

論 説

算数と社会をつなげる力に関する研究*

長崎榮三** 西村圭一*** 島田 功**** 牧野 宏***** 島崎 晃*****

要 約

算数・数学と社会をつなげる力を、「社会における量・形についての感覚」、「社会の問題を数学的に解決する力」、「社会において数学でコミュニケーションする力」、「近似的に扱う力」、の4つの領域から構造化し、それにもとづいて算数・数学と社会をつなげる力に関する調査問題を作成し、小学校4年生から高等学校2年生に対して調査を実施した。本稿はそのうちの小学生の結果についてまとめたものである。小学生に身につけている算数と社会をつなげる力は、角度の感覚、時間の感覚、速さの感覚、変数を取り出すこと、操作を実行すること、近似的に式を立てることである。一方、小学生に十分身につけていないのは、長さの感覚、広さの感覚、かさの感覚、形の感覚、仮定をおくこと、変数を制御すること、表・式・グラフ・図等で表現すること、予測・推測をすること、修正すること、数学的表現から現象を読み取る、伝えること、数学を使った日常文を読み取ること、近似的に読み取ることである。また、小学生に身につけている算数と社会のつながりに関する意識・態度は、算数・数学に対する意識、算数・数学の表現方法に対する意識だけであることもわかった。

キーワード：算数と社会をつなげる力 数学的モデル化 コミュニケーション 量や形の感覚 近似

1. 研究の背景と目的

数学は、理論的な面と応用的な面の両面で発展している（クーラント、ロビンス、1966）。数学の本質は、その抽象性や論理性とともに、豊かな応用を持つものなのである。このことは算数・数学教育においても、数学の理論的な面での力や探求心とともに、数学の応用的な面での力や探求心をも育成する必要性と可能性を示している。実際に、算数科の目標には「日常の事象」、「生活」を対象とすることが謳われている（文部省、1998）。

一方、1980年度に行われた「第2回国際数学教育調査」の結果から、数学は生活や社会とは関係がないと思っている中学生や高校生の割合が、我が国は他の国々に比べて高いことが分かった（国立教育研究所編、1991）。さらに、1990年度から1991年度にかけて国立教育研究所で行われた「基礎学力調査」の結果からは、小中高校生は計算などの数学的処理は強いが現実問題を数学化して扱うことは弱いことが分かった（国立教育研究所編、1992,1993；長崎他、1993）。

そこで、私たちは、1994年頃から研究会を作り、算数・数学と社会のつながりについて研究を始めた。その結果、我が国では算数・数学と社会のつながりについての意識を高めるような教育はあまり行われていないことが分かった（長崎編、1997）。さらに、算数・数学と社会とのつながりについての意識を高めるための実践研究を重ねると（長崎編、2000）、我が国の児童・生徒は、社会とのつながりのある算数・数学の問題に対処する力も弱いのではないのかと考えるようになった。これは先の「基礎学力調査」の結果と符合するものであった。しかし、このような力についての児童・生徒の実態を総合的に調べた研究は見当たらなかった。

そこで、児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力の発達の様相を明らかにすることを目的として研究を始めた。その研究は1999年1月に研究会において提起され、準備・予備調査を経て、第1期調査を2000年1月から3月に行い、さらにその調査結果の分析を踏まえて、第2期調査を2002年5月から6月に行った。そして、これまでに日本数学教育学会論文発表会

*平成16年7月7日受付、平成16年8月11日決定

**国立教育政策研究所

***東京芸芸大学附属大泉中学校

****成城学園初等学校

*****狭山市立入間小学校

*****所沢市立中新井小学校

などで速報的に調査結果を発表してきた(西村他, 2000, 2001; 松元他, 2002)。本稿では, 算数・数学と社会をつなげる力について詳しく述べるとともに, 主として第1期調査の結果をもとに小学生の算数と社会をつなげる力の実態を具体的に明らかにすることにする。

2. 算数・数学と社会をつなげる力の構造化・具体化

算数・数学と社会をつなげる力の実態を明らかにするために, まず, この力の構造化・具体化を図った。構造化・具体化は, 私たちのこれまでの実践で育成しようとする力を見直したり, この調査研究の問題を作成したりすることと並行して行った。構造化・具体化に際しては, 算数・数学と社会をつなげる力に関する2つの先行研究の概念を発展させるようにした。なお, 「算数・数学と社会をつなげる力」とは, 算数・数学において生活や社会に関連した問題を扱うことによって育成すべき力を表し, 「社会」とは, 生活, 社会, 日常生活, 日常社会, 现实生活, 现实社会, 现实世界, 実社会, 実世界, 環境などを総称している。

(1) 算数・数学と社会をつなげる力の構造化

①算数・数学と社会をつなげる力の分析的な構成

算数・数学と社会をつなげる力を分析的に構成することは, 現実の世界と数学の世界のかかわりを説明した数学的活動における「数学外の問題を解決する活動」(島田, 1977)を基盤としている。現実の世界と数学の世界のかかわりを説明した数学的活動とは, 図1の通りである。(島田, 1977, p.15)

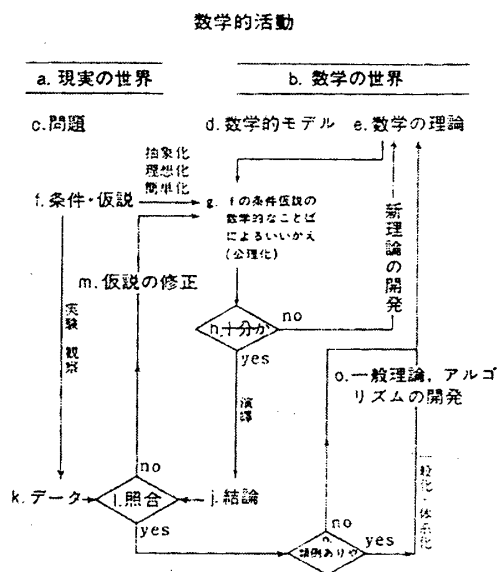


図1 現実の世界と数学の世界

そこでは, 「数学外の問題を解決する活動」について, 次の諸活動が挙げられている。現実の問題から条件や仮説を設定すること, 現実の問題から実験・観察でデータを得ること, 現実の問題の条件や仮説を抽象化・理想化・簡単化を行って公理化し数学的モデルを作ること, 演繹によって得られた結論を現実のデータと照合すること, 照合した結果が現実と合わないときには仮説を修正することである。なお, 「数学的モデル」とは, 「現実の世界の経験から, …条件・仮説を設定し, さらに数学の理論が適用可能になるように, 条件・仮説を抽象化, 理想化あるいは簡単化して, 数学のことば」に言い換えたものであるとされている。このような数学的モデルを使った一連の数学的問題解決活動は, 数学的モデル化と呼ばれる。さらに, この数学的モデル化の過程においては, 「近似」の考えの重要性も指摘されている(島田, 1990)。

本研究における「算数・数学と社会をつなげる力」は, この「数学外の問題を解決する活動」という考えをもとに分析的に構成した。ただし, 「数学外の問題を解決する活動」は, 図1のように, 一連の過程として描かれているが, 「算数・数学と社会をつなげる力」は4つの領域で構成することとした。つまり, 「数学外の問題を解決する活動」から「社会の問題を数学的に解決する力」の領域を設定し, その上で新たに, 「社会における量・形についての感覚」, 「社会において数学でコミュニケーションする力」, 「近似的に扱う力」, という3つの領域を明示的に設定した。これらは, 社会の問題を扱う過程で, 次のような関係にあると考えている。社会の問題を数学的に解決する力と社会において数学でコミュニケーションする力は, 社会の問題を扱う過程の一連の流れの中で使われ, 近似的に扱う力は, これらの過程において近似的に考えることが必要な場面, 特に式を立てたり数学的处理をした結果を読み取ったりする場面で使われる。そして, 社会における量・形についての感覚は, これらの過程において他の3領域の力が社会の状況に応じて適切に使われるために必要となるものである。

また, 「社会の問題を数学的に解決する力」の領域内容については, 「数学外の問題を解決する活動」の各活動を次のように補足修正した。第1に, 数学的モデル化をする際に行われる抽象化・理想化・簡単化を表す「仮定をおく」と, 事象を数学的命題で表す「仮説を立てる」を区別した。これは, 数学的命題を作る前提としての「仮定」と, 数学的命題における「仮定, 結論」

算数と社会をつなげる力に関する研究

の「仮定」を区別するためである。第2に、数学的処理に「表・式・グラフ・図等で表現する」を取り入れた。これは、数学的命題が即座に数学的処理に結びつくのではなく、時には、表やグラフなどに表現することが必要だからである。第3に、検証において「予測・推測をする」と「修正する」を区別した。これは、仮説を修正するには、その前に、得られた数学的結果をもとに予測・推測を行って、その結果とデータと照合させて、照合がうまくいかないときに修正が必要になるからである。

②算数・数学と社会をつなげる力の位置づけ

算数・数学と社会をつなげるということを、算数・数学で育成すべき力の全体像に位置づけることは、「算数・数学の基礎学力」(長崎他, 1993)を基盤としている。そこでは、算数・数学の基礎学力は、「学校及び社会において事象を数学的に処理するのに必要不可欠で、しかも、新しいことに対処できるような発展性を包含している能力」とされ、図2のような「3次元の枠組み」によって構造化されている。

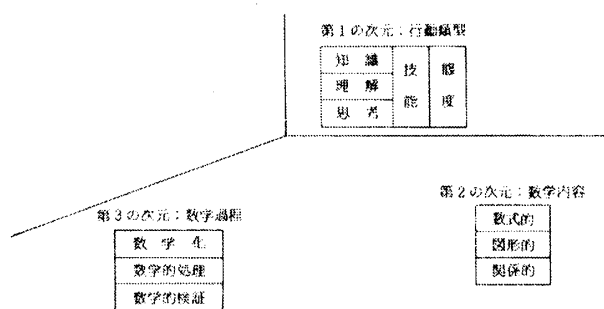


図2 算数・数学の基礎学力の3次元の枠組み

「3次元の枠組み」とは、「行動類型」「数学内容」「数学過程」の3つの次元からなるものである。第1の次元は、算数・数学の教育目標を行動化して類型化した「行動類型」で、知識・理解・思考・技能・態度の5領域からなる。第2の次元は、算数・数学の内容を数学的にまとめた「数学内容」で、数式的・図形的・関係的の3領域からなる。第3の次元は、数学の過程を活動的にまとめた「数学過程」で、数学化・数学的処理・数学的検証の3領域からなる。

「算数・数学と社会をつなげる力」は、「算数・数学の基礎学力」の第3の次元である「数学過程」の一部として位置づけるものである。「数学過程」においては、数学化は「事象を数学的構造に乗せる過程であり、例えば、仮説や予想の設定、関数の設定、文字での表現、演算の決定、日常事象への応用など」であり、数学的

処理は「数学的構造のもとでの数学的操作を施す場面であり、例えば、計算や操作の実行、論理的な推論、公理の選択など」であり、数学的検証は「数学的処理が妥当であったかどうかを確かめる場面であり、例えば、計算結果の確かめ、解の吟味、解とデータの突き合わせなど」である。つまり、「算数・数学と社会をつなげる力」は、「数学過程」のうちの、現実の世界に起こった問題を数学的に解決する部分に焦点を当ててより詳しく記述したものである。なお、第1の次元の「態度」領域の一部として、「算数・数学と社会のつながりに関する意識・態度」を設けることにした。

(2) 児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力

「算数・数学と社会をつなげる力」は、「社会における量・形についての感覚」「社会の問題を数学的に解決する力」「社会において数学でコミュニケーションする力」「近似的に扱う力」の4領域から構成するものとする。それぞれの4領域・20領域内容をまとめると、表1の通りである。

表1 算数・数学と社会をつなげる力

- | | |
|--------------------------|--------------|
| A. 社会における量・形についての感覚 | |
| A01. 長さの感覚 | A02. 広さの感覚 |
| A03. かさの感覚 | A04. 重さの感覚 |
| A05. 角度の感覚 | A06. 時間の感覚 |
| A07. 速さの感覚 | A08. 形の感覚 |
| B. 社会の問題を数学的に解決する力 | |
| B1. 社会の現象を数学の対象に変える | |
| B11. 仮定をおく | B12. 変数を取り出す |
| B13. 変数を制御する | B14. 仮説を立てる |
| B2. 対象を数学的に処理する | |
| B21. 表・式・グラフ・図等で表現する | |
| B22. 操作を実行する | |
| B3. 社会に照らして検証する | |
| B31. 予測・推測をする | B32. 修正する |
| C. 社会において数学でコミュニケーションする力 | |
| C01. 数学的表現から現象を読み取る, 伝える | |
| C02. 数学を使った日常文を読み取る | |
| D. 近似的に扱う力 | |
| D01. 近似的に式を立てる | |
| D02. 近似的に読み取る | |

①社会における量・形についての感覚

社会の問題は、量や形として、算数・数学に関わってくる。量は数量化されて数となり、形は抽象化されて図形となって、算数・数学の対象となる。社会の問題を扱う際には、数や図形が社会ではどのような意味を持つかということ直観的に理解していること、すなわ

ち、社会における量・形についての感覚を持っていることが必要である。

②社会の問題を数学的に解決する力

算数・数学で、社会の問題を扱うには、それらを算数・数学の対象に変え、その上で算数・数学の手法を使って処理し、さらにその結果を社会の場面に照らして検証することが必要である。数学的モデル化の過程とも言われる、この過程では、社会の問題を数学的に解決する力が必要になる。

③社会において数学でコミュニケーションする力

算数・数学を社会で使う際には、算数・数学で表されたことの意味を社会に照らして読み取ったり、一方で、日常文で表されたものから数学の意味を読み取ったりする、社会において数学でコミュニケーションする力も必要になる。

④近似的に扱う力

算数・数学で社会の問題を扱ったり算数・数学を社会で使う際には、目的に照らして数量化したり抽象化したりするために量や形を近似的に見たり、計算処理した結果を理想的な数としてではなく社会で扱える数と見なしたりする、近似的に扱う力が必要である。なお、近似的に扱う力は、「式を立てる」ことと「読みとる」ことだけにした。従来の近似においては、近似式の扱いなど、「近似の処理」も重要だったが、現在では電卓やコンピュータ等に任せることができると考えた。

(3) 算数・数学と社会のつながりに関する意識・態度

社会の問題を算数・数学で扱う際には、それらを支える意識や態度が必要であり、また、それらから育成される意識や態度がある。これらとしては、次のような意識・態度を考えた。

- E01. 算数・数学に対する意識
- E02. 算数・数学の表現方法に対する意識
- E03. 算数・数学的処理に対する意識
- E04. 算数・数学における協同的な学習に対する意識
- E05. 算数・数学における応用的な態度
- E06. 算数・数学における発展的な態度

3. 児童・生徒を対象とした算数・数学と社会をつなげる力に関する調査

調査(第1期調査)は、平成12年1月から3月にかけて、北海道、山形、埼玉、東京、千葉、新潟、愛知、奈良、高知の9都道府県の小中高校各9校、全体で27校において実施した。調査方法は、本稿では紙幅の都合で簡潔にまとめておき、それらの詳しい説明やすべ

ての調査問題については、調査報告書(長崎編, 2001)に掲載してある。

(1) 調査の対象

調査の対象は、小学校4年生から高等学校2年生までの児童・生徒である。対象者数は、小学校4年568名、5年608名、6年565名、中学校1年593名、2年576名、3年562名、高等学校1年785名、2年517名、総計8学年で4774名である。調査対象学校においては、原則として各学年2学級を調査対象とした。

(2) 調査の内容

調査の内容は、児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力を調べる算数・数学問題とそれらに関する意識や態度を調べる質問項目からなる。

算数・数学問題は、「算数・数学と社会をつなげる力」(表1)のいずれかの領域内容に属する。各問題は、本調査問題の数倍の候補問題から、予備調査の結果をもとに、次の規準で選択した。

- 1) 社会とつながりを持った問題で、児童・生徒に親しみやすい問題であること。
- 2) 算数・数学の目標に沿った問題であること。つまり、算数・数学と離れすぎて他教科の問題となってしまう問題ではないこと。
- 3) 問題の構成が明確であること。
- 4) 児童・生徒が理解し、解決に取り組むことが可能な問題であること。

本調査問題の数は75題であったが、調査結果をもとにさらにそれらの問題文、選択肢を検討し、最終的に分析の対象としたのは63題である。なお、重さの感覚(A04)については、本調査は実施しなかったため、すべてで19領域内容であった。重さの感覚は、予備調査の段階で十分に身に付いていることがわかったからである。

(3) 小学生用と中高生用の違い

小学生と中・高校生では、指導内容や発達を考慮して、算数・数学問題の構成を変えてある。

小学生は、「仮説を立てる」(B14)を除いて、18領域内容で本調査を行った。仮説を立てるについては、小学生の段階では妥当な仮説を立てることよりも、仮説を立てる活動自体に意味があり、本調査のような選択肢形式ではどの仮説を選んでも仮説を立てる活動をしたと考えられるからである。

さらに、小学4年生は「形の感覚」「予測・推測する」「修正する」「数学的表現から現象を読み取る、伝える」「数学を使った日常文を読み取る」の5領域内容も除い

算数と社会をつなげる力に関する研究

た13領域内容の18題であり、5・6年生は18領域内容で、5年生は21題、6年生は42題である。4、5年生の問題は、すべて、6年生以降の問題に含まれている。ただし、「操作を実行する」の計算問題だけは、小学校と中・高校で異なる。なお、意識や態度に関する質問項目は全学年同一で14項目である。

4. 小学生の算数と社会をつなげる力の実態と考察

(1) 算数と社会をつなげる力の領域内容別・学年別の平均通過率から見た児童の実態

小学校6年生の算数と社会をつなげる力の領域内容別の平均通過率をまとめると、表2の通りである。なお、以下の考察では、つなげる力が集団として身につけている基準を通過率65%とする。

領域内容別に見ると、小学生で平均通過率が65%を越えているのは、角度の感覚(A05)、時間の感覚(A06)、速さの感覚(A07)、変数を取り出す(B12)、操作を実行する(B22)、近似的に式を立てる(D01)である。一方、小学生で65%未満なのは、長さの感覚(A01)、広さの感覚(A02)、かさの感覚(A03)、形の感覚(A08)、仮定をおく(B11)、変数を制御する(B13)、表・式・グラフ・図等で表現する(B21)、予測・推測をする(B31)、修正する(B32)、数学的表現から現象を読み取る、伝える(C01)、数学を使った日常文を読み取る(C02)、近似的に読み取る(D02)である。なお、重さの感覚(A04)と仮説を立てる(B14)の調査は実施しなかった。

表2 小学校6年生の算数と社会をつなげる力の領域内容別の平均通過率

領域内容	問題数	平均通過率(%)
A01. 長さの感覚	1	63.7
A02. 広さの感覚	1	59.0
A03. かさの感覚	2	51.9
A04. 重さの感覚	0	----
A05. 角度の感覚	1	76.7
A06. 時間の感覚	1	79.3
A07. 速さの感覚	1	74.1
A08. 形の感覚	2	62.3
B11. 仮定をおく	3	36.4
B12. 変数を取り出す	2	73.1
B13. 変数を制御する	3	50.0
B14. 仮説を立てる	0	----
B21. 表・式・グラフ・図等で表現する	3	40.3
B22. 操作を実行する	5	79.5
B31. 予測・推測をする	4	49.8
B32. 修正する	1	22.2
C01. 数学的表現から現象を読み取る、伝える	7	47.7
C02. 数学を使った日常文を読み取る	3	53.3
D01. 近似的に式を立てる	1	76.9
D02. 近似的に読み取る	1	25.9

(2) 数学と社会をつなげる力に関する典型的な問題の通過率から見た児童の実態

算数と社会をつなげる力を具体的に示すために、その力を評価する典型的な問題を挙げ、それらの通過率等をもとに小学生の実態を明らかにする。

① 社会における量・形についての感覚 (A)

社会における量・形についての感覚は、おおよそ身に付いていることがわかった。それらは、これらが小学校で指導されているからと思われる。

ア) 長さの感覚 (A01)

問題1は、長さの感覚をみる問題で、およそ10mのものを問うている。小6の通過率は64%だった。多い誤答は、公園のすべり台の高さ(イ)(小4で17%、小6で14%)と東京駅のホームの長さ(オ)(小4で15%、小6で10%)である。10mという長さの感覚が十分に身に付いていない児童が少なくないことがわかる。

問題1 長さ(高さ)がおおよそ10mのものはどれですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

- ア. 教室の黒板のたての長さ イ. 公園のすべり台の高さ
ウ. 乗用車の長さ エ. 3階建ての校舎の高さ
オ. 東京駅のホームの長さ

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
エ	53.2	/	63.7	72.3	71.3	80.0

図3 問題1とその通過率

イ) 速さの感覚 (A07)

問題2は、速さの感覚をみる問題で、1時間で歩道のりを問うている。小5の通過率は72%で、既に65%を越えていた。多い誤答は、1時間に400メートルしか進まない(ウ)(小4で24%、小5で17%、小6で14%)である。

問題2 普通の速さで歩くと1時間におよそどれくらいの道のりを進みますか。次のア～オの中から、もっとも近いものを1つ選びましょう。

- ア. 4メートル イ. 40メートル ウ. 400メートル
エ. 4キロメートル オ. 40キロメートル

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
エ	54.8	72.2	74.1	82.8	83.1	88.6

図4 問題2とその通過率

ウ) 形の感覚 (A08)

問題3は、2つの方向から見た形から、その立体を問うている。通過率は、小5で69%、小6で79%であり、ともに65%を越えていた。多い誤答は、望遠鏡(ウ)(小5で11%、小6で8%)とピラミッドの模型(オ)(小5で15%、小6で7%)である。

問題3 ある方向から見るとだいたい丸い形で、別の方向から見ると、だいたい二等辺三角形に見えるのは、どのようなものですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア. メガホン イ. ビー玉 ウ. 望遠鏡

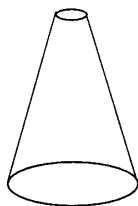
エ. カメラ オ. ピラミッドの模型

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ア		68.9	79.3	84.0	83.2	88.3

図5 問題3とその通過率

一方、問題4は、フラスコの概形を問うている。小6の通過率は44%だった。多い誤答は、小5が台形(イ)で34%、小6が円柱(オ)で39%である。中学生の結果からもわかるように難易度のやや高い問題であるが、調査時は、円錐や円柱を小6で学習していたため、小5は平面として捉え、小6は立体として捉えたと思われる。円錐や円柱に関する感覚が十分身に付いていなかったと考えられる。

問題4 ひろし君は下の図のようなフラスコの中に入る量を計算で求めてみたいと考えています。このフラスコをどのような形と考えたらよいですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。



ア. 二等辺三角形 イ. 台形 ウ. 円すい

エ. 三角すい オ. 円柱

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ウ		23.4	43.7	53.8	50.2	60.0

図6 問題4とその通過率

② 社会の問題を数学的に解決する力 (B)

1) 社会の現象を数学の対象に変える (B1)

社会の現象を数学の対象に変える際、変数を取り出すことはできるものの、仮定をおいたり、取り出した複数の変数を制御したりすることのできない児童が多いことがわかった。なお、先に述べたように、小学生

には仮説を立てることに関する調査は行っていない。

ア) 仮定をおく (B11)

社会の問題を算数的に解決するためには、まず、いくつかの仮定をおく必要がある。算数的な処理の例を示し、その考え方の前提にある仮定を問う問題を設けた。

問題5は、走った距離を求めるのに速さ×時間の式を用いたときの仮定を問うている。小6の通過率は59%だった。多い誤答は、休まないで走った(ア)(小4で30%、小5と小6で21%)である。休まないで走ったということは走り続けていたということではあるが、それは同じ速さとは限らないということを考えなかったのであろう。なお、調査時には、速さは小5で学習していた。

問題5 あや子さんは、毎分300mで20分間で走りました。あや子さんは、このとき走った距離を求めるのに、 300×20 という式を考えました。あや子さんの考え方が成り立つためには、どのようなことを考えておかなければなりませんか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア. あや子さんは休まないで走った。

イ. あや子さんは同じ速さで走った。

ウ. あや子さんは自転車にのらないで走った。

エ. あや子さんは同じ歩幅で走った。

オ. あや子さんは寄り道をしないで走った。

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
イ	43.7	55.3	59.3	63.4	66.3	67.9

図7 問題5とその通過率

イ) 変数を取り出す (B12)

社会の問題を算数の対象に変えるには、問題場面に内在する変数を取り出す必要がある。

問題6は、目的地に間に合うかどうかを知るための変数を問うている。通過率は、小5で67%、小6で65%であり、おおむね65%に達していた。多い誤答は、その会社までの道のりと道順(ウ)(小4で17%、小5で12%、小6で15%)である。

問題6 牛乳を作る会社まで歩いて見学に行きます。午前10時30分に着きたいと思います。朝、8時30分に出発して間に合うでしょうか。間に合うかどうかを知るには、どんなことを調べればよいですか。次のア～オの中から、

算数と社会をつなげる力に関する研究

もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

- ア. 普通に歩くときの速さとその会社までの道のり
 イ. 普通に歩くときの速さとその会社までの道順
 ウ. その会社までの道のりと道順
 エ. その会社までの道のりと信号機の数
 オ. その会社までの道順と信号機の数

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ア	45.4	66.6	64.8	76.3	75.9	71.4

図8 問題6とその通過率

ウ) 変数を制御する (B13)

社会の問題では、複数の変数が内在することが多いので、当面の変数だけを変化させてその他は固定して考えるというように、変数を制御する必要がある。

問題7は、走る速さを比べるときに揃える条件を問うている。小6の通過率は63%だった。多い誤答は、風向きを制御していない(エ)(小4で19%、小5で22%、小6で18%)である。速さをかかった時間で比べることに気がついてはいるが、風向きまで同じにする必要性を感じなかったようである。

問題7 としお君といさお君が、走る速さを比べようとしています。どちらが速いかということは、道のり、時間、グラウンドの状態、風向きなどが関係していると考えました。このとき、どのようにして調べたらよいですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

- ア. グラウンドの状態、風向き、走る道のりを同じにして、かかった時間で比べる。
 イ. グラウンドの状態、走る時間を同じにして、走った道のりで比べる。
 ウ. 風向き、走る道のりを同じにして、かかった時間で比べる。
 エ. グラウンドの状態、走る道のりを同じにして、かかった時間で比べる。
 オ. 風向き、走る時間を同じにして、走った道のりで比べる。

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ア	45.8	52.0	63.4	70.5	67.0	71.6

図9 問題7とその通過率

2) 対象を数学的に処理する (B2)

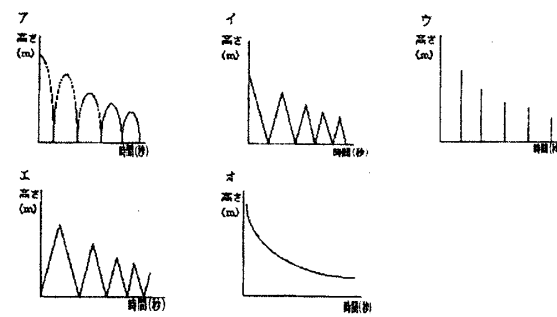
対象を算数的に処理する際に、算数的な操作を実行することはできるが、算数の対象に変えた現象を、表・式・グラフ・図等で表現することはできない児童が多いことがわかった。

ア) 表・式・グラフ・図等で表現する (B21)

社会の問題を解決するには、算数の対象に変えた現象を、表、式、グラフ、図等を用いて適切に表現する必要がある。この力を、現象に合う表や式やグラフを選択させることで見ることにした。というのは、社会では、表やグラフはコンピュータ等で簡単に得られることが多いので、正しいものを選択したり、誤りを見つけたりすることも「表現すること」に含まれると考えたからである。

問題8は、卓球のボールを落としたときの時間と高さの関数のグラフを選択する問題である。小4、小5、小6と学年が進むにつれて、通過率が下がってきて、小6では50%だった。多い誤答は、地面と最高点を直線で結んだグラフ(イ)(小4で10%、小5と小6で13%)と、最高点を曲線で結んだグラフ(オ)(小4と小5で8%、小6で21%)である。小6でオが増えたことには、調査時は小6で反比例のグラフを折れ線で学習していたことが影響したと思われる。

問題8 体育館で、卓球のボールを1.5mの高さから、力を加えずにそっと落としてはずませます。そのときの、落としはじめてからの時間とボールの床からの高さとの関係をグラフに表すとどのようになりますか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。



通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ア	64.6	58.4	50.2	60.0	56.7	70.0

図10 問題8とその通過率

イ) 操作を実行する (B22)

式や図などで算数的に表現された対象に対して、計算したり、長さを求めたりするなどの操作を行う必要がある。主として、「数と計算」に関わる問題を設けた。

問題9は、小数第3位までの数同士の減法の計算である。この減法計算は、調査時は、小4で学習していた。小4の通過率は70%で、既に65%を超えていた。多い誤答は、小数第1位で繰り下げたことを忘れたと

思われる1.548 (ウ) で、小4が14%、小6が11%である。

問題9 2.201-0.753 の答えはどれですか。次のア～エの中から、正しいものを1つ選びましょう。

ア. 1.448 イ. 1.458 ウ. 1.548 エ. 1.558

通過率	小4	小5	小6
ア	69.7	/	77.8

図11 問題9とその通過率

3) 社会に照らして検証する (B3)

算数的な処理をして得た結果を、社会に照らしながら適用して、予測・推測をしたり、仮説を修正したりすることができない児童が多いことがわかった。

ア) 予測・推測をする (B31)

社会の問題の解決では、算数的な処理をして得た結果を、社会に照らしながら適用し、予測・推測をすることが多い。

問題10は、算数的に得た「1回のバウンドごとにその前のおよそ0.8倍の高さになっていくことがわかりました」という結果をもとに、5バウンド目の高さを問うている。小6の通過率は37%だった。多い誤答は、単純に文章に出ている数値を順にかけ合わせた式 (イ) (小5が53%、小6が46%) である。中3の通過率が50%であることからわかるように、毎回0.8倍していくという割合の積を考えることに困難さがあつたと思われる。

問題10 あるボールを1.5mの高さから落とすときの弾み方について実験をし、それぞれのバウンドの高さを測りました。バウンドの高さはもとの高さのどのくらいの割合になるかを出してみました。そうしたら、1回のバウンドごとにその前のおよそ0.8倍の高さになっていくことがわかりました。この値をもとにすると、5バウンド目にはずむ高さを予想するための式は、どのように考えることができますか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア. $1.5 \times 0.8 \times 4$
 イ. $1.5 \times 0.8 \times 5$
 ウ. $1.5 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.8$
 エ. $1.5 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.8$
 オ. $1.5 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.8 \times 1.8$

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
エ	/	30.4	37.3	44.3	43.3	50.4

図12 問題10とその通過率

イ) 修正する (B32)

社会の問題では、算数的な処理をして得た結果を、社会に照らし検討した結果、仮説を修正することが必要な場合がある。

問題11は、たこ焼きを50個焼くのに10分かかるとして考えた式を、15分かかったことでどう修正するかを問うている。具体的には、1時間に6回焼けるとして考えた式の「6」を、1時間に4回しか焼けなかったので「4」に修正する。通過率は、小6で22%だった。多い誤答は、修正すべき数は合っている式 (オ) (小5で25%、小6で24%) である。この問題は、中学生以上を主な対象として作成し、比較のために小学生に対しても出題したため、小学生にとっては難易度が高かつたと思われる。なお、この問題では、小学生は、(オ)のように修正すべき数に着目できれば十分であろう。

問題11 たこ焼き屋の店長は、アルバイトの時給をいくらにするかを定めるために、午後3時から7時の間の売上額を次のように考えました。「自分では1人で、10分間に50個を焼くことができる。アルバイトを3人雇う。1パック10個入り350円にする。4時間で全部売れる。」そして、次のような式を作りました。

$$350 \text{円} \times (5 \text{パック} \times 6 \times 3^4) \times 4$$

実際に、店で見ていると、アルバイトでは50個を焼くのに15分かかるとわかりました。実際の売上額を出すには、上の式をどのように修正すればよいですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

ア. $350 \times (4 \times 6 \times 3) \times 4$ イ. $350 \times (5 \times 6 \times 4) \times 4$
 ウ. $350 \times (5 \times 4 \times 3) \times 4$ エ. $350 \times (5 \times 6 \times 15) \times 4$
 オ. $350 \times (5 \times 15 \times 3) \times 4$

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ウ	/	20.9	22.2	33.5	31.8	43.2

図13 問題11とその通過率

③社会において数学でコミュニケーションする力 (C)

数学的表現から現象を読み取ることや数学を使った日常文を読み取ることができない児童が多いことがわかった。

1) 数学的表現から現象を読み取る、伝える (C01)

社会で算数を使う際には、算数的表現の意味を社会に照らし読み取ったり、算数的表現を用いて伝えたりすることが求められる。

問題12は、時刻表から2台の新幹線がどの駅とどの駅の間ですれ違うかを読み取る問題である。小6の通過率は36%だった。多い誤答は、小田原と熱海の間

算数と社会をつなげる力に関する研究

(ア) (小6で22%) である。選択肢に挙げられた駅の間、同じ時間帯にいるかどうかを調べれば正解が得られるが、そのことを見出せない児童が多かったと思われる。また、中3の通過率が55%しかないことから、小学生にとっては、2つの表を対比しながら読み取ることが困難だったことがわかる。

問題12 あきら君は、下の表のような時刻表を見えています。午前8時10分東京発こだま407号と、午前8時新大阪駅発こだま402号がすれ違うのは、どの駅とどの駅の間ですか。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを1つ選びましょう。

列車名	407号	411号	413号	列車名	402号	404号	408号
東京	8:10	9:10	10:10	新大阪	8:00	9:00	10:00
新横浜	8:27	9:27	10:27	京都	8:17	9:17	10:17
小田原	8:51	9:51	10:51	米原	8:43	9:43	10:43
熱海	9:01	10:01	11:01	岐阜羽島	9:01	10:01	11:01
三島	9:12	10:12	11:12	名古屋	9:14	10:14	11:14
新富士	9:25	10:25	11:25	三河安城	9:30	10:30	11:30
静岡	9:39	10:39	11:39	豊橋	9:50	10:50	11:50
掛川	10:01	11:01	12:01	浜松	10:06	11:06	12:06
浜松	10:15	11:13	12:13	掛川	10:23	11:23	12:23
豊橋	10:34	11:34	12:34	静岡	10:40	11:40	12:40
三河安城	10:52	11:52	12:52	新富士	10:57	11:57	12:57
名古屋	11:06	12:06	13:06	三島	11:10	12:10	13:10

- ア. 小田原と熱海の間
- イ. 掛川と浜松の間
- ウ. 静岡と掛川の間
- エ. 豊橋と三河安城の間
- オ. 岐阜羽島と名古屋の間

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
イ			36.3	41.5	42.9	55.0

図14 問題12とその通過率

2) 数学を使った日常文を読み取る (C02)

社会で算数を使う際には、日常的に用いている、算数に関係する表現から算数の意味を読み取ることも必要である。

問題13は、天気情報の雨量に関する問題である。通過率は、小6で29%だった。多い誤答は、東京中に降った雨の合計(ア) (小5で29%、小6で26%) である。中3の通過率も36%で、雨量については、日常用いられている表現の意味を正しく読みとれていない実態が伺える。

問題13 天気情報の中で、「東京の今朝7時から正午までの雨量は、15ミリでした。」と伝えていました。このことはどのようなことを言っているのですか。次のア～オの中から、もっともあてはま

るものを1つ選びましょう。

- ア. 東京中に降った雨の合計が15ミリメートルということ。
- イ. 外にコップを置いておけば、底から15ミリメートル雨がたまったということ。
- ウ. 外にコップを置いておけば、長さではなく、15ミリリットル雨がたまったということ。
- エ. コップの大きさによって違ってしまふので、決められた大きさの容器に15ミリメートル雨がたまったということ。
- オ. 1時間毎に15ミリメートルだから、朝7時から正午までの雨量は、15×5を計算して75ミリメートル雨がたまったということ。

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
エ		19.9	29.3	35.1	36.5	35.5

図15 問題13とその通過率

④近似的に扱う力 (D)

近似的に式を立てることはできるが、近似的に読み取ることができない児童が多いことがわかった。

1) 近似的に式を立てる (D01)

社会の問題では、目的に照らしながら、量を近似的に見て、式を立てることが必要な場合がある。

問題14は、残金でいくらの水筒が買えるかを考えるという目的に照らして、リュックサックの代金を繰り上げて式を立てる問題である。通過率は、小4で66%であり、既に65%を超えていた。多い誤答は、引く数を十の位で切り捨て、残金を過小に見積った式(イ) (小4で26%、小5で18%、小6で17%) である。

問題14 ひろしさんは、7000円を持ってリュックサックと水筒を買いに行きました。4980円のリュックサックを買うと、残ったお金でいくらの水筒が買えるでしょうか。ひろしさんはおよその数で計算しました。その計算方法はどれがよいですか。次のア～オの中から、もっともよいものを1つ選びましょう。

- ア. 7000-4000 イ. 7000-4900 ウ. 7000-5000
- エ. 7000+4000 オ. 7000+5000

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ウ	66.2	70.2	76.9	76.1	87.0	88.3

図16 問題14とその通過率

2) 近似的に読み取る (D02)

算数的に処理した結果を、社会で扱える数として近似的に読み取ることが必要な場合がある。

問題15は、新幹線の時速を走った距離と時間から電卓で求めたときの近似値を問うている。小6の通過率は、26%だった。多い誤答は、日常的に多く使われて

いる小数第 1 位までの値 (イ) (小4で23%, 小5で32%, 小6で42%) である。これは、有効数字について学習していないので当然の結果である。その一方で、近似的に読み取らない児童 (オ) は、小4で23%, 小5で13%, 小6で12%しかいなく、計算結果をそのまま用いる児童は少ないことがわかる。

問題 15 東京一名古屋間 366.0 キロメートルを 2 時間 1 分で走る新幹線の時速を求めるために、電卓で「 $366.0 \div 121 \times 60$ 」を計算したら、「181.4876033」となりました。このことから、この新幹線の時速はどのくらいとしてよいです。次のア～オの中から、もっともあてはまるものを 1 つ選びましょう。

- ア. 時速 181 キロメートル
- イ. 時速 181.5 キロメートル
- ウ. 時速 181.49 キロメートル
- エ. 時速 181.488 キロメートル
- オ. 時速 181.4876 033 キロメートル

通過率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
ア	19.5	26.8	25.9	22.5	25.3	26.1

図 17 問題 15 とその通過率

5. 小学生の算数と社会のつながりに関する意識・態度の実態と考察

算数・数学と社会のつながりに関する意識・態度に関する学年別の肯定的な反応の割合 (肯定率) の平均は、表 3 の通りである。以下の考察では、算数と社会のつながりに関する意識・態度が集団として身につけている基準を肯定率 65% とする。

算数の日常生活やすべての人にとっての必要性といった算数に対する意識 (E01) と、表・式・グラフといった算数的表現に対する意識の肯定率は、小4で65%以上で、小5で下がるものの、小6でも65%以上ある。一方、計算や説明といった算数的処理に対する意識 (E03) や、話し合いといった協同的な学習に対する意識 (E04)、算数を日常生活で考えるとといった算数にお

ける応用的な態度 (E05)、解いた問題に関連した他の問題を考えるとといった算数における発展的な態度 (E06) の肯定率は、小4から高2のすべての学年で65%未満である。

算数と社会のつながりに最もかかわる、算数における応用的な態度 (E05) に関わる質問 (E05a) ~ c) への肯定率をまとめると、図 18 の通りである。肯定率はいずれの質問も小4が最も多く、小5、小6がほぼ同じで、小4より約 10% 低い。

- E05 a)** 学んだ算数・数学を使って日常生活の問題を解いてみようとすることがあります。
- E05 b)** テレビや新聞を見ていてそこから算数・数学の問題を考えることがあります。
- E05 c)** 算数・数学において日常生活の問題を考えているときは楽しいです。

肯定率	小4	小5	小6	中1	中2	中3
a)	65.5	58.2	55.8	42.4	37.4	36.7
b)	44.1	31.8	33.2	23.2	15.9	19.7
c)	50.3	37.0	36.6	21.5	18.1	25.8

図 18 E05a)~c) とその通過率

6. まとめと今後の課題

本研究では、算数・数学と社会をつなげる力を明らかにし、その上で、その構造に基づいて、算数・数学と社会をつなげる力に関する調査問題を作成し、調査を実施することで、小学生の実態を示した。

小学生に身につけている算数と社会をつなげる力は、角度の感覚、時間の感覚、速さの感覚、変数を取り出すこと、操作を実行すること、近似的に式を立てることである。一方、小学生で身に付いていないのは、長さの感覚、広さの感覚、かさの感覚、形の感覚、仮定をおくこと、変数を制御すること、表・式・グラフ・図等で表現すること、予測・推測をすること、修正す

表 3 算数と社会のつながりに関する意識・態度の学年別の平均肯定率

領域内容	質問項目数	学年別平均肯定率 (%)							
		小4	小5	小6	中1	中2	中3	高1	高2
E01. 算数・数学に対する意識	3	78.2	64.0	65.4	53.8	50.3	47.4	45.1	42.7
E02. 算数・数学の表現方法に対する意識	3	84.9	77.4	81.9	69.5	68.7	69.4	63.9	69.3
E03. 算数・数学的処理に対する意識	2	53.4	40.2	41.2	35.1	30.9	38.3	27.0	32.4
E04. 算数・数学における協同的な学習に対する意識	1	62.6	48.4	50.8	41.3	28.2	34.2	19.6	21.8
E05. 算数・数学における応用的な態度	3	54.5	43.7	42.5	29.0	23.8	27.4	19.6	22.0
E06. 算数・数学における発展的な態度	2	45.1	37.9	36.5	25.4	24.2	28.8	18.3	22.7

算数と社会をつなげる力に関する研究

ること、数学的表現から現象を読み取る、伝えること、数学を使った日常文を読み取ること、近似的に読み取ることである。また、小学生に身につけている算数と社会のつながりに関する意識・態度は、算数・数学に対する意識、算数・数学の表現方法に対する意識だけであり、一方、算数的処理に対する意識、算数における協同的な学習に対する意識、算数における応用的な態度、算数における発展的な態度は、小学生だけではなく中高生も身につけていない。

なお、中高生の数学と社会をつなげる力の実態については、別に稿を改めてまとめている(長崎他, 2004)。

今後の課題は、算数・数学と社会をつなげる力やその評価問題の妥当性を再検討するとともに、それを育成する学習指導のあり方やそのような授業の有効性を示すことである。

なお、本研究には、他に、五十嵐一博(千葉市教育センター)、牛場正則(足立区立第十中学校)、久保良宏(北海道教育大学旭川校)、久永靖史(共立女子中学校)、松元新一郎(東京学芸大学附属大泉中学校)、宮井俊充(所沢市立山口中学校)、飯田由美子(前共立女子中学校)が携わった。

参考文献

- クーラント, ロビンス(森口繁一監訳)(1966)『数学とは何か』岩波書店. p. xvii.
- 国立教育研究所(1991)『数学教育の国際比較-第2回国際数学教育調査最終報告書』第一法規. pp.175-179.
- 国立教育研究所編(1992)『特別研究「基礎学力」調査報告書-第一次報告書(平成2年度調査)』国立教育研究所. p.29,p.44.
- 国立教育研究所編(1993)『特別研究「基礎学力」調査報告書-第二次報告書(平成3年度調査)』国立

教育研究所. p.53.

- 松元新一郎他(2002)「児童・生徒の「算数・数学の力」と「算数・数学を使う力」と「算数・数学に対する意識・態度」との関係についての考察-「児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力」に関する第2次調査から」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. No.35. pp.127-132.
- 文部省(1998)『小学校学習指導要領』
- 長崎榮三他(1993)「算数科における基礎学力についての考察」日本数学教育学会誌算数教育. Vol.75, No.12. pp.31-39.
- 長崎榮三編著(1997)『数学と社会的文脈の関係に関する研究』国立教育研究所科研報告書.
- 長崎榮三編著(2000)『算数・数学科における総合的な学習』国立教育研究所科研報告書.
- 長崎榮三編著(2001)『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究(改訂版)』国立教育政策研究所科研報告書.
- 長崎榮三他(2004)「数学と社会をつなげる力に関する研究」日本数学教育学会誌数学教育. (Vol.86, No.11に掲載の予定)
- 西村圭一他(2000)「児童・生徒の社会の問題を数学的に解決する力に関する調査研究」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. No.33. pp.253-258.
- 西村圭一他(2001)「児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的な様相」日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集. No.34. pp.307-312.
- 島田茂(1977)『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房
- 島田茂(1990)『教師のための問題集』共立出版