

第33回数学教育論文発表会論文集

児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力に関する調査研究

西村 圭一, 長崎 栄三, 久保 良宏, 島崎 晃,
 東京都立武蔵丘高校, 国立教育研究所, 共立女子中学校, 狭山市立柏原小学校,
 牧野 宏, 松元 新一郎, 五十嵐一博, 島田 功,
 狭山市立入間小学校, 東京学芸大学附属大泉中学校, 千葉県教育委員会, 成城学園初等学校,

本研究の目的は、児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力の実態を発達的に調べることである。そのために、社会の問題を数学的に解決する際に働く感覚や力について、A. 社会における量・形についての感覚, B. 社会の問題を数学的に解決する力, C. 社会において数学でコミュニケーションする力, D. 近似的に扱う力の4つの領域を基に構造化を図った。そして、領域毎に、選択肢形式の調査問題を作成し、小学校4年生から高等学校2年生までを対象に、調査を行った。その結果、社会の問題を数学的に解決する力は、高等学校2年になってもあまり達成されていないこと、しかも、学年が上がるに従い、達成度が顕著に上がるということがないことがわかった。

1. 研究の目的

我々は、これまで、社会と結びついた算数・数学の授業をつくることを目指して実践的な研究を行ってきた(長崎他 2000)。それは、現在の子供たちが、国際的に見ると、算数・数学は生活や社会とは関係がないと思っているからであり(国立教育研究所 1997)、また、数学の社会的有用性に対する意識は学年とともに薄くなっていくようであるからである(長崎 1998)。算数・数学は、これからの社会において必要不可欠なものであるにもかかわらず、

子供たちから遠い存在となっている。

一方、我々の授業実践や小規模な調査から、子供たちは、そのような意識や態度に問題があるだけではなく、社会と結びついた算数・数学に取り組む力にも何らかの困難をもっていることがわかってきた(例えば、久保1998; 西村 1999)。

そこで、本研究では、児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力の実態を発達的に調べることを目的とする。そして、算数・数学の指導内容や方法についての示唆を得る。

なお、本研究が対象とする「社会」に関連した用語としては、日常生活や生活、社会、環境、日常社会、実社会、実世界などの慣用語があるが、本研究では、これらを総称する意味で「社会」とする。

2. 社会の問題を数学的に解決する際に働く感覚や力

社会の問題を数学的に解決する際に働く感覚や力について、これまでの関連研究を念頭に置きつつ（島田，1977；中島他，1995），次の4つの領域を基に構造化を図った。（[]は、後述する本調査における問題数を表す。）

A. 社会における量・形についての感覚 [9]

- A1. 長さの感覚 A2. 広さの感覚
A3. かさの感覚 A4. 重さの感覚
A5. 角度の感覚 A6. 時間の感覚
A7. 速さの感覚 A8. 形の感覚

B. 社会の問題を数学的に解決する力 [32]

B1. 社会の現象を数学の対象に変える [9]

- B11. 仮定をおく [3] B12. 変数を取り出す [2]
B13. 変数を制御する [3] B14. 仮説を立てる [1]

B2. 対象を数学的に処理する [15]

- B21. 表・式・グラフ・図等で表現する [7]
B22. 操作を実行する [8]

B3. 社会に照らして検証する [8]

- B31. 予測・推測をする [5] B32. 修正する [3]

C. 社会において数学でコミュニケーションする力 [20]

- C1. 数学的表現から現象を読み取る，伝える [16]
C2. 数学を使った日本文を読み取る [4]

D. 近似的に扱う力 [2]

- D1. 近似的に式を立てる [1]
D2. 近似的に読み取る [1]

社会の問題を数学的に解決するには、それらを数学の対象に変え、その上で数学の手法を使って処理し、さらにその結果を社会の場面に照らして検証することが必要である。また、算数・数学で表されたことを社会に照らしてその意味を読み取ったり、日本文で表さ

れたものから数学の意味を読み取ることも必要になる。これらに当たるのがBとCであり、社会の問題に取り組む際に、中心となる力である。AとDは、それらの力が遂行される過程で、洞察的に、また制御的に働くと考えられる。

3. 研究の方法

質問紙による調査を行う。以下、その調査の方法および調査問題の構成について述べる。

(1) 調査の対象

調査の対象とする学年は、小学校4年から高等学校2年とする。また、調査対象の児童・生徒は、本来は無作為で抽出されるべきであるが、それには大きな困難を伴う。そこで、無作為ではないができるだけ偏りのない調査対象を選択するために、日本の北から南にかけて地理的に散らばった地域から、各学年約500名を選択する。

(2) 調査問題の構成

2に示した領域毎に、選択肢形式の調査問題を作成した。本調査で用いた63題は、平成11年に約1年をかけて作成した200題近い問題の中から、予備調査を行い、その結果をもとに、選択し修正したものである。

それぞれの対象学年には、問題を、原則として、次のようにして配置する。

- ①小学校5年以降については、直前の学年で初めて履修された内容の問題を入れる。
- ②発達を見ることができるよう、前学年の問題は、次学年で可能な限り入れる。
- ③1人当たりの問題数は1校時という調査時間と児童・生徒の年齢を考慮して決める。各学年の問題数は、表1の通りである。

表1 学年毎の問題数

学校・学年	問題セット	全体の 問題数	1人当り の問題数
小学校4年	I	20問題	20問題
小学校5年	II	24問題	24問題
小学校6年	III, IV	48問題	24問題
中1～高2	V, VI	70問題	35問題

4. 調査結果とその分析

(1) 調査の実施対象数

平成12年1月から3月にかけて、北海道、山形、埼玉、東京、千葉、新潟、愛知、奈良、高知の9都県の小中高校各9校、合計27校において実施した。調査対象となった学校数、学級数、児童・生徒数は、表2の通りである。

表2 各学年別の調査対象数

	小4	小5	小6	中1	中2	中3	高1	高2
学校数	9	9	9	8	9	8	9	7
学級数	19	18	18	17	17	16	22	14
児童数	568	608	565	593	576	562	785	517

(2) 調査結果とその分析

本研究では、社会の問題を数学的に解決する力や感覚が、教育の成果としてどの程度達成されているかを考察する。そこで、それらが達成または育成されている基準として、正答率が65%以上80%未満を「おおむね達成されている」、正答率が80%以上を「達成されている」として分析する。

領域別、学年別の平均正答率を表3に示す。B、C、Dは、いずれも達成されていない。Aは小6から中1にかけておおむね達成されてくるようである。また、学年が上がるに従い、達成度が顕著に上がるということはないことがわかる。

表3 領域別・学年別平均正答率 (%)

領域	小4	小5	小6	中1	中2	中3	高1	高2
A	55.9	43.1	64.5	71.9	70.2	77.8	74.8	80.1
B	55.9	40.4	51.4	49.1	52.4	58.0	58.8	63.5
C	---	32.7	49.3	46.3	51.3	57.7	59.6	61.6
D	42.9	48.5	52.6	46.7	59.0	57.3	56.7	56.1
全体	54.5	41.7	54.2	52.6	55.3	61.1	61.2	65.8

以下では、社会の問題を解決する上で中心となるBとCについて、詳しく見ていく。BとCの小領域別の平均正答率は、表4の通りである。

①社会の問題を数学的に解決する力

ア) 社会の現象を数学の対象に変える

B11、B13、B14の平均正答率は、B13の高2を除いて、65%未満であり、達成の基準に達していない。一方、B12は中1以降で達成されている。

例えば、仮定をおくことに関する次の問題では、2m間隔で並べられた10個の鉢の端から端までの長さを $2 \times 9 = 18$ と考えた際に、仮定していることを尋ねている。正解は「オ」であるが、「エ」を選んだ児童・生徒が、高2を除いて、もっとも多くなっている。問題や考え方の前提としている条件については、あまり意識されていないことがわかる。

表4 B・Cの小領域別・学年別正答率 (%)

小領域	小4	小5	小6	中1	中2	中3	高1	高2
B1. 社会の現象を数学の対象に変える	37.9	57.5	50.6	54.9	53.5	57.7	58.4	65.6
B11. 仮定をおく	25.9	45.2	36.4	46.6	43.8	49.1	48.6	59.9
B12. 変数を取り出す	46.0	72.5	73.1	80.4	80.0	80.1	80.8	83.0
B13. 変数を制御する	45.8	52.0	50.0	55.5	56.8	59.6	62.1	67.0
B14. 仮説を立てる	---	---	---	23.5	22.9	33.0	34.0	43.8
B2. 対象を数学的に処理する	78.5	34.1	58.1	52.0	55.1	63.8	62.8	68.7
B21. 表・式・グラフ・図等で表現する	64.6	29.8	31.7	38.3	39.4	51.0	49.4	56.9
B22. 操作を実行する	83.1	47.2	79.5	85.6	90.2	93.6	93.1	96.3
B3. 社会に照らして検証する	---	31.2	44.5	46.0	50.3	51.9	52.6	59.1
B31. 予測・推測をする	---	34.6	28.9	44.2	45.7	50.3	50.5	56.4
B32. 修正する	---	20.9	22.2	26.6	30.5	36.2	34.3	42.5
C1. 数学的表現から現象を読み取る,伝える	---	39.1	46.7	45.9	51.1	57.5	59.9	63.3
C2. 数学を使った日常文を読み取る	---	19.9	55.5	48.1	51.8	58.8	58.4	54.8

【校内音楽会の鉢植え】

くに子さんの学校では、校内音楽会のためにステージの右はしから左はしまで、はちうえの花を下のように10個まっすぐに並べました。



となりどうしのはちうえとはちうえの間は2mにしました。右はしのはちうえから左はしのはちうえまで何mあるかを、くに子さんは、次のように考えました。

$2 \times 9 = 18$ 答え 18メートル

くに子さんの考え方が成り立つためには、どのようなことを考えておかなければなりませんか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

- ア. 花の種類は全部同じ。
- イ. 花の数は同じ。
- ウ. はちうえの高さは同じ。
- エ. はちうえの形は同じ。
- オ. はちうえの大きさはものすごく小さい。

	ア	イ	ウ	エ	オ*	無答	複数
小4	13.6	16.9	9.7	49.8	8.1	1.8	0.2
小5	—	—	—	—	—	—	—
小6	3.7	17.3	6.8	64.1	7.1	1.0	0.0
中1	2.2	13.8	3.7	60.8	17.9	1.1	0.4
中2	2.5	12.1	2.9	62.2	20.0	0.3	0.0
中3	2.5	6.7	3.9	62.4	23.4	0.4	0.7
高1	2.4	7.4	2.6	59.3	28.1	0.2	0.0
高2	0.8	4.3	0.0	45.7	49.2	0.0	0.0

イ) 対象を数学的に処理する

B21では、具体的なデータの与えられていない問題場面から、表・式・グラフを見積ることにも焦点を当てた。なぜなら、社会の問題を解決するには、データ間の関係を近似的に見る場合が多く、そのような力が深く関わると考えたからである。

例えば、対象を式で表現することに関する次の問題は、水を熱したときの時間と温度の関係を表す式についてたずねている。1秒後に120°Cになってしまう「イ. $y=100x+20$ 」(誤答)に対する反応が、中1と中2で30%台、中3と高1で20%台ある。

【やかんの水の沸騰】

お湯を沸かすために、やかんに20°Cの水をいっぱい入れ、ガスコンロにかけました。水は、沸騰するまで、一定の速さで温まっていきます。このときの沸かし始めてからの時間x(秒)と、温度y(°C)の関係を式に表すとどのようになりますか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

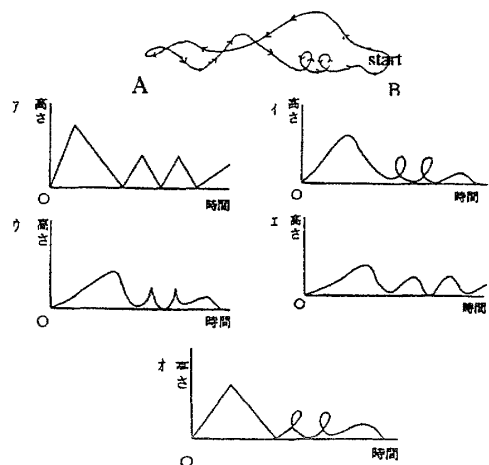
- ア. $y=0.3x+20$
- イ. $y=100x+20$
- ウ. $y=0.01x+100$
- エ. $y=-1.3x+20$
- オ. $y=0.01x$

	ア*	イ	ウ	エ	オ	無答	複数
中1	28.6	36.6	9.8	7.4	11.1	6.2	0.3
中2	38.3	36.8	12.3	4.2	5.0	3.4	0.0
中3	57.9	25.4	7.9	2.9	3.2	2.9	0.0
高1	54.2	23.0	10.7	3.0	5.5	3.6	0.0
高2	67.2	14.7	9.3	1.5	5.0	1.9	0.4

また、対象をグラフで表現することに関する次の問題では、「ウ」か「エ」の判断は難しい面があるので仕方ないとしても、「ア」と「イ」に対する反応の多さは問題であろう。

【ジェットコースター】

下の図は、ジェットコースターのコースを真横から見た図です。ここでジェットコースターに乗ったときの、AB間における時間と、地面からの高さの関係をグラフに表すとどのようになりますか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。



	ア	イ	ウ	エ*	オ	無答	複数
中1	11.1	40.0	16.0	23.4	7.7	1.5	0.3
中2	19.2	36.4	17.2	19.2	7.7	0.4	0.0
中3	13.6	22.5	33.9	23.9	5.7	0.4	0.0
高1	11.0	17.3	41.9	26.8	3.0	0.0	0.0
高2	12.0	12.4	39.0	33.6	1.9	1.2	0.0

一方、B22 の操作を実行することに関する問題については、達成されている。操作を実行すること、すなわち、計算をすることは身に付いていることがわかる。

ウ) 社会に照らして検証する

社会の問題を解決する際には、数学の手法を使って得た解を、もとの問題場面に照らして検証することがとても重要である。求めた数学的な結果から予測・推測をしたり、考え方を修正したりすることに関する問題については、達成されていない。例えば、次の問題では、正答率は、高2で50%を越えた以外は、50%に満たない。検証し修正することができないことの顕著な例である。

[たこ焼き屋のアルバイト]

たこ焼き屋の店長は、アルバイトの時給をいくらにするかを定めるために、午後3時から7時の間の売上額を次のように考えました。「自分では1人で、10分間に50個を焼くことができる。アルバイトを3人を雇う。1パック10個入り350円にする。4時間で全部売れる。」そして、次のような式を作りました。

$$350 \text{ 円} \times (5 \text{ パック} \times 6 \times 3 \text{ 人}) \times 4 \text{ 時間}$$

実際に、店で見ていると、アルバイトでは50個を焼くのに15分かかることがわかりました。実際の売上額を出すには、上の式をどのように修正すればよいですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア. $350 \times (4 \times 6 \times 3) \times 4$

イ. $350 \times (5 \times 6 \times 4) \times 4$

ウ. $350 \times (5 \times 4 \times 3) \times 4$

エ. $350 \times (5 \times 6 \times 15) \times 4$

オ. $350 \times (5 \times 15 \times 3) \times 4$

	ア	イ	ウ*	エ	オ	無答	複数
小5	16.1	14.5	20.9	15.3	25.3	7.9	0.0
小6	20.0	14.4	22.2	13.0	24.4	5.6	0.4

中1	12.9	13.5	33.5	10.2	24.3	5.2	0.3
中2	21.5	11.1	31.8	8.4	22.2	5.0	0.0
中3	20.4	8.9	43.2	7.1	18.2	2.1	0.0
高1	22.5	11.5	40.8	5.5	15.3	4.1	0.3
高2	15.8	10.8	52.9	8.1	9.7	2.7	0.0

③社会において数学でコミュニケーションする力

ア) 数学的表現から現象を読み取る、伝える

数学的表現から現象を読み取ったり伝えたりすることに関する問題については、達成されていない。

ここでは、表から現象を読み取ることについて取り上げる。次の問題では、正答率が20～40%で、その他の選択肢への反応が平均化している。現実的な表の読み取りができないことがわかる。

[スペースシャトル]

スペースシャトルの打ち上げを行うNASAは、打ち上げ後のスペースシャトルの先端の温度を監視しています。下の表は、打ち上げ後の時間とその温度を表しています。この表からどのようなことがわかりますか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

時間(分)	0	5	10	15	20
温度(C)	10	75	90	115	130

25	30	35	40	45	50
105	80	20	-5	-30	-40

ア. 温度は、一定の割合で変化している。

イ. 温度が上がるときの割合と下がるときの割合は、等しくなっている。

ウ. 50分の間に、温度は130度を越えていたかもしれない。

エ. 温度の変化がもっとも大きい5分間は、35分から40分の間である。

オ. スペースシャトルの高度が上がるにつれて、温度は下がっている。

	ア	イ	ウ*	エ	オ	無答	複数
中1	4.9	16.4	21.3	18.7	32.1	6.7	0.0
中2	8.3	16.5	24.4	15.2	33.0	2.5	0.0
中3	5.7	16.0	31.2	15.6	29.1	1.8	0.7
高1	9.0	11.9	27.1	16.2	32.1	3.3	0.2
高2	5.4	15.9	40.7	10.5	23.3	3.5	0.8

イ) 数学を使った日本文を読み取る

日常使われている数学に関する問題について

ては、あまり達成されていない。ニュースや新聞で目にしていない数値や日常用いている数学用語に対して、正確には理解できていないことがわかる。例えば、確率に関する次の問題の結果にも、そのことが表れている。

【宝くじ】

年末ジャンボ宝くじが、12月に発売されると聞きました。たくやさんは「当たりやすいように早く買いに行く」と言いました。たくやさんに、どのようにアドバイスしたらよいですか。次のア～オの中から、もっともあてはるものを1つ選びましょう。

- ア. 早く買った方が当たりやすいから、そうするとよい。
- イ. 残りくじに福があるので、ゆっくりと買いに行った方がよい。
- ウ. どこで買っても、いつ買っても当たりやすさは同じだよ。
- エ. 発売期間の真ん中の日が当たりやすいので、その日に買いに行った方がよい。
- オ. 時間も大事だけど、買う場所も考えた方がよい。

	ア	イ	ウ*	エ	オ	無答	複数
小6	6.1	12.9	53.2	10.5	12.2	5.1	0.0
中1	3.7	7.7	51.1	4.3	25.2	7.7	0.3
中2	3.1	8.0	51.0	4.2	30.7	3.1	0.0
中3	1.1	5.0	68.2	2.9	20.4	2.5	0.0
高1	3.6	3.6	70.4	2.7	15.3	4.4	0.0
高2	3.9	4.2	57.5	2.3	20.1	12.0	0.0

5. まとめ

調査の結果、全体として、社会の問題を数学的に解決する力は、高等学校2年になってもあまり達成されていないこと、しかも、学年が上がるに従い、達成度が顕著に上がることはないことがわかった。領域毎に見ると、「B12.変数を取り出す」「B22.操作を実行する」は中1以降で、「D1.近似的に式を立てる」は中2以降で、達成されていた。一方、それに対し、「B14.仮説を立てる」「B32.修正する」「D2.近似的に読み取る」は、特に基準より低かった。このことは、授業におい

て、社会の問題を数学的に解決する力は、あまり育成されていないことを示している。教科書にあるような算数・数学を学べば、日常生活や社会と関連した問題にも対処できるようになるという考えもあるが、そうではないことが明らかになったと言えよう。達成されていた、変数を取り出すことや操作を実行すること、近似的に式を立てることは、現行の教育で重視され、比較的指導されていると思われることも、そのことを裏付けている。

これらのことから、次のことが示唆される。社会の問題を数学的に解決する力を育成するには、授業において、社会の問題を扱う必要がある。また、社会の問題を解決する際の様々な困難を考え、本調査で用いた領域別に焦点を当てた、段階的な指導を考える必要がある。※本調査研究には、他に飯田由美子（共立女子中学校）、牛場正則（新島村立式根島中）、久永靖史（共立女子中学校）、傍士輝彦（千代田区立九段中学校）、宮井俊充（所沢市立山口中学校）が携わった。

引用・参考文献

- 国立教育研究所.『中学校の数学教育・理科教育の国際比較』.東洋館出版社.1997.
- 久保良宏. 現実的な事象とのつながりからみた関数の理解の発達に関する調査研究. 数学教育論文発表会論文集 31. 1998. pp.117 - 122.
- 長崎栄三. 数学の社会的有用性にかかわる力や態度の継年的変化. 日本科学教育学会年会論文集 22. 1998. pp.337 - 338.
- 長崎栄三他.『算数・数学科における総合的な学習』. 科研報告書. 2000.
- 長崎栄三他.『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達の研究』. 科研報告書. 2000.
- 中島健三・清水静海・瀬沼花子・長崎栄三編著.『算数の基礎力をどうとらえるか』.東洋館出版社.1995.
- 西村圭一. 高校生の「関数感覚」に関する調査研究 - 「ジェットコースター」のグラフを例に -. 数学教育論文発表会論文集 32. 1999. pp.513 - 518.
- 島田茂編著.『算数・数学科のオープンエンド・アプローチ』.みずうみ書房. 1977. pp.9-21.