

社会・文化とつながりをもった 算数・数学科のカリキュラムの構築

長崎 栄三
国立教育研究所

これからの算数・数学教育は、子供達が算数・数学と社会をつなげることができるようにすること、すなわち、算数・数学を通して社会を発展させ文化を創造させることができるようにすることが必要である。そこで、そのような算数・数学教育を実現するための一つの方策として「社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラム」を提案する。それは、算数・数学の社会・文化における意義を理解するだけでなく、算数・数学を社会で使う力を身につけることを目的とし、内容は、数学的テーマ、数学的思考活動、活動場面の3つの軸から構成するとした。そして、方法においては、問題場面をもとにした単元において子供の活動と子供同士または子供と教師の話し合いを中心に置くものであり、評価は形成的評価を重視したものである。

キーワード：カリキュラム，社会，文化，活動

1. はじめに

数学は、社会を発展させ、また、文化を創造していく上で、必要不可欠である。数学には、数学内で発展していく面と、数学外に応用されていく面がある。前者の主要な方法として、一般化と証明が、後者の主要な方法として、数学的モデル化がある。これらの両面が相俟って、数学は社会・文化の創造・発展に貢献している。算数・数学教育が教科教育において主要教科とされるのは、このような数学の社会・文化における位置付けが社会一般から認められているからである。つまり、算数・数学教育において、子供が算数・数学を理解し発展させるだけでなく、社会で活用できるようになるとともに、算数・数学が社会や文化とつながっているという意識を持

つことを目指すことが求められている。

しかし、1980年度に行われた第2回国際数学教育調査を詳しく分析してみると、我が国の中学・高校生は他国の生徒と比較して「数学と社会はあまり関係がない」と思っていることが分かり、さらに、このような意識や態度の傾向は1994年度に行われた第3回国際数学・理科教育調査においても一層明確になった(長崎・瀬沼, 2000)。さらに、筆者らの研究グループが行った発達の調査研究によると、子供は社会の問題を数学的に扱う力もきちっと身に付けていないことが分かった(長崎他, 2000b)。つまり、現在の子供達は、数学と社会のつながりに関する意識が弱いだけでなく、社会の問題を数学的に扱う力も欠けているのである。

子供達の中で算数・数学と社会が離れているのは、現在の算数・数学教育が社会と離れているからである。このような我が国の算数・数学教育の特質は、理論指向と言われる。

「理論指向」とは、算数・数学教育において数学の理論を理解することに重点を置くものであり、数学を実世界で使うことにも配慮する「応用指向」に対する(Shimada, 1980)。もちろん、理論指向は応用を無視している訳ではない。純粋数学の理論的な側面だけをしっかりとやっていけば応用的な側面は自然と身につくと無意識に考えられているのである。しかし、現在の理論指向のもとの子供達は、数学を応用する力がついていないのである。

これからの算数・数学教育は、子供達が算数・数学と社会をつなげることができるようにすること、すなわち、算数・数学を通して社会を発展させ文化を創造させることができるようにすることが必要である。そこで、そのような算数・数学教育を実現するための一つの方策として「社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラム」を提案する。本稿の目的は、社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムを構築するための枠組みを論じることにある。なお、本稿は先に述べたような問題意識のもとに筆者らの研究グループが行ってきた研究に多くを負っている(長崎他, 1997; 2000a)。

2. 社会・文化とつながりをもった

カリキュラムの先例

我が国には、本稿で目指すような社会・文化とつながりをもった算数・数学教育は、昭和10年代、昭和20年代と2回あった。

(1) 昭和10年代の『数学 第一類』、『数学 第二類』

昭和18年から発行された中学校教科書『数学 第一類』、『数学 第二類』は、生徒の生活から数理を見いだすとし、社会や文化とのつながりを重視したものであった。ここでは

生徒の身の回りの問題を導入問題として取り入れて一連の問題を解決する中で数理思想を身につけることを目標とし、生徒が自らの数学を作り上げていくとした。これらは杉村欣次郎、田中良運らが主導したものであり、教師主導の教育から生徒主導への教育と向かう転換点となった。なお、塩野直道が主導して昭和10年から発行された小学校教科書『尋常小学算術』も同じような発想にある。

(2) 昭和20年代の『小学校学習指導要領 算数科編』、『中学校高等学校学習指導要領 数学科編』

昭和26年に発行された『小学校学習指導要領 算数科編』、『中学校高等学校学習指導要領 数学科編』及び昭和24年に発行された小学校教科書『小学生のさんすう』、中学校教科書『中学生の数学』、高等学校教科書『一般数学』は、算数・数学の社会的有用性を正面から取り上げた。そして、算数・数学の価値として、「正確に」、「的確に」、「能率よく」を挙げた。ここでは社会的な問題を連続的に解決する中で社会で通用する数学的問題解決能力を身につけるということを目標としていた。そして、学習指導要領における指導内容は、小学校では、目標、学習活動によって構成され、中学校高等学校では、生活経験、理解および能力、用語によって構成されていた。このとき、小学校は和田義信ら、中学校高等学校は島田茂らが主導した。

(3) 学ぶべきこと

目的からすると、昭和10年代は数理思想の養成を、昭和20年代は社会的な問題解決能力の育成を目指しており、前者は数学に重心が、後者は社会に重心がある。内容は、問題、活動、経験などで構成されていた。指導方法からすると、いずれも、子供の身の回りの問題を扱った一連の問題群で学習するという「単元学習」であった。結果的には、両方とも、数学の系統性が失われる、準備が大変である、指導しにくい、計算力が下がる、な

どの批判を受けた。

これらの経験から学ぶことは、社会・文化とつながりをもった算数・数学教育を考える際には、問題場面や活動が中心となること、数学と社会・文化の均衡をとること、教師の負担が少ないこと、基本的な計算力に正当な配慮をすること、である。

3. 社会・文化とつながりをもった

算数・数学科のカリキュラムの枠組み

カリキュラムは、目的、内容、方法、評価によって構成される（ハウスン他、1987）。算数・数学科のカリキュラムとは、単なる、数学の内容の羅列ではない。ここでは、社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムについて、目的、内容、方法、評価の枠組みを述べることにする。なお、本稿においては、カリキュラムの理論的な枠組みを提案することが趣旨であり、内容等の詳しい一覧表は今後の課題としたい。

本稿で提案するカリキュラムは、義務教育に適用するものと考えている。したがって、数学的な内容の目標水準としては、最近の傾向である1次の世界を超えた世界の入り口までを考えており、数学の手法としては、文字の扱いと証明までを考えている。なお、高等学校については、平成11年告示の高等学校学習指導要領の「数学基礎」は、ここで提案するカリキュラムと同様の趣旨だと考えており、また、もし高等学校2年以降に非数学系のカリキュラムを複線的に設けるならば、本稿の趣旨が活かせると考えている。

(1) 目的を考える枠組み

教育の目的は、陶冶的目的、実目的、文化的目的という3つの視座から考えられる（中原、2000）。社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムの目的もこの3つの視座をもとに考える。

目的においては、陶冶的目的を民主主義との関係で明確に捉えていること及び実目的

的において数学を社会で使うということで拡張しているところに本稿の特徴がある。

① 数学の価値や意義を社会や文化と結びつけて理解する

社会・文化との関係では、陶冶的目的としての数学の価値や意義の理解について、すでに、「正確に、的確に、能率よく」（昭和26年の学習指導要領）があげられ、また、「進歩と制御、合理主義と実物主義、開放性と神秘性」（Bishop, 1988）があげられている。

さらに、陶冶的価値として一層一般的に、社会で生きていくための精神的特質を身につけることが考えられる。これは、例えば、「社会的感受性、美的なよさを認めること、寛容・協調性・自発性、創造性、反省的思考を使う気質」（Progressive Education Association, 1940）、「批判的精神」（Skousmose 他、1996）、「自律性」（中原、2000）などである。

これらを考える上で重要なことは、社会・文化、数学をどう捉えるかということである。現代において、鍵となる概念は、社会・文化については「民主主義」であり、数学については「一般化」と「証明」である。そして、一般化や証明は、民主主義社会の維持・発展に必要な創造性や、自発性、自律性、協調性などにかかわっていると考えている。

② 数学を社会で使うための力を身につける

社会・文化との関係では、実目的としての知識、技能の獲得については、すでに、「抽象化、理想化、簡単化、公理化、演繹、実験・観察、仮説の修正」（島田、1977）などがあげられている。筆者らの研究グループでは、数学を社会で使うことに関しては、それらに加え、量感覚、近似に捉えること、が重要と考え、次の3つの大きな力を考えている。

- A. 量・形に関する感覚
- B. 社会の問題を数学的に解決する力
- C. 近似的に扱う力

これらを詳しく分析した結果は、後述の内容における「数学的思考活動」の一部となる。

ここでは、単に算数・数学の問題が解けるということではなく、社会の問題に算数・数学を使って取り組むための力を身につけるということを明確にする。

③ 数学を文化として楽しむことができる

社会・文化との関係では、文化的目的としては、「算数・数学という文化の享受」(中原, 2000), 「ホモ・ルーデンスの面」(島田, 1999)があげられており、また平成10年告示の学習指導要領において「楽しさ」が取り上げられた。このような面は理論指向においても応用指向においても重要なことである。

(2) 内容を考える枠組み

内容については、数学的な内容の目標水準と内容の構成の仕方を考える必要がある。水準についてはすでに述べた。ここでは内容の構成の仕方を考える。

内容において、数学的思考活動を設けること及び内容に問題場面を例示することに本稿の特徴がある。

① 数学的テーマ

数学的テーマについては、最近の傾向と同様に、数学内容と教育目標を組合せて考える。なお、2の先例の教訓から、社会・文化を重

視する際も数学的テーマをまず念頭に考える。

② 数学的思考活動

数学的思考活動、すなわち数学的に考えることを内容に取り入れる。平成10年告示の学習指導要領の目標に明記された「数学的活動」をさらに積極的に指導内容と捉えるのである。算数・数学に関わる生活技能の明文化でもある。数学的思考活動の内容領域への取り入れ方は2つ考えられる。1つは、最近諸外国で多く行われているように、独立した内容領域として設けることである(Ruddock, 1998)。イギリスの『国家教育課程』には「数学の応用・利用」という内容領域があり、アメリカの『基準』には、「問題解決、推論と証明、コミュニケーション、つながり、表現」という内容領域がある。また、昭和20年代の小学校学習指導要領には「問題解決」という内容領域があった。

もう1つの内容への取り入れ方は、数学的思考活動を数学的テーマと組にして考えるものである。内容と方法を分離しないためにあり、本稿はこの立場に立つ。社会・文化とのつながりでもみた数学的思考活動として、次のものを考えている。

表1 社会・文化とのつながりでもみた数学的思考活動

A. 社会における量・形についての感覚			
A1. 長さの感覚	A2. 広さの感覚	A3. かさの感覚	A4. 重さの感覚
A5. 角度の感覚	A6. 時間の感覚	A7. 速さの感覚	A8. 形の感覚
B. 社会の問題を数学的に解決する力			
B1. 社会の現象を数学の対象に変える			
B11. 仮定をおく	B12. 変数を取り出す	B13. 変数を制御する	B14. 仮説を立てる
B2. 対象を数学的に処理する			
B21. 表・式・グラフ・図等で表現する	B22. 操作を実行する		
B3. 社会に照らして検証する			
B31. 予測・推測をする	B32. 検証する		
C. 社会において数学でコミュニケーションする力			
C1. 数学的表現から現象を読み取る、伝える	C2. 数学を使った日常文を読み取る		
D. 近似的に扱う力			
D1. 近似的に式を立てる	D2. 近似的に読み取る		

③ 子供の活動場面

このカリキュラムでは問題場面や活動が主要な役割を果たすということを示すために、数学的主題と数学的思考活動に合致するような、社会にあつて数学的に取り組むことが可能な子供の活動場面を例示する。

④ 主題・思考活動・場面の関連

社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムにおいて、指導内容は、数学的な内容の大項目毎に、数学的主題、数学的思考活動、子供の活動場面の例示の3つの軸を立て、次のように記述する。

表2 社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムの内容の記述例

数学的主題	数学的思考活動	子供の活動場面の例示
百分率を用いる	仮定をおく 操作を実行する グラフで表現する 予測・推測をする	ゴミ問題について考える ある市のゴミに関係する資料をもとに環境問題を考える。

(3) 方法を考える枠組み

方法については、目的、内容と切り離すことができず、そして、子供の活動、話し合いが不可欠のものとなる。なお、本稿の方法については、筆者らの研究グループの実践(長崎他, 2000 a)に負う所が大きい。

① 子供の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面による単元構成

単元は、子供の身の回りにある算数・数学を含んだ問題場面によって構成される。単元学習でも、昭和20年代のように何時間にもわたる大単元のものもあるが、ここでは1・2時間の小単元のものも含めている。教師にあまり負担をかけないということである。理想的には大単元で授業を行うことであるが、負担を考えると、小単元それも1・2時間で構成できるような問題場面を適時取り入れていくことでもよいであろう。

② 子供の活動を中心に置くこと

単元の指導においては、子供の活動が中心となる。「学習活動、生活経験」(昭和26年の学習指導要領)、「活動」(Bishop, 1988; Perkins 他, 1993)と表現されている。これらの活動は、数学的思考活動であったり、数学的思考活動を助ける操作や観察や実験などの具体的な場面での活動であったりする。

③ 子供同士、子供と教師の話し合いを取り入れること

問題場面での子供の活動が中心となるが、そこには子供同士、子供と教師の話し合いがなければならない。相互作用が大切なのであり、子供と教師の話し合いでは、教師が重要な役割を演じる。子供の目を広げるための、いろいろな考え方の紹介、適切な用語の使用、そして、話し合いの活性化が求められている(Perkins 他, 1993)。教師は、単に教室にいる存在ではない。

(4) 評価を考える枠組み

評価は、目的に照らして行われるが、問題場面での子供の活動、話し合いが重視されるので、授業と一体化した形成的評価が重要になる。カリキュラムには、評価の規準及び評価のための問題例や問題場面例を明示する。

① 形成的評価

授業前に子供の反応を予想し、授業中は子供の反応を観察し、授業後は感想やつぶやきを収集し分析・分類する。授業中にワークシートを使い、授業後にそれを分析したり、ノートに授業で考えたこと等を記入させて分析をする。

② 総括的評価

数学の意義の理解や楽しむことを評価する

には、レポート提出や意見調査が有効であろう。社会で使う数学的な力を評価するには、授業で扱った問題場面と類似な問題を工夫してペーパーテストを行う。社会・文化と算数・数学のつながりに関する全般的な評価は、社会的な問題への数時間のプロジェクト学習において行われるのが最適であろう。

(5) カリキュラムの改訂に向けて

現行のカリキュラムをいちどきに全面的にこのようなカリキュラムに変えようというのは非現実的であろう。何よりも教師に大きな負担がかかる。そこで、社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムを現行のカリキュラムの一部に埋め込むか、または、社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムの趣旨に沿った大単元のモジュールを複数作ったり小単元の授業例を多く作って教師が自由に使えるようにすることが現実的であろう。

4. おわりに

カリキュラムを構成するという事は、研究、実施、実態調査という一連の果てしない継続的な作業であると思う。そして、大切なことは、カリキュラムに複数の選択肢を持つことであろう。

本稿では、社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムの枠組みをこれまでの筆者らの研究グループの成果をもとに提案した。それは、算数・数学の社会・文化における意義を理解するだけではなく、算数・数学を社会で使う力を身につけることを目的とし、内容は、数学的テーマ、数学的思考活動、活動場面の3つの軸から構成するとした。そして、指導においては、問題場面をもとにした単元において、子供の活動と、子供同士または子供と教師の話し合いを中心に置くものである。

未来に生きる子供を育てるために、算数・

数学の学習指導時間数を増やすことが緊急の課題である。しかしながら、時間数を増やしたカリキュラムを作るということが、単に過去に戻るのではなく、過去の教訓を活かすということではなければならない。本稿で提案した社会・文化とつながりをもった算数・数学科のカリキュラムは、何のために、何をどのようにという過去の教訓を活かした1つのカリキュラムと考えている。

参考文献

- Bishop, A. J. *Mathematical Enculturation. A Cultural Perspective on Mathematics Education.* Kluwer Academic Publishers. 1988.
- ハウスン, カイテル, キルパトリック (島田茂他監訳) 『算数・数学科のカリキュラム開発』 共立出版. 1987.
- 長崎栄三編 『数学と社会的文脈との関係に関する研究』 国立教育研究所科研報告書. 1997.
- 長崎栄三編 『算数・数学科における総合的な学習』 国立教育研究所科研報告書. 2000 a.
- 長崎栄三編 『子供の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達の研究』 国立教育研究所科研報告書. 2000 b.
- 長崎栄三・瀬沼花子 「IEAから見た我が国の算数・数学の学力」 『国立教育研究所紀要』 2000.
- 中原忠男 「算数・数学教育の目的・目標」 『日本数学教育学会誌』 第82巻, 第7・8号. 2000. pp.48-51.
- Perkins, D, Jay, E, and Tishman, S. *New Conceptions of Thinking: From Ontology to Education.* EDUCATIONAL PSYCHOLOGIST. 28(1). 67-85. 1993
- Progressive Education Association. *Mathematics in General Education. A report of the committee on the function of mathematics in general education for the commission on secondary school curriculum* Appleton-Century-Crofts INC. 1940.
- Ruddock, G. *Mathematics in the school curriculum: an international perspective.* NFER. 1998.
- Shimada, S. *Calculators in Schools in Japan.* 1980.
- 島田茂 「'51年版指導要領について—'98/7/22の国研における談話の要項およびその補足—」 長崎栄三編 『算数・数学科における総合的な学習の試み(2)』 国立教育研究所科研報告書. 1999. pp.128-144.
- 島田茂編著 『算数・数学科のオープンエンド・アプローチ』 みずうみ書房. 1977. pp.9-21.
- Skousmose, O and Nielsen, L. *Critical Mathematics Education. International Handbook of Mathematics Education. Part Two.* Kluwer Academic Publishers. 1996. pp.1257-1261.