

19世紀ドイツにおける観測誤差論の興隆：
現代統計学のパラダイムから見た歴史評価とその問題
(野方宏教授退任記念号)

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学人文社会科学部 公開日: 2013-03-12 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 上藤, 一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00007081

論 説

19世紀ドイツにおける観測誤差論の興隆 —現代統計学のパラダイムから見た歴史評価とその問題—

上 藤 一 郎

問題の所在

現代統計学のパラダイム (paradigm) は、20世紀初頭に確立された数理統計学の理論的成果に基づいており、故に数理統計学のパラダイムとは表裏一体の関係にあると看做することができる。ここでパラダイムとは、科学史研究者T. Kuhnが定義し、その後批判を受けて撤回した科学史分析の概念であるが、本稿ではKuhnがパラダイムに代わる概念として提案した専門母型 (disciplinary matrix) と等価の、極めて限定的な意味で措定する⁽¹⁾。即ち、同じ価値観を共有する科学者集団内部において、一般に認められた科学的業績で、一時期の間、専門家に対して問い方や答え方のモデルを与えるものであり、研究の規範あるいは知的伝統と言い換えてもよい。

このような定義に従い数理統計学のパラダイムを具体的に述べれば、母集団に厳密な確率分布の仮定を置き、その条件の下で母集団分布に含まれる未知パラメータに対して最適な統計的推測の方式を求めることであると言うことができ、自然科学の分野では、それが統計学一般のパラダイムとして広く受け止められている。例えば、科学哲学者のP. S. BandyopadhyayやM. R. Forsten等は、「統計学」のパラダイムを「古典統計学パラダイム (Classical Statistics Paradigm)」、「ベイジアンパラダイム (Bayesian Paradigm)」、「尤度パラダイム (Likelihood Paradigm)」、「赤池派パラダイム (Akaikean Paradigm)」の四つに分類して区別するが⁽²⁾、「統計学のパラダイム＝数理統計学のパラダイム」を前提とし、その上で「統計学」を広い意味で「統計的推測の最適性を追求する確率論を基礎にした数理科学」であるとすれば、四つのパラダイムはこの一点に収斂し得る。事実、BandyopadhyayやForsten等もこれら四つのパラダイムが「科学的推測 (scientific inference) に対する異なったアプローチである」⁽³⁾ことを表明しており、統計学が「統計的推測＝科学的推測」

⁽¹⁾ T. Kuhnは、1962年に公刊された『科学革命の構造』で「パラダイム」という用語を科学史分析の道具として提案したが、1970年に出版された同書第二版の補章第二節では「パラダイム」に代わる用語として「専門母型」という用語を提案している。

Kuhn, T. (1970), *The Structure of Scientific Revolutions*, 2nd edition, The University of Chicago Press, pp.181-187.

中山茂訳 (1971)『科学革命の構造 (第二版)』みすず書房、206～213頁。

⁽²⁾ Bandyopadhyay, P. S. and Forster, M. R., eds. (2011), *Philosophy of Statistics*, Elsevier, 2011, pp.3-18.

⁽³⁾ *ibid.*, pp.3.

を追求する科学であることをa prioriに受容している。彼らにとっては、統計学がそれとは異なる「科学である」、あるいは「科学であった」ことは想定すらしていないのである。

このようなパラダイムに対する理解は、統計学それ自体の研究のみならず、統計学の歴史研究にも少なからぬ影響を与えている。例えば、近年さまざまな統計学の歴史研究に関わる著作が公刊されているが、総じて現代統計学のパラダイムを前提にした歴史記述に終始している。具体的にその歴史記述がいかなるものであるかは後述するが、ここで一つははっきりと明言できることは、これらの研究が「統計学の歴史」という表看板を掲げながら、その実態は「数理統計学の歴史」に終始しているという点である。筆者は、従前より、このような統計学史研究のアプローチを「現代統計学のパラダイムを前提とし、そこから遡及して統計学の歴史を見る視座（以下、第一の視座と仮称）」として、それとは対照的な「統計学の原点から発生史的に統計学の歴史を見る視座（以下、第二の視座と仮称）」と区別すべきことを主張してきた⁽⁴⁾。併せて第二の視座による統計学の歴史評価が必要なことを指摘し、この視座に立つ具体的な研究として、G. Achenwall以前のドイツ国状学の再評価を試みてきた⁽⁵⁾。しかしながら、第一の視座に立つ歴史研究とは具体的にどのようなものであり、何が問題となるかについては十分な検討を加えてこなかった。そこで本稿では、先ず19世紀の観測誤差論から20世紀の数理統計学に至る統計学の軌跡を追いながら、両者を歴史的に区別し得る一つの論点を明らかにする。その上で、第一の視座に拠って立つと、このような論点から統計学の歴史を評価することが難しくなることを指摘する。

本論に進む前に差し当たり指摘しておくべきことは、第一の視座に立脚すると、例えばドイツ国状学は研究の対象にさえなり得ないという単純な事実である。これについて、I. Hackingは、ドイツ国状学を当時のドイツ統計学界の「第三の勢力」と評価し、その歴史が「どのくらい古くまで遡るのかは定かではない（重要でもない）」と述べているが、国状学に対するこのような過小評価は、Hackingに限らず科学史、科学哲学研究者に共通して認められる点であり、彼らのような書き手にかかれれば、統計学の歴史から国状学が考察の対象外にされてしまうという問題が常に起こり得るといえることは強調しておかなければならない⁽⁶⁾。もともとドイツ国状学派によって統計学（Statistik）という名称が創り出され、一つの学問として体系化されたにも拘わらず、である。見落とされるのはドイツ国状学だけではない。本来、国家科学（Staatswissenschaft）という、広い意味での政治学の一分科であった統計学が、なぜ現代では、パラダイムが確立された数学の一

⁽⁴⁾ 上藤一郎（2011）「ドイツ国状学と国家理性」、『第55回経済統計学会全国研究大会予稿集』経済統計学会，41～42頁。

⁽⁵⁾ 上藤一郎（2009）「統計学と国家科学—社会統計学の一原型をめぐって—」，杉森滉一・木村和範・金子治平・上藤一郎編『社会の変化と統計情報』北海道大学出版会，197～220頁。

⁽⁶⁾ Hacking, I. (1990), *The Taming of Chance*, Cambridge University Press, pp.23-24.

石原英樹・重田園江訳（1999）『偶然を飼いならす—統計学と第二次科学革命—』木鐸社，35頁。

分科へと変容したのか、その歴史的過程が悉く見落とされてしまわれかねないのである。

私見によれば、現代の数理統計学における研究のパラダイムを明確に確立したのは、所謂Neyman-Pearson理論の登場以降であると看做されるが、通常はR. A. Fisherにその嚆矢を求めることが多い。しかし数理統計学の核心をなす統計的推測については、F. GaltonやK. Pearsonに代表される生物測定学派（Biometrics）の統計学においても重要な研究課題であったことに鑑みれば、19世紀後半から20世紀初頭にかけて形成された生物測定学派の統計学が、数理統計学におけるパラダイム形成の端緒を切り拓いたと評価できよう⁽⁷⁾。但し、統計的推測の理論的研究は、生物測定学派以前から行われており、別けても、19世紀を通じて興隆した観測誤差論において多くの主要な理論的成果が生み出され、一つの到達点に達していた事実は留意すべきである。H. M. Walkerが「現代の数理統計学は観測誤差論の直系の学問である」⁽⁸⁾と指摘し、Fisherもまた「ガウス以来の最小二乗法の伝統」⁽⁹⁾を重視する旨述べているのはこのためである。

そもそも観測値の誤差処理の問題は、紀元前に端を発するギリシャの観測天文学以来、重要な研究対象であったが、確率論と最小二乗法との結合により夥しい理論的成果が現れるのは、C. F. Gauss以降の19世紀ドイツを中心とする天文学、測量学、数学の分野と密接に関連した観測誤差論においてである⁽¹⁰⁾。現代の数理統計学の成果は一にこのGauss以来の観測誤差論の上に成り立っている。観測誤差論の理論的系譜を濃厚に受け継ぎながらも、しかし数理統計学との間には、当然のことながら、理論的にも思想的にも一線を画すべき歴史的転換点がなければならない。さもないと、誤差論の理論的成果はあくまでも誤差論の内において、「統計学」へと名実ともに展開していくことなどなかったはずだからである。なる程、数理統計学は誤差論の直系の学問であるというWalkerの評価は肯綮に値しよう。しかしそれは、誤差論が高度に発展したが故に数理統計学へと転化したというわけではなく、もともとあった統計学の中に誤差論の理論的成果が扶植され、現代の数理統計学へと転化していったと理解されなければならない。

第一の視座に立つとこのような歴史的過程を十分に説明することが難しくなる。なぜそうなるのか、本稿で最終的に明らかにするのはこの点である。以下本稿では、Gauss誤差論とその後の

⁽⁷⁾ この私見については次の文献を参照のこと。

上藤一郎（1999）「優生学とイギリス数理統計学—近代数理統計学成立史—」，長屋政勝・金子治平・上藤一郎編『統計と統計理論の社会的形成』北海道大学図書刊行会，209～251頁。

⁽⁸⁾ Walker, H. M. (1929), *Studies in the History of Statistical Method*, The Williams & Wilkins, p.24.

足利末男・辻博訳（1959）『統計方法論史』高城書店，30頁。

⁽⁹⁾ Fisher, R. A. (1956), *Statistical Methods and Scientific Inference*, Oliver & Boyd, p.3.

渋谷政昭・竹内啓訳（1962）『統計的方法と科学的推論』岩波書店，3頁。

⁽¹⁰⁾ これらの点については次の文献を参照のこと。

安藤洋美（1995）『最小二乗法の歴史』現代数学社。

Porter, T. M., *The Rise of Statistical Thinking 1820-1900*, Princeton University Press, 1986.

長屋政勝・木村和範・近昭夫・杉森滉一訳（1995）『統計学と社会認識 —統計思想の発展 1820-1900』梓出版社。

観測誤差論の発展を、思想的側面と理論的側面の双方から幾つかの事例によって考証し、それらの成果が数理統計学の発展といかなる関連を持つのか、同時にまた両者を区別するものは何か、これらの問いに対する私見を示す。これは、前に述べた観測誤差論から数理統計学へ至る歴史的過程を評価する上で一つの論点になり得る。しかし、第一の視座に立脚した統計学史研究では、逆にこれが歴史評価の主要な論点にはなり得ないことを、近年の統計学史研究の動向を精査しながら示し、併せてその理由について明らかにしていく。

I. C. F. Gaussの誤差分布論

確率論に基づく観測誤差論は、直接にはGaussやP. S. Laplaceの業績に由来するものであるが、観測値の誤差をめぐる問題は彼ら以前から存在していた。またそうした先駆的研究における誤差処理の理論や思想がGaussやLaplaceの誤差論に大きく影響している。そこで本節では、Gauss誤差論の先駆的業績の中から、G. Galileiの観測誤差に関する思想とJ. H. Lambertによる観測誤差処理の理論を見ていく。続いてGaussが展開した観測誤差論の理論と思想を取り上げ、GalileiやLambertとの関連を明らかにする。

1. Gauss誤差論の前史

Galileiは、『天文対話』と題する著作でTycho Braheの天文観測のデータを俎上に載せ、対話という形式を取りながら誤差処理に関する三つの思想を述べている¹¹⁾。Galileiは、先ず、地球の中心から星までの真の距離（真値）があることを前提とし、観測値と真値の差が「計算法の欠陥にではなく、器具で観測しそのような角とそのような距離を調査するとき犯された誤り」¹²⁾があることを認めることから始める。つまり真値の存在と観測値の誤差を確認するわけである。その上でGalileiは、「天文学者たちが自分の器具である星の地平線の高さを求める際、誤って真実より高いとする度数と逆に真実より低いとする度数とはどちらにも等しく誤りうる」¹³⁾とし、更に「真実の位置は可能な場所の間であって、最も正しい観測に基づいて計算された大部分の距離数がそこに一致する」¹⁴⁾と述べる。これらの指摘は、観測値が真の値の周りに集中し、それ故誤差は0の周りに対称分布していること、また小さな誤差は大きな誤差より頻繁に生起することを表明したもの

¹¹⁾ Galilei, G., *Dialogo di Galileo Galilei dei massimi sistemi del mondo*, 1632.

但し本稿では次の邦訳書のみを参照した。

青木靖三訳（1959）『天文対話』上・下巻，岩波書店。

¹²⁾ Galilei (1632), 前掲訳書下巻, 20頁。

¹³⁾ Galilei (1632), 前掲訳書下巻, 27頁。

¹⁴⁾ Galilei (1632), 前掲訳書下巻, 29頁。

であり、A. Haldや安藤洋美はこうした点を捉えて、Galileiの観測誤差をめぐる思想の中に後の観測誤差論の先駆的思想を見出している⁶⁵⁾。

確かにHaldや安藤が指摘するように、Galileiの観測誤差に関するこれらの考え方は、誤差分布論の先駆をなしたものと評価し得るし、このGalileiの考え方を推定論の枠組みで理論的に敷衍していけば、真値に対する推定値として算術平均の優位性が導き出せるという意味でも、来るべきGauss誤差論に対する露払いの役割を担っていたと見ることができる。しかし天文観測の問題に特化した推定ではなく推定論一般という視点から見ると、必ずしもGalileiが、良い推定量として算術平均に固執していたわけではなかったことは付言しておかなければならない。そのことは『ガリレイ全集』に納められた『一頭の競走馬の評価をめぐる書簡』から傍証できる。

この書簡は、1672年にGalileiを含む3人の識者の間で取り交わされたもので、100クラウンの価値ある競走馬をめぐり、その価値を10クラウンと評価した者と1000クラウンと評価した者とは、評価の錯誤が大きいのはいずれであるかを論じ合ったものである。観測誤差論の表現に置き換えれば、100クラウンの真値に対して、10クラウンと1000クラウンの推定値ではどちらの方が誤差が大きくなるのか、ということになろう。この書簡は、古くはI. Todhunterが取り上げているが、「科学的にいくらかでも興味があり、価値があるものだとは思えない」⁶⁶⁾とぼささり切り捨てている。これに異を唱え、推定値と誤差の問題としてこの重要性を見出したのが、経済学者のC. M. Walshである。『推定の問題』と題する著作でWalshは、「推定の問題とは平均の問題であり、この問題の解決は、実際の数量の上限及び下限の誤差が等しくなるような平均を発見すること」⁶⁷⁾であると看破している。このような意味での推定をめぐる誤差の重要性を示した、最も初期の議論として、WalshはGalilei等の論争を取り上げているのである。Walshの紹介によれば、Galileiは、当初、この場合の推定値として算術平均の妥当性を支持し、100クラウンの真値に対する推定値としては、10クラウンよりも1000クラウンの方が誤差が大きいと考えていたようである。しかしながら後にこの考えを撤回し、幾何平均を推定値とすることの妥当性を論じた上で、両者の誤差は等しいことを主張した。

この議論を検討してみると、Galileiの誤差に対する考え方が推定論としては必ずしも一貫していなかったことが解かる。つまり天文観測では、真値と観測値との差を誤差と見ていたものの、

⁶⁵⁾ この点については次の文献を参照のこと。

Hald, A. (1990), *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*, Wiley, pp.149-160.

安藤洋美 (1995)『最小二乗法の歴史』現代数学社, 8～12頁。

⁶⁶⁾ Todhunter, I. (1865), *A History of the Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*, Macmillan, p.6.

安藤洋美訳 (1975)『確率論史—パスカルからラプラスの時代までの数学史の一断面—』現代数学社, 5頁。

⁶⁷⁾ Walsh, C. M. (1921), *The Problem of Estimation: A Seventeenth Century Controversy and Its Bearing on Modern Statistical Questions, Especially Index Number*, King & Son, p.1.

それとは性質の異なる問題（競走馬の価値の問題）では、真値と観測値（10クラウンと1000クラウン）の誤差を「差」で測るか「比」で測るか判断が揺れていた。これは、天文観測以外の問題では、必ずしも算術平均が真値であることを全面的に認めていたわけではないことを意味している。しかしながら、天文観測の問題に限定して見るならば、Galileiの思想は明確であり、Gauss誤差論の先駆的思想をそこに認めることができることは改めて指摘しておきたい。

Galileiが観測誤差論の思想的先駆者であるとするならば、理論的先駆者の一人として上げられるのがLambertであろう。Lambertは、O. B. Shyninが再評価して以来、最尤法の一原型を理論的に示した最初の数学者であると看做されている⁹⁸。ここでは、Lambertの『測光学』で展開された理論の概要を、同書英訳書を底本としてHaldと安藤の解説を参照しながら見ていくことにしよう⁹⁹。

Lambertは、誤差の絶対値は有限であるとした上で、絶対値の大きい誤差の数はその絶対値が大きくなるとともに減少するとした。更には、符号の異なる誤差の確率は等しく、それら誤差の量は観測値が増加するに伴い減少するとも述べている。これらの指摘は、何れもGalileiと同様の考え方に立っていることが理解できよう。加えて、極端な観測値（外れ値）を棄却する必要があることを指摘している点は留意すべきである。外れ値の問題は、J. W. Tukeyが探索的データ解析の考え方を提唱して以来、重要な問題として焦点が当てられるようになったが、このLambertの指摘に見られるように観測誤差論においても古くから問題とされてきたことは再認識されるべきである。

そこで今、 Q を真値、観測誤差（ $\varepsilon_i = x_i - \bar{x}$ ）を $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m, \varepsilon_n$ とする。但し ε_n は外れ値とする。また $\varepsilon_i > 0, \forall_i$ 、但し $i = 1, 2, \dots, n$ と仮定する。ここで誤差の算術平均を

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{n}$$

とし、外れ値を除く算術平均 \bar{x}' と比較すれば $\bar{x} > \bar{x}'$ となる。続いて

$$\frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} = \left| \frac{\bar{x}' - \bar{x}}{\bar{x}} \right|$$

をLambertは観測値の精度と看做した上で、 Q から最小の偏差の位置に最大の確率が来る値（mean

⁹⁸ Sheynin, O. B. (1966), "Origin of the theory of errors", *Nature*, vol.211, pp.1003-1004.

Sheynin, O. B. (2004), *History of the Theory of Probability to the Beginning of 21th Century*, NG Verlag, pp.78-80.

⁹⁹ Lambert, J. H., *Photometria sive de mensura et gradibus luminis colorum et umbrae*, Augsburg, 1760.

なお本稿では次の英訳書のみを参照した。

DiLaura, D. L. (2001), English translation, *Photometry or On the Measure and Gradations of Light, Colors and Shade*, The Illuminating Engineering Society of North America.

またHald及び安藤の解説については次の文献を参照のこと。なお数式については、これらの文献を参考に現代的表記に改めている。

Hald (1990), *op. cit.*, pp.79-83. 安藤洋美 (1995), 前掲書, 28~30頁。

quantity) を一般的な連続曲線を想定して求めている。これは即ち、観測値 $x_1, x_2 \dots x_n$ に対して以下の関係式、

$$\prod_{i=1}^n f(x_i - \bar{x}) = \max$$

を満足させるような \bar{x} を求める問題と等価であり、そこで得られる推定値 \bar{x} が今日の用語で言う最尤推定値に相当することは明らかである⁹⁰⁾。

以上の考察から、天文観測における観測値の誤差をめぐるのは、19世紀初頭に Gauss が観測誤差の理論を体系化する以前に、言わばその萌芽とも言うべき議論が既に行われていたことを確認できる。一つは、誤差の出現の在り方に関するもので、Galilei は次節で見る Gauss とほぼ同様の考え方を持っていたことである。Galilei は Gauss のように具体的な誤差分布を導出することはなかったけれども、誤差分布の基本的な思想は表明していた。また、推定値としての算術平均の良さについて、Galilei は、一般的な推定値としての良さには同意しなかったかもしれないが、少なくとも天文観測の問題についてははっきりとその良さを認めていた。この Galilei 以来の考え方を理論化させ、算術平均の推定値としての良さを明示したのが Lambert であった。Galilei 同様、Lambert も具体的な誤差分布を導出することはなかったけれども、算術平均による推定の問題を最尤法の考え方に依拠して展開したことは看過できない。これらの天体観測の観測値をめぐる議論こそが、19世紀に確立された観測誤差論の知的伝統を形成する母胎になったと考えられるのである。

2. Gauss の誤差分布と推定論

Gauss が観測誤差の理論を初めて明示したのは、1809年に公開された『円錐曲線を描いて太陽の周囲を回転する天体運動の理論』(以下、『天体運動論』と略称)においてである⁹¹⁾。同書で今日よく知られた最小二乗法と最尤法の原理を論じているのは、第二編第三節の「任意の観測値から可能な限り真に近い軌道の決定」と題する部分で、誤差分布としての正規分布もここで導出されている。こうしたことから、しばしば Gauss は、正規分布と最小二乗法の発見者として評価され

⁹⁰⁾ この議論については『測光学』の次の部分を参照のこと。Lambert, *op. cit.*, pp.98-105.

⁹¹⁾ Gauss, C. F. (1809), *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*, Hamburg, 1809. なお本稿では上記原典以外に次の英訳書及び独訳書も併せて参照した。

Davis, C. H. (1857), English translation, *Theory of the Motion of the Heavenly Bodies Moving about the Sun in Conic Sections*, Boston.

Haase, C. (1877), Deutsche übertragen, *Theorie der Bewegung der Himmelskörper welche in Kegelschnitten die Sonne Umlaufen*, Gotha.

また Gauss の誤差論については次のような著作があり、本稿ではこの原典と英訳書及び邦訳書も併せて参照した。Gauss, C. F. (1823), *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, Göttingen, 1823.

Stewart, G. W. (1995), English translation, *Theory of the Combination of Observations Least Subject to Error*, The Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995.

飛田武幸・石川耕春訳 (1981)『誤差論』紀伊国屋書店。

る場合があるが、厳密にはそれは正しくない。正規分布の発見がA. De Moivreの研究に帰せられることは今日よく知られた事実であるし、最小二乗法についてもA. M. Legendreが基本的原理を最初に示したことは一般に認められている²²⁾。しかしながら、最小二乗法の原理に基づき、算術平均が最尤推定値であるためには誤差分布が正規分布であるべきことを証明したのは、Gauss独自の業績として高く評価されなければならない。同時にこのGaussの理論的結論が、19世紀を通じて発展していく観測誤差論の出発点になったことは留意すべきである。そこで先ず、『天体運動論』で展開された観測誤差論をめぐるGaussの議論を見ていくことにしよう。

Gaussは、先ず冒頭で、観測値は真値に対して近似値以外の何物でもなく、それらの観測値を適切に組み合わせることによって未知量である真値を導き出さなければならないと説く²³⁾。続いてGaussは、真値に最も近い近似値は、観測値の適当な組み合わせ以外に方法はなく、そのためには偶然誤差 (errors forte commissi) が可能な限り相互に相殺されるべく組み合わせられた数個の観測値が必要であると述べている。更に、観測誤差の研究とは、誤差が大きくなるにつれてその確率が減少するという法則を認識することであるとした上で、ある観測値が他の観測値より正確でないと推量することは何の根拠もなく、従って同じ量の誤差は全て同様に確からしいと看做すべきであると主張している²⁴⁾。このようなGaussの観測値と誤差の関係に対する考え方は、あらゆるデータは誤差を含んでいるがその誤差は厳密にコントロールし得るという、現代の数理統計学における考え方の原型をなすものであると評価できよう。

このような前提を置いた上で、Gaussは、未知量である真値の推定値を求める論理を次のように展開している²⁵⁾。今、 f を既知の関数、 $x, y, z \dots$ を未知量としたとき、各々の最確値 (maxime probable valorum) $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z} \dots$ を f に代入した観測量を次の方程式で与える。

$$M=f(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z} \dots)$$

ここで $p, q, r \dots$ が真値であるとして、 $x=p, y=q, z=r \dots$ のとき f を $V=f(p, q, r \dots)$ と置くと、 $M-V$ は観測値の誤差を表す。そこで次に $p, q, r \dots$ の値を決める任意の系列を考える。観測によって V が値 M を取るときの確率は、 $g(V-M)$ で与えられ、同様に $V', V'' \dots$ の値が $M', M'' \dots$ となる確率は $g(V'-M'), g(V''-M'') \dots$ となる。更に全ての観測値は相互に独立と看做すため、その積 $g(V-M) \times g(V'-M') \times g(V''-M'') \dots = \Omega$ は、全ての値が観測によって与えられた確率

²²⁾ Legendreが最小二乗法の原理を提示したのは、以下の『彗星の軌道を決定するための新しい方法』と題する著作においてである。これについてGaussは、Legendreに対し激しくそのプライオリティを主張したことはよく知られている。

Legendre, A. M., *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*, Paris, 1805.

²³⁾ Gauss (1809), *op. cit.*, p.205.

²⁴⁾ *ibid.*, pp.206-209.

²⁵⁾ なお以下の議論では、数学的表記を一部現代的な表記に改めている。

もしくは期待値をあらわす。ところで、未知量 $p, q, r \dots$ の最確値の系列は、 Ω が最大値を取る場合に得られるのであるから、従って最確値は、方程式 $d\Omega/dp=0, d\Omega/dq=0, d\Omega/dr=0 \dots$ から導き出されなければならない。この方程式は、 $V-M=v, V'-M'=v', V''-M''=v'' \dots$ とし、

$$g'(\Delta) = \frac{dg'(\Delta)}{g(\Delta)d\Delta}$$

とすれば

$$\begin{cases} \frac{dv}{dp} g'(v) + \frac{dv'}{dp} g'(v') + \frac{dv''}{dp} g'(v'') + \dots = 0 \\ \frac{dv}{dq} g'(v) + \frac{dv'}{dq} g'(v') + \frac{dv''}{dq} g'(v'') + \dots = 0 \\ \frac{dv}{dr} g'(v) + \frac{dv'}{dr} g'(v') + \frac{dv''}{dr} g'(v'') + \dots = 0 \\ \vdots \end{cases}$$

と書き換えることができる。その上で Gauss は、「もし任意の（未知）量が、同じ状況下で同じような厳密さで行われた観測から直接得られた観測値によって決定されるのであれば、全ての観測値の算術平均（medium arithmeticum）は、絶対的な厳密性を有するほどではないにせよ、少なくとも最確値に非常に近い値を与えるという仮説を公理として看做すことは、最も安全な習慣となっている」⁹⁹述べ、観測誤差論の根幹をなす重要な思想を示唆している。Gauss は、前節で見た Galilei や Lambert 等の先行研究については何ら言及していないが、算術平均が最確値（最尤推定値）であると見ることは、伝統的に行われてきたことを暗黙裡に認めているのである。更に重要なことは、算術平均が最確値であるためにはいかなる誤差分布が導き出されなければならないかを論じていることである。これは観測誤差論の思考を示すものとして重要な点であることを指摘しておきたい。

算術平均が最確値であるという前提に立って、Gauss は引き続いて次のような議論を展開する。今、 $V = V' = V'' = \dots = a$ と置くと、 $g(M-a)g(M'-a)g(M''-a) \dots$ は最大でなければならないため、 $g'(M-a) + g'(M'-a) + g'(M''-a) = 0$ が成り立つ。ここで $a = (M + M' + M'' + \dots) / n$ とし、 $M' = M'' = \dots = M - nN$ とすれば、全ての整数値 n に対して $g'\{(n-1)N\} = (1-n)g'(-N)$ となる。従って、

$$\frac{g'\{(n-1)N\}}{(n-1)N} = \frac{g'(-N)}{-N}$$

となり、このため $g'(\Delta) / \Delta$ を k とすると k は定量とならなければならないことが理解できる。 k が定量であるとすれば、次の関係式が成り立ち得る。

⁹⁹ *ibid.*, p.212.

$$g(\Delta) = x \exp\left(\frac{k\Delta^2}{2}\right) = \Omega$$

但し x は定数である。また、 Ω が実際に最大値を取り得るには k は負値でなければならず、このため Gauss は、 $k/2 = -h^2$ と置き、Laplace が発見した定理を援用して

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-h^2 \Delta^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{h}$$

とし、

$$g(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 \Delta^2)$$

を導き出している。なお、ここで h は、後の観測誤差論で精度定数 (Präzisionskonstante) と呼ばれるもので、現代の表記法に従えば $h = (\sqrt{2}\sigma)^{-1}$ となる。故に上式が正規分布の確率密度関数と一致することは明らかである。

上記の結論から、Gauss は「仮に全ての観測値に同程度の正確さが仮定されるならば、未知量 p , q , r … の最確値の系列は、関数 V , V' , V'' の観測値と計算値の間の差の平方和が最小になる場合である。…この原理は数学の自然哲学へのあらゆる応用にしばしば用いられ、同じ量のいくつかの観測値の算術平均が最確値として適用できるのと同じ性質を持った公理」⁶⁾ であると指摘している。

確かに Gauss は今日の正規分布を算術平均が最確値であることを前提として導き出した。またその過程で Gauss は、この分布を仮定して算術平均が最確値であるためには平均偏差の平方和が最小でなければならないことも明らかにした。現代の数理統計学の言葉で言い換えると、正規分布を仮定した場合、未知パラメータである母平均の最尤推定量は最小二乗推定量と等価であることを Gauss は証明したということになる。Gauss の観測誤差論は、この意味で現代の数理統計学に大きな足跡を残したと言える。しかしながら、歴史的に見てより重要であると考えられるのは次の二つである。一つは、Gauss が Galilei の頃より連綿として続いている観測値の誤差と推定値 (算術平均) に対する思想をしっかりと受け継ぎ体現していたということである。このことは、観測誤差をめぐる伝統的な思想を理論的に追求していけば、必ず Gauss が成し遂げたような結果に辿り着くことを意味する。Gauss が観測誤差の思想を初めて精緻に理論化し得たのは、Gauss の卓抜な才能によるところが大きいとは言え、一つの僥倖であったとも言える。同様のことは、Gauss 以降に生み出された観測誤差論の新たな理論についても言えるが、この点については次節で検討する。もう一つは、Gauss が観測誤差の思想を理論化することに成功したことにより、観測誤差

⁶⁾ *ibid.*, p.213.

論が、観測値の誤差を処理する「方法の学」として確立されたということである。後に詳述するが、この点は、観測誤差論の方法が統計学に取り入れられ、やがては数理統計学へと昇華していく重要な契機になったと考えられる。と同時に、第一の視座に立脚した統計学史研究に対する問題点を生み出す要因にもなっていることを、差し当たりここでは指摘しておきたい。

II. Gauss以降の観測誤差論の理論的成果

繰り返しになるが、Gaussは、誤差が正規分布に従うとすれば算術平均は最確値になる、また算術平均が観測値を結合する優れた方法として一般に認められている、故に誤差分布は正規分布である、という論理を展開した。これはつまり、経験的に観測誤差は正規分布に従うので算術平均が最確値なるという論理ではない。この問題に逸早く気づき、実際の観測値を使って誤差分布の正規性を経験的に確認しようとしたのがF. W. Besselである⁹⁸。しかしBesselの観測誤差論における最も大きな貢献は、初めて確率誤差 (Wahrscheinliche Fehler) の概念を定義し、確率誤差検定の方法を確立した点であろう。そこで本節では、Gauss以降のドイツにおける観測誤差論の理論的発展の一つとしてBesselの確率誤差検定を取り上げる。またこの検定に関連して、 t 分布の先駆をなしたと評価されるJ. Lürothの標本分布論を併せて取り上げる。そしてこれらの検討を通じて、BesselやLürothが、何をGauss誤差論から引き継ぎ、何が数理統計学に引き継がれたかを明らかにしていく。

1. F. W. Besselの確率誤差概念

Besselが確率誤差という用語を初めて使用したのは、1815年に公刊された「北極星の位置について」と題する論文においてであった⁹⁹。しかしながら安藤も「意味不明である」¹⁰⁰と指摘するように、同論文では単に確率誤差という用語が使用されているだけに過ぎず、確率誤差の意味については何も書かれてはいない。それには伏線があって、実際にはこの論文以前に執筆されたものの、その翌年に公刊された論文「オルバース彗星の軌道に関する考察」で、Besselは「より小さい誤差とより大きい誤差（の確率）が等しくなるような数の限界であると理解する。各々ある広さの限界内に陥る観測値は、その限界の外に陥る観測値よりはるかに確からしい」¹⁰¹と述べ、確率誤差が誤差分布（正規分布）における正負各々の確率を二部する点であると定義しているの

⁹⁸ Bessel, F. W. (1818), *Fundamenta astronomiae*, Regiomonti.

⁹⁹ Bessel, F. W. (1815), "Ueber den Ort des Polarsterns.", *Astronomisches Jahrbuch für 1818*, S.234.

¹⁰⁰ 安藤洋美, 前掲書, 148頁.

¹⁰¹ Bessel, F. W. (1816), "Untersuchungen über die Bahn des Olbersschen Kometen.", *Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaft*, S.142.

ある。現代の数学的表記に従えば、通常の正規分布の場合 0.6745σ 、標準正規分布の場合 $0.6745(\sigma/\sqrt{n})$ となる。

この確率誤差は、逸早くGaussにおいて採用されており⁶²、その影響もあってか、ドイツにおける最も初期の確率論の著作であるHagenの『確率計算の概要』⁶³でも取り上げられている。またこれは、単にドイツ語圏に留まらず、G. B. Airyが「確率誤差 (probable error) と呼ばれる (平均平方誤差とは) 異なった数値が用いられるのが習慣となった」⁶⁴と述べているように、19世紀後半に至ると英語圏でも既に周知の概念であったことが解る。フランス語圏でも、例えばQueteletは、1828年に公刊された『確率計算入門』⁶⁵ではこの概念を取り上げていないが、1853年の『確率論』ではこれを取り上げ、「2つあるいはそれ以上の観測値の系列において、それぞれの精度を判断するのは、確率誤差 (l'erreur probable) の比較による」⁶⁶と述べている。このように19世紀を通じてヨーロッパに普及したBesselの確率誤差ではあるが、この概念は、主として観測値の誤差の有意性を判断する道具として利用されていた。所謂確率誤差検定である。

今日よく知られている統計的検定の原型は、Fisherによって形成されたことはほぼ定説になっている。しかし差の有意性を検定 (test) するという方法自体は、Fisher以前から存在していた。古くは男女出生比の差の有意性を検定したArbuthnottの検定があり、またK. Pearsonも平均の差の有意性を検定することの重要性を強調している⁶⁷。一方、Fisherも統計的検定については以前から知られた方法であることを認めており、これらの古典的検定を「確率誤差検定」と呼んで自らの有意性検定と区別している⁶⁸。

確率誤差検定とは、文字どおり正規分布を二分する確率誤差を有意性の判断基準として用いる検定方式である。観測された誤差量が確率誤差の何倍に相当するかを求め、その求めた数値の出現確率に基づいて有意性を評価するのが確率誤差検定の基本的な構図である。5%や1%のような有意水準を固定して、それに基づいて形式的に仮説の有意性を判断するFisher以降の統計的検定とは異なり、あくまでも計算された確率の相対的な大きさを観測値の有意性を評価することになるので、最終的な判断は観測者自身の決定に委ねざるを得ないという曖昧さは残るが、正規分布における50%点を一つの根拠にして観測値のランダム性を判断しようとする実用的な意図がそ

⁶² Gauss, C. F. (1816), "Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen.", *Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften*, Bd.1, S.187-197.

⁶³ Hagen, G. (1837), *Grundzüge der Wahrscheinlichkeits-Rechnung*, S.58-61, Berlin.

⁶⁴ Airy, G. B. (1875), *On the Algebraical and Numerical Theory of Errors of Observations and the Combination of Observations*, Macmillan, p.21.

⁶⁵ Quetelet, A. (1828), *Instructions Populaires sur le Calcul des Probabilités*, Hayez.

⁶⁶ Quetelet, A. (1853), *Théorie des Probabilités*, Société pour l'émancipation intellectuelle, p.53.

⁶⁷ この点については次の拙稿を参照のこと。

上藤一郎 (1996), 「K. Pearsonの統計的検定論」, 『統計学』経済統計学会, 第71号, 1~10頁.

⁶⁸ Fisher, *op. cit.*, p.4. 前掲訳書, 4頁.

こにはある。このため、一般に確率誤差検定では、かなり精度の高い観測値が得られない限り「ランダムな誤差である」という判断は生じ難く、逆にFisher流の有意性検定では、5%や1%を有意水準とする慣例から「有意な差」の判断が生じ難いという傾向が認められる。

これは次のように解釈することができる。そもそもGauss誤差論の目的とは、観測に伴う不要な誤差を排除し、より良い観測値の組合せの下でより精度の高い推定値を見出すことにある。数理統計学の表現で言い換えると、確率誤差検定は一般に帰無仮説の採択を目的としているのである。それ故、観測値の精度に対して科学的信憑性に耐え得る判断を下すためには、より慎重な態度が求められるなければならない。それを具体化した一つの判断基準が確率誤差である。それに対して、Fisher検定論の目的とするところは、有意な差（真実の効果）を見出すことにあり、観測誤差論の場合とは逆に有意性の判断に対してより慎重な態度が求められるなければならない。有意な差が生じない場合、帰無仮説を棄却するのではなく、判断の保留をするというのもその表れである³⁹。このような両者における目的の相違が、判定基準の相対的な差として表れたものと解釈できよう。

見たように、Besselに始まる確率誤差とそれに基づく確率誤差検定は、Gauss誤差論を理論的により深化させたものであるというよりは、むしろGaussの示した「方法の学」という点をより徹底すべく、実用的な側面を強化した「技術」として理解することができる。Besselが誤差の正規性を実際の観測値から経験的に検証したというのも、同じくこの「実用的な側面の強化」という視点が根底にあったと考えられる。従って、Fisher理論やNeyman-Pearson理論のように、統計的検定の理論化という点から確率誤差や確率誤差検定を評価することは難しい。Fisherが確率誤差検定をして「必ずしも信頼できないことが認識されていた」⁴⁰と述べているのは、恐らくこうした理由による。しかしながら、統計的検定の理論はともかくとしても、Bessel以降19世紀を通じて、観測誤差論の理論的深化は着実に進められてきた。その中には、今日、誤差論ではなく数理統計学の理論的成果として一般に知られているものもある。先に措定した第一の視座による近年の統計学史研究も、その多くはこの点の歴史的解明に焦点が当てられており、優れた研究成果が生み出されている。そこで次節ではその一つを取り上げ検討することとする。

2. t 分布の先駆的研究

周知のように、Studentのペンネームで知られるW. S. Gossetは、 t 分布の発見者として統計学史上高く評価されている。その主な理由は、Fisherの業績に先駆け精密標本分布を初めて導出し

³⁹ この点については次の拙稿を参照のこと。

上藤一郎（1999），前掲論文，235～242頁。

⁴⁰ Fisher, *op. cit.*, p.4. 前掲訳書，4頁。

たこと、そしてそれに基づき小標本からの精確な統計的推測の数学理論を展開したという点に求められる。しかしながら、J. Pfanzagl と Sheynin は、既に 19 世紀に観測誤差論の枠組みの中で t 分布が導出されていたことを指摘している⁴¹⁾。そこで本節では、先ずこの点の検証から始めよう。

Gosset が、 t 分布を初めて導き出したのは 1908 年に公刊された「平均の確率誤差」⁴²⁾と題する論文である。今日、平均値の t 検定として知られる方法を同論文で提示しているのであるが、論文のタイトルからも解かるように、検定の構図そのものは確率誤差検定の様式を踏襲している。また t 分布というのは、後年 Fisher が自由度の取り扱いをより明確化した上で命名したもので、この論文で求めたのは統計量 $z = \bar{x}/s$ の確率分布である。但し、 $t = z(n-1)^{1/2}$ である。

同論文は、標本標準偏差 s の分布関数を求めることから始めている。初めに標本分散 s^2 の定義を行った後、この分布の積率を 1 次から 4 次まで求め、最終的にこの s^2 の分布関数が Pearson 系分布関数群の第 III 分布曲線と一致することを示している。続いて、標本平均と母集団平均との差（標本平均） x と s との無相関を証明した上で統計量 z を定義し、その分布曲線を以下のように求め

$$y = \frac{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \int_0^\infty s^{n-1} \exp\left\{-\frac{ns^2(1+z^2)}{2\sigma^2}\right\} ds}{\sigma \int_0^\infty s^{n-2} \exp\left(-\frac{ns^2}{2\sigma^2}\right) ds}$$

最終的に

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} \cdot \frac{n-2}{n-3} \cdot \frac{n-4}{n-5} \cdots \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} (1+z^2)^{-\frac{n}{2}} & n \text{ が奇数のとき} \\ y = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{n-2}{n-3} \cdot \frac{n-4}{n-5} \cdots \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} (1+z^2)^{-\frac{n}{2}} & n \text{ が偶数のとき} \end{cases}$$

という結果を導出している。

ところで、この Gosset の z 分布の誘導の過程を見てみると、Gosset 自身が認識していたか否かに拘わらず、Gauss 以来の観測誤差論において多くの先行研究が存在していたことが解かる。例えば、平均偏差の分布は Airy によって当時よく知られており、これは Gosset の論文でも引用されている。また、 s^2 分布については「まだ一般的な証明法は見たことはない」⁴³⁾と Gosset は述べているが、L. von Bortkiewicz⁴⁴⁾ や Fisher も指摘するように、この分布は既に F. R. Helmert によって求められていた⁴⁵⁾。そればかりか、Helmert は自由度の概念も明確に認識しており⁴⁶⁾、つまりこれは、

⁴¹⁾ Pfanzagl, J. and Sheynin, O. (1996), "A forerunner of the t-distribution.", *Biometrika*, vol.83, pp.891-898.

なお次の文献も併せて参照のこと。Hald, *op. cit.*, p.396.

⁴²⁾ Gosset, W. S. (1908), "The probable error of a mean.", *Biometrika*, vol.6, pp.1-25.

⁴³⁾ *ibid.*, p.4.

⁴⁴⁾ Bortkiewicz, L. von. (1922), "Das Helmerzsche Verteilungsgesetz für die Quadratsumme zufälliger Beobachtungsfehler.", *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Bd.2, S.358-375.

⁴⁵⁾ Helmert, F. R. (1875), "Ueber die Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers aus einer endlichen Anzahl wahrer Beobachtungsfehler.", *Zeitschrift für Mathematik, und Physik*, Bd.20, S.300-303.

⁴⁶⁾ Helmert, F. R. (1876), "Die Genauigkeit der Formel von Peters zur Berechnung wahrscheinlichen Beobachtungsfehlers

Helmertが標本分布の重要性を認識していたことを意味する。Gossetによる t 分布の革新性を評価する以前に、そこに至る理論的基盤が既に19世紀の観測誤差論において形成されていた事実を再確認しておく必要がある。その上で、PfanzaglとSheyninの所説が検討されなければならない。

PfanzaglとSheyninが t 分布の先駆的研究として指摘しているのは、ドイツの数学者J. Lürothによる「確率誤差の二つの数値の比較」⁴⁶⁾と題する論文である。この論文でLürothは、Bayesの定理を援用して、 t 分布、より正確には「ある尺度変換に従えば t 分布と等価となる分布」⁴⁷⁾を誘導していたとPfanzaglとSheyninは指摘している。PfanzaglとSheyninによれば、Lürothは、 n 個の未知パラメータ $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ を m 個の観測値 x_1, x_2, \dots, x_m から推定する問題を立て、それらの分布曲線を

$$C_p = \frac{\frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2}p+1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}p+\frac{1}{2}\right)}$$

として求め

$$\begin{cases} C_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{p(p-2)\cdots 3 \times 1}{(p-1)(p-3)\cdots 4 \times 2} & p \text{ が奇数のとき} \\ C_p = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{p(p-2)\cdots 4 \times 2}{(p-1)(p-3)\cdots 3 \times 1} & p \text{ が偶数のとき} \end{cases}$$

という結論を得たと述べている。但し、 $p = m - n$ 、 $n > m$ であり、観測値は正規分布に従う。実際、Lürothの同論文では、PfanzaglとSheyninの指摘どおり、Gossetが得た分布曲線と等価の結論を導き出しており⁴⁸⁾、彼等の主張は正鵠を射た評価であると看做されよう。

確かに、Lürothが求めたのは、ベイズの定理に基づく事後分布としての t 分布であり、一般化という点では不十分であるとは言える。しかし、 t 分布が既に19世紀の観測誤差論において発見されていたことは、一つの事実として看做し得る。それだけではなく、Gosset自身が展開した t 分布の誘導においても、実は多くの観測誤差論における理論的成果が含まれていた。これらの事実を併せて考慮すると、 t 分布の導出は、正規分布を前提とする統計的推測の数学理論を精緻化していく過程で、必然的に到達されなければならない性格を持っていたと評価できよう。なる程、一般に評価されているように、Gossetによる z 分布の導出は、精密標本分布論に先鞭を付けたという点では画期的なものであったと言ってよい。しかし、繰り返しになるが、ドイツ語圏での研究であったが故にGossetが気付かなかったとは言え、Gauss以来の観測誤差論で既にそれは達成され

director Beobachtungen gleicher Genauigkeit.”, *Astronomische Nachrichten*, Bd.88, S.113-120.

⁴⁶⁾ Lüroth, J. (1876), “Vergleichung zwei Werten des wahrscheinlichen Fehlers.”, *Astronomische Nachrichten*, Bd.88, S.209-220.

⁴⁷⁾ Pfanzagl and Sheynin, *op. cit.*, p.892.

⁴⁸⁾ Lüroth, a.a.O., S.218-220

た理論的成果であった。更に付言するならば、Hald は、Laplace が正規分布による統計的推測の理論を展開するに当たり、サンプルサイズが与える影響について一定の結論を導き出していたにも拘らず、なぜ t 分布の導出に至らなかったのかは「驚くべきことである」⁶⁰と述べている。つまり Laplace の理論を展開していけば、必ず t 分布に到達しなければならないのだという指摘である。このような事実は、 t 分布を導出する上で重要な役割を担う χ^2 分布についても同様である。Sheynin が指摘するように、 χ^2 分布は、1863 年に公刊された「観測値系列の誤差分布における法則性について」⁶¹と題する A. Abbe の論文で既に誘導されていた⁶²。また標本分布の重要性についても、Helmert がはっきりと認識していたことは既述のとおりである。

これらの事実を重ね合わせていくと、20 世紀初頭に開花した、数理統計学の精華とも言うべき統計的推測論は、その理論の多くの部分が Gauss 以来の観測誤差論において達成されていたことが確認できる。その意味では、数理統計学は、Walker が指摘するように「観測誤差論の直系の学問」であると言ってよい。しかしそれにも拘わらず、歴史的に見れば、観測誤差論の理論的成果が数理統計学の形成過程において充分反映されることはなかった。それは Lüroth や Abbe の先行研究の事例で傍証できる。これについて筆者は、観測誤差論と数理統計学の歴史的関連を検討する場合、両者の目的が異なっている点に着目する必要があることを主張したことがある。具体的には、「データ（観測値）の精度を分析する問題」と「データから現象を分析する問題」の相違であり⁶³、観測誤差論では天体観測に特化した前者の問題を目的としたが故に、観測誤差論で成し遂げられた理論の多くは「陽の目を見ることがなかった」⁶⁴と指摘しておいた。本稿の課題に立ち戻って捉え直すと、第一の視座による統計学の歴史評価では、この論点が看過されてしまう可能性が高く、それ故に統計学の歴史が統計的推測論の歴史に矮小化されてしまう危険性が高いことを指摘しておきたい。そこで次節では、結びに代えてこの点について詳しく検討する。

第一の視座から見た観測誤差論と数理統計学の歴史的紐帯—結びに代えて—

先ず、これまで考察してきた論点を纏めておこう。観測誤差論は、Gauss の研究を契機として、主として 19 世紀のドイツにおいて体系化され、且つ理論的に精緻化されていった。その際、留意すべきは、Gauss が、Galilei 以来の観測値の誤差処理をめぐる伝統的思想を継承し、誤差を処理す

⁶⁰ Hald, *op. cit.*, p.423.

⁶¹ Abbe, E., “Über die Gesetzmässigkeit in der Verteilung der Fehler bei Beobachtungsreihen.”, *Gesammelte Abhandlungen von Ernst Abbe*, Bd.2, 1863, S.55-81.

⁶² Sheynin, O. B., “On the history of some statistical laws of distribution.”, *Biometrika*, vol.58, 1971, pp.234-236.

⁶³ 上藤一郎 (1999), 前掲論文, 222 頁。

⁶⁴ 上藤一郎 (1993), 「 χ^2 分布の史的考察」, 『統計学』経済統計学会, 第 64 号, 12 頁。

る「方法の学」として観測誤差の理論を確立させた点である。また算術平均を真値に対する推定値として重視するという伝統的思想は、その必然的帰結としてGauss以前にもLambertのような理論的研究を生み出す土壌となった。Gaussの研究は、このような知的伝統の下で成し遂げられたものであると評価されなければならない。

Gaussによって切り拓かれた観測誤差の理論は、データの精度を分析する「方法の学」として、理論的、且つ実践的研究の成果を数多く生み出していった。その中には、今日、数理統計学の理論的成果として高い評価を受けているような理論も含まれている。このことは、観測誤差論も数理統計学も理論的には同じ土俵の上に立っていることを意味する。それ故どちらの枠組みにおいても、例えば、 t 分布や χ^2 分布のような標本分布は、必ず導き出されなければならない性質を持っていたと看做すことができよう。従って、第一の視座から見た歴史評価の多くは、不可避的にこうした点をめぐる理論的関連性の分析に焦点を当てざるを得ないのである。

1980年代以降、数学史や科学史の分野で、統計学と確率論に関する歴史研究の成果が数多く生み出されてきた。代表的なものをいくつか上げれば、科学史の分野では、L. Daston⁶⁰、G. Gigerenzer⁶⁰、Hacking、Krüger・Daston・Heidelberger⁶⁰、J. von Plato⁶⁰、T. M. Porter⁶⁰、S. M. Stigler⁶⁰等による研究がある。また数学史の分野では、安藤洋美による一連の研究やA. I. Dale⁶¹、R. W. Farebrother⁶²、Hald⁶³、P. Schnyder⁶⁴等の研究がある。更に科学社会学の分野でも、A. Desrosières⁶⁵やD. A. MacKenzie⁶⁶等の研究が現れている。このように、ここ30年ばかりの間に、それ以前とは比較にならないほど豊富な研究業績が生み出されてはいる。しかしながら、これらの研究に共通しているのは、本稿冒頭で開陳したように、現代統計学のパラダイムを前提として歴史評価を試みている点である。つまり筆者の言う、第一の視座から見た統計学の歴史研究である。

ここで現代統計学のパラダイムを前提にするというのは、統計的推測論を主内容とする「統計

⁶⁰ Daston, L. (1988), *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton University Press.

⁶⁰ Gigerenzer, G., et al. (1989), *The Empire of Chance*, Cambridge University Press.

⁶⁰ Krüger, L., Daston, L. J. and Heidelberger, M. (1987), eds., *The Probabilistic Revolution*, 2 vols., The MIT Press.

近昭夫・木村和範・長屋政勝・伊藤陽一・杉森滉一訳 (1991)『確率革命—社会認識と確率—』梓出版社。

⁶⁰ Plato, v. J. (1994), *Creating Modern Probability; Its Mathematics, Physics and Philosophy in Historical Perspective*, Cambridge University Press.

⁶⁰ Porter, T. M. (1986), *The Rise of Statistical Thinking 1820-1900*, Princeton University Press.

長屋政勝・木村和範・近昭夫・杉森滉一訳 (1995)『統計学と社会認識 —統計思想の発展 1820-1900—』梓出版社。

⁶⁰ Stigler, S. M. (1986), *The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty before 1900*, The Belknap Press.

⁶¹ Dale, A. I. (1991), *A History of Inverse Probability from T. Bayes to Karl Pearson*, Springer.

⁶² Farebrother, R. W. (1998), *Fitting Linear Relationships; A History of the Calculus of Observations 1750-1900*, Springer.

⁶³ Hald, A., (1990), *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*, Wiley.

⁶⁴ Schnyder, P. (2009), *Alea: Zählen und Erzählen im Zeichen des Glücksspiels*, Wallstein Verlag.

⁶⁵ Desrosières, A. (1993), *La politique des grands nombres: Histoire de la raison statistique*, La Découverte.

⁶⁶ MacKenzie, D. A. (1981), *Statistics in Britain 1865-1930: The Social Construction of Scientific Knowledge*, Edinburgh University Press.

的方法の学」として統計学を定義することと同じ意味を有する。留意すべきは、Gauss以来の観測誤差論と数理統計学は、「方法の学」という点で同床異夢の関係にあり、そのことが第一の視座による歴史評価の問題点を惹起させるという点である。目指すところが異なるとは言え、「方法の学」として同じ理論的基盤を共有しているとすれば、「方法の学」の歴史とは、共有された「方法の理論」の歴史に帰着せざるを得ない。しかし統計学全体の歴史から見れば、数理統計学が「方法の学」という立場を徹底化させ、そのような意味での理論的体系を確立させたのは、どのように早く見積もって見ても20世紀に入ってからである。それ以前は、数理統計学に限らず、凡そいかなる意味の統計学においても、方法とそれが適用される対象が、混然一体として分離不可の状況にあったと考えられる⁶⁷⁾。これに関連して、M. G. Mulhallは、1884年に公刊された『統計学辞典』⁶⁸⁾の序文で「あらゆる科学には辞典があるものなのだが、これまでのところ、統計学についてはそれが無い。その理由の一つは、恐らく多くの識者（philosophers）が、統計学を一つの科学として否定していることによる。本書はあらゆる言語においても、最初に出版された統計学の辞書（Statistical Dictionary）である」と述べているが、これは、少なくとも英語圏では、19世紀後半においてさえ、統計学が方法と対象において未分離の状態にあり、一つの科学として広く認知されていなかったことを傍証している。統計学が統計的推測論をめぐる「方法の学」であることを無条件に前提とする第一の視座からでは、このような事実を研究の俎上に上げることは殆ど期待することはできない。

数理統計学の歴史に限定した場合でも、第一の視座に立脚した歴史評価では、重要な論点が看過され得る問題がいくつか出来る。例えば、観測誤差論と数理統計学とでは、さまざまな理論が共有されており、その歴史的関連については、これまでも多くの研究成果が公刊されてきたことは本稿で見えてきたとおりである。問題は、そのような観測誤差の理論が、いつ、どのような経緯で統計学の理論体系に含まれ、やがては誤差論と同様、統計学が統計的推測論を主内容とする「統計的方法の学」に変容したのか、という点である。管見の限りでは、第一の視座に立つ従来の研究で、この問題に真正面から取り組んだ事例を見出すことは難しい。繰り返しになるが、それは、現代統計学のパラダイム、即ち、統計学とは統計的推測論の問題を扱う「統計的方法の学」であるということ、a prioriに前提していることに起因する。筆者の考えでは、この問題に答えるためには、観測誤差論と数理統計学とでは、「データの精度と分析する」学と「データから現象を分析する」学という点で本質的に全く異なるものであること認め、その上で改めて、「データから現象を分析する」学としてその歴史を見ていく必要がある。しかしそれは、第一の視座ではな

⁶⁷⁾ この点については、GaltonからFisherに至る数理統計学の形成過程を分析した拙稿の次の部分を参照のこと。上藤一郎（1999）、前掲書、231～242頁。

⁶⁸⁾ Mulhall, M. G. (1884), *Mulhall's Dictionary of Statistics*, G. Routledge.

く、第二の視座に拠って立つことで初めて可能となる。なぜ可能になるのか、この点については別途改めて検討していきたい。