
④歩幅を使った概測をする。
⑤距離測定器を使った値と比較する。

6．授業の構成で重要な点

ドーナツ池までどのぐらいあるか予想させる。予想を入れることにより、学習に積極的に参加するようになる。また、外に出る（フィールドワーク）前に、教室の中で次の内容をしっかり把握させておくようにする。

①歩幅の意味をつかませる。
②上から２桁で求める概算の仕方をつかませる。
③歩幅の求め方をつかませる。ここでは、１０歩歩いて１０で割るようにした。

7．今後の発展

例えば、自分の家から最寄りの駅まで歩幅を使って概測させてみた。これ以外に、近くの公園まで概測することも考えられる。

サッカーボールと世界のコイン

－小学校５年－

島田　功（成城学園初等学校）

> サッカーボールに正多角形が使われていることが分かりました。折り紙を使って正六角形を作り、サッカーボールを　作りましょう。
> 世界のコインには、正多角形の形をしているものがあるそうです。Ｏさんの研究を聞いてみましょう。

１．育てたいこと

身の回りから正多角形が使われているものを見つけること。サッカーボールを折り紙を折って作ること。作る楽しさを味わうこと。世界のコインには、正多角形できているものがあることを知り、正多角形に興味を持つこと。

２．数学の内容

正多角形を使ってできている立体図形（サッカーボール）を作ること。世界のコインには、正多角形でできているものがあり、正多角形に親しみを持つこと。正多角形の角数が増えると円に近づいていくことがわかる。

３．数学的活動

折り紙を使って、サッカーボールを作ること。正六角形の個数や正五角形の個数を数えること。世界のコインの形調べの研究を聞くこと。

４．使用する教材・教具

折り紙、のり、はさみ、定規、セロハンテープ

５．授業の流れ

①折り紙を使ってサッカーボールを作る。
②サッカーボールに使われている正六角形や正五角形の枚数を数える。
③折り紙で正六角形を２０枚作る。
④組み立てる。
⑤世界のコインの形調べの研究を聞く。

６．授業の構成で重要な点

折り紙でサッカーボールを作るときに、しっかりした折り紙を使う方がよい。また、何故そういう折り方で正三角形ができるかなど訳を聞くようにする。その他、正六角形や正五角形の枚数を工夫して求めさせること。

７．今後の発展

もっと大きなサッカーボールが作れないか。正五角形は作れないか。世界の他のコインで正多角形が使われているものはないか。

数あてゲーム

—小学校第５・６学年—

牧野　宏（狭山市立入間小学校）

数あてカードについて考えよう。

１．育てたい力

１ｇ，２ｇ，４ｇ，８ｇの分銅を用いれば，１ｇから１５ｇまでの重さが測れることに気づき，このことをもとにしてつくられている数あてカードのしくみを見いだすことができる。

２．数学的活動

「数あてゲーム」でそのしくみに興味をもち，その疑問を「すべての自然数は，１，２，４，８，・・・の数の和として表される」という原理の発見に結びつけて解決する。

３．使用する教材・教具

A	1	3	5	7
	9	11	13	15

B	2	3	6	7
	10	11	14	15

C	4	5	6	7
	12	13	14	15

D	8	9	10	11
	12	13	14	15

【内容】　児童に１～１５の中で好きな数を１つ思い浮かばせ，Ａ～Ｄのどのカードにあるかを言ってもらうことで，児童の考えた数をあてるゲーム

【種明かし】　Ａ→１，Ｂ→２，Ｃ→４，Ｄ→８とし，児童が言ったカードにあてはまる数をたしていく。　（例）１２の場合，　Ｃ，Ｄのカード⇒４＋８＝１２

４．授業の構成で重要な点

本指導は，一定の知識内容を修得させようとするものではなく，数学の楽しさや不思議さを感得させることにねらいをおくものである。すなわち，１ｇ，２ｇ，４ｇ，８ｇの分銅で測れる重さを表にまとめるときには，１ｇ～１５ｇは４種類の分銅で表せることを，カードと表との比較では，一見異なるものの間の共通性を発見させていくことを，そして，共通性をまとめてカードのしくみを明らかにする推理の楽しみを味わわせていく。

５．授業の流れ

① １～１５までの数字のうちの１つを児童が考え，その数字の書かれているカードはどれかを言い，児童の考えた数字を教師があてて，なぜあたるのかという疑問をもつ。

② 数あてカードと全く関連のないように見える「１ｇ，２ｇ，４ｇ，８ｇの分銅とてんびんで，何ｇのものが測れるか」という問題を考える。

	1g	2g	3g	4g	5g	6g	7g	8g	9g	10g	11g	12g	13g	14g	15g
1g	○		○		○		○		○		○		○		○
2g		○	○			○	○			○	○			○	○
4g				○	○	○	○					○	○	○	○
8g								○	○	○	○	○	○	○	○

③ ②における考察から，数あてカードのしくみを考える。

６．今後の発展

本時では算数の授業での楽しさを目的としているが，将来的には２進数に発展できる。

７．キーワード

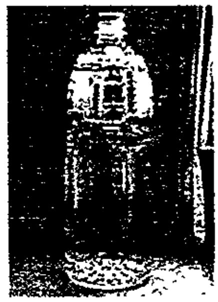
算数・数学における楽しさ，数あてカード

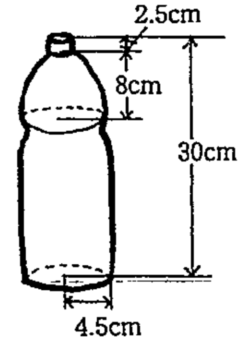
ブイをつくろう！

－小学校６年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

プールのコースを区切るために、ペットボトルで作ったブイをつないでコースロープを作ろうと思います。右図のようなペットボトルを使います。空のペットボトルの重さは70g、水は１cm^3あたり１gです。





(1)ペットボトルの中に水を入れて浮かべたところ、右図のように水面より上に15cm出ました。入れた水の体積はおよそどれくらいでしょう。

(2)(1)で入れた水は、ペットボトルの底から何cmのところまでありますか。また、ペットボトルを逆さまにすると、水は下から何cmのところまで入るでしょうか。

(3)水の代わりに砂を入れます。同じように水面より上に15cm出るようにするには、何グラムの砂を入れればよいでしょう。

(4)残念ながら手元に、はかりがありません。砂を何cmの高さまで入れればよいかを知りたいと思います。その砂は１cm^3あたりおよそ1.5gだそうです。およそ何cm入れればよいでしょうか。

１．育てたいこと

近似的に考えること。問題を発展的に考えていくこと。

２．数学の内容

立体図形の体積、単位量当たりの考え

３．数学的活動

浮力に関するアルキメデスの原理から、水中にあるペットボトルの体積を求めれば解決できることを見い出すこと。ペットボトルを、上部は円錐、下部は円柱などと、概形で捉えること。体積を求めること。既知の体積から立体の高さを求めること。得られた結果を検証すること。

４．使用する教材・教具

ペットボトル、水、水槽、木材片、定規

５．授業の流れ

①問題場面を提示する。（設問(1)～(4)はまだ提示しない。）
②木材片を水槽に浮かべ、浮力に関するアルキメデスの原理を説明する。
③(1)を提示し、解決する。
④(2)を提示し、解決する。
⑤実際にペットボトルを浮かべたり、逆さまにして、求めた答について確かめる。
⑥(1)(2)の発展として、(3)(4)を提示し、解決する。

６．授業の構成で重要な点

浮力に関するアルキメデスの原理（物体の水中にある部分と同体積の水の重さと、物体全体の重さが釣り合っている）は、簡単な実験を交えて説明する。ペットボトルの大きさは、子どもに実測させてもよい。また、グループ学習の形態にして、ペットボトルを各グループで用意させ、そのペットボトルで(1)～(4)を考えさせてもよい。いずれの場合も、子どもから、ペットボトルをいくつかの立体に分けて概形で捉える、という考えを引き出すことが大切である。求めた答えについて、実際に確かめる活動も行いたい。

７．今後の発展

ブイの材料をペットボトルから他のものに変えて、様々な立体の体積を扱うこと。中学校での球の体積、高等学校の積分での回転体の体積へ発展させること。

サッカーワールドカップについて考える（国際理解）

－小学校第６学年－

牧野　宏（狭山市立入間小学校）

フランスワールドカップ予選Ｈグループの３チームの結果について，分析していこう。

１．育てたい力

１９９８年サッカーワールドカップフランス大会の日本チームと他国チームとのサッカー分析の活動を通して，国際的な立場から物事を見直そうとする態度を身につける。

２．数学的活動

「サッカーワールドカップを考える」活動では，児童は，予選Ｈグループ出場のチームの最終結果をもとに，それぞれのチームの資料を分析し，どうしてそういう結果になったか，自分なりの仮説を考えていく。資料を分析する際には，資料をグラフ化する学習や平均を求めて比べる学習を生かして考察していく。さらに，別のチームの資料をもとに，自分の考えた仮説の妥当性について吟味・検証していく。

３．使用する教材・教具

サッカーワールドカップ出場チーム（日本，アルゼンチン，クロアチア，フランス，ブラジル）の全選手の年令，身長，体重のデータ，電卓（児童の必要に応じて），コンピュータ〔ソフト：算数ワールド，キューブ２〕（児童の必要に応じて）

４．授業の構成で重要な点

本題材は，小学校第６学年「資料の調べ方」の発展として扱う。児童は，本時までに，２つの集団を比較するのに，“平均”や“散らばりぐあい”“柱状グラフ”などの手法を用いることを学習してきている。従って，本時でも，この手法を生かしていけるよう支援していく。また，本時は平均を計算で求めたり，グラフをかき表すことを目的にしているわけではないので，児童の必要に応じて，電卓やコンピュータを活用させていく。

５．授業の流れ（２時間扱い）

①サッカーワールドカップ，予選Ｈ組（日本，アルゼンチン，クロアチア）の全選手の年令，身長，体重のデータを知る。この組には，ジャマイカもいたが，日本と同じく予選で敗退したことや分析のしやすさという点を考慮して，今回は３カ国について分析する。

②年令，身長，体重のどれで分析するかを選択し，平均やグラフ化などの学習を生かし，資料を分析して，仮説を考える。

③優勝国フランス，２位ブラジルの全選手の年令，身長，体重のデータを知り，自分の立てた仮説が，それにあてはまるか，吟味・検証していく。

④さらに，仮説を考えていくために必要なデータを考える。

６．今後の発展

世界の国々を知るためには，本時のようなプロセスをたどればよいことを知り，国際理解に生かしていく。

７．キーワード

国際理解，サッカー分析，仮説，コンピュータ

オリンピックに挑戦しよう

－小学校６年－

牧野　宏（狭山市立入間小学校）

アトランタオリンピック陸上種目の記録の挑戦しよう

1．育てたいこと

比較して考えること

2．数学の内容

割合の考え方　速さの考え方

3．数学的活動

アトランタオリンピック陸上種目の記録と児童の記録の比較の仕方を考えること。比較すること。

4　使用する教材・教具

児童のスポーツテストの記録　アトランタオリンピック陸上種目の入賞記録　電卓

5　授業の流れ

①オリンピックについて話し合う。

②アトランタオリンピック陸上種目の入賞記録と自分のスポーツテストの記録との比較の仕方を考える。

③アトランタオリンピック陸上種目の入賞記録と自分のスポーツテストの記録との比較をする。

④それぞれの児童の考え方（比較の仕方）を発表し合い，よさを話し合う。

6　授業の構成で重要な点

本題材では，まず，どのように挑戦していったらよいかわかりにくい面もあるので，児童によっては，「１００ｍのスピードのまま１０００ｍ走ったとしたら，オリンピック選手に勝てると思う？」など，具体的に例を挙げて取り組ませていく。また，児童の記録と比較してこそ分かるオリンピック選手の記録の素晴らしさやオリンピック選手に対する畏敬の気持ちを大切にしたい。

本題材は，計算での数処理が目的ではないので，児童の必要に応じて，電卓などを活用させる。

7　今後の発展

児童の１年から６年までの運動能力や成長の変化を考えさせること。

メガホンを作ろう

―中学校1年―

藤澤　由美子（共立女子中学校）

運動会で応援にメガホンを使うことになりました。厚紙に展開図をかいて、メガホンを作りましょう。

1．育てたいこと

身のまわりにある物体の構造を追求すること。数学の有用性を感得すること。

2．数学の内容

立体図形、投影図、展開図

3．数学的活動

投影図から、必要な長さや角度をよみとること。展開図を予想し確かめること。立体を決定する要因を見いだすこと。

4．使用する教材・教具

市販のメガホン数種類、メガホンの投影図、定規、分度器、コンパス、ひも、厚紙、はさみ、のり、セロテープ、わら半紙、ワークシート

5．授業の流れ

① 市販されているいろいろな形のメガホンの特徴を考え、特に広がり具合に目を向けさせる。
② 見本と同じ大きさ、広がり方のメガホンを作るためには、どこの長さや角の大きさを測ればよいかを予想させる。このとき、測定の方法も考えさせ、投影図を用いることができることを確認する。
③ 実物大の投影図を用いて、知りたい長さや角の大きさを自由に測り、展開図を予想する。
④ わら半紙を用いて予想が正しいか確認し、厚紙を使ってメガホンを完成させる。

6．授業の構成で重要な点

運動会の応援で活用するなど、メガホンを作る必要感をもたせる。メガホンの広がり具合に目を向けさせるために、いろいろな形のメガホンを実際に見せて、それぞれの特徴について考えさせる。投影図の辺の長さや角の大きさなどを測るといった操作的活動が、主体的に問題を解決する意欲につながり、立体を決定する要因を見いだすことになるので、時間を十分にとる。作業を通して、充実感や楽しさを味わわせ、数学の有用性を感得させる。

7．今後の発展

例えば、電気スタンドのかさやケーキの型などを作ることもできる。また、他学年で実践すれば、学習してきた数学内容が多い分、多様な考え方が期待できる。

ジャンケン大会

—中学校1年—

久永　靖史（共立女子中学校）

ジャンケン大会のルールをつくって、実際にみんなでやってみましょう。

1. 育てたいこと

推論の前提を意識すること。論理的に考えること。推論の仕方を比較できるようになること。

2. 数学の内容

論理

3. 数学的活動

グループごとにジャンケン大会での勝ち負けのルールをつくること。それを発表して、クラスのみんなで比較・検討し、基準に従ってよりよいルールを選び出すこと。いくつかのルールでジャンケン大会を行うことによって、ルールの比較・検討を行うこと。

4. 使用する教材・教具

ルールを書くための大きな紙・マジック（いずれもグループ数）

5. 授業の流れ

授業は2時間扱いで行う。

① クラス全員でジャンケン大会をするための勝ち負けのルールづくりを、グループに分かれて行う。

② つくったルールをグループごとに発表し、質疑応答をしてルールの確認をする。

③ 各グループでつくられたルールが書かれた紙を黒板にはり、みんなで比較・検討し、よりよいルールを選ぶ。その際の基準は、わかりやすさ・公平さ・時間などである。また、それぞれのルールの類似点や相違点なども考える。

④ 選んだルールで、実際にジャンケン大会を行う。2つ（できれば3つ）のルールで順次実施して、それぞれのルールのよかった点、問題点などを考える。

6. 授業の構成で重要な点

ルールづくりを通して、論理的に考えることの大切さを感じさせ、それが数学的な考え方の一つであることを意識させたい。また、生徒の反応によっては、いろいろな数学的内容を含む場合が考えられるので、柔軟に展開していくことが大切であるが、あまり深入りはしない。

7. 今後の発展

いろいろなゲームのルールを変えて新しいゲームをつくること。簡単なゲームについてその必勝法を発見すること。いつくかのゲームの中で構造が似ているものを見つけることなどが考えられる。

ファインダーからのぞいてみよう

－中学校１年－

松元新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

私達の身の回りには、以外に身近なところで数学や数学の考え方が利用されています。例えば、ジャングルジムを見てみると立体的な構造をしています。パイプが何本でできているのだろうか？立方体は何個できているのだろうか？三角錐にしたらどんなジャングルジムができそうか？など、物を観察して感じたこと、それは何故だろう、こうなったときどうなるのだろうと思うことなど、写真を撮り考察し問題を作りレポートにまとめてみよう。

１．育てたいこと

身の回りに存在するものと学習した内容を関連づけられていること。子どもたちが自分で問題を見いだし問題を解いたあとも発展的に考察すること。

２．数学の内容

空間図形、平面図形、求積

３．数学的活動

写真を通して身近にある現象を数学の対象と捉えること。捉えた対象の中にどのような数学が隠されているか分析すること。分析したことから数学の問題をつくること。

４．使用する教材・教具

レポート作成に必要なもの…カメラ（各自用意）・画用紙（レポートをまとめるもの）

レポート発表に必要なもの…教材提示装置（１台）・テレビ（モニター用）・評価用紙(生徒各１枚)

５．授業の流れ

① レポート課題の説明

レポートの内容〔画用紙１枚にまとめる。レイアウトは自由）

「この写真にひそむ数学や数学的な考え方をかく」「この写真から考えられる数学の問題を作る」

② 長期休業中にレポート作成

③ レポート発表会

６．授業の構成で重要な点

生徒の主な活動はレポート課題を出した長期休業中のときである。しかし、課題を生徒に提示するときが大切で、生徒と対話しながら身の回りからどのような数学を見つけることができるか事例を幾つかあげておくとよい。特に生徒は「身の回り」というと家の中のものなど、手に届く範囲のものしかイメージできないことがある。それはそれで認めながら、視野を広げて観察するように話をすることが必要である。このようなレポートを課すと大量の内容になることがあるが、ここでは限られたスペース（画用紙）におさめることも大切にしたい。さらに、調べた内容を発表する機会を設け、自分が考えた内容を論理的に発表すると同時に、自分が気がつかなかった点を知りお互いに理解し合う活動を取り入れることが大切である。

７．今後の発展

静止画である写真だけではなく、動画（テレビ・ビデオ）からひそんでいる数学を探すことも可能である。また、生徒に１枚の写真を示してその中にひそむ数学を議論することもできる。

通貨の換算を考える

－新通貨「ユーロ」をトピックとして－
－中学校１年－

裕元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

平成１１年の元旦から新通貨ユーロがスタートしました。新聞記事をみると今までの通貨との換算表があります。この表をみながらいろいろな通貨の換算について考えてみよう。

１．育てたいこと

筋道立てて考えること。国際社会に目を向けること。

２．数学の内容

正比例，比の値，有効数字

３．数学的活動

表を見て比例関係であることをみいだすこと。多様な観点で考えること。比例定数（正の範囲）とグラフの傾き具合の関係を見いだすこと。

４．使用する教材・教具

新聞記事、電卓、方眼紙

５．授業の流れ

①新通貨ユーロが登場したことに触れながら，通貨の単位はどんなものがあるかを挙げ，為替の意味やユーロとは何かを確認する。

②２つの通貨の間にはどのような関係があるのかを考える。

③「１ドル１１０円のとき１０００円ならば何ドルになるか」を考える。

④ある通貨から別の通貨への換算の方法を、表に載っている場合とそうでない場合について考える。

31日決まったユーロと参加国通貨の交換レート
（1ユーロ当たり）

オーストリア	13.7603シリング
ベルギー・ルクセンブルク	40.3399フラン
オランダ	2.20371ギルダー
フィンランド	5.94573マルカ
フランス	6.55957フラン
ドイツ	1.95583マルク
アイルランド	0.787564ポンド
イタリア	1936.27リラ
ポルトガル	200.482エスクード
スペイン	166.386ペセタ
（参考値）日本	132円80銭
（参考値）米国	1.16675ドル

（資料）ユーロと参加国通貨の交換レート（読売新聞より抜粋して作成）

６．授業の構成で重要な点

交換レートについては、社会科では正式に学習する場面がないので、対象とする生徒がどれくらいの知識を持っているか授業の最初に確認しておく必要がある。生徒に「１ドル１１０円のとき１０００円ならば何ドルになるか」を考えさせていくと、包含除の方法・比の値を用いる方法・比を使って方程式に持ち込む方法など多様な考えがでてくる。しかし、生徒は計算に頼ることが多いので、グラフから求める方法は教師からの投げかけが必要である。この表のデータは、有効数字８桁で表されていることなどにも気づかせ、電卓を用いながら計算していくとよい。

７．今後の発展

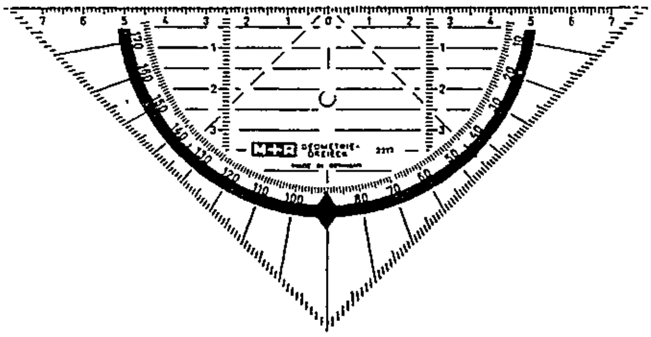
生徒がそれぞれ興味を持っている通貨の換算について考えていくことができる。また，度量衡(長さ・容積・重さ）について調べたり，考えさせることもできる。

ドイツの分度器について知ろう

— 中学校１年 —

久保　良宏（共立女子中学校）

ドイツの分度器は、日本のものと異なり、直角二等辺三角形（右図）の形をしている。
日本の分度器と比べて、どのような点で違いがあるだろうか。



１．育てたいこと

予想すること。他の文化を理解すること。身のまわりの道具に関心をもつこと。

２．数学の内容

平面図形と分度器

３．数学的活動

調べること。コミュニケーション活動を通して使い方を発見すること。いろいろな図形をかくこと。長所や短所を見いだすこと。

４．使用する教材・教具

ドイツの分度器（実物をＯＨＰシートにコピーしたもの）、日本の分度器、英和辞書、ワークシート

５．授業の主な流れ

① ドイツの分度器を提示し、これが何かを問う。
② 実物をＯＨＰシートにコピーしたもの（実物大）を配布し、日本の分度器とどのような点で違うかを話し合う
③ ドイツの分度器の使い方について簡単に説明したもの（独文、英文）を配布し、その使い方を予想する。
④ 実際に図形を調べたり、かいたりする活動を通して、どのような点で便利かを話し合う。

６．授業の構成で重要な点

生徒は数学で用いられる道具は、世界各国でそれほど大きな違いはないと考えている。しかしながら分度器１つをとっても、ドイツの分度器は日本のものと形の上でも大きな違いが見られる。ドイツの分度器と日本のものとの違いを発表し合う活動の中から、道具に潜む数学を発見させ、平面図形の理解を深める。

７．今後の発展

他の国で使われているいろいろな定規やコンパス、また，身のまわりにあるいろいろな道具に関心を持ち、その特徴、使い方について調べることにより、他の文化を理解をする。

モノレールのカーブについて考えよう

－ 中学校１年 －

久保　良宏（共立女子中学校）

「ジェットコースター気分のモノレール」という新聞記事がある。ここに記されている半径 103mの急カーブとどのようなことだろうか。 また、一般の鉄道のカーブと比較してみましょう。

１．育てたいこと

既習の内容を、現実的な事象にあてはめて考え、その結果を検証すること。

２．数学の内容

平面図形

３．数学的活動

「ジェットコースター気分のモノレール」の新聞記事を読んで、カーブの様子を予想すること。カーブの半径を求め、これを実際の場面に当てはめて検証すること。これを一般の鉄道のカーブと比較するすること。

４．使用する教材・教具

新聞記事、地形図（拡大したもの）、ﾄﾚｰｼﾝｸﾞﾍﾟｰﾊﾟｰ、ｺﾝﾊﾟｽ 、定規、鉄道のカーブに関する資料

５．授業の主な流れ

① 新聞記事の「ジェットコースター気分のモノレール」とはどのようなことか予想する。

② 「半径103 mの急カーブ」という記述から、拡大した地形図のカーブをトレーシングペーパーに写し取り、作図から円の中心を定め半径を求める。

③ 半径が100 mほどにならない場合、その値を現実の場面に当てはめその理由を考える。

④ トレーシングペーパーに半径約100mの円を描き、半径103 mのカーブがどの部分かを検証する。

⑤ 一般の鉄道のカーブと比較する。

６．授業の構成で重要な点

鉄道や高速道路のカーブは半径によって表示されている。例えば鉄道の場合、半径 200mというとかなり急なカーブであるが、モノレールの場合はその構造や速度からもっと小さい半径でも走行可能である。ここでは、「ジェットコースター気分のモノレール」と記された東京都下を南北に走る多摩都市モノレールの新聞記事から、「半径 103mの急カーブ」に着目し、その様子を考察する。新聞記事から、急カーブの場所を拡大した地形図上で見つけ、このカーブをトレーシングペーパーに写し取り、平面図形で学習した弧の中心を求める作図からその半径を求める。しかし、円はカーブの極一部であり、生徒が求める半径は 200m前後となる。ここで、なぜ新聞記事のように約 100mという値にならないのかを考えさせることによって、検証の必要性を認識させ、その方法を考えさせる。

トレーシングペーパーにカーブを写し取る際、半径を知るためには１本の曲線で十分であること、また、中心を求める際の作図において既習内容が利用できること、検証の必要性や方法を見つけること、そして、鉄道のカーブとの比較から、モノレールの利点を考えること等に着目したい。

７．今後の発展

乗り物の構造や速度などによって、カーブの限界について考察する。

半減期ってなんだろう

－中学校１年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

平成１０年１２月２４日の新聞記事をみると、核兵器に使うトリチウム（三重水素）を原子力発電所で生産すること決定する記事が掲載されている。この記事の中で、「トリチウムの半減期が約１２年。毎年約５％ずつ減っていく計算になる」とある。この記事を確かめてみよう。

１．育てたいこと

新聞記事を確かめること。構造を見抜くこと。見抜いた関係を使って資料集と比較すること。環境を認識すること。電卓の上手な使い方を覚えること。

２．数学の内容

割合、指数、対数、近似値、有効数字

３．数学的活動

関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

新聞記事、理科年表、電卓（生徒分）

トリチウムは水素の放射性同位体で、軍事用としては水爆の材料に使われている。崩壊で量が半分になる半減期は約十二年。毎年約五％ずつ減っていく計算になり、補充しないと核兵器の性能が落ちてしまう。

新聞記事の一部（朝日新聞1998.12.24）

５．授業の流れ

① 新聞記事を確かめてみよう（５％減り続けると、何年で半分になるだろうか？）。

→$1\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95\times0.95 = 1\times0.95^{12} = 0.5987366$

② もとの量の半分にならない。１３年で半分になるならば、毎年減る量は５％よりももっと多いはずだ。

→試行錯誤的に数値をきめて、幾つかの数値でやってみて、挟み込んでいく。理科年表でトリチウムの半減期を確かめる。

６．授業の構成で重要な点

記事をみて毎年５％減り続けると、１３年後に半分に減るかどうかを考えさせることが可能である。もとの量を１と表し、１に対して0.95ずつかけていけばよいことになる。立式していくと、×0.95が１２回も続き大変であることから、指数で表すよさを感得させたい。また、電卓を用いて計算していくときもボタンの押し間違えが多くなることから、メモリーの使い方や同じ数を何度もかけるときの使い方などを指導することで、これからの電卓の利用をより正確に行う素地を作っておくことが大切である。計算をしていくと新聞記事が間違っているように見えるが、②の活動から半減期が5.48程になり、整数で半減期を表すと５％になることをおさえておきたい。

７．今後の発展

最初の量の１／４、１／８になるには何年かかるか予想させておく。電卓で計算してみると長い時間がかかることから、減り方が線形ではないことの理解につながる。また、高等学校で対数を学習したあとであれば、毎年、χ％減り続けると仮定すると、$1\times(1-0.01\chi)^{12}=0.5$と立式でき、常用対数表やグラフ電卓で求めると$\chi\fallingdotseq5.61$となる。理科年表で$^{3}H$の半減期を調べてみると、１２．３年となっていることから再度解いてみ$\chi\fallingdotseq5.48$となり、新聞記事の％を整数値で表すと５％になる。

全身が映る鏡の大きさはどれくらいだろう

－中学校１年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

全身が映る鏡の大きさを決めるには、どのような条件で決まるのでしょうか。遠くに離れたら自分の姿は全部鏡に入りますか？全身が映る鏡の大きさは、上下方向だけでなく左右の幅を決める必要性に気づきましたか。顔全体を鏡に映すためにはどうしたらよいか考えよう。

１．育てたいこと

多様な方法を考えること。構造を見抜くこと。見抜いた関係を図に表していくこと。近似的に考えること
こと。

２．数学の内容

平行線の性質、線対称、垂直二等分線、中点連結定理、

３．数学的活動

測量すること。理想化すること。関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。モデルを変更すること。

４．使用する教材・教具

手鏡、大きな鏡、メジャー、定規コンパス、分度器（あるとよいもの:平板測量器）

５．授業の流れ

①全身が映る鏡の大きさを決めるには，どのような条件・変数を考えていったらよいか考える．立てた仮説をもとに実験を行う。

②全身が映る鏡の大きさは，上下方向だけでなく左右の幅を決める必要性に気づき，顔全体を鏡に映すためにはどうしたらよいか考える。

６．授業の構成で重要な点

生徒は理科において入射角・反射角，実像・虚像などの知識があり，また鏡の上下の大きさは身長の半分である事実を知っているのにもかかわらず，「鏡から遠く離れれば全身が映る」と考えている生徒が大半であった。したがって、光の性質の学習を理科でどこまで扱っているのかを理科の教員と相談して判断する必要がある。縦幅を考える場面では，生徒は先に身長の半分ありきの図で説明をする段階から，数学的モデルを修正して次第に抽象化・理想化・定式化された図を書くだけでなく，定性的（文字式）に説明して現実の事象を解釈していた．横幅を考える場面では，「左耳を左目，右耳を右目」で見るような数学的モデルを表す図から，実験の方法は持ってきた手鏡が凹面鏡ではなく平面鏡であることを確認すことが重要である。生徒は数学的モデルを作る際に背景にある数学の知識のことを意識せずに説明することが多い．教師は生徒の考えの背景にある数学の内容を意識的に明らかにし，授業の質を高めていくことが大切である．

７．今後の発展

身長の半分でよい説明の図が中点連結定理に結びつく内容であるように，今後学習する数学の内容に結びつくことも意識して実践できるとよい．

モノレールの斜度について考えよう

－ 中学校1・3年 －

久保　良宏（共立女子中学校）

「ジェットコースター気分のモノレール」という新聞記事がある。ここに記されている最大斜度57.5パーミルとはどのようなことだろうか。
また、一般の鉄道のカーブと比較してみましょう。

1．育てたいこと

現実的な事象を数学を使って考察する際の態度。

2．数学の内容

空間図形（中1）、三平方の定理（中3）

3．数学的活動

「ジェットコースター気分のモノレール」の新聞記事を読んで、勾配の様子を予想すること。勾配をパーミル（‰）で示す理由を考え、実際に57.5‰であることを確かめること。これを一般の鉄道の勾配と比較すること。

4．使用する教材・教具

新聞記事、地形図（拡大したもの）、コンパス、定規、電卓、鉄道の勾配に関する資料

5．授業の主な流れ

① 新聞記事の「ジェットコースター気分のモノレール」とはどのようなことか予想する。

② 「最大斜度57.5‰」という記述から、‰の意味を知り、拡大した地形図で長さを調べながら、57.5‰の勾配を確かめる。

③ ‰で示された勾配が、高低差と軌道距離の比なのか、高低差と直線距離の比なのか、また高低差と水平距離なのかを考え、この違いが鉄道の勾配を示す時にはどの程度重要であるかを考える。

④ 一般の鉄道の勾配と比較する。

6．授業の構成で重要な点

鉄道の勾配は‰（1/1000）で表される。例えば鉄道の場合、20‰の勾配というとかなり急な傾斜であるが、モノレールの場合はその構造からもっと急な勾配でも走行可能である。ここでは、「ジェットコースター気分のモノレール」と記された東京都下を南北に走る多摩都市モノレールの新聞記事から「最大斜度57.5パーミル」に着目し、その勾配の様子を考察する。新聞記事から、最大斜度の場所を拡大した地形図上で見つけ、その軌道距離をひもやコンパスなどを利用して求める。また記事の中に示された高低差から、〔高低差〕／〔軌道距離〕が57.5‰であるかを確かめる。本来勾配は、〔高低差〕／〔水平距離〕であるが、モノレールの軌道距離が直線ではなく、また高低差があるにもかかわらず、地図上の測定や計算からは、水平距離を軌道距離に置き換えても値に大きな差は生じない。この、大きな差が生じないことにはどのような意味があるのかを考える。（傾斜角をθとすると、$\tan\theta \fallingdotseq \sin\theta$であり斜度57.5‰は約3度である。）こうして得られた知識を鉄道の勾配にあてはめ、日常利用している鉄道の路線がどのようにつくられているかを知る。

7．今後の発展

中学3年では三平方の定理が、また、高校1年では三角比との関連から考察する。

数を使った遊びをつくろう

－中学校１・２・３年－

矢嶋　昭雄（東京学芸大学附属世田谷中学校）

「10をつくろう」（中学１年）

１、２、３、４と＋、－、×、÷を使って10をつくろう。（切符の数字で10をつくる。）

「数当てゲーム」（中学２年）

Ａ君：好きな数を一つ思い浮かべてください。　Ｂさん：はい。
Ａ君：その数を３倍してください。　Ｂさん：はい。
Ａ君：その答えに６をたしてください。　Ｂさん：はい。
Ａ君：その答えを３で割ってください。　Ｂさん：はい。
Ａ君：いくつになりましたか。　Ｂさん：７です。
Ａ君：あなたが最初に考えた数は５ですね。　Ｂさん：そのとおりです。

さて、Ａ君はどうやってＢさんの思い浮かべた数を当てることができたのでしょうか。そのわけを考えなさい。

「□にあてはまる数は？」（中学３年）

次の数の列の□にあてはまる数を答えなさい。

（1）１、３、４、７、11、18、□、・・・・・
（2）１、９、25、49、81、□、・・・・

１．育てたいこと

数に対する感覚を豊かにすること。既習の内容を使って、ゲームの仕組みを明らかにすること。

２．数学の内容

数と式

３．数学的活動

ゲーム性のある課題に取り組むこと。答えを求めるときに多様な考え方があることを知ること。はじめの課題を元に新しい問題をつくること。みんなのつくった問題をいくつかの観点で分類すること。

４．使用する教材・教具

ワークシート、電卓（必要に応じて）

５．授業の流れ（以下は、「数当てゲーム」について述べる）

①教師が生徒に問いかける形で実際にゲームを行い、課題を提示する。
②文字式を利用して、ゲームの仕組みを考える。
③新しい数当てゲームを各自つくって、生徒同士で出題しあう。
④みんなのつくった問題を、いくつかの観点で分類整理する。

６．授業の構成で重要な点

この授業では、「遊び」の要素を盛り込むことで、面白さ・楽しさを生徒に伝えることをねらいとしている。しかし「普段の授業と違って、遊んだから面白かった、楽しかった」という表面的なものでは、数学の有用性や数学的な考え方のよさを味わわせることができたとは言えない。そこで、生徒自らが「遊び」をつくる立場となることで、主体的な学習をふまえて面白さ・楽しさに数学的な意味合いを持たせることができると考えた。

７．今後の発展

扱う文字式が１次式だけでなく次数が高くなる場面が自然とでてくるので、多項式同士の積や因数分解などの未習事項へ発展する可能性がある。

校舎の高さを測ろう

―― 中学校第２学年 ――

宮井　俊充（所沢市立山口中学校）

校舎の高さを測ろう！

1. 育てたい力

多様な方法で考えること。近似的に考えること。

2. 数学の内容

相似、近似値

3. 数学的活動

直接測ることができない校舎の高さを、身近にあるものを使って、より簡単により的確に測る方法を見いだすこと。グループで実験・実測を行なうこと。実験・実測のデータをもとにして高さを求めること。

4. 使用する教材・教具

メジャー、カメラ（パノラマ）、定規、三角定規、分度器、ボール、ストップウオッチ、すずらんテープ、鏡、画用紙、五円、ひも、棒

5. 授業の流れ

ＴＢＳの「学校へ行こう」という番組に出演するため、校舎の高さを調べる必要があるというのが、そもそものスタートである。しかし、ひさしなどの障害物や危険性から直接メジャーで測ることができないため、色々な方法で工夫し測ることを目標とした。

教科書に出題されている定規を使った求め方だけでなく、色々なアイデアを使いながら、数学が日常生活の中で利用できることを確かめながら求めさせる。三角定規を使って、相似と縮図の関係より求めるだけでなく、自作測高器を作ったり、写真を使ったり、ボールを落として落下時間より求めたり、鏡を使っての入射角と反射角を利用したりする。図書館や他教科の先生のアドバイスを参考にしながら、広くとらえさせる。

6. 授業の構成で重要な点

ここでは、他教科で学習することも含めて身近にあるものでより簡単に測ることを考えさせたい。既習事項を含めて、その中から、より簡単により的確に測るにはどのようにしたらよいかを考えさせたい。どのグループも校舎の高さを正確に測ることができ、小数第１位の誤差の範囲内で求めた。端数処理には、有効数字や誤差が当然必要であり、細かすぎても粗すぎてもわかりにくいため、近似値に関しては指導をする。

7. 今後の発展

校舎の高さのほかに直接測ることができない建物や鉄塔の高さを求める。実験・実測をもとに縮図を作成する。直接測ることができない部分長さを近似的に手軽に測れる方法を考える。

学校の建物の高さを測ろう

－中学校２年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

校舎や体育館の高さを測ろう（観測者が建物までの距離を直接測れる場合、観測者が建物までの距離を直接測れない場合を考える）。そして、お互いの方法を共有しよう。

１．育てたいこと

グループで活動すること。多様な方法で考えること。多様な考えを共有すること。

２．数学の内容

相似、測量、グループ活動、投影図、近似値、有効数字、見積もり、

３．数学的活動

測量すること。理想化すること。関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

生徒：教科書、下敷き、定規、コンパス、分度器、筆記用具

教師：電卓（生徒一人１台分）、定規（教師用１本）、コンパス（教師用１本）、分度器（教師用２台）、メジャー１１個（各班に１つずつ）、ワークシート（生徒１枚ずつ）、ホワイトボード、カメラ(記録用)

５．授業の流れ

①校舎の高さを測ろう・・・観測者が建物までの距離を直接測れる場合を考える

②体育館の高さを測ろう・・・観測者が建物までの距離を直接測れない場合を考える

③隣のグループの測量方法をお互いに共有し、測量方法をワークシートにまとめる。

④クラス全体に隣のグループの考えを発表する。聞いている側は、ワークシートにまとめる。

６．授業の構成で重要な点

第１時間目に校舎の高さを基本的な測量で縮図をかくことに重点をおく。第２時間目に体育館の高さを建物までの距離が直接測れない条件の測量で実施する。建物までの距離が直接測れない条件では、多様な測量方法の工夫が見られるので、他のグループの測量方法を聞いてクラスで発表する時間をを作り、測量方法を共有する時間を設け、自分たちのグループ・他のグループの測量方法を評価する活動を行うとよい。また、生徒は測量したことから数値に対して敏感になっているので、このときを逃さずに「資料の整理」の単元と連携して測量した図や数値を用い、近似値・有効数字の指導を行うとよい。

７．今後の発展

生徒は、測量では仰角や俯角などの角度をより正確に測ることが重要であることが実感できる。このことから、測量機器（平板測量器）などの必要性を感じ取らせたい。また、校庭の地図を作製したり、空間内の任意の２点の距離を測る方法を考えさせて、実際に測量してもよい。

日本スキージャンプ陣は不利になったのか

－中学校２年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

スキージャンプに関する新聞記事に「長身に有利　板の規定変更」とあり、小見出しには「「日本つぶし」はね返せ」とある。記事を見ると、今シーズンのスキージャンプ開幕に当たり板の長さが変更になり、身長の低いものにとって不利な条件になったとある。本当なのか、調べてみよう。

１．育てたいこと

新聞記事を確かめること。構造を見抜くこと。見抜いた関係を使ってデータと比較すること。環境を認識すること。

２．数学の内容

一次関数、連立方程式

３．数学的活動

関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

新聞記事、方眼紙、選手の身長のデータ

５．授業の流れ

① 新聞記事を確かめてみよう。

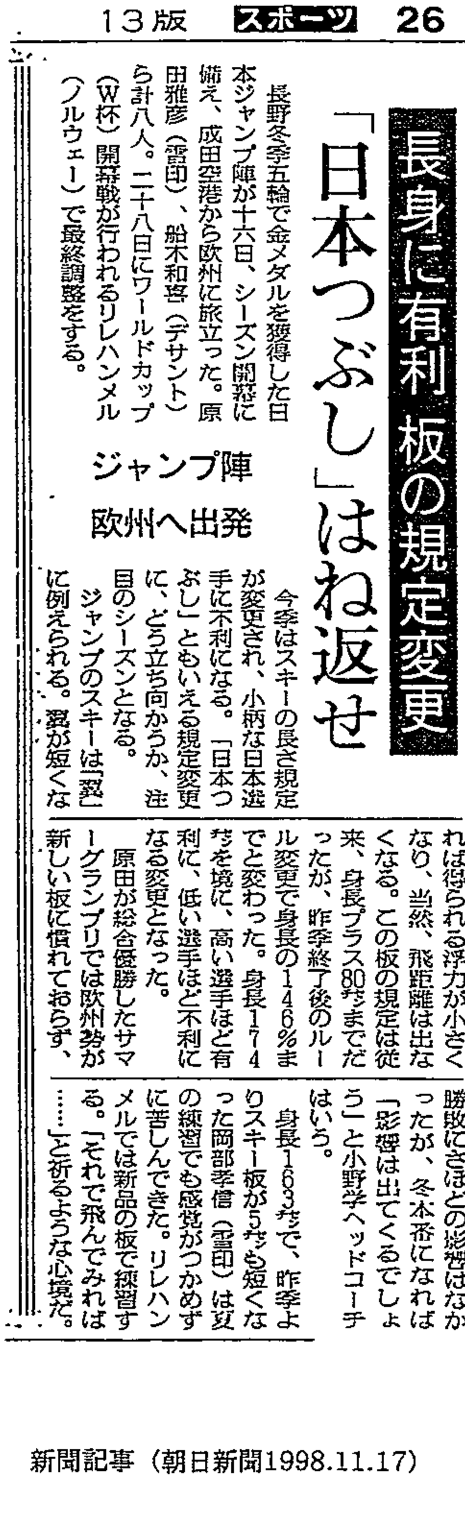
② 選手の身長のデータを調べて日本選手が不利になったのか確かめてみよう。

６．授業の構成で重要な点

はじめに、スキージャンプでは板の長さが飛距離に大きく影響することを確認する。記事の内容から、身長をχｃｍとしたときの、規則変更前の板の長さをy_1、規則変更後の板の長さをy_2として式を立てることが必要になる。連立方程式で解を求める方法とグラフを書いて交点の座標をよみとる方法があるが、連立方程式の解がグラフ上での交点になることをおさえておきたい。また、グラフを読みとることで、$\chi<173.9$ならばルール改正によって不利になることを確認する。インターネット上にある選手のデータをプリントしておくか、生徒に調べさせてもよい。

７．今後の発展

たとえば、アプローチの姿勢を考えていくとジャンプ台の斜面の角度を考えて選手の速度を考える上で、力の合成・分解を三平方の定理や三角比に置き換えて考察することができる。また、空中姿勢（なぜV字ジャンプなのか）を考える上で、浮力が速度と表面積の関数であることから考察することができる。さらに、スキージャンプの得点yは「飛距離点χ_1」と「飛型点χ_2」の関数で、$y=f(\chi_1,\chi_2)$の２変数関数となる。



１３版　スポーツ　26

長身に有利 板の規定変更

「日本つぶし」はね返せ

長野冬季五輪で金メダルを獲得した日本ジャンプ陣が十六日、シーズン開幕に備え、成田空港から欧州に旅立った。原田雅彦（雪印）、船木和喜（デサント）ら計八人。二十八日にワールドカップ（W杯）開幕戦が行われるリレハンメル（ノルウェー）で最終調整をする。

ジャンプ陣　欧州へ出発

今季はスキーの長さ規定が変更され、小柄な日本選手に不利になる。「日本つぶし」ともいえる規定変更に、どう立ち向かうか、注目のシーズンとなる。

ジャンプのスキーは「翼」に例えられる。翼が短くなれば得られる浮力が小さくなり、当然、飛距離は出なくなる。この板の規定は従来、身長プラス80㌢までだったが、昨季終了後のルール変更で身長の１４６％までと変わった。身長１７４㌢を境に、高い選手ほど有利に、低い選手ほど不利になる変更となった。

原田が総合優勝したサマーグランプリでは欧州勢が新しい板に慣れておらず、勝敗にさほどの影響はなかったが、冬本番になれば「影響は出てくるでしょう」と小野学ヘッドコーチはいう。

身長１６３㌢で、昨季よりスキー板が5㌢も短くなった岡部孝信（雪印）は夏の練習でも感覚がつかめずに苦しんできた。リレハンメルでは新品の板で練習する。「それで飛んでみれば……」と祈るような心境だ。

新聞記事（朝日新聞1998.11.17）

一尺の長さを調べよう

－中学校２年－

矢嶋　昭雄（東京学芸大学附属世田谷中学校）

現在、私たちは長さの単位として「メートル」を使っています。それ以外にも長さを示す単位にはいろいろなものがあり、いろいろな場面で用いられています。

大昔、ものさしがなかった頃、人間は長さを測るのに自分の体の一部を使っていました。たとえば、古代中国では親指と人差し指をいっぱいに伸ばした長さを「一尺」としていました。尺という文字は手のひらと二本の指を伸ばした形からできています。皆さんも自分の一尺の長さをもとに、現在の中学２年生の一尺の長さを調べてみましょう。

１．育てたいこと

長さの単位の起こりや文化的な側面について興味関心を持つこと。

２．数学の内容

資料の整理、度量衡

３．数学的活動

クラス全員の「一尺の長さ」を測定すること。平均値などの基本統計量を求めること。

４．使用する教材・教具

ワークシート、ものさし、電卓、（必要に応じてコンピュータ・表計算ソフト）

５．授業の流れ

①自分の知っている長さについての単位を出し合い、どんな場面で使われているか考える。
　（ヤード、フィート、里、尺など）

②１メートルが地球の子午線の長さの４千万分の一として決められたことを知る。

③上の課題をもとに、一尺の長さを測定する。

④クラス全員のデータをもとに、平均値を求めたり度数分布表にまとめたりする。

⑤整理したものをもとに、中学２年生の一尺の長さについて考察する。

⑥「尺」の他にも、体の一部を使った長さの単位について知る。

６．授業の構成で重要な点

資料の整理の学習をする際、そのデータ集めに苦労することが多い。身体計測やスポーツテストなどの結果は、身近なデータではあるが生徒によっては他人に知られたくないものであることが多い。そこで、長さの単位の起こりと関連づけて各自の「一尺の長さ」をもとにする授業を構成した。これならば、教室の中で短時間でデータ集めをすることができるし、同じ条件でデータ集めをするために測定方法を議論することなど意味のある活動を設定することもできる。

一尺の長さは体格によるばらつきがそれほど大きくはなく、中学２年生では男子が20～22cm・女子が18～20cmの範囲にほぼおさまる。統計処理の学習を進めながら、一尺の単位としての妥当性にも着目することが、体を使った測定の歴史や文化への興味関心につながると考えた。

７．今後の発展

生徒の興味関心に応じて、理科年表や百科事典などを調べて他の長さの単位を考察することが考えられる。西洋での「フィート（足）」や「パーム（手のひら）」、日本での「つか」「あた」「ひろ」など現在のメートル法に換算しながら研究を進めていくことができる。

○か×かで答える問題の正答率を考えよう

— 中学校２・３年 —

久保　良宏（共立女子中学校）

○か×かで答える問題が６問ある。答えがまったく分からないとき、あてずっぽで○、×を入れるとすると、何問くらい答えがあうだろうか。

1．育てたいこと

予想し、これを実験を通して確かめようとすること。

2．数学の内容

資料の整理、確率

3．数学的活動

予想すること。実験を行うこと。実験の回数を増やすことの意義を見いだすこと。

4．使用する教材・教具

ワークシート、ＯＨＰ

5．授業の主な流れ

① ○×で答えるア～カの６つの問いがあるとき、どれ位答えがあうかを予想させる。

② この問いのそれぞれに対して適当に○か×を記入し正答をつくらせ、２人一組になり、お互いに○か×かをあてっこする。

③ これを20問用意し、生徒一人ひとりの正答数（度数）を０個から５個までについて記入し、その割合を求める。６～８人で１つの班をつくりそのデータを合計し割合を求める。隣の班とあわせ、12～16人のデータを合計し割合を求める。

④ 「先生の予想」として、反復試行の計算から求めた値を提示する。

⑤ さらにクラス全体のデータを合計し割合を求める。度数の合計と割合の変化を折れ線グラフで表し「先生の予想」と比較する。

6．授業の構成で重要な点

問題自体は、高校数学Ⅰの確率（反復試行）の問題である。数学Ⅰでは、数学的確率の考え方から、理論的に値を求めていくが、ここでは統計的確率の考え方から、実験を通して相対度数を求めていく。新学習指導要領では、資料の整理が全面的に削除となり、相対度数という用語も扱わなくなるが、相対度数は割合という用語で代用できる。また、課題学習や確率の発展課題として扱うことができる。ただし、実験の途中で、教師の予想という形で、理論的に求めた値を生徒に提示する。これにより、実験から得られた値が偶然のものではなく、この実験そのものに数学的意味があることを理解させる必要がある。

7．今後の発展

○×の問題数を増やしたり、条件を複雑にする。また、席替えのときのくじ引き、ジャンケンで勝つ確率などを、実験を通して考察する。

点字の仕組みをさぐろう

―中学校２・３年―

矢嶋　昭雄（東京学芸大学附属世田谷中学校）

男　→おとこ

○●　○●　○●
●○　●●　●○
○○　●○　○●

枕　→まくら

●○　●●　●○
○●　○○　○●
●●　○●　○○

雨　→あめ

●○　●●
○○　●●
○○　●●

女　→おんな

○●　○○　●○
●○　○●　○○
○○　●●　●○

手すり→てすり

●●　●●　●○
●●　○●　●●
●○　○●　○○

楽しい→たのしい

●○　○●　●○　●○
○●　●○　●●　●○
●○　●○　○●　○○

問：上の単語を手がかりにして、点字の五十音表を完成させよう。

１．育てたいこと

点字の基本的な仕組みを知ること。点字の仕組みに数学的な良さを見いだすこと。目の不自由な人に対する理解を深めること。

２．数学の内容

数の表し方、２進法、場合の数

３．数学的活動

６つの点で一組の点字で何通りの表現ができるのか知ること。いくつかの点字で表された単語をもとに五十音表を完成させること。

４．使用する教材・教具

ワークシート、実際に点字で表現されたもの（点字板や点字器があればよいが、なければ缶入りアルコール飲料を用意し、上蓋に表示された点字を利用してもよい。）

５．授業の流れ

①点字について知っていることを出し合う。（どこにあるか、触ったことがあるかなど）

②点字の基本的な仕組みを知る。（表意文字であること、６つの点で一組であることなど）

③６つの点で一組の点字で何通りの表現ができるかを考える。（63通り＝2^6-1）

④上の課題で、点字の五十音表（清音部のみ）を完成する。

⑤点字の表現上の工夫を知る。（濁音や拗音、数字や記号なども含めて）

６．授業の構成で重要な点

最近よく話題になるバリアフリーの浸透で、点字は生徒の身近なところにたくさん存在している。中学２年生にとって点字は未知のものではないが、その仕組みや読み方については全く知らないのが現状である。この授業では、点字の仕組みの中に数学的な考え方の良さを見いだすことを中心に扱っている。また、点字の基本的なことを扱う際に、歴史的なことや目の不自由な人の実態なども触れるので、福祉の観点からも生徒の視野を広げる一助となることも大きな意味を持つと考える。

７．今後の発展

バーコード、音符、暗号、スポーツ・ゲームの記録用言語、ハングル、エスペラントなど規則性を元につくられた表現へと自由研究的に発展する可能性がある。

電車の動きについて考えよう

－ 中学校3年 －

久保　良宏（共立女子中学校）

> あなたがよく利用する駅（A駅）を電車が出発した。χ秒間に進む距離（A駅からの距離）をｙｍとすると、χ、ｙの関係はどのようなグラフになるだろうか。
> また、友だちがつくったグラフから、電車の動きをよみ取ろう。

1．育てたいこと

既習の内容を、現実的な事象にあてはめて考えること。類推すること。

2．数学の内容

関数

3．数学的活動

電車の動きをとらえる活動を通して、これを現実場面にてらしてグラフ化すること。グラフから現実的な事象をよみとること。

4．使用する教材・教具

ビデオ，ＯＨＰ

5．授業の主な流れ

① ビデオでホームを出発していく電車の様子を流す。

② 電車の動きをグラフにするとどのようになるかを問い、これを生徒個々が日頃利用している電車の場合について考えさせる。

③ このグラフを発表しあい、その様子を考えながら、そのグラフが現実的な場面にてらして正しいかを検証する。

6．授業の構成で重要な点

予想されるグラフは、放物線、直線（χ軸に平行な直線を含む）が組み合わさったものである。直線は既習事項であるが、一般の放物線は未習である。しかし、ここでは、式や表から厳密にグラフ化したり、グラフから式を読み取ることではなく、グラフの概形とその意味を現実的な場面にてらして解釈することに視点をおく。例えば、駅を出発した電車は徐々にスピードをあげ、その後一定の速さで走り続けるのではないかと予想される。この動きが直線だけのグラフにはならないことを理解させた上で、その後のグラフの様子を、生徒個々が利用する電車で考え、それが何を意味しているのか（速度を変えずに進む、速度を増す、速度をゆるめる、ゆるめて停止する、停止して再び出発する、停止後折り返す等々）について解釈する。また、生徒がかいたグラフについて、現実的にそのようなことが起こり得るかを検証することが必要である。

7．今後の発展

観覧車やジェットコースターの動きなど、身のまわりにある乗り物の動きについて考察する。

いろいろなドアについて考えよう

— 中学校3年 —

久保　良宏（共立女子中学校）

引き戸式ではないドアについて，どのような工夫がなされているか考えてみよう。

1．育てたいこと

構造を見抜こうとすること。

2．数学の内容

軌跡、三平方の定理

3．数学的活動

工夫されているドアの開閉について観察すること。コミュニケーション活動を通して工夫されている点を発見すること。

4．使用する教材・教具

ビデオ，ＯＨＰ

5．授業の主な流れ

① 工夫されているドアをいろいろあげさせて、気がついたことを発表する。

② どこが工夫されているのかを話し合い、それらの共通点をまとめる。

③ こうした事実をビデオを視聴させて確認し、この工夫が本当に有効であるかを数学的に考える。

④ これらの検証がなされた後、さらなる工夫ができないかを問い、それらの利点と問題点について意見を述べ合う。

6．授業の構成で重要な点

工夫されているドアは、バス、電話ボックス、飛行機の洗面所等々、いろいろな所で見つけることができる。生徒の自由な発想を大切にし、これらのドアに共通する性質を見つけながら、ドアの開閉に必要な長さや面積、またそれらの最大値など、いろいろな視点から考察を加える。その際大切なことは、こうした事象を数学化して考えようとする態度である。図をかいたり、ドアの部分を記号で表したりといった活動を重視しながら、数学の有用性を感得させたい。

7．今後の発展

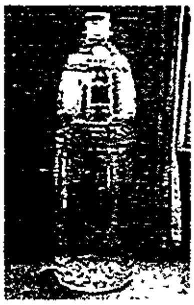
ガレージのドアや新しい形のバスのドアなど、さらに工夫されたドアの開閉の様子を数学の舞台にあげて考察したり、身のまわりにあるいろいろな物の構造に着目して、どのような点で工夫がなされているかを発見する。

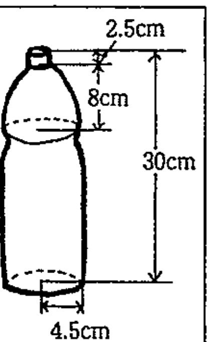
ブイをつくろう！

－中学校３年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

プールのコースを区切るために、ブイをつないでコースロープを作ります。そのためのブイをペットボトルで作ろうと思います。空のペットボトルの重さは70gです。



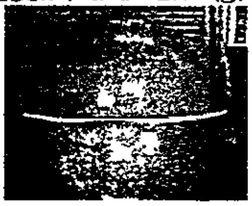


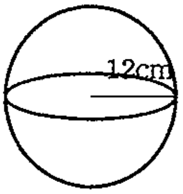
(1)ペットボトルの中に水を入れて浮かべたところ、水面より上に15cm出ました。入れた水の体積はおよそどれくらいでしょう。

(2)(1)のペットボトルを逆さまにすると、水面より上に何cm出るでしょうか。

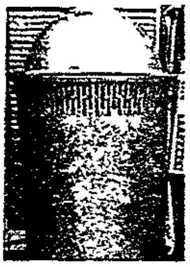
(3)水の代わりに砂を入れます。同じように水面より上に15cm出るようにするには、およそ何グラムの砂を入れればよいでしょう。また、それは何cmの高さまで入れればよいことになるでしょうか。普通、乾燥した砂の密度は、1.4～1.7（g/cm^3）です。

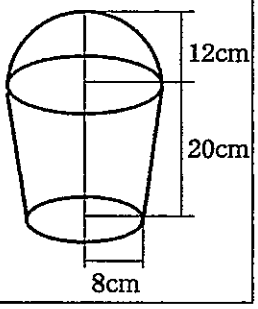
(4)ぶつかっても危険でないようにほぼ半球状のボウルを利用して、右のような形のブイを作ることにしました。ちょうど半分だけが水面上に出るようにするには、何gのおもりを中に入れたらよいでしょうか。ボウルの材質の密度は1.1（g/cm^3）です。





(5)同じように、ほぼ半球状のボウルと小さなバケツを利用して、右のような形のブイを作ることにしました。ちょうど半球の部分だけが水面上に出るようにするには、何gのおもりを中に入れたらよいでしょうか。ボウル、バケツの材質の密度は1.1（g/cm^3）です。





１．育てたいこと

近似的に考えること。問題を発展的に考えていくこと。

２．数学の内容

体積、表面積、球、有効数字、相似、三平方の定理、定規

３．数学的活動

水中にあるブイの体積と、ブイ全体の重さを求めれば解決できることを見い出すこと。立体図形を概形で捉えること。相似の考えや三平方の定理を活用し、立体の体積や表面積を求めること。測定値であることに留意し、有効数字の考えを使うこと。得られた結果を検証すること。

４．使用する教材・教具

ペットボトル、水、水槽、木材片

５．授業の流れ

①問題場面を提示し、浮力に関するアルキメデスの原理を説明する。
②(1)を提示し、解決する。(2)を提示し、解決する。
③実際にペットボトルを浮かべたり、逆さまにして、求めた答について確かめる。
④(1)(2)の発展として、(3)(4)(5)を提示し、解決する。

６．授業の構成で重要な点

浮力に関するアルキメデスの原理は、木材片を水槽に浮かべるなどして説明した方がよい。答えを何桁まで求めるかは、有効数字に配慮して自らで判断させるようにする。ペットボトルの大きさは、生徒に実測させてもよい。また、求めた答えについて、特に(1)(2)では、実際に確かめる活動を行いたい。

７．今後の発展

ブイの形を変えて、様々な立体の体積を扱うこと。形や水面にでるブイの量を変えて、高等学校での積分へ発展させること。

振り子の動きをとらえる
－中学校３年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

振り子の動きから、周期が１秒となる振り子時計をつくろう。

１．育てたいこと

実験をすること。集めたデータから帰納的に構造を見抜くこと。見抜いた関係を利用すること。

２．数学の内容

平方根に比例、周期、近似値、誤差

３．数学的活動

実験・観察をすること。関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

ストップウォッチ（１つ）・ひも（演示用）・おもり（演示用。２種類を２つずつ）・スタンド（演示用）・ワークシート（生徒分）・電卓（生徒分）・メトロノーム（１台）・模造紙（表を書いたもの）・生徒実験用配布物（１グループにつき）→ひも（約１ｍ、約２０ｃｍを１本ずつ）・５円玉（６個）・割り箸（１本）・スタンド台（１台）

５．授業の流れ

①　周期が何の関数であるか考える（教師の代表実験で確認する）。

②　グループ毎に次のような実験を行い、各班のデータを集めて一覧表にし、関数関係をみつける。みつけた関数関係を使って、電卓を使いながら１秒の振り子の長さを計算し確認する。

（実験内容）２本のひものうち、１本を１０ｃｍに固定（振り子A）して、固定しない振り子（振り子B）を２０ｃｍにする。振り子A．Bのおもりにしている５円玉を同時に離し、２０ｃｍの振り子Bが往復１０回往復したとき、振り子Aが往復何回だったかを記録する。以下、振り子Bの長さを３０ｃｍ、４０ｃｍ、５０ｃｍ・・・にして同様の実験をおこなっていく。

６．授業の構成で重要な点

小学校５年の理科で振り子の周期はおもりの重さや振り幅に依存せず、長さの関数であることを学習してきている。しかし、中学校３年になると学習したことを忘れている生徒が多い。授業ではははじめから長さの関数であることを前提として始めるのではなく、周期がどんな変数で変わっていくのかを丁寧に扱いたい。実験では誤差がでてくるので、各グループの実験結果を持ち寄って教室全体でデータの傾向を考えていくようにするとよい。また、周期は長さの平方根に比例するので、実験データを読みとる際に、$\sqrt{2}$や$\sqrt{3}$などの近似値を知っておく必要がある。

７．今後の発展

生徒に試行錯誤させながら、１秒の振り子、２秒の振り子、・・・と作らせて、周期を決める関数が何であるか考えていく方法もある。また、１本のひもの振動数は張力の平方根に比例するので、実験を通して考えていくこともできる。

スペースシャトルから見える地球

―― 中学校第３学年 ――

宮井　俊充（所沢市立山口中学校）

土井隆雄さんは、今地上２７４㎞の宇宙からスペースシャトル「コロンビア」に乗って地球を眺めています。青々と光る地球は、水平線まではっきり見えています。土井隆雄さんからの地球の見える範囲を求めてみましょう。ただし、地球を半径６３７８㎞の球とします。

1. 育てたい力

継続的に探求すること。既習のことを組み合わせて考えること。近似的に考えること。論理的に考えること。

2. 数学の内容

三平方の定理、円、相似

3. 数学的活動

問題場面を数学的に的確に図に表現すること。円の性質や三平方の定理などの既習の内容を使って範囲を求めること。電卓を使うこと。得られた結果を最初の場面にあわせて検証し近似的に扱うこと。

4. 使用する教材・教具

新聞記事、電卓、コンパス、定規、分度器、日本地図

5. 授業の流れ

土井隆雄さんがスペースシャトルの外で作業をしている新聞記事をもとにして、「土井さんからの地球の見える範囲」の意味をつかませる中で、地平線までの距離を、どのようにして求めるかを考えさせる。求め方は、三平方の定理と相似が考えられる。

6. 授業の構成で重要な点

数学のよさ・美しさを感じるのは、数学の実用的なよさがわかる、数学が科学として有用性を説明できるときなどである。当面した課題の解決の過程を通して、生徒なりの発見をし、なるほどと感じ、生徒なりに納得したよさ・美しさを感じさせる。

三平方の定理は、教材としての価値の重要性だけでなく、それを応用できる場面が豊富で、いろいろな図形の性質の考慮に有効な定理である。本課題は、教科書で扱ったものをふまえ、それを発展したもので、円を含む図形の性質・相似・三平方の定理など、学習する内容が多い。ここでは、机上の小さな直角三角形でも、宇宙にある巨大な直角三角形においても同様に三平方の定理が成り立つことがわかったときの美しさがある。

課題解決の場面で、既習事項の中に、どのように結びつけるかという解決方法の見通しを考える場面が重要である。具体的には、それら空間での問題を平面におきかえて、円の性質や相似の考え、三平方の定理などをどのように利用して求めていくかである。

7. 今後の発展

地球全体をカバーするには何個の人工衛星をどのくらいの高さに上げればよいか。地上２４７㎞に止まってみえるスペースシャトルはどのくらいの速さで飛んでいるのか。

魚の住みよい川づくり（魚道）

―― 中学校第３学年 ――

宮井　俊充（所沢市立山口中学校）

魚の住みよい川について考えてみましょう。

1. 育てたい力

表現されたものの意味をよみとること。身の回りの環境をよくしようと考えること。

2. 数学の内容

文字式、平方根、傾き

3. 数学的活動

公式に数値を代入して値を求めること。電卓を使って計算すること。公式の意味を代入して値に照らして見いだすこと。

4. 使用する教材・教具

写真・ビデオ（魚が上流へ昇っていく様子）、電卓

5. 授業の流れ

環境をテーマに、魚が住みよい川をつくるにはどうしたらよいかを理解させる。魚道をつくるのは、専門的な土木工学が必要で、ここでは、公式や魚の３つの定理を使う中から、数学で自然を理解させる。魚道がどのように作られているのか、その中に数学がどのようにひそんでいるかを考えさせる。

サケ・マスが上流へ昇っていく様子のビデオを見せながら、魚に関心を持たせ、その中から環境問題としての川の仕組みについて考えさせる。ここでは、魚道をつくる公式のなかに、平方根がひそんでいたり、魚の突進速度や勾配を具体的な数値をあてはめ、実感させる。

6. 授業の構成で重要な点

本課題は、環境のなかで川にポイントを絞り、数学で自然を理解しようとするものである。川に人が手を入れて、魚にとってすみにくい川が増えたようである。魚を守るため川に魚道を作っている。

ここでは、魚道がどのように作られ、その中に数学がどのように生かされているかを、考えることを目標としている。「魚道の流速および流量公式」は、土木工学の分野で極めて専門的で難しいので、公式を使うなかで、平方根と勾配等の利用について考えさせる。ここでは、公式・定理の中に、数学がひそんでいることを理解し、具体的な数字をもとにして納得させる。

7. 今後の発展

川だけでなく環境問題の解決に関して使われている数学的な公式からその意味を考えさせる。

タイムカプセルを作ろう！

―― 中学校第３学年 ――

宮井　俊充（所沢市立山口中学校）

メッセージを入れた直径２４㎝のボール状の容器を、４つずつ、円柱状のタイムカプセルに入れて校庭に埋めようと思います。大きな穴を掘るのは大変なので、この円柱状の体積をできるだけ小さくしたいと思います。どのような円柱のタイムカプセルを注文すればよいでしょうか。

1. 育てたい力

論理的に考えること。継続的に探求すること。

2. 数学の内容

三平方の定理、重心、円、円柱

3. 数学的活動

条件に合わせて数学的に的確に図に表現すること。平面図・正面図・見取図をかくこと。円の性質や三平方の定理などの既習の内容を使って長さを求めること。電卓を使って計算すること。

4. 使用する教材・教具

タイムカプセル（円柱状の形）、ボール、電卓、コンパス、分度器

5. 授業の流れ

「三平方の定理」を通して、平面図形から空間図形へと利用の範囲を広げていく学習である。平面から空間へと関連づける学習が少ないため、ここでは、三平方の定理を平面図形への利用から空間図形への発想を広げるパイプライン的役割をはたす場面とした。

３個のボールが入るタイムカプセルを用意し、４個にするにはどうすればよいかを考えさせる。４個の並べ方は難しいので、まず図形をかきながら理解させる。

6. 授業の構成で重要な点

図形を数値化する計量化の学習は小学校から続けられている。第４学年では面積の単位、第５学年では平面図形の面積の求め方、直方体の体積の求め方、第６学年では、柱体や錐体の表面積や体積を学習している。中学校第１学年の平面図形や空間図形での考察をもとに、第２学年の図形の論証によって明らかにした性質をもとに、筋道を立てて、三平方の定理・重心の定理を利用できるようにする。

「タイムカプセルを作ろう！」という課題は、実際に作ることになったタイムカプセルを、どのように作ればよいかを考える中で、三平方の定理・重心の利用に気づかせる。タイムカプセルは円柱の形がなぜよいのか、より体積を少なくするにはどうしたらよいかを考えるさせる。内容的には中学生としては、難しいが、３個のボール（基本的）から４個のボール（発展）まで多様な考えができる。

7. 今後の発展

円柱にカプセルを入れたときにできる空間の量から考えれば、１か４の場合に体積が最小になることは予想できる。高校で扱う場合は、金属原子の最密充填（化学）などと関連づけた展開をすることが考えられる。中学生にはやや難しいが、発展的に取り扱うことができる。

数学新聞を作ろう！

── 中学校第３学年 ──

宮井　俊充（所沢市立山口中学校）

数学新聞を作ろう！

1. 育てたい力

色々な情報を処理すること。よりわかりやすく表現すること。

2. 数学の内容

算数・数学の全般

3. 数学的活動

数学新聞を作ること。インターネット・図書館の本…様々な情報を集め、日常生活の中で、どのように算数・数学が生かされているかを知る。

4. 使用する教材・教具

原稿用紙、コンピュータ、図書館の本

5. 授業の流れ

普段の授業では、授業時間数と内容でじっくりと自分で考えて自由に何かに取り組むことは難しい。そこで、夏休みを利用して、「数学新聞を作ろう！」と題して、じっくり数学の面白さや楽しさを考えさせようとした。実は、元々の発想は、理科の自由研究にある。自分なりのスタイルで自由に数学に触れてもらいたいというのが、出発点にある。それと、自分で図書館へ行って本を探したり、インターネットで情報を集める機会を作りたかった。

できた作品は、できるだけ他の人に見てもらって、よさを理解してもらうため９月上旬に数時間かけて、発表会をおこなった。他の人にじょうずに伝えるため、より理解を深めようとしていた。

6. 授業の構成で重要な点

あまり範囲を限定せず、算数・数学に関わるものであれば、どのようのことでもかまわないというところからはじめる。前年度の作品で、よいものを見せ、そのすばらしさを紹介し、もっと頑張ろうと意識付けをする。できた作品については、適切な評価を行なう。発表会・質問コーナー・教師の一言・印刷・廊下への掲示等が重要である。

7. 今後の発展

日常生活の中に、数学がどのように潜んでいるかを考えることができるようにする。それを、よりわかりやすく情報をまとめ、わかりやすく表現することができる。

一番見える場所で絵画鑑賞をしよう

－中学校３年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

人間の目線よりも高い位置に絵画があるとき、どの位置に立つと一番と大きく見えるでしょうか。絵画の横幅は近づけば近づくほど見込む角が大きくなるので、当然絵画に一番近いときが最も大きく見えます。さて、絵画の縦幅について考えてみると、横幅と同様に絵画に一番近いときが最も大きく見えるといえるでしょうか。

１．育てたいこと

構造を見抜くこと。見抜いた関係を図に表すこと。環境を認識すること。

２．数学の内容

投影図、角度、垂直二等分線、円周角の性質、三平方の定理

３．数学的活動

理想化すること。関係を図に表すこと。図を変数的にみること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

定規、分度器、コンパス、

５．授業の流れ

①対象を図に表し、一番大きく見えることを見込む角に置き換えて、どの位置に立つと大きく見えるか予想する。

②ある位置における見込む角と等しくなる位置を探す。円周角の性質から目線に接して、絵画の縦の線分の端点を通る円を書くことで、立つ位置を決める。

③　立つ位置が実際どのあたりになるかを数値で求める。

６．授業の構成で重要な点

①では立面図にして絵画の縦幅の大きさを見込む角度に置き換えて考える。ここが大きなポイントで、見込む角を書いてみることで、壁に近づきすぎると見込む角（θ_1）が小さくなっていき、反対に壁から離れすぎても見込む角が小さくなることの予想がつく。②ではある立つ位置（X_1）ににおける見込む角（θ_1）と同じ角があることを気づかせることで、円周角の定理（の逆）に結びつく。すなわち、絵画の縦の幅を見込む２つの角を同じにしたいわけだから、２つの角がが絵画の縦の幅（弧）に対する同一円周上の円周角になるようにすればよい。したがって、３点を通る円を作図して円弧を描き、θ_1と等しい場所（X_1’）が特定できる。この点X_1’の作図は、中学１年の作図の範囲内で可能である。①で予想をしていた、「人間が壁から離れるに従って絵画の縦幅を見込む角は、単調増加していきある地点で最大値（θ）をとり、また単調減少すること」は、円周角の性質でも示すことができる。③では、三平方の定理に持ち込めばよい。

７．今後の発展

高等学校では、三角関数を使って見込む角をθとしたとき、$\mathrm{Tan}\,\theta$を表しておき、加法定理または相加相乗平均を使って式を変形して解くか、あるいはグラフ電卓を使ってグラフ上で最大値を求めることができる。

エラトステネスが地球を測った方法に迫ってみよう

－中学校３年－

松元　新一郎（東京学芸大学附属大泉中学校）

ギリシア時代のエラトステネスは、地球の大きさを人類で始めて数学的に求めました。現在のように機材のないギリシア時代に、エラトステネスがどのように地球の大きさを測っていたのかを考えてみよう。

１．育てたいこと

構造を見抜くこと。見抜いた関係を使って資料集と比較すること。環境を認識すること。

２．数学の内容

平行線の性質、角度、扇形の弧の長さ、近似値、有効数字

３．数学的活動

測量すること。理想化すること。関数関係を発見すること。見つけた関数関係を使って現実の問題にあてはめること。実際に確かめること。

４．使用する教材・教具

理科年表、地図（地図帳、観測場所の国土地理院発行の地形図）、分度器、メジャー、電卓(生徒分)、(あるとよいもの:平板測量器、地球儀)

５．授業の流れ

① 休業中のレポートとして生徒各自に南中高度を測定させておく。

② エラトステネスが測った方法を理解する。

③ 観測結果を利用して、計算をする。

６．授業の構成で重要な点

理科第二分野「地球と太陽系」の中で地球の公転・地軸の傾き・南中高度等を学習するので、理科の教員と事前に打ち合わせしておくことが大切である。また、南中高度の観測は、天候に左右されるのと、時間がかかるので、休業中に調べさせておくとよい。レポートを出題するときは、①日付②南中した時間③場所（住所を番地まで含めて記人。観測地点を含む１/20万の地形図を買い、観測地点に印を付ける）④測定方法（道具を用いた場合には、どんな道具をどのように使ったのかを図をつけて説明）⑤南中高度、などを記録するように指示しておくとよい。とくに、南中高度（角度）をいかに正確に計るかが重要なポイントであるので、生徒にも意識させたい。生徒の観測場所の範囲が限られてくるので、他校が観測した結果（インターネット上にデータが蓄積されている）を利用する方法もある。

７．今後の発展

エラトステネスの方法は、同じ経度上の２点の南中高度を利用して、地球の大きさを測ったものである。同じ緯線上の２点の観測場所があるとしたときの地球の大きさを測る方法を考えさせることもできる。また、高等学校では、三角関数を利用して任意の２点の観測場所で、地球の大きさを測る方法を考えさせることもできる。また、季節に左右されない日時計を作ることもできる。

潮の干満と八・六算法

－中学校３年－

牛 場 正 則（東京都新島村立式根島中学校）

かなり昔から、東京以南の太平洋側の漁師さんたちは、「八・六算法」という方法を使って、その日の干潮のおおよその時刻を出していました。

「八六算法」とは、旧暦の「日にち」に８をかけたとき、積の一の位を除いた部分が「時」、さらに、一の位に６をかけた積が「分」になり、干潮に時刻が求まるという計算方法です。

例　旧暦　７月１３日の干潮の時刻は

$13 \times 8 = \underline{10}\ \underline{4}$

１０時

$4 \times 6 = \underline{24}$

２４分

今日はこの計算方法をもとに、勉強しましょう。

１．育てたいこと

物事を科学的に処理する態度を養うこと。

学習の仕方を学ぶこと。

２．数学の内容

比例、中心角、時間

３．数学的活動

疑問を解決するために必要な用語や内容を調べること。

既習事項を活用して、計算手順の意味を理解したり、説明できるようにすること。

４．使用する教材・教具

潮時表、カレンダー(旧暦付き)、辞書

５．授業の主な流れ

① 日常の生活で干潮の時刻を知る必要性を考えさせる。
② 八・六算法の計算手順を知る。
③ この計算方法で干潮の時刻がわかる原因を探るために、何を調べればよいかを検討する。
④ 調べた事柄や既習の知識を関連づけて、理由を考える。
⑤ わかったことを発表して、みんなの前で説明する。

６．授業の構成で重要な点

① 生徒自ら疑問を感じ、「なぜだろう・どうしてかな」という意識を持たせる。
② 理由を考えることの意義を考えさせる。
③ 「わからないことは何か」を明確にする。
④ 調べる方法を考え、いろいろな方法で調べる。

７．今後の発展

① 図書館などで調べる。
② 調べたことを整理し、「八・六算法の秘密」のカギをまとめる。
③ 調べたことをみんなの前で発表し、他の生徒からの質問や意見に答える。

望遠鏡で距離を測ろう！

－高等学校１年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

ある望遠鏡で、沖を航行中の定期船を見たところ、右のように、その船体がちょうど望遠鏡におさまりました。距離と見える範囲の間にある関係をもとに、いまいる地点から定期船までのおよその距離を求めたいと思います。どのようにしたらよいでしょうか。ただし、使用する望遠鏡は10×25［倍率×対物レンズの有効直径］，5.5°field［視野］、定期船の全長はおよそ111mです。

１．育てたいこと

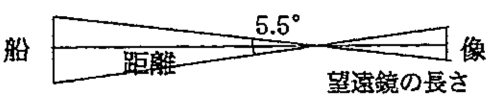
構造を見抜くこと。実験をして、帰納的に考えること。共同して考えること。

２．数学の内容

三角比、１次関数

３．数学的活動

問題の解決に必要な要素を見い出すこと。問題場面を抽象した図（右図）をかき、図形の問題に置き換えること。距離と見える範囲（船の大きさ）の関係を求めるために三角比を活用すること。実験をして、距離と見える範囲の関係を帰納的に求めること。様々な方法で求めた結果を比較、検討すること。有効数字に配慮して答えを出すこと。



４．使用する教材・教具

望遠鏡（双眼鏡でも可）

５．授業の流れ

①問題場面を提示し、望遠鏡の構造や倍率、視野に関する説明をする。

②グループ毎に解決に当たらせ、適時助言をする。

③各グループに発表させ、解決方法や答えについての吟味を行う。

６．授業の構成で重要な点

はじめに、望遠鏡の構造や倍率、視野に関する説明を簡単に行う。実験を行わせる都合上、準備できた望遠鏡の倍率、視野に問題の設定を変更しておく。

４～６人のグループを作り、解決に当たらせる。解決への方針が立たないグループには、実験を行うよう助言をする。この場合、次のような実験方法が考えられる。

望遠鏡で壁をのぞき、見える範囲（円の直径）を測定する。例えば、壁の見えている範囲の両端に印を付け、その長さを測るなどの工夫をする。壁との距離を変え、同様のデータを集める。

最後に、必ず、各グループの解決方法を発表する時間を設け、それぞれの方法と答えを比較、検討する。

また、答えを何桁まで求めるかは、有効数字に配慮して自らで判断させるようにする。

７．今後の発展

望遠鏡を筒に変え、その太さや長さと見える範囲の関係や、対象物との距離と見える範囲の関係を求めること。求めた関係を活用できる現実の場面を考えること。例えば、筒の長さを変えて、ある建物がちょうどおさまるようにし、筒の長さと見える範囲の関係から、その建物までのおよその距離を求める。

月曜日の朝は寒い！？

－高等学校１年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

> 夕方のニュース番組で、お天気キャスターの森田さんが次のようなことを言っていました。
> 「過去の都心の１月の最低気温を曜日別に平均してみると、月曜日の気温が低く、週末に向けて、だんだん高くなっているんです。統計的にも、月曜の朝は寒いんです。」
> これは本当でしょうか。実際に調べてみましょう。

１．育てたいこと

推論すること。結論の妥当性を検討すること。

２．数学の内容

平均値、データの縮約

３．数学的活動

表計算ソフトを使って、平均値を求めること。また、データの分布や月曜日の気温が低くなる原因から考えて、除外すべきデータを決めること。結論の妥当性について検討し、「平均値」で考えることの危険性を知ること。

４．使用する教材・教具

表計算ソフト、CD-ROM版気象年鑑（東京の1976～1997年の１月の日別最低気温のデータ）

５．授業の流れ

①東京の1981～1997年の１月の最低気温の曜日別の平均値を求める。

②極端な値として除外するデータを決め、曜日別の平均値を求める。

③他に除外すべきデータがないかについて検討する。あれば、除外し、再度、最低気温の曜日別の平均値を求める。

④月曜日の最低気温が低いと結論づけてよいか、また、低いとしたら、その原因を「排気ガスの影響」と考えてよいかについて検討し、レポートにまとめる。

⑤発表させ、それぞれの考え方について、話し合う。

６．授業の構成で重要な点

表計算ソフトを使い、データの処理を行う。その際に使用する関数や操作は限られており、かつ煩雑なものではないので、できる限り、生徒自身に行わせる。

また、はじめに求めた最低気温の曜日別の平均値が火曜日の方が低くなることから、早急に、結論は誤りと判断するのではなく、単純に平均しただけでよいかを考えさせ、除外すべきデータの存在に目を向けさせるようにする。

７．今後の発展

統計の内容として、極端なデータの処理に関連して標準偏差や分散の考え方を、また、最低気温の曜日別の平均値の間に差があるかを数学的に結論づける方法として「検定」の考え方を扱うこと。

環境問題と絡めた展開をすること。例えば、排気ガスが自然界に及ぼす影響の大きさについて、資料を集め、分析させるが考えられる。

飲料水の消費量を予測しよう

－高等学校１年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

下の表は、日本人１人当たりの飲料の年間消費量（ml）を表しています。茶系飲料の健康的なイメージが受けているのでしょうか。あるいは、もともと日本人の味覚に合うのでしょうか。茶系飲料は、新しい種類のものが次々と発売されています。そこで、

ソフトドリンク・・・炭酸飲料，果実飲料，コーヒー，乳性飲料，希釈乳性飲料

とし、茶系飲料と、このソフトドリンクの消費量について考えていくことにします。この先、茶系飲料の消費量が、ソフトドリンクの消費量を上回ることがあるのでしょうか。あるとすれば、それは何年頃になると予測しますか。

	1990年	1991年	1992年	1993年	1994年	1995年
ソフトドリンク	67,109	66,737	64,383	68,309	62,564	61,498
茶系	13,545	16,714	17,391	22,223	24,210	27,403

１．育てたいこと

近似的に捉えること。現実的な事象と学習した事柄を関連づけること。

２．数学の内容

等差数列、等比数列

３．数学的活動

現実的な事象である飲料水の消費量の変化を、近似的に等差数列や等比数列として捉え、公差や公比を見出すこと。また、等差数列あるいは等比数列として捉えた根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけ、述べること。

４．使用する教材・教具

アメリカ、ドイツ、フランス、イタリアのソフトドリンクとミネラルウォーターの１人当たりの年間消費量に関する記事、日本人１人当たりの飲料の年間消費量に関するデータ

５．授業の流れ

①アメリカ、ドイツ、フランス、イタリアのソフトドリンクとミネラルウォーターの１人当たりの年間消費量に関する記事を紹介し、自分が１年間におよそどれくらいの炭酸飲料や茶系飲料を飲んでいるかを求める。

②日本のソフトドリンクとミネラルウォーターの１人当たりの年間消費量に関するデータを与え、それが逆転する年を予測する。

③様々な考え方を発表させ、その共通点やよさ、予測の妥当性などについて話し合う。

６．授業の構成で重要な点

折れ線グラフを、現実のデータを近似的に等差数列や等比数列と捉える際の根拠のひとつとして利用できるように、等差数列や等比数列の学習において、それぞれの数列の変化の様子を表す離散的なグラフを扱っておく。

はじめから、近似的に等差数列や等比数列と捉えられる生徒は少ない。様々な考え方を取り上げる中で、他の考え方との共通点や相違について考えさせ、そのよさに気づかせる。また、その際、等差数列あるいは等比数列として捉えられる根拠を、現実的な事象とそれぞれの数列の変化の特徴を関連づけて、考えさせる。

７．今後の発展

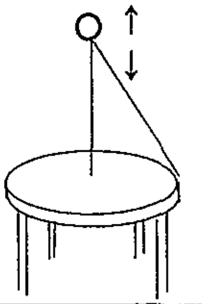
統計の学習へつなげること。例えば、ある年のデータを例外として除いたり、３年毎にまとめたりするなど、与えられたデータのよみとりや処理に関する考え方を取り上げる。

光を大切にしよう！

−高等学校２年−

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

テーブルの上方に、電球をつるそうと思います。テーブルの縁がもっとも明るくなるようにするには、この電灯をどのような高さにつるしたらよいでしょうか。



１．育てたいこと

構造を見抜くこと。予想して、実験して、確かめること。

２．数学の内容

三角比、三角関数

３．数学的活動

電球の高さを変えたときの照度の変化を観察し、その関係を表すグラフを予想すること。「入射角の余弦法則」を、問題場面を抽象した図で三角比を用いて導くこと。電球の高さと照度に関する関係を式に表し、グラフ電卓を使い、最大値を求めること。得られた結果を検証すること。

４．使用する教材・教具

グラフ電卓、電球、CBL/CDAシステム[グラフ電卓に接続可能な簡易型データ収集機]（なくてもよい）

５．授業の流れ

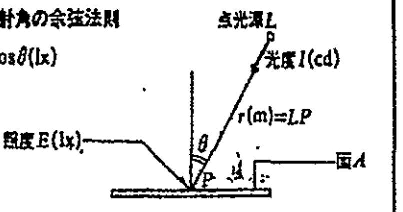
①高さの調節できる照明の写真等を見せ、問題場面の意味を捉えさせる。

②光源の真下での照度の変化について考える。この変化の様子を表すグラフを予想した後、実際に、実験を行い、CBL/CDAシステムでグラフを得る。［距離の逆２乗の法則］

③②と同様に、光源の高さを変化させたとき、テーブルの縁の照度はどのように変化するかを観察させる。そして、そのときの変化の様子を表すグラフを予想する。

④助言を与えながら、「入射角の余弦法則」を導かせる。そして、生徒の実態に応じたヒントを与えた後、残りの解決は宿題にし、レポートとして提出させる。

⑤最後に求めた値をもとに、検証実験を行う。

> ②入射角の余弦法則　光度I（cd）の点光源Lによって，面A上の点Pを照明する場合を考える(図6)。LP間の距離をr(m)，Aに立てた法線PNとLPの間の角（入射角）をθとする。この場合，点Pに得られる照度E（単位はlx)は，
>
> $$E=\frac{I}{r^2}\cos\theta .$$
>
> これを〈入射角の余弦法則〉という。
>
> 図6−入射角の余弦法則
>
> $E=\frac{I}{r^2}\cos\theta$(lx)
>
> 
>

６．授業の構成で重要な点

本問題は、照度が光源との直線距離の２乗に反比例する「距離の逆２乗の法則」の応用である。この「距離の逆２乗の法則」は、可能ならば、CBL/CDAを使い確かめさせたい。これを踏まえ、本問題の解決に直接関わる「入射角の余弦法則」は、助言のもと、生徒自らに導かせる。

また、必ず問題場面に関する実験を行い、電球の高さを変化させたときの、テーブルの縁の照度の変化を観察させる。そして、そのときの変化の様子を表すグラフを予想させる。

なお、求めた三角関数の最大値は、式変形で求めることも可能だが、技巧的なので、できる限り、グラフ電卓を利用する。

７．今後の発展

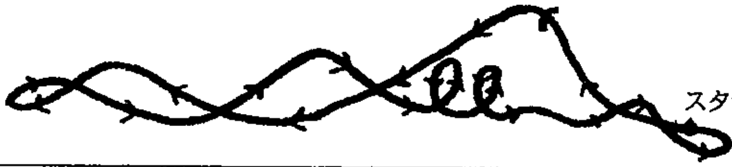
数学Ⅲにおいて、三角関数の微分の応用教材として扱うこと。似た構造を持つ問題を扱うこと。例えば、「壁に掛けられた絵を見る視角が最大になる距離を求める」など。

ジェットコースターのグラフ

－高等学校２年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

図のジェットコースターに乗ったときの、地面からの高さの変化の様子を表すグラフをかいてみよう。グラフには、速さの変化「速い」「遅い」などを書き込んで下さい。



１．育てたいこと

既習の事柄と現実場面を関連づけて捉えること。変化を的確に表現すること。話し合うこと。

２．数学の内容

時間と距離(高さ)のグラフ、速さと変化の割合

３．数学的活動

ジェットコースターのコース図から、そのジェットコースターに乗ったときの、地面からの高さの変化の様子を表すグラフをかくこと。

４．使用する教材・教具

遊園地のジェットコースターの全景図やビデオ映像（なくてもよい）

５．授業の流れ

①実際のジェットコースターの全景図や映像がおさめられているビデオを見せ、速さや高さの変化の様子を捉えさせる。

②問題を提示する。

③机間指導をして、生徒の解答を分類する。

④分類毎に生徒を指名し、板書させる。

⑤どのグラフがもっとも適切かについて話し合う。

６．授業の構成で重要な点

この問題を高校２年で扱うのは、三角関数や微分の学習への発展を考えてのことであり、さもなくば、中学３年や高校１年でも扱える題材である。

実際のジェットコースターの全景図や映像がおさめられているビデオを見せ、速さや高さの変化の様子を捉えさせた後で、問題を提示する。準備できないときは、問題のジェットコースターはどのように走るか、特に速さの変化について、全体で確認する。

また、生徒の反応は、およそ次の観点で分類できる。これを参考に、生徒を指名するとよい。

Ａ　速さの違いをグラフに表せない。

グラフ内に書いた「速い」「遅い」などのコメントとグラフが対応していない。図のコースの傾きをそのままグラフにしている。

Ｂ　直線のみの折れ線グラフにしている。

Ｃ　回転部がうまく表せない。

Ⅰ　グラフも回転させている。

Ⅱ　上昇から下降への変化が尖っている。

Ｄ　その他

スタート地点に戻ったり、上昇を続けていたりする。

７．今後の発展

他の現実的な問題場面や現象で、同様にグラフを予想すること。速さの変化をより正確に捉えるという目的で微分の学習につなげること。回転時のグラフから三角関数の学習に発展させること。

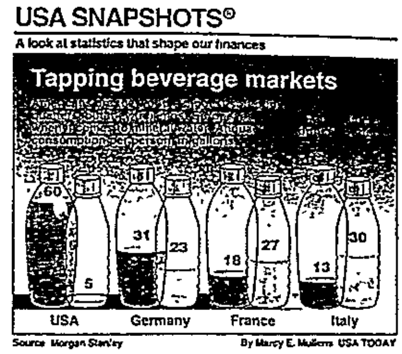
飲料水の消費量

－高等学校２年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

この先、自分の飲食に関する好みがそう変わるとは思わないかもしれないが、平均的なアメリカ人が１年間に消費するソフトドリンクの量が１年毎に２％の割合で減り、同時にミネラルウォーターの量が１年毎に５％の割合で増えると考えることにしよう。このとき、ソフトドリンクより、ミネラルウォーターの消費が多くなるのは何年後か。

（現在　ソフト：60，ミネラル：5　［ガロン］）



１．育てたいこと

仮説を立て推論すること。既習の事柄を組み合わせて考えること。他の文化に関心を持つこと。

２．数学の内容

指数関数

３．数学的活動

x年後の消費量を求める式をつくること。グラフ電卓で得られるグラフを用いて、不等式を解くこと。指数関数のグラフの性質や指数が小数の場合の意味について考えること。

４．使用する教材・教具

ミネラルウォーターとソフトドリンクの消費量を示すアメリカの新聞の切り抜き、グラフ電卓

５．授業の流れ

指数関数の導入時に、本問題を扱う。

①問題を提示し、個別またはグループで解決に当たらせる。

②グラフを用いて逆転する年を求めるという考えを取り上げ、実際に求めさせる。

③②の過程で生じた疑問を挙げさせ、それをもとに、後の授業を展開する。

例．「指数関数のグラフには、右上がり、右下がりの２種類があるようだ！」

「右上がり、右下がりになるのは、それぞれどのような場合なのか？」

→指数関数のグラフについての学習へ

「指数が、負の数や小数の場合の値は何か？」

→指数の拡張についての学習へ

６．授業の構成で重要な点

ほとんどの生徒が１年後、２年後、･･･、と計算し表を作るが、その後の活動で、おおよそ次の３つタイプに分かれる。

Ⅰ　表から規則性を見つけようとするが、見つけられない。

Ⅱ　表を作る過程で、それぞれのx年後の消費量$60\cdot0.98^x$、$5\cdot1.05^x$と表せることに気づく。そして、それをもとに方程式や不等式を立てるが、解くことができない。

Ⅲ　グラフを用いて逆転する年を求めるという考えを出す。

Ⅲの考え方を取り上げて、逆転する年を求める。また、この過程でグラフの特徴や指数の意味に関する疑問を挙げさせ、後の授業展開に役立てるようにする。

グラフ電卓やコンピュータを利用しない場合は、指数関数の学習後に扱うとよい。

７．今後の発展

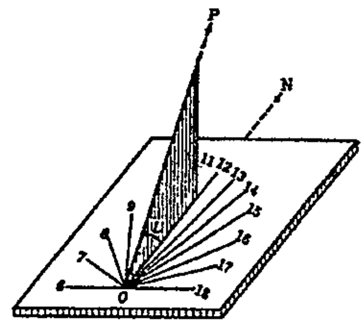
日本における炭酸飲料や茶系ドリンクの消費量のデータを集め、仮説を立て、将来の予測をすること。様々な国の飲料水の消費量のデータを集め、将来の予測をすること。様々な国のミネラルウォーターの消費量を比較し、その背景を探ること。例えば、水道水の普及率や安全性などのデータを集め分析する。これらは、国際理解を意図した発展である。

日時計を作ろう！

ー高等学校２年ー

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

水平型の日時計を作ってみよう！



１．育てたいこと

空間を捉えること。既習の事柄を組み合わせて考えること。

２．数学の内容

三角比、空間における直線と直線、直線と平面、平面と平面の関係

３．数学的活動

天球上での太陽の１日の動きや、垂直板と影の関係、緯度と地軸の関係を、図に表し、数学の問題として捉え直すこと。図に表した空間図形で三角比を用いること。得られた結果を検証すること。

４．使用する教材・教具

工作用紙またはプラスチック板、プラスチック製の天球（太陽の動きを説明するためのもの）

５．授業の流れ

①日時計の種類について紹介した後、「水平型の日時計を作ってみよう！」と投げかける。

②なぜ水平型日時計の垂直板はその地の緯度を持つようにするのかを考える。

③水平盤の時刻の目盛について考える。表した図に三角比を適用する場面からを個別活動とする。

④目盛の角度を求め、日時計を完成させる。

⑤完成した日時計を使用して、どの程度正しいかを確かめる。

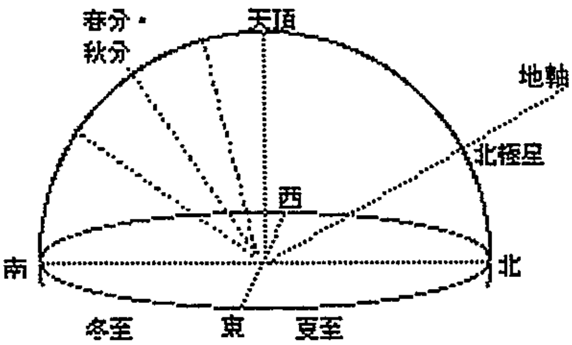
６．授業の構成で重要な点

以下の点は、模型等を使い簡単に説明する必要はあるとしても、ある程度理解していることが望ましい。そうでない場合は、実験や観測を行う必要がある。

・天球と季節による太陽の動きの関係（右図）

・１日の太陽の動きが作る平面（円）と地軸は常に直交すること

・太陽は、１日の太陽の動きが作る天球上の円を１時間に１５°動くこと



また、水平盤の時刻の目盛の角度を求める場面で必要となる図を生徒自らでかくことは難しい。適時助言をしながら図を完成させ、三角比を適用する場面からを、個別活動にした方がよい。

７．今後の発展

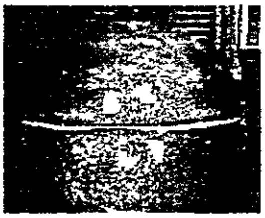
任意の地点における水平盤の時刻の目盛を求めるアルゴリズムを作ること。円筒型や垂直型の日時計を作ること。

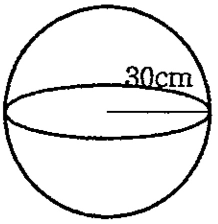
ブイをつくろう！

−高等学校３年−

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

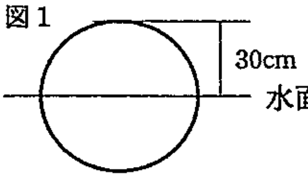
右のような海に浮かべるブイを作ろうと思います。このブイ全体の密度を1.2g/cm³、海水の密度を1.05g/cm³として、以下の問に答えなさい。





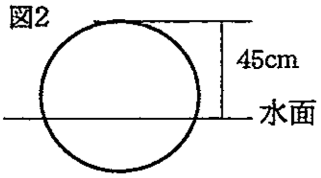
(1)図１のような状態にするためには、およそ何kgのおもりを入れればよいでしょうか。

図１



(2)図２のような状態にするためには、およそ何kgのおもりを入れればよいでしょうか。

図2



(3)おもりを入れないとどのような状態になるでしょうか。

１．育てたいこと

現実的な問題場面で既習の事柄を活用すること。数学の有用性を感得すること。

２．数学の内容

積分、回転体の体積、有効数字

３．数学的活動

水中にあるブイの体積を、積分により求めることを見い出すこと。座標軸を設定し、円の方程式を求めること。体積を積分により求めること。積分範囲を未知数とする方程式を立て、解くこと。有効数字に配慮して答えを出すこと。

４．使用する教材・教具

水、水槽、木材片

５．授業の流れ

①問題場面を提示し、浮力に関するアルキメデスの原理を説明する。

②(1)〜(3)を提示し、解決する。

③ブイの形や水面にでるブイの量を変えた発展的な考察を行う。

６．授業の構成で重要な点

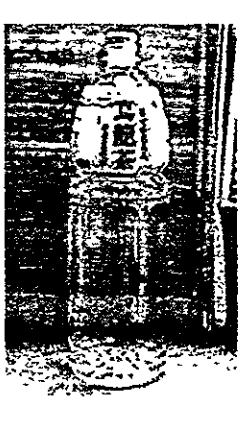
浮力に関するアルキメデスの原理は、既に学習しているはずだが、忘れている生徒もいるので、簡単に説明した方がよい。

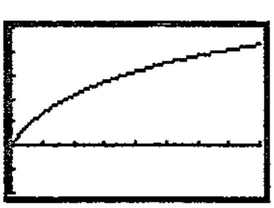
一見簡単に解決できそうで、積分を利用するようには思えない問題である。積分を使わざるを得ないという、生徒の気づきを大切にする。また、現実の立体図形の体積を、座標軸を設定し、関数式を求め、積分で求めることには慣れていないことが予想されるが、生徒自らで行わせるようにする。３次方程式は、微分を使わずに、グラフ電卓等を使い解かせてもよい。

答えを何桁まで求めるかは、有効数字に配慮して自らで判断させるようにする。

７．今後の発展

ブイの形や水面にでるブイの量を変えて、様々な立体の体積を扱うこと。例えば、右のようなペットボトルを使いブイを作ることを考える。ペットボトルの上部を、既知の関数で近似し、体積を求めるなどの活動に発展する。





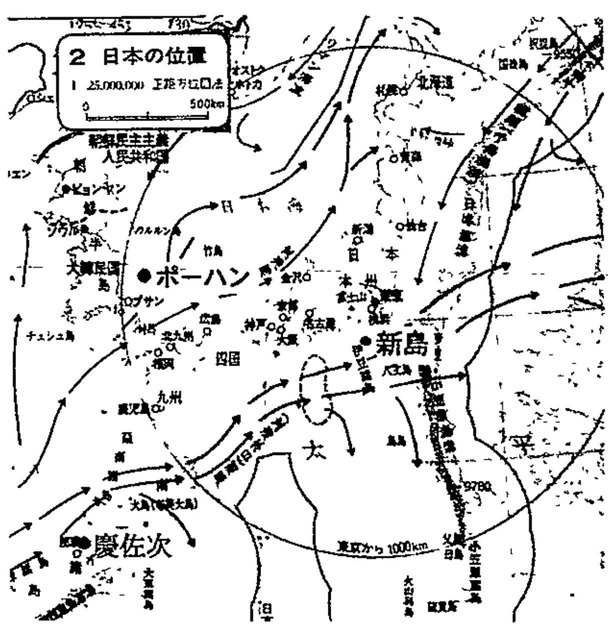
船の現在位置はどこ？

－高等学校３年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

大海原の中で、船の現在地を知るための方法に、地上からの電波を利用する「ロラン」（Loran;Long Range Navigation）というシステムがあります。複数のロラン局から、同時に、電波が送られてきます。どの電波も同じ速さで進みますが、各局から現在地までの距離は異なるので、それぞれの電波が、船で受信されるまでの時間には差が生じます。この差をもとに、位置を決定します。

新島から送られた電波より、ポーハンから送られた電波の方が673μ秒遅く受信され、慶佐次から送られた電波より、ポーハンから送られた電波の方が1534μ秒遅く受信されました。１μ秒＝100万分の１秒、電波の速さはおよそ300μm/秒です。このときの現在位置Pを決定しましょう。



１．育てたいこと

数学の有用性を感得すること。現実的な問題場面で、既習の事柄を活用すること。

２．数学の内容

双曲線（２次曲線）

３．数学的活動

電波の受信時間の差を距離の差に読み替え、その差が一定な点は双曲線上にあることを見出すこと。適切な位置に座標軸を設定し、双曲線の方程式を求めること。問題場面に関連づけて、グラフをよむこと。

４．使用する教材・教具

グラフ電卓（なくてもよい）、三角定規

５．授業の流れ

①カーナビゲーションシステムの話から電波による方位測定に関心を持たせた上で、問題を提示する。
②個別に解決させる。
③得られた４つの交点から現在地を１つに絞り込む活動に焦点を当て、何人かに発表させる。

６．授業の構成で重要な点

数学の問題として処理できる段階に至るまでに、多くのステップを踏む必要がある。生徒の実態に応じて、個別に、助言を与えるようにする。ある程度の時間を取ったら、現在位置は２点からの距離の差が一定な点なので、双曲線上にあることを全体で確認する。その上で、あらためて、個別に、双曲線の方程式を求める活動に当たらせるようにする。

７．今後の発展

カーナビゲーションシステムのしくみについて取り上げること。カーナビゲーションシステムは、衛星からの電波が車まで届く時間をもとにして、車と衛星間の距離を求めることにより、現在地の特定をしている。３基の衛星の電波を受信できれば、経度・緯度の決定ができる。

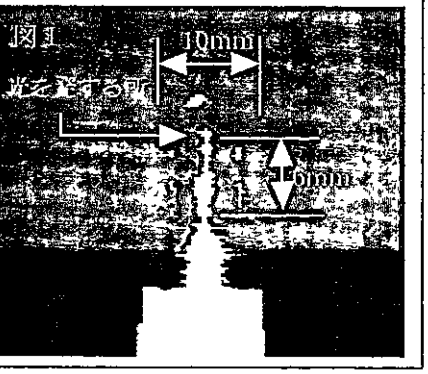
懐中電灯の反射鏡を設計しよう

－高等学校３年－

西村　圭一（東京都立武蔵丘高等学校）

放物線には、「焦点Ｆから出る光が放物線で反射すれば、すべて軸に平行な光となる。逆に軸方向から来る平行光線は、焦点Ｆに集まる。」という性質があります。この性質は、パラボラアンテナやライトの反射鏡に利用されています。

図１のような電球を利用して懐中電灯を作ることにします。適切な反射鏡はどのようなものでしょうか。実際に、設計してみましょう。



１．育てたいこと

現実的な問題場面で、既習の事柄を活用すること。検証すること。

２．数学の内容

放物線（２次曲線）、回転体

３．数学的活動

反射鏡を「放物線を軸を中心に回転させたときにできる立体」と捉えること。適切な位置に座標軸を設定し、放物線の方程式を求めること。実際の反射鏡と比較し、検証すること。

４．使用する教材・教具

懐中電灯

５．授業の流れ

①問題文にある放物線の性質について、先に、簡単に証明する。

②問題を提示し、個別に解決させる。

③反射鏡の実物を提示し、検証させる。もし一致しなければ、自分の考察に誤りがあるのか、どこを修正すればよいか、あるいは実物の反射鏡が適切でないのかなど、さらに考察を続ける。

６．授業の構成で重要な点

反射鏡の設計図を、平面図、立面図、側面図を用いて描くことが望ましいが、この問題では、放物線の方程式を求め、そのグラフをかき、「この放物線を軸を中心に回転させる」ことを書けば、設計ができたとみなす。また、手元にある懐中電灯の豆電球の大きさで問題を提示する。それにより、次のような方法で、実際の反射鏡と比較し、検証することができる。厚紙に、実寸の座標平面を作り、求めた放物線のグラフを丁寧にかく。放物線にそって切り取り、実際の反射鏡の中に入れる。

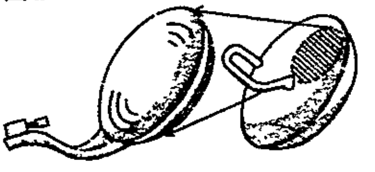
また、懐中電灯を持参させ、その反射鏡が適切であるかを調べさせるという展開も可能である。

７．今後の発展

家庭用のBSアンテナについて取り上げること。実際のBSアンテナは、図２のように、放物面の一部分を使っているものが多い。電波を受け取る部分（コンバータ）が焦点だとした場合の放物線を求め、実際のアンテナの放物面と比較させ、そのことを見出させる。また、そのようになっている理由を考えさせる。

さらに、放物面を方程式で表し、コンピュータで、そのグラフを見せ、数学そのものの発展性を体験させること。

図２



Ⅶ. 科研「算数・数学科における総合的な学習」に関する索引

科研「算数・数学科における総合的な学習」に関する索引

ここには、これまでの社会的文脈，総合的な学習の両者の研究において発表された論文等を，分類して一括して掲載する。それぞれの論文等の末尾のアルファベットは以下の報告書に掲載されていることを示している。

Ａ：『数学と社会的文脈との関係に関する研究』国立教育研究所科研報告書．1997.
Ｂ：『算数・数学科における総合的な学習の試み(1)』国立教育研究所科研報告書．1998.
Ｃ：『算数・数学教育に対する教師・保護者の態度』国立教育研究所科研報告書．1998.
Ｄ：『算数・数学科における総合的な学習の試み(2)』国立教育研究所科研報告書．1999.
Ｅ：『算数・数学科における総合的な学習』国立教育研究所科研報告書．2000．［本書］

中学校

高等学校

大学

Ⅳ．児童・生徒に対する調査

Ⅴ．教師・保護者に対する調査

Ⅵ．教科書の調査

Ⅶ．カリキュラムの開発

Ⅷ. 歴史的な考察

学校数学の中での社会との関連─歴史的回顧───────────────島田　茂　A
'51年版指導要領について─'98/7/22の国研における談話の要項────────島田　茂　D
「単元学習」時代の算数・数学教育を中心とする年表──────────長崎栄三　D
日本数学教育会誌における単元学習関係の論文──────────────長崎栄三　D

Ⅸ. 諸外国の動向

オランダの数学教育における実際的な数学──────────────瀬沼花子　A
豪州ニュー・サウス・ウェールズ州の数学教育改革───────────佐藤公作　A
イギリスの数学教育改革に対する数学者の批判────────────長崎栄三　A
一般教育としての数学教育 ─────────────────訳：長崎栄三　E
文化的文脈における数学教育 ────────────────訳：長崎栄三　E
新しい思考の概念：存在論から教育へ ─────────────訳：長崎栄三　E
批判的数学教育 ─────────────────────訳：長崎栄三　E
環境的な活動と数学的な文化 ────────────────訳：長崎栄三　E

算数・数学科における総合的な学習

平成 12 年 3 月 8 日発行

〒153 - 8681　目黒区下目黒 6 － 5 －22
国立教育研究所
研究代表者　長崎　栄三

印刷所：島崎印刷株式会社