数学と社会的文脈との関係に関する研究：数学と子どもや社会とのつながり

数学と社会的文脈との関係に関する研究
ー数学と子どもや社会とのつながりー

（課題番号　06452384）

平成６年度～平成８年度　文部省科学研究費補助金（基盤研究Ｂ）

研究成果報告書

平成９年（1997年）３月

研究代表者　長崎　栄三
（国立教育研究所　科学教育研究センター　数学教育研究室長）

はしがき

子どもたちは、算数・数学は生活とあまり関係がないと思っています。いや、多分、数学教師を除くほとんどの大人もそのように思っているのではないでしょうか。算数・数学は、社会や生活と関係なくとも、学ぶべきものと考えられていたからです。しかし、果たして、算数・数学は社会や生活と関係ないのでしょうか。数学は、昔、社会から生まれたはずなのに、どうしてこのようになってしまったのでしょうか。

算数・数学が学校の教科となってから数百年になりますが、この間、ときには、算数・数学は単なる実用のためであったり、またときには、精神鍛練の道具ともなりました。そして、変わらぬ役目が一つだけあります。それは、選抜の道具としてでした。選抜の道具だからこそ、子どもたちは、社会や生活と関係なくとも、算数・数学を学んできたのでしょう。しかし、今、高等学校ではこの選抜の道具としての数学の役目が薄れつつあります。それとともに、高校生は数学から離れつつあります。

私たちは、もう一度、数学とは何か、数学と文化や社会や生活とはどのような関係にあるべきなのかを、根本に戻って考え直すべきだと強く感じています。さらに、数学は、個々人の人生にとってどんな役割を果たすのでしょうか。この研究は、そのようなことをいろいろな側面から考えてみようとしたものです。

この研究を進めるにあたっては、多くの方々のご協力を得ました。前国立教育研究所次長の永野重史先生、前国立教育研究所物理教育研究室長の板倉聖宣先生には、とてもお忙しい中、先生方の専門分野から、この研究に素晴らしいご助言をいただきました。その講演記録は先生方のご好意によりこの報告書に収めることができました。また、日本全国にわたる小中高等学校の先生方、保護者を対象とする調査では、学校長、先生方、保護者の方々に多大のご協力を得ることができ、この研究の主題について貴重な結果を得ることができました。また、共同研究員として数学教育研究室にいらした桜井恵子先生、山中和人先生、京極邦明先生、そして、研究協力者として国立教育研究所にいらしていた鈴木孝行先生（山形県米沢市立窪田小学校）、小池利清先生（富山県立山町立雄山中学校）には積極的に研究にご参加いただきました。そして、熊岡昌子さん、吉田泉さんには研究全般にわたってお助けいただきました。本当にありがとうございました。

本報告書が、今後の算数・数学教育を考えていくうえでお役に立てば幸いです。

平成９年３月

研究代表者　長崎　栄三

研究の概要

研究組織

研究代表者	長崎栄三	国立教育研究所科学教育研究センター	数学教育研究室長
研究分担者	瀬沼花子	国立教育研究所科学教育研究センター	主任研究官
研究分担者	富竹 徹	島根大学教育学部	助教授
研究分担者	松原静郎	国立教育研究所科学教育研究センター	化学教育研究室長

研究協力者

島田 功	成城学園初等学校	教諭
牧野 宏	飯能市立原市場小学校	教諭
島崎 晃	所沢市教育委員会学校教育課	指導主事
久保良宏	共立女子学園 共立女子中学校	教諭
鈴木明雄	葛飾区立綾瀬中学校	教諭
久永靖史	共立女子学園 共立女子中学校	教諭
藤澤由美子	共立女子学園 共立女子中学校	教諭
松元新一郎	東京学芸大学附属大泉中学校	教諭
五十嵐一博	千葉市教育委員会学校教育部指導課	指導主事
佐藤公作	東京都立代々木高等学校	教頭
杉山真澄	東京女子大学	助手
狭間節子	大阪教育大学	教授
森 園子	拓殖短期大学	講師
島田 茂	東京理科大学	非常勤講師

研究経費

平成6年度 2300千円：平成7年度 1400千円：平成8年度 1500千円：合計 5200千円

研究発表

（１）長崎栄三・瀬沼花子・富竹徹「算数・数学教育についての教師の態度」『国立教育研究所研究集録』33号. 1996. pp.57-79.

（２）長崎栄三「算数教育と文脈」『新しい算数研究』東洋館出版社. No.298. 1996. p.1.

（３）森園子、長崎栄三、瀬沼花子「数学教育に対する保護者と教師の意識に関する研究」『日本科学教育学会年会論文集』1996. pp.221-222.

（４）森園子、長崎栄三、瀬沼花子「算数・数学教育に対する保護者の意識」『日本数学教育学会誌』投稿中

（５）久永靖史ほか３名「数学のよさを気づかせる授業 －日常生活との関わりを重視して－」『日本

数学教育学会誌』第78巻臨時増刊. 1996. p.379.
(6) 松元新一郎「数学用語に対する生徒の認識に関する一考察」『日本数学教育学会誌』第78巻臨時増刊. 1996. p.414.
(7) 松元新一郎「数学的モデル化における生徒の考え方の変容」『日本数学教育学会誌』第78巻臨時増刊. 1996. p.333.

研究内容

本研究の目的は、子どもの「数学は生活と関係ない」、「数学は楽しくない」という意識を変えるための「社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育」を考える上での背景、基本的な枠組み、論点を明確にすることにある。ここでの社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育とは、端的に言えば、実世界の問題を扱って算数・数学教育を行うことである。

このような算数・数学教育の背景として、第1に、教師・保護者の意見・態度を調べた結果、小中高の教師はこのような算数・数学教育には消極的であり、実際的な問題を授業ではあまり扱っていないことが分かった。一方、保護者は数学の社会的有用性を知らせることが重要だと考えていることが分かった。第2に、日本・アメリカ・イギリスの中学校数学教科書を比較分析した結果、日本の教科書は「純粋な数学」が多く、一方、アメリカの教科書は「実世界の問題」が多く、イギリスはこれらの中間の「子どもに親しみやすい問題（擬似的な実世界の問題）」が多かった。

小学校・中学校・大学における実世界の問題を扱った授業の実践を通して、問題の開発の難しさや準備の大変さなどはあったが、子どもたちは生き生きと楽しそうに学習に取り組んだ。このことによって、このような授業を行えば、子どもたちの「数学は生活と関係ない」、「数学は楽しくない」という意識を変える可能性があることが示された。また、実世界の問題を扱う際には、近似値の扱いが重要であることなども追認された。

諸外国の状況に目を向けると、オランダやオーストラリアでこのような算数・数学教育についての先進的な試みをしていることが分かった。これらの国やアメリカ、イギリスでは、実世界の問題を多く取り入れた算数・数学教科書がすでに発行されていることも分かった。しかしながら、イギリスでは数学者が、数学の応用や問題解決の学習によって数学の概念の理解や技能の習得という点で高校生の数学学力が低下している、という声を挙げていることも分かった。

さらに、社会的文脈を重視した算数・数学教育について、関連領域の立場から論じられたが、数学教育史の立場からはわが国ではそのような教育があまり重視されなくなってきていることが語られ、心理学の立場からは人間は部分的に集合的に理性的であるという考え方がこのような教育に合致することが語られた。科学教育の立場からは数学自身が本来社会と密接につながっていることが強調された。そして、そのような教育の中での数学的活動のあるべき姿がジオボードを教具とした学習で示された。

また、社会的文脈を重視した算数・数学科のカリキュラムの構成に向けて、算数・数学の内容に対応した問題場面の一覧表を作成した。

結論として、社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育は、現在学校ではあまり行われていないが、保護者は期待しており、一方、子どももその中で楽しく学習している。配慮すべきことは、教師がまずその重要性を認識したうえで、教育計画のうえでは数学の発展と数学の応用の両者のバランスを取ることであり、学習形態としては集団で考えることが重要である。今後、このような教育が促進されるには、教師がたやすく使える問題を集めた資料集が望まれる。

目　次

1

数学教育と社会的文脈の関係に関する研究

本研究の目的、方法、論点等について述べたものである。

数学と社会的文脈の関係の研究

－数学と子どもや社会とのつながり－

長崎栄三
国立教育研究所

1．はじめに

平成6年度から3年間にわたって行ってきた「数学と社会的文脈の関係の研究」においては、社会的文脈における数学を重視した算数・数学科カリキュラムの開発のための基礎的な諸要因とそれらの関係等を明確にすることを目的として、次の方法でアプローチした。

・問題場面の開発や子ども反応についての事例研究
・教師や保護者の意識についての調査研究
・教科書の実態についての調査研究
・諸外国の状況についての調査研究

これらのほかに、関連領域の研究者による講演と討論も行われた。さらに、これらの経験を踏まえて、小学校から高等学校にわたる問題場面の収集も行われた。本報告書は、これらについての研究成果の報告である。

本研究においてはこのような成果を生み出す過程で幾多の議論があった。そこで本論では、そのような議論をまとめて、「数学と社会的文脈の関係の研究」の意図や全体的な成果や論点を明らかにしておく。

2．研究の意図　－子どもの実態から見た現在の算数・数学教育－

私たちは、最近、国立教育研究所において、国際数学教育調査（国立教育研究所、1991、1996、1997）や基礎学力調査（国立教育研究所、1994；中島・清水・瀬沼・長崎、1995）という大規模な調査研究に携わってきた。

これらの結果からすると、わが国の子どもたちは、国際的に見る限り、算数・数学の認知面については、ある程度期待に応えている。もちろん、認知面についていくつかの問題点も見いだされている。例えば、知識・技能の問題に比べると理解や思考の問題のできはよくないし、また、一般に考えを書く自由記述式の問題のできもよくない。しかし、それはわが国に特有な問題点というよりも、各国共通な問題点となっており、数学教育全体の課題と言えよう。

一方、情意面での問題点、例えば、わが国の子どもは「数学をあまり好きではない」、「数学をあまり楽しんでいない」、「数学と生活や社会とはあまり関係がないと思っている」ということについては、わが国ではこれまで当然のこととしてあまり問題視されてこなかった。数学とはそのようなものであるという意識が支配的であった。しかし、国際的に見る限り、このようなことは数学（学習）に固有な事ではなく、わが国の顕著な特徴となっている。

このような国際的な視野からみたわが国の算数・数学教育の問題点への対処は過去にも行われてきた。第1回国際数学教育調査（国立教育研究所、1967）によって、わが国の生徒は「数学を発展的と見ていない」ということが明らかになり、これに対して、「オープンエンド・アプローチ」（島田、1977）や「発展的な問題づくり」（竹内他、1984）などの新しい指導法の試みがなされた。また、第2回国際数学教育調査によって、わが国の数学の授業では電卓が利用されていないことが明らかになり、数学的活動にお

いて電卓を利用した指導法（長崎、1989；瀬沼、1996など）の試みがなされてきた。

そこで、私たちは、子どもたちが「数学と生活や社会とはあまり関係がないと思っている」ということに焦点を当てることにした。そして、このことは「数学をあまり楽しんでいない」ということと結び付くことは容易に想像できる。入学試験という一点を除いて、自分の生活や社会と関係がないことを9年間も勉強していたらどうなるであろうか。自分が真に生きるためにではなく、単に入学試験のために問題を解いているというような状況は打開しなければならない。数学は自分や社会とのつながりをもっており、しかも、楽しいものなのに。

3．研究の発想　－数学的文脈、社会的文脈、文化的文脈－

そこで、「数学と子どもや社会とのつながり」を重視した算数・数学教育を考えるために、まず、数学的活動の連続性を考えた。そこで、私たちは、「文脈」(context)という学習場面を意識的に取り入れることを考えた。すなわち、

子どもたちが、自分で問題を見いだし、それを解決しようという意欲を持ち、取り組み、そして、問題を解いたあとも発展的に考察しようとするような連続的な状況

つまり、問題が発生し、「一連の」数学的活動が行われる状況を「文脈」と呼ぶことにした。

算数・数学教育においては、文脈は、問題の発生場所からして、次のようなものが考えられている。

数学的文脈、社会的文脈、文化的文脈

それぞれの文脈を重視した数学教育の違いは、問題の発生するところに大きく依存する。そして、それは、目指す教育目標の違いにも依存する。

（1）数学的文脈（mathematical context）における算数・数学学習

数学的文脈を重視した算数・数学学習とは、数学の問題を契機とするものである。そして、一般化や類推などで発展させ、一方で、演繹によって体系づけていくものである（例えば、山口、1996）。なお、最近のカオスなどの数学では実験の意義が問い直され、「実験的数学」という言葉が提唱されているのは興味深い（スチュアート、1996）。数学を発展させて来た内在的な原動力である。フロインデタール（1983）は、数学的文脈における数学の発展を鮮やかに描いている。ここでの教育目標は、算数・数学の内容を理解し、数学の手法を身につけ、そして、数学自身を発展させていく面白さを感得することにある。このようなタイプの学習は、わが国では「数学的な考え方」という目標のもとで認められており、現在でも優れた実践研究を見ることができる。

（2）社会的文脈（social context）における算数・数学学習

社会的文脈を重視した算数・数学学習とは、実世界の問題を契機とするもので、数学的モデル化によって、数学世界の問題とし解決を図り、また、実世界に戻っていくものである（島田、1977,1990）。数学を発展させてきた外在的な原動力である。ここでの教育目標は、数学の意味を理解し、実世界の問題を数学の言葉に直す手法や、学んだ数学をそれらの問題に適用する手法を身につけ、そして、数学の社会における役割を理解することにある。わが国の小学校の算数での単元の優れた導入問題でこのタイプの学習が行われることが多い。このことについては、後で詳しく触れる。

（3）文化的文脈（cultural context）における算数・数学学習

文化的文脈を重視した算数・数学学習とは、数学的文脈や社会的文脈における学習において、数学の文化的価値を目指したものである。このような文化的価値として、ビショップ(1988)は、相補的な6つの価値、「合理主義－実物主義」、「制御－進歩」、「開放性－神秘性」をあげている。なお、ビショップも述べているが、私は文化的文脈に属するものとして「遊び」（ホイジンガ、1973）としての数学も重要だと考えている。

（4）数学的文脈、社会的文脈、文化的文脈の関係

私たちは、これらの関係を数学的活動という面からとらえてみた。社会的文脈や文化的文脈ということは、数学的文脈から見ると、数学外の実在となる。そこで、数学内と数学外という対比で、数学的文脈と社会的文脈や文化的文脈の関係を、数学的活動の立場から考えることにする。そして、学習の根源となる「発見」、すなわち、未知、既知ということをこれに噛み合わせて考えることにする。これらに関する数学的活動としては、次のようなものが考えられる。

①既知の数学を未知の数学外で使う・・・社会的・文化的文脈における数学
　　：応用、実用、数学化、数学的モデル化
②既知の数学を未知の数学外に見いだす・・・社会的・文化的文脈における数学
　　：見いだす、探す
③未知の数学を既知の数学外から作り出す・・・社会的・文化的文脈における数学
　　：創る、検証する
④未知の数学を既知・未知の数学内で扱う・・・数学的・文化的文脈における数学
　　：計算する、証明する、一般化する、特殊化する、類推する、体系化する

本来は、これらの諸活動がバランスをもって適当に扱われることが望まれているが、現在は、④の数学内の活動だけが主として行われているところに問題があると言えよう。なお、これらのうち、③がビショップのいう算数・数学を社会・文化から作り出すということであろう。

（5）数学的文脈と社会的文脈との境界の曖昧さ

社会的文脈や文化的文脈における数学的活動を考えていくとき、実は、曖昧な領域が出てくる。(4)で、算数・数学教育の対象は、「数学」と「数学外」との２つに分けられるとしたが、ところが、数学外の問題というものが曖昧なのである。そこには、「実世界」ものと「擬似的」なものとがある（島田、1991）。このことは、算数・数学の問題を分類しようとするとすぐに直面する。擬似的なものは、さらに次のようなものに分けられる。

①実際は数学の内容であるが、実世界の衣を着せてある物　　　：黄金比の例
②実際は数学の内容であるが、仮想実世界の衣を着せてある物　：四則応用問題
③実際は数学の内容であるが、抽象的実世界の衣を着せてある物：タイル（教具）

これらのうち、①は「既知の数学を未知の数学外に見いだす」に相当するように思われるが、②や③のような場合には、数学外の「現実性」は保たれるであろうが「真実性」が失われてしまう。実際的な問題と称する非実際的な問題ということになってしまう。

ところで、さらに曖昧になってくるのは、②や③の場合でも、最初に導入されたときには、真実性があったということである。例えば、タイルにしても、子どもにとっては最初は「タイル」であったが、それがいつしか教具となっていく。もともと、文脈とはつながりを意味しているのだから、数学と数学外をきちっと分けることは難しいとも言えよう。

（6）数学的文脈、社会的文脈、文化的文脈のバランスの重要性

ところで、数学の発展や数学教育の立場から見ると、これらは、その起源においては混然としているが、しかし、学問の発展、教育の発展とともに、数学内と数学外、数学的文脈と社会的文脈、の区別は、歴然としてくる。つまり、数学が、数学固有の発展を遂げることによって、この両者は分離してくる。しかしながら、数学は、その抽象性・論理性が特徴的ではあるが、教育においては、特に数学は実世界に裏打ちされたものであるという視座が必要である。すなわち、数学的文脈だけではなく、社会的文脈、文化的文脈の中での数学だからこそ、数学は、学校教育の必要不可欠な対象なのである。このように考えると、数学的文脈における数学と社会的文脈における数学は、少なくとも、中等教育段階までの数学

教育における、車の両輪と言えよう。

なお、「社会的文脈における数学」と「社会的文脈における数学教育」では異なることに注意しよう。前者は後者に含まれる面も多いが、後者には、数学教育を一層広い社会や文化の中で考えようということであり、教師や教室や社会の諸要因の数学教育への影響を研究することが主目的となるが、本研究は、前者についての研究であり、つまり、社会的文脈における数学ということを重視して算数・数学教育を考えようとするものである。なお、本研究では、このようなことを単に「社会的文脈を重視した算数・数学教育」ということもある。

4．日本の算数・数学教育にとっての社会的文脈

私たちは、これらの３つの文脈のうち、特に社会的文脈に注目することにした。しかしながら、社会的文脈を重視した算数・数学教育とは、すべてが新しい主張ではない。ここでは、それを算数・数学教育史と最近の研究の面から概観しておく。

（1）算数・数学教育史における社会的文脈の扱い

戦前には小学校では「生活算術」、「郷土算術」という主張や実践があった。これらは社会的文脈に根差した算数教育を目指していた。また、昭和18年からの中学校数学科の「数学　第一類・第二類」も同様な趣旨の数学教育を目指していた（長崎、1990）。戦後直後の「単元学習」も社会的文脈から生まれたものである。この学習は、「生活単元学習」との悪口をたたかれもしたが、現在から見ると多くの学ぶべき点がある。何よりも、その趣旨には「文化的視点」に立った教育目標を見ることができるからである。

なお、時代を溯ると、明治から昭和初期までの算術には多くの「消費者数学」が入っていた。これも社会的文脈の話題である。このような「消費者数学」は、戦後の数学教育史論において「生産者数学」に反するものとして切り捨てられていった（小倉・鍋島、1957）。そして、戦後は、昭和30年台以降、系統学習、現代化、基礎・基本といずれも、算数・数学はその純粋な固有の価値を求めて、社会とは離れていく傾向にある。なお、社会的文脈における算数・数学ついての明治以来の流れについて明確にすることは私にとって今後の課題である。

（2）最近の研究

最近の数学と社会的文脈に関する研究としては、授業実践の記録として、例えば、私の目についたものに次のようなものがある。

仲田紀夫『『課題学習』と数学授業の改善』東洋館出版社．1991．184p.

岡部進『日常性の数学にめざめて』教育研究社．1991．259p.

松宮哲夫/柳本哲編著『総合学習の実践と展開』明治図書．1995．212p.

小寺隆幸『地球を救え！数学探偵団　一次関数』国土社．1996．143p.

いずれも興味深い課題や実践記録が載っている。なお、私たちの研究グループでも『数学教育の電卓利用』（長崎、1989）において、次の点が調べられている。

佐藤孝彦ほか「数学科以外の教科における数学的内容」pp. 93-98.

瀬沼花子「数学と他教科の関係－家庭科教材を中心に－」pp. 99-106.

また、次の翻訳書も、このような流れの中に位置づけられる。

ボルト他著、長崎栄三・森園子訳『こんな数学やってみませんか』東京書籍．1992年．229p.

それぞれの実践や研究に今でも目新しさを感じるということは、このようなことが普通の授業ではあまり試みられていないということである。

なお、本研究の目的は、このような実践や研究が、なぜあまり試みられないのかということを明らか

にすることにもある。

5．言葉の整理

これまで「社会的文脈」という言葉を使ってきたが、これはわが国の算数・数学教育ではあまり聞き馴れない言葉である。英語の使い方では、「mathematics in social context」、すなわち、「社会的文脈における数学」というものである。あえて、このような日本語になりきっていない言葉を使ったのは、これに類する多くの教育用語がある中で新しい意味を付与したいと考えたからである。

教育学には、「生活」という適切な言葉がある。しかし、「生活」と言う言葉は多義性を持ちすぎてしまった。教育学における真の意味での生活とは、社会的文脈と同じであろうが、一般には、それは、卑近な生活にとられてしまい、「現在の生活に使える数学」は意味しても、「未来の生活を作り出す数学」という視点は失われがちであり、さらにまた、数学固有の発展や抽象性、論理性が軽視されがちである。そこで、生活にかわる新しい言葉が必要となってくる。

「日常事象」、「社会を重視した数学教育」、「社会的有用性」も、生活と同様な扱いが多い。

「数学の応用」というと、わが国では、学んだ数学を単に使うという側面が強く、問題を見いだし、発展させていくという感じが失われがちである。そこで異なる言葉が必要になる。しかし、本来の意味では、「数学」には、その応用が必然的に内在されているのであろうが。

「数学的モデル化」は、社会的文脈における最も望ましい具体的な活動の一つであろう。しかしながら、本来の意味での数学的モデル化は、対象となる問題が興味深いほど、必要とされる数学の程度が高いことが多く、教室での実現が容易ではない。そこで、このような活動を含めた一層広い言葉が必要となる。

このような訳で、数学と社会の関係をより広い立場から見直し、その中での数学教育の目的を明確に把握し、しかも、数学的文脈をも一方で意識するということで、社会的文脈を重視した数学教育という言葉を用いることにした。

しかし、社会的文脈に相当する英語の「social context」は現在の世界のはやり言葉ではあるが、実際には、わが国ではこれが人口に膾炙しているとは言い難いので、時にはそれに代えて、「実世界の問題」（real world）、「実際的な問題」（real problems, practical problems）という言葉等を使うことにする。これらの言葉は、幸いにも、数学教育界では現在までにあまり使われていないので、意味があまり多義的になっていないと思われる。

6．社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育の特徴

社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育とはどのようなものであろうか。それは、子どもが自ら、実世界の問題をもとに考え始め、問題に取り組むような状況である。ここで、問題を子ども自身が見いだすことは最も望ましいが、それは容易ではなく、次善の策として、教師が用意することが必要になる。そこで、教師は広い範囲から問題を選択することが望まれ、また、学習環境として、単なる書かれた問題だけではなく、教材・教具を多用することが望まれよう。

ところで、本研究では、わが国の教師や保護者の状況を調べるために、調査用紙を開発した。そして、その質問項目の作成の過程で、当然ながら、社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育の具体像を考えざるを得なかった。

以下では、教師用調査用紙のうち、問題、指導展開、指導アプローチ、授業形態の面から、社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育の特徴づけを試みることにする。なお、教師用調査用紙では、このほかにも社会的文脈に関する項目があるが、ここでは主なものを示している。

（1）算数・数学の問題から見た特徴

教師用調査では、算数・数学の問題を、次の6種類に分けた。

① 純粋な算数・数学の問題

② 子どもが親しめるような場面の中の算数・数学の問題

③ 実世界の数値で表されていて算数・数学に関係した現実的な問題

④ 遊びの中にあって算数・数学に関係した問題

⑤ 数学の文化に関係した問題

⑥ 実験、観察、調査などによって導かれる算数・数学に関係した問題

狭義の意味での、社会的文脈における問題は③であるが、広義の意味では、つまり、何らかの意味で、数学と社会の関係にかかわるという意味で、①以外の問題を含めることができよう。①は数学の問題、その他は数学外の問題である。

ところで、②「子どもが親しめる場面」というのは、一見すると、子どもの生活の問題がほとんどであり、社会的文脈そのものとも思われようが、これらの場面は、実世界の問題を一度数学の問題に翻訳した後で、その数学の問題に取り付きやすくまた理解しやすくするために改めて数値を簡単にしたり場面を単純化して人工的に作られた問題であり、実世界の中の理解しにくいところがすでに捨象されていることが多い。これは先に述べた、実世界の「擬似」の問題である。

本研究では、③～⑥のような問題を目指すが、数学の内容によっては、②を工夫することが目標となる。

（2）指導展開からの特徴

教師用調査用紙では、指導展開例として次の6つを示した。

① 社会の中で使われている数学をグループで調べる

② 2次関数の実世界の問題で数学的な関係を考える

③ 1次関数のいくつかの式に共通な性質を見いだす（オープンエンドアプローチ）

④ 図形の問題から自分で問題をつくる　　　　　　（問題づくり）

⑤ 図形の問題から学習課題を自分で見いだす

⑥ コンピュータで関数のグラフをいろいろとかく

これらのうちでは、①②が、その問題の性質からすると社会的文脈を正面から受け止めたものである。③～⑥は数学的文脈ともいえよう。しかし、いずれも、子どもが主体的に活動する場面が含まれており、社会的文脈にとっても有効な指導法であろう。

（3）指導アプローチからの特徴

教師用調査用紙では、数と式、図形、関数の3つの内容それぞれに、6つの指導アプローチを示した。ここでは、関数を例に取っている。

① 実世界の事象をもとにして関数を考えさせる

② 関数が使える具体的な事象を見いださせる

③ 数式や図形の内容の中に関数の考えを見いださせる

④ 表をもとに規則性を見いださせる

⑤ 式をもとにグラフを考えさせる

⑥ グラフをもとに性質を見いださせる

これらのうちでは、①②が社会的文脈に直接に関係している。一方、③～⑥が数学的文脈に関係している。

（4）授業形態からの特徴

教師用調査用紙では、６つの授業形態を示した。

① 話し合い一斉学習型

② 問題選択グループ学習型

③ 主題発見個別学習型

④ 主題相談選択グループ学習型

⑤ 例題説明一斉学習型

⑥ 教科書利用個別学習型

社会的文脈にとっても数学的文脈にとっても①～④が関係すると思われる。社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育というのは、単に扱う問題だけに関係しているのではなく、このような授業形態にも関係しているのである。

７．算数・数学教育での社会的文脈の教育的意義

算数・数学教育において社会的文脈・文化的文脈を重視することの、教育的意義を考えてみると、次のようなものがあげられると思われる。なお、以下では、算数・数学をまとめて数学としてある。

①数学を使うことによって、数学の理解を深める。

②数学を使うことによって、数学の使い方を身につける。

③数学を使うことによって、数学のよさを知る。

④数学を見いだすことによって、数学の隠された意外な役割を知る。

⑤数学を見いだすことによって、数学の考え方の理解を深める。

⑥数学を創りだすことによって、創造的な考え方を身につける。

結局、文脈に注目するということは、「数学とは」ということにより関係してきており、また、教育的には、関心・意欲・態度に大きくかかわっている。

８．社会的文脈を重視した場合の論点

社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育については、いくつかの論点を抱えていることが、本研究を通して明らかになってきている。ここでは、それらについて検討してみる。

（１）学習する数学内容に適した問題を見いだすことの困難

算数・数学科カリキュラムの構成においてはある意味では数学の系統を無視することはできない。そこで、現在のようなカリキュラムを前提として社会的文脈にある興味ある問題を考えようとすると、子どもに適当な問題を探すのは難しいことがある。このことは特に中学校で直面する。というのは、小学校はこれから数学を作り出していくので問題を社会的文脈に求めることは難しくはなく、一方で、高等学校では学習している数学内容の程度が高くなっているので普通の問題に数学を応用することが可能なのである。中学校はその中間にある。中学校の一つの方向は、以前に学んだ数学でもそれを使うということに焦点を合わせることであろう。

なお、問題を見いだすことの困難さは、私たち自身の学習経験にも根差している。私たちが、社会的文脈における数学を学んではいないのであるから、そのような問題を探すのは容易ではないのである。

（２）数学の体系からの批判

社会的文脈における数学を重視した算数・数学教育は、必ずしも、数学の整理された系統性の順序に従わないこともある。つまり、数学を体系的に学ぶだけではなく、実世界の問題に取り組む中でその解決に必要な数学を理解をしていくという道筋になることがある。このようなことは、数学の体系を軽視しているという批判につながることがある。また、数学の内容の理解が低下する、計算力が落ちるなど

の批判もこの部類に属する。

社会的文脈を重視した数学教育とは、単に実世界の問題を扱うのではなく、その中で、どのような数学的理解を深めようとしているのかを考えておく必要がある。社会的文脈を重視するということは、数学的文脈を軽視するということではなく、今まで、軽視されて来た社会的文脈にもっと目を向けようということなのである。

（3）他科学からの批判

実世界の問題を扱うこと、例えば、理科の問題を扱った場合、そこで目指しているのは、数学的理解なのであり科学的理解なのではないということである。同じ現象を扱っていても、そして、そこで「数学」が使われるとしても、算数・数学教育と理科教育では異なるのである。理科教育にとっては、数学は手段なのであり、現象のできるだけ正確な把握が問題となる。このような立場からすると、実世界の現象を使って、数学の理解を計るというのは邪道であり、理科教育を阻害するという批判が出てくる。

実世界の数学的把握とは、その現象の構造を損なわない限りにおいて、その抽象化・単純化・理想化をすることに始まり、そのことによって、公理的な扱いが可能になる。そして、数学の世界で証明できたことは、その公理系では真なのであり、実世界の未知の現象への予測が可能となる。反面、数学の実世界の扱いは、ある限界の中で行われているということになる。社会的文脈における数学を重視するということは、社会現象を数学的に把握するということであり、それは他の諸科学の把握の仕方とは異なっており、また、それだからこそ学ぶ価値があると言えるのである。

（4）社会や文化への盲目的な従属への批判

教育において社会や文化を重視するということは当然のことではあるが、しかし、大きな危険性もあることを忘れてはならないであろう。社会や文化をを重視するということは、「1つの」社会や文化に盲目的に従属することではないのである。盲目的（または積極的）に従属した例は、数学教育史が示すように、独裁国家における数学教育を見れば明らかであり、例えば、「ドイツの民族数学」がある（例えば、小倉・鍋島、1957, p.317）。

真の意味での民族数学とは、その民族の優越性を示すことではなく、どの民族も固有の文化をもとにして、ある種の共通な数学を学んでいくということであろう。先に述べたビショップはこのような視点から、数学の文化的価値を提唱している。ところで、社会を離れた数学は、社会に引きずられることもないが、子どもからも離れてしまう。一方、社会に密接につながった数学は、社会に取り込まれる危険性を常に持っている。算数・数学と社会の関係を絶えず論じていくことが、このような2つの相反する危険性から逃れる唯一の道であろう。

（5）個人の経験に埋没することへの批判

教育における文脈を文字通り厳密に解釈すれば、それは子ども個々人の生き方によらねばならないであろう。子どもとのつながりと言う場合の「子ども」は、みんな異なる経験や背景を持っているからである。しかし、それでは社会的な相互作用としての話し合いを中心とする教育は不可能になり、個別学習だけが残された道になってしまう。

ここで私たちが忘れてならないのは、社会的文脈における数学を重視した教育とは、人間の集団としての社会が前提となっているということである。そこで、具体的な個々の子どもの観察を背景とした抽象的な子どもをもとにした文脈を考える必要が出てくる。単に数学の理解が進むというだけではなく、社会で人間として自由に生きていくということが前提なのである。

参考文献

Bishop, A. J. "Mathematical Enculturation. Kluwer Academic Publishers. 1988. 195p.

Freudenthal, H. "Didactical Phenomenology of Mathematical Structure. Kluwer Academic Publishers. 1983. 195p.

ホイジンガ・高橋英夫訳『ホモ・ルーデンス』中公文庫. 1973. 477p.

国立教育研究所編『国際数学教育調査　IEA日本国内委員会報告書』国立教育研究所. 1967. 274p.

国立教育研究所編『数学教育の国際比較－第２回国際数学教育調査最終報告書－』第一法規. 1991. 216p.

国立教育研究所編『小中学生の算数・数学・理科の成績－第３回国際数学・理科教育調査国内中間報告書－』東洋館出版社. 1996. 299p.

国立教育研究所編『中学校の数学教育・理科教育の国際比較－第３回国際数学・理科教育調査最終報告書－』東洋館出版社. 1997.

長崎栄三編著『数学教育における電卓の利用に関する開発研究』国立教育研究所科研報告書. 1989. 256p.

長崎栄三「数学第一類・第二類の検定教科書の編纂とその思想」『国立教育研究所研究集録』No. 21. 1990. pp. 43-56.

中島健三・清水静海・瀬沼花子・長崎栄三編著『算数の基礎学力をどうとらえるか』東洋館出版社. 1995. 234p.

小倉金之助・鍋島信太郎『現代数学教育史』大日本図書. 1957. 452p.

瀬沼花子編著『グラフ電卓を利用した数学科指導法の開発』国立教育研究所. 1996年.

島田茂編著『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』みずうみ書房. 1977. 218p.

島田茂『教師のための問題集』共立出版社. 1990. pp. 44-57.

島田茂「課題学習について」『理数系教員のための講習会（第20回）テキスト』東京理科大学生涯教育センター. 1991. pp. 53-58.

Stewart, I "Bey-bye Bourbaki, Paradigm shifts in mathematics" The Mathematical Gazzete. Vol. 798, No. 486. 1995. pp. 496-498.（瀬沼花子編著『グラフ電卓を利用した数学科指導法の開発』国立教育研究所、1996、に長崎訳あり。スチュアートの最近の訳書『自然の中に隠された数学』（吉永良正訳. 草思社. 1996. 226p. ）も大変興味深い。）

竹内・沢田編著『問題から問題へ』東洋館出版社. 1984. 230p.

山口昌哉「戦後50年の数学は何をもたらし、未来に何を期待されるか」『日本数学教育学会誌』Vol. 78, No. 7. 1996. pp. 45-48.

2
社会的文脈を重視した
算数・数学科のカリキュラムの構成

本研究が目指している算数・数学教育の一端をカリキュラムで示そうとしたものである。

社会的文脈を重視した
算数・数学科のカリキュラムの構成

1．構成の目的

社会的文脈の中の算数・数学の問題を重視して算数･数学科のカリキュラムを構成しようとするとき、必要になるのは、そのような問題や題材である。しかしながら、どのような問題・題材を扱えばよいのか、どのような問題場面を作り出せばよいのかというのは、実際には決して簡単ではない。

そこで、本研究では、小学校から高等学校の算数・数学の内容・構造に即して、社会的文脈の中の算数・数学の問題場面として、どのような問題場面が可能かを示すことにした。もとより、社会的文脈に基づく算数・数学の本来の姿の一つは、ある社会的文脈の中の問題に直面して長期に総合的に取り組むことであるが、ここでは、社会的文脈の問題の萌芽は身近にあることを示すとともに、一方で、授業で手軽に取り組めることを主眼として、算数・数学の内容に即した問題場面を示すことにした。このことによって、社会的文脈の中の問題を考える呼び水ともなると思われる。さらに、また、算数・数学の構造を主体とした場合の、このような扱いの難しさをも具体的に明らかにすることにある。

2．構成の手順

本案の構成においては、まず、わが国の現在の算数・数学の内容の学年配当に沿って、それらに相当する社会的文脈の中の問題場面と思われるものをあげていった。その際、わが国の算数・数学科の教科書を始め、いくつかの数学啓蒙書・数学教育書等を参考にした。最終的には、算数・数学の内容の配列は現在の学年配当ではなく、見通しが効くように数学の系統性に沿うようにした。

なお、本研究では、別の章で示したようにアメリカやイギリスの教科書の分析も行い、そこではこの主題とかかわる問題場面をも収集したが、ここには入れなかった。それは、今回の構成ではわが国での考え方の長所・短所も併せて検討したいからである。

小学校については島崎晃、中学校については久保良宏、久永靖史、藤澤由美子、高等学校については佐藤公作が第１次原案を作成した。その原案を藤澤由美子が小中高で同じ様式にまとめ研究メンバー全員に送付した。それぞれのメンバーの検討結果をもとに、さらに研究メンバーで検討会を持ち再度検討をした。その結果をもとに、さらに藤澤由美子、長崎栄三がまとめて本案を構成した。

3．問題場面の提示

問題場面とは、いわゆる、問題、課題、題材、問題場面と表現されるものを総称したものとする。

問題場面は、数学内容の系統性に従って配列することにしたが、基本的には、その問題場面の理解が、その数学内容の学習時点で学習可能なものとした。学習時点とは、現在を参考にしている。

4．問題場面の分類

それぞれの問題場面は、本研究で明らかにされた算数・数学の問題の分類に従って、次のように分類してある。

A．実世界の数値で表されていて算数・数学に関係した現実的な問題

　　生活上で起こる問題、他教科の問題、環境問題など

B．遊びの中にあって算数・数学に関係した問題

ゲーム、パズルなど

C．数学の文化に関係した問題

数学史の問題など

D．実験、観察、調査などによって導かれる算数・数学に関係した問題

ところで、私たちが、本来の意味で、社会的文脈の中の問題場面と考えるのは、これらであるが、また、次のような問題場面も、擬似的な「社会的文脈の中の問題場面」ではあるが、算数・数学教育では重要な役割を持っている。

X．子どもが親しめるような場面の中の算数・数学の問題

いわゆる、文章題、応用問題など

つまり、抽象的な理論を扱う際に、親しい場面に戻って考えるのは有効だからである。そこで、A～Dの問題場面があまりないような内容については、Xのタイプの問題場面も示すことにした。

なお、それぞれの問題場面には、その場面の具体的な説明が必要なときには、〔 〕内に発問等を入れてある。

5．問題場面の分類の困難さ

問題場面の分類のA～DとXの境界は微妙なものである。私たちが考えたそれらの境界の規準は次の通りである。

子どもが当面している問題を解くことによってその問題自身についてのある程度の新しい発見がある場合はA～Dで、実世界の数値を使っていても当面している問題場面の構造を子どもがすでに知っている場合にはXであるとした。したがって、同じ問題場面でも子どもの学習状況によって、A～D、Xの判断が異なることが出てくる。例えば、単純な買い物の問題場面は、数の四則などではAになることもあろうが、連立方程式ではXとなろう。ところで、このような区別は、本来は個々の子どもに戻って判断されるべきことであるが、ここでは、現在の社会状況や教育内容を考慮してわが国の子ども一般を対象として判断した。

また、算数・数学の問題の分類においては、これらの外に、純粋な算数・数学の問題がある。計算問題や証明問題など、数学の言葉のみで記述された問題である。そして、実はこのような問題が現在では一番多い。しかし、ここでは、そのような純粋な算数・数学の問題を除いてある。

社会的文脈の中の問題場面は、一般には、数学化されることによって、算数・数学の問題となり、その後、計算、証明、拡張など数学世界での処理が行われ、その結果が、元の場面に照らして検証される。このような一連の過程は「数学的モデル化」とも呼ばれている。本案に示してある問題場面は、必ずしもこれらのすべての過程を経ることが必要ではないが、このようなことを意識しておきたい。

6．内容による問題場面の質の違い

それぞれの内容について上記の問題場面の分類のAを優先的にあげるように試みた。それに加えて、B～Dも考えた。各内容につき、これらの問題場面が数個示そうとした。しかしながら、Aを示すことが困難なときには、Xを示した。また、Xでも特徴的なものは示すようにした。

結果的には、小学校の算数の内容は、多くがAとなったが、一方、中学校の図形の内容はXが多くなった。これは現在のわが国の算数・数学の考え方を反映しているものとなっている。

数学の領域	問 題 場 面
1．数と計算	
1.1.数の概念	
1.1.1.数の意味、表現、	A．人数を数える〔私の家族は5人です〕
集合数、順序数	A．運動会の球入れの球の数を数える〔いち，に，さん，…．赤組35個〕
	A．体育の時間の整列〔前から5番目の人は手を上げなさい〕
	A．買い物でレジに並ぶ〔どちらの列に並ぶと早く自分の番が来るかしら〕
1.1.2.数の大小	A．買い物で品物を選ぶ〔どちらの品物の方が安いかな〕
	A．ボールの個数を比べる〔僕のほうが5個多いな〕
	B．トランプ遊び(戦争)をする〔大きい数の方が勝ちだよ〕
1.1.3.数の使われる場面	A．マンションの部屋番号を知らせる〔503 号室は5階の右から3番目の部屋〕
	A．年賀状を書く〔郵便番号は○○○○−○○○の7桁になるんだよ〕
	A．電話をかける〔03−○○○○−○○○○です〕
1.1.4.加法	A．買い物の合計金額〔280 円のケーキ と320 円のケーキ 1個ずつで600 円です〕
	A．人数の合計〔3人いるところに5人来ました全員で何人かな〕
	A．カレンダーの仕組み〔次の日曜日は何日だろう〕
1.1.5.減法	A．おはじきの個数のちがい〔8個と6個のちがいは2個だよ〕
	A．買い物でおつりをもらう〔代金80円で，100 円出せば，おつり20円〕
	B．グループづくりゲーム〔6人グループをつくれ．でも，4人しかいないからあと2人こっちにきて〕
1.1.6.乗法	A．カードの枚数を求める〔6人に1人5枚ずつに配るには何枚必要かな〕
	A．えんぴつの総数を求める〔5ダースあるから，全部で60本ある〕
1.1.7.除法	A．1人分の費用を求める〔1200円のケーキ を5人で買い、240 円ずつ払う〕
	A．グループを作る〔42人では6人グループが7班できる〕
1.1.8.四則混合計算	A．値段の合計〔50円の葉書3枚と80円の切手5枚の値段〕
	A．曜日を計算により調べる〔1/8 が水曜日なら2/1 は土曜日だ〕
	B．パズル〔切符の下にある4つの数字を使って10をつくる．魔方陣，小町算，4を4つ使う(Fours Four)〕
1.1.9.計算の法則	X．布を買う〔1m560 円の布3mと1m740 円の布3mで合計いくらか〕
1.2.小数	
1.2.1.小数の意味	A．電気釜に入る量を調べる〔1.5ℓです〕
	A．身長や体重を測る〔あなたの体重は32.4kgです〕
1.2.2.小数の計算	X．1週間に飲んだ牛乳の量を求める〔約 3.2ℓです〕
	X．長方形の土地の面積を求める〔たて1.5mよこ2mの長方形の面積は3m²です〕
1.3.分数	
1.3.1.分数の意味	A．1つのものをわける〔1mのリボンを3等分すると1つ分の長さは〕
	A．商品名として利用されている分数〔5/8チップ（菓子）、ハミング1/3 （洗剤）〕
1.3.2.分数の計算	X．ケーキを食べた量〔6等分したケーキの2つを食べたから残りは2／3だ〕
	X．テープの長さを求める〔1/8mの3つ分の長さは〕
1.4.正負の数	
1.4.1.正負の数の意味	A．星の明るさ〔シリウスの明るさは−1.5 等級です〕
	A．天気予報の氷点下の気温を表す〔札幌の最低気温は−3℃です〕
	A．天気予報で前日との温度差を知る〔東京−1，横浜−2，前橋+3〕
	A．水位を表す〔琵琶湖の水位が−38 になる〕
1.4.2.正負の数の計算	B．ゴルフのスコアーをつける〔−5だから好調だね〕
	B．人生ゲームの所持金を求める〔借金があるから『−』の財産だ〕
	B．魔方陣〔縦，横どこをたしても0にしよう〕

数学の領域	問　題　場　面
	X．ダムの水位の変化を予想する〔1日2cmずつ水位が減っているから、3日前は、今より6cm水位が高かったのだろう〕
	X．平均身長を求める〔160cmを仮平均として考えよう〕
1.5. 無理数	
1.5.1. 平方根の意味	A．コピー機の倍率の決まりを探ろう〔機械に表示される1.414 って何かな〕
	A．角材を作る〔直径２０cmの丸太から切り口ができるだけ大きな正方形になるような角材をとる〕
	A．大工道具のさしがねについて考える〔√　の数が測れるんだって〕
	D．紙の大きさを考える〔Ａ４，Ｂ５などの紙の縦の長さと横の長さの比を求めて気がつくことは〕
	D．名刺の大きさを調べる〔黄金分割の利用〕
1.5.2. 平方根の計算	X．正方形の対角線の長さ〔1辺が10cmの折り紙を折って測ってみよう〕
	X．北海道・本州の面積を正方形を使って求めよう
1.5.3. 有理数、無理数	X．10mのロープで円をつくったときの半径〔きちんと求まるか〕
	X．三角定規の３辺の長さを調べよう
1.6. 複素数	
1.6.1. 複素数の意味	A．電気の交流〔交流の電流は$I=-Im/\sqrt{2}\cdot(\cos\theta+j\sin\theta)$〕
1.6.2. 複素数の計算	
2．数の見方	
2.1. 命数法、記数法	
2.1.1. 命数法、記数法の意味	C．数の歴史
2.1.2. 十進位取記数法	C．いろいろな数の表し方〔古代ギリシャと現代の数表現の違いを知ろう〕
2.1.3. ｎ進法	A．バーコードの仕組みを考える〔2進法が使われているそうです〕
	A．電灯のつく状態，つかない状態
	A．切符の裏の秘密を探る〔自動改札で読み取っている情報は何だろう〕
	A．コードＪＩＳ変換の「Ａ」って何だろう〔16進法で使われる文字〕
	B．誕生日を当てるゲームの仕組み
	C．古代バビロニアの記数法を解読する〔60進法を用いたそうだ〕
2.2. 約数、倍数、奇数、偶数	A．体育の組体操〔6人グループから３人グループにかわる〕
	A．体育の隊形変換〔前から偶数番目の人は右斜め前に出なさい〕
2.3. 素数、素因数分解	C．エラトステネスのふるい〔素数を見つける方法は昔から知られている〕
2.4. 概数	
2.4.1. 見積り	A．所持金を確認する〔財布の中に5000円位ある〕
	A．所要時間〔駅まで約２kmだから徒歩では25分位かかる〕
2.4.2. 四捨五入、切り上げ、切り捨て	A．学校の生徒数を知らせる〔私の学校の全校生徒数はおよそ 700人です〕
	A．消費税の計算〔小数点以下の金額は切り捨てです〕
	A．長さを測る〔このひもの長さは約13mです〕
2.4.3. 概算	A．買物の合計金額を考える〔これだけ買ったけど1000円で足りるな〕
	X．ノートに書いた円の面積を求める
2.5. 科学的表記法（$a\times10^n$）	
2.5.1. 近似値、誤差	A．Ａ４版の紙の縦，横の長さを定規で測る〔短いほうは約21.0cmです〕
	A．リボンを切る〔３ｍのリボンを30cmずつに切ったら10本目が短かった〕

数学の領域	問　題　場　面
2.5.2.有効数字	A．体重35kgと35.0kgは同じなのか A．地球と月の距離は3.844×10^{5} km A．水素原子の質量は1.67×10^{-24} g
3．式と計算	
3.1.等号・不等号を 使った式	X．どのように分けるか〔9個のクッキーを2人で分ける〕 X．足りるだろうか〔12本の鉛筆を1年生70人と2年生60人に1本ずつ配る〕
3.2.□やaを使った式	X．面積が一定の長方形〔面積8　の長方形の花壇の縦と横の長さの関係は〕 X．残りを考える〔48頁の本を□頁読むと，残りは48－□頁です〕
3.3.式の計算	
3.3.1.文字や文字式の 意味 3.3.2.単項式・多項式の 計算、式の値 因数分解	A．理科の公式〔I＝V／RのI，V，Rって何だろう〕 X．選挙の死票，惜敗率を求める〔どんな式で表されているのだろう〕 X．テープやリボンをつなぎ合わせた長さ〔一般式を作ってみよう〕 X．上空の気温を求める〔富士山の山頂の気温を求めてみよう〕 X．雷の落ちた場所を予想する〔音の速さを考えればいいよ〕 X．ｴﾝｹﾞﾙ係数を求める〔食費÷家計の総支出〕 X．家を建てる（建ぺい率を求める）〔建築面積÷敷地面積〕
3.3.3.式の利用	B．数あてゲームをする X．花壇に花の苗を等間隔に植える X．違いを考える〔およそ4000kmの赤道の地上1mにロープをはるとどのくらいの長さが必要か〕 X．運動会のトラックの長さを求める X．花壇の形を変える〔面積はどの位増えますか〕
3.4.一次方程式	C．ディオファントスの墓〔ディオファントスの墓石に刻まれているんだって〕 C．アーメス・パピルスの方程式〔世界最古の書に方程式があるんだって〕 X．つりあうてんびん X．カレンダーの数の関係
3.5.一次不等式	X．選挙の開票〔選挙の当選に必要な得票数は？〕 X．社会科見学に行く〔団体割引で入場したほうが安くなる人数は何人からか〕 X．大気の温度変化 X．自転車で追いかける〔忘れ物をした妹に追いつくことができるか〕
3.6.連立方程式	X．特殊合金のステンレス鋼を作る〔鉄にクロム18%とニッケル8%を混ぜる〕 C．鶴亀算〔算法点竄指南録〕 C．方程式の由来〔『九章算術』の「方程」に由来〕 C．あぶら算〔江戸時代の『塵劫記』〕
3.7.二次方程式	A．物を投げ上げるときの時間と高さを考える X．トタン板から樋をつくる〔折り曲げる長さによっていろいろできる〕 C．紙の大きさを考える〔折り重ねて相似な形になる〕 C．絵画やひまわりの種や葉のつき方から黄金比をさがす
3.8.整式の計算	C．記号的代数の発展

数学の領域	問題場面
3.9. いろいろな方程式 不等式	C．三次方程式・四次方程式の解の公式〔タルタリア・カルダノ、フェラリア〕 C．五次方程式以上は代数的には解けない〔アーベル〕
4．量と測定	
4.1. 量感	
4.1.1. 量	A．長いひもを取ってくる〔いろいろに丸まった紐の中から一番長い紐を選ぶ〕 A．牛乳の量を比べる〔形の違うコップに入った牛乳の量を比べるには〕
4.1.2. 測定	A．カレーを作ろう〔水 800ccを鍋にいれます〕 A．土地の広さの測定
4.1.3. 概測	A．教室の床面積を求めよう〔歩幅を利用すれば，およその面積は求まる〕 A．テーブルの横幅の見当をつける〔手のひらを広げた幅の四つで80cm〕 A．距離を求める〔駅まで15分かかるから，1kmを歩くことになる〕 A．ドッヂボールのコートをかく〔歩幅を利用して，公平にかこう〕
4.2. 長さ	A．長さ比べ〔どっちの鉛筆が長いかな〕 A．身体測定〔あなたの身長は1m25cmです〕 A．高速道路の表示〔青森まで235km〕
4.3. 面積	
4.3.1. ひろさ	A．部屋の大きさを比べる〔お姉ちゃんの部屋の方が大きいな〕 A．遊ぶ場所を決める〔あっちの公園の方がひろいよ〕
4.3.2. 面積	A．埼玉県の面積を表そう〔どの単位で表したらよいか〕 A．森林の面積を表す〔□haの森林を伐採したそうだ〕 A．畑の広さを表す〔□aの畑を借りることにした〕 A．売出し中の土地の広さが示されている〔1坪って何　ですか〕 A．手紙を送る〔どのくらいの大きさの封筒がいいかな〕
4.3.3. 平面図形の 面積公式	X．花壇の面積を求める〔長方形の面積の公式が使えそうだ〕 X．宅配ピザの面積を求める〔MとLはどれくらい面積が違うのか〕
4.4. 体積・容積	
4.4.1. かさ、容積	A．ジュースを選ぶ〔太い缶のほうがたくさん入っているよ〕 A．水筒に入る水の量を調べる〔どのくらい入るのかな〕 A．いろいろな容器の容量を調べる〔お酒は 1.8ℓびんを使っている〕
4.4.2. 体積	A．理科の実験〔薬品を2mℓ用意しなさい〕 A．水道の使用料を調べる〔わが家は今月85m³の水道を使った〕
4.4.3. 立体の体積公式	X．箱の容積を比べる〔どちらの容積が大きいのか〕 X．ケーキの大きさを比べる〔円柱と直方体はどちらが大きいか〕 X．ビーチボールを膨らます〔このビーチボールにはいる空気はどれくらい〕
4.5. 重さ	A．体重測定〔1.2kgも太ってしまった〕 A．ケーキを作る〔小麦粉300gをふるいにかけます〕 A．重さを比べる〔いも掘でとれた量を比べよう〕 A．手紙を出す〔何円切手を貼ればよいのかしら〕
4.6. 時刻、時間、暦	A．給食の時間〔あと15分では食べ終わらないよ〕 A．時間割の仕組みを調べる〔4時間目は何時からかな〕 A．電車の時刻表を調べる〔15時7分だから午後3時7分だ〕 C．暦の歴史を調べる〔暦はいつころから使っているのだろう〕

数学の領域	問 題 場 面
4. 7. 角度	
4. 7. 1. 角度	A. くいの先〔どんなくいが地面にささりやすいかな〕 A. 体操〔ジャンプして180度回転しよう. 次は360度に挑戦だ〕 A. 天体観測〔地平線から60度の位置に星が光っています〕
4. 7. 2. 方位、方角	A. 家から駅までの道順〔家と駅の間に学校がある。家から学校まで北へ約1km, 学校から駅まで東へ約2km〕
4. 8. 異種の 2つの量の割合	
4. 8. 1. 単位当たりの量	A. 値段を比べる〔どちらの大きさのマヨネーズが得か〕 A. 校庭の広さを比べる〔どちらの学校の校庭が一人当たりの面積が広いのか〕 A. 人口密度を比べる〔神奈川県と埼玉県はどちらが人口密度が高いのかしら〕
4. 8. 2. 速さ	A. 歩き遠足の計画〔速さを利用してかかる時間を計算しよう〕 A. 乗物を利用する〔新幹線の平均の速さは, 時速300kmだ〕 A. レコードの回転数はどんな数か
4. 9. 平均	A. 5年生の身長は伸びを知る〔10年間の5年生の平均身長を比べるよう〕 A. 気温の変化を知る〔今年の夏の平均気温は, 平年よりも高かった〕
4. 10. 単位系	
4. 10. 1. 国際単位系	C. 1mの定義〔メートル原器から, 一定時間に進む光の距離へ〕
4. 10. 2. メートル法の 仕組み	C. 測定の歴史
5. 図形・幾何	
5. 1. 図形の概念	
5. 1. 1. 図形の弁別	A. いろいろなものを作る〔身のまわりのものでいろいろなものを作ろう〕 A. まるいものを探す〔ジュース缶, 車や電車のタイヤや車輪〕 A. ころがるものを探す〔ころがりやすい形ところがりにくい形に分けよう〕
5. 1. 2. 図形の構成	A. つみきやブロックで遊ぶ〔お城をつくろう〕 A. いろいろな形を作る〔落ち葉で動物の形を作ろう〕
5. 1. 3. 図形の表現	A. 身のまわりのものを使って図をかこう〔お盆や下敷きが使えるよ〕 A. 模様をかく〔コンパスで円をたくさん書いたら綺麗なもようができたよ〕
5. 1. 4. 位置の表現	A. 教室の中の位置を示す〔僕の机の位置は, 2列目の3番目だよ〕 A. 地図で場所を探す〔地図ではアルファベットと数字で場所を表すよ〕
5. 1. 5. 基本的な図形	X. 部屋の時計はどんな形だろう〔まるいのやましかくなのが多いよ〕 X. 建物はどんな形でできているだろう〔正方形、長方形、三角形など〕
5. 1. 6. 図形の構成要素	X. 豆とひごでいろいろな形をつくろう X. つくったものの面の形を考える〔メガホンはどんな図形をまるめたものか〕
5. 1. 7. 図形の関係	X. 箱を横から見ていて少しずつつぶしてみよう〔長方形が平行四辺形になる〕 X. ジオボードでいろいろな形をつくってみよう
5. 1. 8. 図形の対称	B. 紙飛行機をつくろう〔翼の長さが左右同じでないとまっすぐ飛ばないよ〕 B. 万華鏡の中の模様〔万華鏡を覗いて, いろいろな模様を見てみよう〕 X. 道路標識を調べてみよう〔道路標識を点対称や線対称で分類しよう〕
5. 1. 9. 図形の操作	X. 繰り返し模様を作ろう〔身のまわりからも探してみよう〕 X. タイルをはろう〔敷き詰めに使える形は〕 X. 水槽に水を入れていろいろな方向に傾ける〔水面はどんな形になるかな〕

数学の領域	問題場面
5.2.空間図形とその性質	
5.2.1.空間図形	X．ビデオカメラの三脚をたてる〔3本脚には意味があるのだろうか〕 X．ガタガタしない椅子を作る〔足は何本がよいか〕
5.2.2.空間での位置関係	X．建物の構造を調べる〔柱は床に垂直なんだ〕 X．高速道路の立体交差〔平行とは違う交わらない関係もあるよ〕
5.2.3.空間図形の構成	D．ろくろを使って花瓶を作る〔みんな回転体になるよ〕 X．メガホンをつくる〔ひらき具合を調節するのが難しいな〕 X．サッカーボールをつくる〔どんな面が何枚あるのかな〕 X．さいころをつくる〔この紙でできるだけ大きいさいころをつくってみよう〕
5.2.4.空間図形の 平面への表現	B．プラモデルをつくる〔この設計図は，どこから見たときだろう〕 X．画用紙で好きな形を作ろう〔まず展開図を作ろう〕 X．平行な所は平行になるように書く〔見取図になるよ〕 X．遠くにあるのは小さく見えるように書く〔透視図になるよ〕 X．マンションの販売広告をみる〔投影図をよくみよう〕
5.3.合同、相似	
5.3.1.図形の移動	X．星の移動〔北斗七星は北極星を中心として回転している〕 X．しきつめ模様から同じ形を見つける〔これとこれは同じ図形だろうか〕
5.3.2.合同	X．タイルの模様を考える場面〔同じタイルでしきつめられているよ〕 X．家に届く新聞紙の形や大きさを考える〔新聞紙は形や大きさがみな同じだ〕
5.3.3.相似	X．入れ子の人形を並べてみよう〔背の高さが一定の割合で低くなっていくよ〕 X．いろいろな紙を集めて調べよう〔A判、B判はそれぞれ相似だ〕
5.4.平面図形とその性質	
5.4.1.基本図形	X．見通しのよい場所を探す〔目的地と直線上の場所だよ〕
5.4.2.基本図形の作図	X．演技図を校庭にかこう〔運動会で，校庭に大きな正三角形などを描く〕 X．宝のありかを探す〔2本の松の木からともに5mの地点にあるらしい〕 X．掃除当番表をつくろう正六角形をつくろう〔6つの班で正六角形の〕
5.4.3.平行線の性質	A．ワイパーの仕組みを考える〔ワイパーが交わることはないんだ〕 X．ノートの罫を使って線分を等分する〔目盛りを使わずに等分できるよ〕 X．お箸の袋を結ぶ〔どうして正五角形になるのかな〕 X．畑の区画整理をしよう〔面積を変えずに形を変えよう〕
5.4.4.三角形の性質	X．建物のすじかい〔すじかいを入れると柱が倒れないよ〕 B．つりあう所をさがす〔厚紙で作った三角形を指の上にのせてみよう〕 X．星形の角について考える〔クリスマスツリーにつける星の飾りをつくろう。どんな星形もとがった角の和は180度になるよ〕
5.4.5.四角形の性質	A．上皿てんびんの構造を考える〔平行クランクの構造を考えよう〕 A．窓から入る光の影を考える〔部屋には平行四辺形ができてるよ〕 B．遊園地の乗物を調べる〔空飛ぶじゅうたんがいつも地面に平行なのはなぜ〕 C．ひしもちの語源を考える〔ひしもちってどんな形なの〕 X．折り紙で平行四辺形やひし形を作る〔四角形の各辺の中点から折ると平行四辺形やひし形に変身するよ〕
5.4.6.円の性質	A．車の内輪差〔ハンドルをどれ位きれば曲がれるかな〕 A．マンホールのふたの形を調べる〔丸いのには理由があるのかな〕 A．日食，月食の仕組みを知る〔欠けている部分はどんな形だろうか〕 C．ユークリッドの話 C．和算の話 X．サッカーのシュートについて考える〔ゴールがきまりやすい位置があるよ〕 X．皿の破片からもとの円形を求める〔どのくらいの大きさの皿だったのかな〕

数学の領域	問題場面
5.5. 図形と計量	
5.5.1. 相似の利用	A. 3倍や 1/3倍の図を書く〔パンタグラフを使おう〕
	A. 拡大コピーをする〔何倍にすれば，ちょうどいいかな〕
	A. 生徒会新聞を作る〔写真のトリミングを考えよう〕
	A. 地球の表面積，海面の面積を求めよう
	C. ギリシャの3大難問〔立方体倍積、円積、角の3等分〕
	D. 木の高さを知る〔影，45度の三角形，鏡，写真等を使えば高さが分かる〕
	D. 坂道の勾配（角度）を知る〔この坂道の勾配が急だけよ〕
	X. 5円玉の穴から満月をみる〔満月がみえるかしら〕
	X. ピザのLサイズとMサイズの大きさの比を調べる
	X. 縮図を利用して旅の計画をたてる〔A駅からB駅は何kmくらいあるのかな〕
5.5.2. 三平方の定理	A. 震源地までの距離を求める〔阪神大震災の震源はどのあたりだろう〕
	A. 地図上の2点の距離を求めよう
	C. バビロニアの粘土板を解読する〔今から4000年も前に，1辺が1の正方形の対角線の長さは$\sqrt{2}$であることを知っていたんだって〕
	C. ピタゴラス数を知る
	D. 古代エジプトの縄張り師を体験する〔本当に縄を使って直角がつくれるか〕
	X. 箱に球を詰め込もう
	X. 塀の長さを知る〔長方形の土地の角を切り取り塀を作るとき，その長さは〕
	X. 消防自動車のはしごについて考える〔はしごをどれだけ伸ばせばいいかな〕
	X. 山の頂上から見える範囲〔富士山の山頂から見える範囲はどれ位だろう〕
	X. 三角帽子をつくる〔幼稚園の園児に三角帽子をつくってプレゼントしよう〕
5.5.3. 三角比	A. ピサの斜塔やピラミッドの高さ
	A. 坂道表示6％とは〔$\tan\theta=0.06$のことで$\theta=$約3°なんだって〕
	A. 鉄道線路の傾斜角表示8とは〔$\tan\theta=$ 8km/1kmのことで約1°，日本で最も急なのは碓氷峠で最大角は約3°だそうだよ〕
	C. 三角比の起源
	D. 三角測量
	X. 影の長さを利用して立木の高さを求める〔相似でなく，三角比も使えるよ〕
	X. 川幅を求める〔相似や三平方の定理よりも，三角比の方が簡単だね〕
5.6. 作図・軌跡	X. 2点のスピーカーから同じ大きさの音が聞こえる場所を探そう
	X. 運動会の行進〔内側の生徒は足踏みし，外側は大きく回る〕
	X. マット運動での動き〔側転は手や足の先が円を描くように回るときれいだ〕
	X. 振り子の動きを知ろう
5.7. 変換	X. ユニット（単位図形）でカーテンのデザインをする〔合同変換を用いて図柄を考えよう〕
	X. 木はいつまでも伸びていけるのか〔相似拡大でも限界があるよ〕
	X. 飛行機事故を乗客のフィルムから解析する〔射影変換〕
	X. 電車の路線図はどうなっているの〔位相変換〕
5.8. 図形と方程式	X. 一定の制約を満たしながら最大を考える〔麻婆豆腐とレバー炒めから，カロリー，塩分を控えてたんぱく質を最大に摂取する方法を考えよう〕
5.9. いろいろな幾何	A. 地図の作り方を調べよう
	C. 非ユークリッド幾何の話

数学の領域	問題場面
	D．メービウスの帯び X．球面で考えると直線は交わる〔校庭に南北の方角に２本の直線を引いた。ずっと延ばしていったら北極点と南極点で交わっちゃうよ〕 X．三角形の内角の和は本当に 180度か〔地球儀で，東京，シドニー，ニューヨークの３つの点を結んでみたら三角形がふくらんじゃったよ〕
６．関数 6.1.関数の概念 6.1.1.集合と対応	 A．子どもと椅子の対応〔みんな自分の椅子に座ってごらん〕 A．ボタンとコーラの１対１対応〔ジュースの自動販売機の一番左のボタンを押すと，コーラがでてくるよ〕 A．輪投げの成功と失敗の数〔輪投げを10回行ったとき，成功の数が決まれば〕
6.1.2.ともなって変わる量	A．教室の気温の変化を調べる〔教室の気温はどう変わっていくかな〕 A．自動車の距離の変化を知る〔距離はどのように変化するのか〕 A．総数の間の関係〔１人に２個ずつみかんを配る。人数とみかんの関係は〕 X．窓を開けると変わる量を探す〔窓を開けると何が変わるだろう〕
6.1.3.関数の表	X．買い物の単価と個数の関係 X．班に分ける〔36人のクラスで等しい人数の班をつくるときの分け方〕 X．マッチ棒で三角形を作るときのマッチ棒の数
6.1.4.座標と関数のグラフ	A．ダイヤグラムを読む〔ダイヤグラムを見れば列車がすれ違う時間と場所が分かる〕 A．水道料金の仕組みを知ろう〔使用量と料金の関係のグラフから分かること〕 B．編み物の表やクロスステッチ 刺しゅうの図案を読み取ろう X．将棋での駒の位置〔将棋で角をどこからどこへ動かしたといえばいいかな〕 X．京都の交差点の名称〔「四条河原町」は四条通りと河原町通りが交差した所なんだって。札幌の町も同じだよ〕
6.1.5.関数の式	X．１日の昼と夜の長さ〔昼の長さをａ、夜の長さをｂとすると、ａ＋ｂ＝24〕 X．速さ・時間・距離の関係〔速さｖ、時間ｔ、距離ｓとすると、ｓ＝ｖｔ〕 X．音の伝わる速さ〔気温をｔとすると，音の伝わる速さｃは331.5 ＋0.6 ｔ〕
6.1.6.事象と関数	A．小包郵便の重さと料金を考える〔小包の重さをあと１kg重くしたら，料金は高くなってしまうだろうか〕 A．タクシーの走行距離と料金を考える〔走行距離と料金の関係をグラフに表してみよう〕 A．観覧車の時間と高さを考える〔５分後にゴンドラはどこにあるのかな〕 C．楽譜の音程の変化を考える D．紙の切断と枚数〔１枚が２枚，２枚が４枚，４枚が８枚・・，10枚が？枚〕
6.2.割合 6.2.1.比と比の値	 A．２種類のものを混ぜ合わせる〔酢とサラダ油を３：２の割合で混ぜて，ドレッシングをつくる〕 A．国旗をつくる〔たてを50cmにすると横はどれ位かな〕 A．固体や液体の密度を調べる A．人口密度を比べる〔神奈川県と千葉県はどちらが人口密度が高いだろう〕 A．物価指数〔今年の物価は去年の物価よりも高いかな〕
6.2.2.百分率、歩合	A．ごみ問題を考える〔ゴミの分類をして，その割合を計算しよう〕 A．バーゲンセール〔全商品定価の20%OFFです〕 A．ジュースの成分表示〔果汁50%のオレンジジュース〕 A．帰省ラッシュ〔この新幹線は乗車率 150%だ〕 A．スポーツニュースをみる〔打率が3割5分9厘で首位打者〕

数学の領域	問 題 場 面
	A．家計簿からわかること〔私の家では，収入の約15%が子どもの教育費です〕 C．九分九厘大丈夫は九割九分と言うべきか〔前者は小数，後者は歩合の表現〕
6.2.3.単利・複利	A．定額貯金〔A銀行とB信用金庫とではどちらに貯金すると得か〕 A．消費者金融〔よく考えて借りないと，大変なことになってしまうよ〕
6.2.4.比例式	X．予算を比例配分する〔部の予算50万円を運動部と文化部で3:2 に分けよう〕 X．箱に入っているものの数を比を使って知ろう〔箱に入っているクギの本数を知るのに比が使えるよ〕
6.3.正比例	A．ばねばかりの重さと伸びを調べる A．ナットの体積と重さ X．布を買う〔1m300円の布を2.5m買うといくらになるかな〕 X．歩いた時間と道のり〔分速70mで歩くとき，歩いた時間と道のりの関係は〕 X．ジュースを作る材料を揃える〔リンゴ1個で150ccだから…〕 X．走行距離とガソリンの量〔オートマチックの車は燃費が悪いんだよ〕
6.4.反比例	A．２つの歯車の歯数と回転数を考える A．ガラス管の直径と水面の高さ A．てこの重さと距離 X．ある距離を歩く速さと時間の関係を調べる X．人数と一人分の量〔1ℓのジュースをみんなで等分するときの一人分の量〕
6.5.２乗に比例	A．物を落とすときの落下距離を考える〔バンジージャンプの落ちていく状況を予想してみよう〕 A．自動車のブレーキ後動いた距離を考える〔速さと制動距離の関係〕 A．自動車の加速度〔車の速さが時速100kmになるまでの，時間の速さの関係〕 A．パラボラアンテナや噴水の形の特徴を知る〔放物線の形になっているよ〕 A．風圧を考える〔２乗に比例するんだって〕 A．弾道を考える〔何度の角度で球を打ち出すと飛ぶ距離がながくなるか〕
6.6.いろいろな比例	A．電流の強さは電圧の強さに比例する〔オームの法則〕 A．圧力が一定ならば気体の体積は温度に比例して膨張する〔シャルルの法則〕 A．温度が一定ならば気体の圧力と体積の積は一定である〔ボイルの法則〕 A．単振り子の周期は糸の長さの平方根に比例する〔振り子の等時性〕 A．針金に一定の強さの電流が流れるとき単位時間に出てくる熱量は電流の強さの２乗と抵抗の積に比例する〔ジュールの法則〕 A．２つの物体の間に働く電気の力の大きさはそれぞれの電気量の積に比例し距離の２乗に反比例する〔クーロンの法則〕 A．光量L（ﾙｸｽ）と距離の関係〔$L=k/d^2$（kは光源によって決まる定数，dは距離）の関係があるそうだよ。遠くなるとどんどん暗くなるはずだね〕 A．惑星の公転周期の２乗は太陽からの平均距離の３乗に比例する〔ケプラーの第3法則〕 A．ねじり秤〔半径r、長さlの棒を同じ角度だけねじるのに必要な力はlに反比例し、rの４乗に比例する〕
6.7.１次関数	A．列車の運行計画をたてる〔列車のダイヤグラムを調べてみよう〕 A．重りとバネの長さを調べる X．華氏温度と摂氏温度の関係〔C＝ 5/9（F－32）です〕

数学の領域	問 題 場 面
	X．直線のグラフで絵を描く〔一次関数のグラフで星形を描こう〕
	X．赤ちゃんの１日の睡眠時間〔$h = -3.2t + 15.96$（tは年齢で１歳未満）の関係があるんだって〕
6.8. 2次関数	A．物を投げたときの落下時間〔初速80m/秒で真上に投げた小石は何秒後に地面に落ちるだろうか〕
	A．所得x万円に対する所得税y円の近似〔$y = 0.1x + 0.00095x^2$〕
	X．面積の最大・最小
6.9 いろいろな関数	
6.9.1. 指数関数	A．バクテリアの増殖〔$y = k \cdot a^x$〕
	A．放射性物質の崩壊過程〔$y = k \cdot a^t$〕
	A．生物の成長曲線〔$y = a/(1 + ce^{-akx})$〕
6.9.2. 対数関数	A．塩基濃度〔$ph = -\log_{10}[H^+]$〕
	A．星の等級〔$y = \log_{2.512} x$〕
	A．人間の間隔（フェヒナーの法則）〔$E = K\log_{10}R$〕
	C．対数の発明
6.9.3. 三角関数	A．弦の振動
	A．交流電流
	A．バイオリズム〔$P = \sin(2\pi t/23)$〕
	C．三角関数の歴史
6.10. 数列	A．太陽から諸惑星までの距離〔近似的に$3n+4$〕
	C．三角数、四角数
	C．パスカルの三角形
	X．ひまわりの種の並び方を調べる〔種の並び方にはきまりがありそうだよ〕
	X．カメラのシャッタースピード〔ｼｬｯﾀｰｽﾋﾟｰﾄﾞ はどういう数になってるかな〕
	X．巻き貝の模様〔らせん〕
6.11. 微積分	
6.11.1. 微分	C．微積分の歴史〔ギリシャからニュートン・ライプニッツへ〕
	X．最大値と最小値を求めよう〔長方形の四隅を正方形に切って箱をつくる。箱の容積を最大にするには正方形の１辺をいくつにすればいいだろう〕
	X．成長モデル（単一種の分布），マルサス的増加（$P = P_0 e^{kt}$），食料供給が限られているとき，$dP/dt = kP(1-P/L)$，Lは環境維持容量，kは固有増加率／／捕獲の影響があるとき，$dP/dt = kP(1-PL)-FP$，Fは捕獲効果
6.11.2. 積分	X．面積・体積
7．確率・統計	
7.1. 資料の整理	
7.1.1. 表	A．社会科の学習〔分かりやすく資料を整理しよう〕
	A．事象を調べる〔クラスの友達の通学手段や好物を調べる〕
7.1.2. 絵グラフ	A．具体的に知らせる〔クラスの友達の誕生月を調べ掲示しよう〕
	A．ゴミの量を表す〔東京ドームの○個分です〕
7.1.3. 棒グラフ	A．数量の比較をする〔全クラスの12月の本の貸出数を比べよう〕
7.1.4. 折れ線グラフ	A．変化の様子を知る〔毎月の体重，身長を折れ線グラフに表し，特徴を知る〕
	A．気温の変化を調べる〔一日の気温はどのように変化するのか〕
7.1.5. 円グラフ	A．食費の内訳を見る〔20年前とではどのくらい変わっているかな〕

数学の領域	問 題 場 面
7.1.6.帯グラフ	A. 1つの資料がどのような事柄によって構成されているかを知る〔国民1人1日あたりの動物性タンパク質の取り方は，魚類，肉類，たまご，牛乳の順〕
7.1.7.度数分布表	X. 投票結果を集計する〔正の字を活用すると便利です〕
7.1.8.ヒストグラム	X. 体重の分布〔階級の幅をうまくしないと，特徴がわからないよ〕
	X. ボール投げの記録〔A君は何番目に遠くにボールを飛ばしたのだろうか〕
7.1.9.いろいろなグラフ	A. 降水量と気温の変化〔2種類のグラフの合成〕
	A. 3つの新製品の売上高を表す〔積み重ねグラフ〕
	A. 輸出と輸入が一目で分かる〔ドーナツグラフ〕
	A. どの教科のバランスがよくわかる成績表です〔レーダーチャート〕
7.2.度数分布の特徴	
7.2.1.代表値	X. 2つの学級の身長を比べる〔平均値〕
	X. 衣料品で今年一番売れたのは〔トップモード〕
	X. 学年で体重が真ん中の人はだれかな〔メジアン〕
7.2.2.散布度	X. 数学も英語も80点だったよ〔散らばりが違えば同じ80点でも価値は違うよ〕
7.2.3.相関	A. 体力と体格の関係を分析する〔100m走と身長には関係があるのか〕
7.3.場合の数	
7.3.1.順列	X. 徒競走の順位〔6人の生徒が走ったとき，考えられる結果は〕
	X. 何通りの行き方があるか〔家から果物屋さんによって先生の家までいく行き方は何通りあるだろう〕
	X. レストランに行ったとき，主食と副食と飲み物をきめる〔ファミリーレストランに行くと，なにをたのむか迷ってしまうね〕
7.3.2.組合せ	A. リーグ戦の試合数は？〔6チームで試合をするときの全試合数を求める〕
	X. ポーカーの役の数
	X. ケーキを選ぶ〔8種類のケーキから5種類選ぶ〕
	X. 班に分けよう〔9人の生徒を3人ずつの3つの班に分ける〕
	X. 1,2,4 gの重りで測れる重さを調べよう
	X. お金の払い方〔一定額の切符を買う方法〕
7.4.確からしさ	
7.4.1.不確定事象の数表現	A. お年玉つき年賀はがき〔30枚はがきがあるけど，1等があたるかな〕
	A. 4人でジャンケンをする〔あいこの確率は1／3なのかな〕
	A. 同じ誕生日の人がいる確率を考える
	B. すごろく
	B. ルーレット
	D. 出生男児数女児数を考える〔クラスで兄弟・姉妹の数を調べる〕
	X. 福引で当たる確率を考える〔何回位，福引をやれば当たりがでるだろうか〕
7.4.2.大数の法則	X. サイコロの1の目はどれくらい出るかな
	X. 画鋲の針が上を向くのは
7.4.3.同様に確からしい	C. カルダノの話
	C. ダランベールの間違い
	X. どれも1/6 の確率になる〔1つのサイコロをふるときどの目がでやすいか〕
	X. 10円硬貨の裏表の確率
7.5.確率	
7.5.1.確率の基本的な性質	C. ド・メレの問題
	X. 降水確率の意味を考える〔降水確率20%のとき，傘を持って出かけるか〕
	X. ポーカーでどの役をねらうか〔役の出やすさとカードの集め方を考えよう〕

数学の領域	問 題 場 面
	X．くじを引く順番を考える〔くじで席を決めるとき，はじめに引くのとあとで引くのとでは結果に違いがあるだろうか〕 X．連勝記録〔連勝記録を伸ばすのって，大変なことなんだよ〕 X．魚を人口孵化〔魚を人口孵化させるとき，どれ位の量の卵が必要だろうか〕 X．不良品の管理〔ベイス確率〕 X．ＡからＢへの人口移動〔推移確率〕 X．切符を買うときの硬貨の出し方〔 210円払うには何通りの方法があるか〕
7.5.2.期待値	A．品質検査とサンプリング A．有利と不利〔さいころを１回または２回ふって，出た目の数が大きい方を勝ちとする．一回目で3が出たとき，２回目をふるべきか否か〕 X．宝くじの期待値を求める〔どの宝くじを買おうかな？〕
7.6.統計的推定・検定	
7.6.1.確率分布	A．同じ鉛筆の長さを500人で計ったときの測定値 A．100人の人が○×問題10題であてずっぽに答えたときの正答数
7.6.2.推定	A．製品の不良率の推定〔工場で造られた製品の不良率を調べるには何個の製品を取り出して調べればよいか〕
7.6.3.検定	A．硬貨の精度を調べる〔500 枚の硬貨を投げたとき，294 枚表が出た。この硬貨は同じ割合で表と裏が出るようにつくられているといえるだろうか〕
7.7.標本調査	A．テレビ番組の視聴率調査〔テレビの視聴率とはどのように調べるのか〕 A．蛍光灯の平均耐久時間の調査〔蛍光灯の平均耐久時間は本当なのか〕 A．中学生の学力の調査〔日本の中学生の学力はどうやって調べるのか〕

3

算数・数学の授業からみた社会的文脈の扱い

算数の授業からみた社会的文脈の扱い

島田　功
成城学園初等学校

要　約
子供が自主的に自ら進んで問題解決するためには、子供自身が問題を自分にとって切実なものであると受け止めて、意欲的にその解決に取り組むようになることが大切である。そこで、小学校5年の速さのでは「歩き遠足の計画を立てよう」、6年の比例では「等間年表用の紙テープの長さを調べよう」というような子供の身の回りにある切実な課題で学習指導を行った。このような学習によって子供は積極的に学習に取り組んだが、およその数の扱いが今後の課題となった。
キーワード：速さ、比例、問題解決、実際的な課題

1．歩き遠足の計画を立てよう　－5年：速さの指導を通して－

1．はじめに

子供が自主的に、自ら進んで問題解決するためには、子供自身が、問題を自分にとって切実なものであると受け止め、意欲的にその解決に取り組むようになることが大切である。それには、教師の提示する課題が子供の興味を喚起し、解決することの必要を感じさせるものでなくてはならない。

現実には教科書中心であり課題も形式的であり、子供にとって押し付けられた課題で学習を進めていることが多いように思える。これでは、子供の意欲的な学習は期待できないであろうし、自主性のある創造性豊かな人間は望めそうもない。そこで、子供たちの問題解決力を育てるために上記のような主題を設定し、この角度からの研究を進めてみようと考えた。

教科書等の速さの導入問題を調べると、A、B、C3人の歩く速さを比較してみたり、電車とバスの速さを比較してみたりといった問題が多い。これでは、何のために速さを比較したりするのかもわからないし、速さを学習するよさも子供には感じられないように思う。言わば、教師から与えられたからやっているにすぎないように思えるのである。そこで、学習する必然性のある場を設定し、速さを学習するよさを感じさせるには、どうしたらよいのかを考えてみたいと思う。

教科書などを見ますと、速さに関係する量が提示されている場合が多い。Aという車は2分で何m、Bは6分で何m、どちらが速いかというように、時間や道のりといった速さに関係する量を子供自身が見付けていくのが大事だと思うのだが、もうすでにデータとして与えられている。こういったことに疑問を感じている。

2．提案の概要

子供たちは6年生の一学期に歩き遠足（春の歩き遠足）を行う。その歩き遠足の計画を立てることを取りあげ、その中で”速さ”を理解させていこうと考えた。子供たちのこれからの生活の中で、こういった計画を立てることはいくらでも考えられる。例えば、ハイキング等。そのときに、ここで学習した手法を用いていけばよい。

速さを学習したよさは、実際のコースを歩かなくても着く時刻やかかる時間や道のり等のおおよその見当がつけられることと考える。計画が立てられたならば、その計画がうまくいくかどうかの楽しみも

残る。また、この遠足計画を考える中で、
・道のりを求める問題　・速さを求める問題　・時間を求める問題
等を取り扱っていきたい。つまり、ストーリーを大切にしたい。

教科書等を見ると、道のりは道のりを求める問題、速さは速さを求める問題、時間は時間を求める問題のように違った素材が使われることが多い。が、ここでは遠足の計画を考えるという中で、場面設定を考えていこうと思った。

3．動機付けの観点

（1）学習する必然性のある場を設定する。
春の歩き遠足の計画を子供たちと共に作っていくようにする。
（2）”速さ”を学習したよさを感じさせる。
実際のコースを歩いてみなくても、着く時刻やかかる時間や道のり等のおよその見当がつけられる（”速さ”を学習するよさは、子供たちが学習しながら感じることだろう。）
（3）ストーリーを大切にする。

4．授業のおおよその流れ（3時間分）

明治乳業に見学に行く。午前10時30分に見学が始まる。着いて10分間トイレ休憩をとるので、午前10時20分に着きたい。学校を午前8時30分に出発する予定だがふつうに歩いていって間に合うか。

そのために、
① 学校から明治乳業までの道のり
② ふつうの歩き方（どの位の速さで歩くのか。）
を求める必要がある。
①の道のりは、地図で求める。
②のふつうの歩き方は実験してみる。
・時間を決めて、どの位進むか。
・道のりを決めて、かかる時間を調べる。
その他、次のような内容を取り上げる。
・1分間に進む道のりのことを分速という。
・速さ＝道のり÷時間。
・時間と道のりは比例しているとみられる。

途中で10分間休憩したい。60分歩いたところでやろう。どのへんで休憩するか。

道のりを求める問題
（速さ）×（時間）＝（道のり）
60 × 60 ＝ 3600(m)

もし、20分休憩するとしたら、その後どんな速さで歩いたらよいか。もし、30分休憩したらどうなるか。

速さを求める問題
（道のり）÷（時間）＝（速さ）
2400 ÷ 30 ＝ 80
2400 ÷ 20 ＝ 120

２倍の速さ

見学は12時までです。昼食は江戸川河川敷緑地でするつもりです。分速60m（○○君の歩き方)で行くと、何分歩くことになるか。

時間を求める問題

道のりは地図上で求める。

（道のり）÷（速さ）＝（時間）

1700　÷　60　≒　28

１時間20分、昼食の時間をとります。学校へ午後３時に着きたい。江戸川河川敷緑地を午後１時50分に出発するとしたら、どんな速さ（△△君の速さ）で歩けばよいか。

速さを求める問題

（道のり）÷（時間）＝（速さ）

（6000-1700）÷70　≒　61

５．運動場における”速さ”の実測をするにあたって留意すること

屋外に出るとどうしても注意散漫になったり遊びになったりしがちなので、次のことに注意したい。教室の中で作業の仕方を話し合う。

（１）同じ考えの人は、グループを作る。

・１分間でどれだけ歩くか。　・５分間でどれだけ歩くか。　・10分間でどれだけ歩くか。等

（２）約束と役割を決め、デモンストレーションをする。

出発係；出発の合図をする。

計時係；ストップウォッチではかる。

記録係；記録する。

班　長；約束事が守られているか。仕事の相談。

約　束；いつも同じ調子で歩くようにする。友達に左右されて速くなりすぎない。

６．指導計画

・速さの意味と実測・・２時間続き（本時）

・時間、道のり、速さを求める問題・・１時間

・時速、分速、秒速の関係・・１時間

・速さの場の一般化、まとめ、練習・・３時間

７．本時の指導（1/7、2/7）

（１）目標

・速さは、時間と道のりを決めて求めることがわかる。

・分速の意味、速さの意味（速さ＝道のり÷時間）がわかる。

（２）展開（４の授業のおおよその流れを参照）

８．実践してみての考察

（１）動機付けの観点について

①　遠足の計画を自分たちで立てるという場設定なので、子供たちも学習に必然性を感じ、意欲的

に取り組んだように思う。

また、実測指導を取り入れ、自分の歩く速さを知ったことによる喜びも大きかったようである本当に計算したのとだいたいあうのか楽しみだとか、おばあちゃんの家まで歩いてどの位かかるのか調べてみたいとか、ハイキングのときに利用しようなどという感想もあった。

② 明治乳業社へ実際に見学に行ったとき、
ほぼ計画通りに着いたことから、速さの学習のよさ（算数のすばらしさ）に驚いたようだった。

（2）問題点並びに反省

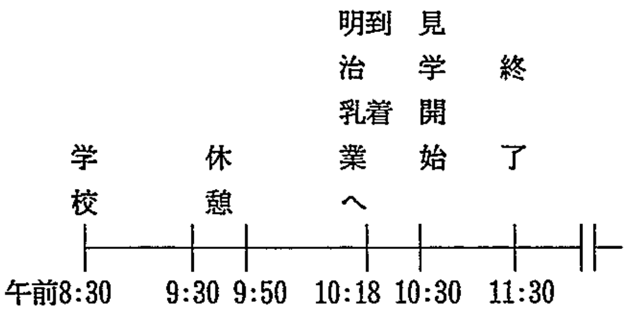
① 計画を立てるとき、どの程度に正確に立てたらよいか、はっきりしなかった。例えば、5分位の違いはおおよそあっていることにしようとか。

② 計算が面倒で、計算力の低い子供には抵抗があったようだ。
・単位の換算；1分24秒→1.24分としてしまったりしている。電卓の活用を考えていく必要がある。

③ 歩く速さをどう表しておいたらよいか、もっと話し合っておけばよかった。

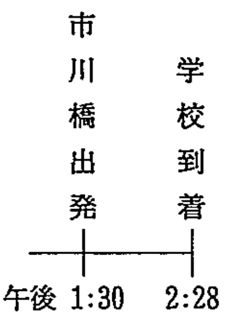
9．明治乳業へ見学に行って

（1）実際にかかった時間



	学校から休憩場所	休憩場所から明治乳業
計算上	3600m	2400m
実 際	3668m	2367m (6035-3668)
速 さ	61m/s	85m/s
誤 差	2%(1÷60)	6%(5÷80)

雨が降りだして
計画変更
途中から走って
市川橋の下で
昼食



（2）子供たちの感想より

① 計画を立てたとき、本当に着くのかなあと思っていたらだいたい予定通りに着いてすごいなあと思った。

② 計画通りに着いたのがうそみたいだった。計画を立ててよかった。

③ 私はそんなに計画通りにいかないと思っていました。でも、だいたい計画通りにいったことに驚きました。

④ 信号などでスピードが落ちたり、下り坂などでスピードがあがったりしてつりあいがとれたからうまくついたんだと思う。

⑤ 歩かなくても計画を立てて、時間がだいたいあっていたので、不思議な感じがした。

⑥ おもったより近いなと思った。計画をたててよかった。

⑦ 先頭になって途中までいって時間があうのか心配だった。明治乳業までだいたい時間があっててよかった。

⑧ 自分が先頭に立って歩くことに少し緊張した。が、だいたい予想通りなのでほっとした。

10. 今後の課題

（1）子供たちの日常におこる生の問題をとりあげ（作り過ぎた問題ではなく）、それを解決する中で算数のよさを感じさせる展開を考えてみたい。そうしないと、自分の身の周りに起こる問題を算数の立場からとらえて解決していこうという姿勢が子供たちの中に生まれにくいのではないだろうか

（2）もっとフィールドワークを大切にしていきたい。
子供たちは野外での学習が好きであるし、実際の生のデータを概数にしたり、理想化したりする力が育つと思う。

（3）誤差の問題をどう処理するか。

11. 事前に調べた資料について

（1）自分で歩いてみた結果

①グランドで１分間歩いてみた

1回目　82m　2回目　84m　3回目　83m　4回目　84m　5回目　86m
→平均して84m

②実際のコースを歩いてみた

実際にコースを歩いてみと、信号があったり車が通ったり、下り坂、上り坂があったりグランドで歩くようにはいかなくなる。また、自分の歩く速さも機械のようにはいかない。計算上のように時間と道のりが比例するのか距離測定器とストップウオッチをもって実験してみることにした。

時間（分）	5	10	15	20	25	30
実際の道のり(m)	429	848	1283	1710	2138	2561
計算上の道のり(m)	420	840	1260	1680	2100	2520
誤差（%）	2	1	2	2	2	2

（2）自分で歩いてみた結果

①グランドで１分間歩いてみた（いそぎぎみ）

1回目　88m　2回目　87m　3回目　88m　4回目　88m　5回目　89m
→平均して88m

②実際のコースを歩いてみた

時間（分）	5	10	15	20	25	30	35	40
実際の道のり(m)	446	888	1310	1735	2172	2601	3040	3482
計算上の道のり(m)	440	880	1320	1760	2200	2640	3080	3520
誤差（%）	1	1	1	1	1	1	1	1

Ⅱ．等間年表用の紙テープの長さを調べよう　－６年：比例の学習を通して－

１．算数を身の回りの事象に使うことの子どもの実態

算数で子どもたちに身につけさせたいことは、計算ができることだけではなく、考える力や算数に対する関心・意欲・態度も含めたいと考える。こうした考える力や算数に対する関心・意欲・態度を伸ばすために、算数で学んだことを身の回りに生かすことを取り上げてみたい。

以前、国立教育研究所が小学校、中学校、高等学校の算数・数学教育における基礎学力について研究した。[1]

この研究では、全国的な調査問題を取り上げ、その中に算数を身の回りに使えるかどうかを調べる問題も入っている。例えば、次のような問題である。

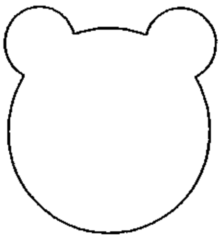
１．この教室のゆかの面積はどれくらいですか。①～⑤の中から近いものを１つ選びなさい。

① $70cm^2$　② $7m^2$　③ $70m^2$　④ $700m^2$　⑤ $7000m^2$

正解は③で54%の正答率

２．右の図のような動物の顔の形を厚紙から切り取りました。その重さは、150ｇでした。この形の面積を求めたいと思います。あと、どんなことがわかったら、この形の面積を求めることができますか。①～⑤の中から１つ選びなさい。

① 同じ厚紙で作った正方形の、面積と重さ。
② 同じ厚紙で作った正方形の、面積と厚さ。
③ 同じ厚紙で作った正方形の、厚さと重さ。
④ 同じ厚紙で作った正方形の、厚さと１辺の長さ。
⑤ ①～④のどれでもない。



正解は①で53%の正答率

これを見ると、算数を身の回りに使っていく力が育っていないことが分かる。この原因の一つは、子どもたちの実際に身の回りの問題を取り上げて、実験を通して問題を解決する経験が少ないことも考えられる。そこで、「比例」の単元で扱う「比例の考えを使って」という小単元の中で、子どもたちの身の回りの問題を取り上げて、実際に実験を取り入れた授業を考えてみた。

２．授業実践

（１）授業で強調したいこと

①子どもたちの身の回りの問題を取り上げる。

この授業では、社会科の授業で使う等間年表を一人が一つずつ作るために、紙テープの長さを調べる問題を取り上げる。

②実際に実験を取り入れる。

算数の有用性を感得させるために実際に紙テープの長さを測り、計算上で求めたものと実際に測ったものとを比べる活動を取り入れる。実際に実験するのは、グループで行い、使う紙テープは１個だけにする。

③授業についての感想を書かせる。

算数についてどのように子どもが感じるか調べる。

（２）授業実践

比例の学習後、次のような問題を与えた。

> 0～1995年までの等間年表を紙テープで作ります。1年を1cmとするとこの紙テープで間に合うでしょうか。
>
> 

T．1995年まで表すのに、何mあればいいでしょう。

C．19m95cmだから20mあればよい。

子どもたちは、1995年まであらわすのにおよそ20mが必要なことが分かった。

T．この紙テープで間に合うでしょうか。

子どもたちは、20mよりも長いとか短いとか予想を立てた。

T．じゃあ、20mあるかどうかをどのように調べたらよいでしょう。

C．巻き尺を使う。（実際に調べる）

C．作った人に聞く。（工場に電話をする）

C．箱に長さが書いていないかを調べる。（テープには書いていなかった）

C．全体の重さ÷1mの重さで求める

この全体の重さ÷1mの重さについては全員賛成した。子どもたちは長さと重さの間に比例関係があることを直感しているのだろう。そこで各グループに1個ずつ紙テープ(青とピンクのどちらか)を与えた。

T．それでは、各グループごとに1個ずつ紙テープを渡します。

子どもたちは、実際に自動上皿秤を使ってはかると、1mの紙テープの重さは軽すぎて針がほとんど動かないことに気づく。

T．自動上皿秤で1mの重さを調べたら、針が動かないことが分かりました。さて、1mの重さを求めるにはどうすればよいでしょう。

各グループで話し合った結果、次のような2つの考えに分かれた。

①1mの紙テープがはかれる上皿天秤を使おうとする考え

②10mの紙テープの重さを自動上皿秤ではかって、その重さを10で割る考え

C．1mの紙テープの重さは、1gでした。（どのグループも1gになった。）

そして、次に紙テープ全体の長さを求めた。全体の長さは、芯を取ってはかった。

表1

班	全体の長さ（m）	実際の長さ	テープの色
1	35.5÷1＝35.5	37	ピンク
2	32.2÷1＝32.2	33.1	青
3	35 ÷1＝35	37	ピンク
4	35.6÷1＝35.6	37.6	ピンク
5	35.8÷1＝35.8	33.2	青
6	32.5÷1＝32.5	33.2	青

ここで、子どもたちは青とピンクの紙テープの長さが違うことに気づき、驚いていた。そして、20m以上あることが分かり、等間年表が作れることが分かった。

（3）授業後の感想から

- 計算と実際の長さがほぼ同じことにびっくりしました。でも赤いテープと青いテープの長さがちがうのにもびっくり。
- 計算でこんなにあってるなんて知らなかった。やっぱり計算はすごいなあ。

・ ピンクのテープとブルーのテープの長さがピンクのテープの方が長いのに同じねだんというのがやるせなかった。
計算は実際の長さとほぼ同じなので便利だと思う。
・ 重さがこんなところで役に立っているとは知らなかった。あらためて、計算はすごいなあと思った。
・ まさか、計算で出したのと、実測がこんなに近い数値になるとは思っていなかったのでけっこうビックリした。
・ 計算は信用できるものだと思った。私が生まれた時代にはもう計算ができててよかった。計算がない時代に生まれたら大変だろうと思った。
・ 計算はすばらしい。
・ 計算で出せるならとてもラクになると思う。
・ 計算も実際にはかった長さも同じなんだ。じゃあ、実際の長さを巻き尺で調べるよりは計算を選ぶよね。楽でいいね。
・ 計算で出してもまんざらウソではない（ということがわかった）
・ 長いものなので、長さをはかるより計算の方が正確だと思う。
・ ぼくはもっと計算と実測が同じかと思った。
・ リボンをはかるときはとても大変だった。でもこういうことをやるのはとてもおもしろい。計算で出せるとどっちが短いとか分かるからすごいです。
・ ピンクのテープと青のテープの長さが違うのでビックリした。

（4）子どもの感想の分析

子どもたちは、計算で出した長さと実際に巻き尺で測定した長さがほぼ同じなのでびっくりしていた。そして、計算は便利だとかすばらしいという表現をしている。つまり、算数が生活に役だつことを感得したようだ。

（5）算数探し

この実践授業のように、直接求めないで計算で出せそうなものを身の回りから見つける活動を取り入れた。この活動は、算数と生活を子どもたちの意識の中に持たせたいと考えたからである。子どもたちが見つけた物は次のようなものである。

①お菓子の個数を重さで調べる。
②針金の長さを重さで調べる。
③本の冊数を長さや重さで調べる。
④お金の枚数を重さで調べる。
⑤トイレットペーパーの長さを重さで調べる。
⑥画鋲の個数を重さで調べる。
⑦パチンコ玉の個数を重さで調べる。
⑧クギの個数を重さで調べる。

3．今後の課題

（1）誤差の問題を小学生の子どもにどう意識させるか。

測定値が大きく違ったときには、何故違ったのかを振り返らせるようにする。

参考資料

中島・清水・瀬沼・長崎『算数の基礎学力をどうとらえるか』東洋館出版社

算数と日常生活との結びつき

牧野　宏
飯能市立原市場小学校

要　約

この実践研究の目的は、小学校の算数授業において社会的文脈の中の題材を用いることの効果を明らかにすることにある。そのため、第４・５学年を対象に「３学期の課題」(自由研究)、「いろいろな問題」(掲示板に図画の作品を掲示する問題)、「百分率とグラフ」(環境問題)を題材に授業を行った。実践の結果、1)社会的文脈の中で算数を使う場合には、数学的な概念を獲得するというよりも、数学的な考え方を使ったり、数学を活用したりすることが教育の目的になること、2)普段の授業でなかなか活躍できない子どもでも活躍できる場面があること、3)社会的文脈の中の問題を子どもに提示するときには、数値などを日常に即してより緩やかにすれば、場面が豊かに自然になること、などの結果が得られた。さらに、小学校段階での算数の有用性について素材をもとにさらに考察した。そのために、小学校での日常生活と算数の学習との結びつきを次のように分類した。(1)算数の学習内容そのものが日常生活似必要とされるもの、(2)学習した内容をもとに、日常の事象を算数的に考えていくもの：①１つの仮定で処理して考えていくもの、②仮定によって、処理の仕方が違うもの。実践研究の結果、ア)分類(2)の②のような問題を提示することにより、子どもの解答も多様化し、より現実的な解答が得られること、イ)今後このような素材の開発が必要なことが分かった。

キーワード：算数の社会的有用性、数学的な考え方、自由研究、問題づくり、百分率

Ⅰ．算数と日常生活との結びつきについての実践研究

この研究の目的は，算数授業において，社会的文脈に関わる題材を用いることの効果を明らかにすることである。

１．「３学期の課題」　（５年：自由研究）

学校で学習したことを使って，日常の事象を算数的に考えることにより，自分で問題を解決しようという意欲はさらに高まると思われる。

ここでは，５年生における「３学期の課題」を取り上げ，学校の外にも目を向けさせることで，数学と日常生活との結びつきや解決していく過程を通しての算数の有用性に気づかせていく。

（１）ねらい

具体的な体験や実験に基づき，自分なりに問題を設定し，それを算数的に解決していく過程を通して,算数を活用する力を育てる。

児童は普段の学校生活では経験できない様々な体験を日常生活で経験することができる。そうした体験や関心をもったことについて，算数的に考える機会を大切にする。また，自分なりに問題を設定することで，算数がかけはなれたものではなくいわゆる「等身大の算数」として子ども一人一人に認識させることができると考える。そして，そのことから，興味や関心をもたせ，活用する力を育てることができると考える。

（２）実施する上での留意点

手引きを作成する。ほとんどの児童にとって，こうした活動は初めてのことである。単に「冬休みの

生活の中から算数を見つけよう，算数を創ろう」と呼びかけただけでは，どう取り組んでいいのかとまどうことになってしまう。そこで，２枚のプリント（手引き１：場面から問題をつくる，手引き２：レポートの書き方）を作成し，児童を援助する。

（３）実際の指導

学 習 活 動	予想される反応と指導上の留意点
1　場面から問題を見つける方法を知る。	・体育の授業で持久走に取り組んでいることから箱根駅伝の新聞記事のTPを提示する。 ・新聞記事を読み，場面から問題づくりをさせる。 発問「この記事から，算数の問題をつくってみましょう。」 〈予想される反応〉 ア　215kmは校庭何周分だろう。 イ　時速何kmだろう。 ウ　５０mを何秒で走るのだろう。 ・一つの問題から多くの問題が作れることをおさえる。
2　課題を知る。	指示「みなさんの身のまわりには，いろいろなところに算数が使われています。 身のまわりから，算数を見つけたりつくったりしてみましょう。」 ・手引き１を配布し，場面から問題をつくることによって具体的な例をあげながら説明する。 （場面）　→　（問題） 中国の大運河の記事→1200kmはどのくらい マンホールのふた　→なぜ丸いのか 初詣の参拝者○万人→どうやって調べるのか
3　レポートの書き方について知る。	・手引き２を配布し，中国大運河の例をもとに，レポートの書き方について知らせる。 ・レポートに書く項目として次の４項目をおさえる。 ①　疑問に思ったわけ ②　問題とその解き方（新たにできた問題も含めて） ③　まとめ（解き方についてまとめて書く。） ④　感想（どんな考え方を使ったか。苦労したこと） ・写真，新聞の切り抜きやその他の具体的な資料があるとよいことも知らせる。

【手引き１】

『算数を見つけよう』

私たちの日常生活の中には，意外なところで算数や算数の考え方が利用されています。

道路に目を向けてみましょう。歩道の敷石はたいてい正方形が利用されています。なぜ，正方形を利用するのでしょう。他の形で敷き詰めることはできないでしょうか。

マンホールのふたはたいてい円ですが，なぜ，円を利用するのでしょう。

とても登れそうもないような木の高さは，どうやって調べるのでしょうか。

新聞やテレビでは，初詣の参拝者が○○神社では何万人と報道しますが，どうやって数えたのでしょうか。

中国では1200kmもの長さの大運河を作る計画があるそうです。1200kmというとどのくらいの長さなのでしょう。たとえば，校庭のトラックと比べると･･･

このような疑問を持って生活してみると，日常の生活の中から算数的に考えられそうなものを探し出したり，創り出したりすることができます。

これが課題です。次のようにして，この課題に取り組んで下さい。

①　毎日の生活の中で，算数的に考えられる題材はないかと心がけよう。

「おや」「どうして」「なぜ」と思ったことを大事にします。題材は何でもよいから，他の人があっと驚く題材を毎日の生活から探しだしましょう。新聞をよく見ていると，おもしろい記事もありますよ。

②　写真や新聞の切り抜きを，提出する用紙に張り付けよう。

「いつ，どこで，だれが，どのような疑問から」とったのか，記入します。写真があると，レポーが生きてくるし他の人にも分かりやすくなります。また，新聞記事から疑問を持ったときは，その記事を切り抜いて提出する紙と同じ大きさ（Ｂ４）の別の紙にはりましょう。（○月○日，○○新聞を必ず書くこと）

もし，新聞の切り抜きや写真がなければ，図や実物でもけっこうです。

③　題材から問題をつくろう。

不思議に思ったことから，「どうして○○なんだろう。」「もし○○なら，どうだろう。」「○○
比べたら，どうだろう。」などの問題をつくりましょう。そして，教科書などを参考にしながら，今まで学習してきたことをうまく使って自分で解いてみましょう。

他に，参考にしたものがあったら，本の題名と書いた人の名前，出版社も書いておきましょう。できれば，参考にしたところをコピーしておくとよいでしょう。

④　解けないときは・・・

解けないときは，他の人に聞いてもいいでしょう。ただし，他の人がやったものを全部写すのはや
ましょう。それではみんなに説明できません。また，自分ではどこまでやってみて，そしてどこを聞いたりしたのか，レポートに書いておきましょう。

【手引き２】

１２００ｋｍとは，どのくらいの大きさだろう。

(1)　疑問に思ったわけ

上のような問題をつくるきっかけになったことを書きましょう。

ぼくは，毎朝新聞を見ている。１月４日の朝日新聞の１面記事を読んで驚いた。新聞の見出しには「揚子江→北京1200km大運河建設へ」と書いてあった。できあがると世界最大の運河ということになるのだが，1200kmという長さは地図だけではよく分からない。そこで，ぼくのよく知っているものと比べてみたら，運河の長さが分かりやすくなるだろうと思った。

(2)　問題とその解き方

どんな問題をつくったか。自分なりにいろいろな解き方をしてみましょう。
一つの問題を解いて，新たに問題がつくれるといいですね。

1200kmは，学校のトラックの何周分になるだろう。

学校のトラックは，１周200mだから，0.2km 何周分（何倍）になるかを求めるには，1200を0.2でわればいいから

1200÷0.2=6000　　6000倍

なんと，学校のトラックの6000倍もの長さになる。すごく長いということは分かったけど，やっぱりピンとこない。もっと，分かりやすくならないかな。

ぼくは，毎朝校庭のトラックを５周走っている。そこで，次のような問題をつくった。

1200kmは，どのくらいの日数で走りきることができるのだろう。

５周は１kmだから，１日に１km，つまり１年間に365km走ることになる。

1200÷365=3.28･･･2.8　　約３年間

(3)　まとめ

解き方をまとめて書こう。分からなかったり，解けなかったことも書こう。

ぼくの知っているものと比べて，1200kmの大きさを分かりやすく考えようとした。まず最初に，学校のトラックと比べた。そうしたら，運河の長さは6000倍にもなってしまい，すごく長いことが分かった。次に，自分が毎朝走っていたことと比べたら，1200km走るのには約３年間もかかることが分かった。

(4)　感想

どんな考え方を使ったか。苦労したこと，おもしろかったことなど。

大きさをなにと比べると分かりやすくなるのか，それを見つけるのに苦労した。
最初はぼくの家からの距離を考えたが，これではみんなによく分かってもらえないと思って，学校のトラックと比べてみた。計算の途中で割り切れなくなったので，およその数で求めた。それにしても，すごい運河を中国は計画している。掘った土の量もすごいだろうな。

＜児童のレポートから＞

[illegible]

一万しょくはどれくらいの量なのかな？

お父さんは，給食センターで毎日一万しょくのおべんとうを作っています。

その一万しょくはどのくらいの数なのか？一万しょくとは，クラスのみんなが，お昼に何日たべたら，たべおわる量なのかなぁと思った。

私のクラスは34人

10000÷34＝294.1……

約294日分

では，私のかぞく，お父さん，お母さん，弟，わたしの4人でそのおべんとうをお昼だけでたべたら，何日ぐらいでたべおわる量なのか？

10000÷4＝2500

2500日分　約6年分

をつくっていることがわかった

感想

私は，さいしょ，一万しょくときいて一万しょくってどのくらいの量なのかなぁと思いました。

それで，その一万しょくを，クラスのみんなで昼食だけでたべると約294日分もかかることがわかりました。

また，それを，かぞく4人で，たべたら，2500日分　約6年分になりました。お父さんの給食センターは，1日でこんなにすごい量をつくってしまうなんて，とてもすごいなぁと思いました。

（[illegible] 近藤明日香）

家から学校まで今まで歩いたきょりは何kmだろう？

(1)疑問に思ったわけ

私は，家から学校まで往復すると約4kmに歩くことになる。1年生から5年生の終わりまで歩くと何kmか歩いたことになるだろう。

(2)問題とその解き方

日曜日を50日とする。夏休みは42日間とする。冬休みは，14日間とする。春休みは，13日間とする。祭日は，15日間とする。第二土曜日はないとする。

式 365－(50＋42＋14＋13＋15)＝231　A．231日学校へ通うことになる

5年間だから，5倍する。

式 231×5＝1155　A 5年間で1155日学校へ通うことになる

家から学校まで片道2kmとすると1日に4km歩くことになる。

式 1155×4＝4620　A 5年間に4620km歩いたことになる。

6年生の終わりまで歩いたら，

式 231×6×4＝5544　A 6年間に5544km歩いたことになる

(3)まとめ

始めは解き方がむずかしいと思っていたけれど，やってみるとむずかしくなかった。6年間休まず歩くと5544kmにも歩くことになる

(4)感想

地図で調べてみると，4620km歩くとインドネシアの方までいけることがわかった。5544km歩くとオーストラリアの方までいけることがわかった。とても長いきょりを歩いているとことがわかった。

（5）成果と今後の課題

① 児童にとって，算数の学習で学んできた考え方などを日常の生活の中に生かして，算数の目でもう一度様々な事象を見直していくという経験はあまりなかったように思う。つまり，指導する側が，児童に対して今まで算数の考えで日常生活に目を向けさせるという意識をもたせるような指導をしていなかったように感じる。

しかし，今回のようなレポートを作成していくという経験を通して，児童は，自分なりに身の回りの様々な場面から問題を見つけそれを解いていくという過程で，今まで学習してきた算数のよさをもう一度自分なりに感じることができたのではないかと思う。そして，これからも算数の目で日常事象を見ていこうとする関心・意欲を高めていくことができたのではないかと思う。

② 解き方において，単位換算を間違えている児童も目についた。日常生活との結びつけや実際の場での具体的操作などから，児童に量に対する豊かな感覚を身につけさせる指導が大切であることを改めて感じた。

③　文脈の中で算数・数学を使う場合には，数学的な概念を獲得するというよりも，数学的な考え方を使ったり，数学を活用したり，数学的な態度を養ったりすることが教育目的になると考えられる。また，普段の授業でなかなか活躍できない子が活躍できる場面があることにも着目しておく必要があると感じる。

2．「いろいろな問題」　（4年：掲示板に図画の作品を掲示する問題）

今までに学習した事項を基礎として，日常事象を数理的に考察し，処理していく経験をさせる。そのために，本題材では，ふだんよく経験する掲示板に図画の作品を掲示する場面を設定し，きれいに掲示するにはどうしたらいいかについて考えさせていく。

（1）ねらい

日常の事象から必要とする情報を選んだ問題づくりや，今までに学習した事項を総合的に適用する問題の解決を体験させる。

（2）指導の計画：「第4学年4組　算数科学習指導案（略案）」

①　題材名　いろいろな問題

②　目標

1）日常の事象を数理的に考察しようとする。　（関心・意欲・態度）

2）今まで学習した事項を総合的に適用する問題の解決を通して問題解決力を養う。

（数学的な考え方）

③　指導計画

1）問題作りと問題解決　1時間（本時）

2）条件不足・過剰の問題とその解決　1時間

3）変化を調べて考える問題　1時間

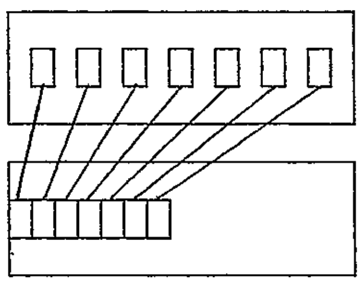
④　本時の学習活動

1）目標

- 問題つくるときに必要とする情報を選び，問題つくる。
- 問題の数量の関係を図などに表し，対応の考えや間隔を1つに寄せるという考えをもとにして問題を解決する。

2）展開

学習活動	予想される反応と指導上の留意点
1　ビデオを見る。	・ビデオの内容は図画の作品（一辺36cm）7枚を掲示板（3m96cm）にはることの場面を与える。その場合はる間隔がそろわないもの，はりきれないものの2場面を見せる。
2　ビデオを見て問題となることを話し合う。	発問「困っていることはどんなことでしょう。」 <予想される児童の反応> ア　間隔が揃っていない。 イ　画用紙が全部はりきれない。 ・何をしている場面なのかをとらえ，問題点として，「間隔が不揃いなので見た目がよくないこと」「はりきれないで困っていること」であることをおさえる。
3　本時の課題を知る	

困っていることをもとに，算数の問題をつくりましょう。	
	・必要な情報は何かを考えさせ，問題を文章や図で表させる。 ・必要な長さは与える。 ・問題づくりが十分でない児童には，図に７枚の図画をかくことを助言しどこが求めるところかを明らかにし，あとどんなことが分かれば問題が解けるかを考えさせる。
4 「問題」を発表し話し合う。	発問「考えた問題を発表しましょう。」 <予想される反応> ア 図に７枚の図画をかき，問題をつくる。 イ 図をかいた後，それを言葉で説明する。 ウ 問題を整理し，文章で表現する。 ・まず，アの図表現を考えた児童から取り上げ，それをイの児童に言葉で説明させ，最後に文章化したウの児童のものでまとめる。 ・その活動の中で，問題をつくるために必要な情報は十分であったかを確認しながら話し合いを進める。 ・問題文としては，次のようにまとめたい。 横の長さが３m96cmあるけいじ板に７枚の図画の作品をどこも同じ間隔ではりたいと思います。１枚の図画の横の長さは36cmあります。それぞれの間隔を何cmにすればよいでしょう。
5 問題を解く。	・「似ている問題をしたことがあるか」「今までの問題とどこが違うか」と発問し，既習事項(情報)との結びつきをはかる。 ・解決の糸口がつかめない児童については，図をもとにして間隔の数と図画の枚数との関係がどうなっているか，また，図画の横の長さは必要ないことなどを操作を通して助言する。
6 解き方を発表する	発問「考えた問題を発表しましょう。」 <予想される反応> ア (396－36×7) ÷８＝18 答え 18cm  ・式の意味は右図をもとに説明させる ・話し合いをもとに，図画と間隔を組にしていくと１つ間隔が多いこと，分散している間隔を１か所に集めても変わらないことをおさえる。
7 学習のまとめをする。	・「問題を作るときに大切なことは何か」「今日の問題を解くのに大切なことはどんな考えだったか」と発問し，まとめる。

⑤ 備考 在籍児童数 男子 17名 女子 15名 合計 32名

（３）本時の展開

（ビデオを見る）

Ｔ１ 困っていることはどんなことですか。

Ｃ１ 最初の場面は，幅が違う。

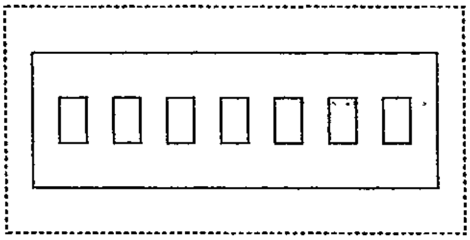
Ｃ２ ２番目の場面は，間隔が広すぎて全部はりきれない。

Ｃ３ 画用紙がはりきれなくて，３枚余っている。

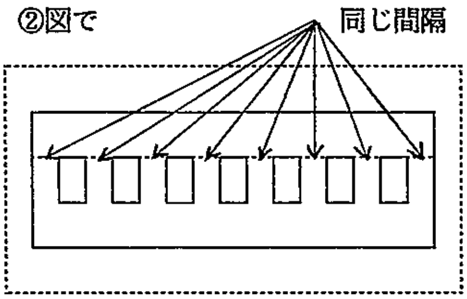
T２　では，困ったことをもとに，算数の問題を作りましょう。
T３　何か質問がありますか。
C４　掲示板と画用紙の長さは何　ですか。
T４　他のみんなも知りたいですか。
C５　（みんなうなずく）
T５　この前計ったら，掲示板は３ｍ９６㎝で，画用紙は３６㎝です。
T６　では，問題を考えてみましょう。

（４）児童の反応例

①図で



②図で



③文で

横３ｍ９６㎝のけいじ板があります。そこに７枚の紙があります。紙の長さは３６㎝です。３６㎝の紙を３ｍ９６㎝のけいじ板に同じはばではるには，どうしたらいいでしょう

④文で

まず，けいじ板の横の長さは，３ｍ９６㎝だから３９６㎝にかえて，画用紙の横の長さは３６㎝で７まいだから，間が８こあるから，このかんかくは何㎝になるか。

T７　では，この問題を解いてみましょう。
－以下　略－

（５）児童の感想

・掲示板に画用紙をはるときの方法が分かった。
・幅を求める方法が分かった。
・今日の問題はすごくむずかしかった。
・ビデオを見て問題を作ろうとしたけれどむずかしかった。けれど，できてよかった。
・画用紙が７枚の時，すきまは８つというのがヒントになった。
・最初は分からなかったが，絵にかくと分かった。

（６）成果と今後の課題

本時の問題作りを通して，日常の問題を算数のステージにのせて考えていけるということに気づかせ，これからも算数の目で日常の事象を見ていこうとする態度を育てていきたかった。しかし，児童の感想を見ると，問題作りよりもその先の問題解決に興味の中心があったようだ。すなわち，文脈を考える上で，大切なことは，この問題を解くことが子どもの問題になっていることである。このことは，児童の思考を考えると当然のこととも言える。このような観点で考えると，もう少し導入場面を緩やかにすることにより（例えば，縦の長さを考慮すると），もっと場面が自然で豊かになり，いろいろな解決法が子どもたちからだされ，本来の目的に近づけていけたと思う。

3．「百分率とグラフ」　（5年：環境教育）

算数科の学習を通して育てられる情報化などの社会の変化に主体的に対応する資質や能力は，環境問題に関する事象を合理的，論理的にとらえ表現することと深くかかわる。

環境教育を進めるに当たっては，次のような視点から取り組むことが大切である。

1) 環境に関する事象を取り上げた問題解決的な学習を通して，環境教育の解決に役立てようとする意欲を育てる。

2) 環境に関する統計的な資料を収集し，それらを数理的にとらえ，分類・整理，適切な表やグラフなどに表す活動を通して，環境問題についての特徴や傾向を的確に判断したり表現したりする能力を養う。

3) 「○○のいくつ分」など，分かりやすい量に置き換えたり比較したりして，環境に関する事象を，適切に表現する能力を養う。

4) 電卓やコンピュータなどを積極的に用いて，情報処理の手段を活用する能力の素地を養う。

（1）ねらい

環境に関わる資料から，全体と部分，部分と部分の関係を百分率やそれを用いたグラフによって分かりやすく表し，環境問題を的確に表現したりできるようにする。

（2）指導の計画：「第5学年1組　　算数科学習指導案（略案）」

① 題材名　　百分率とグラフ

② 題材の指導計画（10時間扱い）

1) 割合と百分率…………………………4時間

2) 百分率の問題…………………………3時間

3) 帯グラフと円グラフ…………………2時間（本時2/2）

4) まとめ…………………………………1時間

③ 本時の指導

1) 目標

・グラフをかく学習から、統計的な処理のよさが分かり、環境に関する事象を積極的に解決しようとする。　（関心・意欲・態度）

・グラフから全体と部分、部分と部分の関係などをとらえ、事象の特徴が指摘できる。　（数学的な考え方）

・割合を表に表したり、割合を表すグラフをかくこができる。　（表現・処理）

・グラフから環境に対するさまざまな情報をよみとることができる。　（知識・理解）

2) 展開

	学習活動と内容	評価・支援
つかむ	1　生活の中から出るごみを意識する。 生活の中から出てくるごみには、どんなものがあるか、話し合う。 ・燃えるごみ、燃えないゴミ、びん、缶粗大ごみなど。 2　問題を知る。	<関心・意欲・態度> ・自分の生活を振り返りながら、生活の中から出るごみに関心をもつ。 ・ごみ収集所、ごみ収集車、清掃工場などの写真を提示し、ごみの種類や量などについて意識を高める。 ・下のような表を提示し、「ごみの種類の割合を分かりやすく表すにはどうしたらよいか」を問い、グラフ化への必要性、意欲化を図る。

下の表は、平成６年度、Ｉ市のごみの種類別の量を表したものです。
種類別の割合をグラフに表しましょう。

可 燃 ごみ	不燃ごみ	ﾌﾟﾗｽﾁｯｸ類	資源ごみ	粗大ごみ	計（t）
３３２１７	２９９３	１４２６	５５０７	１０７０	４４２１３

・Ｉ市におけるごみの分け方出し方
可燃ごみ→生ごみ、紙くず、木くず、紙おむつ、消却灰等
不燃ごみ→ガラス製品、なべ・やかんなど金属類、かさ、ﾋﾞﾃﾞｵﾃｰﾌﾟ、缶(肉.魚)等
ﾌﾟﾗｽﾁｯｸ類→ｼｬﾝﾌﾟｰなどの容器、ﾊｯﾎﾟｰｽﾁﾛｰﾙ、卵などのﾋﾞﾆｰﾙ製容器、食料品ﾄﾚｰ等
資源ごみ→古紙、布類、びん、缶（ｼﾞｭｰｽ類）等
粗大ごみ→大型家具、電気製品、自転車、机、カーペット、布団等

・ごみの分け方は、市町村によって多少分け方の違いがあることが予想されるので実状にあった種類別で資料を提示する。

見通す

３　解決への見通しをもつ。
・割合を表すために、それぞれのごみの種類を百分率で表す。
・百分率で表したものを、円グラフや帯グラフに表す。

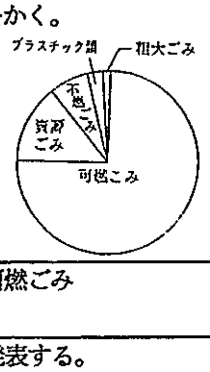
・資料からグラフをかくための手順として資料を百分率で表すこと、それを割合を表す円グラフや帯グラフに表すとよいことを児童の発言をもとに板書し、見通しをもたせる。

解く

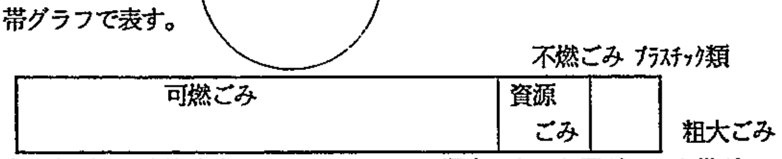
４　問題を解く。
(1)それぞれの割合を百分率で求め、表にまとめる。

ごみの種類	量(t)	百分率(%)
可燃ごみ	33217	
不燃ごみ	2993	
ﾌﾟﾗｽﾁｯｸ類	1426	
資源ごみ	5507	
粗大ごみ	1070	
計	44213	

可燃ごみ→76%, 不燃ごみ→7%
ﾌﾟﾗｽﾁｯｸ類→ 3%, 資源ごみ→12%
粗大ごみ→ 2%
(2)表から、グラフをかく。
・円グラフで表す。



・帯グラフで表す。



・左のような表を児童に配布し、それぞれのごみの量の百分率を計算させる。
・計算には電卓を用いさせ、計算処理における時間の短縮化を図る。
<表現・処理>
・合計が100%になるよう、目的に応じて小数点以下を四捨五入し、数値処理をして割合を表に表すことができる。
・合計が100%にならないときは、割合の一番大きい部分を増やしたり、減らしたりして、合計を100%にするよう助言する。
<数学的な考え方>
・順序よくならべていくよさに気づく。
<表現・処理>
・多い順から、可燃ごみ、資源ごみのように表の順を並び替えて、グラフをかくことできる。
・あらかじめ目盛りをつけた帯グラフや円グラフの用紙を用意し、円グラフか帯グラフのどちらかをかかせる。

ね

５　かいたグラフを発表する。

・児童のかいた円グラフや帯グラフの発表から、それぞれの割合が視覚的に分かりやすく表現できているよさを認める。

６　グラフをよみとる。
(1) グラフから分かったことをノートにまとめる。
ｱ 可燃ごみは全体の３／４（75%）にもなっている。
ｲ 資源ごみは、12%で２番目に多い。

<数学的な考え方>
・グラフから全体と部分、部分と部分など事象の特徴を指摘できる。
・グラフをよみとれない児童には、全体と部分、部分と部分を比べるよう助言する

る	ｳ 資源ごみと不燃ごみ・ﾌﾟﾗｽﾁｯｸ類・粗大ごみの和はほとんど同じ。 ｴ 可燃ごみは、資源ごみの5倍にもなっている。 (2) よみとったことを話し合う。 (3) ごみを減らす工夫について話し合う ・ごみを減らすには、可燃ごみを減らさなければならない。	・ｱ、ｲ のような発言から全体と部分を、ｳ, ｴ のような発言から部分と部分の関係に目を向けさせるようにする。 <関心・意欲・態度> ・統計的な処理のよさが分かり、ごみ問題を積極的に解決しようとする。 ・ごみの量は年間, ごみ収集車(2t)の22000台分にもなっていることを知らせ、それを少しでも減らすために、自分達でできることに関心をもたせるようにする。
まとめる	7 まとめる。 ・円グラフや帯グラフに表して、ごみの種類の中の割合がよく分かった。 ・ものを大切に使って、可燃ごみなどのごみの量を少しでも減らしていこうと思う。	・分かったことや感想をかかせ、ごみ問題を解決するための意欲化を図る。 ・学習を終わるにあたり、「さいたまの環境」等の資料を提示し、本時で学習したグラフが環境関係の資料の中に多く用いられていることを知らせ、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

（3）実際の授業から

－各自，グラフを作成した後－

Ｔ１　このグラフを見て分かることを発表して下さい。

Ｃ１　可燃ゴミが全体の半分以上だ。

Ｃ２　可燃ゴミは全体の約¾ある。（同じですの声）

Ｃ３　可燃ゴミは粗大ゴミの38倍，資源ゴミの６倍，不燃ゴミの11倍もある。

Ｃ４　何倍とかじゃないんだけど，可燃ゴミや不燃ゴミは，家庭では必要ないので多く捨てられる。

Ｔ２　では，このグラフをもとに，ゴミを減らすためにはどうしたらいいか，班で話し合って下さい。

（班での話し合い）

Ｃ５　粗大ゴミは，あげられる物はあげる。

Ｃ６　生ゴミは肥料にする。

Ｃ７　一番多い可燃ゴミの中で，新聞紙や雑誌はちり紙交換に出す。

Ｃ８　リサイクルできる物はリサイクルする。直せる物は直す。

（4）児童の感想から

・ゴミを減らすための工夫がたくさんでたので，これからは，それを実行したいと思う。
・今日の授業は社会科に似ていて，割合をだす勉強なのか，ゴミの出る量について調べているのか，分からなかった。
・ゴミを減らすにはどうしたらよいかきめたときに，「そうすればよいのか。これからは，そうしよう。」というような意見もでたので，そのことを生活に役立てたいと思う。
・いつもは２×５×４といった勉強をする授業だけど，グラフをかいたりゴミのことを考えたり，少し遊び心がはいったりするのが楽しかった。
・可燃ゴミが76％もあるからすごい量だなと思った。

（5）成果と今後の課題

① 児童にとっては，算数科の学習内容を他の分野で生かすという経験はあまりなかったので，とまど

いもあったようだ。しかし，児童の感想を見ると，ゴミ問題に関して今後も考えていきたいという意見もだされ，算数を使って日常生活に目を向けるという点でそれなりに成果があったように思う。

② 「数量関係」の領域の中でも特にグラフに関する内容は，児童にとって，算数の中でも日常の生活とのつながりが深いと考えられる。今後も，テーマ（数学と社会的文脈）との関係について探っていきたい。

Ⅱ．算数と日常生活との結びつきについての考察

1．はじめに

算数の楽しさについて考えるとき，問題を解いたときの気持ちのよさ（成就感）がよくあげられる。これは，算数・数学の特性ともいえるが，このことがクローズアップされて，算数の有用性がおろそかにされてきた面もある。ここでは，算数の有用性について，日常生活との結びつきから考えてみる。

2．算数と日常生活との結びつきについて

小学校の学習内容を社会的文脈という観点から見直すと，小学校の学習内容は純粋に数学の内容を追求していくものは少なく，ほとんどが日常の事象との結びつきをもとに学習内容について考えていくものになっている。ここでは，算数の学習と日常生活との結びつきを，次の２つに分けて考える。

（1）算数の学習内容そのものが日常生活に必要とされるもの

例
- 数の概念　7人の子どもが帽子をかぶるとすると，帽子はいくつ必要でしょう。
- 計算　1個60円の鉛筆を10本買うと，いくらになるでしょう。
- 時計　学校に８時につくには，家を何時にでたらいいでしょう。
- 長さ　紙テープを30cmの長さにそろえましょう。
- 面積　埼玉県の面積は，どのくらいでしょう。
- 速さ　2時間に50km進むと，時速はどのくらいでしょう。

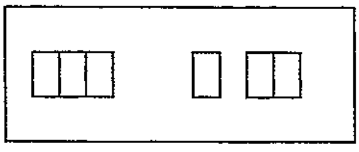
以上のような内容については，従来から指導する側が内容の重要性についてよく認識しており，十分な指導が行われてきている。

（2）学習した内容をもとに，日常の事象を算数的に考えていくもの

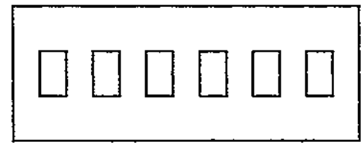
① 1つの仮定で処理して考えていくもの

例
6枚の画用紙を掲示板にきれいに掲示するには，どうしたらいいでしょう。 （画用紙や掲示板の縦の長さは考慮にいれない。）

<問題>



<児童の考え>



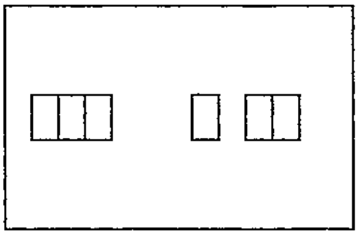
掲示板に画用紙をきれいに掲示するという問題を，横の隙間を同じ長さにして掲示するにはどうしたらいいかと抽象化して問題を解決していく。

② 仮定によって，処理の仕方が違うもの

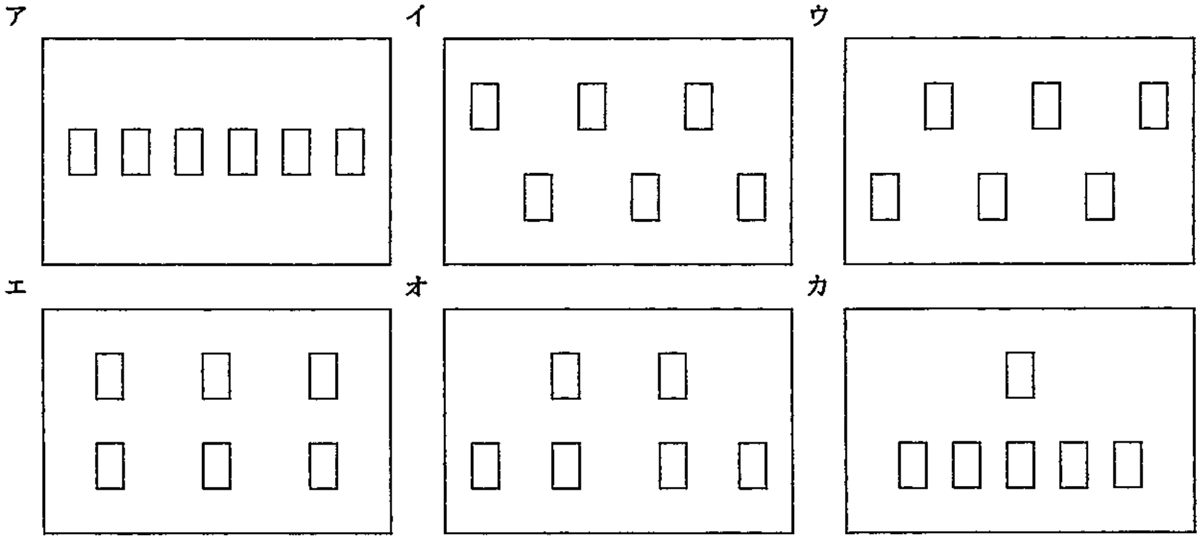
例
7枚の画用紙を掲示板にきれいに掲示するには，どうしたらいいでしょう。

（画用紙や掲示板の縦の長さも考慮にいれる。）

＜問題＞



＜児童の考え＞



（特に上手な作品を上段に掲示）

①の問題では，掲示板や画用紙の縦の長さについては捨象し，画用紙の横の長さと掲示板の横の長さにのみ視点をあてたが，実際に掲示板に画用紙を掲示するという場面では，画用紙や掲示板の縦の長さも考慮していかなければならない。また，掲示の目的によっては，上手な作品を中心におくという場面も想定できる。このように，いろいろな仮定（場面，目的，社会的要素や背景）を考慮に入れて問題を提示することにより，児童の解答も多様化し，より現実的になっていくものと考えられる。

3　まとめ

算数の有用性について日常生活との結びつきから考えてきたが，(2)の考え方については，従来あまり意識して指導されることはなっかたように思う。しかし，社会的文脈という観点からみると，今後，さらに活用が期待される内容だと考えられる。そのための素材としては，次のようなものもある。

・決まった金額内で食堂の食券を買う問題（仮定の例：量や嗜好）
・会議室に配置する机や椅子の並べ方（仮定の例：会議の目的や参加人数）
・賞金10万円を３チームで分ける方法（仮定の例：３チームの得点，順位）

〔参考文献〕

・設楽　政夫「平成４年度　埼玉県長期研修報告書」
・埼玉大学教育学部附属小学校「生きる力を育てる教育の追求」
・埼玉県教育委員会「新しい学力観に立つ環境教育の構想と展開」

中学校数学科における社会的文脈にかかわる問題開発の視点と授業例

－現実的な事象や実験に着目した問題－

久保　良宏
共立女子中学校

要　約
生徒は数学と日常社会とは関係がないものだと考えている。しかし、生徒の身のまわりには多くの数学が潜んでいたり、数学を使えば解決できることがらが多く存在している。そこで、(1)生徒の身のまわりにある現実的な題材から数学をみつけることができる課題、(2)生徒が問題の解決の必要性を感じ、これを実験を通して考察していく課題、の２つの視点から「社会的文脈における問題」を開発した。バスのドアの開閉を題材とした問題、正誤を選ぶ二者択一問題で正誤をでたらめにつけたときの正答率を実験から考察する問題の２つの授業実践から、「社会的文脈における問題」では、数学に対する興味・関心が高まるだけでなく、より深く、より発展的に考察しようとする生徒の意欲的な姿勢がみられた。
キーワード：社会的文脈、問題開発、興味・関心、意欲、数学化

１．はじめに

「数学と社会的文脈の関係に関する研究」では、様々な角度から「文脈」についての考察が行われたが、その１つに『算数・数学の内部から算数・数学教育を考える』という観点があった。これは、これまでの様々な調査、研究[1]の結果から明らかになっている“生徒は数学の認知面は優れているものの、情意面においては十分ではない”という現在の算数・数学教育の問題点の改善を目指すものである。具体的には、算数・数学の内部における、『問題』『指導展開』『指導アプローチ』『授業形態』という面について、新たな角度から研究する必要性を示唆するものであるといえよう。この新たな角度からの研究とは、まず算数・数学の学習内容がどのように社会と関係しているかをみることにある。これについては、筆者らの別の研究[2]から、例えば中学校の数学の教科書では、課題学習的題材であっても、日常社会の現実的場面が少ないこと、また、これに関連した研究[3]からは、中学校の場合、生徒は、日常社会にかかわる課題に対して強い興味・関心を持っていることが明らかになっている。生徒は数学の学習を、社会とはあまり関係がないものと捉えており、このようなことが数学を嫌いにさせている１つの要因になっているとも考えられよう。そこで、本研究では、「社会的文脈における問題」の開発、および、その授業実践が重要な視点となった。しかし、このような問題の開発は極めて難しく、開発してもそれが「社会的文脈における問題」と成り得るのかという点で議論が繰り返された。

そこで、本論では、「社会的文脈における問題」を開発する際の２つの点に着目して問題を開発し、これを授業実践した様子を示すことにより、「社会的文脈における問題」の有効性を明らかにする。

２．「社会的文脈における問題」の捉え方と課題開発の視点

本研究では数学の問題を、Ⅰ．純粋な算数・数学の問題、Ⅱ．日常社会や文化とかかわりのある問題の２つに大別したが、Ⅱをさらに次のような５つに分類した。

Ａ．児童・生徒が親しめるような場面の中の算数・数学の問題

B．実世界の数値で表されていて、算数・数学に関係した現実的な問題

C．遊びの中にあって、算数・数学に関係した問題

D．数学の文化に関係した問題

E．実験、観察、調査などによって導かれる算数・数学に関係した問題

A～Eの中で、「社会的文脈における問題」は本質的にはBであるが、C～Eも何らかの意味で数学と社会の関係にかかわるということから、本研究では、これらすべてを「社会的文脈」にかかわる問題であると捉えた。しかし，Aは「社会的文脈の問題」と成り得ないのかが問題視され、特に、AとBの区別についての議論にかなりの時間を要した。つまり、Aの「児童・生徒が親しめるような場面」の問題の中には、一見、児童・生徒の身のまわりにある現実的な問題のように思われるが、場面や数値がすでに単純化、理想化されている場合が多いからである。議論の末、Aの問題の中にも「社会的文脈における問題」と成り得るものもあるとの結論に達したが、筆者はこの議論を通して、Aの問題には、例えば“道のり”の問題（1周 400mトラックで・・、一定の速さで走ると・・。）のように、極めて疑似的であり、「社会的文脈における問題」とは成り得ないものも含まれている反面、“ダイヤグラム”のように、表面上は疑似的でなく、その中から数学をみつけることができる問題もあると考えた。このような問題は、提示方法や授業展開の工夫によっては「社会的文脈における問題」に成り得るのではないかとの考えである。また、筆者は、上記の分類Eの実験や調査などから得られた数値を使った問題や、さらに、問題が生徒の必要感から生まれたり、その問題の解決に生徒が必要性を感じるかということも「社会的文脈における問題」を開発する際の重要な観点に成り得るのではないかと考えた。

そこで、「社会的文脈における問題」の開発を、次の2つの視点から考え、課題を開発し授業実践した。

(1)生徒の身のまわりにある現実的な題材から数学をみつけることができる課題

(2)生徒が問題の解決の必要性を感じ、これを実験を通して考察していく課題

3．「社会的文脈における問題」と授業実践

（1）生徒の身のまわりにある現実的な題材から数学をみつけることができる課題

部屋のドアのそばに物を置くときには、ドアの開閉の様子を知ることが必要である。引き戸式ではない多くのドアは，中心角が90°か 180°のおうぎ形の弧を描いて開閉するので、経験上、閉まった状態でドアのそばに物を置く場合は、このおうぎ形の中に物を置いたり、あるいは、おうぎ形の中であっても人間の出入りに支障がないように物を置かなければならない。

このような部屋のドアの動きについての話から、おもしろそうな動きをするドアについて生徒に考えさせた。その結果、出されたのが、バスのドアの開閉についてであった。

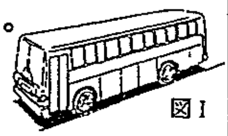
そこで、次のような課題で授業を計画し実践した。授業の記録の一部を記す。

・対象：本校（共立女子中学校）、1年生（女子48名）

・課題学習的な問題であるが、1年の平面図形の学習の1つとして位置づけた。

〔課題1〕

右の図Ⅰのような観光バスのドアの大きさやドアの動きについて考えてみよう。
まず、バスのドアはどれ位の大きさなのだろうか？
ドアはどのように動いて開閉するのだろうか？



図Ⅰ

以下、Tは教師の発問、Pは生徒の発言である。

P 1：観光バスにもいろいろな種類があります。2階建てのバスもある。

P 2：でもドアの大きさはそんなに違わないと思います。

P 3：人の身長と横幅を考えれば、・・・。

T　：先生の身長と横幅が参考になるかな？

P 4：えー。先生の身長は標準以下だし、横幅は標準以上だからダメだよね。

P 5：横幅は参考になりますよ。

P 6：横が1m、縦が2mというところかな。

P 7：縦が横の2倍しかないの？

P 8：3倍位かな。

〔途中、略。〕

T　：では、ドアはどんなふうに開いたりするの？

P 9：最近、観光バスなんて乗ってないよね。

P 10：普通のバスでもいいんでしょ。

P 11：都バスのドアって、まん中にもあって大きいんだよ。

P 12：京王バスもそう。

P 13：後ろにもドアがあるよ。

T　：じゃあ、どんなドアでもいいから、とにかくバスのドアがどんな具合に開くのか考えてよ。　〔右上P 14へ〕

P 14：折り曲がるんだよね。

T　：どんなふうに？

P 15：こんなふうに。（2本の腕で、開く状態を示した。）

T　：もっと正確に説明できないかな？

P 16：だから、こんな感じ。（教科書をドアに見立てて、教科書を開いたり閉じたりした。）

T　：ちょっとまってよ。それ、すごくわかりやすいよね。でも、何か質問ない？

P 17：えー。違うんですか？

T　：じゃあ先生が質問するけど、（黒板に教科書を開いた状態に立て）教科書の端っこはどうなってるの？

P 18：左側はバスにくっついてる。

T　：じゃあ右側は？

P 19：動く。そんなの当たり前ですよ。

T　：そうじゃなくて・・・。右側が動くのはそうなんだけど、どんなふうに動くかってことだよ。

P 20：左側は動かなくて、右側が左側に付くように動きます。

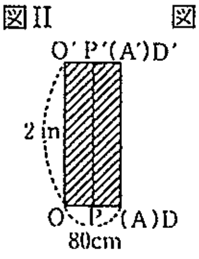
P 21：左側は、直線の上を動いていきます。

（途中、略。）

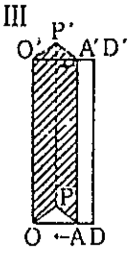
生徒の発言から、バスのドアの大きさとドアの動きを次のようにまとめた。

バスのドアを、幅が80　，高さが2mの長方形（図Ⅱ）としよう。
ドアの動き方は、次のようになっているようだ。
「ドアは辺OOで固定され、開くときは図Ⅲのように P Pで内側に折れ、点A、Aはそれぞれ、辺OD、OD上を動いていき、辺OOに重なったときドアは止まり、完全に開いた状態になる。」
ただし、ドアの厚さは考えないことにする。

図II



図III



T　：さて、ここで、次は何を勉強しようか？

P 22：ドアの面積を求めよとか。

P 23：そんなの簡単だよ。　〔右上P 24へ〕

P 24：点Pが通る線はどんなのかとか。

T　：ではP 24さんの意見も取り入れて。こんなのどうかな？〔次の(1)を板書した。〕

(1)　ドアが閉まった状態から、完全に開くまでに点Pが動く距離は？

P_{25}：距離を求めるのか。

P_{26}：でも、どんなバスもこういうふうにドアが開くのかなぁ？

T　：さて、まず点Ｐは、どんな線を描くのかな？P_{24}さんの問題だね。

P_{27}：曲線だよね。

P_{28}：えー。直線じゃないの。

P_{29}：だって、さっき教科書を閉じたときやったじゃん。おうぎ形っていうのかな。

P_{30}：先生。円の1/4 になると思います。

T　：P_{30}さんはどのように考えたのかな？

P_{31}：私は、ＡＰは考えずに、ＯＰだけが動くと考えました。

P_{32}：あっそうか。ＡＰは関係ないんだね。

P_{33}：気がつかなかった。

P_{34}：私は紙を折って考えたんだけど。

〔生徒の多くは先程と同様に、教科書を開いたり、紙を折ったり、腕をＯＰ、ＡＰに見立てて軌跡を考えていた。〕

T　：すると、P_{30}さんの考えでいいのかな？

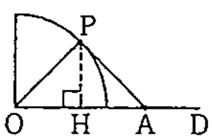
P_{35}：ほんとに円の1/4 になります。だから答えは、半径40　の円周の1/4 だから20π　です。

T　：みんな、わかりましたか。まだ時間があるね。では次は何をしようか。

P_{36}：おうぎ形の面積とか、そこの三角形の面積とかね。〔そこで、次の(2)を板書した。〕

(2)　図３のように、ドアが開くときにできる△ＯＡＰの面積が最大になるときの面積は？

P_{37}：いろいろな二等辺三角形になるけど。



P_{38}：ちょうど、おうぎ形の弧のまん中にきたときが最大じゃないですか？

P_{39}：正三角形になるときじゃない？

P_{40}：∠ＯＰＡが90° になるときだと思う。

T　：これらの考えについて、意見はないかな？

P_{41}：P_{38}さんとP_{40}さんのは同じです。どちらも△ＯＡＰが直角三角形のときです。

P_{42}：すると先生。答えは 800㎝²ですね。

T　：黒板で説明してください。〔P_{42}は右の図を描いて説明した。〕

P_{42}：底辺をＯＰとすれば∠ＯＰＡ＝90° ならばＡＰが高さになり、面積は 800㎝²で最大になります。

P_{43}：そうか。バスのステップの広さに関係あるね。

P_{44}：バスのドアが数学の問題になるなんて思わなかった。

P_{45}：都バスのまん中にある大きいドアはどうなってるんだろうね？

（以下、略。）

〔考察〕

バスのドアという生徒にとって身近な題材を用いて、その中から数学の問題を提示するという授業である。生徒に数学をみつけさせようと試みたが、結局、教師が問題を提示してしまったということで、問題点があると感じている。また、ここで使った数値は、実際にバスのドアを測って得たものではないので、前述の問題分類のＢに含まれる問題とは言いがたい。しかし、見慣れているバスのドアを思い出し、人の身長や横幅を考えて設定した数値を使っている点から、「社会的文脈における問題」とみることができるのではないかと考えた。

軌跡の問題は、図形の周を別の図形が回転していくといった、すでに数学化された純粋な数学の問題が多いが、日常社会に目を向ければこのような問題も考えられよう。ただし、はじめから数値を与え、(1)(2)を生徒に課したのであれば、疑似的な数学の問題であると捉えられる。課題提示の仕方や授業展開を工夫することにより、生徒の身のまわりの現実的場面での考察が可能になると思われる。また、P_{43}やP_{45}のように、数学を使って解決したことを、ふたたび現実の場面に戻して考えてみようという発言は、現実場面と数学の世界を関連づけて考察しようとする生徒の姿勢の現れであると考えられよう。

（2）生徒が問題の解決の必要性を感じ、これを実験を通して考察していく課題

すべての生徒が、課題に対して、また、その課題の解決に対して興味・関心を示し取り組んだという授業実践例はこれまでに多く報告されている[4)]。しかしながら、生徒が興味・関心を持ち、さらに、生徒がその問題の解決に必要性を感じられるような問題の開発は極めて難しいと思われる。

そこで、内容的にはすでに数学化されたものであるとも考えられ、また、生徒の必要感から生まれたものではないが、誰しも、「どのようになるのか？」と考え、その疑問を解決してみたくなるようなものとして、次のような題材を考え、これを課題とした。

〔課題2〕

○、×問題が、ア～カの6問ありました。もしも答えが全然わからなかったら、あなたはどうしますか？

共子さんは、あてずっぽで○、×を記入したそうです。さて、何問くらい正答となるでしょう。

・対象：本校（共立女子中学校）、2年生（女子48名）
・資料の整理の学習の一部として扱った。

相対度数の意味を理解し、実験を通してそのよさを感得させることをねらいとした。

授業の流れと生徒の感想を中心に記す。

以下、Tは教師の発問、Pは生徒の発言である。

T　：共立女子中学校の階段の数（段数）は、全部で536段である。これ、○、それとも、×？

P_1：そんなのわかんないよね。

P_2：でもうそっぽい。

T　：なるほど。ところで、こんな○、×問題ってよく試験なんかにでるけど、全然わからなかったらみんなどうする？

P_3：全部×にします。×にしとけば半分はあたります。

T　：そうか。空欄にしておく人はいないよね。

〔そこで、課題2が書かれたワークシートを配布した。〕

T　：今日は、あてずっぽで○、×を記入したら、何問くらい正答するだろうかってのを考えてみようと思うんだけど・・・。

P_4：そんなのわかるの？

P_5：やっぱ半分くらいじゃない。

T　：では、まず、予想してみよう。

（生徒の予想は表の通りである。

2問くらい正答するとの予想が半数だった。）

正答数	0	1	2	3	4	5	6	無答
人　数	1	3	25	17	1	0	0	1

〔その後の展開〕

その後、ワークシート（次頁に示す）にそって、次のような流れで授業を展開した。

1) まず、「ア〔○〕、イ〔×〕、ウ〔×〕、エ〔○〕、オ〔×〕、カ〔○〕」というように、各自、○、×を記入したものを①〜⑳まで20個つくる（以降、これを○×の問題とよぶ）。

2) 隣の生徒と向き合い、2人1組になって互いに①〜⑳までの○×を、それぞれア〜カまでを1組としてあてっこし、6つの内のいくつあたっていたかを正答数の欄に記入する。
（その正答数〔データ数20〕が、「私」のデータとなる。）

3) 集計表の「私」の欄に「私」のデータの度数を記入し、その相対度数を算出する。

4) ここで、反復試行の確率の考えから計算した値を、「先生の予想」として生徒に提示する。

5) 8人の班をつくり（「私の班」）、計160個のデータの度数の合計を記入し、その相対度数を算出して「先生の予想」と比較する。

6) 2つの班（「私の班」と「隣の班」）を合わせ、16人、計320個のデータの度数の合計を記入し、その相対度数を算出して「先生の予想」と比較する。

7) これらのデータをすべて持ち寄り（クラス全体）、48人、計960個のデータの度数の合計を記入し、その相対度数を算出して「先生の予想」と比較する。

8) 正答数がいくつの場合、最も相対度数が高いかを調べる。また、データを増やしていくと、相対度数がどのように変化していくかを調べる。

9) 3問正答するときのグラフを描き、相対度数の変化と「先生の予想」の関係をグラフから調べる。

10) わかったこと、および、今日の授業の感想を書く。

〔生徒の反応〕

まず、各自のデータが出そろい、相対度数を算出した段階で「先生の予想」と称して、計算から求めた確率を生徒に提示した〔4)〕。これに対する多くの生徒の反応は、「なんでそんなことがわかるのか？」というものだった。この段階で、確率を提示する必要はないとの考えもあろうが、中学2年の段階では何をやっているのかを明確にするために、データ数を増やすと相対度数が「先生の予想」に近づいていくことに目を向けさせる必要があると考えた。中学3年の統計的確率を実験から求めようという授業ではなく、統計的な処理を通して相対度数の意味やそのよさを実感させることを目的としたわけである。こうした授業から、生徒は『わかったこと』として次のように記していた。その一部を記す。

『わかったこと』

・ 相対度数は、データが増えるにつれて、先生が予想した数に近づいていく。不思議だ。（25人）

・ 正答数3問が最も多い。正答数0〜6についてグラフにすると山のような形になる。（5人）

・ 人数が多ければ多いほど、相対度数は正確になっていくようだ。（4人）

・ データの数が多いほど、相対度数の差がどんどん小さくなる。（4人）

・ 適当に○、×をつけても、3問くらいはあたるだろうということ。（3人）

・ こういう身近な問題から相対度数を出し、利用できること。（2人）

〔考察〕

記すまでもなく、この問題は高校1年数学Iの「確率」で扱われる反復試行の問題である。ここでは『${}_nC_r\ p^r q^{n-r}$』を使って計算によって確率を求めることから、筆者は、高校段階ではすでに数学化された題材であると捉えた。しかし、統計や統計的確率を学習する中学校段階では、実験から得られたデータで考えるので現実的な事象として扱うことができ、また、生徒が考えてみたい題材として位置づけることもできるのではないかと考えた。実験からの生のデータを累積して相対度数を求めていくことはよく授業で扱われるが、球を取り出したりサイコロをふるといった題材よりも、生徒の身のまわり

〔ワークシートと生徒の反応〕

2年 数学教材 資料の整理（相対度数）　　2年2組　番　氏名

○，×問題が，ア～カの6問ありました。もしも答えが全然わからなかったら，あなたはどうしますか？ 共子さんは，あてずっぽで○，×を記入したそうです。さて，何問くらい正答となるでしょう？

あなたの予想は？ 3 問くらいあたる。

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	正答数
①	○	×	○	×	×	○	1
②	×	×	○	○	×	○	3
③	○	×	×	○	○	×	3
④	×	○	○	○	×	×	3
⑤	○	×	×	×	○	×	5
⑥	×	×	×	○	×	×	1
⑦	○	○	×	×	○	○	3
⑧	○	×	○	×	○	×	4
⑨	×	×	○	○	○	○	3
⑩	○	○	○	×	×	×	4

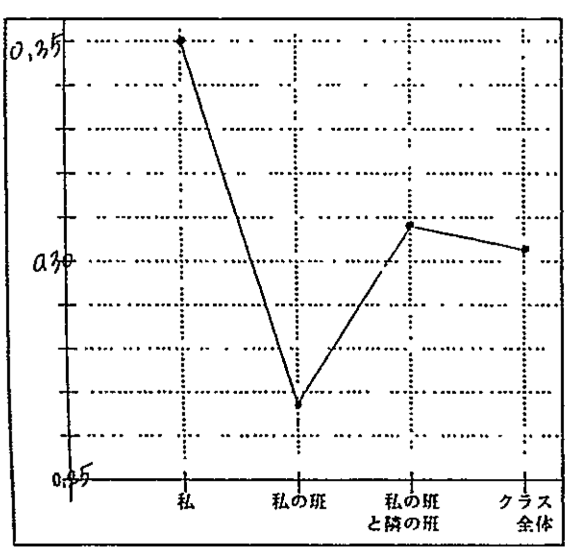
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	正答数
⑪	×	○	×	○	×	○	2
⑫	×	×	○	×	×	○	3
⑬	○	○	○	○	○	×	2
⑭	×	○	○	×	○	○	5
⑮	○	○	×	×	○	×	2
⑯	×	×	○	×	×	○	4
⑰	○	○	×	○	×	○	4
⑱	×	○	×	×	×	×	4
⑲	○	○	×	○	×	×	3
⑳	×	×	×	×	○	○	2

〔集計表〕

		正答数 0	正答数 1	正答数 2	正答数 3	正答数 4	正答数 5	正答数 6	合計
私	度数	0	2	4	7	5	2	0	20
	相対度数	0	0.25	0.3	0.35	0.1	0	0	1
私の班	度数	3	19	40	43	35	16	4	160
	相対度数	0.01875	0.11875	0.25	0.26875	0.21875	0.1	0.025	1
隣と私の班の班	度数	4	34	71	99	68	36	8	320
	相対度数	0.0125	0.10625	0.221875	0.309375	0.2125	0.1125	0.025	1
クラス全体	度数	17	99	208	291	218	100	27	960
	相対度数	0.018	0.103	0.217	0.303	0.227	0.104	0.028	1

先生の予想 ──→ （0.016） （0.014） （0.234） （0.313） （0.234） （0.094） （0.016）

3問正答するときのグラフ



わかったこと

私，私の班，私の班と隣の班，クラス全体は相対度数の差が小さくなっていくということ。

今日の授業の感想

資料もこんな見方があるなんて、びっくりしました。テストの時のあの○×問題の正答率が出るなんておもしろかった。グラフ 電たくも楽しかった。

の事象として捉えることができよう。また、生徒の感想の中には、次のようなものが多くみられた。

・数学の授業というと、かた苦しい雰囲気があったが、実験したりして今日はとっても楽しかった。
・数学は理論的なことばかりで生活とはかかわりのないものと思っていたが、身近なものに感じた。
・私たちのクラスだけでなく、他のクラスや学年全体でやってみたい。
・どれくらい答えがあうかということを、数字で表すことなんてできないと思っていたが、資料を増やすと、どんどん先生の予想に近づいていった。意外な感じがしておもしろかった。
・いつもこんな授業だったら、数学が好きになるのになぁと思った。

この授業を通して、数学に対する見方が変わった生徒もいたようだ。また、もっと多くのデータでやってみたいとか、別の題材でもやってみたいといった感想もあり、より深く、また、より発展的に考察したいという姿勢が多く見られた。

4. おわりに

生徒の身のまわりの事象を数学化する課題の中には、一見、身のまわりの事象であると思われても現実的な場面でなかったり、また、すでに数学化されているものもみられる。こうした課題は、生徒の興味・感心を高める上で有効であるが、これからはそれだけに止まらず、生徒の身のまわりの現実的な事象から、生徒が自ら数学を見いだしたり、発展的な考察態度を高めることを目指した問題の開発が必要であろう。本論での授業では、自分で問題を見いだすといった展開にはならなかったが、発展的に考察しようという意欲は高めることができたのではないかと考えている。

ところで、「社会的文脈における問題」を開発することは極めて難しいが、日常社会の現実的場面や他教科との関連にも視点を置き、生徒の必要感に迫る問題を開発していくことが筆者の今後の課題であると考えている。

〔参考文献〕

1）①中島健三，清水静海，瀬沼花子，長崎栄三：「算数の基礎学力をどうとらえるか ― 新世紀を生きる子どもたちのために ― 」東洋館出版，1995. 8. 234p.
②国立教育研究所：「小中学生の算数・数学，理科の成績 ― 第３回国際数学・理科教育調査国内中間報告書 ― 」東洋館出版，1996. 7. 299p.

2）久保良宏・久永靖史・松元新一郎・長崎栄三：「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」日本数学教育学会誌　第76巻７号．1994. pp. 36-40.

3）久永靖史・久保良宏・松元新一郎：「中学校数学科の課題学習に関する教科書の比較分析」日本数学教育学会誌総会特集号 1993.／共立女子中学校研究報告[18], 1993. pp. 63-79.

4）例えば、国宗進，相馬一彦：「関心・意欲を高める授業の創造①②」明治図書，など.

数学のよさを気づかせ
関心・意欲を高める授業の工夫

久永　靖史
共立女子中学校

要　約
わが国の数学教育の特徴の１つとして、諸外国と比較して、生徒の数学の社会的有用性の認識が低いことがあげられる。筆者は、社会的文脈を重視した数学の授業を行うことにより、数学のよさに気づかせることが重要であると考え、授業実践を行った。本稿では、数学のよさとは何かを考察した上で、「紙の大きさを調べよう」という実践例について述べる。この題材においては、授業後の生徒の感想などから、平方根が日常生活の中で利用されていることをを知り、数学の社会的有用性を実感した生徒が多くいることがわかった。このような学習経験を積み重ねることにより、生徒の数学に対する関心・意欲が高まっていくと考えられる。
キーワード：社会的有用性、社会的文脈、数学のよさ、関心・意欲

１．はじめに

数学嫌いが増えている要因の１つとして、認知面や技能面の学力ばかりを重視し、情意面の学力にあまり目を向けていないということが指摘されている。そのために、数学に対する興味が減退し、関心・意欲が欠如している生徒が少なくないと思われる。

そこで、生徒の数学に対する関心・意欲を高めるためには、数学のよさに気づかせることが１つの重要な視点になると考えた。生徒が、毎日学習している数学のよさに気づくことにより、数学の重要性に対する意識が新たになり、毎日の数学への学習に取り組む意欲が高まると考えたからである。

今回の学習指導要領の中学校数学科の目標は、「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理のしかたを習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる」[1] と示され、数学のよさが強調されている。その背景には、現実の指導が、知識の伝達や偏差値主義に偏っているとか，画一的硬直的であるなどの指摘に対する１つの対応策としての、自ら考え、自ら行動できる生徒の育成の重視がある。これは、知識や技能面の指導に偏らず、これから情意面の指導にもいっそう力を入れ、よさを強調していこうという姿勢の現れであると思われる。

ところで、「数学のよさ」(appreciate)と一言で言っても、その中身は多種多様である。筆者は、よさの一つである『数学の有用性・実用性』に焦点をあて、日常生活との関わりを重視して、数学のよさを気づかせる授業を行い、生徒が、「数学はおもしろい」「数学は身のまわりの問題の解決に役立つ」という経験をしていくことにより、数学を進んで学んでいく意欲・態度を培っていこうと考えた。

２．数学のよさとは何か

（１）学習指導要領にみられる数学のよさ

昭和26年(1951)『中学校・高等学校学習指導要領数学科編（試案）』[2] の中では，数学科の一般目標として次のようなことが述べられている。

　　ｉ．数学の有用性と美しさを知って、真理を愛し、これを求めていく態度を養う。

ii. 労力や時間などを節約したり活用したりする上に、数学が果たしている役割の大きいことを知り、これを勤労に生かしていく態度を養う。

iii. 自主的に考えたり行ったりする上に、数学が果たしている役割の大きいことを知り、数学を用いて自主的に考えたり行ったりする態度を養う。

iv. 数量的な処理によって、自分の行為や思考をいっそう正確に、的確に、しかも能率をあげるようにする能力を養う。

v. 自分の行為や思考をいっそう正確に、的確に、しかも能率をあげるようにすることが、どんなに重要なものであるかを知り、これを日常生活に生かしていく習慣を養う。

この頃の教育課程が生活重視の単元学習の時代であることを考えに入れても、当時の数学教育の目標からして、日常生活との関わりから数学のよさを強調していたことがわかる。

その後、昭和33年(1958)の『中学校学習指導要領』[3]においても、その目標の１つに「数学が生活に役立つことや、数学と科学・技術との関係などを知らせ、数学を積極的に活用する態度を養う」というものがあり、数学のよさにふれている。しかし、昭和44年(1969)、昭和52年(1977)の学習指導要領[4) 5)]においては、そのような表現は見られなくなる。そして，今回平成元年(1989)の学習指導要領において、はじめにのなかでも述べたように、「・・・数学の見方や考え方のよさを知り，・・・」という形で、再び数学のよさが強調されている。

（２）数学教育の目標と数学のよさ[6)]

数学教育の目標という視点からみた数学のよさとは、数学の学習指導を通して生徒が見い出し身につけるべき教育的価値や意義にあたるものである。例えば、次のようなものが考えられる。

i. 学習場面や実際の生活場面で活用されて役に立つもの。

ii. 考え方の訓練や知識・技能の習得や、主体的な学び方を身につけるのに役立つもの。

iii. 数学が社会の進歩発展に貢献していることがわかり、個人にとっても数学のよさや重要性や美しさが感得できるもの。

iv. 数学がコミュニティーにおいての種々の表現や伝達を円滑に進めるのに役立つもの。

（３）数学の特性と数学のよさ[6)]

学問としての数学の特性（抽象性・形式性・論理性など）のなかにも、数学のよさが内蔵されている。そのよさは、当然、数学教育の目標とも関連している。例えば、次のようなものをあげることができる。

- 簡潔さ（簡潔性）、単純さ（単純性）
- 明瞭さ（明瞭性）、明確さ（明確性）
- 的確さ（的確性）、正確さ（正確性）、精密さ（精密性）
- 合理性、合目的性
- 能率性、効率性、手ぎわよさ
- 美しさ（審美性）
- 実用性、有用性、応用性
- 整合性、首尾一貫性
- 発展性（分析，一般化、拡張、統合、不可能の解決）、自由性

（４）学習指導と数学のよさ

日々の授業において、教師の側からの一方的な教え込みに終始するのではなく、生徒が主体的に学習

に取り組んでいこうとする意欲・態度の育成が重要であることは言うまでもない。このように，数学の学習指導を通して生徒の「数学を創る力」を育てるためには、様々な指導場面のそれぞれのねらいに応じて、生徒に数学を学習することの「よさ」を感得させ、数学を創り上げる素晴らしさを体験させる必要がある[7]。

数学のよさの指導として、数学の有用性・実用性は、理性では認めさせられても実感として感じさせるのは困難であるから、数学そのものの中に数学のよさを感じさせる指導が大切である[8]という見方がある。一方では、算数のよさは、あまりにも生活にとけこみ、日常化されているため、意識しなくなったり、忘れてしまったり、気づかなかったりするものもあるので、そういう「よさ」を浮きぼりにし、意識の下におくための指導が必要である[9]という見方もある。筆者は、数学のよさのなかにも、生活にとけこみ日常化されているものが少なくないと考えている。

このように、数学のよさは多種多様であり、その指導についてもいろいろな見方がある。しかし、数学そのものが数学のよさの集合体であることを考えれば、そのよさは種々の場面で見い出すことのできるものである。そういう意味で、生徒に数学のよさをわからせるように指導するということは、数学教育の本来の姿を実現することに他ならないのである。したがって、日々の数学の授業を通して、数学のよさを教育的価値や教育的意義として、生徒に感得させ味わわせるように指導していかなければならない。ところが、現実には様々な弊害により、生徒が数学のよさに気づくような場面は少ないと思われる。

（5）社会的文脈と数学のよさ

第２回国際数学教育調査[10] からは、次のことが明らかになっている。

ⅰ．子どもたちは、数学をあまり好きではない。

ⅱ．子どもたちは、数学と社会とはあまり関係がないと思っている。

また、国立教育研究所基礎学力調査[11] からは、次のことが明らかになっている。

ⅲ．子どもたちは、数学の学習が、問題を解くことが中心だと感じている。

ⅳ．子どもたちは、問題を解いたらそれで終わりとしてさらに発展させていこうという意識がない。

このような現状は、わが国においては社会的文脈における数学教育が欠けていることの反映と考えられる。一方では、教師、保護者ともに、数学の日常生活における必要性を強く感じ、その上に立って算数・数学教育では、社会における数学の有用性を知らせることが重要であるという調査結果[12]がでている。

そこで、数学の意味を理解し、実世界の問題を数学の言葉に直す手法や、学んだ数学をそれらの問題に適用する手法を身につけ、数学の社会における役割を理解するといった社会的文脈を重視した数学の授業を行うことにより、数学のよさに気づかせることが重要になってきている。

３．数学のよさを気づかせる授業の例

筆者は、数学のよさのうち、特に『数学の有用性・実用性』に焦点をあてた。これまでの研究において、日常社会の実際的な問題に対して、多くの生徒が高い関心を示すことが明らかになっている[13] ので、日常生活との関わりを重視した授業を行うことにより、多くの生徒が、「数学はおもしろい」「数学は身のまわりの問題の解決に役立つ」という数学のよさに気づき、そのような経験を積み重ねることによって、数学の重要性を認識し、数学を進んで学んでいこうとする意欲が高まると考えた。

実践例『紙の大きさを調べよう』

（1）単元及び時期　　平方根の学習終了時

（2）題材について

平方根の学習において、生徒たちは無理数の存在を認め、数の範囲を拡張し、有理数・無理数についての理解を深めるとともに、それらを含む式の計算ができるようになる。これらの内容は、二次方程式や三平方の定理などにつながっていく重要なものである。しかし，日常生活においては、無理数が活用されている場面や、利用されている部分は気がつきにくい。そのため、生徒にとっては、学習の目的・意義をつかみにくい単元でもある。

そこで、本題材では、日常生活においてなくてはならない「紙」に着目し、その大きさの中に無理数が潜んでいることを発見し、身近なところで数学が利用されていることを知ることにより、数学のよさ（有用性）に気づかせようと考えた。

（3）実際の授業

i．対　象　本校（共立女子中学校）3年8組　女子47名

ii．日　時　1996年6月13日　第2時限（1時間扱い）

iii．準備するもの

身のまわりにあるいろいろな紙（長方形）、定規（長いもの）、電卓、ワークシート

iv．授業の流れ（以下Tは教師の発問、Pは生徒の発言である。）

T_1：今日は紙について調べてみようと思います。いろいろな紙を持ってきてくれましたか？
（生徒は各自持ってきた紙を出し、友達と見せ合ったりして、楽しそうである。）

T_2：大きさはいろいろですが、似ているところはありませんか？

P_1：長方形です。

T_3：それはそうだけど、長方形の紙を持ってくるように言ったんだから当たり前でしょう。
他に似ているところはありませんか？

P_2：形が似ています。

T_4：そうだね．大きさはちがうけど、形が同じものを何ていうんだっけ？

P_3：相似。

T_5：それでは、本当に相似かどうか調べてみましょう。
（ワークシートを配布し、簡単に説明する。）

T_6：定規で縦横の長さを測って、プリントに記入していって下さい。
（10分程時間をとり、各自作業をする。最初に、教科書・ノート・B4のプリントを測り、あとは、各自自由に選んで測るように指示した。こういう単純作業を好む生徒が多いようで、いろいろなものをどんどん測っていた。中には、紙でないものまで測っている生徒もいた。）

T_7：そろそろ作業をやめて下さい。では、結果を発表してもらいます。
（指名して、結果を板書していく。→表－1）

表1　身のまわりの紙の縦横の長さの測定結果

	名　称	短い方（cm）	長い方（cm）
1	教科書	１４．８	２１．０
2	ノート	１７．１	２５．１
3	このプリント	２５．７	３６．４
4	生徒手帳	７．８	１２．４
5	身分証明書	６．３	８．６
6	定期券	５．７	８．５
7	時刻表	９．６	１３．０
8	スーパーの広告	４８．７	８１．５

T_8：いろいろ出てきましたね．さて、表の数値を見て、何か気がつくことはありませんか？

P_4：（反応なし）

T_9：表には、もう一つ欄をつくっておきました。何かを書き込んでいきたいんだけど、どうしましょうか？

P_5：比をとればいいと思います。

T_{10}：そうだね。比をとって比べれば、相似かどうかわかってきますね。それでは、さっそく計算してみてください。（長い方）÷（短い方）を電卓で計算して、表に記入していってください。

（5分程時間をとる。結果をきいて、板書していく。→表－2）

表2　身のまわりの紙の縦横の長さの比

	名　称	短い方（cm）	長い方（cm）	（長い方）÷（短い方）
1	教科書	１４．８	２１．０	１．４１９
2	ノート	１７．１	２５．１	１．４０４
3	このプリント	２５．７	３６．４	１．４１６
4	生徒手帳	７．８	１２．４	１．５９０
5	身分証明書	６．３	８．６	１．４１３
6	定期券	５．７	８．５	１．４９１
7	時刻表	９．６	１３．０	１．３５４
8	スーパーの広告	４８．７	８１．５	１．６７４

T_{11}：さて、この数値を見て、何か気がつくことはありませんか？

P_6：同じくらいの値が多いみたいです。

T_{12}：ということは？

P_7：だいたい相似な紙が多いということかな。

T_{13}：黒板に書いてあるのは、同じくらいの値が多いですが、もっと大きな値のものはありませんか？

P_8：「2」です。

T_{14}：何を測ったのですか？

P_9 ：図書券です。

T_{15}：みんなに見せてください。なるほど、だいぶ細長いですね。他にはありませんか？

P_{10}：「3.148 」です。

T_{16}：何を測ったのですか？

P_{11}：新星堂（レコード店）の会員証です。

T_{17}：それは、どんなものですか。みんなに見せてください。

（他にもいくつかあって、同じようなやりとりをした。）

T_{18}：いろいろあるようですが、数が多いのは、どれくらいの値ですか？

P_{12}： 1.4くらいのものが多いみたいです。

T_{19}： 1.4くらいで、ちょっと中途半端な値だけど、なんでこんな値なんだろう？

P_{13}：（反応なし）

T_{20}：最近勉強したもので、こんな値のものがありませんでしたか？

P_{14}：（反応なし）

T_{21}：$\sqrt{2}$って、これぐらいの値だったんじゃないかな。

P_{15}：あっ、そうか。言われてみれば、そうです。

T_{22}：それでは、ちょっと別の見方をして、紙を折ったり、重ねたりして、気がつくことはありませんか？

P_{16}：折ったときに、元の紙と相似になるものがあります。

T_{23}：折ったときに、元の紙と相似になる紙の縦横の比を計算で求めて見ましょう。

（計算で、$\sqrt{2}$を求めたところで、チャイム。）

T_{24}：今日の授業で、わかったことや疑問な点を書いてください。

（4）考察

生徒は、いろいろな紙の大きさをとても熱心に測っていた。そして、とても楽しそうであった。実際、生徒の感想をみると、「楽しかった」「おもしろかった」と書いているものが多かった。また、「身のまわりに平方根があるのを知って驚いた」とか、「実際に測ったりしてわかりやすかった」という感想もあり、意外性や操作活動のよさがあったと考えられる。

しかし、測った結果について考察する段階では、いろいろな意見がでなかった。これは、測ったり計算したりすることに多くの時間をとってしまい、考える時間が少なくなってしまったためであろう。また、1時間でまとめようとするあまり，指導者が誘導しすぎてじまったせいでもあると思われる。生徒の「疑問点」をみると、

・どうして、1：$\sqrt{2}$　になっている紙が多いのか？

というものが多かった。時間があれば、授業の中でそういう疑問をとりあげ、みんなで考えていくことで、理解が深まり、さらに数学のよさが実感できると思われる。

また、生徒の「わかったこと」をみると、

・1：$\sqrt{2}$　になっている紙が多い

・身のまわりにも平方根が利用されている

などが多く、生徒の心の中で、日常生活と数学がむすびつき、数学のよさに気がついたようである。この授業を、筆者は平方根の学習終了時に実施したが、平方根の導入として扱うことも可能である。

４．まとめと今後の課題

わが国の数学教育の特徴の１つとして諸外国と比較して、生徒の数学の社会的有用性の意識が低いことがあげられている[10]。

そこで筆者は、数学のよさのうち、特に『有用性・実用性』に焦点をあて、生徒がそれらに気がつくような課題を開発し、指導法を工夫して授業を行った。その結果わかってきたことは、次のようなことである。

（1）課題を開発することの難しさ

日常生活における興味ある問題は、えてして、高度な数学を必要とすることが多い。つまり，学習する数学の内容を前提とした日常生活における問題を探すのはたやすいことではない。このことは、教師の学習経験にも根差していると考えられる。私たち自身が実社会における数学をあまり学んでいないのであるから、そのような問題を探すのは容易ではないのである。しかしながら、数学以外のことにも何でも興味をもち、日々生活することで、そのような問題を掘り起こし、課題を開発する努力をする必要がある。

（2）いくつかの制約要因

興味ある課題を開発できても、それを実際に授業で使おうとする場合、その準備に要する時間および授業時間の確保には苦労する。

また、最近の生徒は、物事に無気力・無関心であり、自主性の乏しい指示待ち型、依存型になっている。そして、自分から積極的に学習したことを生活に活かしていこうとしない傾向がある。

さらに、入学試験問題の影響もある。入試となれば、出題されるのは大部分が記憶再生型の問題なので，その種の問題をがっちり勉強した者の方が有利になる．そのため，学校における指導も知識や技能の記憶や注入に走ってしまうという図式もある。したがって、筆者は，入試問題においても，情意面も含めた学力を適切に評価することが必要であると考えている[15]。

（3）数学のよさを気づかせることの重要性

授業実践における、授業中の生徒の様子や授業後の生徒の感想などからわかるように、生徒は日常生活と関わりのある題材には積極的に取り組んだ。そして、発問を工夫したり、操作活動を取り入れたりすることにより、楽しく学習することができた．初めは、その題材と数学との関わりが分からなくても、授業を通してそのことを感じたり理解したりし、数学の有用性に気づいた生徒が多かった。また、「他にも・・・」というように数学を進んで学んでいこうとする意欲につながった生徒もいた。このような学習経験を積み重ねていくことにより、生徒の数学に対する関心・意欲はさらに高まっていくと考えられる。

したがって、(1)、(2)に述べたような困難や制約はあるが、数学のよさ、特に社会的有用性に気づかせるような授業の構築が、私たち数学の教師に課せられた重要な使命なのである。

付記：本稿は、平成８年度日本数学教育学会長崎大会において発表した「数学のよさを気づかせる授業 ― 日常生活との関わりを重視して ― 」を加除修正したものである。

〔参考文献〕

1)文部省：「中学校学習指導要領」大蔵省印刷局，1989. p.37.

2)文部省：「中学校・高等学校学習指導要領数学科編（試案）」中部図書，1951. pp. 1-2.
3)文部省：「中学校学習指導要領」大蔵省印刷局，1958. p. 51.
4)文部省：「中学校学習指導要領」文部省，1969. p. 57.
5)文部省：「中学校学習指導要領」ぎょうせい，1977. p. 37.
6)平岡忠：「算数・数学のよさの鑑賞」『新・算数指導実例講座』金子書房，1991. pp. 119-148.
7)古藤怜：「算数・数学科における Do Mathの指導」東洋館，1992. pp. 10-12.
8)半田進：「考えさせる授業と数学の美しさ」明治図書，数学教育No. 434, 1994. pp. 5-12.
9)柳瀬修：「算数のよさを追求する子どもたち」東洋館，1990. pp. 13-28.
10)国立教育研究所：「数学教育の国際比較－第２回国際教育調査最終報告－』第一法規，1991. 216p.
11)国立教育研究所：特別研究「基礎学力」調査報告書第二次報告書，1993. pp. 17-20.
12)森園子・長崎栄三・瀬沼花子：「数学教育に対する保護者と教師の意識に関する研究」日本科学教育学会年会論文集，1996. 7.
13)①久保良宏・久永靖史・松元新一郎・長崎栄三：「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」日本数学教育学会誌数学教育，第76巻７号，pp. 36-40.
②久永靖史・久保良宏・松元新一郎：「中学校数学科の課題学習に関する教科書の比較分析」共立女子中学校研究報告[18], 1993. pp. 63-79.（平成５年度日本数学教育学会滋賀大会にて発表）
14)久保良宏・藤澤由美子・三澤葉子：「数学科の指導における発問の工夫」東京私学教育研究所数学科研修集録，1995. pp. 49-70.
15)①久保良宏・久永靖史・松元新一郎：「適切な学力評価を目指した中学校算数入試問題のあり方（本校入試問題（算数）を例に）」共立女子中学校研究報告[17], 1992. pp. 13-48.（平成４年度日本数学教育学会神奈川大会にて発表）
②久永靖史・久保良宏・藤澤由美子・山本知子：「適切な学力評価を目指した入試問題（算数）のあり方その２ ― 本校の問題分析 ― 」共立女子中学校研究報告[20], 1995. pp. 47-76.（平成７年度日本数学教育学会東京大会にて発表）

生徒の身のまわりの事象を授業で
－『メガホンを作ろう』－

藤澤　由美子
共立女子中学校

要　約
社会的文脈における課題の開発の１つの視点は、生徒の身のまわりにある事象の中から数学を見つけ、数学の有用性を感得できるものであることと考えた。そこで、来学期のはじめに予定されている運動会にそなえ、応援用のメガホンを作るという課題を生徒に提示し、授業を実践した。市販されているメガホンには目的により様々な形があるが、応援用のメガホンとして適しているシンプルなものを見本に、全く同じ広がり方のものを作ることになった。生徒達は、投影図をもとに自分で必要な長さを測ったり、展開図を予想したりと、試行錯誤を繰り返しながら、積極的に数学を見つけ、これを活用し操作的活動を通して問題を解決していた。このような活動を通し、生徒達は数学の有用性を実感できたようである。生徒の身のまわりの事象を授業で扱うことは有効であるといえよう。
キーワード：身のまわりの事象、課題の開発、数学の有用性、授業実践、操作的活動

１．授業のねらい

生徒の身のまわりには、数学を利用したものがあふれている。しかし、そのことを生徒自身が気づくことはあまりないと思われる。そこで、本題材では、ふだん何気なく目にしている『メガホン』を作ることを通して、そこには数学があること、そして数学の有用性に気づかせることを目的とした。

２．授業実践

（１）　対象　本校中学１年７組　女子48名
（２）　時期　文字の式の式の計算の学習終了時（関係を表す式の前）
（３）　日時　平成８年６月19日　第４時限　（第１時／ 2.5時間扱い）
（４）　準備するもの　市販のメガホン３種類、メガホンの投影図、定規、分度器、コンパス、はさみ、のり、セロテープ、ひも、わら半紙、厚紙、ワークシート
（５）　授業の流れ（以下、Ｔは教師の発問、Ｐは生徒の発言である）

T_1：きょうは、みんなで、『メガホン』を作ろうと思います。
P_1：『メガホン』って野球の応援なんかで使うやつでしょ。
P_2：先生まさかもう運動会のことを考えてるの。
T_2：実は、そうなんです。今日は、みんなに道具を持ってくるように言っておいたよね。そこでワークシートに設計図をかいてもらうことにしようと思います。
P_3：先生、どんな『メガホン』でもいいのですか。
T_3：『メガホン』ってそんなに色々と種類があるの？ワークシートにかいてみてみよう。
〔生徒は、それぞれワークシートに図をかく〕
T_4：どんなのがかけたかな。発表してみて下さい。

P_4 ：小学校の体育の先生は、黄色くて、こんな形のをもっていました。

P_5 ：お兄ちゃんの持ってるのは、二つに分かれています。

P_6 ：私は、ペットボトルみたいな形のを見たことがあります。

T_5 ：ほんとに、いろいろ知っているんだね。

〔そこで、用意した市販の珍しい形の『メガホン』をみせ、生徒に自由に話をさせる〕

T_6 ：ところで、どの『メガホン』が一番いい？

P_7 ：ペットボトルみたいな形のは何となくおしゃれだし、かっこいいと思うけど、声が届く範囲が狭い気がします。

P_8 ：野球の応援で使うなら、２つに分かれていて、音も出せるほうがいいと思います。

P_9 ：２つに分かれている『メガホン』は声の届く範囲が右と左で真ん中は効果なしです。

P_{10}：でも、『メガホン』は声を遠くまで届かせるのが目的だから、きっと体育の先生が持っていたようなのが、一番理想的な形だと思います。

P_{11}：一度くびれて、また広がってる方が、音を一度集めている感じで良さそうです。

T_7 ：なるほどね。目的によってどれが良いかは違うのですね。

では、今日は、運動会で使うから、声を遠くまで届かせるためのシンプルな『メガホン』の作り方を考えよう。どんな『メガホン』か分かるかな。ワークシートにかいてごらん。

〔生徒は、円すい台の形をした自分のイメージするメガホンをかくが、広がり方は様々である〕

P_{12}：先生、シンプルな『メガホン』にもいろいろあります。

T_8 ：そうですか。友達のと比べてみてください。どんな違いがありますか。

P_{13}：全体の大きさとか、声が出る部分の円の面積とか・・・。

P_{14}：先生、私のにはひもが付いています。首に掛けられて便利です。

T_9 ：なるほどね。他にはないかな。

P_{15}：『メガホン』の広がり方が違います。

T_{10}：広がり方ね。みんな自分の『メガホン』の広がり方を体で表現してごらん。

〔生徒は、腕の広げ方で違いを表現している。中には、極端に広がったものもあった〕

T_{11}：では、理想的な『メガホン』はどんな広がり具合かな。

P_{16}：あんまり広がりすぎていると、意味がないと思います。

P_{17}：広がっていないとただの筒になっちゃて、『メガホン』とはいえません。

T_{12}：そうですね。『メガホン』は広がり具合が重要なんですね。先生は、『メガホン』の専門家ではないので詳しいことは分かりませんが、みんながかいてくれたようなシンプルな『メガホン』を１つ持ってきました。この『メガホン』は実際に売られているものだから、きっとちょうどいい広がり方かもしれませんね。これと同じ『メガホン』を作ることはできないかな。

P_{18}：長さとかを測ればできると思います。

T_{13}：でも、『メガホン』１つしかないから、どこを測れば『メガホン』が作れそうか、ワークシトにメモしてごらん。

T_{14}：かけたかな。何処が知りたいですか。

P_{19}：メガホンの開いているところの長さ。

P_{20}：開いているところの角度。

P_{21}：大きく開いている所の円の直径と小さく開いている所の円の直径。

T_{15}：他にはありませんか。ところで開いているところの角度ってどうやって測るの？

P_{22}：まずは円すいで考えればいいと思います。それで、真横から見たときのとんがった部分の角

度をはかればいいと思います。

T_{16}：測りにくいですね。

P_{23}：先生、その『メガホン』を真っ二つに切って、その切り口を利用すれば、いいと思います。

P_{24}：切ったり、つぶしたりしていいなら、展開図は簡単だと思います。

T_{17}：そうですね。それができれば、苦労はないですね。

P_{25}：先生、影みたいにして、それを測ればいいと思います。

T_{18}：では、メガホンがなくても、影が分かれば、いろいろな長さや角度が測れますか。

〔『メガホン』の影の形に切り抜いた画用紙を黒板に貼る〕

P_{26}：何とかなりそうな気がします。

T_{19}：それでは、『メガホン』を１つずつ配る代わりに、『メガホン』の影のプリントを１枚ずつ配ります。自由に知りたい長さや角の大きさを測って、メガホンの展開図をかく方法を考えてみよう。それから、このわら半紙は実験用に自由に使っていいですよ。勿論、切っても構いません。たりなければ、もらいにきてください。

〔残り時間30分を作業の時間とし、投影図からわかったこと、考えたこと、調べたことなどはすべてワークシートに記入するよう指示をし、自由に取り組ませた。何をしたらいいのか分からない生徒もいたので、様子をみて、「さいころの展開図はどんなのか」、「台形を切り取り、まるめてみると、どんな立体になるか」、「メガホンに似た立体を知らないか」といった３つのことを話しかけた〕

T_{20}：あと５分でチャイムがなっちゃうけど、どうですか。

P_{27}：先生、あとちょっとでできそうなのに・・・。

P_{28}：こんな私でも、もうすぐ完成です。

T_{21}：時間さえあれば、できそうだって思う人は手をあげて下さい。

〔約1/3の手が元気に上がった〕

T_{22}：では，駄目そうな人は・・・。

〔これも、約1/3の手が上がった〕

P_{29}：先生。私は、いろいろと測るところまでは順調だったけど、結局何をしてるか分からなくなっちゃいました。あっという間に時間は経っちゃったし・・・。

T_{23}：それでは、全員、分かったことを途中まででもいいから、かいておいて下さい。それから今日の授業の感想もね。

P_{30}：先生、展開図の作り方は教えてくれるのですか。

T_{24}：知りたいですか。

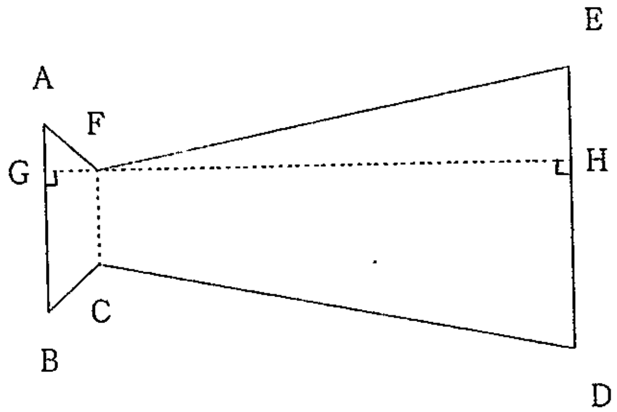
P_{31}：せっかく、考えはじめたから、どうやるのか気になるから・・・。

T_{25}：次の時間にたねあかしをしようかな？

〔チャイム〕

（6）生徒の反応

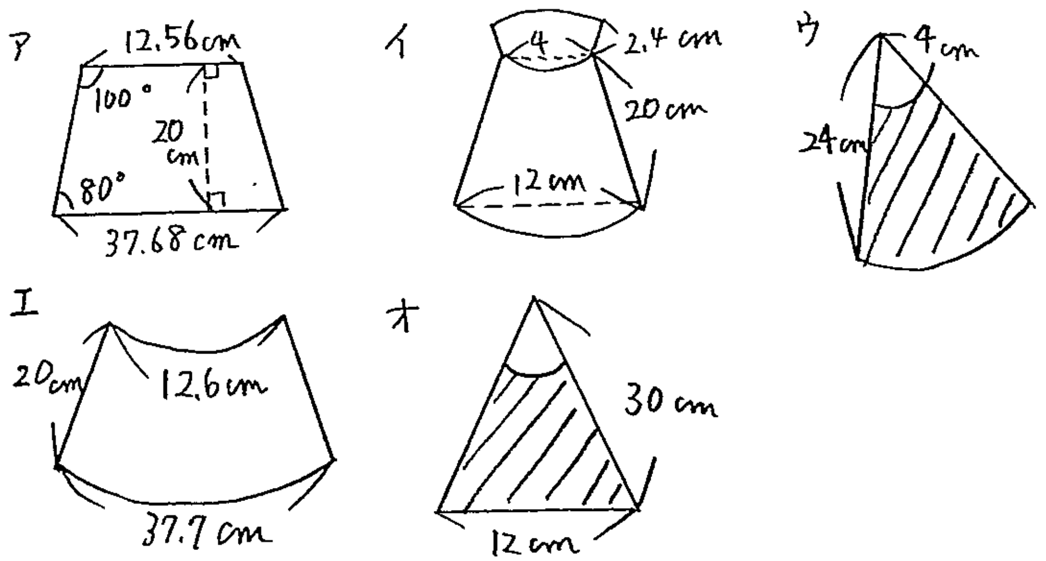
① メガホンの投影図で測った長さや角度の人数



AB	＝ 6	38人
FC	＝ 4	33人
ED	＝ 12	45人
AF	＝ 2.4	28人
FE	＝ 20	41人
GF	＝ 2.2	11人
FH	＝19.8	12人
∠A	＝ 65°	5人
∠E	＝ 80°	8人
∠AFC	＝ 115°	4人
∠EFC	＝ 100°	5人

延長線を利用　　4人

② 展開図の例



③ 授業の感想

授業後の感想は、おおむね、「楽しい・面白い・分かった」、「意欲的」、「驚き・発見」、「難しい・できない・分からなかった」の4つに分類できたが、具体的には次の通りである。

〔楽しい・面白い・分かった〕

・よく分からなかったけど楽しかった。
・楽しかったけど，すごく疲れた。
・今までとは違い、自分で測ったりして考えたので楽しかった。
・今日はいつもよりさんざん考えさせられたけど、面白かったです。
・もう少しでできそうだ。ウズウズしていた。楽しかった。
・面白かった。次の時間のたねあかしが楽しみです。こういう授業もいいと思う。
・日常見慣れてるメガホンでも、結構悩んでしまった。皆の作り方がみられて、楽しかった。
・わら半紙で作ったのは寸法が合わなくて困ってしまった。見た時は難しそうだったけれど案外簡単だった。
・楽しい。図形は好きなほうなのでもっとやってほしい。

・はじめはすっかり図形のことを忘れてしまって失敗したけど、後から気がついてよかった。ちょっと悔しいです。
・だんだん考えがからまってかたむすびができそうだけど、円錐台の母線をのばして、中心角を考えたら分かった。

〔意欲的〕

・自分なりに一所懸命考えたけど・・・家で再挑戦したい。
・できなかったけど、家でもう一度やればできるかなー。
・はやくたねあかしをしてほしい。自分で何をつくっているか分からなくなってしまったが楽しかった。
・測った長さをどう利用するのか良く分からなかったが、でもなかなかはまっちゃうかも…。
・地道にやれば、こんな私でも何とかできるんだ。
・悩み中。円すいの展開図の角度の計算につっかかっている。

〔驚き・発見〕

・単純だと思ったけれどそうは上手くいかなかった。でも自分で調べたりて楽しかった。
・分かっているつもりで、実際やってみて分からないことがあった。でも、結構楽しかった。
・メガホンがこんなに複雑だとは思わなかった。
・単純なことのようでとても複雑だった。
・最初のうちは簡単そうだったけど、案外難しかった。
・誰でも作れそうなのに難しかった。
・最初は簡単かなと思ってたけれどややこしい。メガホン１つでも難しいという感じ。
・思ったよりも難しくて驚いた。あと少しで完成だ。
・思いっきり悩んでしまった。たかがメガホンで・・・あはは。
・身近にあったものだったのに実際やってみるとよく分からなかった。
・なんとなく分かったのだけれど、そのあとがなかなか続かなかった。
・展開図の予想を書いたが違った。いくらやってもあわない。たすけてー。
・台形みたいな物をかいてみたが・・・駄目だった。
・最初、展開図は台形だと思ったけど、試したら違った。
・メガホンのもとは円すいだと頭で分かっていてもなかなか出来なかった。
・メガホンは円錐から小さい円錐を切ってできていると知り驚いた。

〔難しい・できない・分からなかった〕

・なんか、よく分からなかった。
・意味がさっぱり分からないです。あー頭が痛い。
・何をどう使っていいのか分からず、取り残された気分だ。
・長さを測ったものの全然分からなかった。
・長さを測ってたら「あれ、なんでこんなとこ測っているの」って感じになってしまった。
・なんだか、どうやって数を使えばよいのか分からずに終わってしまった。
・計算などいろいろやってみたが、なかなかできない。
・難しかった。角度の求め方がよくわからなかった。たしか、母線分の半径だと思ったんだがあやふやになってしまった。
・自分で作ってみたけど、なかなかできなかった。難しい。

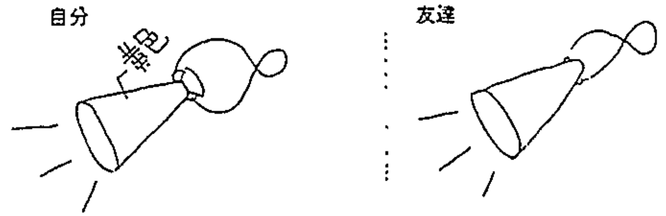
『メガホン』の設計図を書こう

★「メガホン」の図を書いてみよう．図で表現できないことは説明を書き足そう．

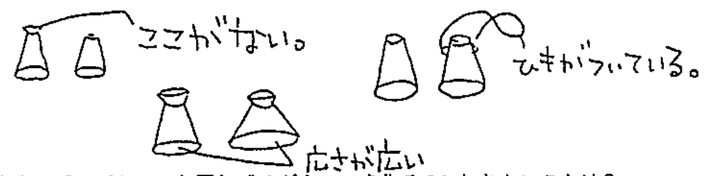
★シンプルな「メガホン」はどんな形？
友達が書いた「メガホン」と自分の書いた「メガホン」を比較して分かることは？

自分

友達



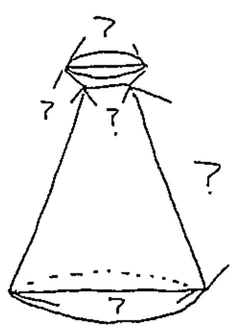
〔比較して分かったこと〕



★先生の「メガホン」と同じ「メガホン」を作るのに知りたいことは？

ひらいている所の長径
くびれている所の長径
くびれている所までの長さ．

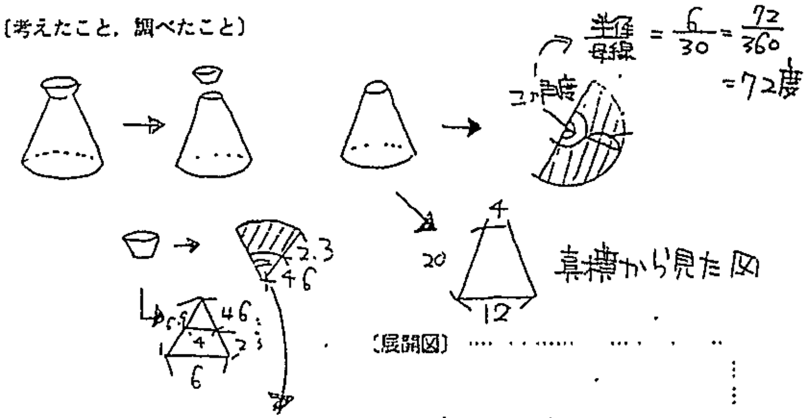
直



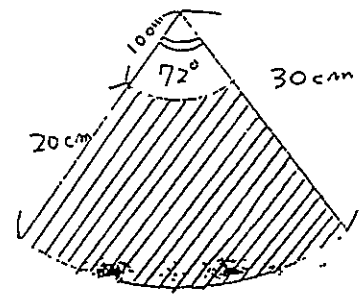
資料

★先生の「メガホン」と同じ「メガホン」を作るための，展開図は？
「メガホン」の展開図ができるまで考えたこと，調べたことなどをかきとめておこう．

〔考えたこと，調べたこと〕



〔展開図〕



必要な長さや大きさを書き込むこと

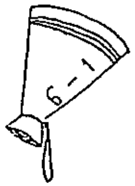
★今日の授業の感想コーナー

楽しい。図形は好きな方なので もっとやってほしい。

1年 7組 [redacted] 番 氏名 [redacted]

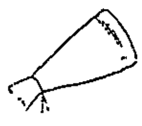
『メガホン』の設計図を書こう

★『メガホン』の図を書いてみよう．図で表現できないことは説明を書き足そう．



★シンプルな『メガホン』はどんな形？
友達が書いた『メガホン』と自分の書いた『メガホン』を比較して分かることは？

自分



友達

〔比較して分かったこと〕

3.14
× 11.9
2826
314
314
37.366

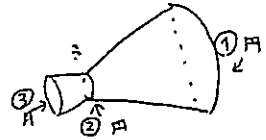
★先生の『メガホン』と同じ『メガホン』を作るのに知りたいことは？

円の
口の所の直径
へこんでいる まわりの長さ
大きい ここ の 円の直径

ここの長さ
ここの長さ

★先生の『メガホン』と同じ『メガホン』を作るための，展開図は？
「メガホン」の展開図ができるまで考えたこと，調べたことなどをかきとめておこう．

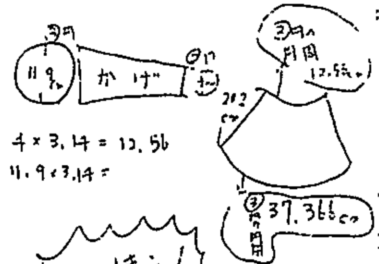
〔考えたこと，調べたこと〕



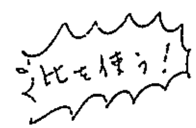
← こんなのを丸めて作ってみたけど、だめだった。

これを丸めて作ってみたけど、だめだった。→

← これを丸めて作ったら O・K だった。



4 × 3.14 = 12.56
11.9 × 3.14 =



〔展開図〕

必要な長さや大きさを書き込むこと

★今日の授業の感想コーナー

あともう少しだったのに時間がなくなってしまい 残念。
でも、思ったより、メガホンの作り方がむずかしかったので おどろいた。

1年 7組 [redacted] 番 氏名 [redacted]

３．まとめ

中学１年生が、どれだけ『メガホン』に興味を持ち、作ってみたいと感じるか予想がつかなかったが予想以上の反応があった。授業では、日常生活の中での『メガホン』の役割にも目を向け、目的によって形や大きさが異なること、そして『メガホン』の広がり方によって、声の届き方が変わってくることにも話がおよんだ。実際に、展開図をつくる段階では、見本の『メガホン』と同じ広がり方の『メガホン』を作るには投影図を利用すればよいという案がでたが、どの部分を測ればよいか見当がつかず、手当たり次第にいろいろな長さや角の大きさを測る生徒もいた。また、展開図はおうぎ形がもとになっているという発想が浮かばず、台形を作ってこれをまるめてみてはじめてうまくいかないと実感した生徒もいた。しかし、おうぎ形に気づいた生徒は、必要な長さを使って中心角を求めることができた。意外だったことは、必要な長さを比で考えた生徒が多かったことである。

ところで、生徒の中には、感想にもあるように、何をしてよいのか分からず不安感を抱いた生徒もいたようだが、完成できたか否かに関わらず、多くの生徒がこの課題に興味を持って取り組むことができたようだ。また、身近にあり、実際に手に取ることができ、しかも必要なものであるため、生徒達は積極的に、『メガホン』の中に数学をみつけ、これを活用して問題を解決していくことにより、数学の有用性を感じ取ったと思われる。紙の上だけの数学とは一味違った“使える数学”の面白さを感じたようだ。準備に要する時間、授業時間の確保には苦労するが、今後もこのような授業を行うことは大切であり有効であると思われる。

身の回りから数学を見つける活動を促す研究

－生徒の撮影した写真及び考察からの分析－

松元新一郎
東京学芸大学附属大泉中学校

要　約

冬休みに「身の回りから数学を見つけること，創ること」と題して，生徒が写真を撮り考察し問題を作ったレポートを分析した。その結果，以下のことがわかった。公園にある遊具や家のなかにある物や建物（ビル）を題材として撮影した生徒が多く，「スポーツ」や「自然」に着目して撮影した生徒は少なかった。作った問題は，求積に関する問題が圧倒的に多かった。文章や問題に含まれている数学用語を見てみると，立体図形・平面図形の用語が多く記述され，これらの図形を分析するための用語が必要に応じて用いられていた。また，比や割合に関する用語，数量や公式などに関する用語，さらに，未習の数学用語や各種の専門用語も見られた。生徒は身の回りにあるものを写真に撮ることで，見えていないものが意識化され，このような課題を課すことによって，現実の世界を契機として，数学の舞台に事象をのせていく活動が促進された。

キーワード：写真，空間図形，数学的な考え方，問題作り，課題学習

1．研究の目的

中学1年で学ぶ図形分野は，「平面図形」と「空間図形」がある。回りのもの全てが「空間」に存在することを考えると，「空間図形」の指導は形式的な立体の考察だけに終わらず，身の回りに存在するものと学習した内容とがどのように関連づけられているかを自ら学ぶことが必要である。

そこで，筆者は長期休暇を利用して（松元，1995）「身の回りから数学を見つけること，創ること」と題して写真を撮り，考察し，新たな問題を作る課題を課そうと考えた。これは，長崎(1996)の文脈の定義「子どもたちが，自分で問題を見いだし，それを解決しようという意欲を持ち，取り組み，そして，問題を解いたあとも発展的に考察しようとするような連続的な状況」に合致する。さらに，「実世界の問題を契機とするもの」である社会的文脈そのものものである。

2．研究の方法

中学校1年生に対して，冬休みの宿題として，表1のような課題を提示し，3学期にレポート発表会を行った。これらのレポートを以下の観点から分析考察する。

（1）写真の題材となった物を「スポーツ」「公園（遊具等）」「家庭用品」「自然」「建物（ビル）」「建築物（ビルのもの）」「その他」に分けてピックアップし，分析する。

（2）生徒が取り上げた「数学用語」をピックアップし，分析する。なお，1人が何度も同じ単語を上げている場合は1回とカウントする。

（3）生徒が作った「数学の問題」をピックアップし，分析する。

表１　生徒に課したレポートの内容

課　題　「身の回りから数学を見つけること，創ること」　　物を観て感じること 趣旨：私達の身の回りには，以外に身近なところで数学や数学の考え方が利用されています。 授業でも話したように，例えば，ジャングルジムを見てみると立体的な構造をしています。パイプが何本でできているのだろうか？立方体は何個できているのだろうか？三角錐にしたらどんなジャングルジムができそうか？など，物を観察して感じたこと，それは何故だろう，こうなったときどうなるのだろう・・・をまとめてください。 なお，今回は図形に限ります。教科書の写真のページなども参考にして下さい。 レポートをまとめる紙 配付した画用紙にまとめる〔書き損じた場合は，自分で買う〕。 後で掲示するので，内容ももちろんですが，見る人にアピールできるようにしよう。 レポートの書き方　〔書くべき最低限の内容〕　　レイアウトは自由です。 ・　選んだ題材をもとにした「レポートの題名」（例：「ジャングルジムの数学」） ・　生徒番号・名前 ・　写真を貼り，脇に　(11)撮影場所，(12)撮影日　を書く ・　この写真にひそむ数学や数学的な考え方 ・　この写真から考えられる数学の問題を作る　（なるべく解くこと） ・　まとめと感想

３．研究の結果と考察

（１）写真の内容

生徒が撮影した写真の内容は，表２の通りである。表１のように，生徒に課したレポートの内容の中に例として「ジャングルジム」を上げたためか，公園にある遊具を題材として撮影した生徒が多かった。また，家のなかにある物を撮影するものも多く，多種多様な物があった。

また，建物（ビル）を撮影した生徒も多い。これは特徴のある建物（ビル）が多数東京に存在することが影響していると考えられる。撮影した場所から判断すると，公園で撮った生徒は近所で撮影しているが，建物は近所ではなくて出掛けた際に撮影したり足をのばして撮影していることからもわかる。さらに，建築物を撮影した生徒も多かった。複数の生徒が撮影したものは，「オブジェ」「鉄塔」「ブロック塀」「街灯」「電柱」「屋根」「階段」「観覧車」である。

一方，「スポーツ」や「自然」に着目して撮影した生徒は少なかった。「スポーツ」に関しては，考察の対象になりずらい点もあるが，「自然」に関しては数学の対象になりやすいことを考えると，自分の身の回りに「自然」が意識されていないことがわかる。これは，住んでいる地域が東京という特殊な環境が影響しているとも言える。

表2　生徒が撮影した写真の内容（生徒数128名）

(1) スポーツ
　　サッカーボール7，ゴルフボール，テニスボール籠
(2) 公園（遊具等）
　　回転遊具／ジャングルジム／のぼり台10（北谷端公園，竹下緑地公園，落川幼稚園，星ヶ丘公園，巣鴨公園，新座，近所，久我山公園，光が丘公園，北浦和公園）
　　ブランコ4（保谷ハウス公園，三角公園，水久保公園，近所），ウンテイ（近所），
　　その他の遊具4（越谷花田第4公園，近所，ロケット公園，木場公園）
(3) 家庭用品
　　家具，鉢受，加湿機，貯金箱，傘立て，ゴミ箱，ランプ，電話機，暖房器具，柵2
　　テレビ，麻籠，鳥籠，コーヒーサイフォン，畳2，ベッド，炬燵，風呂タイル，
　　供え餅，コップ，ビン，折り畳み式タオル干，傘，箱，時計，トイレットペーパー
　　本棚，テーブル，机，
(4) 自然
　　雪吊り（善福寺公園），庭園（京都祇王寺），朝顔
(5) 建物（ビル）
　　国立体育館（代々木），東京芸術劇場（池袋），ホテル（上野），新宿高層ビル，
　　プラネタリウム（多摩六都科学館），ディズニーワールド（アメリカ），校舎（学習院大学），新宿タイムズスクウェアー，家全体3　中野サンプラザ，国会議事堂2，
　　セントポール大聖堂
(6) 建築物（(5)以外のもの）
　　橋脚（多摩川新日野橋），街灯2，電柱2，監視塔（高速道路），オブジェ4（恵比寿ガーデンプレイス，池袋駅前，清瀬駅前，所沢駅前），ガスタンク，フェンス
　　エスカレーター，屋根2，階段2，家の屋根，鉄塔4，クレーン，塔（信行寺）
　　ゴルフセンターのネット，ブロック塀3，特殊な形をした民家，観覧車2（横浜コスモワールド，長島スパーランド），東京タワー，駐輪場，バス停，弓道場，
　　テトラポット
(7) その他
　　カラーコーン2，ピアノ，自転車3，積木，将棋の駒と盤，パラボラアンテナ
　　マンホールの蓋，トラック，お菓子の箱，玉をピラミッド型に置く

（2）数学用語

文章や問題に含まれている数学用語をピックアップしたのが，表3である。立体や図形そのものを分析しているため，立体図形では角錐・多面体・回転体，平面図形では多角形・円などに関する用語が多く記述されていた。さらに，これらの図形を分析するために，面積や体積，辺や頂点や面，立体の構成（立面図，展開図など），線対称や点対称，角度などに関する用語が必要に応じて用いられている。

また，図形以外の数学用語も多く使われている。比や割合に関する用語は，図形そのものを分析するために用いられていることが多い。一方，数量や公式などに関する用語は問題作りの際に用いられていることが多い。

さらに，未習の数学用語や各種の専門用語（特に建築関係）も幾つか見られた。

表３　生徒が物（写真）から捉えた数学用語

(1) 立体
　〜角柱17，傾斜六角柱，柱形(ママ)，角柱，立方体8，直方体12，長方体(ママ)3，柱体，台柱(ママ)，台形柱(ママ)，柱(ママ)，（正）〜角錐31，錐体，四角錐台，六角錐，多角錐，角錐多面体5，（正）〜面体16，多面体2，球17，半球3，円柱24，傾円柱，円錐7，円錐台2，円錐台形，円錐形，

(2) 面積・体積
　面積28，表面積33，平面積(ママ)，平均面積，底面積7，側面積3，断面積，容積3，体積51

(3) 公式
　$4\pi r^2 \rightarrow 6$，$4/3\pi r^3 \rightarrow 7$，πr^2，$1/3\pi r^2 h \rightarrow 2$，

(4) 立体の分析
　面の形2，面の数6，辺の数9，頂点の数8，点の数2，オイラーの定理2，底面14，平面10，側面4，展開図14，見取図2，投影図3，平面図4，立面図，立体図3，正面図3，側面図34，断面図3，図面，厚さ(厚み)6，幅4，奥行き，面14，切断2，切り口2，断面，立体的3，平面的，ねじれの位置，母線4，回転体5，回転体の軸2，

(5) 「空間図形」などの名称
　空間図形3，空間3，立体35，立体図形3，平面図形，３次元2，

(6) 多角形
　三角形26，二等辺三角形16，直角三角形4，直角二等辺三角形，正三角形12，ルーローの三角形，四角形12，平行四辺形，長方形27，ひし形8，正方形19，台形11，台形がた(ママ)，等脚台形2，（正）〜角形40，（正）多角形8，正奇数角形，正偶数角形，

(7) 円
　円25，半円6，円の中心，中心11，半径17，直径16，円周16，円形3，円周率7，π19，3.14→2，楕円，おうぎ形5，中心角，一周，

(8) 平面の分析
　図形29，図，形7，作図2，直線8，一直線，中点3，斜辺，対角線，曲線4，放物線，垂線2，垂直4，垂直二等分線，直角，平行5，横22，縦22，高さ32，辺14，一辺6，長さ23，一周3，太さ2，頂角，角度の和，角度10，角9，鋭角，鈍角，内角2，外角，内角の和3，外角の和，底辺34，対角線4，しきつめ6，平行，重心，点3，頂点13，線2，線分3，左右対称3，線対称9，点対称3，対称の軸，回転9，半回転，回転方向，対称，軸5，移動2，度（°）21，

(9) 数量関係・記数法・単位
　整数，$\sqrt{\ }$，ルート，小数第〜位3，四捨五入3，小数点以下四捨五入，小数点以下切り捨て〜進法4，暗算，計算4，合計，公式3，式3，何通り2，組み合わせ，最短距離，距離4，速さ2，時速，最小公倍数2，個数，約数，時間（秒・分・時間），重さ5，重量，往復，〜当たり2，〜等分，単位2，

(10) 比・割合
　〜倍5，〜割，比率，拡大，拡大図，相似3，比例の式，式4，内項の積，外項の積，三角比，黄金長方形，黄金三角形，1:1.62，勾配，縮尺2，g/cm^3

(11) その他の数学・数学の教室の用語

定規2，測定，計測3，コンパス，分度器，およそ2，約7，誤差2，点の集合，法則， 球面三角形，幾何学（的）2，記号，補助線，一定の距離，式，論理，ピタゴラスの定理2 （12）数学以外で特殊な用語 緯線，デザイン性，筋かい2，畳の敷き方，ピラミッド，最密充填構造，テトラポット， 模様，高度斜線，隣地境界線，南中高度，螺旋5，二重螺旋，格子，設計図，製計図（ママ），

（3）作った数学の問題

生徒が場面から作った問題をピックアップしたのが，表4である。作った問題の中で圧倒的に多いのが求積に関する問題である。これは，考察した立体の寸法を計測して，体積や表面積などを求めるような形が多く見られた。問題を作る際に，「この部分は円柱とみなして」「まっすぐと考えて」など，理想化・抽象化して問題を作成している場面が多く見られ，現実の場面を数学の舞台にのせる活動が行われていた。

最後の感想から，問題を作るときにかなり苦心していることが伺えた。

表4　生徒が作った数学の問題とその数

・求積〔体積39，（表）面積38，容積1，高さ5，回りの長さ（円周）2，一辺の長さ2，長さ2， 円の半径1〕 ・多面体〔展開図4，平面図3，切断した立体の切り口3，切断した立体の形2，辺の数・面の数・ 頂点の数（オイラーの定理）4，見取り図1，頂点を結ぶとどんな立体か1，平行な辺・ねじ れの位置1，凸多面体であることの証明1，表面の形1，他1 ・角度4・しきつめ方4・しきつめる枚数2・回転体2・最短距離・距離2・車輪の回転数2・速さ2 ・作図2・ブロック塀（タイル）の個数2・五十円玉の穴からみえる建物1・かごにボールが何個入るか1・コーヒーサイフォンはなぜ球なのか1・しきつめられない理由1・出発してから何秒後か1・距離と時間の問題1・長針短針の角度と時間1・トイレットペーパーの最も少ない包装の仕方1・トイレットペーパーの紙の厚さ巻き数1・円を円の回りに回転させた軌跡の長さ1・机の足にかかる重さ1・何通りに塗り分けられるか1・玉をピラミッド型において最も多く玉の見える置き方1・位置から何個見えるか1・放物線の作図1・格子点で正方形の数を求める1・重さ1 ・比例の式を作る1・植木算1・ビルに入る人間の人数1・長方形の数1・円錐を倒して一周すると何回転するか1・螺旋の回転数1・球面三角形の内角の和は180°か1・棒からひし形がいくつできるか1・何倍か1・全体の何割か1・回転移動1・不明1・その他5・問題なし13

4．まとめと今後の課題

「身の回りから数学を見つけること，創ること」と題して，生徒が写真を撮り考察し問題を作ったレポートを分析し，以下のことがわかった。

生徒が撮影した写真の内容を見てみると，公園にある遊具や家のなかにある物を題材として撮影した生徒が多かった。さらに，建物（ビル）を撮影した生徒も多いが特徴のある建物（ビル）が多数東京に存在することが影響していると考えられる。一方，「スポーツ」や「自然」に着目して撮影した生徒は少なかった。

生徒が場面から作った問題をみてみると，作った問題の中で圧倒的に多いのが求積に関する問題であった。これは，考察した立体の寸法を計測して，体積や表面積などを求めるような形が多く見られた。問

題を作る際に，「この部分は円柱とみなして」「まっすぐと考えて」など，理想化・抽象化して問題を作成している場面が多く見られ，現実の場面を数学の舞台にのせる活動が行われていた。

文章や問題に含まれている数学用語を見てみると，立体図形では角錐・多面体・回転体，平面図形では多角形・円などに関する用語が多く記述されていた。これらの図形を分析するために，面積や体積，辺や頂点や面，立体の構成（立面図，展開図など），線対称や点対称，角度などに関する用語が必要に応じて用いられていた。また，図形以外の数学用語である比や割合に関する用語は，図形そのものを分析するために用いられていることが多く，数量や公式などに関する用語は問題作りの際に用いられていることが多い。さらに，未習の数学用語や各種の専門用語（特に建築関係）も幾つか見られた。

レポートの最後の感想から，生徒は身の回りにあるものを写真に撮ることで，見えていないものが意識化されたことが多く書かれていた。このような課題を課すことによって，現実の世界を契機として，数学の舞台に事象をのせていく活動が促進された。

今後の課題として，これらのレポートの中にある「数学的モデル化」の場面の分析をしていきたいと考えている。また，生徒によるレポート発表の様子およびそれらの発表に対する生徒同士の評価について分析していきたい。

参考文献

1）課題提示法委員会：「場面から問題へ・場面からの情報抽出と問題作成に始る課題学習　第2章，写真や新聞を利用した学習指導」明治図書『数学教育』 1991.4 No.397

2）松元新一郎：「身近にある題材を数学化する活動を促す事例的研究　グループ活動に焦点をあてて」東京学芸大学教育学部附属大泉中学校　研究収録36　1995

3）松元新一郎：「数学用語に対する生徒の認識に関する一考察　　生徒の新聞記事の分析から」日本数学教育学会誌特集号（長崎大会）1996

4）長崎栄三：「数学と社会的文脈の関係の研究」（科研班内研究発表資料）

数学的な活動を促す課題学習の実践

森　園子
拓殖短期大学

要　約

本研究は，社会的な文脈の観点に立ち，数学的な活動を重視した数学学習を実践し，数学教育におけるその有効性について実証的な研究をするものである。具体的には，中学校数学科に位置付けられた課題学習として，選択数学の中で，実践研究された。本研究における課題学習は，数学の日常性や総合性を感得し，有用性を考えること，自ら見いだした課題を主体的に解決する方法を学ぶこと，という2つの内容を主な目的としている。この目的の達成のため，学習過程に2つの大きな山を設定した。1つは，夏休みに設定された”新聞に見られる数学”という課題研究の過程であり，もう1つは，この課題を踏まえ，グループ別の自由課題研究に取り組み解決していく過程である。これらの過程で，生徒の活動範囲は，図書館，道路上での調査，アンケート集計，コンピュータ室と広域に渡り，仲間と共に生き生きと解決に挑んでいった。数学的な活動を重視した，本研究におけるような課題学習を実践することが，数学の社会的な文脈を考える上で有効であると思われる。

キーワード：数学的な活動，課題学習，選択数学，新聞に見られる数学，自由課題研究，グループ活動

1．はじめに

現行の中学校学習指導要領（平成元年度版）の数学科に「課題学習」が位置付けられ，また，カリキュラム上，第3学年に選択教科としての「数学」が設置されてから，4年程が経過している。

生徒の主体的な学習の促進，数学的な見方・考え方の育成，各領域の内容の統合や総合，及び日常の事象に目を向けた課題の設定を目指して設けられた課題学習であるが，実際の学校での取り組みは，やはり，圧倒的に数学的な内容を取り扱った課題が多く，また，その取り組みにおいてもグループ学習や個別の学習が少ないことが，指摘されている(久保良宏ほか　1994)。また，選択教科としての数学では，実際にどのような課題を扱ったらよいか模索の段階であるため，補習的な内容にあてる場合も多く見られる。更に，業者テストの廃止による学校内での受験対策や，週5日制の影響による授業数確保の問題を前に「課題学習」の本来のねらいの実現は，現在の大きな課題であると思われる。

一方，筆者が行った，社会的な文脈から見た，課題に対する意識調査では，日本の中学生は，日常生活のなかから数学的な内容を見い出すことが極めて苦手であること，また，数字や三角形など抽象度の高いものに数学的な要素を感じていること，さらに，日常のさまざまな事象を9教科の分野に分けて捉える傾向があり，1つの事象をさまざまな分野から総合的に捉えることが，苦手なことが挙げられる(森園子　1994)。

さらに，わが国の生徒は数学の学習を大切であると考えているが，その勉強の内容は，中学1年でも難しいと考え，嫌いになってしまっていることが指摘されている(国立教育研究所　1991)。

このような数学教育の現状と諸問題を踏まえ，数学教育の中に，数学の社会的な文脈に目を向けた，数学の社会における有効性及び，数学を学習することの意味を考えさせるような学習が必要ではないかと考える。

2．本研究の目的

本研究では，特に，上記１で述べた観点に立ち，生徒自らが，日常生活や社会の中から課題を見いだし，解決していくことを目的とした課題学習を実践し，その過程で，数学の社会的文脈や，社会における有効性に気づき，さらに解決していく楽しさや喜びを感得していくことを検証するものである。併せて，今後の選択学習の在り方についても，考えるものである。

3．本研究における課題学習の構想

（1）課題学習の目的

本課題学習では，次の①②を目的としている。

①日常生活や社会の中に数学的な内容を見いだし，数学的な事柄や考え方が，身のまわりに多く生きていることを感得し，数学の有用性を考える。

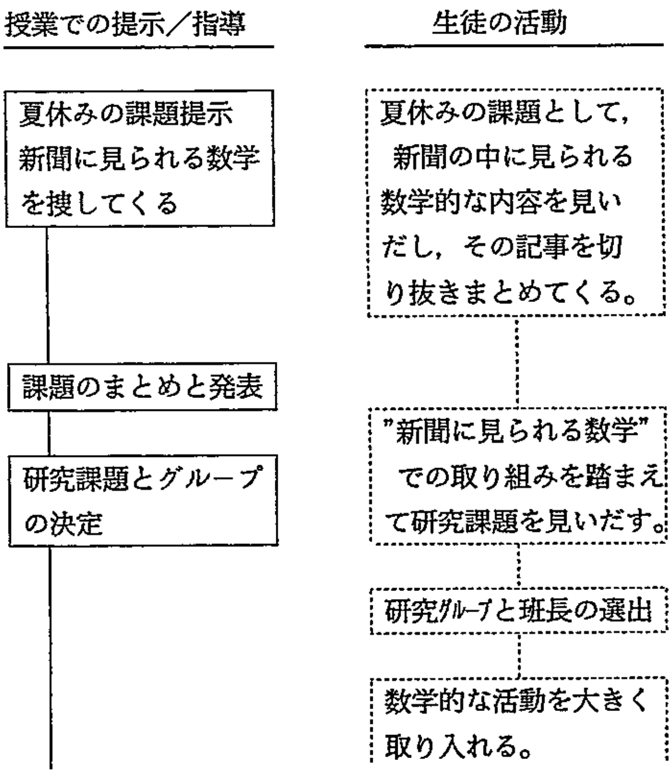
②課題を解決するための調査方法，データの収集／分析方法，モデル化，また課題に関する参考文献や情報収集の仕方，コンピュータによる処理などの解決方法，解決手順を学ぶ。

（2）本研究における課題学習の展開

この課題学習は”新聞に見られる数学”という取り組みを通して，生徒が日常生活や社会の中から数学的な内容を見いだし，さらに２学期からは，この夏休みの課題を踏まえて，グルー別の自由課題研究に取り組んだものである。

この課題学習の過程には２つの山を設定した。１つは，夏休みの課題として設定された”新聞に見られる数学”という課題学習で新聞記事の中に，数学的な内容を見いだす過程であり，もう１つは，グループ別の自由課題研究の中で課題に取り組んでいく過程で，ここでは，３(1)②で述べた学習する方法を身に付けたり，数学的なものの見方や，数学のよさを感得していくことをその目的としている。

この課題学習の構想を，授業での指導と生徒の活動という２つの流れで捉え，図に示すと次のようである。



教師がグループ別にアドバイズをする（授業中，放課後）

各グループ別に，研究課題に取り組む

研究冊子，発表資料の作成

研究発表

（3）指導法の工夫

本研究における指導法は，以下のようである。

①教師は各グループの進行状況を把握し，グループ別にアドバイスをする。内容について教えるといった指導はしない。あくまで，生徒の主体的な数学的活動を主とし，教師は助言をする側に徹した。したがって，授業はこのアドバイスのための場となった。また，放課後は，グループ別の教師との面談を適宜，取り入れた。

②グループ活動や，学校外での数学的な活動を大きく取り入れる。したがって，教室における授業は，一斉授業の場から，生徒同士の話し合いや作業や報告の場と変わり，活動場所も教室だけでなく図書館やコンピュータ室，博物館など広域に広がった。また，放課後，グループ別の教師との面談を，適宜取り入れた。

（4）本研究における課題学習の評価

評価の観点としては，次のようなことがらを設定した。

①自ら意欲をもって積極的に取り組んでいるか。

②情報に対する取り組み方，すなわち情報の収集の仕方，分析，総合の仕方は適切か。

③発表資料はしっかりとできているか。

④発表の仕方はどうか。質問を積極的にしたり，答えているか。

4　本研究における課題学習の実際

この課題学習は，筆者が平成７年７月から１２月にかけて都内公立中学校において実施した。対象生徒は第３学年選数学履修者３７名であった。学習形態としては，３(2)で述べた”新聞に見られる数学”を見いだす過程では個別学習で行い，見い出したテーマについて解決していく過程は，グループ学習とした。次に，この課題学習の実際の流れの概要を述べる。

（1）第1時　課題提示（夏休み前）

新聞記事を集めた説明プリント２枚を配布し，資料１をもとに課題について説明をする

資料1

課題内容

新聞（記事，広告，見出しなどどの部分でも結構です）の中に，見られる数学的な内容について切り抜き，その内容についてまとめてみましょう。(　)年(　)組(　)番氏名(　　　)

(　)年(　)月(　)日(　　　)新聞

（2）第2時

夏休みの課題”新聞に見られる数学”について，コンピュータ室のモニタを用いて発表。その後，レ

ポートとして提出させた。

生徒が集めてきた新聞記事は多岐広範に渡り，非常に興味深いものであった。猛暑であったせいか水不足，猛暑，およびその関連記事を取り扱ったものが最も多く，次いで経済面，スポーツ記事，社会面と続く。発表時に，集められた主な記事を示すと次のようである。

猛　暑：平均気温，熱帯夜，エアコン，ビール，飲料の売れ高，断熱

水不足：ダムの貯水率，節水

経済面：円ドル相場の動き，円高，物価指数，野菜の値上がり　東京外国為替相場

社会面：政府の支持率，選挙の投票率，ルワンダ難民，教育費，人口，寿命，働く女性について

交　通：信号

スポーツ：パ・リーグ／セ・リーグ，競馬，高校野球，ゴルフ

マンガ

広告

集められた記事は，やはり，数字を取り扱ったものが多かった。しかし，なかには，次のような観点で記事を集め，考察している生徒が見られた。

1)記事に使われている表やグラフに注目し，数学的な表現の観点から記事を集めた。これらの生徒は棒グラフ，折れ線グラフ，マップグラフなどその特徴や性質について考え，これらの表やグラフが，データを見やすくより分かりやすくしていることや，客観的に事象を捉えたり，主張したり，今後の傾向を予測したりするのに有効に用いられていることを述べている。

2)「暑いとビールがよく売れる」「間食回数と虫歯の数は比例する」「「飲む」と「吸う」は比例する傾向」といった2つの量の間の関係（主に因果関係）に注目し，関連記事を集めた。生徒は，これらの事象を初め比例，反比例と関数関係でとらえていたようであるが，やがて，相関のような統計的な視点に移っていった。

後に，生徒が感想で述べていることであるが，普段，生徒はあまり新聞を読まないようで，この課題のために，この年はずいぶんと苦労をして，新聞を見たようであった。

① 放課後の活動

これらの提出物を”新聞の中には数学が一杯”というタイトルをつけて廊下に展示した（資料2にその一部分を示す）。

展示した際には，数学的な学習の観点からまとめ，次のようにまとめた。

○数学的な表現　　さまざまな表とグラフ

○水不足　　　　　数学的に表すと

○スポーツに　　　試合数／ルール／勝ち率

○トピックス　　　社会面

○トピックス　　　経済面

○信号

○マンガや広告の中に見られる数学

○関係／相関／関数　暑いとクーラーがよく売れる

社会面と経済面
関係／相関／関数
水不足について
スポーツ（特に野球）
信号
自然界における数学

（4）第5時～第7時

グループ別に課題研究が進められ，授業は，生徒同士の話し合いや教師のアドバイスの時間となった。生徒の数学的な活動は，授業のみならず放課後も行われた。生徒は，図書館で情報検索をし，指数関数や統計学について調べたり，道路上で交通信号の調査をしたり，身長や足の大きさについてデータを収集したり，電卓やコンピュータを用いて計算をしたり，課題について解決したりという活動を展開していった。実際に行われた活動と活動場所は，次のようなものである。

○授業
○放課後のグループ活動
○道路上での信号に関する調査
○交通博物館での資料収集
○図書館での情報検索／資料収集
○コンピュータを用いてのデータ処理
○アンケート形式による調査活動／データの収集
○校長先生へのインタビュー

教師は，授業中に資料3のような内容のワークシートを配布し，活動の状況を報告させた。

資料3

班長氏名　班員名前		(　)月(　)日
研究課題		
持ち寄った資料は何か？		
研究内容	どこまで作業が進んだか？ 考えたことはあるか？ つまづいていることは何か？	
次回の予定	次回までに考えてくること，用意する資料	

生徒の活動の過程の実際を挙げると次のようであった。ここでは，いくつかの班の例を挙げる。

1）5班　研究課題　寿命

動物の平均寿命，限界寿命，平均余命，また国別平均寿命，などについて調べる。限界寿命＝13.2×（体重Kg）の式を知り，指数関数について学習する。この計算は普通の電卓ではできないため，コンピュータを用いて，さまざまな動物について限界寿命を計算してみる。これらの結果をもとに，校長先生にインタビューした。

参考文献：「ギネスブック　93」
松崎俊久「寿命」女子栄養大学出版

資料2

「新聞の中には数学が一杯」

② この夏休みの課題に関する生徒の感想

1）取り組む前

○とても難しいことをやると思った。

○数学のことだから，＋－×÷だけだと思った。

○新聞には数学なんてあまりないと思った。

○普段，新聞を読んだことがないから見当がつかなかった。

2）取り組んだ後（友達の作品も見て）

○友達の作品にグラフとかマンガがでてくるとは想像もしなかった。

○新聞なんてあまり読まないから，この課題のおかげで，今年の夏休みは新聞をよく読んだような気がする。

○今まで気がつかなかったことだけれど，よく考えてみると，数学的な内容がたくさんあるということが，どんどんわかってきたような気がする。

○友達の考えが，10人10色という感じで楽しそうでとても参考になった。

○新聞を見ると，やはり経済欄の数字が一番についた。でも，私達のまわりにある数学方程式とか，そういうのではなくて数字とグラフの方が多いと思った。

○新聞記事にはいろいろと歴史や考え方があって，それが数学とずいぶん関連していることがわかった。

（3）第3時～第4時

夏休みの課題”新聞に見られる数学”を参考にしながら，9月から，自分たちが取り組む自由課題研究の課題を考えた。この自由課題研究はグループで行う旨を説明し，テーマと併せてグループのメンバーの決定も考えさせた。

そして，生徒同士の自由な相談が続いたが，やがて，3～6人ほどのグループが，この時点で8つできた。以後の活動はすべて，グループ活動となった。それぞれの課題は次の通りであった。

スポーツ（ルール／勝ち率／試合回数）

交通機関

バーネット「寿命を決定するもの」紀ノ国屋書店

2）4班　研究課題　関係／相関／関数

「暑いとビールがよく売れる」の記事から始まって，関係について調べやがて，相関に目を向ける。相関については2年生の学習内容であるため，多少の知識は持っている。身の回りの相関に目を向け，友人にアンケートを取り，身長と足の大きさとの相関を取った。相関係数という用語はでてきたが，この係数についての，計算式を理解するまでには至らなかった。

参考文献：「世界大百科事典」平凡社
野田一雄「数理統計学の基礎」 共立出版社
広松毅他「ﾛｰﾀｽ123による統計入門」朝倉書店

3）7班　研究課題　交通信号

夏休みの課題”新聞に見られる数学”の交通信号に目を向け，身の回りにある信号の調査を行った。その結果，信号の赤，黄，緑の点灯時間は道路の太さや，交差点の状況交通量によっても異なっていることに気づき，更に交通博物館に行き信号のシステムについて調べたが，ここでは歴史についてしか，調べられなかったようだ。

（5）第8時　研究発表会

”私たちのまわりには数学が一杯”というキャッチフレーズのもとに，研究発表会を行った。発表会は公開授業として，他教科の先生方にも参加して頂いた。生徒達は，研究冊子の作成したり，ＯＨＰシートや模造紙を用いて発表資料を作成した。さらに，各班について，発表者1～3名，記録者1名，資料制作者班員全員，質問に答える生徒1名，全体の司会者1名を決め，全員がそれぞれの分担箇所で積極的に発表会に参加するようにした。発表は，1グループ8分とし，発表会は拍手，質問が活発に行われた。資料4はそのお知らせである。

生徒の感想

○私達5班は寿命について研究しました。寿命なんて，数学的に表せるわけがないと思っていました。図書館に行って本を調べたり，コンピュータを使ううちに楽しくなってきました。仕事は，みんなで分担しました。放課後，毎日残ってできるだけみんなに分かりやすく，正確に発表できるように全員で頑張りました。私は記録係で，ＯＨＰを書いたり画用紙を一生懸命書きました。ただ，残念だったことは，当日質問にチョットつまってしまったことです。でも，先生にほめられてとてもうれしかった。この次はもっと頑張ります。

○指数関数はやっぱり難しいなあと思いました。

○私達の身のまわりには，身近な数学が一杯あるのだなと思いました。発表のときは緊張しました。どの班も内容が充実していて，聞いているうちにとても感動しました。

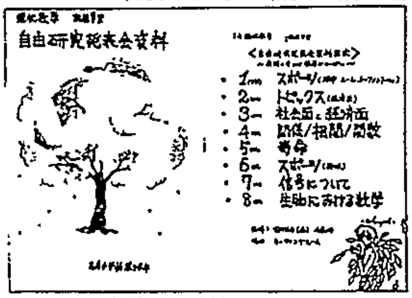
○模造紙に書いたり，パソコンを使って資料を作ったのは，大変だったけれど，楽しかった。やって良かったとつくづく満足感を感じました。内容としてはいろいろなところに数学があるということがわかりました。経済や自然科学，信号，相関など各方面で数学が必要になるのだなと感じました。

○みんな協力してやったのでとても良かったです。ある意味でとても楽しかった。

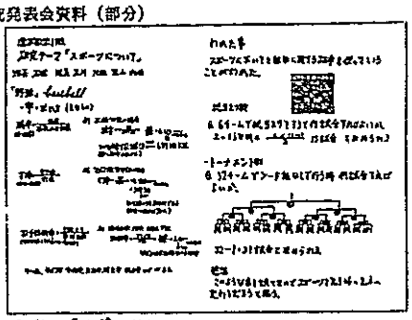
○一生懸命に頑張ったかいがあって，良かったと思いました。発表は，その日の前日にリハーサルをしていたので大成功だったと思います。今度は，他のテーマでまた取り組んでみたい。

資料4

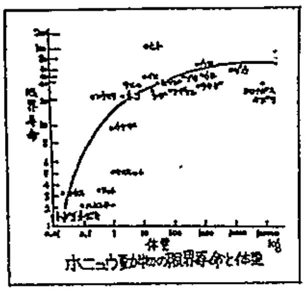
「私たちのまわりには数学が一杯」　研究発表会資料（部分）



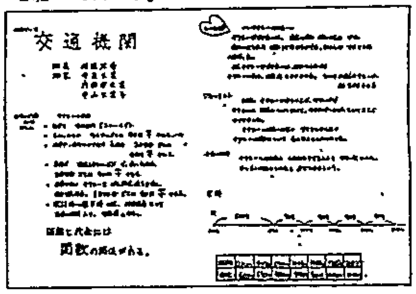
発表資料冊子の表紙



1班　「スポーツ」



5班　「寿命」で用いられたOHP



2班　「交通機関」

5．研究のまとめと今後の課題

本研究における課題学習は，数学の内容の習熟に重点がおかれた教育がなされている現在，社会的文脈に目をむけ，選択数学のなかで行われた実践研究であった。この実践を通して以下のことが挙げられる。

（1）この課題学習のなかで最も印象に残ることは，生徒達が自ら課題を見いだし解決に挑み，互いに協力しながら生き生きと解決していったその姿である。また，この取り組みのなかで，生徒達が，ものごとを総合的に捉え，日常の生活や社会に，数学的な内容を感得する視点が大きく育まれていったこと，さらに，情報収集やそのまとめ，発表の準備を大変だなどと言いながらも，数学を学習することの喜びや充実感を感じ，数学の有用性を感得していったことが分かる。

（2）選択教科としての「数学」のなかに設定したが，文化祭や進路説明会などの各行事のためにつぶれることが多かった。週1時間の授業のために1回抜けても2週間あいてしまい，やりにくい側面があった。選択教科を教育課程でしっかり位置付けることの必要性を強く感じた。

（3）グループ別の指導のため，1人の教員が指導にあたるとその対応が大変である。
また，内容から考えても指導形態としてティーム・ティーチング（理科，社会科，数学科）などを取り入れた今後の総合教育に適していると思われる。

今後の数学教育のなかで，内容の理解，技能の習熟とともに，本研究におけるような課題学習を実践し，数学の社会的文脈を理解させることが，数学の社会における有効性や，数学を学ぶ意味を理解す上で有効であると思われる。

参　考　文　献

1)久保良宏ほか3名(1994)「中学校数学科教科書における課題学習の現状と今後のあり方」
日本数学教育学会誌数学教育,第76・巻7号,pp. 36-40.

2)国立教育研究所(1991)「数学教育の国際比較-第2回国際数学教育調査最終報告」

3)森園子(1993)「自ら考え追究する力を伸ばす課題の開発と指導法の工夫」平成5年度東京都教員研究生研究報告書，pp. 47-48.

4)滋賀県数研　西村・小寺ほか(1994)「滋賀県における課題学習の現状」日数教大会資料．

文科系短期大学における数学と社会的文脈

森　園子
拓殖短期大学

要　約

数学離れが問題となっている現在，文科系短期大学においては，特にその傾向が著しい。数学離れ，広く自然科学離れの一つの原因として，教育の専門化，細分化，数学の孤立化が考えられる。本稿では，数学の社会的な文脈の立場に立ち，新しい総合的な教育実践について触れる。具体的には，短大生を対象として，数理的な見方，考え方の育成や数学的な活動を促すことを目的とした，自由課題研究を行わったものである。さらに，数学から離れてしまった学生に，数理的な内容を理解させるための，総合的な学習や数学的な活動を考えた。これらの総合課題研究や数学的な活動を行うことは，数学教育，特に数学の社会的な文脈を考える上で有効であると考える。

キーワード：総合学習　自由課題研究　数学的な活動

1．はじめに

数学から，離れてしまった学生が文科系短期大学には多い。現在の社会的及び，学問分野が専門化，細分化されている傾向があり，そのことが教育内容においても，影響を及ぼし，大学においても各学部，学科ごとに専門が分離している中で，学生の意識にも，数学の孤立化が考えられる。

数学教育の観点から見ても，数学の内容，及び，数学的な見方・考え方が日常の生活や，自然現象に結び付いていることに気づくことは難しい傾向が見られる。このような実状においては，学生に，数学の内容のみを繰り返し解説することは，ますます，数学から離れていく傾向を助長してしまう。本稿では，社会問題や自然現象を，数理的に見たり，統合的・総合的に捉える視点を養うために，数学の社会的文脈軸とした総合的な学習の実践と，数学的な活動について述べるものである。

2．新しい総合的な教育の流れと実践

上記のような現状を踏まえ，総合的・統合的な見方・考え方の育成，及び，数理的な考え方の育成を目的として，昨年，短大1年生（経営学科，貿易学科）28名を対象に，約1年間，総合的な学習を実践した。この学習法は，イギリスの数学教育におけるコースワークを，モデルとしたものである。

この学習は，日常の生活や社会，自然事象のなかに，自ら課題を見い出し，その課題の解決のために，調査や実験を通してデータを収集・分析し，更にモデル化して，その結果を統合し，まとめるというものである。あくまで，数理的な見方・考え方や数学的な方法の習得を目的とした。以下，活動の過程を具体的に述べる。

（1）自由課題研究の目的

この総合的な学習の目的は，以下のようである。

①数学の社会における有用性に気付き，自ら主体的に，日常生活や社会の中に課題を見い出す。

②課題を解決するための調査方法，データの収集・分析方法，実験方法，また，課題解決に関する参考文献や情報収集の仕方，モデル化，コンピュータによるシミュレーションなどを学習する。

③解決した課題や研究成果についての研究発表，及び，研究冊子の作成という形で，成果をまとめ，表現する。

また学習形態としてはグループ学習とし，教員は学生の研究に対する主体性を育てる目的のため，指導というより，常にアドバイスする事に徹した。また，この学習では『101－Mathematical Projects』(Brian Bolt, David Hobbs , 1989) をテキストとし，導入に用いた。

（2）1年間の活動の記録

4月にゼミの内容説明と学生の自己紹介を終えると，5月には『101-Mathematical Projects』を訳す作業が続いた。この過程で，数学の内容や考え方が，社会や自然事象の中に多くあることを感じとっていった。6月にグループ分けとグループリーダーの選出を行った。拓殖短大生28人で，2～4人のグループが9つできた。7月に，いよいよ課題の決定に入った。各グループがこの時点で考えた研究課題は，以下のようであった。

バーコードの流通経済上の意味／サッカーを数理的に分析する／ペットを飼う費用の分析と比較／クッキングをさまざまな角度から分析する／拓大生最良のメニューの創造／各大学学食メニューの比較分析／喫煙の害について／省エネと地球環境問題について考察する／海外留学についての比較分析

9月以降，各グループの図書館や資料館での情報検索が始まり，各大学を回り，学食のメニューや価格，学食の環境を調査したり，ペットショップをまわり商品の価格や性質について聞き込みをしたりという活動が続いた。また，海外旅行について各旅行会社のパンフレットを集めたり，大学の留学説明会に参加し質問をしたグループもあった。12月には，これらをまとめあげるために，電算実習室で文書作成ソフトによる作業となった。コンピュータに触れるのは初めてという学生もいて，この過程は，コンピュータリテラシの育成の場ともなった。1月の研究発表会では，お互いの研究内容を知り，大いに刺激を受けた様子であった。これらをまとめると，次の表1の通りである。

表1　1年間の活動

月	活動の形態	内　　容
平成7年 4月 5～6月	一斉授業	ゼミの内容説明／自己紹介 『101-Mathematical Projects』の訳 課題解決の方法について触れる
6月 7月	個別活動	研究テーマの検討 研究テーマの決定 共同研究グループの決定と責任者の選出
9月	グループ活動	この時点での研究テーマとグループは下記のようになった。 以後の活動はグループ活動とし，ゼミの学生をA，B， 2つに分け，教員との面接を隔週で行った。 （sは学生，◎はグループリーダーを表す。） A－1　s1　バーコードの流通経済上の意味 ◎ s2 s3 A－2　s4　サッカーを数理的に分析する ◎ s5

				s6	
		A－3	◎	s7	ペットを飼う費用の分析と比較
				s8	
				s9	
		A－4		s10	クッキングを種々な角度から分析する
			◎	s11	
		A－5		s12	拓大生最良のメニューの創造
			◎	s13	
		B－1		s14	各大学学食メニューの比較分析
			◎	s15	
10月～				s16	
11月		B－2		s17	大学生の喫煙の現状と体に及ぼす影響
				s18	
12月				s19	
平成8年				s20	
1月		B－3		s21	省エネと地球環境問題について考察する
				s22	
				s23	
			◎	s24	
		B－4		s25	海外旅行について
				s26	
			◎	s27	
		図書館での資料収集，パンフレットのコピー，博物館，研究所，資料館，店舗，大学での調査，聞き込み，検索等			
		グループ活動が続く。			
		研究のまとめ／研究テーマの原稿の作成			
	一斉授業	研究発表／研究冊子の作成			

学生はかなり興味を感じ，熱心に取り組んでいった。しかし，その様子から，このような学習は初めての経験で不慣れであること，また，情報検索能力の不足，数理的な見方の不足，文章能力の無さ，が見られた。更に，このような学習活動をバックアップする，大学の物理的な諸条件，たとえば，活動に適した教室，文具類，資料室等が整っていないことを感じた。

学生が考えた研究テーマに関しては，数学的な考え方や自然現象をテーマに選んだグループは皆無であった。センサーを用いての物体の運動や温度変化の測定，乱数を用いてのコンピュータ実験等の研究をかなり勧めたが，数学に関わる内容は避けたいという学生の意志は，強固であった。

3．文科系の短期大学における，数学的な活動の導入

以上，自ら課題を見い出し，その解決に主体的に取り組んでいくための，総合的な教育実践について述べた。

そこで，ここでは，文科系の学部・学科における，数学的な活動の導入を考える。数学的な活動とは，数学の内容を理解したり，数学の問題を解いたりといった従来の数学学習も含むが，内容の知識や習熟

のみに重点を置くのではなく，数学的な見方・考え方の育成，数学的な方法の習得，数学的なコミュニケーション能力の育成を目的とした，総合的な活動である。即ち，数学の知識や技能の習熟ではなく，数学的な解決過程に目を向けた活動なのである。具体的にいくつかの活動内容を挙げると，以下のようである。

①線形代数，および微分・積分，集合と論理，情報代数，数理言語，数理統計といった，その分野に必要な，基礎的な数学の内容を理解する。

②実世界の問題を数学的に解決するために，事象を数学の記号や約束で表現する（数学モデル化）

③一般化や類推という数学的な考え方を通して，数学の問題の発展・統合化を図る。

④コンピュータの計算機能やグラフィック機能を活用し，シミュレーションを通して，数学の理論的内容を探究したり検証したりする。

⑤課題を解決するための調査，データの収集／分析，実験，参考文献や資料等の情報の収集，更に，モデル化，コンピュータによるシミュレーションといった，数学的な解決方法を習得する。

⑥解決した課題や研究成果を明確に表現したり，発表したりする数学的な表現力や，数学的なコミュニケーション能力を養う。

数学的な活動においては，関心や意欲をもって，主体的に解決に挑む力を伸ばすことを目的とする。そのため，①では，計算や解法の習熟にのみ重点を置くことなく，概念やアイディア，内容の理解に重点を置く。また，⑤における数学的な方法の習得や，⑥における数学的な表現力やコミュニケーション能力の伸張は，課題解決にあたっての重要な力である。数学の学習，及び解決能力とは，これらの能力を含めてのことと考える。

このような活動を行うことが，数理的な見方・考え方及び，社会的な文脈の立場に立った問題解決力をつけるために，有効であると考えられる。

4．終わりに

本稿では，文化系の短期大学における，総合的な学習の実践例と数学的な活動について述べた。数理的なものの見方・考え方を育成するには，これらの数学的な活動及び総合的な学習を行うことが，一つの有効な方法であると考える。これらの学習や活動や実践には，活動の内容とともに大学の学習環境にも，さまざまな問題が山積しているが，それらを１つ１つ解決していくことを，今後の課題としたい。

参考文献

1)国立教育研究所(1991).『数学教育の国際比較－第２回国際数学教育調査最終報告』. pp. 142～143, pp. 197～198.

2)宮西正宜他(1994).『大学での数学教育の新しい流れ』. 日本数学会編　数学, 第46巻第２号, pp. 68-74.

3)森園子(1994).『自ら考え追究する力を伸ばす課題の開発と指導法の工夫』. 東京理科大学　数学教育研究会誌, 第36巻, pp. 51-82.

4)鈴木隆一郎(1995).『数理システムという見方・考え方を使うための手続きの教育』. 東京理科大学　数学教育研究会誌. 第37巻　pp. 82-98.

睡眠時間

杉山　真澄
東京女子大学

要　約

17世紀から18世紀にかけてのイギリスの数学者ド・モアブルの眠る時間をもとに数列、極限を考えた。そして、睡眠時間やド・モアブルが生きた時代背景について論じた。睡眠時間については早起きや短時間睡眠がもてはやされるが偉人には長い眠りの人が多い。ド・モアブルはその例であったが、その時代のイギリスの数学は隆盛期にあったが初等算術教育の質は低かった。

キーワード：ド・モアブル、数列、極限、睡眠時間、イギリスの数学教育史

フランス生まれのイギリスの数学者ド・モアブル(1667-1754)は、 $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$ や確率理論や三角測量法の分野で数々の業績を遺した。 ド・モアブルは若い頃から寝坊で、老齢に達したとき一日20時間眠っていた。彼は毎日十分ぐらいずつ睡眠時間を増やしていきたいと考えた。かくして彼の睡眠時間はどんどん長くなり23時間以上眠るようになった。その後どのようになったと思うか。

1．数列、極限の問題として次のような解答例を得た。

- 「一日20時間眠る」から毎日10分増やすと24日後には24時間寝ることになる。876日後には１年間眠り続けることになるが、毎日10分長くするのに３日、半月、１年とかかるようになる。その人の体質と性格によりある一定の睡眠時間に収束する。
- 一日中眠る。
- 毎日24時間眠る。
- 起きている日がない。
- 一日を［0，24）と考えると、24時になるまでの時間は無限。
- １分１秒を同じ速度で刻んでいるので、翌日の始点０時に達し、この時刻にはまた翌日の睡眠時間として眠り始めることになるので結局再び目覚めることはなくなる。
- １日＝24時間、上に有界、10分ずつ増やす：単調増加；収束。
- 24時間に限りなく近く眠る何日間も連続で眠る。死。
- １日は24時間で有界であるので24時間以上寝ることは不可能だから24時間になったとき、彼は永遠に眠り続けることになる。
- 24時間を越えたら越えた分は次の日にまわされていくので、１日24時間という単位を考えなければ時間はずっと続くので、結局眠ったままになる。
- 眠る時間を増やしながら死んでしまった。
- いつでも寝ている。
- 寿命がきて死んだ。

・そのうちに死んでしまう。
・永遠の眠り。

実際には日ごとに眠る時間が長くなるという奇病にかかり、1754年11月27日に24時間眠り、ついにそのまま息をひきとった、と伝えられている。しかし、若いころから睡眠時間は多かったらしい。

この問題は、睡眠とは何か、時間とは、1日とは、などについていろいろに考えることができる。太陽を浴びなければ、25時間が体内の時計という説もある。つまり太陽の光がないと24時間が1日の単位ではなく、1時間延びて25時間が1日になる。しかしどちらにしてもあるサイクルで活動しているらしい。

人間だれにも平等に与えられているものが一日24時間という時間です。

短時間睡眠でも大丈夫とか、早起きが体にいいという医学的根拠や早起き実践者の体験談などという例だけが目に触れるように、これでもかという具合にあげてある。早起きで道を極めた偉人の例。三時起きで「群書類従」を完成させた塙保己一、一番鶏とともに起き出した二宮尊徳、生涯、朝五時に起き続け、「歩く人間時計」だったカント、早起きの秀吉などである。また短時間睡眠の代表例として三時間のナポレオンや、発明王エジソンは一日4～6時間の規則正しい睡眠で生活を安定させ数々の発明を成し遂げた。また早起きで長寿を全うした例として、ヘレンケラー88才、カント80才、孔子73才、孟子85才、塙保己一74才、栄西74才、親鸞89才、二宮尊徳70才、秀吉62才、日蓮60才、貝原益軒84才、本居宣長71才などで、それぞれ当時の平均寿命を大きく上回り、しかも晩年は大そう健康であった。為政者、応用科学者、政治指導者などは短い眠りの人が多い。

早起きに関する諺は、次にあげられるように数多くある。

「早起き病気知らず」
「貧の宵張り長者の早起き」
「早起き三両倹約五両」
「早起きの鳥は餌に困らぬ」
「早起きの鳥は虫を捕らえる」
「早起きは三文の徳」
「早起き目の薬」

それに対して逆のものはあまりみかけないし、宣伝されていない。

アインシュタインは非常に長い睡眠をとっていたという記録があるし、ド・モアブルもその例である。苦悩する天才という意味での偉人は長い眠りの人が多い。話しとして「三年寝太郎」がある。為政者としては、短時間睡眠の勤勉な人を望むのは当然のことなのであろう。

2．ド・モアブルと歴史的背景

ド・モアブル（1667-1754）は、1667年10月18日シャンパーニュ地方のビトリに生まれた。1685年10月18日にナントの勅令が廃止されたので、フランスのプロテスタントは国外に逃亡しなければならなくなり、18歳のド・モアブルも両親とともにロンドンに来て、そして一生を終えた。ロンドンに来た当初は、数学を教えて生活の糧を得ていたらしい。ある人がニュートンに、『プリンキピア』に書いてあることを質問したところ、自分よりよく知っているド・モアブル君にいくようにと、いったと言われるほど高く評価されていた。年若くして自活し、独学の間に大成した民間の学者で、三角法、確率論、保険

学への貢献がきわめて大きかった。

イギリス人は、レコード（1510-1558）の『算術』（1540年）のころから数値的技巧を金銭にたくみに応用していた。封建制度の崩壊により解放されたのは商工業者であって農民ではなかった。都市には商人と手工業者の子弟が学ぶ学校があり、貴族の子弟は寺院で、しかし農村には学校はほとんど存在しなかった。商工階級の算術は、インド数学による計算法で商業上の応用を主体にしたもので、これと対立していたのが、ボエチウスの数論を主体にした寺院の算術であり、その対立の中間に、自由主義的な大学の算術があった。しかし、算術がまったく商業上の目的のために学ばれ、実際の生活に密接に関係があるので数学は大学において教授すべき価値がないとみられ、エリザベス女王時代に、新法令が出て、それによって数学の全科目が大学の教程から削除されてしまった(1570年)。したがって、19世紀のはじめに復活するまで、1550-1800年の２世紀半にわたるイギリス算術は学問的に低級を極めた。

しかし、このころは、ニュートン（1642-1727）を中心に、ネイピア、マクローリン、ド・モアブルの活躍したイギリス数学の隆盛期にあたっているが、彼らは初等教育のために影響を及ぼさなかった。それに対して、19世紀のオーガスタス・ド・モルガンは、初等数学教授革新を行なっている。『微積分学』の著者、代数、級数、論理学において新発見をなした。17世紀には 商業算術のために理論的算術は絶滅し、発展を妨害された（ド・モルガン）。

英独では、算術は無益な法則の収集にとどまり、算術はまったく商業上の目的からだけ学ばれ、多くの法則に対する証明は決して与えられなかった。proofという言葉は逆の順序での計算や特別な検算以外の意義を持たなかった。計算の規則だけで算術を教えた時期は、ドイツの方がイギリスよりも100年も早かったが、18世紀になってから、ドイツの方が早くも証明を加えた合理的算術にもどった。

18世紀の終わりごろまで、イギリスの有名なパブリックスクールの普通の生徒は2021を43で割ることができなかった。しかし、このような問題は数世紀以前に、インドではブラーマグプタとバスカラによって教えられていた。スウェーデンのチャールズ12世は、算術に無知なものを、人間として半人前だとみなした、と伝えている。

英紳士の間では算術を学ばなかったばかりでなく、まったく問題とすらしていなかった。当時の修養項目は天文学と幾何学と力学の初歩であった。19世紀には、1829年にハローで分数、ユークリッド、地理学、近世史がはじめて教えられ、マーチャント・ティーチャーズで数学、習字、算術が教えられた。1851年に、イートンで数学が教えられるようになった。

4

教科書分析からみた社会的文脈の扱い

日本・アメリカ・イギリスの数学科教科書における

社会的文脈の扱い方の比較分析――――――――――――――――――――富竹　徹

松元新一郎

長崎栄三

日本・アメリカ・イギリスの数学科教科書における社会的文脈の扱い方の比較分析

富竹　徹　　松元新一郎　　長崎栄三
島根大学　　東京学芸大学附属大泉中学校　　国立教育研究所

要　約
わが国の中学校数学科教科書の特徴を明らかにするとともに、数学教育における社会的文脈の扱い方に対する今後への示唆を得るために、日本・アメリカ・イギリスの教科書における社会的文脈の扱い方の比較分析を行った。その結果、日本は純粋な数学の問題、アメリカは実世界の問題、イギリスは擬似的な問題が、それぞれ他２か国と比較して多いということがわかった。また、数学の文化に関する問題が３か国とも１題もないこともわかった。全体としては、擬似的な問題の収集にはイギリスの教科書が、実世界の問題の収集にはアメリカの教科書が参考になりそうである。
キーワード：中学校数学科教科書、日本、アメリカ、イギリス、実世界の問題、比較分析

１．教科書分析の目的

日本・アメリカ・イギリスの数学科教科書における社会的文脈の扱い方の比較分析を行い、わが国の教科書の特徴を明らかにするとともに、社会的文脈の扱い方に対する今後への示唆を得る。

２．教科書分析の方法

（１）分析の対象とする教科書

日本　　：啓林館，数学１年～数学３年，平成５年度版.

アメリカ：Addison-Wesly Mathematics Grade 6～8, Addison-Wesly Publishing Company, 1993.

イギリス：SMP 11-16. Book Y1～5, Cambridge University Press, 1985.

ただし、日本を長崎、アメリカを松元、イギリスを富竹が主として分担する。

（２）分析の対象とする部分

① 対象とする単元

対象とする内容を日本の単元名であげると、次の通りである。なお、（ ）内は日本で指導する学年である。なお、分析対象は、数と式、図形、関数、確率から１単元を選んだ。

正負の数の計算(中１)、平面図形・空間図形(中１)、一次関数(中２)、確率と標本調査(中３)

② 対象とする部分と分析手法

対象とする部分には、次のものがある。

１）全体の単元構成（たとえば、スパイラル、他内容との関係）、２）扉頁、３）導入部、４）問題、５）図的表現

ただし、１）～３）については記述的に分析し、４）、５）については量的に分析する。

（３）問題と図的表現の分析の手順

分析対象のうち、問題と図的表現については次の手順で分析する。

① 対象単元の頁のコピーをとる。

② 分析対象とする最小単位を同定し、それに通算番号をつける。

問題には、T1､T2､T3･･･、図的表現には、F1､F2､F3･･･

③ 問題と図的表現を分類する。

④ 問題の外延的定義

問題とは、次のものを総称したものとして考える。

1) 日本：啓林館　数学１年～数学３年

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$･･･、練習、問題、基本の確かめ。

ただし､問、例、例題、巻末の問題は除く。

2) アメリカ：Addison-Wesly Mathematics

Try it out, Practice, Apply, Mixed Review, Power Practice/Quiz,

Mental math, Estimation, Wrap up, Test, Cumulative Review,

ただし、扉の問題、Learn about it (Explore, Talk about it), Example は除く。

3) イギリス：School Mathematics Project(SMP) Ｙシリーズ

A1, A2･･･、B1､B2､･･･

ただし、Example, Worked example は除く。

⑤ 問題と図的表現の分類の枠組み

1) 問題の種類

問題は、次の観点で分類する。

１：純粋な数学の問題

11：計算に関する問題　12：知識に関する問題　13：理解に関する問題　14：思考に関する問題

２：子どもが親しめるような場面の中の数学の問題

21： 擬似的な実世界の問題

３：実世界の数値で表されていて数学に関係した現実的な問題

31：基本的な量に関する問題（単位系、貨幣制度、暦など）　32：理科的な問題

33：社会科的な問題　34：家庭科的な問題（家庭経済を含む）

35：技術科的な問題（ハイテク、機械の構造を含む）　36：スポーツの問題

37：芸術の問題（音楽、美術）　38：環境問題の問題　39：その他（生活一般の問題）

４：遊びの中にあって数学に関係した問題

41：ゲーム（勝ち負けがある）　42：パズル、なぞなぞ　43：遊び一般

５：数学の文化に関係した問題

51：数学史（日本と外国）　52：他国の数学（現在）　53：その他（性差など）

2) 図的表現の種類

問題に関係した図的表現は次の観点で分類する。

１：グラフ　２：表　３：図形　４：アニメーション　５：写真

⑥ その他

なお、分類においては、これらのほか、「問題の場面」、「問題の中の登場人物」、「問題で期待されている活動」、「問題の中にある量」、「問題の中の電卓」についても分類したが、本稿では、問題と図的表現について分析する。ただし、本論では紙幅の関係で触れてない。

３．教科書分析の結果

（1）全体の単元構成

① 日本

日本の教科書の単元構成の特徴は、各学年とも、数と式、関数、図形、確率・統計の順にそれぞれ約2、3単元ずつという、他2カ国と比べて数学的に整理されていることである。また、アメリカの教科書とは異なり、単元名とは異なる内容の問題はなく、復習問題は各学年とも最後にそれぞれ「1年生の復習」、「2年生の復習」、「学んだことの確かめと活用」で扱っている。

電卓については、1年で電卓の基本操作とメモリーの使い方、3年でキーの使い方の説明があり、電卓を使用して学習を展開することが望ましいとされている場面に電卓マークを付けている。以前の教科書に比べれば、電卓の使用に積極的になってきたといえるが、まだトピックス的な扱いである。

最後に3冊全ての章構成をあげておく。

・数学1年の章構成（181p.）

1正の数・負の数　2文字の式　3方程式　4変化と対応　5平面図形　6空間図形
1年生の復習

・数学2年の章構成（214p.）

1式の計算　2連立方程式　3一次関数　4不等式　5図形の調べ方　6図形と合同
7図形と相似　8資料の整理　2年生の復習

・数学3年の章構成（216p.）

1式の計算　2平方根　3二次方程式　4関数　5円の性質　6図形の計量
7確率と標本調査　学んだことの確かめと活用

② アメリカ

アメリカの教科書として分析したAddison Wesleyの教科書は、NCTMのスタンダードを効果的に履行するために開発されたものであるとカタログに記述されている。さらに次のような統合したアプローチを行うように記述されており、社会的文脈を意図しているといえる。

・数学と他の教科との関係を強調する
・単元間の関係を強調する
・生徒が日常の「行うこと、考えること、話すこと」の活動の中に保障すること

また、電卓に関しては、テキサスインスツルメンツ社のマス・エクスプローラーを用いることを前提として書かれている。教科書の中には電卓使用について明示されておらず、指導書の中に「Materials」として電卓の指示があるものもある。章毎に必ず電卓を利用する場面があり、更に、それ以外の場面でも積極的に利用すべき、という立場を取っていると考えてよい。また、ただ計算すべてを電卓に任せるというのではなく、「紙と鉛筆」「暗算」「電卓」のどれを利用するとよいかを見極める課題が各学年で設定されている。そこでは、どういう手順で計算方法を選べばよいかの基準が明記されている。

アメリカの教科書は、完全なスパイラル方式である。一度出てきた単元の内容は、次の学年以降において、ほとんどといってよいほど登場する。かなりの内容をだぶって復習し、それに続いて発展的に展開するような構成になっている。

また、アメリカの教科書は、1つの章に、違う単元の問題が入っている。たとえば、復習問題的なものも多い（MIXED REVIEW　など）。復習問題的な問題は、巻末に集中的に置かれている。日本の教科書では、簡単な導入と必要最低限の問題のみで構成されているのに対して、アメリカの教科書では、導入から問題演習まで教科書1冊にまとめられていている。最後に各学年の章構成をあげておく。

・第6学年の章構成（変形B5版、546p.）

1 式の計算、文字式　2 小数とメートル法　3 乗法: 整数と小数　4 除法: 整数と小数

5 データ、グラフ、統計　6 分数の理解　7 加法と減法: 分数と帯分数

8 乗法と除法: 分数と帯分数　9 幾何　10比、割合、パーセント　11パーセントの利用

12 整数（正負の数）　13測定　14周の長さ、面積、体積　15確率　16方程式の導入

・第7学年の章構成（変形B5版、574p.）

1 式の計算、文字式、問題解決　2 小数と測定　3 データ解析、統計　4 幾何（平面・空間）

5 数の性質と分数　6 分数の計算　7 方程式の導入　8 割合と比　9 パーセント

10 パーセントの応用　11整数　12確率　13面積、体積　14合同変換　15代数（式の計算、文字式）の拡張　16論理的推論

・第8学年の章構成（変形B5版、574p.）

1 式の計算、文字式、問題解決　2 データ解析、統計　3 面積、体積

4 方程式、不等式、関数　5 正負の数　6 数の性質（G.C.M.， L.C.M.,素因数分解）　7 有理数

8 割合と比　9 パーセント　10パーセントの応用　11離散数学：数え上げの問題　12確率

13 幾何（平面・空間）　14平方根と直角三角形　15合同変換　16論理的推論

③ イギリス

ＳＭＰ11-16という教科書は、1961年に創立されたThe School Mathematics Projectが9学年から11学年（13歳から16歳）用に作成したものである。この教科書作りは1977年から始まり、出版されたのは1983年からである。その教師用書に「教科書のどこでも文脈における数学を強調しており、その文脈は、有用性を明らかにすることと、数学のアイデアそのものの習得を容易にすることの両方を目的にして選んである」と書いてあるとおり、文脈を重視した教科書作りを基本方針に唱っている。

ＳＭＰ11-16にはいくつかのシリーズがあるが、本分析で取り上げたＹシリーズは、教師用書によると「最もできる子どもたち(おおよそ、上位20%から25%位まで)」のために作られている。冊数はＹ1からＹ5までの5冊であり、ページ数はＹ1からＹ4までが156頁、Ｙ5が171頁である。

この教科書の章構成はその数の多いところに特徴があり、Ｙ1が12、Ｙ2からＹ4おのおのが17、Ｙ5が14である。日本の教科書（啓林館の中1から中3までそれぞれ6、8、7）の2、3倍あり、アメリカの教科書とほぼ同じ多さである。たとえば、Ｙ2で3章三角比（1）、6章三角比（2）と2つに分割してあるように、日本の教科書と比較して、単元構成が分散的であり、スパイラル方式である。しかし、アメリカの教科書とは異なり、単元名とは異なる内容の問題はなく、復習問題は5冊とも復習1から復習3の3カ所で扱っている。

なお、電卓については、「暗算でできる最も単純な計算を除いていつでも電卓を用いてよい」ことになっている。

最後に5冊すべての章構成をあげておく。

・Book Ｙ1（156p.）

1乗法と除法　2軌跡　3代数の言語　昔の数学1　4電卓の利用　復習1

5負の数と方程式　6比　昔の数学2　7多角形と円　8探求　復習2　9かっこ

10百分率　11傾き　昔の数学3　12確率　復習3　ブックレットの復習

大きい数と小さい数　数の追求　対称　ピタゴラスの定理

・Book Ｙ2（156p.）

1関数　2正確さ(accuracy)　3三角比(1)　4率(rates)　5文字式　復習1　6三角比(2)

7探求(1)　8分布　9等式の変形(1)　10点、直線、平面　11等式の変形(2)　復習2

12比例　13面積　14 1次方程式と不等式　15探求(2)　16周期的なグラフ　17確率

復習3

・Book Y3 (156p.)

1引き伸ばしと拡大　2一次関数　もしも…しかなかったら　3ベクトル　代数の復習(1)
4百分率(1)　5写像　6探求(1)　復習1　7TV番組の調査　もしも…しかなかったら
8比例と反比例　9情報の表現　代数の復習(2)　10データを観察すること
もしも…しかなかったら　11百分率(2)　12探求2　代数の復習(3)　13直角三角形　復習2
14体積　15計画についての問題　16一次方程式　17分布　復習3

・Book Y4 (156p.)

1選択と配列　2拡大と体積　3一次方程式　4角の関係　5分数式　6ベクトル　復習1
7数列(1)　8いろいろな型の比例　9等式の変形　グリッド照合　10確率　11数列(2)
12幾何級数的な増加や減少　復習2　13最適化　14標本　15関数　16三次元
17三次関数と三次方程式　復習3

・Book Y5 (171p.)

1表面　2最適化　3分数式　封筒の裏1　4貯蓄と借金　5グラフの下の面積　復習1
6三角関数　グラフとグラス1　7測定の幅　8方程式とグラフ　9三次元　復習2
グラフとグラス2　10不等式　11縦、横、高さ　12漸化式　封筒の裏3
13三角関数のグラフ　14不等式　復習3　総復習

（2）単元の扉の頁

① 日本

身近な事例や歴史的な発展が単元の扉に示されており、そこに写真、イラスト等も使われている。これらは本分析においては量的分析の対象になっていないので、カウントされていないことに注意する必要がある。

その題材は以下のようである。

・1年

1正の数・負の数（温度計）　2文字の式（加法の交換法則、高速艇が進む距離）
3方程式（登山隊の人数）　4変化と対応（リニアモーターカーのスピードの変化）
5平面図形（橋の設計）　6空間図形（空間にある立体）

・2年

1式の計算（地球から1m離してはった電線の長さ）　2連立方程式（大小2種類のボートの数）
3一次関数（気温と音の速さ）　4不等式（行楽地までの距離）　5図形の調べ方（角の大きさ）
6図形と合同（海岸から船までの距離）　7図形と相似（大きさを変えた写真）
8資料の整理（中学生の運動能力）

・3年

1式の計算（花だんの面積）　2平方根（角材の1辺の長さ）　3二次方程式（温室の大きさ）
4関数（自動車の速さと停止するまでの距離）　5円の性質（直径に対する円周角）
6図形の計量（直角三角形の3辺の長さ、ピラミッドの大きさ）
7確率と標本調査（2つのさいころの目の出かた）

② アメリカ

章の扉は写真が使われている。そして、巻末に掲載されている資料（DATA BANK）を用いながら、設問形式になっている。日常の場面に即した内容になっている。

なお、以下に第6学年の各章の「扉」の題材について記す。章の扉の話題は、〔データバンク〕と［写真］からなっている。

1 式の計算、文字式、問題解決	〔MATH AND SCIENCE〕年令別テレビ試聴時間・家庭にある伝達手段の保持率の推移, ［写真］コンピュータによる気象データ分析
2 小数と測定	〔MATH AND SOCIAL STUDIES 〕外国（英・加・日・メキシコ）の貨幣制度（単位・硬貨と紙幣の種類・過去の交換レートの推移）、1989.1.1の株式市況9銘柄, ［写真］各国の硬貨が散りばめられている
3 データ解析、統計	〔MATH AND SCIENCE〕霊長類の総数（熱帯雨林・森林地帯・サバンナによる分類）、霊長類の成長段階（幼児期・子供期・大人期・平均寿命）, ［写真］ゴリラの写真
4 幾何（平面・空間）	〔MATH AND SCIENCE〕六角形のボルトとナット（平面図・立面図）、屋根や橋のトラース図, ［写真］鉄橋
5 数の性質と分数	〔MATH AND FINE ARTS〕全音階における2オクターブ分の振動（周波）数、音符の値と区分(全音符・2分音符・4分音符), ［写真］トランペット
6 分数の計算	〔MATH AND HEALTH AND HITNESS 〕ピザの作り方（材料と焼き方）, ［写真］かごに入っている野菜の数々
7 方程式の導入	〔MATH AND SCIENCE〕原子の重さ（水素・ヘリウム他6種）、分子の重さ（酸素・一酸化炭素他5種）, ［写真］試験管と液体の入ったビーカーやフラスコ
8 割合と比	〔MATH AND HEALTH AND HITNESS 〕インディアナポリス 500（カーレース）の勝者一覧（1959～1980分・マイル／時・km／時・賞金）、インディアナポリスでのフォードロータス車（スロットの角度とエンジン回転）, ［写真］カーレースの写真
9 パーセント	〔MATH AND SOCIAL STUDIES 〕投資収入の調査（硬貨・石油・切手・金・銀・大蔵省証券・画家の絵・債権・株・中国陶器・住宅・農場・ダイアモンド）, ［写真］ニューヨーク株式市場（売場）
10パーセントの応用	〔MATH AND HEALTH AND HITNESS 〕食品（3種）の成分表、12歳の平均体重（各身長に対する体重）, ［写真］新体操の選手（リボン）
11整数	〔MATH AND SOCIAL STUDIES 〕世界の時差の地図、テキサス州オースチンの地図（網かけ有）, ［写真］中世の地図（中央アフリカ）
12確率	〔MATH AND SCIENCE〕パスカルの三角形、確率と遺伝(エンドウの花の色), ［写真］えんどうの花
13面積、体積	〔MATH AND HEALTH AND HITNESS 〕スポーツを行うのに必要な面積とボールの寸法, ［写真］テニスコート
14合同変換	〔MATH AND SCIENCE〕プログラム（ロゴ）の説明, ［写真］フラクタル（正三角形）コンピュータの画面
15代数（式の計算、文字式）の拡張	〔MATH AND LANGUAGE ARTS〕自宅の説明文、算数に対する論説文, ［写真］湖と森林
16論理的推論	〔MATH AND LANGUAGE ARTS〕暗号解読（コナンドイルの小説より‥“踊る人間の冒険”）, ［写真］子供の腕の写真

③　イギリス

この教科書は、単元の扉に相当する頁がなく、いきなり第1節の解説から始まる格好になっている。

（3）単元の中の節などの導入部

①　日本

節の導入は、比較的やさしく親しみやすい問題である「問い」から始まっているが、これらも本分析においては量的分析の対象になっていないので、カウントされていないことに注意する必要がある。

②　アメリカ

よく人物が登場する。コミュニケーションを意識した記述の仕方である。その他、特徴的なことあげておく。

1）正負の数では、計算の導入を“おはじき”をモデルとしている。

2）平面図形の中の「移動」については、別に章立てられている。

3）確率モデルに、コマ（円板状の上を針がクルクル回るもの）が多用されている。サイコロ・硬貨も良く使われる。

③　イギリス

どの節も新しい用語の定義、例題の解説、あるいは例題的な問題から始まり、その後にいくつか問題が続くという、日本の参考書的な構成になっている。

（4）問題と図的表現

問題と図的表現の分析においては、分析の手法で述べたように、単元毎に量的に分析した。

①　正負の数の計算（中学校1年）

正負の数の問題の分類の結果は、表1の通りである。

表1　正負の数の計算の問題の分類

国	純粋数学				擬似的	実世界			遊び	計
	計算	知識	理解	思考		理科	社会	その他		
日	70.4%	18.5%	5.6%	1.9%	3.7%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100%(54題)
米	47.5	6.1	12.1	3.0	26.3	1.0	3.0	1.0	0.0	100%(99題)
英	79.2	16.7	0.0	0.0	4.2	0.0	0.0	0.0	0.0	100%(24題)

正負の数の問題数が日本はアメリカの半分、イギリスは日本の半分となり、イギリスの問題数がかなり少ない。純粋な計算の問題の中の計算の問題数の割合は逆にアメリカが約5割、日本が約7割、イギリスが約8割と、イギリスが多くなっている。日本、イギリスでは95%以上が純粋な数学の問題である。一方で、アメリカは特徴的である。擬似的問題はアメリカが全体の約4分の1と多く、日本とイギリスはそれぞれ2題、1題しかない。さらに実世界の数値で表された問題も日本イギリスでは1問もなかったのに対して、アメリカではわずかではあるが5％あった。正負の数の計算については、アメリカの教科書が擬似的な問題が多いという特徴があり、日本とイギリスは擬似的、実世界の問題がほとんどないというほぼ似た結果になっていることがわかる。本単元の文脈における数学の問題を収集するには、アメリカの教科書が参考になりそうである。

正負の数の図的表現の分類の結果は、表2の通りである。

表2　正負の数の計算の図的表現の分類

	数学的					文脈的					計
	グラフ	表	図形	アニメ	写真	グラフ	表	図形	アニメ	写真	
日	0.0%	50.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	50.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100%(4個)
米	25.0	8.3	0.0	41.7	8.3	0.0	0.0	0.0	0.0	16.7	100%(12個)
英	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	100%(1個)

正負の数の図の個数もアメリカ、日本、イギリスの順に少なくなり、問題数に対する図の数の割合は、日本、アメリカ、イギリスにおいてそれぞれ約7%、12%、4%であり、アメリカが図を多く用いている。また、日本では表、イギリスではアニメしかないのに対して、アメリカではグラフ・表・アニメ・写真と多様な図的表現を利用していることがいえる。アメリカの多様性が特徴的であることがわかる。

② 平面図形・空間図形（中学校1年）

平面図形・空間図形の問題の分類の結果は、表3の通りである。

表3　平面図形・空間図形の問題の分類

国	純粋数学				擬似的	実世界						遊び	計
	計算	知識	理解	思考		理科	社会	家庭	技術	芸術	その他		
日	0.0%	67.2%	28.4%	3.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	1.5%	0.0%	100%(67題)
米	2.6	37.3	30.0	10.8	10.5	1.5	0.3	0.3	0.6	2.6	2.6	0.9	100%(343題)
英	0.0	36.8	23.0	2.3	33.3	2.3	0.0	0.0	2.3	0.0	0.0	0.0	100%(87題)

平面図形・空間図形の問題については、アメリカの問題数が日本イギリスに比べおよそ4倍と圧倒的に多い。日本は1題を除いてすべて純粋な数学の問題であるのに対して、アメリカでは約80%、イギリスでは約62%が純粋な数学の問題である。擬似的問題はイギリスが約33%で最も多くなっており、実世界の問題はアメリカが約8%、イギリスが5%である。日本は図形の問題が純粋な数学の問題に偏っており、イギリスが擬似的問題を多く用いていることがわかる。

平面図形・空間図形の図的表現の分類の結果は、表4の通りである。

表4　平面図形・空間図形の図的表現の分類

国	数学的					文脈的					計
	グラフ	表	図形	アニメ	写真	グラフ	表	図形	アニメ	写真	
日	0.0%	2.0%	96.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	2.0%	100%(50個)
米	3.4	3.4	76.9	0.9	1.3	0.0	0.0	4.7	7.7	1.3	100%(234個)
英	2.9	0.0	82.4	1.5	0.0	0.0	0.0	8.8	4.4	0.0	100%(68個)

平面図形・空間図形の図的表現の分類の結果は、日本、アメリカ、イギリスにおいてそれぞれ約75%、68%、78%である。また、日本は図形が96%と圧倒的に多く、アメリカ、イギリスに比べてその他のア

ニメ、表などが少ないのは、純粋な数学の問題が多いことの影響であろう。

③　一次関数（中学校2年）

一次関数の問題の分類の結果は、表5の通りである。

表5　一次関数の問題の分類

国	純粋数学				擬似的	実世界				遊び	計
	計算	知識	理解	思考		理科	技術	体育	その他		
日	0.0%	67.3%	6.1%	2.0%	16.3%	8.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100(49題)
米	4.2	8.3	33.3	16.7	16.7	8.3	0.0	12.5	0.0	0.0	100(24題)
英	4.1	67.3	14.3	0.0	4.1	4.1	4.1	0.0	2.0	0.0	100(49題)

他の単元では常にアメリカが、日本やイギリスに比べ問題数が多かったが、アメリカの教科書では一次関数は独立した章にはなっていないために、日本、イギリスに比べ約半分という少なさになっている。純粋な数学の問題は、日本、アメリカ、イギリスの順に約75%、63%、86%であり、擬似的な問題は、日本、アメリカが約16%、イギリスが約4%であった。図形と異なり、イギリスの擬似的問題が日本、アメリカの約4分の1という少なさである。一方、実世界の問題は、アメリカが約21%もあり、特に体育に分類されるものが多いことが特徴的である。

一次関数の図的表現の分類の結果は、表6の通りである。

表6　一次関数の図的表現の分類

国	数学的					文脈的					計
	グラフ	表	図形	アニメ	写真	グラフ	表	図形	アニメ	写真	
日	46.7%	13.3%	6.7%	0.0%	0.0%	13.3%	6.7%	6.7%	6.7%	0.0%	100(15個)
米	33.3	0.0	0.0	33.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	33.3	100(3個)
英	62.5	16.7	0.0	0.0	0.0	8.3	12.5	0.0	0.0	0.0	100(24個)

一次関数の図的表現については、アメリカは計3個と非常に少く、分析の対象になりにくい。問題数に対する図の数の割合は、日本、アメリカ、イギリスにおいてそれぞれ約31%、14%、49%であり、イギリスが図を多く用いていることがわかる。また、実世界の数値で表された問題の中の図的表現では、日本がグラフ・表・図形・アニメと多様な図的表現を利用しているといえる。

④　確率と標本調査（中学校3年）

問題の分類の結果は、表7の通りである。

確率の問題数はやはりアメリカが最も多く、イギリスはアメリカの約半分、日本はイギリスの約3分の1しかない。この単元の特徴は、3か国とも擬似的な数学の問題の割合が高いことである。これは、硬貨やサイコロなどを使って指導しているためで、これらはすでにモデル化されたものであり、擬似的な問題と言える。

確率の図的表現の分類の結果は、表8の通りである。

表7　確率と標本調査の問題の分類

国	純粋数学				擬似的	実世界					遊び	計
	計算	知識	理解	思考		量	理科	技術	体育	その他		
日	0.0%	3.7%	0.0%	0.0%	81.5%	0.0%	0.0%	3.7%	11.1%	0.0%	0.0%	100(27題)
米	4.5	4.5	0.6	0.6	70.6	1.1	2.3	0.0	0.6	7.3	7.9	100(177題)
英	1.1	1.1	2.2	0.0	87.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	7.9	100(89題)

表8　確率と標本調査の図的表現の分類

国	数学的					文脈的					計
	グラフ	表	図形	アニメ	写真	グラフ	表	図形	アニメ	写真	
日	0.0%	0.0%	0.0%	40.0%	0.0%	0.0%	60.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100%(5個)
米	1.3	13.0	7.8	58.4	2.6	1.3	6.5	0.0	2.6	6.5	100%(77個)
英	12.1	51.5	9.1	15.2	0.0	6.1	0.0	3.0	3.0	0.0	100%(33個)

確率の問題数に対する図の数の割合は、日本、アメリカ、イギリスにおいてそれぞれ約19%、44%、37%であり、日本で図の使用が非常に少ない。図的表現の分類では、アメリカはアニメが多く、イギリスは表が多い。

⑤　全体の考察

1）問題の分類

全部の問題の分類結果は、表9の通りである。

表9　全問題の分類

国	純粋な数学	擬似的な実世界	実世界の数値	遊び	文化	計
日	79.2%	16.2%	4.6%	0.0%	0.0%	100%(197題)
米	58.8%	29.7%	8.9%	2.6%	0.0%	100%(643題)
英	49.4%	44.2%	3.6%	2.8%	0.0%	100%(249題)

分類した全問題数は、日本の教科書が197題、アメリカの教科書が643題、イギリスの教科書が249題であり、アメリカがかなり多い。全体の傾向を捉えてみると、純粋な数学の問題は日本が約80%、アメリカが約60%、イギリスが約50%であり、この順に少なくなっている。擬似的な実世界の問題は日本が約15%、アメリカが約30%、イギリスが約45%であり、この順に多くなっている。実世界の数値で表された問題は日本が約5%、アメリカが約9%、イギリスが約4%であり、アメリカが日本、イギリスの約2倍の割合という結果になった。遊びの中の問題は日本が0%、アメリカ、イギリスが共に約3%であり、数学の文化に関する問題は3か国とも1題もなかった。

日本は純粋な数学の問題が約8割と圧倒的な割合を占めているところが、、アメリカは実世界の問題が約1割と他2か国より2倍の割合になっているところが、イギリスは擬似的な問題が約45%と半分近くを占めているところが、それぞれの国の教科書の特徴となっていることがいえる。

しかし、上で述べた各国の特徴は単元によって大きく異なる場合がある。すなわち、正負の数の計算と一次関数の単元では、イギリスでも擬似的な問題が少なく、純粋な数学の問題が大多数を占めている。平面図形・空間図形の単元では、アメリカでも純粋な数学の問題の割合が多い。確率と標本調査の単元では、3か国とも擬似的な問題の割合が大多数を占めている。

次に、実世界の問題の内容をみてみると、アメリカは環境問題に関する問題以外はすべてあったのに対し、日本は理科、技術、スポーツ、その他に関する問題、イギリスは理科、技術、その他に関する問題のみであった。

2）図的表現の分類

全部の図的表現の分類結果は表10の通りである。

表10　全図的表現の分類

国	数学的					文脈的					計
	グラフ	表	図形	アニメ	写真	グラフ	表	図形	アニメ	写真	
日	9.5%	6.8%	66.2%	2.7%	0.0%	2.7%	8.1%	1.4%	1.4%	1.4%	100%(74個)
米	4.0	5.8	57.4	16.3	1.8	0.3	1.5	3.4	6.1	3.4	100%(326個)
英	16.7	16.7	46.8	4.8	0.0	3.2	2.4	5.6	4.0	0.0	100%(126個)

分類した全図的表現の数は、日本の教科書が74個、アメリカの教科書が326個、イギリスの教科書が126個であり、問題数と同様、アメリカが多く、日本が少ない。全体の傾向を捉えてみると、日本、アメリカ、イギリスの3か国とも数学的な図的表現は約85%で、文脈的な図的表現は約15%であった。細かい内容をみてみると、数学的な図的表現では、3か国とも図形が最も多く、アメリカは他2か国と比較してアニメが多く、イギリスは他2か国と比較してグラフや表が多い。また、日本、イギリスとも写真が1つもないのが特徴である。日本の教科書に写真が全くないわけではなく、巻頭や、単元の導入に限られているので、それらがこの分析でいう「問題」に当てはまらないからである。文脈的な図的表現では、日本は表、アメリカはアニメ、イギリスは図形がそれぞれ最も多い。日本の教科書では、「数学的」にしろ、「文脈的」にしろ、アニメや写真が少ないようである。

4．研究のまとめ

今回分析した単元においては、日本は純粋な数学の問題、アメリカは実世界の問題、イギリスは擬似的な問題が、それぞれ他2か国と比較して多いということがわかった。また、数学の文化に関する問題が3か国とも一題もないこともわかった。全体としては、擬似的な問題の収集にはイギリスの教科書が、実世界の問題の収集にはアメリカの教科書が参考になりそうである。

しかし、上述したように、単元によりそれらの割合が異なる傾向にあるので、単元ごとに参考とする教科書を選択する必要があることもわかった。

擬似的な問題といっても、アメリカ、イギリスはその問題場面が日本に比べバラエティーに富んでいるので、それらを明確にするためにも、今後は「問題の場面」、「問題の中の登場人物」、「問題で期待されている活動」、「問題の中にある量」、「問題の中の電卓」についての分析結果の考察を行い、これらの視点からの社会的文脈における数学の扱い方の比較分析を行いたい。

5

質問紙調査からみた
算数・数学における社会的文脈の扱い

平成8(1996)年3月に、わが国の小中高校の教師及び保護者を対象に「算数・数学における社会的文脈の扱い」についての質問紙調査を行った。回答者は小中高校の教師約1500名、保護者約1900名に及んだ。これらの結果から、次のようなことが分かった。

小中高校の教師は、実際的な問題を重要だとは感じてはいるがあまり使われていなく、また、これに結びついた指導展開や授業形態もあまり使われていない。そして、この傾向は小中高校と学校段階が上がるに従い強くなる。応用指向・理論指向という立場から見ると理論指向の方が強いようであり、小中高校と学校段階が上がるに従いこの傾向が強くなる。

保護者は、基礎学力の充実とともに日常生活や社会における数学の有用性を意識し、これらを感得させる教育が必要であると感じている。さらに、数学の学ぶ楽しさを経験させることが重要であるとしているが、入学試験も強く意識していることも事実である。また、応用指向・理論指向という立場から見ると応用指向の方が強いようであるが、理論指向もある程度支持されている。

なお、これらについての詳しい報告は次の論文で紹介されている。

(1)長崎栄三・瀬沼花子・富竹徹「算数・数学教育についての教師の態度」
　　『国立教育研究所研究集録』33号. 1996. pp.57-79.

(2)森園子、長崎栄三、瀬沼花子「算数・数学教育に対する保護者の意識」
　　『日本数学教育学会誌』投稿中

なお、これらの結果の分析は、本報告書の結果をも含め1次分析の域を出ていないが、今後、さらに詳しい分析をする予定である。

ここでは、これらの論文に掲載されていない質問紙の全文、反応率、自由記述項目の分析を挙げておく。

NIER/ME/9603/T

数学と文際

算数・数学科カリキュラムに関する教師用調査

国立教育研究所
数学教育研究室

お願い

この調査の目的は、わが国の算数・数学科カリキュラムのあり方に関する広範囲の意見を集め、それらを分析することにあります。

この調査は、算数・数学の問題や指導のアプローチ、また、教育や算数・数学に対する考え方などについて主に選択肢形式でお聞きするものです。そして、このことによって、わが国の現状と今後の方向を探ろうとするものであります。

今回の調査の対象は、わが国の小学校・中学校・高等学校の中から無作為に抽出された学校において算数・数学科の指導に携わっている先生方です。なお、この調査は、小中高の各学校段階に共通な質問項目で作成されておりますが、回答者の方は、各自の学校段階に立ってお答えください。

それぞれの質問にお答えになったのち、同封の返送用封筒をご使用になって、本調査用紙を、平成8年3月末日までに、ご投函いただければ幸いです。

なお、調査結果の公表においては、個々の回答が分かるようなことは一切いたしません。お忙しい中、大変恐縮に存じますが、なにとぞご協力をお願いいたします。

連絡先
〒153 東京都目黒区下目黒6-5-22
国立教育研究所 科学教育研究センター 数学教育研究室
長崎 栄三 ☎03-5721-5080、瀬沼 花子 ☎03-5721-5081

あなたの現在の勤務学校にあてはまるものを選んで、その番号を○で囲んでください。

（1）学校段階　1. 小学校　2. 中学校　3 高等学校

（2）学校種別　1. 公立学校　2. 私立学校　3. 国立学校

（3）学校組織　1. 共学校　2. 女子校　3. 男子校

-1-

1 あなたについて、あてはまるものを選んで、その番号を○で囲んでください。

（1）現在の担当学年　1. 1年　2. 2年　3. 3年　4 4年　5. 5年　6. 6年

（2）現在の年齢
1. 25歳未満　2. 25歳以上30歳未満　3. 30歳以上35歳未満
4. 35歳以上39歳未満　5. 39歳以上44歳未満　6 44歳以上49歳未満
7. 49歳以上56歳未満　8. 56歳以上60歳未満　9. 60歳以上

（3）性別　1 男　2. 女

（4）学んだ大学の学部・学科
1. 理系学部の数学関連学科　2. 理系学部の数学関連学科以外
3. 教員養成系学部の数学関連学科　4 教員養成系学部の数学関連学科以外
5. 工学系学部の数学関連学科　6 工学系学部の数学関連学科以外
7. 文系学部　8. その他（　　　　）

2 あなたの日頃の算数・数学の授業についてお答えください。

（1）あなたは、算数・数学の授業をどのような形態で行っていますか。次の中から普段一番多くとっている授業形態を1つ選んで、その番号を○で囲んでください。
1. 一斉学習　2. グループ学習　3 個別学習

（2）あなたは、算数・数学の授業で教科書をどのように扱っていますか。次の中から一番多い扱い方を1つ選んで、その番号を○で囲んでください。
1. 教科書だけを使う　2. 教科書のほかにもいろいろな教材を利用する
3. 主に自作の教材を使う

（3）あなたは、算数・数学科以外の教科の授業を受け持っていますか。次の中から、あてはまるものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。
1. 受け持っていない
2. 受け持っている　：中学・高校の方は教科名をお書きください。（　　　）

3. あなたは、わが国の算数・数学教育をどう思いますか。次の中から、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

（1）自分が小中学生のとき：1. 問題点は少なかった　2. 問題点が多かった

（2）現在　：1. 問題点は少ない　2. 問題点が多い

-2-

4. あなたは、日頃の算数・数学の授業で、次の教材・教具をどのくらい使いますか。それぞれについて、あなたにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

	1 よく使う	2 ときどき使う	3 たまに使う	4 まったく使わない
記入例 1	①	2	3	4
記入例 2	1	2	③	4
（1）模型（面積説明器、立体模型など）	1	2	3	4
（2）構造ブロック（タイルなど）	1	2	3	4
（3）ジオボード（幾何板）	1	2	3	4
（4）写真、スライド、テレビ、ビデオ	1	2	3	4
（5）四則電卓、分数電卓	1	2	3	4
（6）グラフ電卓	1	2	3	4
（7）パソコン	1	2	3	4
（8）実物（サッカーボールなど）	1	2	3	4
（9）巻き尺、ひも	1	2	3	4
（10）定規、コンパス	1	2	3	4
（11）その他自作教材・教具 具体的に（　　　）	1	2	3	4

5. あなたは、日頃の算数・数学の授業で子どもに学習させる問題や課題を、何を使って考えますか。それぞれについて、あなたにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

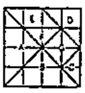
	1 よく使う	2 ときどき使う	3 たまに使う	4 まったく使わない
（1）算数・数学科の教科書	1	2	3	4
（2）算数・数学科の教科書の指導書、解説書	1	2	3	4
（3）算数・数学科の問題集、参考書	1	2	3	4
（4）算数・数学についての教育書	1	2	3	4
（5）大学数学の教科書、参考書	1	2	3	4
（6）数学の教養書、数学の解説書	1	2	3	4
（7）他教科の教科書	1	2	3	4
（8）新聞	1	2	3	4
（9）百科事典	1	2	3	4
（10）理科年表	1	2	3	4
（11）講習会、研究会などで聞いた話題	1	2	3	4
（12）その他（　　　）	1	2	3	4

-3-

6 あなたは、次の算数・数学の問題についてどのように考えますか。それぞれの問題について、算数・数学教育での重要性とあなたが実際に算数・数学の指導で扱う度合について、あなたにもっとも近いものを、それぞれ1つ選んで、その番号と文字を○で囲んでください。なお、それぞれの問題については、例を参考にしてお答えください。

	重要性 1 とても重要である	2 比較的重要である	3 あまり重要ではない	4 まったく重要ではない	扱う度合 a よく扱う	b ときどき扱う	c たまに扱う	d まったく扱わない
記入例	1	②	3	4	ⓐ	b	c	d
（1）純粋な算数・数学の問題（計算問題、証明問題など） 例1：234+456 を求めなさい。 例2：奇数と奇数との和は偶数になることを説明しなさい。 例3：二等辺三角形の頂角の2等分線は底辺を垂直に2等分することを証明しなさい。 例4：2点A(3, 2)、B(-3, 5)の間の距離を求めなさい。 例5：$y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$ のグラフの特徴を述べなさい。	1	2	3	4	a	b	c	d
（2）子どもが親しめるような場面の中の算数・数学の問題（文章題、応用問題など） 例1：なしかりに行きました。かごになしが5つはいっていると610円、かごになしが8つはいっていると940円でした。なし1このねだんはいくらでしょう。 例2．垂直の壁に2mの長さのはしごを立て掛けます。今、はしごの下端を壁から50cm離して地面に置くと、そのはしごの上端は、地面からどのくらいの高さのところでその壁につきますか。 例3：木の高さABを測るために、木の根元Bから7m離れた地点Pから、木の先端Aを見上げてその角度を測ったら40度でした。目の高さを1.7mとして、その木の高さを求めなさい。	1	2	3	4	a	b	c	d

-4-

（3）実世界の数値で表されていて算数・数学に関係した現実的な問題（生活上で起こる問題、他教科の問題、環境問題など） 例1：学級でドッヂボール大会をすることにしました。チームは4チームです。どのチームもちがったチームと1回ずつ試合をすると、試合は全部で何回になりますか。 例2：1983年5月に起こった日本海中部地震は日本海沿岸に津波で大きな被害をもたらしましたが、その震源地は秋田県沖の海底でした。観測の結果、一番近い秋田の地震観測所から、震源までの距離は113km、また、震源の真上の地表の場所である震央までの距離は112kmとわかりました。このとき、震源の深さは地表からどのくらいでしたか。 例3　鉄道線路の勾配は、水平方向の距離1000mに対する垂直高低差で表します。単位は‰（パーミル）を使います。新幹線の線路の最急勾配は15‰と定められています。この角度はおよそ何度ですか。	1 2 3 4	a b c d
（4）遊びの中にあって算数・数学に関係した問題（ゲーム、パズルなど） 例1：サイコロを使って、すごろくで遊びましょう。 例2：正方形の紙を切って作ったタングラムで、いろいろな形をつくりましょう。 タングラムの作り方  例3　マッチ棒を使って2人で行うゲームがあります。適当な数のマッチ棒を重ねて、山を2つ作ります。そして、1回にマッチ棒を、1つの山から好きなだけ取るか、2つの山から同数取ることができます。最後にマッチ棒を取った人が勝ちです。必勝法を考えましょう。	1 2 3 4	a b c d

（5）数学の文化に関係した問題　（数学史の問題など） 例1　長さの測り方は、それぞれの文化で工夫されてきました。エジプト、ローマ、イギリス、日本の昔の測り方を調べてみましょう。 例2：わが国で1627年に出版された『塵劫記』は大衆向きの数学書として250年間にわたって親しまれました。次のねずみざんは非常に有名です。「正月にねずみの父母が子を12匹生む。このねずみが2月には親子ともまた子を12匹ずつ生む。このように親も子も孫もひ孫も月々に12匹ずつ生むとき、12月には何匹になるか」を解いてみましょう。 例3：今から約2500年ほど昔のギリシアの数学者、ピタゴラスは、3つの整数が、それぞれ直角三角形の3辺の長さになるような数の組、ピタゴラス数をみつけました。3、4、5はその一例です。ピタゴラスは、このような数の組を、$2a+1$、$2a^2+2a$、$2a^2+2a+1$と表しました。この数は、どうしてピタゴラス数になりますか。	1 2 3 4	a b c d
（6）実験、観察、調査などによって導かれる算数・数学に関係した問題（実際の問題など） 例1：物をある高さから落としたときのはずむ距離を調べてみましょう。この場合、物と高さと落ちる所にあるものによって、いろいろと変わります。はずむ距離を求める式を考え、それによって予測してからさらに実験を行いましょう。 例2：人間は外界からの刺激にどのような早さで反応するのでしょうか。コンピュータを使って実験をして調べてみましょう。コンピュータにいろいろな文字が出るようにしておいて、Aが出たときだけ、スペースキーを押すようにします。それを何回も繰り返し、反応の平均時間を求めます。実際にプログラムを作り実験をしてみましょう。 例3：マラソンの世界記録を調べてみましょう。このことから、今後、世界記録はどのくらいまで伸びろと予測できますか。	1 2 3 4	a b c d

7．あなたは、日頃、次のような算数・数学の指導のアプローチをどのくらい扱いますか。それぞれについて、あなたにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

（1）数の計算を指導するときのアプローチ	1 よく扱う	2 ときどき扱う	3 たまに扱う	4 まったく扱わない
① 具体的な場面から計算の意味を考えさせる。	1	2	3	4
② きまりとして計算の仕方を理解させる。	1	2	3	4
③ ゲームなどで計算の仕方に慣れさせる。	1	2	3	4
④ 練習問題によって計算の仕方に習熟させる。	1	2	3	4
⑤ 計算が使われる実際的な場面を考えさせる。	1	2	3	4
⑥ 計算がもっている規則性を見いださせる。	1	2	3	4

（2）図形を指導するときのアプローチ	1 よく扱う	2 ときどき扱う	3 たまに扱う	4 まったく扱わない
① 教具を使って図形の性質を考えさせる。	1	2	3	4
② いろいろな証明の仕方を見いださせる。	1	2	3	4
③ 筋道立てて図形の性質を考えさせる。	1	2	3	4
④ 身の周りで図形が使われている場面を見いださせる。	1	2	3	4
⑤ 証明をていねいにかかせる。	1	2	3	4
⑥ 一般化や類推などで図形の性質を関連づけさせる。	1	2	3	4

（3）関数を指導するときのアプローチ	1 よく扱う	2 ときどき扱う	3 たまに扱う	4 まったく扱わない
① 実世界の事象をもとにして関数を考えさせる。	1	2	3	4
② 表をもとに規則性を見いださせる。	1	2	3	4
③ 式をもとにグラフを考えさせる。	1	2	3	4
④ グラフをもとに性質を見いださせる。	1	2	3	4
⑤ 関数が使える具体的な事象を見いださせる。	1	2	3	4
⑥ 数式や図形の内容の中に関数の考えを見いださせる。	1	2	3	4

8　あなたは、算数・数学の自分の指導において次のことをどの程度子どもに期待し、また、実際にできていると思いますか。それぞれについて、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

	1 とても期待している	2 比較的期待している	3 あまり期待している	4 まったく期待してない	1 とてもできている	2 比較的できている	3 あまりできていない	4 まったくできていない
（1）子どもができるようになる。	1	2	3	4	1	2	3	4
（2）子どもが分かるようになる。	1	2	3	4	1	2	3	4
（3）子どもが楽しむようになる。	1	2	3	4	1	2	3	4

上の(1)〜(3)の中でもっとも期待していることを1つだけ選んで、その番号を書いてください。

もっとも期待していること＿＿＿＿

9　あなたは、日頃、次の算数・数学の授業のタイプをどのくらい使いますか。それぞれについて、あなたの授業のタイプにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

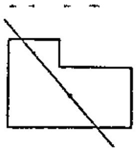
	1 よく使う	2 ときどき使う	3 たまに使う	4 まったく使わない
（1）教師が内容の説明を丁寧に行い、例題でその考え方を示して、子どもは練習問題を解いて、最後に教師が考え方をまとめる。	1	2	3	4
（2）教師が問題を提示し、子どもがそれを解き、そして、そのうちの数人が考え方を発表し、みんなで話し合いをし、最後に教師が考え方をまとめる。	1	2	3	4
（3）教師が複数の問題を用意し、子どもは自分の好きな問題を選択し、グループ別に解き、教師は必要に応じて助言や指導を行う。	1	2	3	4
（4）教師と子どもが相談して主題を複数決め、子どもは自分の好きな主題を選択し、個人かグループでその主題に取り組み、教師は必要に応じて助言や指導を行う。	1	2	3	4
（5）子どもが自分で主題や問題を見いだし、それに取り組み、教師は必要に応じて助言や指導を行い、最後に、子どもが自分の学習したことを発表しあう。	1	2	3	4
（6）子どもが自分の進度で教科書に沿って学習していき、教師は子どもが分からないところに助言や指導を行う。	1	2	3	4

10. 次の展開例は、いずれも優れた算数・数学指導の展開例と考えられるものです。あなたにとって好ましい展開例と思われるのはどれですか。学習の場面等が異なりますが、あなたの考えに近いものを、近い順に2つ選んでください。

（1）図形の点対称を学習した後で、次の問題を考える。

長方形は点対称の図形です。だから、点対称の中心を通る直線を引くと、その長方形の面積は2等分されます。

このような問題を考えたら、さらに次のような発展した問題を考えさせる。



右のように長方形が2つくっついた図形があります。このとき、この図形を1つの直線で2等分してください。

この問題を考えさせた後で、さらに、子どもが問題を作る、次の発問をする。

こんどは、この問題をもとにして自分で問題をつくってごらんなさい。

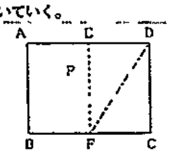
ここで、子どもたちが、自由に問題を作る。例えば、次のような問題である。

①長方形を正方形に変える　　②長方形を平行四辺形に変える

③長方形の中に長方形を入れて、面積の差を考える

そして、このような子どもが作った問題をみんなで解いていく。

（2）長方形の紙を持ってきて、次の場面を提示する。



長方形の紙があります。この長方形ＡＢＣＤの紙を重なるように2つに折ります。次に小さい長方形ＥＦＣＤの対角線ＤＦで折り、頂点Ｃと重なるところをＰとします。このとき、点Ｐは、縦、横それぞれの長さの1/3の場所にあります。

ここで、子どもたちが取り組む方向を自分で考えられる、次の発問をする。

このあと、みんなはどうするかな。自分のやりたいことを言ってごらん。

子どもたちの自発的な取り組み方としては、例えば、次のようなものがある。

①これは本当だろうか　　②どんな紙でもよいのだろうか

③なぜそうなるか調べてみよう

そして、それぞれの取り組み方でグループを作り、グループで話し合いながら解決に向かい、最後はそれぞれのグループが学級で発表する。

（3）2次関数の学習がある程度進んだところで次のような実世界の問題を考える。

自動車の速さとブレーキの制動距離、つまり、ブレーキをかけて、それがきき始めてから止まるまでに進む距離は、2次関数とみなすことができるという。この速さと距離の関係を実際の数値で確認しなさい。

ここで、関係を実際的な場面で一般的に把握させるような、次の発問をする。

速さが2倍になったら、制動距離は何倍になりますか。

子どもたちは、いろいろに答える。

①2倍　　②3倍　　③4倍

これらについて検討したあとで、さらに、落下運動、風圧、振り子の周期などの実世界の問題について、その関係を一般的に把握するような発問を行っていく。

（4）1次関数の授業の中で、次の式を提示して、1つの座標平面にかかせる。

ア. $y=2x$	イ $y=-3x$	ウ $y=3x+2$	エ $y=-4x-2$
オ. $y=-x$	カ. $y=3x-6$	キ. $y=1/x$	ク. $y=5x+2$

グラフがかけたことを確認した上で、子どもが1次関数のいろいろな性質を自分で見いだせる、次の発問をする。

2つ以上の式に共通な性質を、その式の番号とともに書きなさい。

子どもたちが見いだすものとしては、例えば、次のようなものがある。

①xの係数が正である(ア.ウ.カ.ク)　　②グラフが平行である(ウ.カ)

③グラフの直線が右上がりである(ア.ウ.カ.ク)

その結果を発表させ、そして、子どもたちの発表をみんなで検討し整理しながら、1次関数の特徴をまとめていく。

（5）コンピュータ（またはグラフ電卓）を使って、子どもたちが、コンピュータの画面上に自由に関数のグラフがかけることを次の問題で確認する。

次のグラフをコンピュータの画面にかいてごらんなさい。

$y=3x$　$y=-5x+2$　$y=3x^2$　$y=-4x^2$

ここで、絵をかきながら、グラフについて学ばせるような、次の発問をする。

関数のグラフをかくといろいろな線がかけますね。それでは、このような関数の式を使って、自分で好きな絵を作ってごらんなさい。

子どもたちは、自分たちで思い思いの絵をかく。例えば次のようなものである。

①直線だけで星形を作る　　②直線と曲線で模様を作る

③学習していない関数の式を入力して絵をかく

そして、かいた絵を発表しあいながら、絵をかいている中で気が付いたことを発表し話し合っていく。

（6）社会の中で数学がどのように使われているかを調べるために、次の発問をする。

新聞の中にある数学をできるだけ探してみよう。

子どもたちは、数学に関係した興味ある記事を挙げる。例えば、次のものである。

①生活　．平均気温、ビールの売れ高　　②経済面　．円ドル相場、物価指数

③社会面：政府の支持率、寿命　　④スポーツ・野球の勝敗表、ゴルフ

社会にはいろいろな数学がある事を確認した上で、グループ毎に、さらに詳しく社会の中の数学を調べさせる、次の発問をする。

社会にはいろいろな数学があることが分かりました。それでは、自分たちで興味を持てることをグループでもっと詳しく調べてみましょう。

グループで研究課題を決めさせ、取り組ませる。そして、最後に発表会を行う。例えば、スポーツ、交通機関、経済、自然界の数学などのような発表が見られる。

(1)〜(6)の展開例で、あなたにとって好ましい展開例はどれですか。あなたの考えに近いものを、近い順に2つ選んでください。その番号を書いてください。

第1位________　　第2位________

また、第1位を選んだ理由を下に簡潔に書いてください。

11 あなたは、算数・数学教育のカリキュラムの構成原理についてどのように思いますか。

（1）それぞれについて、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

	1 そうだ ほんとうに	2 そうだ だいたい	3 そうではない あまり	4 そうではない まったく
① 数学を系統的に理解するのに必要な算数・数学の内容によってカリキュラムを作る。	1	2	3	4
② 子どもが自分で算数・数学を作り上げていくのに必要な数学的活動によってカリキュラムを作る。	1	2	3	4
③ 社会生活を向上させるのに必要な算数・数学の考え方によってカリキュラムを作る。	1	2	3	4

（2）上の(1)の中でもっとも重要な原理を1つだけ選んで、その番号を書いてください。

もっとも重要な原理________

12. あなたは、日頃の算数・数学の授業を通して、次のことにどの程度配慮していますか。それぞれについて、あなたにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

	1 配慮している いつも	2 配慮している ときどき	3 配慮していない あまり	4 配慮していない まったく
(1) 分かりやすく説明する。	1	2	3	4
(2) 子どもに考えさせる。	1	2	3	4
(3) 算数・数学の内容の分かりやすい例題から導入する。	1	2	3	4
(4) 日常生活の具体的な場面から導入する。	1	2	3	4
(5) 計算能力を身につけさせる。	1	2	3	4
(6) 算数・数学の内容を系統的に学ばせる。	1	2	3	4
(7) 子どもが興味・関心を持ちそうな問題で学ばせる。	1	2	3	4
(8) 算数・数学の考え方の発展が分かるようにする。	1	2	3	4
(9) 論理的な考え方を育てる。	1	2	3	4
(10) 合理的な精神を育てる。	1	2	3	4
(11) 算数・数学が他教科で利用されていることを知らせる。	1	2	3	4
(12) 数学の歴史を話す。	1	2	3	4

13 あなたは、数学についての次の考え方をどう思いますか。それぞれについて、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

	1 そうだ ほんとうに	2 そうだ だいたい	3 そうではない あまり	4 そうではない まったく
(1) 数学は論理的思考力を高める。	1	2	3	4
(2) 数学は判断力を高める。	1	2	3	4
(3) 数学は創造力を高める。	1	2	3	4
(4) 数学は知的好奇心を喚起する。	1	2	3	4
(5) 数学は数学的問題解決能力を高める。	1	2	3	4
(6) 数学の理論を学ぶと数学を応用する力もつく。	1	2	3	4
(7) 数学の応用を学ぶと論理的に考える力がつく。	1	2	3	4
(8) 数学の応用を学ぶと数学の理論の理解が深まる。	1	2	3	4
(9) 数学は実用的ではない。	1	2	3	4
(10) 数学は社会で大いに活用されている。	1	2	3	4
(11) 数学は記号のゲームである。	1	2	3	4
(12) 数学は日常生活に必要である。	1	2	3	4
(13) 数学は抽象的なものである。	1	2	3	4
(14) 数学は実世界とは切り離せない。	1	2	3	4
(15) 数学は一部の優れた人間が学べばよい。	1	2	3	4
(16) 数学は男子の方が学ぶのに適している。	1	2	3	4
(17) 数学は落ちこぼれをつくりやすい。	1	2	3	4
(18) 数学はすべての人間にとって必要である。	1	2	3	4
(19) 数学は発展している。	1	2	3	4
(20) 数学は堅苦しい。	1	2	3	4
(21) 数学は美しい。	1	2	3	4
(22) 数学は自由である。	1	2	3	4
(23) 数学は明快である。	1	2	3	4
(24) 数学は個人で学ぶのに適している。	1	2	3	4
(25) 数学は協力して学ぶのに適している。	1	2	3	4
(26) 数学は世界中のあらゆる所にいろいろな形で存在した。	1	2	3	4
(27) 数学は努力したことが報われる。	1	2	3	4
(28) 数学は耐え忍んで学んだものだけが楽しさを得る。	1	2	3	4
(29) 数学はいくら努力しても報われない。	1	2	3	4
(30) 数学は誰でも楽しさを味わえる。	1	2	3	4

14　あなたは、義務教育の算数・数学の内容として次のことをどの程度重要だと思いますか。それぞれについて、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。なお、これらは、重要と思われる内容を必ずしもすべて網羅しているわけではありません。また、これらの中には、現在、わが国の義務教育で指導されていない内容も含まれています。

	1 とても重要である	2 比較的重要である	3 あまり重要ではない	4 まったく重要ではない
(1) 小数の四則計算	1	2	3	4
(2) 分数の四則計算	1	2	3	4
(3) 文字式の計算	1	2	3	4
(4) 方程式	1	2	3	4
(5) 不等式	1	2	3	4
(6) 移動	1	2	3	4
(7) 三角形の合同条件	1	2	3	4
(8) 円周角の定理	1	2	3	4
(9) 三平方の定理	1	2	3	4
(10) 投影図	1	2	3	4
(11) 三角比	1	2	3	4
(12) 透視図	1	2	3	4
(13) トランプや宝くじの確率	1	2	3	4
(14) 概算	1	2	3	4
(15) 科学的表記法　例：2.1×10^3	1	2	3	4
(16) 3桁区切りと4桁区切り	1	2	3	4
(17) 単利法と複利法	1	2	3	4
(18) 暦	1	2	3	4
(19) 方位・方角	1	2	3	4
(20) 電卓を使った計算	1	2	3	4
(21) 近似的にものを見る	1	2	3	4
(22) 数学的モデル化を行う	1	2	3	4
(23) 論理的な証明を行う	1	2	3	4
(24) 一般化をする	1	2	3	4
(25) 公理的に考える	1	2	3	4
(26) データから判断する	1	2	3	4

15　あなたは、算数・数学の指導場面において、次のようなことに配慮していますか。それぞれについて、あなたにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

	1 よくする	2 ときどきする	3 あまりしない	4 まったくしない
(1) 問題を作る際には、計算が面倒でも実際の数値を使う。	1	2	3	4
(2) 問題を作る際には、計算が面倒にならないように簡単な数値を使う。	1	2	3	4
(3) 応用問題を解いたりする際には、電卓を積極的に使わせる。	1	2	3	4
(4) 応用問題を解いたりする際には、電卓は使わせない。	1	2	3	4
(5) 答えが分数や平方根で出たときには、小数に直しておよその大きさの見当をつけさせる。	1	2	3	4
(6) 答えが分数や平方根で出たときには、小数に直さずにそのままにする。	1	2	3	4
(7) 問題を解いたり証明をする際には、図やグラフなどの視覚的な手段を積極的に使わせる。	1	2	3	4
(8) 問題を解いたり証明をする際には、できるだけ図やグラフなどの助けを借りないで取り組ませる。	1	2	3	4
(9) 算数・数学の理論的な側面を学習したときには、その実際的な実例をあげる。	1	2	3	4
(10) 算数・数学の理論的な側面を学習したときには、それを数学的に発展させる。	1	2	3	4

16　あなたは、自分の数学経験についてどう思いますか。それぞれについて、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

	1 ほんとうにそうだ	2 だいたいそうだ	3 あまりそうではない	4 まったくそうではない
(1) 算数・数学で良い印象の授業を受けたことがある。	1	2	3	4
(2) 算数・数学の授業は無味乾燥なものばかりであった。	1	2	3	4
(3) 数学の授業で数学の応用について学んだ。	1	2	3	4
(4) 数学の授業で数学史について学んだ。	1	2	3	4
(5) 数学の教養書・解説書をよく読んだ。	1	2	3	4
(6) 数学についての素晴らしい話を聞いたことがある。	1	2	3	4
(7) 数学について印象的なことはなかった。	1	2	3	4

17. あなたは、今後の算数・数学教育では、どのようなことが大切だと思いますか。それぞれについて、あなたの現在の学校段階を念頭において、あなたの考えにもっとも近いものを1つ選んで、その番号を○で囲んでください。

	1 ほんとうにそうだ	2 だいたいそうだ	3 あまりそうではない	4 まったくそうではない
(1) 子どもの自主性を育てること。	1	2	3	4
(2) 算数・数学の楽しさを経験させること。	1	2	3	4
(3) 数学的に考えることを重視すること。	1	2	3	4
(4) 算数・数学のよさを強調すること。	1	2	3	4
(5) 算数・数学の美しさを強調すること。	1	2	3	4
(6) 算数・数学の論理性を強調すること。	1	2	3	4
(7) 計算能力を身につけさせること。	1	2	3	4
(8) 算数・数学の基本的な内容を分からせること。	1	2	3	4
(9) 算数・数学でのコミュニケーションを強調すること。	1	2	3	4
(10) 算数・数学での証明の重要性を強調すること。	1	2	3	4
(11) 数学の社会的な有用性が分かる内容を増やすこと。	1	2	3	4
(12) いろいろな文化を相互理解する内容を増やすこと。	1	2	3	4
(13) レクリェーション的な内容を増やすこと。	1	2	3	4
(14) 数学の歴史的な話題を増やすこと。	1	2	3	4
(15) 数学の応用面に関する内容を増やすこと。	1	2	3	4
(16) 子どもの活動を重視すること。	1	2	3	4
(17) 内容の質を今よりも下げないようにすること。	1	2	3	4
(18) 個々の子どもの学習進度にあわせた指導を考えること。	1	2	3	4
(19) 子どもの興味・関心にあわせた指導を考えること。	1	2	3	4
(20) 電卓・コンピュータを活用すること。	1	2	3	4
(21) 個々の子どもの進歩が分かるような評価にすること。	1	2	3	4
(22) 子どものよい面を取り上げる評価にすること。	1	2	3	4
(23) 入学試験に通じる問題解決能力を身につけさせること。	1	2	3	4
(24) 落ちこぼれをつくらないこと。	1	2	3	4
(25) 社会や親に算数・数学の重要性を訴えること。	1	2	3	4

18. 算数・数学教育について、ご意見がありましたら、ご自由にお書きください。

お忙しい中ご協力をいただき、誠にありがとうございました。

教師用調査集計結果

表1　調査対象の学校数・教師数

学校段階	学校数	教師数	算数・数学科教師数	対象学校		対象教師	
				総数	比率	総数	比率
小学校	24,635校	440,870名	440,870名	500校	2%	1,000名	0.2%
中学校	11,289校	293,879名	40,000名	500校	4%	1,000名	2.5%
高等学校	5,497校	343,843名	43,000名	500校	9%	1,000名	2.3%

表2　回答した教師数と学校数

学校段階	対象学校数	送付数	回答学校数	回答者数	実回答者	比率
小学校	500校	1000通	264校(52.8%)	511名(51.1%)	510名	0.1%
中学校	500校	1000通	240校(48.0%)	436名(43.6%)	441名	1.1%
高等学校	500校	1000通	283校(56.6%)	546名(54.6%)	542名	1.3%
合計	1500校	3000通	787校(52.5%)	1493名(49.8%)	1493名	—

表3　回答教師の学校種別と学校組織

学校段階	学校種別			学校組織		
	公立学校	私立学校	国立学校	共学校	女子校	男子校
小学校	97.6%	1.2%	1.2%	100.0%	0.0%	0.0%
中学校	91.6%	7.5%	0.9%	93.9%	4.1%	2.0%
高等学校	75.1%	24.5%	0.4%	84.3%	11.8%	3.9%

表4　教師の性別と年齢分布（質問項目1）

学校段階	性別		年齢分布(歳)								
	男性	女性	～25	25～	30～	35～	39～	44～	49～	56～	60～
小学校	43.1%	53.3%	3.3%	14.3%	21.6%	18.4%	25.5%	11.8%	3.5%	1.0%	0.2%
中学校	77.1%	21.3%	2.9%	14.5%	24.0%	23.1%	16.3%	8.6%	7.7%	1.8%	0.2%
高等学校	89.3%	8.9%	2.8%	12.7%	24.2%	15.7%	17.0%	13.1%	9.2%	3.5%	1.5%

表5　教師が学んだ大学の学部・学科（質問項目1）

学校段階	学部・学科							
	理数学	理非数	教数学	教非数	工数学	工非数	文系	その他
小学校	1.0%	2.4%	20.8%	56.3%	0.2%	1.0%	12.9%	3.5%
中学校	25.6%	4.5%	52.4%	6.1%	2.3%	6.8%	1.6%	0.2%
高等学校	58.3%	4.4%	25.8%	1.1%	2.6%	7.0%	0.2%	0.0%

表6　日頃の算数・数学の授業（質問項目2）

学校段階	算数・数学の授業形態				教科書の扱い方			算数・数学科の専任	
	一斉学習	グループ学習	個別学習	TT	教科書だけ	教科書とその他教材	自作の教材	専任	他教科と兼任
小学校	89.0%	3.7%	6.1%	0.2%	24.7%	72.4%	2.5%	11.8%	88.2%
中学校	94.8%	2.0%	2.5%	0.0%	16.8%	75.3%	7.5%	81.4%	17.5%
高等学校	99.6%	0.0%	0.4%	0.0%	24.4%	68.8%	6.6%	95.9%	4.1%

表7　算数・数学教育の過去・現在への認識（質問項目3）

	小学校		中学校		高等学校	
問題点	少ない	多い	少ない	多い	少ない	多い
過去	56.5%	39.6%	63.3%	32.2%	79.5%	19.0%
現在	27.3%	70.2%	30.4%	65.1%	18.3%	80.6%

表8　実際的な問題にかかわる教具の利用（質問項目4）

教材・教具	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)模型（面積説明器、立体模型など）	26.7	38.2	30.2	3.5	21.3	27.7	41.3	9.5	0.6	3.0	23.2	73.1
(2)構造ブロック（タイルなど）	19.4	24.3	30.6	24.9	1.6	7.0	29.0	61.5	0.0	0.7	5.0	93.7

(3)ジオボード（幾何板）	2.4	12.4	30.2	51.8	2.0	5.7	17.2	73.2	0.0	0.9	4.4	93.7
(4)写真、スライド、テレビ、ビデオ	4.1	13.3	40.0	40.8	1.1	9.5	29.9	57.4	0.4	2.0	12.9	84.5
(5)四則電卓、分数電卓	6.5	16.3	26.3	50.0	1.6	19.3	41.7	36.7	1.5	5.2	19.6	73.6
(6)グラフ電卓	0.4	0.4	3.5	94.7	0.5	1.1	2.7	93.7	0.0	0.2	5.2	94.1
(7)パソコン	2.0	10.2	13.7	72.5	2.3	22.4	37.2	37.0	1.7	5.9	23.2	68.5
(8)実物（サッカーボールなど）	29.0	39.8	29.6	1.2	8.2	23.6	46.3	21.1	0.9	5.5	25.6	67.5
(9)巻き尺、ひも	21.6	44.1	29.6	3.9	2.0	10.9	40.1	45.8	1.1	4.6	26.2	66.8
(10)定規、コンパス	69.4	22.0	6.3	1.2	74.8	21.3	2.3	0.5	15.9	20.5	30.6	32.5
(11)その他自作教材・教具	9.8	22.2	29.0	8.0	10.2	17.7	30.8	18.8	6.5	8.1	14.4	55.4

表9　実際的な問題を作るための資料の利用（質問項目5）

資料	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)算数・数学科の教科書	88.4	7.3	3.7	0.4	80.0	11.8	6.3	0.7	84.9	7.9	5.7	0.9
(2)算数・数学科の教科書の指導書、解説書	55.1	26.5	14.7	3.1	26.8	24.3	39.7	8.4	17.0	20.1	39.1	22.0
(3)算数・数学科の問題集、参考書	20.8	30.8	33.9	13.7	43.5	35.1	19.0	1.8	62.7	28.4	6.8	0.4
(4)算数・数学についての教育書	8.6	21.4	44.1	24.5	6.3	21.8	48.1	22.0	5.5	13.7	40.2	38.9
(5)大学数学の教科書、参考書	0.2	0.2	4.9	93.3	0.2	1.8	14.1	81.9	3.5	7.2	29.0	58.7
(6)数学の教養書、数学の解説書	1.8	3.5	24.1	69.0	2.5	14.5	49.7	31.3	5.5	15.5	48.9	29.2
(7)他教科の教科書	3.3	7.3	25.7	62.5	1.4	3.4	18.8	74.8	1.1	6.3	23.2	67.9
(8)新聞	1.6	4.7	26.1	66.7	0.5	3.2	37.9	56.9	0.6	2.2	25.1	70.7
(9)百科事典	0.0	1.8	20.4	76.9	0.0	1.4	13.8	83.4	0.2	0.9	12.9	84.3
(10)理科年表	0.0	1.0	14.5	83.1	0.0	0.9	6.3	90.9	0.0	0.2	7.0	91.3
(11)講習会、研究会などで聞いた話題	3.9	25.7	47.1	22.4	5.4	25.2	50.8	17.7	3.1	15.9	50.2	29.3
(12)その他	2.5	2.9	3.5	25.7	2.5	2.3	6.3	41.0	1.3	3.0	3.3	55.0

表10　実際的な問題の重要度と利用度（質問項目6）

問題		小学校				中学校				高等学校			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)純粋な算数・数学の問題(計算問題、	重要性	39.2	46.1	12.0	0.4	49.9	44.9	4.5	0.0	54.2	40.8	3.9	0.0
証明問題など)	利用度	58.2	22.0	12.9	2.4	80.3	13.8	4.3	0.0	70.5	20.1	6.5	0.4
(2)子どもが親しめるような場面の中の	重要性	64.1	30.6	4.1	0.4	43.5	51.2	5.0	0.0	36.3	50.4	12.5	0.4
算数・数学の問題(文章題など)	利用度	62.5	26.9	6.7	1.0	47.6	37.0	13.8	0.5	28.6	41.1	26.2	2.8
(3)実世界の数値で表されていて算数・数学	重要性	51.0	38.8	8.6	0.8	33.3	50.3	15.2	0.7	28.6	50.4	18.8	1.8
に関係した現実的な問題	利用度	30.4	35.7	25.3	5.5	10.0	29.9	49.9	8.8	11.6	28.8	48.0	10.5
(4)遊びの中にあって算数・数学に関係した	重要性	34.7	47.3	16.3	1.0	23.8	52.6	21.8	1.1	16.8	48.0	31.5	3.3
問題ゲーム、パズルなど)	利用度	22.0	37.3	33.3	4.5	10.2	26.8	49.2	12.2	3.9	19.0	46.1	29.7
(5)数学の文化に関係した問題(数学史の	重要性	7.6	30.4	52.2	8.0	11.3	42.9	40.8	4.3	12.4	45.8	36.7	4.4
問題など)	利用度	1.6	7.5	42.2	44.9	2.9	16.6	53.1	26.1	2.4	17.2	41.0	38.0
(6)実験、観察、調査などによって導かれる	重要性	18.8	39.6	33.5	6.1	19.3	46.7	29.7	3.4	12.5	45.0	34.5	7.4
算数・数学に関係した問題	利用度	4.3	14.7	36.9	39.8	2.3	13.6	45.4	36.7	2.0	9.4	32.3	54.4

表11　実際的な問題に結び付いた指導アプローチの利用度（質問項目7）

指導アプローチ	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)① 具体的な場面から計算の意味を考えさせる。	85.9	11.8	2.0	0.0	52.4	30.8	14.5	1.8	43.2	33.9	18.8	2.8
② きまりとして計算の仕方を理解させる。	43.3	32.7	19.8	3.3	47.4	32.2	17.9	2.0	46.7	35.8	15.3	1.1
③ ゲームなどで計算の仕方に慣れさせる。	23.5	40.2	32.9	2.4	14.5	29.5	41.5	14.3	2.6	13.5	38.0	43.9
④ 練習問題によって計算の仕方に習熟させる。	75.7	19.0	4.1	0.4	74.8	19.0	5.4	0.0	73.6	20.1	4.8	0.4
⑤ 計算が使われる実際的な場面を考えさせる。	30.2	41.0	26.1	1.8	13.2	32.4	45.4	7.9	14.6	33.2	42.8	8.1
⑥ 計算がもっている規則性を見いださせる。	27.6	43.1	26.3	2.0	35.1	39.0	22.9	2.3	41.1	41.7	14.8	1.7
(2)① 教具を使って図形の性質を考えさせる。	76.9	19.4	2.7	0.4	42.0	37.9	17.7	2.3	9.0	22.0	38.0	29.5

	小1	小2	小3	小4	中1	中2	中3	中4	高1	高2	高3	高4
② いろいろな証明の仕方を見いださせる。	21.8	31.4	31.2	14.9	30.2	39.9	28.3	1.4	13.5	31.7	43.2	10.1
③ 筋道立てて図形の性質を考えさせる。	29.8	37.3	26.5	5.3	51.5	32.4	14.5	1.1	28.2	36.9	26.9	6.5
④ 身の回りで図形が使われている場面を見いださせる。	45.7	36.9	15.1	0.8	14.3	30.2	47.4	7.5	8.7	25.1	46.7	17.5
⑤ 証明をていねいにかかせる。	6.1	21.0	35.5	35.7	44.9	34.2	18.6	1.4	27.9	30.6	30.6	9.8
⑥ 一般化や類推などで図形の性質を関連づけさせる。	16.3	34.7	34.9	11.8	24.5	42.9	29.3	2.5	23.8	37.5	29.7	7.6
(3)① 実世界の事象をもとにして関数を考えさせる。	27.6	28.4	22.2	16.1	37.0	39.0	20.4	3.2	18.8	34.7	37.6	7.7
② 表をもとに規則性を見いださせる。	42.9	30.2	13.3	8.6	59.6	31.7	7.9	0.5	40.0	38.0	18.3	2.6
③ 式をもとにグラフを考えさせる。	20.6	29.2	24.5	20.0	66.2	25.6	7.9	0.0	61.6	27.7	9.2	0.6
④ グラフをもとに性質を見いださせる。	25.7	34.3	20.2	13.7	57.8	32.2	9.8	0.0	57.9	30.3	9.4	1.1
⑤ 関数が使える具体的な事象を見いださせる。	11.0	30.8	31.8	20.4	17.0	40.8	38.5	3.4	9.6	33.2	43.9	11.6
⑥ 数式や図形の内容の中に関数の考えを見いださせる。	6.5	22.7	37.6	27.3	17.7	37.2	39.5	5.2	19.0	35.4	36.3	8.3

表12 算数・数学教育における教育観（質問項目8）

教育観		小学校				中学校				高等学校)			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)子どもができるようになる。	期待	59.0	39.4	1.0	0.2	47.2	49.0	3.4	0.0	53.3	41.3	4.1	0.2
	実現	1.6	70.6	22.2	0.0	1.1	58.5	35.8	0.5	2.8	60.0	31.7	0.7
(2)子どもが分かるようになる。	期待	75.9	22.5	1.0	0.0	67.6	31.5	0.5	0.0	69.0	28.0	1.8	0.0
	実現	2.7	68.6	22.5	0.0	2.7	65.3	27.4	0.5	3.0	59.0	32.8	0.7
(3)子どもが楽しむようになる。	期待	69.2	26.5	3.7	0.0	51.9	39.9	7.5	0.2	41.3	45.4	10.9	1.5
	実現	6.1	40.8	46.1	1.2	1.8	37.2	52.8	4.1	1.8	25.8	59.0	8.5
最も期待していること		できる	分かる	楽しむ		できる	分かる	楽しむ		できる	分かる	楽しむ	
		12.0	37.8	42.2		15.2	45.4	32.9		14.4	50.4	29.0	

表13 実際的な問題に結び付いた授業形態の利用度（質問項目9）

授業形態	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)教師が内容の説明	22.2	28.0	33.9	14.9	57.6	25.6	13.4	2.9	83.6	12.2	3.3	0.6
(2)子どもが話し合い	57.8	29.0	12.4	0.4	32.0	36.5	27.4	3.6	4.8	15.1	42.3	36.9
(3)複数の課題の準備	2.7	12.4	38.6	45.3	3.9	13.8	37.0	44.9	0.4	2.2	14.9	81.5
(4)相談して課題の準備	1.0	5.7	22.9	68.8	0.2	3.4	20.4	75.3	0.4	1.5	5.2	92.1
(5)自分で課題の発見	2.9	10.0	31.6	54.5	0.9	5.2	26.3	67.1	0.7	1.8	11.6	85.1
(6)自分の進度で学習	2.7	12.0	28.6	55.5	3.2	10.2	19.7	66.4	3.3	9.4	24.7	61.8

表14 実際的な問題に結び付いた好ましい指導展開（質問項目10）

展開例	第1位			第2位		
	小	中	高	小	中	高
(1) 図形の問題から自分で問題をつくる	22.5	27.7	19.9	13.5	19.5	16.6
(2) 図形の問題から学習課題を自分で見いだす	22.0	17.7	10.1	23.3	16.1	13.7
(3) 2次関数の実世界の問題で数学的な関係を考える	7.3	10.2	19.0	10.8	10.7	17.9
(4) 1次関数のいくつかの式に共通な性質を見いだす	9.0	26.3	31.2	12.9	20.4	23.6
(5) コンピュータで関数のグラフをいろいろとかく	8.6	5.7	6.1	13.1	14.5	12.7
(6) 社会の中で使われている数学をグループで調べる	21.8	9.8	9.4	16.7	15.2	10.7

表14　実際的な問題に結び付いた好ましい指導展開（質問項目10）

展開例	第1位			第2位		
	小	中	高	小	中	高
(1) 図形の問題から自分で問題をつくる	22.5	27.7	19.9	13.5	19.5	16.6
(2) 図形の問題から学習課題を自分で見いだす	22.0	17.7	10.1	23.3	16.1	13.7
(3) 2次関数の実世界の問題で数学的な関係を考える	7.3	10.2	19.0	10.8	10.7	17.9
(4) 1次関数のいくつかの式に共通な性質を見いだす	9.0	26.3	31.2	12.9	20.4	23.6
(5) コンピュータで関数のグラフをいろいろとかく	8.6	5.7	6.1	13.1	14.5	12.7
(6) 社会の中で使われている数学をグループで調べる	21.8	9.8	9.4	16.7	15.2	10.7

表15　算数・数学のカリキュラムの構成原理（質問項目11）

カリキュラムの構成原理	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
① 数学の系統性	37.5	51.8	8.8	0.0	46.3	45.8	7.3	0.2	51.1	43.0	4.6	0.4
② 数学的活動	26.5	47.5	22.5	1.6	18.6	45.6	32.2	3.2	12.4	41.7	40.8	3.7
③ 社会生活を向上させるのに必要な算数・数学	20.8	46.9	28.0	2.0	13.2	40.6	41.0	4.3	10.9	42.1	42.4	3.3
	①	②	③		①	②	③		①	②	③	
最も重要な構成原理	40.0	32.9	20.4		54.4	24.0	16.3		69.9	13.5	11.1	

表16　算数・数学教育の授業観・目的観（質問項目12）

授業観・目的観	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)分かりやすく説明する。	87.3	10.8	0.8	0.0	91.2	8.2	0.2	0.0	94.8	4.2	0.6	0.0
(2)子どもに考えさせる。	85.5	13.3	0.2	0.0	72.1	26.8	0.9	0.0	53.1	43.0	3.3	0.0
(3)算数・数学の内容の分かりやすい例題から導入する。	60.4	35.1	3.1	0.2	60.1	33.6	5.4	0.5	72.0	24.2	3.3	0.2
(4)日常生活の具体的な場面から導入する。	56.1	40.2	2.9	0.0	28.8	58.5	12.2	0.2	14.0	54.2	27.3	3.5
(5)計算能力を身につけさせる。	65.1	29.6	3.9	0.0	60.5	33.1	6.1	0.0	50.2	37.6	10.7	0.7
(6)算数・数学の内容を系統的に学ばせる。	27.1	51.2	20.0	0.6	34.0	49.0	16.1	0.7	41.1	43.7	14.0	0.7
(7)子どもが興味・関心を持ちそうな問題で学ばせる。	57.6	38.8	2.2	0.2	44.0	46.7	9.1	0.0	23.1	55.9	18.6	1.5
(8)算数・数学の考え方の発展が分かるようにする。	23.1	49.8	23.3	2.5	20.2	56.2	23.1	0.2	25.1	51.3	21.0	2.0
(9)論理的な考え方を育てる。	29.4	47.6	20.8	0.6	38.8	50.1	10.0	0.9	44.3	41.5	12.4	1.5
(10)合理的な精神を育てる。	15.7	41.4	36.7	5.1	19.0	44.0	32.0	4.8	19.0	40.4	34.3	5.7
(11)算数・数学が他教科で利用されていることを知らせる。	11.8	36.9	43.1	6.9	8.6	41.0	44.4	5.7	10.1	50.2	33.9	5.2
(12)数学の歴史を話す。	2.2	15.3	44.9	36.3	6.3	38.3	42.0	13.2	4.6	36.9	45.9	12.0

表17　算数・数学教育における数学観（質問項目13）

数学観	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)数学は論理的思考力を高める。	57.3	38.0	2.5	0.2	65.5	30.4	3.6	0.0	59.6	37.1	2.8	0.2
(2)数学は判断力を高める。	19.2	52.7	25.1	1.0	25.2	47.8	25.4	0.9	25.8	47.2	25.3	1.1
(3)数学は創造力を高める。	17.5	47.8	31.8	1.0	24.3	49.9	24.0	1.4	23.6	49.4	25.1	0.9
(4)数学は知的好奇心を喚起する。	39.6	45.1	12.9	0.6	39.9	46.3	12.0	1.1	31.2	49.1	18.3	0.4
(5)数学は数学的問題解決能力を高める。	54.5	40.2	3.3	0.0	46.5	46.5	6.3	0.2	49.4	40.6	8.5	0.6
(6)数学の理論を学ぶと数学を応用する力もつく。	14.7	49.8	31.8	1.6	16.1	46.3	35.1	1.8	21.6	46.3	29.2	2.0
(7)数学の応用を学ぶと論理的に考える力がつく。	19.0	56.9	21.2	0.8	24.9	50.6	22.9	1.1	20.5	51.3	25.8	1.5
(8)数学の応用を学ぶと数学の理論の理解が深まる。	17.5	53.7	25.5	0.8	19.7	52.6	26.8	0.7	24.0	51.1	22.7	1.7
(9)数学は実用的ではない。	2.4	24.1	47.8	23.9	2.9	23.1	49.9	23.8	3.9	25.3	48.5	21.6
(10)数学は社会で大いに活用されている。	25.3	39.6	30.8	2.2	33.3	38.8	25.2	2.5	31.5	40.8	26.8	0.4
(11)数学は記号のゲームである。	4.5	22.9	54.3	15.9	6.6	23.6	51.0	18.6	5.5	22.3	46.3	25.5
(12)数学は日常生活に必要である。	32.5	46.7	18.4	0.6	21.5	47.4	29.9	0.9	17.7	45.9	32.5	3.1
(13)数学は抽象的なものである。	7.1	41.0	43.1	6.5	16.6	49.0	31.7	2.0	17.7	49.4	28.6	3.5
(14)数学は実世界とは切り離せない。	28.0	46.5	21.6	1.6	25.6	46.7	25.6	1.8	25.3	45.8	26.0	2.2

(15)数学は一部の優れた人間が学べばよい。	0.8	5.3	31.0	61.0	0.9	5.4	28.8	64.6	0.6	6.8	42.3	49.6
(16)数学は男子の方が学ぶのに適している。	0.0	3.9	26.5	67.5	0.9	8.8	31.3	58.3	0.9	14.4	38.7	45.2
(17)数学は落ちこぼれをつくりやすい。	16.1	41.4	27.3	13.3	21.1	46.3	24.7	7.7	20.7	45.6	23.6	9.6
(18)数学はすべての人間にとって必要である。	35.3	42.4	18.8	2.0	35.8	37.2	23.1	3.6	28.4	43.4	23.1	4.6
(19)数学は発展している。	19.0	42.0	32.9	2.5	25.4	43.3	29.3	1.6	34.9	44.8	18.1	1.3
(20)数学は堅苦しい。	5.3	36.5	43.9	12.2	7.9	33.6	47.2	10.9	6.6	34.9	45.2	12.4
(21)数学は美しい。	13.7	30.4	42.2	10.4	43.5	36.5	17.0	2.5	36.7	44.3	15.3	2.4
(22)数学は自由である。	11.0	33.1	44.5	7.8	23.8	39.7	32.9	3.2	28.0	41.5	25.6	3.1
(23)数学は明快である。	34.3	43.7	17.1	2.2	44.2	41.7	12.7	0.9	36.9	48.9	11.8	2.0
(24)数学は個人で学ぶのに適している。	12.2	47.8	34.3	3.9	20.6	48.3	27.9	2.7	20.7	51.7	24.4	2.4
(25)数学は協力して学ぶのに適している。	8.6	41.6	44.9	2.9	8.4	40.4	47.2	3.4	3.1	35.8	54.4	4.8
(26)数学は世界中のあらゆる所にいろいろな形で存在した。	45.5	43.9	7.6	0.4	53.1	39.5	6.3	0.5	45.9	47.8	4.8	0.6
(27)数学は努力したことが報われる。	19.2	53.5	23.1	1.4	24.5	45.4	26.1	2.9	21.6	46.1	27.7	4.1
(28)数学は耐え忍んで学んだものだけが楽しさを得る。	3.7	19.8	54.5	19.8	5.2	21.1	54.6	18.4	5.5	26.6	51.5	15.9
(29)数学はいくら努力しても報われない。	0.4	6.3	46.7	44.7	0.7	7.3	46.7	44.7	0.6	8.3	50.6	40.0
(30)数学は誰でも楽しさを味わえる。	26.9	44.1	25.1	2.2	30.8	42.2	24.0	2.3	21.2	45.4	28.0	4.8

表18　算数・数学の内容の選択（質問項目14）

	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)小数の四則計算	53.5	38.4	6.9	0.0	48.1	35.1	16.1	0.2	65.9	23.2	9.4	0.6
(2)分数の四則計算	37.8	42.9	17.8	0.0	49.7	33.8	15.2	0.7	72.0	22.0	4.8	0.4
(3)文字式の計算	33.5	46.1	18.2	1.0	52.2	39.9	6.8	0.0	66.6	27.1	5.5	0.2
(4)方程式	33.3	48.0	15.9	1.2	53.3	42.0	3.6	0.5	71.2	24.0	4.1	0.0
(5)不等式	23.3	49.0	24.9	1.2	29.5	46.9	19.0	3.2	55.5	32.1	10.9	0.4
(6)移動	12.5	46.5	35.5	2.0	17.2	44.4	34.7	2.7	27.7	45.8	24.9	0.6
(7)三角形の合同条件	21.8	43.5	30.2	2.9	25.6	51.5	20.2	1.8	33.4	45.4	19.7	0.7
(8)円周角の定理	15.7	36.7	42.2	3.3	27.4	46.5	22.4	2.7	28.8	44.1	24.7	1.7
(9)三平方の定理	21.8	40.4	32.9	2.7	50.8	41.5	6.8	0.5	57.6	36.3	5.2	0.0
(10)投影図	13.3	45.3	37.3	2.2	13.4	46.5	35.1	3.9	15.7	43.2	36.5	3.1
(11)三角比	12.0	43.9	37.6	3.5	19.5	40.8	31.5	7.0	39.9	44.3	12.7	1.8
(12)透視図	11.8	44.7	37.8	3.1	8.4	30.8	51.0	8.4	10.1	38.7	44.3	5.0
(13)トランプや宝くじの確率	15.3	47.6	33.3	1.6	22.7	55.3	19.5	1.6	26.0	52.6	18.6	1.5
(14)概算	54.3	37.5	5.9	0.6	28.6	42.2	24.9	3.2	24.0	44.1	25.5	4.8
(15)科学的表記法　例：2.1×10^3	12.0	35.3	42.5	7.5	10.2	32.2	46.5	10.2	12.4	40.6	38.7	6.8
(16)3桁区切りと4桁区切り	15.3	36.3	39.0	6.3	4.5	20.9	51.9	20.0	4.1	21.6	53.1	18.8
(17)単利法と複利法	7.8	37.5	44.5	6.9	5.2	29.7	50.1	12.7	7.9	35.1	45.8	9.8
(18)暦	17.8	41.2	32.9	5.5	9.3	30.6	46.3	12.5	5.7	25.5	53.3	14.0
(19)方位・方角	27.5	40.6	25.3	3.9	12.9	28.3	44.4	12.9	9.8	31.4	46.9	10.7
(20)電卓を使った計算	34.9	42.4	19.6	1.4	22.2	44.9	26.8	5.2	14.6	38.9	36.3	8.9
(21)近似的にものを見る	33.3	47.6	14.3	2.0	26.5	46.9	22.9	2.3	21.8	51.1	22.9	3.1
(22)数学的モデル化を行う	17.1	42.9	33.1	3.5	22.7	52.2	22.2	1.8	20.7	44.8	29.7	3.1
(23)論理的な証明を行う	25.9	49.6	20.6	1.6	35.1	48.8	14.7	0.9	32.5	44.3	20.5	2.0
(24)一般化をする	38.4	47.5	11.6	1.0	43.5	46.5	8.2	0.9	36.2	46.5	14.9	1.5
(25)公理的に考える	20.4	49.8	25.3	1.4	25.2	51.7	20.9	1.6	19.7	45.2	30.1	3.9
(26)データから判断する	47.5	44.3	6.5	0.2	44.0	48.3	7.3	0.0	31.0	56.3	10.3	1.5

表19　算数・数学の内容の扱い（質問項目15）

	小学校				中学校				高等学校			
内容の扱い	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)計算が面倒でも実際の数値を使う。	10.8	37.3	46.1	3.1	7.7	29.3	55.8	6.6	10.0	28.2	53.0	7.7

(2)計算が面倒にならないように簡単な数値を使う。	44.1	42.4	11.0	0.4	49.7	42.6	7.3	0.2	46.7	45.9	6.5	0.4
(3)電卓を積極的に使わせる。	12.9	29.2	30.6	24.5	7.3	20.4	44.4	27.0	3.9	12.0	35.8	46.7
(4)応用問題を解いたりする際には、電卓は使わせない。	23.1	18.4	31.4	22.7	35.1	19.0	31.3	12.7	48.0	16.8	21.8	11.4
(5)およその大きさの見当をつけさせる。	11.6	40.0	26.3	16.5	10.0	48.5	35.8	4.8	10.1	44.3	32.5	11.8
(6)答えが分数や平方は、そのままにする。	17.3	30.2	30.8	14.7	51.5	28.8	16.3	3.2	60.5	22.7	13.5	2.6
(7)図やグラフなどの視覚的な手段を積極的に使わせる。	59.0	31.4	3.7	2.2	74.8	22.9	1.8	0.0	68.6	28.0	2.4	0.0
(8)図やグラフなどの助けを借りないで取り組ませる。	2.2	7.8	50.8	35.3	0.5	5.0	47.8	46.3	2.6	5.5	54.2	36.3
(9)実際的な実例をあげる。	22.5	55.7	15.3	2.9	25.6	55.8	16.8	0.9	26.8	55.9	15.1	0.9
(10)数学的に発展させる。	7.6	36.1	44.7	6.9	7.7	52.6	37.4	1.4	10.5	49.3	35.4	2.8

表20　教師の数学経験（質問項目16）

自分の数学経験	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)算数・数学で良い印象の授業を受けたことがある。	20.8	34.5	38.2	4.3	27.0	40.6	29.9	2.3	39.3	35.2	22.9	1.7
(2)算数・数学の授業は無味乾燥なものばかりであった。	4.7	23.9	49.2	19.6	1.6	18.6	56.5	23.1	2.2	17.9	56.1	22.9
(3)数学の授業で数学の応用について学んだ。	8.0	33.7	47.8	7.6	12.2	39.9	43.5	3.4	13.3	37.1	43.5	5.2
(4)数学の授業で数学史について学んだ。	2.5	6.3	42.7	45.9	4.1	13.6	47.2	34.5	3.1	10.5	49.3	36.0
(5)数学の教養書・解説書をよく読んだ。	7.1	21.4	42.7	26.7	14.1	34.2	37.9	13.2	23.1	34.9	32.7	8.7
(6)数学についての素晴らしい話を聞いたことがある。	7.8	23.3	46.1	20.4	20.4	32.0	37.9	9.3	22.0	32.5	36.7	7.9
(7)数学について印象的なことはなかった。	7.8	28.6	37.3	24.1	2.5	19.0	42.4	35.6	2.2	17.0	42.4	37.3

表21　算数・数学教育への期待（質問項目17）

今後への期待	小学校				中学校				高等学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1) 子どもの自主性を育てること。	60.8	33.1	3.9	0.2	47.2	42.6	8.6	0.5	45.6	43.4	8.7	0.9
(2) 算数・数学の楽しさを経験させること。	82.2	16.1	0.6	0.0	71.2	25.9	2.7	0.0	57.6	37.3	3.7	0.2
(3) 数学的に考えることを重視すること。	44.1	46.3	7.8	0.2	47.8	46.9	4.8	0.0	46.3	46.7	5.5	0.6
(4) 算数・数学のよさを強調すること。	42.0	39.8	15.1	1.8	40.8	44.2	13.6	0.7	27.3	51.1	19.2	1.3
(5) 算数・数学の美しさを強調すること。	18.4	32.0	41.2	7.1	28.6	44.7	23.6	2.7	24.7	44.6	26.6	2.6
(6) 算数・数学の論理性を強調すること。	17.5	44.7	34.1	2.0	23.8	49.9	25.4	0.5	27.7	52.2	17.7	1.5
(7) 計算能力を身につけさせること。	52.0	37.3	9.2	0.4	47.6	41.7	9.8	0.5	46.5	39.5	12.4	0.9
(8) 算数・数学の基本的な内容を分からせること。	63.1	32.4	3.1	0.0	60.1	34.9	4.1	0.2	59.8	32.8	6.1	0.2
(9) 算数・数学でのコミュニケーションを強調すること。	7.6	39.4	46.9	4.7	9.3	34.5	52.4	3.2	7.2	34.5	50.6	5.9
(10) 算数・数学での証明の重要性を強調すること。	5.3	36.9	51.2	5.1	12.5	44.4	40.8	1.8	16.1	40.4	37.8	4.4
(11) 数学の社会的な有用性が分かる内容を増やすこと。	29.2	50.0	18.2	0.8	27.7	49.2	22.0	0.7	21.2	51.8	23.6	1.8
(12) いろいろな文化を相互理解する内容を増やすこと。	12.7	39.0	41.2	4.9	11.8	34.2	49.4	4.1	10.0	40.2	42.6	5.5
(13) レクリェーション的な内容を増やすこと。	18.4	46.5	30.2	3.1	12.0	32.7	49.2	5.4	5.4	28.0	54.6	10.9
(14) 数学の歴史的な話題を増やすこと。	6.3	28.2	52.9	10.8	10.9	44.0	41.3	3.4	8.9	43.5	41.7	5.0
(15) 数学の応用面に関する内容を増やすこと。	10.2	45.1	37.6	5.3	8.2	45.4	43.3	2.7	8.7	49.1	38.7	2.6
(16) 子どもの活動を重視すること。	77.1	21.0	0.4	0.0	61.0	32.9	5.2	0.2	33.6	52.2	12.5	0.7
(17) 内容の質を今よりも下げないようにすること。	16.3	35.5	38.6	8.0	18.4	40.8	34.7	5.4	25.6	45.0	25.3	3.1
(18) 個々の子どもの学習進度にあわせた指導を考えること。	64.3	30.8	3.3	0.0	56.7	37.2	4.5	0.5	35.4	53.9	8.9	0.9
(19) 子どもの興味・関心にあわせた指導を考えること。	68.6	27.1	2.5	0.2	51.9	40.4	6.8	0.2	27.7	50.7	18.5	1.7
(20) 電卓・コンピュータを活用すること。	35.9	46.1	14.1	2.5	31.1	46.9	19.5	2.0	18.3	44.3	30.1	6.5
(21) 個々の子どもの進歩が分かるような評価にすること。	64.9	30.6	2.9	0.2	47.2	45.8	5.9	0.5	26.8	56.8	13.7	1.8
(22) 子どものよい面を取り上げる評価にすること。	66.1	28.6	3.5	0.2	48 5	42.2	8.6	0.0	27.3	53.5	16.2	2.0
(23) 入学試験に通じる問題解決能力を身につけさせること。	6.7	31.2	42.9	17.3	14.5	46.0	31.7	7.0	18.6	49.4	27.5	3.7
(24) 落ちこぼれをつくらないこと。	55.5	35.3	7.1	0.6	45.1	43.5	9.3	1.1	35.1	53.7	9.0	1.3
(25) 社会や親に算数・数学の重要性を訴えること。	13.1	37.5	43.3	4.3	12.5	42.4	40.4	4.1	14.2	45.9	34.1	5.0

教師の指導展開の選択とその理由の集計と分析

久保良宏　久永靖史　藤澤由美子　　長崎栄三
共立女子中学校　　　　　　国立教育研究所

1．教師の指導展開と理由についての質問項目

教師用質問項目10（質問項目は概要）
1．次の指導展開から好ましいものを2つ選択する
（1）子どもたちに自分で問題を作らせている
（2）子どもたちに自分で方向を考えさせている
（3）実世界の問題に取り組んでいる
（4）オープンエンドの問題に取り組んでいる
（5）コンピュータで考えさせている
（6）社会の中での数学の役割を考えさせている
2．第1位を選択した理由を記述する

2．指導展開の理由の記述の分析の手順

この項目に対する自由記述を、以下の手順に従って分類し、それぞれの傾向を調べる。

（1）理由部分を1人1つに同定する

理由を複数示してある場合には、最初に書いてある部分を対象とする。

（2）理由部分の中から「理由」を同定する。

①「Aである」の場合には、「Aである」を理由とする。

例：「自分で考えられる」の場合には、これ自身を理由とする。

②「Xだから、Yである」の場合には、「Yである」が理由となる。

例：「実世界の問題を扱っているから、興味が持てる」の場合には、「興味が持てる」を理由とする。

（3）理由の回答類型は前以て作られたものではなくKJ法的に作っていく

（4）すべての記述について、以上の(1)～(3)の段階を分析者で分担して、行う。その際、新しい項目を作ったり、疑問が生じたときは、そのつど議論して決定していく。

（5）1つの記述を複数の分析者が(1)～(3)の段階を行い、違いが生じたときには、分析者同士で議論をして決定をしていく。

3．理由の回答類型と分類結果

回答は、次の1～9の大項目のもとの3桁で示された項目によって分類してある。それぞれの項目は、分類に先立って決めたものでなく、KJ法によって、回答を分類した後、それぞれの回答類型に付したものである。なお、それぞれの項目と表現は異なるが、同じ趣旨と取ったものを（ ）内に示してある。

1.子どもが自主的に考えられる　2.子どもが発見できる　3.子どもの関心･意欲･態度が高まる
4.子どもが多様に考えられる　5.数学を追求することができる　6.実世界を扱っている
7.理解が深まる　8.学習課題･形態が工夫されている　9.教師のやり方に合っている

（1）理由の回答類型

1．子どもが自主的に考えられる

101. 自分で考えられる（主体的な学習ができる、自発的な学習ができる、主体的に課題を解決できる），102. 自分で取り組める（課題が簡単である、分かりやすい、活動しやすい），103. 目標をつかみやすい（課題がわかりやすい、問題意識をつかみやすい），104. 具体的に考えられる（具体物を扱っている、視覚的である），105. 自分で問題を作れる，106. 子どもの発想を生かせる（発想をふくらませる、自由な発想を伸ばせる、自由性がある），107. 自分の世界を開ける．108. 試行錯誤ができる

2．子どもが発見できる

201. 自分で発見できる（特徴をつかむことができる、規則性を見つけられる），202. 発見の喜びが得られる，203. 予想できる（仮説を立てている），204. 直観的に考えられる，205. 想像力が高まる，206. 創造力が身につく（創造性が身につく），207. 驚きがある（不思議さがある）

3．子どもの関心・意欲・態度が高まる

301. 興味をもつ（興味がわく、おもしろい、興味深い、親しみやすい），302. 関心・意欲・態度が高まる（やる気がでる、意欲を喚起する、関心をもって取り組む），303. 知的好奇心が高まる（探求心が刺激される），304. 疑問を持つ（疑問を大切にする、問いを持つ），305. ゲーム感覚でできる（遊び感覚でできる），306. 楽しい（喜びが得られる），307. 集中力が高まる，308. 自信が持てる（自信がつく），309. 学ぶ意義を感じられる（学ぶ価値を見いだすことができる），310. 成就感が得られる

4．子どもが多様に考えられる

401. 多様に考えられる（いろいろな考え方が出てくる），402. 多様に問題が作れる

5．数学を追求することができる

501. 数学的な考え方を養う（数学的思考力が育つ、幾何の原点の思考方法、論証に示せる），502. 問題解決能力を伸ばす（確かめることができる），503. 発展性がある（発展的に考えられる），504. 数学内容の重要性（図形の問題である、グラフは重要、関数の概念は重要），505. 一般化できる（抽象化できる），506. 論理的思考力を高める（論理的である），507. 統合的に考える（分類・まとめる力がつく、共通だという観点がある），508. 数学の見方を変える，509. 数学の本質を追求する（数学の原点と言える），510. 数学の大切さを感得する，511. 数学の美しさを知る，512. 数学の発展の仕方が分かる

6．実世界を扱っている

601. 生活の問題を扱っている（日常生活・身近・生活科的なものを扱っている、生活をしていく上で必要な情報である、算数の日常化、生活に密着した算数を理解させる、実際的である），602. 実社会の問題を扱っている（実世界の問題を扱っている），603. 数学と現実との関係が分かる（数学の社会での役割が分かる、生活をしていての疑問が分かる、数学の生活の中での必要性が分かる），604. 数学が利用できることが分かる（数学の有用性・実用性が分かる、数学が生活の中に生かされている），605. 他教科に活かせる（他教科と関連させている），606. 日常生活の中で生きて働く力がつく（普段の生活に活かせる、社会に対応する力をつける）

7．理解が深まる

701. 理解を深める（基本を押さえて考えさせる、学習したことが自分のものになる），702. 意味を理解させる（納得させる、問題の本質が分かる），703. 発達段階に合っている（小学校で扱える、高校にあう），704. 力がつく（応用力がつく、力が身につく），705. スモールステップになっている，706. . 考え方を引き出せる，707. 基礎基本が身につく

8．学習課題・形態が工夫されている

801. 生徒の話し合いに向いている（グループでお互いの意見を確認しあえる），802. 個々の生徒の学習に合う（下位の子どももできる、生徒が参加できる、子どもが主役になれる、グループ学習に使える、個を大切にしている、子どもの実態把握ができる、子どもの多様性を見いだす），803. 一斉学習に向いている，804. コンピュータを利用している（コンピュータに慣れる），805. みんなの考えを出し合い検討する，806. 操作活動がある（作業がある、作業で学習させる），807. 問題解決学習になっている（疑問→調査→発見という過程を経験させる），808. 課題にしやすい，809. 授業に山を作れる，810. 復習に使える，811. 導入に使える，812. まとめに使える，813. オープンアプローチである。

9．教師のやり方に合っている

901. 自分に合っている（必要度が高い、授業の流し方がよい、一番やってみたい、共鳴する），902. いつも使っている，903. 使えそうである（標準的である、時間がない、内容に合った展開である、効果がある、学習指導要領に迫る展開である），904. 学級の現状から使える（実際にやってみた、進学を意識した授業である），905. 新鮮である（発想がおもしろい、おもしろい試み、すばらしい、工夫がある、大胆な試み、理想的である）

999. その他

000. 無回答

（2）学校段階別の指導展開・理由別反応率

表１　学校段階別の指導展開・理由別反応率（%）

理由	小学校教師							中学校教師							高等学校教師						
	指導展開							指導展開							指導展開						
	1	2	3	4	5	6	無答	1	2	3	4	5	6	無答	1	2	3	4	5	6	無答
101	0.2	1.8	0.2	0.2	0.2	0.6		1.1	1.6				0.2		0.2	0.4		0.7			
102	0.4	2.0		1.2	0.2	0.8		1.8	0.5	0.2	1.8			0.2	1.1	0.2	0.2	1.7	0.4	0.2	
103	0.6	1.0						0.7	0.5	0.5	0.5		0.2		0.4			0.4			
104	0.4	0.4	0.2	0.4		0.4			0.7	0.9	1.6					0.4	0.7	1.5	0.7	0.2	
105	0.4			0.2				0.7							0.7						
106	0.6	0.6			0.2			1.1	0.9			0.2			0.9	0.6				0.2	
107	0.2																				
108	0.2	0.2										0.2									
201				1.0	0.2						2.0				0.2	0.2		2.6			
202								0.2							0.6			0.4			
203			0.2							0.2							0.2				
204				0.2							0.2							0.2	0.2		
205								0.2													
206								0.2							0.2	0.2			0.2		
207									0.2						0.4	0.2					
301	0.4	0.8	0.8		0.8	3.3		1.4	0.7	1.4	0.7	1.4	0.2		1.1	1.3	1.7	0.4	0.4	1.5	
302	0.6	0.6			0.2	1.6		0.7	1.1	0.5	0.7		0.5		0.2	0.2	0.2		0.2	0.2	
303		0.4				0.2			1.4				0.2		0.2						
304		0.6							0.7							1.3					
305					0.4			0.2							0.4			0.2			
306	0.2	0.4			1.8	1.0		0.7	0.5			0.2			0.2			0.2	0.2	0.2	
307						0.2															
308	0.2																	0.2			
309						0.2							0.2				0.2				
310											0.5										
401	0.4	0.8		0.4	0.2			0.7	0.5						0.2	0.4		0.4			
402															0.2						
501	1.0	0.4						1.8	0.2						1.1		0.4	0.4		0.2	
502	0.4	0.2							0.2						0.2	0.6		0.2			
503	1.4							2.3			0.2		0.2		1.3	0.2					
504									0.2		0.9	0.5			0.4	0.4	0.4	1.1			
505			0.2	0.2				0.2			0.5				0.6		1.3	0.6			
506	0.2							0.5	0.2						0.4	0.6	0.2				
507											1.4							0.4			
508													0.5						0.2		
509								0.5	0.2												
510										0.2			0.2								
511								0.2													
512																	0.2				
601	0.2		1.8		0.2	4.3			0.2	1.1		0.2	2.0				0.7		0.2	1.7	
602			0.2			1.0				0.2			0.7				1.3			0.4	
603			0.8			1.2				0.5			1.4				1.7			1.5	
604			0.2			0.8		0.2		1.6		0.2	1.1				0.7			0.9	
605					0.2	0.2											0.7			0.2	
606	0.2		0.2			0.6				0.2										0.2	
701	1.2		0.2	0.4	0.2			0.9		0.2	1.4				1.1	0.2	0.2	1.8			
702	0.2		0.2								0.5				0.4			0.2			
703	0.8	0.6				0.4		0.2										0.2			
704	0.2			0.2				0.2										0.2	0.2		
705	0.2																				
706	0.2					0.2															
707		0.2																			
802	0.2	0.8	0.2	0.6	0.6	0.2		0.9	0.5		1.4	0.2			0.4	0.2		1.1	0.2	0.2	
803																		0.4			
804					0.8							0.9							1.5		
805		0.6		1.0					0.2		0.2										
806		0.6			0.2				1.6		0.9				0.4	0.4		0.2	0.2		
807		0.2											0.2					0.2		0.2	
808		0.2															0.2				
809								0.2													
810											0.2										
811																		0.2			
812				0.4																	
813																		0.2			
901	0.4	0.2			0.2	0.6		0.2		0.5	2.0		0.2		0.2		0.4	0.6			
902	0.4			0.2				0.7			0.2				0.2			0.4			
903	0.2	0.2				0.2		1.1	0.5	0.5	0.9		0.2		0.7	0.2	0.9	1.7		0.2	
904	0.2	0.2															0.4	0.7		0.2	
905						0.4		1.1	0.5			0.2	0.2		0.4		0.4				
999												0.2					0.4				
000	10.4	8.2	2.0	2.4	2.2	3.5	8.8	6.6	4.1	1.6	7.7	1.1	1.1	2.5	5.4	2.2	5.5	12.0	1.5	1.3	4.2
合計	22.5	22.0	7.3	9.0	8.6	21.8	8.8	27.7	17.7	10.2	26.3	5.7	9.8	2.7	19.9	10.1	19.0	31.2	6.1	9.4	4.2

（3）理由の大項目別の反応率

指導展開は各学校段階とも90%以上の教師が回答していたが、その選択の理由を答えていたのは、小学校62%、中学校75%、高等学校68%であった。理由の大項目別に反応率をまとめると、表2の通りである。

表2　大項目別の反応率

理由	小学校教師（%）								中学校教師（%）								高等学校教師（%）							
	指導展開								指導展開								指導展開							
	1	2	3	4	5	6	無答	合計	1	2	3	4	5	6	無答	合計	1	2	3	4	5	6	無答	合計
1	2.9	5.9	0.4	2.0	0.6	1.8	0.0	13.5	5.4	4.1	1.6	3.9	0.5	0.5	0.2	16.1	3.3	1.5	0.9	4.2	1.1	0.6	0.0	11.6
2	0.0	0.0	0.2	1.2	0.2	0.0	0.0	1.6	0.7	0.2	0.2	2.3	0.0	0.0	0.0	3.4	1.3	0.6	0.2	3.1	0.4	0.0	0.0	5.5
3	1.4	2.7	0.8	0.0	3.1	6.5	0.0	14.5	2.9	4.3	1.8	1.8	1.6	1.1	0.0	13.6	2.0	2.8	2.0	0.9	0.7	1.8	0.0	10.3
4	0.4	0.8	0.0	0.4	0.2	0.0	0.0	1.8	0.7	0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.1	0.4	0.4	0.0	0.4	0.0	0.0	0.0	1.1
5	2.9	0.6	0.2	0.2	0.0	0.0	0.0	3.9	5.4	1.1	0.2	2.9	0.5	0.9	0.0	11.1	4.1	1.7	2.4	2.6	0.2	0.2	0.0	10.9
6	0.4	0.0	3.1	0.0	0.4	8.0	0.0	12.0	0.2	0.2	3.6	0.0	0.5	5.2	0.0	9.8	0.0	0.0	5.2	0.0	0.2	4.8	0.0	10.1
7	2.7	0.6	0.4	0.8	0.2	0.6	0.0	5.3	1.4	0.0	0.2	1.8	0.0	0.0	0.0	3.4	1.5	0.4	0.2	2.4	0.2	0.0	0.0	4.6
8	0.2	2.5	0.2	2.0	1.6	0.2	0.0	6.7	1.1	2.3	0.0	2.7	1.1	0.2	0.0	7.5	0.7	0.6	0.2	2.2	1.8	0.4	0.0	5.9
9	1.2	0.6	0.0	0.2	0.2	1.2	0.0	3.3	3.2	0.9	0.9	3.2	0.2	0.7	0.0	9.1	1.5	0.2	2.0	3.3	0.0	0.4	0.0	7.4
その他	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.4	0.0	0.2	0.0	0.0	0.4
無答	10.4	8.2	2.0	2.4	2.2	3.5	8.8	37.5	6.6	4.1	1.6	7.7	1.1	1.1	2.5	24.7	5.4	2.2	5.5	12.0	1.5	1.3	4.2	32.1
合計	22.5	22.0	7.3	9.0	8.6	21.8	8.8	100%	27.7	17.7	10.2	26.3	5.7	9.8	2.7	100%	19.9	10.1	19.0	31.2	6.1	9.4	4.2	100%

4．分類結果の分析

指導展開の第1位について、各学校段階の選択の多い順に順番を付けると次の通りである。なお、それぞれの指導展開については、純粋数学－実世界、子ども主導－教師主導という側面から特徴付けをしてある。

		小学校	中学校	高校
1．子どもたちに自分で問題を作らせている	：純粋数学・子ども主導	1番	1番	2番
2．子どもたちに自分で方向を考えさせている	：純粋数学・子ども主導	2番	3番	4番
3．実世界の問題に取り組んでいる	：実世界　・教師主導	6番	4番	3番
4．オープンエンドの問題に取り組んでいる	：純粋数学・教師主導	4番	2番	1番
5．コンピュータで考えさせている	：純粋数学・教師主導	5番	6番	6番
6．社会の中での数学の役割を考えさせている	：実世界　・子ども主導	3番	5番	5番

どの学校段階でも、純粋数学の問題をもとにした指導展開が好まれている。小中高で違いがでるのは、子ども主導か教師主導かであるが、小中高と上がるに従い教師主導が強くなっている。

数学の問題をもとにして実世界の問題に取り組む指導展開（3）は小中高と上がるに従い多くなるが、実世界に焦点を当てた指導展開（6）は、小中高と上がるに従い少なくなる。

これらの指導展開を選んだ理由について、各学校段階の選択の多い順に順番を付けると次の通りである。

	小学校	中学校	高校
1．子どもが自主的に考えられる	2番	1番	1番
2．子どもが発見できる	9番	7番	7番
3．子どもの関心・意欲・態度が高まる	1番	2番	3番
4．子どもが多様に考えられる	8番	9番	9番

5．数学を追求することができる	6番	3番	2番
6．実世界を扱っている	3番	4番	4番
7．理解が深まる	5番	7番	8番
8．学習課題・形態が工夫されている	4番	6番	6番
9．教師のやり方に合っている	7番	5番	5番

子どもが自主的に考えられるという理由が小中高とも高いが、小中高と上がるに従い、子どもや実世界を理由にしていたものが、数学や子どもへと移っていくようである。このことは、子どもの関心・意欲・態度（3）が小中高と上がるに従い減少し、一方、数学の追求（5）が小中高と上がるに従い増加していることに端的に現れている。

1番多く選ばれた指導展開の理由を見ると、次の通りである。

小学校では、1番多く選ばれた指導展開は「1．子どもたちに自分で問題を作らせている」であり、理由で2％を越えているのは「1．子どもが自主的に考えられる」、「5．数学を追求することができる」、「7．理解が深まる」である。

中学校では、1番多く選ばれた指導展開は「1．子どもたちに自分で問題を作らせている」であり、理由で2％を越えているのは「1．子どもが自主的に考えられる」、「3．子どもの関心・意欲・態度が高まる」、「5．数学を追求することができる」、「9．教師のやり方に合っている」である。

高等学校では、1番多く選ばれた指導展開は「4．オープンエンドの問題に取り組んでいる」であり、理由で2％を越えているのは「1．子どもが自主的に考えられる」、「2．子どもが発見できる」、「5．数学を追求することができる」、「7．理解が深まる」、「8．学習課題・形態が工夫されている」、「9．教師のやり方に合っている」である。

1つの指導展開について、子どもと数学の両面から評価されていることが分かる。

また、指導展開と理由の組合せで見て反応率が5％を越えているのは次の組合せである。

小学校

6．社会の中での数学の役割を考えさせている×6．実世界を扱っている
6．社会の中での数学の役割を考えさせている×3．子どもの関心・意欲・態度が高まる
2．子どもたちに自分で方向を考えさせている×1．子どもが自主的に考えられる

中学校

1．子どもが自主的に考えられる　×1．子どもが自主的に考えられる
1．子どもが自主的に考えられる　×5．数学を追求することができる
6．社会の中での数学の役割を考えさせている×6．実世界を扱っている

高等学校

3．実世界の問題に取り組んでいる　×6．実世界を扱っている

これらの中で、高校の「3×6」という組合せの反応率が高いのは意外に思えるが、質問項目文で2次関数が明示的に示されたためであると思われる。

なお、指導展開の選択理由は、その表現において、実に多種多様であることが分かった。それは、項目の分類で約70項目に達した。このような多様さは、教育における議論の難しさとともに、指導についての話し合いでは、それぞれの教師はこのような多様な考えをもっていることを前提とすることの大切さを示唆している。

教師用調査の自由記述項目の集計と分析

小池利清　　　鈴木孝行　　　長崎栄三
富山県雄山中学校　山形県窪田小学校　国立教育研究所

I．教材・教具についての質問項目

4．あなたは，日頃の算数・数学の授業で，次の教材・教具をどのくらい使いますか。
（11）その他（自作教材教具）

1．回答者のその他の自作教材・教具の利用頻度

	よく使う	ときどき使う	たまに使う	無答	合計	割合
小学校	1	65	56	15	177名	34.6%
中学校	9	55	69	2	165名	37.8%
高等学校	3	28	40	9	110名	20.1%

2．その他の自作教材教具の記述例

（1）小学校：259例

A．数と計算(59例)

A1.個数・順序・四則（46）：10までの加法・減法(1),10の束，100の束のカード(2),大きい位の位取り板(4),児童用タイル(5),数え棒(3),キズネールの色棒(1),数え玉(1),計算棒(1),数え板(1),繰り上がり計算表(1),数構成(1),計算カード(タイルと式)(1),たし算カード(1),動物などを使ったたし算(1),ひき算を導入するもの(1),計算の仕方穴あき(1),四則計算プリント(1),数の合成分解に関わるもの(1),かけチャンマン等のキャラクター(1),九九カード(1),ビンゴゲーム（かけ算)(1),あめ，お金等の実物(3),お金の模型(2),おはじき(6),新聞紙の札束(1),タイル図(1),フラッシュカード(1),教師用そろばん(2)

A2.小数，分数(11)：小数タイル(1),分数のたし算，ひき算(1),分数，小数説明教材(1),分数説明図(2),分数かけ算用方眼紙(1),分数板(1),分数計算等の補助カード(1),分数タイル図(1),分数説明板(1),分数定規(1)

A3.その他(2)：数直線(1),数直線等の紙板書(1)

B．量と測定(32例)

B1.長さ(1)：ものさしの拡大図(1)

B2.時刻(2)：時計(1),教室を時計に作る(1)

B3.重さ(3)：秤(1),天秤(2)

B4.角(4)：角度説明教具(1),いろいろな角を構成することができるもの(1),円形分度器(1),三角形の角の説明教具(1)

B5.面積(7)：　面積説明図(3),面積説明教具(1),円の面積説明教具等(2),面積を表す磁石板等(1)

B6.かさ・体積(14)：１ｍものさしを組み合わせて$1\,\mathrm{m}^3$の大きさの模型(1),水のかさ，長さ比べ(1),体積の実測器(1),立方体の体積(1),錐体の求積(1),錐体体積説明器(2),空き瓶，空き缶を用いたかさの学習(1),錐と柱の体積説明パズル(1),体積説明器(1),求積に関するプリント(1),リットルます(1),水槽(1);１　ます(1),

B7.その他(1)：単位換算(1)

C．図形(49例)

C1.平面図形(25)：図形等(4),図形の展開図(3),図形拡大図(4),図形学習に関する操作物(1),拡大，縮小(1),図形関係(ＯＨＰ用)(1),図形を切り抜いた画用紙(2),三角形，四角形などの図形に関するもの(2),画鋲でとめて動く四角形で，長方形,正方形を平行四辺形やひし形に変形させることができるもの(1),対称図形の説明器(1),ジオボード(1),ドット板(1),巻き尺付コンパス(1),コンパス(2)

C2.立体図形(24)：立体模型(9),立体の展開模型(1),立体展開図(1),自作模型(10),展開できる直方体(1),画用紙の立体(2)

D．数量関係(11例)

ブラックボックス(3),比の学習教材等(1),アンケートをもとにしたグラフ，表(1),画用紙に書いた図，表，グラフ(1),グラフ(2),表(2),大きく書いた表(1)

E．全般(108)

E1. プリント類(27)：自主プリント(1),習熟プリント(1),作業プリント(14),ゲーム式プリント(2),学習プリント(1),練習プリント(1),例プリント(1),ワークシート(6)

E2. カード類(9)：ヒントカード(3),磁石付カード(1),カード等(5)

E3. その他(72)：テキスト，自作の課題(1),単元毎の学習材(1),ヒントコーナー(1),自力解決の解を書くボード(1),ペープサート(4),児童が切ったり折ったりできるもの(1),工作用紙，画用紙，色画用紙,折り紙を使って(10),廃材を使って(1),新聞記事等(1),絵,人形等の具体物(2),車,人，花等の半具体物(2),絵図(1),図(9),絵(10)，絵本(1),かけ図(1),ＯＨＰ,ＴＰシート(14),ホワイトボード(1),教材提示装置(1),マグネット棒(1),定規(1),テープ(3),箱(1),棒(2),ひご(1)

（2）中学校：212例,

A．数と式(34例)

A1. 正負の数(13)：トランプ(10),正負の数の計算器(1),正負の数の加減(1),正負の赤黒タイル(1)

A2. 文字と式(2)：文字タイル(1),代入箱(1)

A3. 方程式(10)：天秤(8),二重天秤(1),連立方程式(1)

A4. 無理数(4)：平方根表(1),無理数トランプ(3)

A5. その他(5)：数直線(1),フラッシュカード(3),公式を図化したもの(1)

B．図形(79例)

B1. 平面図形(42)：回転体を説明するもの(2),厚紙で切り取った三角形(1),合同条件用たけひご模型(1),三角形の重心説明具(1),三角形の面積と長さの変化(1),等積変形説明器(2),平行四辺形の自作品等(1),四角形の性質をみつけるもの(1),平面図形説明器(2),平面図形（マグネット）(1),平面図形の模型（2),チョークにゴムをつけて図形を拡大する装置(1),拡大コピー機を使って考えを発表させる(1),三平方の定理導入用色板セット(1),三平方の定理用パズル等(1),三平方の定理(4),三平方の定理自作ソフト(1),円周角の定理説用具(6),円の性質を説明するもの(4),サッカーゴールの模型とひも(1),自作面積図など(1),角の三等分器(1),折り紙(5)

B2. 立体図形(19)：立体の展開図(5),立体模型(6),立体の切断面の説明(1),立体の切断模型(4),正多面体等(1),透明模型(1),水ようかん(1)

B3. その他(18)：図形の基本など(1),図形で(1),模型(9),バルサで作った模型(1),自作の図形教材(3),図形の型紙等(1),厚紙の模型(1),定理の表(1),

C．数量関係(24例)

C1. 関数(21)：ブラックボックス(15),関数導入時の教具(1),ハノイの塔(1),放物線定規(1),方眼黒板(1),直行座標系黒板(1),さお秤(1),線香(1)

C2. 確率・統計(2)：トランプ（確率）(1),確率実験道具(1)

D．全般(75例)

D1. プリント類(29)：学習プリント(5),図形プリント(1),プリント(14),練習用プリント(1),学習シート(5),ワークシート(3)

D2. カード類(6)：カード類(3),学習カード(1),要点カード(1),マグネート付カードシート(1)

D3. その他(40)：演習問題(1),厚紙やゴムなどを利用して作ったもの(2),カード・画用紙で作れるもの(7),ボール紙のいろいろな用途の作品(2),授業に合わせて自作教具を作成(1),自作の図や絵(2),動きが分かる教具(1),ペープサート(1),掲示物等(1),パズル等(1),地図(1),コンピュータソフト(4),マグネット教材(1),OHP,TPシート(14),ソーダ水グラス(1)

（3）高等学校：130例

A．代数(2例)

公式を表，裏に書いて利用(1),フラッシュカード類(1)

B．幾何(31例)

B1. 平面幾何(3)：ピタゴラスの定理(1),重心の発見用のボール紙を三角形に切り取ったもの(1),重心の授業で半円のコマ(1)

B2. ベクトル(18)：針金で作ったベクトル(1),空間模型,ベクトルの矢印等(2),ベクトル模型(3),身近なもので平面直線ベクトルを表現(1),広用紙に空間図形を描く(1),空間図形の切断（オアシスを切る）(1),教科書を平面，直角の実現に(1),空間の直線の位置関係等を指揮棒２本を用いて(1),分度器＋５円玉で仰角測定器(1),空間座標(2),平行六面体(1),正多面体(2),回転体(1)

B3. 図形と方程式(1)：座標と直線(1)
B4. 図形と計量(3)：三角比の三角形(1)，三角比カード(1)，パラパラｓｉｎ(1)
B5. いろいろな曲線(6)：軌跡の説明(ゴムに印)(1)，楕円を描く定規(1)，楕円作図器(1)，楕円，双曲線作図(1)，石鹸水と針金で，円の面積について勉強する(1)，円(1)

C．解析(15例)

C1. 数列(2)：数列の和(1)，数列分野公式説明器(1)
C2. 関数(13)：単位円を理解する教材（三角関数）(1)，単位円(1)，三角関数のグラフ(1)，三角関数のグラフ拡大コピー(1)，ブラックボックス(1)，ハノイの塔(2)，巨大放物線(1)，二次関数のグラフを針金で作ったもの(1)，二次関数のベロ型3種(1)，放物線と方眼紙（平行移動説明のため）(1)，自由落下，重力，加速度(1)，積分の面積測り等(1)

D．確率(3例)

確率実験器(1)，サイコロ等(2)

E．その他(79)

F1. プリント類(48)：演習用プリント(5)，自作プリント(42)，サブノート式プリント(1)
F2. カード類(4)：パズルのカード(1)，カード(2)，トランプカード(1)
F3. その他(27)：自作テキスト(1)，自作教材(1)，問題集(3)，つなぎ教材(1)，数学史からの発想(1)，身近にあるものから(1)，解説用の小道具を自作する(1)，図表(1)，模型等いろいろ(1)，ＯＨＰ・ＴＰシート(3)，新聞(1)，透明な紙(1)，グラフ用紙(2)，工作用紙(1)，ボール紙，ダンボール箱(3)，方眼黒板(1)，小黒板(1)，カラーチョーク(1)，タコメーター(1)，ばね(1)

３．考察

（１） 小学校について

ア．数と計算，図形領域の教材・教具が多い。

イ．特に，数と計算領域では，下学年用の教材・教具が多い。

ウ．すべての領域にわたり，視覚に訴えたり操作できたりする教材・教具が多い。

（２） 中学校について

ア．図形領域での教材・教具が多い。特に，平面図形分野での教材・教具に工夫されたものが多い。

イ．学習内容に比べて，数量関係領域の教材・教具が少ない。その中で，ブラックボックスの使用が多い。

（３） 高等学校について

ア．計算とコンピュータという内容があるが，今回の調査では，その関連の教材・教具がなかった。

イ．幾何領域での教材・教具が多い。特に，ベクトル分野での教材・教具に工夫されたものが多い。

（４） 小学校，中学校，高等学校全体を通して

ア．小学校，中学校，高等学校ともに，プリント，カード類の教材が非常に多い。特に，高等学校では，際立っている。プリント，カード類をどの領域・分野で使用しているかは特定できないが，それぞれの学習内容，学習方法に沿って工夫したものを作り，使用していると考えられる。

イ．小学校－数量関係，中学校－数量関係，高等学校－解析，確率領域の教材・教具が他の領域と比べると少ない。関数や確率・統計分野の教材は，ふだんの生活の中から比較的に見つけやすい，作りやすいと思われるのだが，期待に反して少なかった。確率・統計分野は，小学校，中学校ともに最終学年の３学期に扱うことが多い内容であるため，そのことが使用量に影響していると思われる。

ウ．中学校－図形，高等学校－幾何領域の教材・教具が他の領域と比べると多い。中学校２学年から図形領域において，本格的に演繹的な推論の学習が始まるため，推論の過程等を視覚的にとらえさせるために，操作できる教具や生徒の理解を助ける教具が多くなっていると考えられる。

エ．小学校，中学校，高等学校と上にいくに従い，教材・教具の使用量が減り，その多様さもなくなっ

てきている。学習内容が難しくなるに従い，そのねらいに即した教材・教具が作りづらくなっていると考えられる。

オ．小学校の教材・教具は，ふだんの生活に密着したものが多い。中学校，高等学校と上にいくに従い，その傾向は薄らいでいる。小学校では，具体的生活場面から教材・教具を作ることにより，興味・関心を高めようとしていることが窺われる。

Ⅱ．参考資料についての質問項目

5．あなたは，日頃の算数・数学の授業で子どもたちに学習させる問題や課題を何を使って考えますか。
（12）その他

1．回答者の利用頻度

	よく使う	ときどき使う	たまに使う	無答	合計	割合
小学校	12	11	9	3	35名	6.8%
中学校	11	9	21	0	41名	9.4%
高等学校	7	13	12	1	33名	6.0%

2．その他の記述例（複数回答）

参考資料	小学校	中学校	高等学校	合計	割合
A．研究資料　個人	5	1	2	8	7.1%
B．研究資料　団体	5	4	1	10	8.0%
C．具体的生活場面	10	6	1	17	15.2%
D．自分で教材研究（自作プリント等）	8	12	10	30	26.8%
E．教育雑誌	2	3	6	11	9.8%
F．雑誌・マンガ	1	8	6	15	13.4%
G．児童用図書	2	0	0	2	1.8%
H．テレビ，ラジオ，パソコン通信	1	7	4	12	10.7%
I．市販テスト	0	1	5	6	5.4%
J．予備校での話題	0	0	1	1	0.9%
K．その他	1	0	0	1	0.9%
計	35	42	35	112	100%

3．考察

ア．小学校，中学校，高等学校と上にいくに従い，A，B．研究資料(個人，団体)やC．具体的生活場面からの問題や課題づくりは減っている。逆に，E．教育雑誌やF．雑誌・マンガ，G．児童用図書を使っての問題や課題づくりは，小学校から中学，高等学校と上にいくに従い増えている。その理由としては，研究資料(個人，団体)が上にいくに従い少ないということ，学習内容が難しくなるに従い，具体的生活場面から問題や課題が設定しづらくなるということが考えられる。

イ．中学校，高等学校では，H．テレビ，ラジオ，コンピュータ（パソコン通信）などのメディアの

利用が多い。

ウ．小学校ではなかったが，中学校，高等学校では，Ⅰ．市販テストを土台にして問題や課題を工夫して考えるという回答もあった。受験を意識した問題や課題づくりと考えられる。

エ．4.(11) その他，自作教材・教具の回答にあるプリント・カード類の教材の多さと関連しているが，小学校，中学校，高等学校ともに，D．自分で教材研究（自作プリント等）をして問題や課題づくりを行っているという回答が多かった。

Ⅲ．教師の算数・数学教育に対する意見

18．算数・数学教育について，ご意見がありましたら，ご自由にお書き下さい。

1．回答の分類

教師の回答を次の項目によって分類した。

A．算数・数学と社会との関わり	・・・学校で学んでいる算数・数学と実社会との関わりについての意見，要望，批判
B．算数，数学の有用性	・・・実社会における数学的見方，考え方，問題解決能力の有用性に対する意見，要望，批判
C．楽しい算数・数学	・・・楽しさのある算数・数学教育，算数・数学を楽しく学習させたいという意見
D．学習内容（学習指導要領）	・・・学習指導要領の系統性や時数，学習内容の量や難易度に対する意見，要望，批判
E．学習内容（基礎・基本等）	・・・基礎・基本等を重視した学習内容にして欲しいという意見，要望，批判
F．学習指導（進め方，技術面等）	・・・進度，わかりやすさ，個々の能力に応じた等，指導法に対する意見，要望，批判
G．教育機器（電卓，パソコン，コンピュータ教育）	・・・電卓，パソコン，コンピュータ等の教育機器を利用した教育に対する意見，要望，批判
H．教師と子どものコミュニケーション	・・・励まし，ほめる等の教師と子どもの信頼関係や人間関係に対する意見，要望，批判
I．教科書の改善	・・・教科書の内容や量，配列，形式に対する意見，要望，批判
J．学校，家庭の連携	・・・学校，家庭が連携した教育に対する意見，要望，批判
K．入試制度（受験学力等）	・・・受験のための学力や授業，現行入試制度に対する意見，要望，批判
L．教育制度（学級定員，教員数等）	・・・中高一貫教育，学級定員数，教員配置数，指導者の育成に対する意見，要望，批判
M．その他	・・・AからLに属さない意見，要望，批判

2．回答の集計（複数回答）

意　見	小学校	中学校	高等学校	計
A．算数・数学と社会との関わり	3	2	6	11
B．算数，数学の有用性	3	7	2	12
C．楽しい算数・数学	9	5	4	18
D．学習内容（学習指導要領）	53	41	70	164
E．学習内容（基礎・基本等）	8	3	9	20
F．学習指導（進め方，技術面等）	18	32	25	75
G．教育機器（電卓，パソコン，コンピュータ教材）	2	2	8	12
H．教師と子どものコミュニケーション	0	0	0	0
I．教科書の改善	2	1	6	9
J．学校，家庭の連携	0	0	0	0
K．入試制度（受験学力等）	6	23	29	58
L．教育制度（学級定員，教員数等）	0	4	9	13
M．その他	12	8	18	38
合　計	116	128	186	430
人　数	89名	92名	152名	333名

3．考察

ア．小学校，中学校，高等学校ともに，ゆとりを持って学習に取り組めるようにして欲しいという声が多かった。

イ．小学校，中学校，高等学校ともに，F.学習指導について，「興味，関心が持てるような題材を，操作活動を取り入れた授業の工夫を，ゆとりある展開を」等，自己の学習指導の改善に関する声や「学力差に応じた指導の在り方はどうしたらよいか，一人一人が分かる授業をするためには，基本的な内容を理解させるには」等，指導法に関する悩みや指導観に対する声が多かった。

ウ．小学校，中学校，高等学校と上に行くに従い，K.入試制度に対する批判の声が多い。高等学校や大学の入学試験の中身の改革，制度の改革がない限り受験数学になってしまうという声が多かった。

エ．小学校，中学校，高等学校ともに，H.教師と子どものコミュニケーションについて回答はなかったが，F.学習指導の中に「喜びを共感できる授業，数学的にコミュニケーションを図っていきたい」という声が小学校の中に2，3あった。

オ．小学校，中学校，高等学校ともに，A.算数・数学と社会との関わり，B.算数，数学の有用性に関する回答が少なく，教師自身，学校で指導している算数・数学と実社会との関わりや歴史的な背景，実社会における有用性等についてあまり目が向けられていないように思われる。

NIER/ME/9603/P

数学と文化

算数・数学教育に関する保護者用調査

国立教育研究所
数学教育研究室

お願い

この調査の目的は、わが国の算数・数学教育のあり方に関する広範囲の意見を集め、それらを分析し、それによって、算数・数学教育の改善に資するものです。

最近、「学校で学ばれている算数・数学が実社会から遊い」と言われておりますので、その点を特に調べるものであります。

現在は、算数・数学教育の改善にとって、保護者の皆様の考え方を知ることが大変重要になってきております。

ご多忙の折り、誠に恐縮に存じますが、よろしくご協力のほどをお願いいたします。

この用紙をお受け取りになって１週間以内に、お答えになった用紙を、お子様を通して担任の先生までにお渡しいただければ幸いです。なお、秘密保持のために、セロテープなどで、頁を封しても結構です。

なお、調査結果の分析においては、皆様の個々の回答が分かるようなことは一切いたしません。

また、この調査に関する質問は、お子様の学校の担任の先生にお聞きください。

この調査用紙を受け取った、あなたのお子様の学校について、（1）～（3）のそれぞれに、あてはまるものを〇で囲んでください。

（1）1. 小学校　2. 中学校　3 高等学校

（2）1. 公立学校　2. 私立学校　3 国立学校

（3）1 共学校　2. 女子校　3 男子学校

1．あなたの年齢の番号を〇で囲んでください。

1 25歳未満　2 25歳以上30歳未満　3 30歳以上35歳未満
4 35歳以上39歳未満　5 39歳以上44歳未満　6 44歳以上49歳未満
7. 49歳以上56歳未満　8 56歳以上60歳未満　9 60歳以上

2 あなたの性別の番号を〇で囲んでください。　1 男　2 女

3 小学校から学んできました数学ついてどのように感じますか。それぞれについて、
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
の中から、あなたの考えにもっとも近いものを１つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

（1）数学は日常生活に必要である。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（2）数学はいくら努力しても報われない。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（3）数学は美しい。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（4）数学は記号のゲームである。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（5）数学はすべての人間にとって必要である。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（6）数学は実用的ではない。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（7）数学は誰でも楽しさを味わえる。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（8）数学は男子の方が学ぶのに適している。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（9）数学は社会で大いに活用されている。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（10）数学は堅苦しい。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません

4．わが国の算数・数学教育をどう思いますか。次の中から、あなたの考えにもっとも近いものを１つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

（1）自分が小中学生のとき　1．問題点は少なかった　2 問題点が多かった

（2）現在　：1．問題点は少ない　2 問題点が多い

5 学校の算数・数学の指導ではどのようなことが重要だと思いますか。それぞれについて、
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
の中から、あなたの考えにもっとも近いものを１つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

（1）計算問題が解けるようになること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
（2）図形の証明問題が解けるようになること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
（3）算数・数学を使って実際的な問題が解けるようになること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
（4）入学試験の算数・数学の問題が解けるようになること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
（5）みんなと同じ程度の算数・数学の学力を身につけること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない
（6）社会で使えるような算数・数学的な考え方を身につけること
1 とても重要である　2 ひかくてき重要である　3 あまり重要ではない　4 まったく重要ではない

上の(1)～(6)の中で特に重要なものを２つ選んで、その番号を書いてください。
第１位_____　第２位_____

6．算数・数学教育では、どのようなことが大切ですか。それぞれについて、
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
の中から、あなたの考えにもっとも近いものを１つ選んで、その番号を〇で囲んでください。

（1）子どもの自主性を育てること。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（2）算数・数学の楽しさを経験させる。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（3）算数・数学が社会で役立つことを知らせること。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（4）計算能力を身につけさせること。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（5）入学試験に通じる問題解決能力を身につけさせること。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません
（6）算数・数学の基本的な内容を分からせること。
1 ほんとうにそうです　2 だいたいそうです　3 あまりそうではありません　4 まったくそうではありません

上の(1)～(6)の中でもっとも大切なものを１つ選んで、その番号を書いてください。
第１位_____

なお、算数・数学教育について、ご意見がございましたら、ご自由にお書きください。

ご協力ありがとうございました。

保護者用調査集計結果

表１　回答した保護者数と学校数

1) 学校段階	対象学校数	送付数	回答学校数	回答者数	学校種別			学校組織		
					公立校	私立校	国立校	共学校	女子校	男子校
小学校	500校	1000通	255校(51.0%)	498名(49.8%)	96.8%	1.2%	1.4%	99.2%	0.2%	0.0%
中学校	500校	1000通	230校(46.0%)	447名(44.7%)	91.3%	7.6%	0.9%	95.7%	2.5%	1.8%
高等学校	500校	1000通	264校(52.8%)	508名(50.8%)	74.8%	24.6%	0.4%	83.9%	12.8%	3.3%
公立中	1校	225通	1校(-----)	195名(86.7%)	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%
私立中	1校	288通	1校(-----)	236名(81.9%)	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%	0.0%
合計	1502校	3513通	751校(-----)	1884名(53.6%)	---	---	---	---	---	---

表２　保護者の性別と年齢分布（質問項目1･2）

学校段階	性別		年齢分布(歳)								
	男性	女性	～25	25～	30～	35～	39～	44～	49～	56～	60～
小学校	28.1%	70.3%	0.4%	1.2%	10.8%	33.5%	39.4%	12.9%	1.4%	0.2%	0.0%
中学校	34.9%	64.2%	0.7%	0.0%	0.2%	15.2%	51.0%	28.9%	4.0%	0.0%	0.0%
高等学校	36.6%	62.6%	1.4%	0.8%	0.4%	4.3%	33.1%	46.9%	12.4%	0.6%	0.2%
公立中	14.9%	84.6%	1.5%	0.0%	2.1%	17.4%	36.9%	34.4%	7.7%	0.0%	0.0%
私立中	25.0%	75.0%	0.0%	0.0%	0.0%	10.2%	45.3%	36.4%	7.2%	0.0%	0.4%

表３　算数・数学教育における数学観（質問項目3）

項目	小学校				中学校				高等学校				東京近郊公立中学校				東京都私立女子中学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)	32.5	48.4	18.7	0.2	26.0	49.7	22.6	0.7	21.3	51.2	26.0	0.8	25.1	45.1	29.2	0.0	20.8	49.6	28.0	1.7
(2)	0.4	9.8	51.6	37.1	2.5	10.5	48.8	38.0	1.0	10.4	54.1	33.9	2.6	10.3	53.3	33.3	0.4	8.9	50.4	40.3
(3)	10.8	35.5	42.6	9.0	13.2	32.0	42.5	10.5	15.2	30.3	42.3	9.8	13.8	23.6	52.8	7.7	14.4	42.4	31.4	9.7
(4)	12.9	39.2	39.2	7.6	10.1	37.4	40.0	11.4	11.2	44.1	32.7	11.2	12.8	44.1	33.8	8.2	9.7	41.1	39.8	9.3
(5)	28.3	45.8	22.7	2.4	27.3	45.9	24.2	2.5	22.6	49.4	24.6	3.0	18.5	48.7	30.8	1.5	20.3	45.8	29.7	4.2
(6)	2.2	23.1	48.4	25.1	3.6	25.1	47.2	23.3	3.9	27.6	45.7	22.0	2.6	33.3	43.1	20.5	2.5	34.3	45.3	17.8
(7)	15.3	33.7	45.4	5.0	15.0	30.4	47.4	6.0	9.4	29.3	53.9	7.1	8.7	36.9	45.1	8.2	12.3	35.6	45.8	6.4
(8)	1.4	13.9	44.4	40.2	2.5	19.2	40.3	37.4	2.4	18.3	47.4	31.3	2.1	15.4	44.1	37.4	1.7	21.2	46.6	30.5
(9)	26.5	40.0	31.7	1.2	26.2	41.2	31.1	1.3	27.4	37.8	32.9	1.8	17.4	36.9	43.1	2.6	18.2	40.3	39.8	1.7
(10)	10.0	41.8	40.2	7.6	10.7	40.9	38.7	8.9	11.0	44.7	37.0	7.1	16.9	39.5	35.9	7.7	5.5	42.8	43.6	8.1

表４　算数・数学教育の過去･現在の認識（質問項目4）

	小学校		中学校		高等学校		公立中学校		私立中学校	
項目	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
(1)	67.5	31.7	73.2	25.1	72.6	26.6	65.1	33.3	75.0	24.2
(2)	36.7	62.0	39.8	56.6	39.0	58.1	33.8	63.1	42.8	54.2

注１）小学校、中学校、高校は、主対象集団であり、公立中（東京近郊公立中）、私立中（東京女子中）は、副対象集団であり、中学校の保護者同士での地域差、公私差をさらに調べるための集団である。

表5　算数・数学教育で重要なこと（質問項目5）

項目	小学校				中学校				高等学校				東京近郊公立中学校				東京都私立女子中学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)	57.0	37.1	5.0	0.2	53.2	42.1	4.5	0.0	57.5	36.6	5.1	0.4	52.8	42.1	4.1	0.5	54.7	39.4	5.9	0.0
(2)	16.7	44.4	36.3	1.8	15.2	44.1	37.4	2.9	16.5	45.5	35.0	2.6	14.4	42.6	36.9	4.1	11.4	52.1	33.5	3.0
(3)	55.6	38.0	5.8	0.0	49.9	42.5	6.7	0.0	47.8	42.5	8.7	0.4	44.1	46.7	7.2	1.5	46.6	43.6	9.7	0.0
(4)	23.5	42.6	28.5	5.0	32.9	43.8	21.0	1.6	25.0	41.3	29.3	2.8	26.7	41.0	25.1	4.1	17.8	39.4	38.6	4.2
(5)	43.2	44.0	11.0	1.4	44.3	45.0	9.6	0.9	43.5	42.3	12.0	1.2	35.4	49.2	11.8	2.6	46.2	41.1	10.6	1.7
(6)	69.1	27.5	3.0	0.2	68.7	27.3	3.8	0.0	64.6	30.7	3.9	0.4	63.1	33.8	2.1	1.0	66.5	28.8	3.8	0.8

項目	小学校		中学校		高等学校		公立中学校		私立中学校	
	1位	2位	1位	2位	1位	2位	1位	2位	1位	2位
(1)	20.7	12.9	16.3	13.2	19.9	15.0	22.1	16.4	20.3	16.1
(2)	0.2	2.6	0.2	2.9	1.2	3.1	2.1	1.0	1.3	2.5
(3)	14.7	30.7	13.6	28.4	12.8	27.2	10.3	26.7	14.8	24.6
(4)	3.2	6.0	7.4	6.7	3.5	6.1	5.1	5.6	5.9	5.5
(5)	8.4	18.3	7.4	20.1	8.9	20.7	6.7	17.4	4.7	20.8
(6)	51.6	28.1	53.0	26.0	53.0	26.4	49.2	27.7	51.7	28.8

表6　算数・数学教育への期待（質問項目6）

項目	小学校				中学校				高等学校				東京近郊公立中学校				東京都私立女子中学校			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
(1)	44.4	38.2	14.9	1.4	42.1	37.1	18.6	0.9	40.2	40.4	16.9	1.4	41.0	36.9	15.9	1.5	43.6	35.2	14.8	4.2
(2)	70.1	26.3	3.4	0.0	67.8	26.2	5.4	0.2	61.6	33.5	4.7	0.0	64.1	27.2	5.6	0.5	64.0	31.4	4.2	0.4
(3)	51.8	40.2	7.4	0.4	50.8	39.4	8.3	0.2	47.6	43.3	8.7	0.0	52.8	34.4	8.7	0.5	50.0	39.8	8.9	0.8
(4)	49.6	43.4	6.0	0.4	51.0	44.7	4.0	0.0	49.4	44.5	5.3	0.2	49.7	41.5	5.1	0.0	47.9	44.5	7.6	0.0
(5)	17.7	42.8	31.7	7.0	25.1	46.1	24.6	4.0	18.5	43.1	33.5	4.5	20.5	45.1	28.2	3.6	17.8	39.8	36.0	5.9
(6)	65.5	31.1	3.0	0.2	69.8	27.7	2.2	0.0	66.9	30.1	2.2	0.0	62.1	30.8	4.1	0.5	69.1	27.5	3.0	0.4

項目	小学校	中学校	高校	公立中	私立中
	1位	1位	1位	1位	1位
(1)	11.6	12.5	8.9	10.8	11.4
(2)	40.4	36.0	34.3	34.9	41.9
(3)	15.9	17.2	16.5	15.4	15.7
(4)	6.4	7.8	9.4	4.1	3.0
(5)	2.0	2.9	3.3	2.6	1.7
(6)	23.3	23.3	26.8	32.3	25.8

保護者用調査の自由記述項目の集計と分析

小池利清　　　鈴木孝行　　　長崎栄三
富山県雄山中学校　山形県窪田小学校　国立教育研究所

1．保護者の算数・数学教育に対する意見

算数・数学教育について，ご意見がございましたら，自由にお書きください。

2．回答の分類

保護者の回答を次の項目によって分類した。

- A．算数・数学と社会との関わり・・・学校で学んでいる算数・数学と実社会との関わりについての意見，要望，批判
- B．算数，数学の有用性・・・実社会におけ算数，数学的見方，考え方，問題解決能力の有用性に対する意見，要望，批判
- C．楽しい算数・数学・・・楽しさのある算数・数学教育，算数・数学を楽しく学習させて欲しいという意見，要望，批判
- D．学習内容（基礎・基本等）・・・基礎・基本等を重視した学習内容にして欲しいという意見，要望，批判
- E．学習内容（量，難易度等）・・・学習内容の量や難易度に対する意見，要望，批判
- F．学習指導（進め方，技術面等）・・・進度，わかりやすさ，個々の能力に応じた等，教師の指導法に対する意見，要望，批判
- G．教育機器（電卓，パソコン，コンピュータ教育）・・・電卓，パソコン，コンピュータ等の教育機器を利用した教育に対する意見，要望，批判
- H．教師と子どものコミュニケーション・・・励まし，ほめる等の教師と子どもの信頼関係や人間関係に対する意見，要望，批判
- I．学校，家庭の連携・・・学校，家庭が連携した教育に対する意見，要望，批判
- J．入試制度（受験学力等）・・・受験のための学力や授業，現行入試制度に対する意見，要望，批判
- K．教育制度（学習指導要領，学級定員，教員数等）・・・学習指導要領の系統性や時数，中高一貫教育，学級定員数，教員配置数に対する意見，要望，批判
- L．その他・・・AからJに属さない意見，要望，批判

3．回答の集計（複数回答）

意　見	小学校	中学校	高等学校	都内私立女子中	東京近郊公立中	合計
A．算数・数学と社会との関わり	28	20	12	3	5	68
B．算数，数学の有用性	11	14	13	2	2	42

C．楽しい算数・数学	40	36	19	5	6	106
D．学習内容（基礎・基本等）	15	10	12	1	1	39
E．学習内容（量，難易度等）	40	4	2	1	2	49
F．学習指導（進め方，技術面等）	55	35	35	14	10	149
G．教育機器(電卓，パソコン，コンピュータ教育)	1	1	1	1	0	4
H．教師と子どものコミュニケーション	3	2	0	0	0	5
I．学校，家庭の連携	2	1	0	0	1	4
J．入試制度（受験学力等）	13	10	7	2	2	34
K．教育制度(学習指導要領，学級定員，教員数等)	17	14	5	1	4	41
L．その他	3	8	4	4	0	19
合計	228	155	110	34	33	560
人数	146名	112名	87名	29名	22名	396名

4．考察

（1）保護者の意見

ア．小学校，中学校，高等学校ともに，C．楽しい数学について，「楽しく学んで欲しい，楽しく学ぶことは，理解を深める」等の声が多かった。

イ．小学校，中学校，高等学校ともに，F．学習指導では，「わかりやすく教えて欲しい，ゆとりを持って教えて欲しい，思考過程を大切にした指導をして欲しい」等の教師の指導法に対する注文が多く，そのことが楽しい算数・数学につながるという声が多かった。

ウ．小学校，中学校，高等学校ともに算数・数学は，「ものの見方，考え方を育てる，実社会での生活に関わっている，社会生活の中で役立てて欲しい」等，B．算数・数学の実社会での有用性に関する肯定的な声が多かった反面，「数学が生活や世の中でどのような使われ方をしているのか教えて欲しい，高度な数学の必要性とは」等の，A．数学と社会との関わりについて，否定的な声やしっかり理解させて欲しいという声が多かった。

（2）教師と保護者の意見の比較

ア．楽しい算数・数学について，保護者は非常に関心が高く，教師は低いという結果だった。保護者用アンケートの中には，「自分は子どもの頃，算数・数学で苦労した，苦手だった」等の経験を踏まえた声がたくさん聞かれた。また，子どもの算数・数学嫌いに対する悩みの声も多く聞かれた。これらの理由が，楽しい算数・数学教育を求めるたくさんの意見要望，批判となって表れたのではないかと考えられる。

イ．学習指導について，保護者は，「もっと分かりやすく丁寧に教えて欲しい，ゆっくり進めて欲しい」という声が多いのに対して，教師は，「そうしたいが，現在の学習指導要領では，できないのが現状である」とする両者相反する声が多かった

ウ．教育機器利用については，教師，保護者ともに意見が少なかった。

エ．入試制度については，保護者以上に教師からの批判が多く，現行入試制度の改善と学習指導の充実(数学の楽しさ，美しさ，不思議さ等の数学の本質の追究，ゆとり，自由さ)を望む声が多かった。

6

諸外国の数学教育
－社会的文脈に関連して－

オランダの数学教育における実際的な数学
－フロイデンタール研究所の活動より－

瀬沼　花子
国立教育研究所

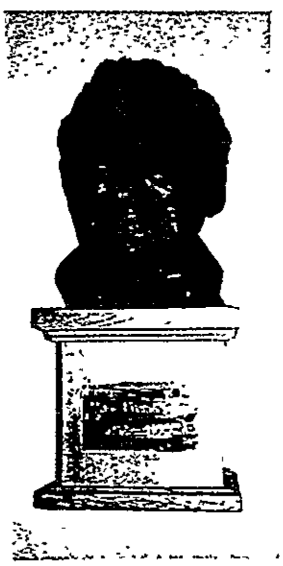
要　約

オランダの数学教育における「実際的な数学」(Realistic Mathematics) は，イギリス・フランス・ドイツなどの数学教育関係者から評判が高い思想である。そこでフロイデンタール研究所が中心になって進めてきた「数学Ａ」カリキュラムにおけるcontextの利用及び「数学Ａ」試験問題からこの「実際的な数学」とはどのようなものであるかを分析した。実際的な問題は，数学化を促すもの，数学概念を補強するもの，単なるカモフラージュの三段階がある。試験問題においても，これらの実際的な問題が随所に利用されており，数学を抽象的で社会から孤立したものではなく，問題解決の有力な道具として捉えることができる。

キーワード：実際的な数学，問題解決，フロイデンタール研究所，Mathematics in Context

１．はじめに

1992年１月にオランダのフロイデンタール研究所を訪ねた。この研究所は著名な数学者であるフロイデンタール (1905～1990)(写真１）がなくなったのにちなみ，その前身であるＯＷ&ＯＣを1991年に改名してできた研究所である。さらに前の，1970年代はＩＯＷＯ数学教育開発研究所という名称で「実際的な数学的問題解決」で有名な研究所であった。



フロイデンタール研究所は，オランダ政府からの依頼をうけて，様々の数学カリキュラム開発に携わってきた。その１つが高等学校用の「数学Ａ」カリキュラム（開発1981年～1985年）である。数学Ａはフロイデンタールの“Realistic Math”という思想に基づいた「実際的な数学」カリキュラムである。研究所が開発した教科書は多くの学校で実験的に使われた。1990年ころ，この教科書のシェアはオランダでおよそ75%となった。

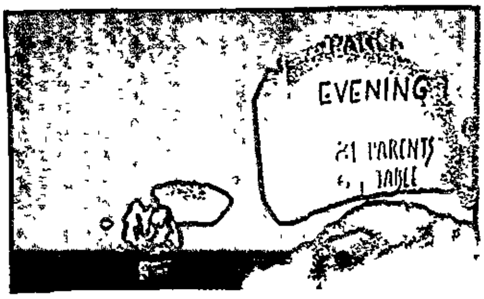
また，その後も中等学校（わが国の中・高等学校）数学カリキュラムの改革が行われている（1987～1992年終了予定)と聞いた。オランダではそれまでは，数学の試験を受ける女子が少ないという問題とともに，カリキュラムが古い，すなわち数学を出来上がった静的なものとみなす傾向があった。そこで，新しいカリキュラムでは，数学の応用，現実や社会との関係を重視しているという。このような観点は，女性の教師や研究者がこのプロジェクトに多く関与していることにも関係しているということである。

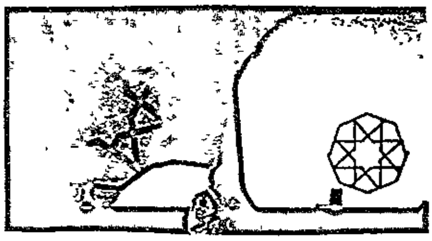
しかし，中等モダンスクール（ＨＡＶＯ，16～19才）のための数学を，ＡとＢの２つに分割することは不安があるということであった。実際的な「数学Ａ」はすぐに女子のための数学となり，技術的な「数学Ｂ」は女子には人気がない。そして，より多くの女子が数学を学習することにはなるが，その方向は依然として閉じられている，という。というのはいろいろな道（進学，就職）に進むためには「数学Ｂ」が必要だからである。

また，これらの教科書の教材をさらに発展させた“Mathematics in Context”プロジェクトがアメリカに輸出され，フロイデンタール研究所のヤン・デ・ランゲとアメリカのウィスコンシン大学のトーマス・ロンバーグとの共同研究として，全米科学財団（ＮＳＦ）の1991年から5年間の予定で助成金を受け進められているとのことであった。（なお，アメリカで1993年にフィールド・テストが行われたこの“Mathematics in Context”プロジェクトは５～８学年の生徒を対象としており，９～12学年対象のプロジェクトは“Arise”というそうである。）

こうして「実際的な数学的問題解決」についての活動を聞き，資料をいただくことができた。そこでまず本稿においては，「実際的な数学」の意味を，「数学Ａ」カリキュラムのcontextの機能から明らかにしていく。

さらに４年後の1996年７月，スペインのセビーリャ市で開かれた国際数学教育会議ＩＣＭＥ８において，フロイデンタール研究所の出展コーナーでオランダの数学試験問題の一部（数学Ａ，数学Ｂ；1990, 1991）が英語に翻訳されているのを知り，それを郵送していただいた。そこで本稿では第二に，その中の１つ「数学Ａ　ＨＡＶＯ（中等モダンスクール）用実験的試験　1991年５月」から「実際的な数学」の意味を明らかにする。なお，ＩＣＭＥ８の最終日に全体講演として，フロイデンタール研究所のヤン・デ・ランゲが，実際的な数学についての大変興味深い講演（写真２）を行ったが，本稿においては紙幅の関係上これについては触れる余裕がない。



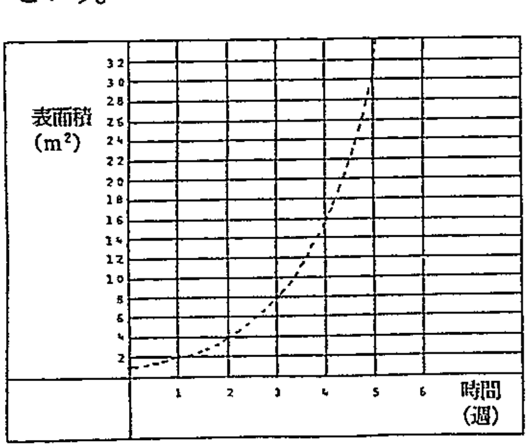


２．「数学Ａ」カリキュラムにおける「実際的な数学」

ヤン・デ・ランゲ著『数学的な洞察と意味』では「数学Ａ」カリキュラムにおけるcontextの利用を，その機能から，次の３つに分類している。contextの利用の仕方から，「実際的な数学」というものをどう考えているかが伺えるので，以下では，その利用の仕方の例をあげる。

(1)第三段階の利用

数学的モデルや数学の概念を導入して発展させるための利用，これがcontextの利用の中で最も重要という。

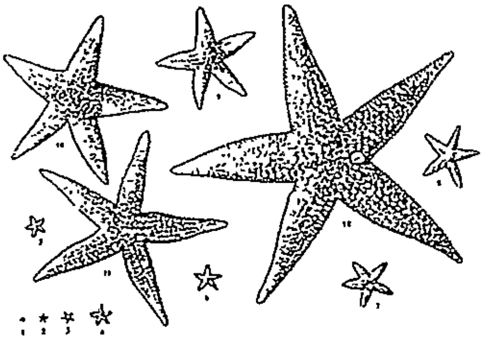


（利用の例：左図）このグラフは，水生植物の成長を示す。問52「グラフを用いて何日後に水生植物が$20m^2$になるか推測しなさい。」問53「$40m^2$になるのは何日後？（グラフを用いないで解きなさい。）$80m^2$になるのは？$10m^2$は？最後の答えは，グラフで確認しなさい。」

この問題に対しては，教師の方があらかじめ対数の知識があるのでそれがかえって妨げになる。生徒は，１週間で２倍と（素直に）考える。

このようなcontextの中で，$\log_2 16=4$，・・・，・・・，$\log_2 3+1=\log_2 6$　とcontext-freeな練習問題を解いて行く。表示を変えて，$\log_2 3+\log_2 2=\log_2 6$と表すことから，$\log_2 a+\log_2 b=\log_2 ab$を直観的に推測する。「4倍になる時間」と「5倍になる時間」をたすと「20倍の時間」ということの証明の討論しながら，正式な証明に進む。

(2)第二段階の利用



実世界が大切で，数学は現実を体系化する道具である。実世界の問題が出され，生徒は関した数学をみつけるよう期待され，問題を構造化し解く。

（利用の例：左図）1匹のヒトデの12期の成長が示されている。成長が指数関数になることがあるか。

ここには概念の数学化はない。けれどもこの場合の数学化は指数関数の概念を補強するだろう。

(3)第一段階の利用

contextは，数学の問題を「カモフラージュ」するために使う。

（利用の例）あるバクテリアは1時間に6倍に成長する。はじめに4匹のバクテリアがいた。バクテリアが100匹になるのはいつか計算しなさい。

(4)contextの利用についての注意

前述の三段階の例に加えて，contextをどのように選ぶかについて，次のような注意事項があげられている。

・感情をさかなでするようなcontextは避ける。たとえば国防問題，戦争，病気，倫理上の関心事。
・人工的なcontextは避ける。
・あまりにも空のcontextは避ける。
・生徒がその背景として十分な知識をもっているとは期待せずに，情報は本文に含める。
・生徒同士や生徒と教師間の行動を刺激するようなやり方でcontextを選び，それを練習問題として編集する。

3．「数学A」試験にみる「実際的な数学」

(1)試験問題の概要

中等モダン・スクール用（HAVO，1991年5月）のこの実験的試験の問題は，5つの大問からなる。問題を一瞥しただけで，非常に写真や図が多いことが分かる。私たちが普段見慣れている大学入試問題などとはまったく違う雰囲気を持つ。

問題1はプールの汚染度と透明度の関係のグラフの読み，問題2は尿素によるプールの汚れ方の仮定とその式，問題3は生態系の変化の計算とその行列計算，問題4は迷路に入れたネズミのエラー数や交配による知能の変化，問題5は連結の信頼性を扱う。

いずれも環境問題や実際的な問題にかかわり，数学を抽象的で社会から孤立したものではなく，社会の問題解決の有力な道具として捉えているといえる。

また，実際的な数学というと，えてして卑近で程度が低い数学と誤解されがちであるが，そうではなく，かなり程度は高い。

(2)「数学A」問題

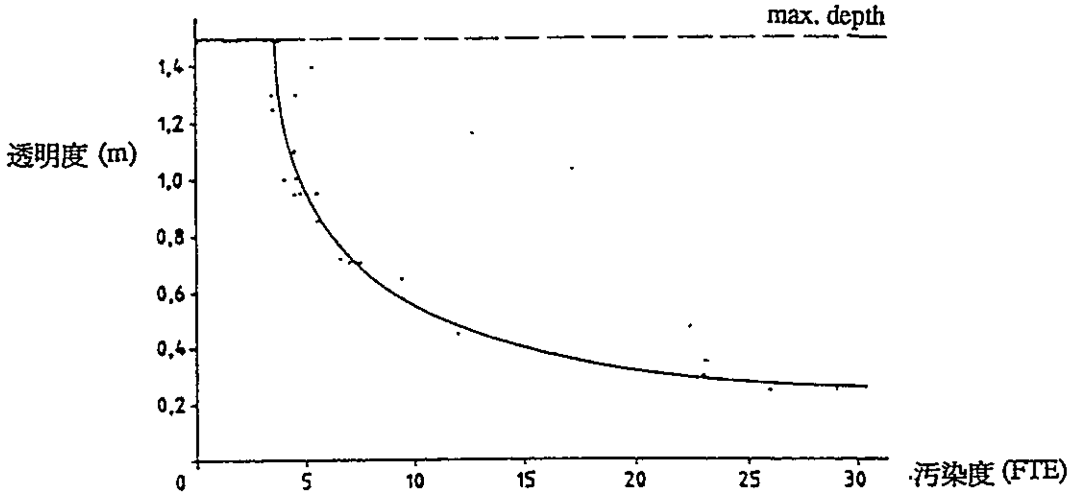
以下，試験問題を全訳する。

問題１：汚染度と透明度

プールの水質は定期的に検査を受けます。泳ぐ人の数が多くなればやがて水は汚れます。汚染度は，ＦＴＥという単位で測定されます。

図１のグラフは汚染度と透明度（どれだけの深さまで見えるか）の関係を表しています。このグラフでは透明度はメートルで表示されています。

図1



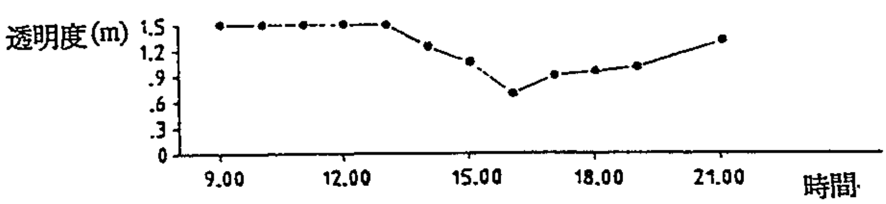
汚染度が１５ＦＴＥから２０ＦＴＥに増えています。

問１　透明度は何センチ減りますか。

問２　汚染度が増えるのと同じだけ透明度が減りますか。あなたの考えを説明しましょう。

透明度をある日１時間毎に測定しています（図２）。

図2



問３　18時の汚染度を求めましょう。

問４　汚染度が最大になるのは何時ですか。あなたの考えを説明しましょう。

問題２：尿素

図３

プールの水質は特に尿素量を基に判定されます。尿素は汗や尿によって水に入り込みます。尿素量は一日あたり1000人が来れば平均500グラム増えます。水は１m^3あたり尿素２グラムという法定基準を越えないように，浄化しなければなりません。

１つのモデルとして，1000人の人が毎日1000m^3の浴槽に訪れると仮定します。水の浄化は夜に行われます。一人あたり一日30リットルの水が浄化されるとします。つまり，私たちのモデルでは30m^3（全体の３％）が浄化されます。

初日は水の中に尿素０グラムから始まります。その日の終わりには水には500グラムの尿素が含まれます。浄化後，２日めの最初には485グラムの尿素が残っています。

問５　３日めの最初には尿素量は955グラムになることを計算で示しましょう。

問６　いつ法定基準を越えてしまうでしょうか。

来る人一人あたり30リットルの浄化では十分ではないようです。

私たちのモデルを，30リットルではなく，200リットルが浄化されると仮定ましょう。
ある日の最初の尿素量をＵとしましょう。

問７　翌日の最初の尿素量は $0.8U+400$ となることを示しましょう。

私たちのモデルで，初日の最初を尿素０グラムからもう一度始めましょう。
ｎ日めの最初の尿素量（U_n）は，次の式で直接計算できます。

$$U_n=2000-2500\cdot(0.8)^n$$

問８　この式を基に各日の最初は，尿素量は基準を満たすことを説明しましょう。

しばらく日がたつと，法定基準を越えるかもしれません。

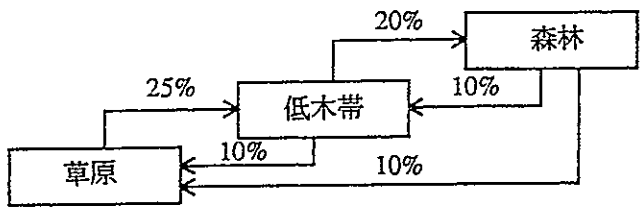
問９　その日が最初に来るのは，いつでしょう。

問題3：草木の変化

自然の地域では，草や木や水などいろいろなものがみられます。これらの草木のタイプは生態系と呼ばれています。自然はそれ自体，異なる生態系がうまく均衡を保つようになっています。均衡が人間によって妨げられるとき，自然は新しい均衡を追い求めるでしょう。このプロセスの間，ある生態系は少しずつ別の生態系に変化します。

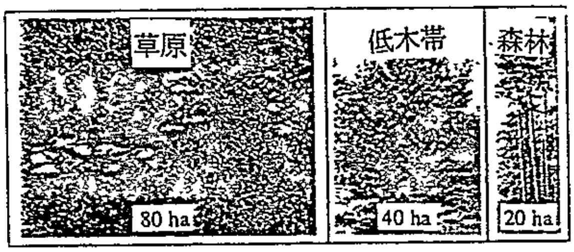
3つの生態系（草原，低木帯，森林）の地域に属する，次の変化の図（図4）を検討しましょう。

図4



1年間に草原の領域の25%は低木帯に変わり，同時に低木帯と森林の10%はそれぞれ草原になります。その地域の面積は140ヘクタールです。ある時期にこの面積は次の3つの生態系に分かれています。

図5

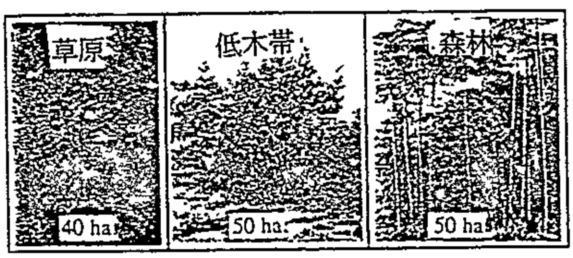


1年後に草原の面積は変わっています。

問10　新しい面積を計算しましょう。

コンピュータを使えば，何年間もの変化が計算できます。コンピュータを使うと，ある時期の地域の分割は次のようになります。

図6

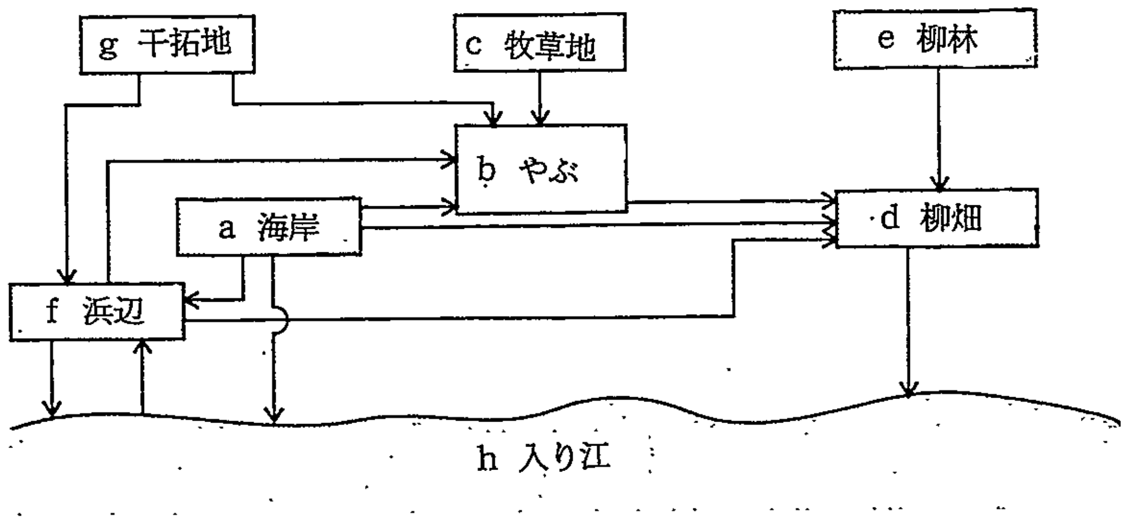


問11　それ以降はコンピュータの計算は毎年同じ分割になることを示しましょう。

デ・ビエスボッシュという地名の自然保護区は潮の満ち引きに影響を受けます。1970年以来，この影響はハーリングブリエット門の閉鎖により減少していてます。人間の介在により，デ・ビエスボッシュの自然は新しい均衡を追い求めています。これは次の図7のように図示されます。8つの異なる生態系

があることがわかります。

図7



この図の別の情報は８×８の行列M（図８）で与えられます。その行列は，例えば，毎年'海岸'の総面積の２%は'浜辺'になることを示しています。行列の中の点は数０を表します。

右の行列は，1983年の８つの生態系の各面積です。

図８

$$
\begin{array}{ll}
 & \\
\text{a 海岸} \\
\text{b やぶ} \\
\text{c 牧草地} \\
\text{d 柳畑} \\
\text{e 柳林} \\
\text{f 浜辺} \\
\text{g 干拓地} \\
\text{h 入り江}
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc}
\text{a} & \text{b} & \text{c} & \text{d} & \text{e} & \text{f} & \text{g} & \text{h}
\end{array} \\
\begin{pmatrix}
0{,}94 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0{,}01 & 0{,}975 & 0{,}10 & \cdot & \cdot & 0{,}04 & 0{,}03 & \cdot \\
\cdot & \cdot & 0{,}90 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0{,}01 & 0{,}025 & \cdot & 0{,}99 & 0{,}20 & 0{,}02 & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}80 & \cdot & \cdot & \cdot \\
0{,}02 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}92 & 0{,}02 & 0{,}01 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0{,}95 & \cdot \\
0{,}02 & \cdot & \cdot & 0{,}01 & \cdot & 0{,}02 & \cdot & 0{,}99
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

1983年の８つの生態系の各面積

$$
\begin{array}{c}
\text{a} \\ \text{b} \\ \text{c} \\ \text{d} \\ \text{e} \\ \text{f} \\ \text{g} \\ \text{h}
\end{array}
\begin{pmatrix}
90 \\ 760 \\ 27 \\ 820 \\ 70 \\ 114 \\ 200 \\ 985
\end{pmatrix}
$$

問12　1984年の'柳畑'の面積を計算しましょう。

問13　1993年には何ヘクタールの'海岸'が残っていますか。

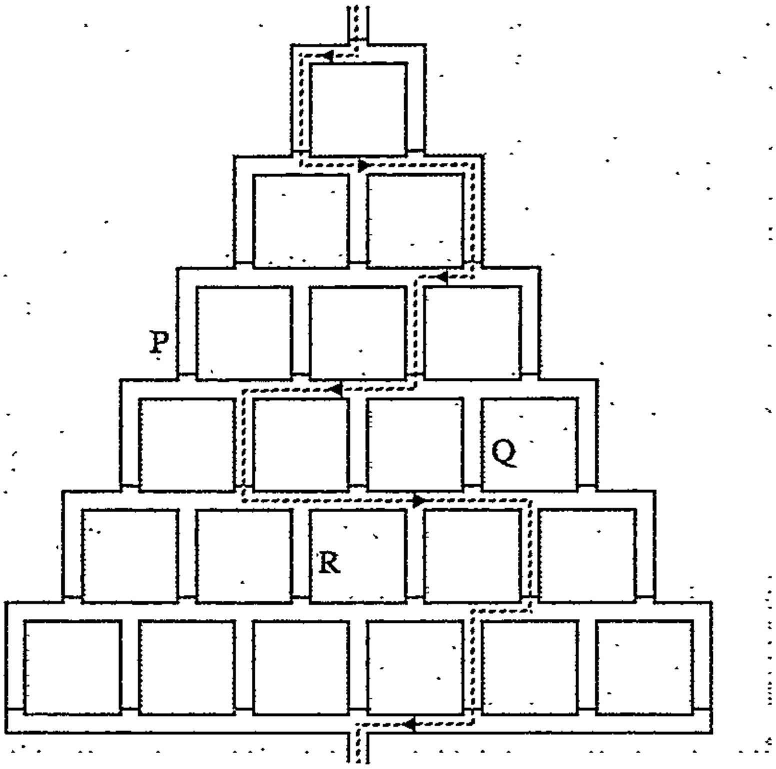
パーセントは長期間変わらないと仮定しましょう。将来，新しい均衡がデ・ビエスボッシュに生まれるかもしれません。そのような状況では８つの生態系のうち４つだけがみられるでしょう。

問14　均衡の最後の状況の移行図を（４つの生態系とパーセントを入れて）書きましょう。

問題4：ねずみの知能

ねずみの知能の研究者は，回路（いわゆるT字迷路）の問題を使うときがあります。
図9は，そのようなT字迷路の図面です。

図9



垂直に描かれた廊下には回転ドアがあり，1つの方向にだけ通れるようになっています。入り口から出口まで，ねずみは別の多くの「道」を通れます。そのような道の1つの例が図9に描かれています。入り口から出口までの2つの道が等しいと呼ばれるのは，同じ回転ドアを通ったときです。

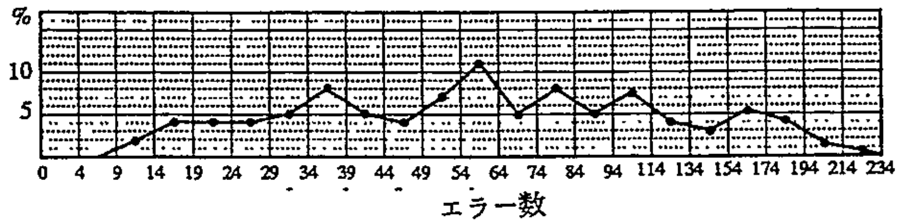
問15　入り口から出口までいくつの異なる道がありますか。

P，Q，Rでドアは鍵が閉められているので，3つの袋小路があることになります。ねずみが袋小路にきたときには，エラーとして記録されます。ねずみはランダムに迷路を通り，決して2度も袋小路に入ることはないと仮定します。

問16　エラーなしに道を選ぶ確率はちょうど50%であることを示しましょう。

ある研究者が無作為に144匹のねずみを選び，このような（多くの袋小路のある）T字迷路を19回歩かせました。エラーが少しのねずみは「賢い」，エラーの多いねずみは「愚か」と判定しました。その計算結果は図10にまとめられています。

図10



最初の一連のテストの後に，最も賢いねずみ25%と，最も愚かなねずみ25%が選ばれました。

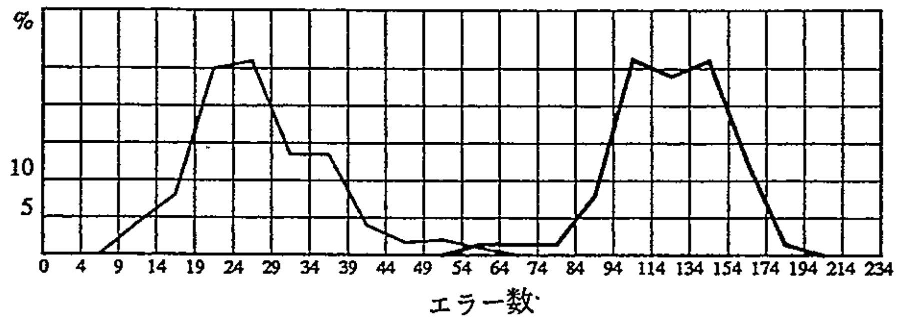
問17　図10のグラフを用いて，エラーの回数が総計40までのねずみは「賢い」として選ばれるかどうかを判定しましょう。

第一次実験の後に，最も賢いねずみは，交配させられます。最も「愚か」なねずみも同じようにされます。

その子は19のテストを受けます。その後また，最も賢いねずみ25%と，最も愚かなねずみ25%が次の世代を生むために選ばれます。この手続きを何回も繰り返します。

18世代まで実験が繰り返されました。「賢い」「愚か」は別のクラスになりつつありました。図11は18世代の結果を表しています。

図11



8世代以降，こりの分布のパターンはまったく変わっていません。そのパターンは次の2つの正規分布によって近似されます。

エラー数	平均	標準偏差
賢い	27	9
愚か	124	30

これらのデータを用いて次の質問に答えましょう。

問18　愚かなねずみが次世代の「愚か」なねずみを生むよう選ばれるための，エラー数の最小を計算しましょう。

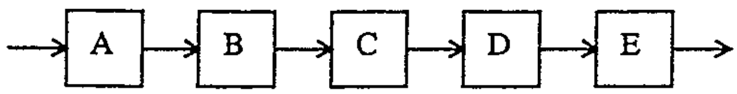
ある賢いねずみは，T字迷路の19回のテストで20回エラーしました。

問19　このねずみは，次世代に賢いねずみを生むために，選ばれるでしょうか。

問題５：連結はどれだけ信頼できるか。

複雑な機器では，全体として機能するために構成要素の各部分を連結することが必要になります。連結の信頼性は（図12のように）１つの部分の信頼性よりも低くなります。というのは１つの部分が切れれば，全体の連結が切れてしまうからです。５つの部分（A，B，C，D，E）の各連結で，どの部分も切れるのが10%の確率なら，（それと同じことは）それぞれは90%信頼できるということです。

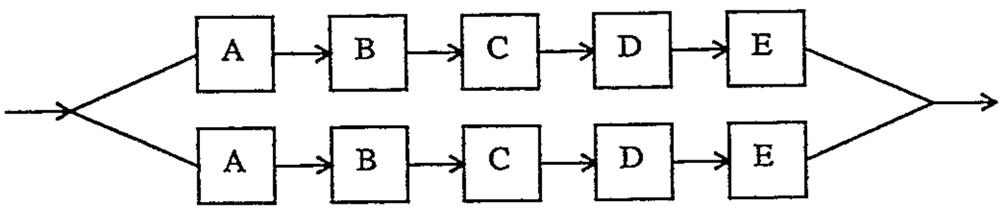
図12



問20　この連結の信頼性が60%であることを示しましょう。

信頼性は図12に並行な別の連結を置くことで，増します（図13参照）。１つの連結が切れても，そのシステムは機能を保ちます。

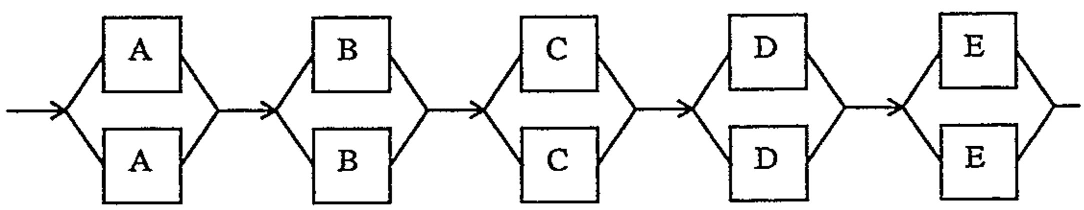
図13



問21　図13のシステムの信頼性を計算しましょう。

10個の部分が図14のように連結されるとき，そのシステムはもっとうまく機能するでしょう。

図14



10個の部分の信頼性を，もう一度90%とします。

問22　図14のシステムはどれだけ信頼性がありますか。

(3)「実際的な数学」についての意見

この試験問題の訳に際して，島田茂先生から，オランダの「実際的な数学」についての批判的意見をいただいた。

・この試験問題は現実場面のことを利用して，実は数学のことをいっているのであって，本当に実際的な数学ではない。
・問題１について。図１の縦軸と横軸のとり方が逆になっている。透明度が垂直方向にくるのは理科的である。数学なら汚染度が縦軸にきて，透明度が横軸にくるはずである。また，汚染度についての説明がない。図２で，10時から12時までのグラフが点線になっているのはなぜか。
・問題２について。文脈の利用がそれ自身ではなく，数学をわかりやすく，おもしろく，興味深くのための手段になりすぎている。プールの水をこのような方法で浄化しているはずはない。また，問６は200リットルが浄化されると仮定しましょうではなく，何リットル浄化すれば基準に合うでしょうかと問うべきである。
・問題３について。環境に対する数学の例であるが，いつまでも変化しない例を出してもしょうがない。
・問題５について。これはおもしろい問題である。電気と一緒にやっていくとよい。

４．おわりに

「実際的な数学」がどのくらい現実のものかという程度の問題はあるにしても，まったく抽象的な問題で教育を受けていることへのアンチ・テーゼとして，非常に重要だと思う。つまり，生徒にとって「問題だと意識できる問題」が必要であるし，そのための重要な一つは本稿で紹介してきた問題である。

一方で，第３回ＩＥＡ国際数学・理科教育調査（1995年実施)からは，オランダの数学教育についてとても奇妙な結果が得られている。数学ができるようになるための必要事項として「数学の実世界での使われ方を理解すること」の重要性についての中学校２年生（第８学年生）の認識は，世界39か国で21％（アイルランド）から83％（ギリシャ）にわたり，オランダはなんと25％と低い方から３番目なのである。ちなみに国際平均値は53％であり，アメリカは81％と高い方から３番目，日本は45％，イギリスは40％と平均値よりやや低い。こういったオランダ，アメリカ，イギリスの結果をフロイデンタール研究所ではどう解釈しているのか興味深いところである。

また，他の年度の試験問題を今後分析していきながら，「実際的な数学」の例を，さらに深く考察していきたい。

数学の活用の観点からみた
豪州ニュー・サウス・ウェールズ州の数学教育改革

佐藤　公作
東京都立代々木高等学校

オーストラリアのニュー・サウス・ウェールズ州では、1990年の教育改正法によって、「すべての生徒に高い学力を保障する」というスローガンのもとにカリキュラムが改訂された。数学教育については、数学的活動において自信と楽しさの喚起、日常生活における問題解決や社会の発達に貢献する数学の果たす役割についての理解などが強調された。高等学校においても、身の周りのことを通して数学をするdo Mathematics、すなわち、生徒の数学的活動が学校現場で実践されており、その教科書では生徒の体験的・探求的活動や問題解決能力、創造性が重視されている。

キーワード：オーストラリア、高等学校、公平、数学的活動、問題解決能力

1．ニュー・サウス・ウェールズ州の教育改革

ニュー・サウス・ウェールズ州（以下、ＮＳＷ州と略称）の公教育は1848年に発足し、1987年現在、公立学校2210校、私立学校852校である。小学佼の入学は6歳からであるが、多くは5歳までに小学校教育の一環としての幼稚園に入学する。年度は4学期制で、2月上旬に始まり、12月下旬に終わる。学校は、週５日制であり、多くの学校の授業は、午前8時30分から午後3時30分までである。学期の間には約16日間、学年末にはおよそ2ケ月間の休みがある。1990年の教育改正法『The Educational Reform』によって、教育制度やカリキュラムが改定され、学習内容は、初等教育では６つ、中等教育では８つの主要な学習分野「Key Learning Areas」（日本での教科に相当）に分けられ、継続・発展的な教育が実践されている。

ＮＳＷ州のカリキュラム改革のスローガンは、「すべての生徒に高い学力を保障する」ことである。この学力を最高水準に引き上げるという卓越Excellenceという理念は、学習面での能力だけに限定されるものではなく、自己の能カや興味を不断に高める自己革新ともいうべき広い考えである。また、公平Equityとう理念は、非英語圏や原住民族、女子など不利益を被むっている生徒達に質の高い教育を受ける機会を広げることである。この高度で、平等公平な教育の保障は、オーストラリアの中で最も多くの移民者が住み、多様な生活様式や文化をもつＮＳＷ州にとくに必要とされている。卓越と公平の理念の実現こそが、カリキュラム改革の重要な課題なのである。

カリキュラムは、教科よりむしろ主要学習分野という枠組みで定め、この枠組みであれば柔軟性をもったまま、カリキュラムのバランスや広さ、一貫性など決定できるという提案がなされ、1992年からこの「Key Learning Areas」（以後、K. L. A. と略す）という用語を使って、カリキュラムを決定している。初等教育と中等教育のK. L. A. は、表１に見るように、適切に調和と一貫性のとれたものであるが、必ずしも幼稚園から第12学年まで同じ学習分野ではない。学習内容をこのK. L. A. という考えで定めているのは、ＮＳＷ州のみでなく、他にタスマニア、南オーストラリア、西オーストリアの３つの州と北部特別地域である。

表１　主要学習分野「Key Learning Areas」

初等教育	中等教育
英語	英語
数学	数学
科学と技術	科学
人間社会とその環境	技術とその応用
個人の発達と保健体育	人間社会とその環境
芸術	英語以外の外国語
	個人の発達と保健体育
	芸術

２．改革された数学教育のねらい

ＮＳＷ州のカリキュラム改革の特徴は、①白書「卓越と公平(Excellence and Equity)」のタイトルが示す通り、高度な知的水準への向上とすべての生徒に対して平等・公平な教育環境の整備・充実、②知識偏重ではなく、生徒の体験的・探求的活動や問題解決能力、創造性を重視した教育実践、③基礎・基本として、英語・数学・科学を重視するとともに、生徒の興味・関心・進路などに応じた多様な選択科目の設置と編成、④初等・中等学校及び各学習分野の調和と統一のとれた系統的・発展的な指導、である。

こうしたカリキュラム改革の理念に基づき、1989年に州の教育省は、小学校から第12学年の数学教育の目標や学習内容、単元の指導展開などについて記した数学の教育課程資料 Curriculum Documents「MATHEMATICS K-6」を出版した。これは、日本の学習指導要領解説書にあたるもので、その構成は、以下の通りである。

Ⅰ　幼稚園から第12学年までの数学の理念 MATHMATICS K-12 STATEMENT OF PRINCIPLES

１　数学の本質　　２　数学の有用性

３　数学教育の目的　　４　数学学習の本質

５　評価と評定

Ⅱ　幼稚園から第6学年までの指導内容項目 MATHEMATICS K-6 SYLLABUS

１　指導内容のねらい　　２　内容の各項目の解説

３　数学的活動と学習　　４　学習の成果

５　評価と評定　　６　学習の単元

Ⅲ　指導計画 SUPPORT STATEMENTS

１　指導計画の作成　　２　教室・教材等の管理

第Ｉ章「幼稚園から第12学年までの数学の理念」の「３数学教育の目的」では、数学教育のねらいが以下のように記されている。

（１）幼稚園から第12学年の数学教育のねらい（AIMS OF MATHEMATICS EDUCATION K-12)

それぞれの発達段階に応じて、①数学的活動について自信と楽しさを喚起する、②数や関数など数学的概念や原理・法則に知識や処理技能を深める、③日常生活における数学の果たす役割について知識や理解を広げたり、深めたりすることが主要なねらいであり、具体的に下記のように述べられている。

①　数学的活動を行なう際の自信と楽しさ

(ｱ)数学する(do mathematics)という活動の際の自信

(ｲ)数学に対する肯定的態度

(ｳ)数学を創造的な知的活動として評価すること

② 学習内容の知識・理解・技能

(ｱ)柔軟で、論理的、独創的な思考

(ｲ)いろいろな分野での問題解決と計算の力

(ｳ)数学的な考えや体験のコミュニケーションにふさわしい用語

(ｴ)数学の基礎的構造などについての知識・技能・理解

(ｵ)数学的な構造に対する理解

③ 日常生活における問題解決や社会の発達に貢献する数学の果たす役割についての理解

(ｱ)数学的な考えや法則、手続き等の数理的な現象への活用

(ｲ)数学の学習が探求や発見等に役立つことの理解

(ｳ)電卓やコンピュータ等テクノロジーの適切な活用の理解・判断

ここで示されているように、数学教育のねらいや学習の要件等に日本とは大きな相違がある。最も本質的な違いは、数学をするdo Mathematics、すなわち、生徒の数学的活動の重視である。とくに、身の回りのことを通して、分析力や比較、分類、パターン化、数え上げ、総合化、確証するなどの数学的な考えを培い、創造性や数学を活用する態度、問題解決能力を高めることが最優先されていることである。

（2）数学学習の本質（THE NATURE OF MATHMATICS LEARNING)

第Ⅱ章の「幼稚園から第6学年までの指導内容項目(MATHEMATICS K-6 SYLLABUS)(第7学年から第12学年についてはこの資料には記載がない）」では、小学校段階での学習内容が次の３領域で示されている。

数　…記数法、加法減法、乗法、除法、分数と小数、金銭

測定…長さ、面積、体積、容積、温度、時間

空間…位置、平面、立体、グラフ

さらに、その大部分の分量（73%）には、表２にあるような単元の指導フォーマットUnit Formatがあり、①主要な考え、②単元の目標、③内容　数学的活動の例、④用語、⑤理解の評価の仕方、⑥指導例、⑦教具、の項目に従って、指導計画、指導上の配慮事項等が具体的に示されている。

３．高等学校で使用される教科書の内容の紹介

Key Learning Areas「数学」では、進学者対象の統合科目New Senior Mathematics、実用数学としてのMathematics in Society、Mathematics in Practiceなどがある。

社会での数学の応用を扱っている２つの教科書の内容を以下に示す。

『 2UNIT　MATHMATICS　IN　SOCIETY　BOOK2 』

これは、高等学校資格試験の項目に対応した第11学年、第12学年対象の教科書で、次の７つの章と単元から構成されている。各章には具体的な実際問題を伴った練習や課題が多く盛り込まれている。なかでも、１章にあるプロジェクト学習の研究課題CLASS RESEARCHや４章にあるINVESTIGATION、PRACTICAL WORK、ACTIVITY WORKがこの教科書の特徴である。

１　個人の経済・金融　Personal Finace

(1)所得	(2)所得税	(3)家計（金銭管理）
(4)支出（購買）	(5)個人ローン	(6)住宅ローン
(7)貯蓄と投資	(8)保険	

表2　分数と小数の単元の指導フォーマットの例（文献(5)p. 273より）

FRACTIONS AND DECIMALS 11

MAIN IDEA

Fractions may be recorded in the form $\frac{a}{b}$, as decimal fractions and as percentages.

CONTENT

Common fractions using the notation a/b and the percentage sign.

OBJECTIVES

The student is able to
- write fractions in the form $\frac{a}{b}$
- recognise instances of percentage notation in the environment
- write numbers as percentages

TEACHER NOTES

- In previous units, emphasis has been given to the language of fractions in the context of student activities. Recording occurred using decimal notation rather than in the form of a/b. This reflects the importance of decimals in today's society.
- Recording percentages (out of one hundred) is also introduced as a form of fractional notation in this unit. Students should be encouraged to find instances of the percentage sign in their environment.
- The equivalence of the various forms of recording should be highlighted during activities, e.g. 63 out of 100, 63 hundredths, 63 per cent, 63 %.
- When students write common fractions the line should be horizontal.

LANGUAGE

Fraction, per cent, percentage, discount, interest.

"There are twenty-three people in our class. Three are away today. I can write that as three over twenty-three."

"It's forty out of one hundred."

"That's forty hundredths or four tenths. It's the same as forty per cent."

"I can write that as a percentage."

ASSESSMENT

- Observe when students use the notation a/b in surveys, reports and other investigations they undertake.
- Ask students to cite instances of percentages in their environment.
- Have students construct models of hundredths and name them in as many ways as they can, e.g. seventy out of one hundred, seventy hundredths, 70 per cent, 70 %, 7 tenths.

EVALUATION

- Did the activities relate to students' experiences and interests?

SAMPLE ACTIVITIES

REAL LIFE

Students collect signs, pictures or photographs of fractions and percentages used in the environment.

SALE $\frac{1}{3}$ OFF

EARN 10 % INTEREST

These can be used for a class discussion and to make a display.

SURVEYS

Ask the students to collect information about everyday situations and record the information using a/b notation. Students can survey how many of the total number in class play a certain sport, watch a particular TV show, have a pet, etc.
This information could be displayed in the classroom.

OUR CLASS

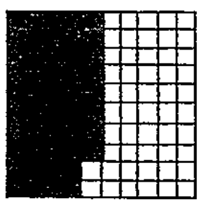
$\frac{16}{33}$ walk to school　$\frac{2}{33}$ like homework

$\frac{33}{33}$ have TV

Surveys could be made about the whole school, cars in the car park, pages in a newspaper, etc. Students could use a computer database program to record the information that they collect.

REPRESENTATIONS

Students work in pairs using Base 10 material to create representations of various hundredths and give these as many names as possible.



48 hundredths
48 out of one hundred
48/100
4 tenths and eight hundredths
0.48
48 %

Ask students to name the part of the flat that is not covered. Several of these representations can be recorded by the students, using grid paper, and labelled appropriately.

MAKE THE PER CENT

Using grid paper students shade squares to represent various percentages, e.g. 41 per cent, 78 %, etc.
In each case, ask students what percentage is unshaded.

RESOURCES

Base 10 material, grid paper, newspapers, magazines, photographs, computer database software, signs.

（注）自動車保険や生命保険についてのプロジェクト学習のCLASS RESEARCHの例

CLASS RESEARCH

1. Car insurance premiums are calculated by considering many variables. As a class survey project gather and collate as much information as you can about premiums, bonuses and excess penalties for different classes of drivers and various makes of cars.
2. Collect pamphlets on health insurance cover and discuss the advantages and disadvantages of different forms and rates of cover.
3. Investigate the premium amounts and the cover of the following types of life assurance policies:
   (a) Endowment
   (b) Term
   (c) Whole of Life
   (d) Annuity.

2　家の設計と建築

(1)縮尺図　(2)平面図と立面図　(3)立体図
(4)透視図　(5)空間における図形　(6)立体図形の計量

3　量と測定

(1)測量　(2)三角法　(3)曲線て囲まれた面積
(4)球としての地球　(5)海里と大円　(6)時刻と経度

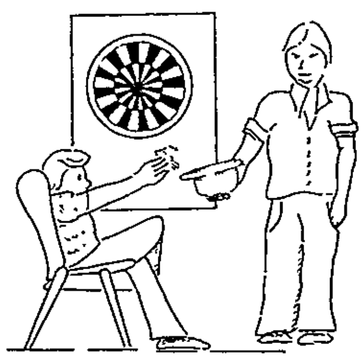
(注)(3)では、シンプソンの公式が使われている。（4）では、弧の長さ、球面の２点間の距離、緯度と経度を扱う。

4　偶然と賭

(1)ルーレット　(2)勝ち目と引き分け　(3)Crapsというさいころゲーム
(4)場合の数　(5)確率的樹形図　(6)順列と組合せ
(7)数学的確からしさ　(8)公平（同様に確からしい）　(9) 期待値　(11)ポーカの手口

（注）この章は、実験や活動Practical work & Activity workが中心である。
導入課題としてのINVESTIGATION、二つのさいころを振る実験PRACTICAL WORK、
ポーカーゲーム機のモデルを作成し確率実験をするACTIVITY WORKの例

INVESTIGATION



1. Two players put pieces of paper with the numbers 1 to 9 on them in a hat. Player One asks Player Two to choose a paper. If the number is even Player Two wins. If not Player One wins. Which player would you prefer to be or does it matter?
   At some convenient time play the game in pairs. Does your experiment confirm the theoretical reasoning? Compare results from other groups.

2. Take a die. Player One attempts to obtain at least one six in four throws and, if he fails to do this, then Player Two scores the point. Let Player One keep having tries at this and record points for each player. See who is leading after the number of games that time permits.

PRACTICAL WORK

Experiment 1:
In groups, roll two dice and record the totals. You can do it more quickly (or amass a greater amount of data) if each group does this and the results are pooled for a grand total. Try and do at least 108 throws (3 × 36) or more if possible. Make up a chart like this:

TOTAL OF DICE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PROBABILITY FOUND											
PROBABILITY IN THEORY	$\frac{3}{108}$										

Express fractions as so many in 108 (or whatever number you used) so that they can easily be compared just by looking at numerators.

If you wish you could write 'practical number obtained' and 'theoretical number expected' instead of the fraction probabilities.

ACTIVITY WORK

1. Make a model of a poker machine. Cut 3 pieces of cardboard the shape of a regular hexagon (a figure with six equal sides). Write ACE, KING, KING, JACK, JACK, JACK on each edge as shown.

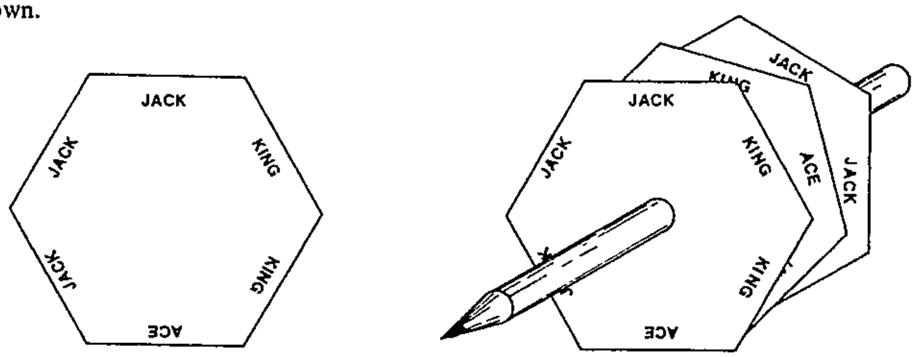


Figure 4-3

Make a hole in each hexagon and thread it on a pencil. Play the game by spinning the cards and pressing the device against the table top to stop it. Read the symbols against the table for a result.
Note: Try to make the hexagons regular with the hole in the centre. Begin with a circle and use the radius to mark off the sides.

5　計算とコンピュータ

（注）この章は他と異なり，節Sectionに分かれ，BASICの文法が中心である。

1節．プログラミングの初歩

(1)LET文　(2)変数　(3)数式の記述　(4)PRINT文　(5)END文

2節．プログラミングの応用

(1)PRINT文のいろいろ　(2)REM文　(3)組み込み関数　(4)INPUT文　(5)文字列

3節．プログラミングの技法

(1)GOTO文　(2)IF THEN文　(3)STOP文　(4)流れ図　(5)ループ(6)カウンターの効用
(7)FOR NEXT文　(8)READ DATA文

4節．便利な考え方

(1)見やすい入出力文　(2)繰り返しの制御　(3)条件の確かめ　(4)誤差の評価

発展．コンピュータの機能

(1)コンピュータの歴史　(2)コンピュータの機能　(3)２進法　(4)文法のまとめ
(5)流れ図の記号　(6)いろいろなプロクラム（三角法、２枚の硬貨の試行実験、サイコロ投げの試行実験）

6　航海法の初歩

(1)緯度と経度　(2)メルカトール法　(3)海図　(4)羅針盤　(5)航海時の位置の固定

7　宇宙の数学

(1)楕円　(2)惑星の軌道　(3)彗星の軌道　(4)惑星の大きさ　(5)重力からの脱出

(注) 楕円として考えた彗星の軌道

THE SHAPE OF COMET'S ORBITS

The orbit of Halley's Comet has been found to have an eccentricity of 0 967

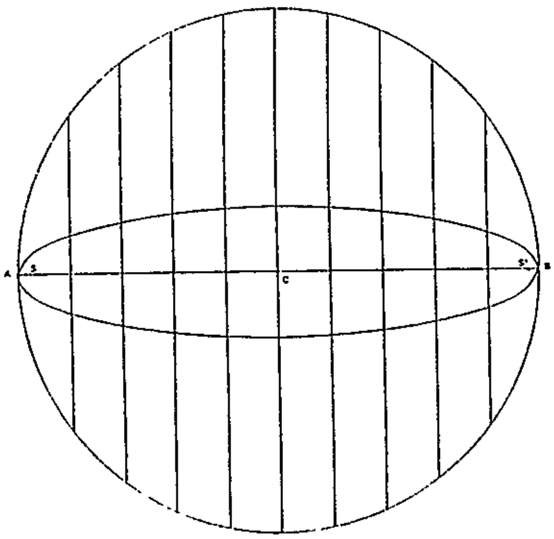
Using $\quad e^2 = 1 - \dfrac{b^2}{a^2}$

we have $\quad (0{\cdot}967)^2 = 1 - \dfrac{b^2}{a^2}$

thus $\quad \dfrac{b}{a} \fallingdotseq 0{\cdot}25$ (from calculator)

To sketch the shape of this orbit we first draw an auxiliary circle and construct a number of vertical chords

The shape of the orbit of Halley's Comet



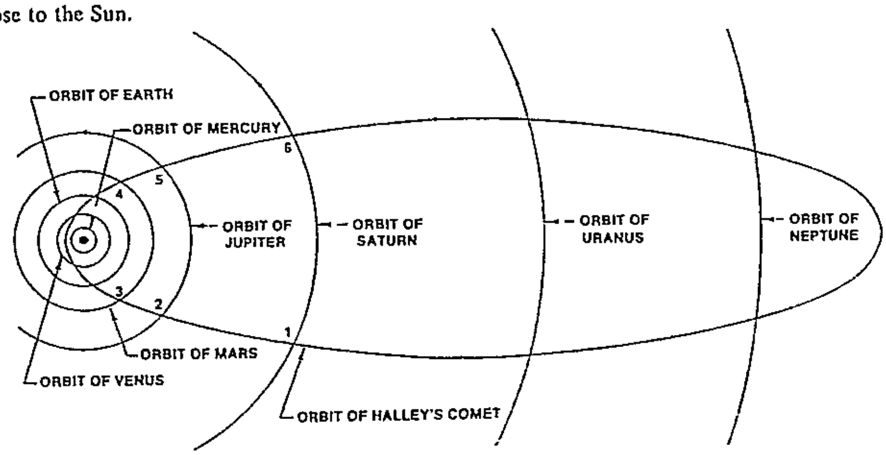
The length of each half chord is multiplied by 0·25 to give points on the ellipse. These points are then joined with a smooth curve to show the shape of the orbit of Halley's Comet.

The two foci are located by using.

$CS = e \times CA$

i.e. $CS = 0\ 967 \times CA$

The Sun is located at one of these foci and thus it can be seen that the comet approaches comparatively close to the Sun.



『MATHS FOR THE REAL WORLD』

この教科書は、演繹的な数学formal mathematicsの学習が不得意で、第12学年では数学の学習をしない第11学年（日本の高2年相当）の生徒を対象としている。内容は、日常生活や社会に出てからふれる数学で、家庭や仕事で活用する方法も扱っている。

指導の重点目標として、以下の３つが上げられている。

（1）日常の問題に数学を活用する

（2）適切なところでは電卓やコンピュータを活用する

（3）電卓に依存しすぎないよう、筆算や暗算をする練習をする

章の構成は、次の９つで、各章は、いくつかの単元からなる。

1　賢い計算

(1)計算の順序　(2)見積もりと概算　(3)指数を用いた数の表し方

2　お金の管理

(1)百分率　(2)税金の仕組み　(3)複利法

(4)クレジェット　(5)借り入れと返済

3　グラフ

(1)数量関係の表し方　(2)いろいろなグラフ　(3)グラフの読みとり

(4)グラフによる表し方　(5)相関関係　(6)バイオリズム

4　航法

(1)角とその計算　(2)方位　(3)三角比

(4)緯度と経度　(5)海里　(6)地球上の２点間の距離

5　統計

(1)資料の収集　(2)資料の整理　(3)平均・分散とその求め方

(4)正規分布

6　確率とゲーム

(1)確率の基礎　(2)「またはor」の意味　(3)反復試行と積の法則

(4)確率計算と樹形図　(5)順列と組み合わせ　(6)勝ち目Odds

7　ビジネスの数学

(1)利益と損失　(2)デスカウント　(3)フレックスタイムの計算

(4)税金の算出　(5)費用分析

8　量の測定

(1)単位と記号　(2)単位の変換　(3)いろいろな図形の面積

(4)空間図形と体積

9　家庭の内外に見られる数学

(1)生命保険　(2)雇用と給料　(3)家計　(4)時差

章末には、問題解決を含む娯楽的な数学の話題Puzzerや探求的な活動を含む課題Project等がある。さらには、芸術や自然など生徒が興味を持つ他の分野との話題が単元Did you know whatに盛り込まれ，数学に対する否定的な態度を変容させ、数学の面白さや大切さを発見できるように展開されている。各章で取り上げられているその話題は、以下の通りである。

1　フィボナッチ数列　　2　シドニーのオペラハウスのデザイン

3　バイオリズム　　　　　　　　　4　メビウスの帯
5　しきつめの幾何　　　　　　　　6　誕生日が同じ日となる確率
7　論理とパラドックス　　　　　　8　物体の表面積
9　暦の月日と曜日

一方、探求的な課題Projectでは、具体的な問題場面において課題解決力を培うため、
目的の明確化→計画の立案(ここは、　解を発見するための一連の質問　設定すべき仮定　解の求め方と細分化される)→実行→結果の考察→レポートによる報告
という手順に従って、実際に問題を解決する機会を与えている。

また、コンピュータ活用のため、19のプログラムがＦＤで提供され、単元Now use the Computerでは、問題解決のため具体的に使われている。特に、Lotus123、Multiplan、Appleworks等のスプレッドシートの活用が、ほとんどの章で取り扱われている。参考に、第６章の章末で扱われている誕生日が同じ日となる確率を求める課題Did you know whatおよびそれに関した探求的課題Project、コンピュータプログラムの活用Now use the Computerを表３に示す。

表３　章末にある探求的課題の例

Didyouknowthat . . .

. . . in any group of twenty-five people, there is better than a one in two chance that at least two people have a birthday on the same day of the year? If we take a group of thirty-five people, the probability that two people have a birthday on the same day increases to approximately $\frac{4}{5}$!

To see why this is so, we need to use the theory of complementary events which we looked at in this unit.

First, for two people:

Pr(2 people have birthdays on *different* days) $= 1 \times \frac{364}{365} = \frac{364}{365}$

since the first person could have a birthday on any day of the year, leaving the second person 364 other days.

It follows that

Pr(2 people have birthdays on the *same* day)

$= 1 -$ Pr(they have their birthdays on different days)

$= 1 - \frac{364}{365} = \frac{1}{365}$

So far, no surprises. Now let's extend this to twenty-five people:

Pr(25 people have birthdays on *different* days)

$= 1 \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \times \ldots\ldots\ldots \times \frac{341}{365} \approx 0.43$

(remember how to work this out?)

So Pr(not all 25 people have birthdays on different days)

$= 1 - 0.43 = 0.57$ or $\frac{57}{100}$

Try this also for 35 people ($1 - 0.19 \fallingdotseq 0.81$ or $\frac{81}{100}$)
and for 60 people ($1 - 0.01 \fallingdotseq 0.99$ or $\frac{99}{100}$!)

Now use the computer
Run *Birthdays* and the above calculations will be done by the computer.

Project

Design and conduct a survey to test out the above theory. Discuss your results.

4. おわりに

本研究は、前任校東大和南高等学校の留学生の在籍したSt Ives High School及びHorsby市の教育資料センターを1992年８月末、訪問し、そこで見聞した経験と入手した資料に基づくものである。僅か数日間の滞在であったが、訪問した高校の数学、コンピュータ、日本語の授業を参観したり、生徒の学校生活を見たりして、教育の変革が叫ばれながらも知育偏重教育が続いている我が国とは異なり、生徒主体で、知的活動を重視している教育が実践されている様子を感じ取れたことは大変有意義であった。

社会や身の周りの数学を扱っている教科書MATHEMATICS IN SOCIETY, MATHS FOR THE REAL WORLDを分析し、身の周りのことを通して数学をするdo Mathematics、すなわち、生徒の数学的活動が学校現場で実践されていることが手に取るように分かる。その教科書の特徴的な部分を示したが、生徒の体験的・探求的活動や問題解決能力、創造性を重視した教育実践が行われていることを引用した僅か数ページの中から汲み取っていただければ幸いである。

最後に、文献研究にあたり、日本での豪州教育研究の第一人者である青山学院大学笹森健教授から、貴重な資料をお借りした上、研究のご助言をいただいたことに謝意を表す。また、豪日交流基金の援助をただき、一部を訪豪費とした。豪州政府に謝意を表す。

参考文献

(1)豪州ニューサウスウェールズ州の教育行政に関する考察、笹森健、1990
青山学院大学文学部紀要第32号
(2)豪州ニューサウスウェールズ州の教育改革、笹森健、1991、比較教育学研究第17号
(3)オーストラリア・ニューサウスウェールズ州の教育、佐藤公作、1992
都立東大和南高等学校紀要第6号
(4)EXCELLENCE AND EQUITY、The NSW Ministry of Education and Youth Affairs、1989
(5)MATHEMATICS K-6、NSW Department of School Education、1989
(6)2UNIT MATHMATICS IN SOCIETY BOOK2、Shakespeare Head Press、1992
(7)MATHS FOR THE REAL WORLD、Longman Cheshire、1991

イギリスの数学教育改革に対する数学者の批判

長崎栄三
国立教育研究所

要　約
イギリスでは1989年から国定カリキュラムが導入された。しかしながら、近年、特に大学の数学者から高校生の数学学力低下が叫ばれ始めた。特に、数学の理解や技能での低下が目立つという。そして、その原因を、イギリス数学教育改革の柱である、個別学習、スパイラル・カリキュラム、数学の応用に求めている。
キーワード：イギリス、国定カリキュラム、学力低下、個別学習、スパイラル・カリキュラム、応用

1．はじめに

数学教育改革の世界的な動向を大きく左右しているイギリスやアメリカ[1]において、最近、相次いで、その改革に対して数学者から批判がなされている。これは数学教育現代化が数学者主導であったのに対して、今回の改革が数学教育学者主導であることによっている。これらの批判には、結局、「教育とはどうあるべきか」、「数学とは何か」という根本問題が含まれるとともに、また、私たちの研究主題にかかわる「社会的文脈」、「応用」に関するものも含まれている。そこで、これらの批判のうち、イギリスの論文と報告書を簡単に紹介して分析することにする。

2．イギリスの数学教育改革[2]

イギリスでは1989年に5歳から16歳の児童・生徒を対象とした『国定カリキュラム』が公布された。これは、義務教育の教育内容に関する全国一律の最低基準を示したものであり、イギリスの教育史では初めての出来事である。

しかしながら、この『カリキュラム』は、わが国の国定カリキュラムである『学習指導要領』とは根本的に異なっていた。それは「分化(differentiation)」についてである。教育学では、分化を、子どもの能力や関心が多様化するということと、それに応じて、カリキュラムが多様化することも意味する。わが国の場合には、原則として、同じ年齢の子どもは同じ学年に属し、しかも、同じ学年では年間水準では同じ内容を学習する。さらに、慣習によって自動的に学年は上がっていく。つまり、わが国のカリキュラムでは高校１年までは、誰もが同じ内容を学習する、すなわち、カリキュラムは分化していない。義務教育は国民に共通なものであるから、カリキュラムを分化させてはならないという考えである。「多様な考えを生かす」ということは、子どもの多様性は認めた上で、カリキュラムは分化していないので、指導上で子ども多様性に対処しようとするものである。一方、イギリスの場合には、同じ年齢の子どもは同じ学年に属するが、その中でそれぞれの子どもは自分の進度に従って学習を進める。カリキュラムは１つであるが、進度は子どもに任せるのである。よって、この原理に忠実に従うとそれぞれの子どもは異なる教科書で個別学習を進めることになる。子どもの能力や関心などは成長にしたがって分化するのであるから、カリキュラムも分化すべきであるという考えである。なお、最近では、もし、分化を考えるのならば、カリキュラムは１つでよいのかという議論も出ている。学習の進度だけではなく学習の仕方も分化しているのではないかというのである。イギリスと日本は分化に関して対照的な位置にある。

数学教育の立場から見ると、『国定カリキュラム』では「数学の利用・応用」が内容領域として位置づけられたことが特徴的である。わが国で言えば、中学校の「課題学習」が内容領域となったようなも

のである。学んだ数学がどのように使われるのかということに積極的に対処しようとしたのである。このことによって、教科書の題材にも配慮が加えられ、電卓利用が勧められ、見積りや近似が重視されてくる。

このような改革自体に私たちは学ぶべき点も多いが、それが行われた結果、何が起きるのか、何が起きたと感じられるのかということも興味深い。

3．ロンドン数学協会等の批判[3)]

イギリスの数学者の3つの協会（ロンドン数学協会、数学・応用数学研究所、王立統計協会）が共同で『数学問題に取り組む』という報告書を、1995年10月にまとめた。これによると、イギリスの「学校数学の最近の変化は、ある人々には利益を与えたかもしれないが、数学的に能力のある学校卒業者の質と量を維持するための基礎を据えなかったし、また、学校レベルを越えて数学的訓練を続ける必要のある人に大きな不利益を与えた」とし、次のことを生徒にとっての重大な問題として提起している。

1．必須な技法的能力、すなわち、数値的及び代数的計算を流暢かつ正確に行う能力、の重大欠如
2．２段階以上の簡単な問題に面したときの分析力の著しい低下
3．数学とは何か、特に、その中の正確さと証明の本質的位置に関する認識の変化

この報告書では、数学の重要性から議論している。「数学の健全な教育は、通常の生徒にも大衆にも数学的に一層能力のある生徒にも、どのような現代経済にとっても重要である」とし、特に、次の重要性をあげている。

・数量化できるアイディアと情報を、コミニュケートする手段としての数学
・ハイテクは数学的テクノロジーである
・工学、テクノロジー、科学、組織、経済、社会学等の発展しつつあるニーズから生起する活動の手段としての数学
・それ自身の研究としての数学
・思考の鍛練と論理的推論の訓練としての数学

ここでは、特に、それ自身の研究としての数学という観点から、「数学はそれ自身興味があるという観念がカリキュラムの中で明らかにされなければならない」としている。このような点からして、先に述べたような問題は憂慮に堪えないというのである。そして、その問題の原因を次のように推測している。

・近年、イギリスの学校数学には、「中心」となる技法を犠牲にして多くの時間のかかる活動（探求、問題解決、データ調査）を導入した。
・数学の時間が縮小された。
・「過程は少なくとも技法と同じくらいに重要である」という主張が出てきた。

なお、緊急の改善点として、初等教育からの数学教育を検討する常設委員会に数学を正当に代表する数学者を入れることを求めている。

ここで挙げられている原因の「時間のかかる活動（探求、問題解決、データ調査）」は、社会的文脈における数学にかかわる活動である。

4．アーネストの批判[4)]

エグゼター大学のアーネスト（Paul Ernest）は、『学校での数学』(Mathematics in School)の1996年3月号において、「学校数学への「進歩的な」考えの悪影響」と題してイギリスの数学教育改革を批判している。この批判の根拠は、高等学校の上級学年で数学を履修する生徒が諸外国と比べて少ないという事実（1980年代で約7%）と大学に入学してくる生徒の数学学力が低いという数学者の観察に基づ

いている。

そして、この原因を現在の学校教育に広がっている進歩的考えの有害な神話と誤解から来ているとし、特に、「個別学習」、「スパイラル・カリキュラム」、「学校数学での応用」の3つを挙げている。ところで、アーネストは、「最良の進歩的数学教育には、問題解決学習やオープンエンドの探求学習が含まれる」とし、それを、熱心な熟練した教師がよい環境のもとで行えば可能であろうが、不幸にしてそのようなことはほとんどないとしている。アーネストの中心的な論点は、この3つのうちで応用なのである。アーネストは、それぞれを次のように論じている。

イギリスでの個別学習とは、それぞれの子どもが孤立して別々に教科書で自分で学習していくものであり、友だち同士で話し合うということがあまり見られないと批判している。これについては私も実際に教室でこのことを目にして疑問に思っている。

スパイラル・カリキュラムによって、教科書の内容の配列で数学内容が細かく分けられすぎていると批判している。確かに、日英の教科書を比較すると、日本では教科書は10位の章に分かれているが、イギリスのナフィールド教科書やＳＭＰ教科書を見ると、章の数が多くしかもそれぞれが短く、したがって、異なる内容が次々と出てくる。従って、これについてもアーネストの批判はうなずけるものである。なお、わが国でスパイラル・カリキュラムというと螺旋形の方だけをイメージするが、ここでは、それが細切れになっていることに問題がある。

応用については、教科書で使われている応用は「非実際的で悪名高い」と批判している。数学の教科書で使われている応用の問題は「非実際的」であるというのである。アーネストにとって、「真の「実際的な」応用の問題は、問題が解決者の生活の真の一部であり、解決者はその解決から何かを得たり、何かを失う」問題としている。しかしながら、アーネストにとって最大の問題は「応用ということによって、指導されるべき数学的概念や技能が隠されてしまう」ということにある。そして、次のように言う。「ある内容、例えば、比についての子どもの学習のほとんどが、「実際的な」問題によって装われていたらならば、その中心的な概念や方法もまた隠され、決して見つけられないであろう。子どもたちは、学ばねばならないことを決して学ばない。どの新しい問題も、間に合わせの方法でアプローチされ、中心的な方法や概念が発展させられたり強化されるということはない」と。私自身の印象ではイギリスの教科書の問題はずいぶん実際的であるが、それさえも非実際的であるとしているのは、少々驚きである。しかし、アーネストの批判は、それにあるのではなく、結局、本当の数学が学ばれていないというところにある。

アーネストは、これらの3つの原因で「いかなる中心となる概念や技能も身につかない」としている。「応用」に焦点を当てることによって、数学が学ばれていないというのである。

なお、その後、すぐにアーネストに対する反論「学校数学への「保守的な」考えの悪影響」(John Searl. 1996年9月号)が掲載されている。その主旨は、数学教育改革が及んでいるのは16歳くらいまでの教育であり、その上の教育が改革されていないから学力が下がっているというものである。大学に入ってくる学生の数学力が下がったというが、高校の教科書を書いているのは大学の数学者ではないのかという類いのものであろう。なお、この反論では、私にとって興味がある応用についての議論は少ないのでこれ以上触れないことにする。

5．イギリスの動きから学ぶこと

イギリスの数学の学力の低下、もしそのような事実があるとするならばであるが、私自身は、それは個別学習に大きな原因があると考えているが、ここでは、そのようなことはひとまず置いて、社会的文脈における数学ということを考えることにする。

私は、数学を考える上で重要なことは、主な数学的活動は、「数学世界内の活動」と「実世界と数学世界の交流でおこる活動」の２種類あるということだと思っている。日本の現状は、前者に傾きすぎているということであり、イギリスの現状は後者に傾きすぎているということであろう。このバランスをどのように取るかということが一番の問題であるということである。前者に偏りすぎると、子どもは数学と社会や自分の関係を意識できず、一方、後者に偏りすぎると、数学とは何かという本質を見失ってしまうということであろう。ここでいう数学とは何かとは、前述の報告書にある「証明」である。

なお、アーネストはイギリスの「応用」を「非実際的」としているのも興味深い。これは私たちの言葉では「子どもに親しみやすい」、「擬似の」問題ということであろう。

また、アーネストの言う実際的とは「問題が解決者の生活の真の一部であり、解決者はその解決から何かを得たり、何かを失う」ものであるとしている。問題が子どものものであるということである。しかし、アーネストの意味するところが「真の個々の子ども」としたら教育は困難に直面する。アーネストは「応用」と「個別」を結び付けて考えているのであろうか。私には、社会という中で一緒になって考えるということが含まれて、初めて教育が可能になると思われる。私たちが社会的文脈ということを意識して算数・数学の問題を分類するときには、アーネストのような極端な立場で見ているのではなく、子どもがグループで学習するということを前提としている。

改革には行き過ぎが避けられないが、イギリスの改革からは、改めて「学校数学とは何か」が問われていると言えよう。

参考文献

1）H. WU. " The Mathematics Education Reform: What is it and why should you care".
　この論文と３）の論文は三輪辰郎氏のご教示による。

2）長崎栄三「イギリスの算数・数学教育」『算数・数学教育における国際理解教育』エムティ出版. 1994. pp. 34-51.

3）" Tackling Mathematics Problems". London Mathematical Society, Institute of Mathematics and Its Applications, Royal Statistical Society. 1995. 42p.

4）Paul Ernest. " The Negative Influence of 'Progressive' Ideas on School Mathematics". Mathematics in School. Vol. 25 No. 2. 1996. pp. 6-7.

7

算数・数学教育と社会的文脈

ジオボードを使った数学的活動

―周の長さを変えないで面積を最大にする・最小にする―

狭間　節子
大阪教育大学

要　約

本稿はジオボードを思考の場として数学的活動を行う一つの素材提起である。「ボード上の図形の周の長さを変えないで、面積を大きくする、どこまで大きくできるか。面積を小さくする、どこまで小さくできるか」について、ボード上の実際的操作から数学する過程を展開し、その過程にどのような活動が含まれるかを分析・考察した。結果として、ジオボードの活動は、ボード上の図形の移動や変形によって、図形の面積、辺の長さ、格子線分の数、点の数などの間の関係についての気づきや疑問を引き出し、分析・分類を経て関係を推測し、検証・精錬し、一般化にいたる数学的活動であることが示される。なお、部分的には教材化され実践で検証された。

キーワード：ジオボード、図形の等周変形、数学的活動、教材開発、図形教育

は　じ　め　に

算数・数学で使う教具は、子どもと数学を結ぶ媒体であると同時に、教育的、数学的、社会的、文化的、歴史的文脈を内蔵する人間活動の圧縮された産物である。各教具は、そのときどきの教育的、数学的、社会的、文化的文脈において創案され、使われる。時の流れとともに諸文脈の洗礼を受け、あるものは廃れ、あるものは生き残り、またあるものは機能をかえて使われ、また機能の改良によって生まれ変わる。指導者がどんな教具をどのように利用するかには、教育観、児童観、数学観、社会観、文化観などが反映され、他方、学習者はある教具の使用を通して、自分の経験、興味、知識などと結びつくなんらかの文脈に引き込まれ、意味を付加し、解釈する。こういたことに媒体としての教具の一般的機能があるといえよう。

「算数・数学科カリキュラムに関する教師用調査」によると「実際的な問題にかかわる教具の利用」は、10種目の教具の中で「よく使う」と「ときどき使う」の反応率の和が50%以上になったのは、小学校では模型、実物、ひも、定規・コンパスの4種類、中学校では定規・コンパスの1種類、高校では1種類もない、という結果がでている[1]。教具の利用を通しての諸文脈は、小学算数では「どちらかといえば豊か」、中学数学には「ほとんどない」、高校数学には「まったくない」といえよう。ただし、利用の仕方はデータからはわからない。10種目中最も使われていない上位2つが、グラフ電卓とジオボードである。ジオボードの反応率を段階別にみると、「よく・ときどき使う」は、小学校では14.8%、中学校では7.7%、高校では0.9%である。この数値は他の項目と比べると非常に低いが、「ジオボード」が単独項目であることや、各項目の教具の機能も活用の仕方も異なる点は考慮に値する。

以下では、社会的文脈における数学教育という観点からは極細の文脈に位置づくであろう教具「ジオボード」を取り上げ、わが国におけるジオボードの活用を簡単にふり返えり、数学する場としてジオボードを活用する視座から素材を提起し、課題の探求過程にどのような活動が含まれているかを考察する。

１．ジオボードの活動

ジオボードの活動はC. Gattegno(1911-1988)氏によって提唱され[2]、以来、国内外で多くの研究・実践が行われてきた。わが国の算数・数学教育とジオボードとの直接の出会いは、1959年、ガテーニョ氏が、キズネールの棒、ニコレのアニメーション数学フィルムとともに、ジオボードを携えて来日し、東京と大阪で講演と彼自身によってなされた公開授業に始まる。東京での高校２年のジオボードを使った授業は、「活動の一時間であった」という。

平林一栄氏は、当時の主要な教具であった「「…説明器」の単価的役割」に対し、ジオボードの「多価的、多方面的教具の役割に注目し、「単に多価的教具というよりも、発見的・創造的に数学を学習する一つの場であり、いわゆる「数学的状位」をつくりだすものである」と位置づけている[3]。

わが国も「現代化」に向けて動き出していた。1965-67年に大阪市立平野小学校を中心に取り組まれた研究で、新しい図形指導を方向づける諸提起がされた。そこでは、図形の概念形成に有効に働く教具として、ジオボード、色板、構成棒と方眼紙があげられ、ジオボードの利点として２点が指摘されている[4]。

① 作図をするとき負担となる作図技術がなくても図形がつくり出せる。

② 図形を連続的な変換の中でとらえることができる。

「現代化」華やかな頃に、いわゆる「構造教具」と呼ばれ脚光を浴びた多くの教具は、「軌道修正」とともに下火になり、現在も使われているのは構造ブロックやジオボードであろう。

以後、小学校では図形を「動的に見る」「統合的に捉える」など「図形の見方」と関連して、また近年では、「多様な考え」「発展的な考え」の育成と関連して、ジオボードを使った実践例が報告されている。一方、中学・高校ではジオボードを使った授業にはほとんど出会うことはない。関連教材としては、特に近年「ピックの定理」が取り上げられている。定理の発見的アプローチ、証明の試み、その定理を中心とする局部的体系化などに焦点が当てられている。

筆者らの共同研究であるジオボードの活動に関するいくつかの研究[5]では、小・中・高校を視野に入れた研究・実践を試みている(本稿はその一部でもある。)そこでは、ジオボードの活動を次のように特徴づけた。紙面の都合で詳細は省く。

ジオボードの活動の特性

1．「どこから、何からはじめてもいい。まず、やってごらんなさい。あなたの気づきに応じて楽しめることがわかるでしょう」(ガテーニョ)

2．ジオボードの活動では、実際的操作と動的イメージと思考と言語表現・交流が協同して働く。

3．ジオボードの活動はピン(格子点)のしくみによる総合・統合を介する分析であり、次の点で特徴的。

＊全体的・直観的把握から分析へ　　＊図形の外部へ広がる分析

＊回転・対称・平行などの移動、および拡大・縮小と結びつく分析

＊操作によって変わるものと変わらないものとを関係づける分析

＊長さ・面積・それらの比に関連した分析

＊長さ、面積などの連続量を、点の数や格子線分の数などの離散量と結びつける分析

4．ボード上の図形や関係は具体的で、特殊で、有限の範囲にある。「具体」の中に「抽象」を、「特殊」の中に「一般」を、「有限」のなかに「広がり」を推測するとき、一般化や証明の必要性が意識される。

5．発見と創造を促す。ピンのしくみをどう関係づけ、何を引き出すかに、独自の発想が生まれる。

最後に、ジオボードの活動には、ビショップ氏の指摘する社会・文化の中の６つの活動「数えること、位置を定めること、測定すること、デザインすること、遊ぶこと、説明すること」[6]が含まれている。

II．目的と主課題

本稿は、中・高校生を対象に、ジオボードを使って数学するための素材提起を行う。「ボード上の図形の等周変形」を課題として、ボード上の変形操作を通して、数学する過程を展開し、の過程にどのような活動が含まれているかを考察する。

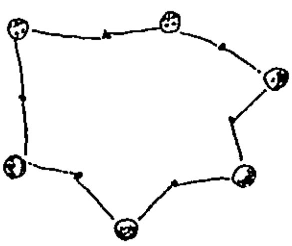
図形の等周変形に関する教材は現行では扱われていないが、ボードを使った活動では、等周変形は、等積変形同様にいろいろな場面ででてき、自然に使っている。ボード上の等周変形は、辺の移動によって、形、面積、周の長さとの間に関係を浮き立たせ、ピンのしくみを利用した分析、分類を通して、関係を推測し、検証・精錬し、一般化にいたる素材となる。変形操作を通して、図形の動的イメージをつくり、既習の図形を統合し、図形のおもしろさに触れる興味ある素材である。

現行では、平行四辺形を含む基本図形は小学校４年までに扱われ、図形の合同、図形の決定、図形の面積、円周および正多角形は５年で、線対称､点対称､拡大・縮小は６年で扱われている。なお、長方形・正方形の面積と関連した周一定の図形の面積については、４年で扱われている。

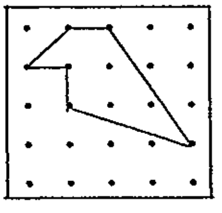
以下で展開するジオボード上の図形の等周変形の素材は、部分的には小学校で扱うことができ、ピックの定理と関連づけて扱うなら中学校の教材となりえ、格子点を使って形式化したり、また格子点を離れて楕円のイメージや無限の概念を用いると「円」に到達でき、高校の教材となる。また、探究した後、コンピュータでグラフ化し、発展できよう。以下では正方形ジオボード(30cm×30cm)を使う。

導入１．運動場で、手をつないで輪をつくる(図1)。
囲む面積をできるだけ大きくする、どこまで大きくできるだろうか。

（図１）



２．ジオボード上の形(図2)を、周の長さを変えないで、面積を最も大きくしてみよう。最も小さくしてみよう。



（図２）

主課題は次のものである。

【主課題】

ジオボード上の図形を、周の長さを変えないで面積をできるだけ大きくする。どこまで大きくできるだろうか。

面積をできるだけ小さくする。どこまで小さくできるだろうか。

最大の面積、最小の面積は、図形の辺の長さや数とどんな関係があるだろうか。

III．等周変形活動

主課題のもとで小課題を組み立て、課題探究の過程にどのような活動が含まれているかを分析する。

【課題１】

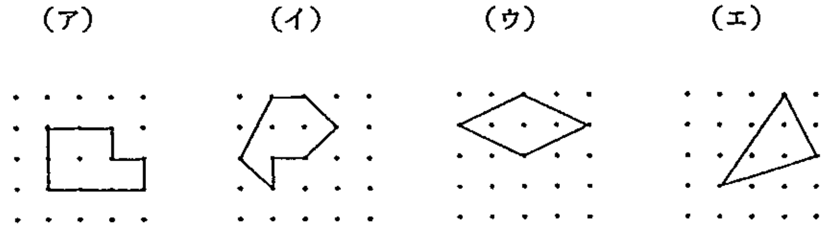
下のそれぞれの図形について、周の長さを変えないで変形する。

① 面積が大きくなるように変形し、面積が最大になる図形をつくる。

② 面積が小さくなるように変形し、面積が最小になる図形をつくる。

（辺が交差したり、辺が重なる図形、頂点だけでつながる図形は除く。）(※)

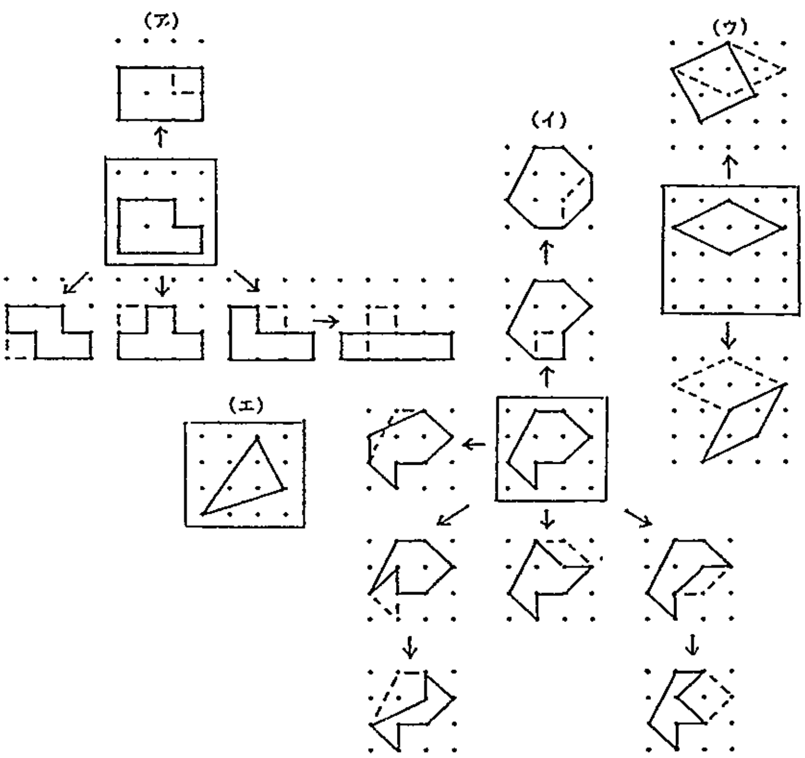
③　周の長さが一定の図形の変形や面積について、どんなことに気がつくだろうか。



ジオボードを使った操作を中心に行う。必要に応じて、ボードをつないで広げたり、格子点用紙を用いる。ボード上では操作を続けると、元の図形がわからなくなる。分析や分類が必要なときは、ジオカードに記録する。本稿では、変形によってできる図形に上記※の制限を付けておく。

1．ボード上の変形例

をまとめて、変形例を図3に示す。矢印は１回の操作を表す。図の点線と実線は、変形操作の前と後を示す。



(図3)

2．活動の分析

ボード上の変形操作や観察から、次のようなことに気がついたり推測したりするだろう。

- (エ)を除いて、周の長さを変えないで面積が異なる図形に変形できる。
- 周の長さは同じ図形で、最大の面積と最小の面積がある。(エ)は位置は変えられるが変形できない。
- 辺の数が多い凸多角形または正方形に近い図形ほど面積は大きい。細長い図形ほど面積は小さい。
- 内部のピンが多いほど面積は大きい。内部のピンが少ないほど面積は小さい。
- 凹図形は、より大きな面積の図形に変形できる。
- 内部にピンを含まない図形に変形できるとき、面積は最小である。

・周上のピンの間の線分の数または周上のピンの数は、変形によって変わらない。

・変形によって面積が変わるときと、変わらないときがある。

・面積が増えたり減ったりするのに伴って、内部のピンの数も増えたり減ったりする。

3．用語の導入・定義、数学的概念・操作

［用語］：ボード上のピンに輪ゴムをかけてできる図形は、前記※の制限をつけると、頂点が格子点である多角形(格子多角形)である。

たてとよこに沿った隣り合うピンの間の線分の長さを1とする。長さ1、 2、 5のように両端以外に格子点を含まない線分を格子線分とよび、長さ1の線分を区別するときは基本格子線分とよぶ。

(ボード上の操作では、線分の長さの数値より長さの区別の方が重要なので、小学校で扱う場合は、長さ2の線分に「1・1のななめ」などの名まえを、必要に応じて導入する。)

ボード上の図形の周の長さを変えない変形を等周変形という。

［等周変形の基本操作］ ①、②のボード上の変形で、どんな変形操作を使ったかを振り返り、整理する。ボード上の変形は、図形の周の部分である隣り合う2辺や3辺に着目して、点対称や線対称移動によって1つまたは2つのピンの輪ゴムをかけ替えて辺の移動によって変形する。

本稿の等周変形では、次の3つを基本操作とする。

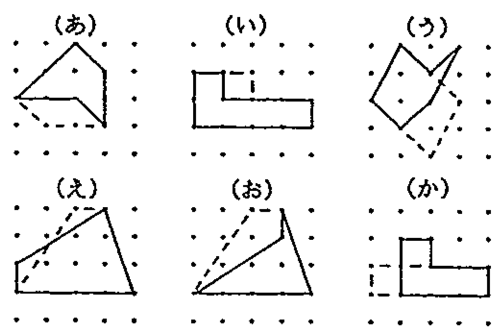
(1) 平行四辺形をつくり、辺を移動する

① 周の部分である隣り合う2辺を用いて平行四辺形をつくり、2辺を移動する(図4:あ,い)。2辺は、その両端を結ぶ線分の中点に関して点対称移動で移る。この変形では面積は変わる。また2辺の順序が入れ替わる。

② 周の部分である平行四辺形の3辺を用いて別の平行四辺形をつくり、3辺を移動する(図4:う)。この変形では面積が変わるときも変わらないときもある。

(2) 線対称形をつくり、辺を移動する

周の部分の隣り合う2辺または3辺を用いて線対称な形をつくり、2辺や3辺を移動する(図4:え,お,か)。この変形では、対称軸の位置によって、面積が変わらない(2辺の順序は替わる)(図4:え,か)ときと、面積が変わる(2辺の順序は替わらない)(図4:お)ときとがある。



(図4)

これらの基本操作は次の性質をもっている。

・変形操作を続けても周の長さは変わらない。

・1つの操作を行い続けてその逆の操作を行うと、元の図形にもどる。

・変形操作では、周上の格子線分の数は変わらない、周上のピンの数も変わらない。

【課題2】

基本格子線分だけからできる凹凸の図形について

① 周の長さが12の図形の等周変形によってできる図形をすべてつくる。

② 面積の変化や変形の順序に着目して、図形を分類する。

③ 周の長さが12の図形の面積、最大面積、最小面積について、どんなことがわかり、どんなことが推測できるだろうか。

④ 周の長さ2p(pは2以上の整数)の図形の最大面積、最小面積を求める。

1．ボード上の変形と分類の例

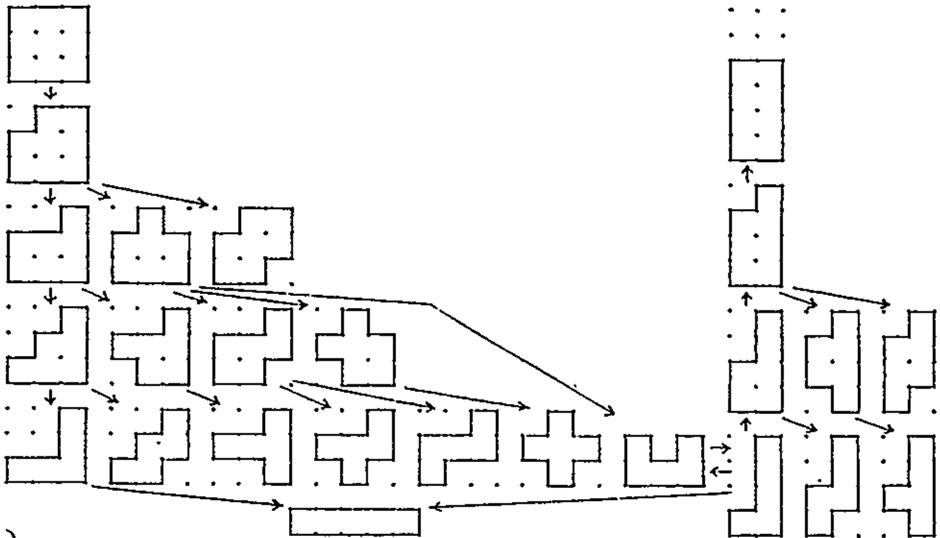
図5は、周の長さ12の図形を等周変形してできるすべての図形（25こ）を、変形の順序と面積の大きさで分類したものである。別の変形ルートもできる。各自の観点で変形し、分類する。

2．活動の分析

①、の観察から、次のようなことがわかるだろう。（・印はわかること、＊印は推測）

・等周変形によってできる図形は、すべて周上に12このピンがある。

・等周変形によって、周の長さが12の図形をすべてつくることができる。



（図５）

・１辺の長さが３の正方形のとき、面積は最大の９。そのとき内部のピンの数も最大の４。

・図形の内部にピンを含まないとき、面積は最小の５。

・面積が最小のとき、内部にピンを含まない長方形ができ、２辺の長さは１と５(和が６)。

＊1. 凹図形は、面積がより大きい凸図形に、必ず、変形できる。

＊2. 内部にピンを含む図形は、面積がより小さい図形に変形できる。

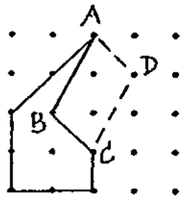
＊3. 内部のピンを１つ増やす変形では面積が１増え、ピンを１つ減らす変形では面積が１減る。

上の推測(＊)を裏づける。

(＊1) 凹の一部の隣り合う２辺AB, BCを考える(図6)。

AB, BCを辺とする平行四辺形の３つの頂点A, B, Cは格子点上にあるから、第四の頂点も必ず格子点になる。第四の頂点Dは辺ACの中点に関する頂点Bの対称点である。

ピンBのゴムをDに移せば、その凹部分に関しては凸になり、面積は三角形ABCの２倍だけ増える。



（図６）

もしピンDがすでに図形の一部であれば、その部分を等周変形して、ピンDをフリーにしておく。

この命題は、基本格子線分だけからできる図形に限らず、任意の格子線分の図形について成り立つ。

(＊2) 凸の一部の隣り合う２辺AB, BC(Bは頂点)を辺とする平行四辺形または線対称な四角形の第四の頂点が内部のピンDと一致するときに限り、凹に変形できる。基本格子線分だけの図形では常に成り立つ。

(＊3) 基本格子線分だけの図形では、ピン１つを増減する変形は、最小の直角二等辺三角形の斜辺を固定する変形に限られるから、面積の増減はその直角三角形の２倍で、１にきまる。

[一般化] 周の長さ2p（p≧2; pは整数)の図形の最大、最小面積は次のように一般化できる。

最大面積：pが偶数のとき，$S = \dfrac{p}{2} \times \dfrac{p}{2}$ ；　Pが奇数のとき，　$S = \dfrac{(p-1)}{2} \times \dfrac{(p+1)}{2}$

最小面積：　$S' = p - 1$

［拡張］　面積とピンの数との関係

ここで、上の表の結果をピンの数で置きかえてみよう。

図形の周上のピンの数(m)は、周の長さの数に等しい：$m = 2p$　$(m \geqq 4)$･･･(ア)

内部のピンの数(n)の最大数はpによってきまる数で、最大面積(S)の長方形のピンの総数(w)から周上のピンの数を引いた数に等しい：$n = w - m$　$(n \geqq 0, w \geqq 4)$･･･(イ)

ピンの総数wもpによってきまる数で、wとSとの間には次の関係がある：

$$p\text{が偶数のとき、}w = \left(\frac{p}{2} + 1\right) \times \left(\frac{p}{2} + 1\right) = S + p + 1$$

$$p\text{が奇数のとき、}w = \left(\frac{p-1}{2} + 1\right) \times \left(\frac{p+1}{2} + 1\right) = S + p + 1$$

これより、pが偶数でも奇数でも、　$w = S + p + 1$　･･･(ウ)

(ア)、(イ)、(ウ)よりwを消去すると、周上のピンの数mと内部のピンの最大数nと最大面積Sとの間に、次の関係（ピックの定理）が得られる：

$$S = (n-1) + \frac{1}{2}m \quad (\bigstar)$$

基本格子線分だけの図形については、内部のピン１つの増減は面積１の増減に対応する。それを用いると、内部の点を１つづつなくなるまで減らすことができ、その各段階で上の等式は成り立つ。周の長さ$2p$の図形の面積は、$(p-1)$ から $(p-1)+n$ までのすべての整数値をとる。

【課題３】

直角三角形の直角を挟む２辺が基本格子線分からなり、斜辺上に両端以外のピンがない直角三角形の等周変形をする。

① 直角を挟む辺の長さが３，４の直角三角形の最大、最小面積を求める。

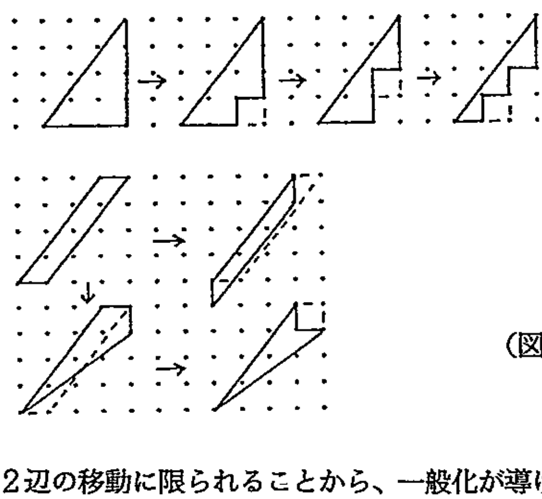
② 直角を挟む辺の長さがａ，ｂの直角三角形の最大、最小面積を求める。

１．ボード上の操作の例

図7に示される。

２．活動の分析

直角を挟む辺の長さが３，４の直角三角形から、基本操作によってできる図形は、図7の１段目だけである。斜辺の長さが5を用いると、２段目や３段目の平行四辺形やたこ形ができる。だが直角三角形から平行四辺形やたこ形に変形すると周上のピンの数が変わり、ここで扱う基本操作の範囲外になる。この種の変形は、以下では考えに入れないことにする。



(図7)

【課題２】と同様に、最小直角二等辺三角形を使う２辺の移動に限られることから、一般化が導ける。ピックの定理も成り立つ。

【課題4】

周の長さが 4(1+√2)の図形について

① 周の長さが 4(1+√2)の図形を等周変形して、いろいろな図形をつくる。
変形のルートをつくり、分類する。

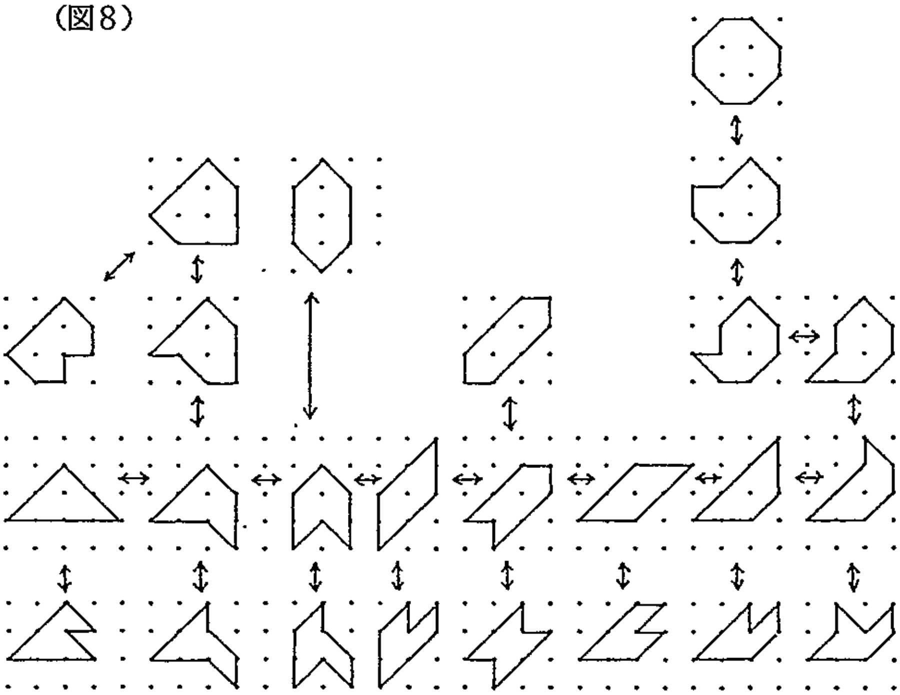
② 面積が最大、最小の図形について、どんなことがいえるだろうか。

1．ボード上の変形と分類の例

周の長さが 4(1+√2)の図形の等周変形でできる図形の例と変形のルートを図8に示す。

ボード上の操作の際、最大、最小の面積、できる面積の値などの推測をもって、変形する。

（図8）



2．活動の分析

周の長さ 4(1+√2) より、最大面積の図形の概形が推測でき、変形操作による面積(または内部のピン数)の増減は1または2であることもわかる。

面積が最大の図形は、周上の8このピンすべてが 3×3 の正方形の周上にある図形。面積が最小の図形は、周上に8こ、内部にピンを含まない図形。図形の面積のとりうる数値は3から7までの整数値。

ボード上の操作や図8 の観察から、ある凸多角形Aからより大きな面積の凸多角形Bに変形するとき、必ず凹多角形Cを経由していることに気がつくだろう。

推測 :ある凸多角形Aが面積を変えない等周変形で凹多角形Cに変形できるとき、Aより大きな面積の凸多角形Bに変形できる。

裏づけを簡単に示そう。

(ア)　凹C → 凸B ; この変形で面積は増加する。(すでに証明した)

(イ)　凸A → 凹C ; 面積を変えない変形であること。

もし、　の変形ができるとき、(ア)+(イ)の変形操作によって、

凸A → 凹C → 凸Bとなり、面積は増加する。

(凸多角形Aに変形(イ)ができるか否かは、多角形Aの格子線分の数の条件と格子線対称形の有無による。)

【課題５】

周の長さが $2p\sqrt{5}$（ｐは2以上の整数）の図形について

① 周の長さが $4\sqrt{5}$, $6\sqrt{5}$, $8\sqrt{5}$, $10\sqrt{5}$, $12\sqrt{5}$ のそれぞれの図形について、等周変形によって面積を最大、最小にし、最大、最小の図形のパターンを求める。

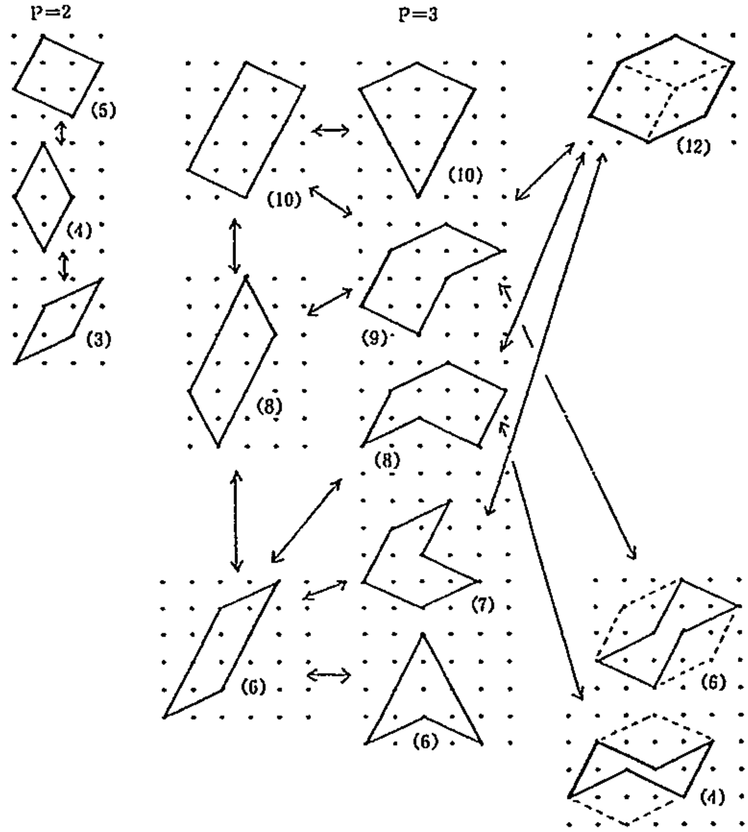
② 周の長さが $2p\sqrt{5}$ のとき、最大面積の図形のパターンを推測する。

③ 周の長さが $2p\sqrt{5}$ のとき、最小面積の図形のパターンを推測する。

１．ボード上の変形の例

①　これまでの考察から、周一定の図形の面積が最大になるのは、正方形または正方形に最も近い長方形に内接する凸多角形で、辺の数もより多い、そのとき内部のピン数は最大であること、および面積が最小になるのは内部のピンの数ができるだけ少ない図形であること、がわかっている。それを手がかりに、周の長さが$4\sqrt{5}$, $6\sqrt{5}$, $8\sqrt{5}$, $10\sqrt{5}$, $12\sqrt{5}$の各図形について調べ、最大、最小の図形のパターンを求める。

p=2, 3 の場合にできる図形と変形例を図9 に示す。図の( )内の数は面積の値を示す。



(図9)

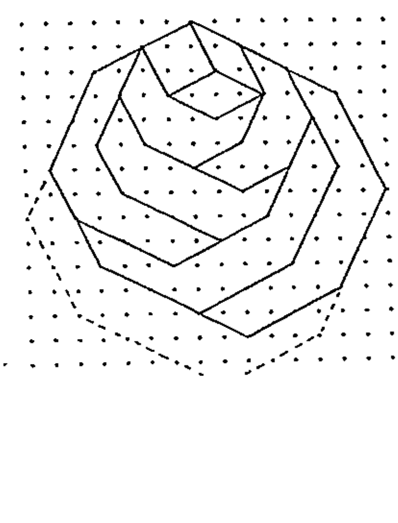
２．最大面積・最小面積の図形のパターンの推測

図9に示されたように、ｐ=3のとき、変形でできる図形は、ｐ=2の場合の３種の図形の組み合わせである。従って、面積のとりうる値もきまる。

ｐ=4, 5, 6 の場合の推測をもって変形すると、最大、最小の図形のパターンがみえてくる。

[面積最大の図形のパターン]

図10の観察から、最大面積の図形(格子八角形)が内接する長方形の型が一般化でき、最大面積を求めることができる。



(図10)

[面積最小の図形のパターン]

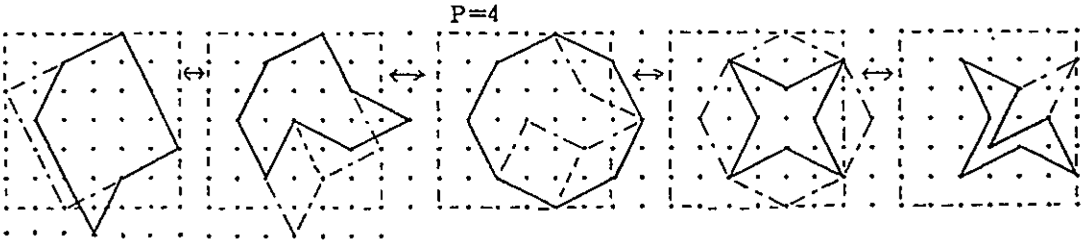
p=2，p=3 のとき面積最小の図形はどちらも内部にピン2つだけを含み、それ以下に減らすことはできない(図形がつぶれる)。 次のように推測できる。

＊1. pが 4, 5, 6…と増えるとき、最小面積の図形は内部に最小2つのピンを含む。内部にピン2つだけを含む図形に変形できれば、そのとき面積は最小になる。最小に変形するにはで2に近づけること。

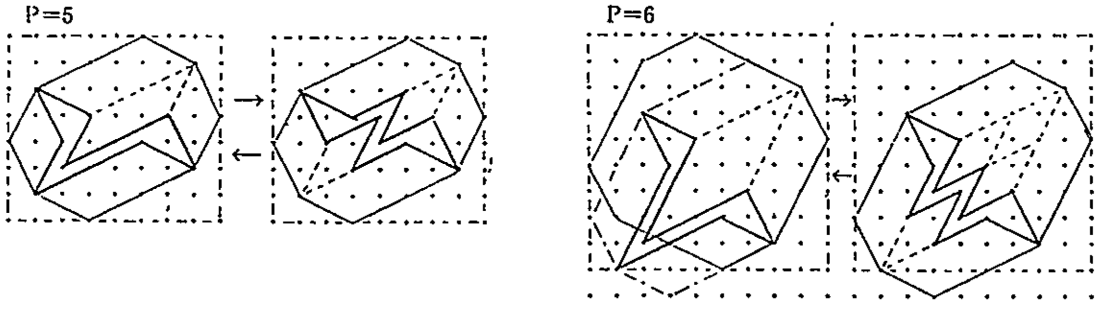
p=4 の場合について、ある図形から、最大図形を経て最小図形へいたる変形を圧縮して図11に示す。

p=5,6 の場合について、最大図形から最小図形への変形の要所を図12に示す。

図の観察をもとに、パターンを推測し、最小面積S' =3+(p-2) (p≧2) を推測できる。



(図11)



(図12)

Ⅳ. 本展開における重要な活動

本展開の過程において重要な役割を果たす活動をふり返る。

(1) ボード上の変形で、円形に近いほど面積は大きく、細長いほどほど小さいことを直観的に把握する。

(2) 周の隣り合う2辺や3辺に着目し、それらを辺にもつ格子平行四辺形や格子対称形の存在に気づく。

(3) 格子平行四辺形や格子対称形を用いた辺の移動によって、ボード上で変形操作ができる。

(4) 変形によって、変わるもの(形、面積、図形の内部のピンの数、辺の順序、位置など)と変わらないもの(周の長さ、周上のピンの間の線分の数、周上のピンの数など)について気づく。

(5) ボード上の図形について、変形ができるか否かの判断ができる。

(6) 格子多角形の面積を求めることができる。

(7) 図形をジオカードに記録し、面積、点の数、変形順序、凸か凹かなど、自分の観点で分類する。

(8)「凹図形はより大きな面積の図形に変形できる」という推測がもてる。

(9)「凸図形は変形によって、基本格子線分の正方形に近づけるほど面積は大きい」という推測がもてる。

(10) 変形による図形の面積の増減と図形の内部のピン数と間には関数関係があることの発見。

(11)「面積を最大にするには内部のピン数をできるだけ多くする」、「面積を最小にするには内部のピ

ン数をできるだけ少なくする」という推測をもって、変形できる。
(12) 関係の気づきや疑問や推測をグループやクラスで出し、対処や進め方を検討し、交流する。
(13) 具体例で確かめたり、反例を基に修正しながら、気づきや推測を裏づけ、説明する。
(14) 美的に得心する方法で最大面積や最小面積のパターンを追究し、一般化し、形式化する。

上記の諸点は、生徒の活動を観察し、指導する際の要点を示唆している。

【引用文献】

[1] 長崎栄三,瀬沼花子,富竹徹「算数・数学教育についての教師の態度」国立教育研究所紀要 No. 33. 1996. p. 74.

[2] Gattegno, C. "The science of education. Part 2B" Educational Solution 1988. pp. 118-134.

[3] 平林一栄「研究 教具論」赤羽千鶴ほか編『新数学教育講座 図形』吉野書房 1961. pp. 305-306.

[4] 阿部浩一、中島健三、岡浅次郎編『図形概念の形成とその指導』明治図書 1973. pp. 103.

[5] 狭間編「数学的活動の形成についての研究－ジオボードを活用した実践的教材開発－」科研成果報告書 1996

狭間,橋本,赤井,孤池,吉野,野村,田中,前田,高橋「ジオボード(格子点)を使った数学的活動についての研究」『数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会 1996.

赤井利行「ジオボードを使った数学的活動　」日本数学教育学会誌 臨時増刊 1996. p. 68

吉野瑛子「ジオボードを活用した実践的教材開発」日本数学教育学会誌 臨時増刊 1996. p. 315.

田中正男「ジオボード(格子点)を使った数学的活動」日本数学教育学会誌 臨時増刊 1996. p. 552.

[6] Bishop, A. J. (長崎栄三訳)「文化的文脈における数学教育」『Mathematics Education and Culture』 Kruwer Academic Publishers. (科研班内研究会資料)

学力から見た数学と社会的文脈

永野　重史
放送大学教授・国立教育研究所名誉所員

学力を人間観から考える

学力とは何かという問題を考えて、そこから、教育における「数学と社会的文脈」ということがどういうふうに出てくるのかということをお話しようと思います。その学力とは何かなんですが、文部省で新しい学力がどうのこうのと言ってるのとはぜんぜん関係ありません。学力を考える上ではまず人間観として何を考えるかです。私は、人間の「理性」(rationality)、要するに「合理的に考え、行動する能力」といってもいいし、それからわりに学校の先生方が好きな「ものを正しくみる」とか、「ありのままにみる」とかいうようなことでもよいかもしれませんが、そういう理性がどの程度備わっているかという点で人間観を分けることができるのではないかと思います。ここでは人間観を4つに分けて考えていきたいと思います。

人間は理性的な動物である

第1は、人間は理性的な動物である。物事を正しく自覚する能力があって、論理的に推論する能力が本来備わっていると。備わってないのはどこか不注意であるとか、怠けているとか、努力が足りないとか、あるいは勉強が足りないとかいうような見方をするものです。ですからよく学校の先生がおっしゃるような、教えたはずだぞと、ちゃんと教科書の説明を読んだのかというのは、読めばちゃんと理解できる理性があるはずなのに、それを使ってないという考えがあるんじゃないかと思うんです。

これは伝統的に昔からある考え方で、アリストテレスというのは論理学を打ち立てた人ですから、当然として、そのあとになりますと、ロックとかヒュームというイギリスの経験主義の哲学者。そのあとのソーンダイク以下の心理学者は結合主義と言っていますね。要するに学習というのは刺激に対して反応が起こる、そのときに望んでいる正しい反応が起こるように刺激と反応の結合ができることが学習だというような、単純な考えをもっている人たち。モデルは単純ですが、学習者の能力については教えたことは伝わるはずだという、いわば楽観的な見方をしていて、その楽観的な見方というのは、人間には理性が備わっているからということなんだと思うんです。

この見方からの教授観というのはどういうことかというと、教師は知識と知的な技能を貯蔵している人だと。ですから数学教育の場合でしたら、教師の頭のなかには数学が詰まっている。その教師の頭のなかに詰まっている数学を子どもたちに伝達するのが教授である。どうやるとその伝達ができるのかということは、非常に話が単純になって、例えばプログラム学習の場合でしたら、結局、知識を小出しにして出してやって、そして問題を出して、正しく答えたらそれでいいのだという合図を出してやる。それを続けていくと教師の頭のなかにある知識がだんだん学習者の間に伝わっていく。「スモールステップの原理」というのがありましたが、まさにそういう典型的なものだと思います。完全習得学習（マスタリーラーニング）も似たようなものでして、やはり基礎から順に少しずつ教師の知識を小出しにしていって伝えればいいんだと。順序を追って、その途中のところでしっかりしてない所があるとその先がだめになるんで、順序が決まっていて、確実に積み上げげていけばよいというような考え方をとっているわけであります。

文部省の新しい学力というのも、考えてみれば結局これなんじゃないかと思います。指導要録の説明をみますと、今度は絶対評価だからといって、課題はやさしい課題から順序よく難しい方へと並んでい

くんだと。あることができなかったらそういう課題の分析を行って、どこの所がわからなかったのか戻って教えてみるとか、そういうことをやればいいと。ですから、もしそういう知識の小出しに出していく順序が決まっていて、どこまではわかっているというような評価をするのが絶対評価というものであれば、まさにいま説明したようなプログラム学習の考え方とまったく同じわけで、新しい学力というのは元を質せば、ロック、ヒューム、ワトソン、スキナーのような考え方じゃないかというように思っていて、それについてはあまり言わないんです。新しい学力という言葉も使わないことにしています。それは非常に単純で、一見人間を馬鹿にしたようにしてまして、実際にスキナーが研究したのは、動物の研究ばかりしております。ネズミの研究から人間の学習をいろいろ考えていたわけであります。けれども、結局は同じことなんだというようなことで進めているわけであります。

人間は非理性的な動物である

第2に、それに対して全く否定的な考え方、プログラム学習というのではなくて、人間は理性的な動物だなんていう考え方にまったく否定的な考え方というのが教育界にはあると思うんです。人間を「非理性的」(irrational)な動物と見るものであり、フロイトの精神分析の理論が代表的なものです。

その典型的な教育というのは、ニールという人の教育、これは教育学者は非常に良いっていうんですが、イギリスに行って聞きましたら、「あんなものは流行ってない」と。だけど「日本では有名だ」って言いましたら、「変なのは外国へ行くと有名なんだ」と、「それが日本にもあるだろう」と、こういって、それはあるあると、こう言ったんですけど（笑い）。そういうものだと思いますけれども、知的な教育をするというよりは、感情を育てる。知的な教育に夢中になって、一生懸命怖い顔をして教育をやっているというような教師は、その敵意が生まれてくるような、その人の心の中にどこかおかしなところがあるんで、そういう攻撃性こそが子どもを損なうんだというようなことで、これは数学とはぜんぜん関係なくなってしまうんだと思うんです。要するに、数学なんてどうでもいいと、素直に伸びていくという方が大事だと。

ここで注目することは、このタイプの人たちというのは、要するに見たものがそのままに見えるとは思ってないわけです。それが何に見えるかというのは、その人の気持ちによっていろいろ見え方が違うわけで、例えば先生は数学のつもりで三角形を見せたとしても、子どものほうは×と○の中間に△をつけられるときの、あのいやな印というように思うかもしれないんで、それこそ理性的にどう思うかどうかというのは保障の限りではない。そういう本人の感情的な色彩の強い主観によって知覚というようなものも支配されてしまうというようなところを非常に重視するという点では第1の立場とはずいぶん違うわけです。教師と生徒の人間関係が大事だと。人間関係がうまくいってなければ、教師が何を説明したところで受入れるはずがない、そういうようなことも言います。ところで、実際に何を説明するかという教科指導の内容についてはほとんど言わないわけですが、そういう点で第1と非常に対照的な考え方なんです。ですが数学教育に直接関係ありませんから、次の第3に移ります。

人間は部分的に理性的な動物である

第3は、理性は限られている、つまり、理性的な動物かどうかというと、部分的にはということなんですね。

これは人工知能の研究が進むにつれて、実際には人工知能の研究が進む以前からもありましたけれども（ベイコンの「4つのアイドル（幻影・偶像）」などがあるが）、人間の知性というのは限界があるというのは最近の傾向じゃないかと思うんです。心理学の例を引きますと、例えば教育関係で有名なブルーナーという人がいますけれども、この人は若い頃は知覚の研究をしておりまして、いかに正しくも

のを判断することができないかという研究をやっておりました。非常におそろしいものがあると、見えるはずのものが見えなくなってしまうとか。あるいはブルーナーがやった実験で有名になったのは、ちょっと真似してやってみてもなかなかそうはいかないんですけれども、アメリカで貧しい子どもと豊かな子どもに硬貨の大きさを評定させる。要するに絵を書かせてもいいし、ボール紙でつくった円板の中からいろいろな値打ちの硬貨と同じ大きさの円板はどれかということを選び出させてもいいんですけれども、そういうことをすると貧乏かどうかによって硬貨の大きさが違って見えてるらしいというような研究をしたりして、非常に有名になりました。貧乏人のほうが硬貨を過大視しているというような調査結果を出しまして、そのあとはいろいろそれを確かめる研究も行われて、どうも大きさを過大視するんじゃなくて、大きさの関係を強調しすぎるんじゃないかと。つまり、アメリカの場合、硬貨の値打ちと大きさの関係が少し値打ちが高いのにうんと小さい金があったりして、具合悪いんですけれども、値打ちの少ない金を過少視して、値打ちの大きい金を過大視するという傾向を強調する傾向があるんじゃないかというように修正されたりしましたけれども…。要するに、頭のなかに硬貨の大きさというのをしまい込むときに、どうもそういうお金が欲しいというようなことが非常に関係してしまうというようなことを盛んに研究した。これはもう1950年より前のことですから、ずいぶん古いんですけれども、そういうような研究もありました。点の数をどうのこうのという研究もありましたし、要するにちゃんと見てるかといって怒られるんだけれども、そんな見えないということを言ったわけです。

それからほんの僅かあとになりますと、人間が記憶する、記憶といってもいろいろありますけれども、例えば数字の列を1回聞いて覚えられるのは何桁ぐらいかということについて、だいたい7桁ぐらい。まあ知能によって違いますけれども、おとなの場合7桁ぐらいじゃないか。ですから東京の電話番号ですと頭の3を取った残りが7桁ですから、3は初めから頭にあるとしてやると、だいたい大人なら1度で覚えられるけれども、もしこれ以上電話の桁数が増えたら、たいていの人は覚えられない。半分ぐらいの人が覚えられなくなって、途中まで押してはまた手帳を見ないとかけられないというようになる。つまり、頭の中に入れられるのは7桁という、記憶の限界は小さいものであって、そうするとそれを覚えるときにいろいろな手を使って、節をつけて、8桁になったら初めの局番のところで切ってみる。そして局番はまとまって頭のなかに、要するに、「1233123」という局番があったとしますと、「3123」というのをひとつの記号として覚えてしまえば、その分は1桁で処理されますから。そんな具合にして何段階かにして処理していくというようなことで少ない記憶力を補うとか、あるいは、「2346」というのを「フミヨム」といって、「フジサンロクオウムナク」というのを覚えるときも、あれは要するに数字を「フジサンロクオウムナク」というイメージの浮かぶ情景を思い浮かべれば覚えやすいようなものに置き換えてしまうとか。そんなようなことによって、いろいろ、そのまま覚えるんじゃなくて、いろいろ覚え方を苦心してなんとかするというような考え方が次第に強くなってまいりました。

コンピュータができてみると、非常によくわかるのは、ごく小さなコンピュータでも入力すればそれは入っているけれども、人間というのはそんなには入れられないということですね。それをどうするのかといったら、例えば筆算の場合でしたら一種の外部記憶として外に書いて計算するということで、それも一つの手なんですね。3番目はそういうようにして人間の理性には限界があるということを前提として、限界があるためにそれをなんとか処理するためには現実そのままというのは無理なんで、何か現実に変わる単純なモデルを作って、モデルを作るためにまたモデルを作るというようなことが必要になりますけれども、モデルを作って現実そのものの代わりをいろいろ操作して考えるということをやっているんだと。それによってうまくいった場合には非常に有能な、一見知性に見える能力を発揮する。でもそれは元々備わった知性なんじゃなくて、やりくりした知性なんだという考え方です。

この見方からの教授観ですと、非常に大事なのは、生徒は教師が教えたことをその通りに学習するわ

けではない。ワープロでもそうですれども、マニュアルをみてわからないときには、会社へ電話をしますと、すごく馬鹿にしているというか、冷たいというか、「マニュアルを読んだんですか」と言いまして、「一応読みましたが」と言うと、また馬鹿な客が電話をしてきたという調子でいろいろ説明をしてくれて、それでわかりますと、マニュアルを見ると書いてある。つまり、わかるとマニュアルに書いてあるんだけれども、わからなくて見るときは書いてないということを何度か経験しまして、これは教育をやる人間にとっては、子どもたちがそういう体験をしているんだということを知るのはよいことなんだと考えたことがあります。要するに、書いてあるからわかるというようなものじゃないというのが大原則ですね。その他にいろんな誤解が起こるということです。ですから、教師は、このことを前提として生徒の誤解も含めた認識を探りながらというのはですね、要するにどういう誤解をしているのか、あるいは、誤解といって悪ければ、どういうわかり方をしているのかということを考えながら対応する。そして機械的に第1の立場のように正しい答えが出たらほめるというだけでは身につかないというのが第3の考え方ですから、なんとか考え方がいい方向に向かうように援助するというのが第3の行き方です。

人間は集合的に理性的である

これまでの3つは個人心理学といいますかね、要するに個人のことを考えているわけなんで、グループのことを考えているわけじゃないんです。第4は、個人を考えていたんじゃやっぱりだめなんで、グループを、学校の教室の学習集団でもいいんですが、グループを考えてそのグループのなかで集合的にかなり理性的になると考える。非常に大きくグループを考えれば、人類としてと。こういうふうにやりますと、人類としてはだめなときもありますけれども非常に理性を発揮するというのは皆さんその目でご覧になればおわかりになると思うんですね。つまり、歴史的にいろいろなものが発明され、その発明したものを使ってまた考えるという具合にして、人類は人類全体の知的水準というのを非常に上げることができるわけでして、一番大きなグループとしては人類というものを考えれば、4番目の立場がおわかりいただけると思います。

でも一足跳びに人類に行かなくても、学級の中というようなことを考えていただきますと、要するに学級の中が集合的に理性的に動けるようになる。途中で何かとんでもない変なことを考えるということもあるけれども、変なことを考えるということで、ああそういう見方もあり得るのかということを学ぶ。話し合いをしている間にだんだんいい方向に行くというような授業があると思うんです。

要するにこの立場では、孤立した学習者が個人で考えていたのでは人間の限られた理性を補うことには限界がある。ですから、知恵の貸し借りをしたり作業を分担したりしてようやくなんとか切り抜けていけるんだということです。私は、人生残りの方が少なくなりましたので、少しずつこけが落っこっているらしくて、さっきまで知っていたはずのことが思い出せないということがありまして、そういうときにあまり勤め先ではやりませんけれども、家で「ほらあれあれ、あれ」とかいって、要するに家の者を私の記憶装置代わりに使って。こっちがどういうヒントを出すと思い出せるかが難しいんです。向こうもちゃんとした精巧な機械ではないから、コンピュータに入力したものと違ってうまい具合に出てこないところが悩みですけれども、要するに、人間が何人か暮らしていると、「ほら、あれあれ」ということで思い出してくれる仲間がいるというような具合で、なんとかやっていけるということがいろいろありますね。それは授業中もあるんじゃないかと思いますけれども…。

そして、ヴィゴツキーの「発達最近接領域説」というのがありますが、ヴィゴツキーというのは古い人で、スターリン時代には名前も消えているような人だったんですが、最近見直されているのは第4の立場に近いというの。人間の能力というのは人からヒントを与えられたりなんかすると、能力の水準と

いうのは上がるんだとか、発達段階といってここまで能力が伸びてきているとよく言うんだけど、そんなことは言えないんで、ふつう心理学者がそれまでいっていた、ここまで伸びているというのはわりに固まった能力のことをいっていて、その固まった能力の先にまだ非常に不安定な、うまく使うこともできないとか、いま伸びつつあるような能力というのがその周辺にある。それを「最近接領域」というように言っているんですが、そういうように能力を2つに分ければ固まった能力と伸びつつあるまだぶよぶよしたような能力に分けると。そのぶよぶよの部分は人の助けがあるとだんだんしっかりしていく部分なんで、教育というのはそこのところに働きかけるんだというようなことを言ったというんで有名なんですね。

この見方は、理性が不完全であるという点では第3の見方に非常に近いものですから、教授観も第3の見方で要求されるような技能に共通なものがたくさんあります。ただ、要するに学校でいえば教室のマネージメントといいますかね、生徒たちが同じ問題について真剣に考えていくように上手に取り仕切っていくというようなこと、つまり、社会的技能が要求される。

これは一つ例を上げますと、御茶の水大学の附属小学校で研究発表会のときに拝見した授業でしたけれども、マッチ棒、同じ長さの棒を何本でもいいです、10本なら10本と決めて、その10本のマッチ棒でできるだけ違う形の三角形を考えてこいというわけですね。本数が少ないほうでいうと、1本、1本、1本と、3辺がマッチ棒1本ずつの正三角形を作ればいいと。じゃ1辺を2本に変えてみる。そうするとどうなるか。これは三角形にならないですね。2本と、あと他に1本ずつ持ってきても2辺の和は他の1辺より大きいというふうに条件に当てはまらなくなりますから、三角形にならないんですが、4本のマッチ棒ではできないというぐらいは気がつくんですが、その本数が少し多くなってきますと、そうすると授業をみていたら、要するにこっちにこうやって、この1辺のマッチ棒の数と、それからこの2辺を足したものとが本数が同じなんですけれども、マッチ棒をつなげてますからほんのちょっとの加減で、非常に高さの小さい三角形が、見かけの上で三角形になるのができるんですね。その子どもたちがいろいろ作ってきた三角形を黒板のところに張ってみて、そのうちで本当は三角形になってない三角形を、今までとはちょっと違うのを作ってきたっていって出したら、他の子どもたちも初め、ふーんといって感心しましてね。感心したんですが、なんかちょっとへんなんじゃないかと、こっちにあるのと本数が同じなんだと。この底辺、底辺という言葉は言わないけれども、底辺と3つの辺が前にあがっているのとは、こっちは1本多いがどっか違っていなければいけないですね。それに1本増やすと、なんかへんじゃないかと、だんだん2辺の和が他の1辺と同じ本数になっちゃできないんじゃないかなあというような意見が強くなってきましてね。きちんと並べたらどうなるのかとか、こういうことを言いだしてね。マッチ棒だとできてるけど、じゃあ、ちゃんと書いてみたらどうなんだとか言いだして、ですから先生が出した課題というのは、そんな辺の間の長さの関係を考えなさいということは、ひとつも出してないんですけれども、とにかく決められた数のマッチ棒でできるだけ種類の違う三角形を作ってみろということで、課題としては全員がそういうものに取り組んで、ひとと違った新しいアイディアの三角形を作ろうという目標で非常に仲間の中の人間としてですね、がんばったんですね。

そうやっているうちに新種の三角形が出されたわけですが、それが新種かどうか、その新種かどうかを判定するにはどうしたらいいかという大事な問題が出てきましてね。その授業を見たときに、私は良い面白い授業だなと思ったんですが、それはなんなのかというと、この第1の先生の頭の中にあるやつをそのまま教えればいいというやり方じゃなくって、マッチ棒を使ってできるだけ違った三角形を作れといって、まず子どもたちにやる気を起こさせて、いろんなものを作らせてみる。作っているうちにいろいろ気づくことがあるだろう。それを学級の中で突き合わせてみて、そうするとそこにまたぼくの作ったのはもう出てるかなとかいって、いちいちもう出てるんだったらもうこれは残念ながら発表はできな

い。じゃあ、これはどうかという具合で一生懸命に三角形を比べるということがあるし、なんか似ているけれども、ちょっと違うかなとかいろいろ考えるんですね。そういうようにもっていくというのは、教師の一種の社会的な技能だと思うんです。

私は、もし、3番目か4番目のことを非常に重視するようになれば、新しい学力観といえるんじゃないかなと思いますけれども、どうも個性重視、それから学習の個別化とかというふうに進みますから、それならば話は逆なんで、第4というのは学習の個別化とは反対の生き方で、学習の集団化みたいなものですから、だいぶ違うのではないかなというように思います。人間に理性がどのくらい備わっているかという点からみた人間観の説明は以上で終わりです。

学力は学習者の属性ではない

次は簡単に言いますと、ヴィゴツキーの場合にも、この人間はこれだけの能力というようなことはいえないということを言ってるわけですが、近頃、そういう考えが非常に強くなってきました。そういうと指導要録に何を書くことになるのかというのは非常に難しくなりますけれども、学力は学習者の属性ではないというのは、ダイヤモンドの固さは10であるとかそういうような形では表すことができないということです。こういうときはこうだけれども、このときにはあまり能力はないとか、そういうようなものであるという見方です。

学力は、①学習するための活動（勉強のこつ）、②学習者の知識・興味、③教材の特徴、④評価問題、などによって変わるのです。ここでは、ジェンキンズ（Jenkins）やブランスフォード(Bransford)による『学習についての問題を探求するための構成的枠組み』をもとにお話しましょう。これは学者なり先生が考えるときの考え方の枠組みなんですね。それは、「正4面体」で図化されていて、その4つの頂点が、①学習活動（勉強のこつ）、②学習者の特性、③教材の特徴、④評価問題となっています。

学習者の特性

正4面体の上の頂点には「学習者の特性」(characteristics of the learner)というのがありますね。学習者の技能、知識、興味にあたるものです。

学習活動

それから、この正4面体の底面の左の頂点は「学習活動」（Learning activities）で、ここの立場では要するに例えば、「注意を向ける」(attention)というのも学習活動なのです。

それから、「練習」(rehearsal)というのは、機械的に学習するときに公式を底辺×高さ÷2なんていうのを公式を覚えようとして口のなかで何度もいってみるなんていうものです。英語の単語を覚えるのに、頭のなかでいってみるというのも「練習」です。覚えられない子どものなかには、その「練習」をしてみると覚える、何度も頭のなかで唱えてみると覚えられるという、学習活動を身につけてないという子どももいるわけですね。あるとき、貯金のどっちが得かとかいうような判断をすることや、溶液を作ったときにどっちが濃いかということを考えさせるというような問題を作って調査をしたんです。例えば、こっちの銀行もあっちの銀行も利率は同じだと。こっちに100万円預けた。あっちに150万円預けた。どっちが1年たったときにお金が増えているでしょうというような問題を出しますね。いくら増えているかということは聞いてないんですよ。どっちが増えているかというだけなんです。ですからその場合でしたら、元金が多ければ100万円と150万円だったら、150万円のほうがよけいになっているという判断はすぐ出ていいんじゃないかなとぼくは思ったんですが、必ずしもそうじゃない。というのは、なんか学校で習うと、なんでもかんでも公式通り計算をしなければいけなくなるんで、利率やなんかの

ややこしい数値があれば計算を間違えてだめというのがいるんですね。要するに比や割合のときに、どっちが得かとか、そういうおおざっぱな判断をするということを一つもやらなくて、いつでも公式が先生の頭の中にあって、元になる量と比べる量とかいって、私は授業を受けるとあれを聞いてるうちにだんだんわかってたこともわからなくなってくるような気がしてくるんですけれども、ああいうようなことですね。いったん、もしおおざっぱにどうなるかということがわかっていれば、計算したにしても、それで自分の計算結果を見直すといいますか、確認することができるわけですね。そういうかたちでおおざっぱに考えて計算して、計算結果を大きく誤らないように確認するとか、そんなことも「学習活動」のうちに入れていいんじゃないかと思うんです。

その他の問題では、ただ問題を解くというのでなければ、よく「似た問題はないか」とかいうようなのがポリアの本に出てきますね。その似た問題はないかといって探してみるというのも、これも学習活動のうちだと思うんです。その学習活動が実になってるかどうかというのは、それだけじゃ能力とはいえないんですけれども、学力といえないんですけれども、学力を支える一本の柱になってるというわけです。

評価問題

それから正四面体の底辺の左側の頂点は「評価問題」(criteria tasks)です。そこは、全部記憶に関する問題で、「認識」(recognition) というのは、見て、あっ、これは何とかだというように見てわかるやつ、多肢選択の中から正しい答えを選ぶようなのものです。「想起」(recall)というのは多肢選択ではなくて、答えを自分で書くような問題ですね。「転移」(transfer)というのは応用問題というふうに考えていただければいいです。それからは「問題解決」(problem solving)ですね。

全部これは記憶のカテゴリーなんですけれども、要するに学力を何で、どんな問題で、あるいはどんな場面における行動で調べるかということによって学力はおおいに違ってきちゃうんじゃないか。そうするとだいたい我々は受験問題型の評価で学力を考えていて、それ以外のことをやっていないんじゃないか。例えば、さっきいったようなどっちの貯金のほうが有利かというようなことですね。どうも算数というと計算をしてきちんとださなければいかんという傾向があって、おおざっぱにどっちがどうというような判断は求めないで、だんだんそういう力はつかなくなってくるんじゃないかと思うんですね。

教材の性質

正四面体の底辺の手前の頂点は「教材の性質」(nature of the materials)というんです。そこには、「様式」(modality)というのがありますが、これは、非常に単純にいえば、目で見たか、耳で聞いたか、あるいは目で見るにしても、表で見たか、グラフで見たか、文章で見たかというようなことです。

これは以前に、私、ＮＨＫの放送文化研究所でニュースのテロップをどうしたらいいかという研究をお手伝いしたことがありましてね。アナウンサーの言葉と、それを行を分けてまとまって整理したようなものを出すのと、どっちがいいかとか、これはまとまって整理するとどうもうまくないという結果でしたけれども、要するにアナウンサーの話のキーワードがその順序に並んでないと、そのキーワードの順序を変えて整理すると、すごく混乱が起こることがありました。

それから、為替レートが上がったとか下がったとかで何月にどうといって数字がたくさん出てくると話がこんがらがってわかんないから、それはグラフに描いたほうがいいんじゃないかといったんです。大人を調査するというのは被験者を集めるのが難しいんで、小学校の４年生に調査に行きました。ＮＨＫの人がいうんです、４年生で調査をしておけば、だいたい一般大衆の調査をしたのと同じようになりますと。それは一般大衆がそうなのか、４年生だったから特にそうだったのかわかんないんですが、グ

ラフは私が考えたのはだめでして、文章で言った方が頭に残っているんです。グラフはそのときちゃんと同じ文章に合わせて流しているんですよ。アナウンサーの声はちゃんと入っているんですけれども、その声が出ているときにテロップ型に要点を言葉で書いてあるほうがよくて、グラフはだめだったんですね。そんなようなことが要するに、教材の提示の仕方の問題です。

組合せ効果

少なくともこの４つを決めないことには、学力ってわからない。つまり、どの教授法がいいなんていうことははっきり言えないんだというのが、近頃の動向なんです。もうひとつ大事なことは、「組合せ効果」(interaction)があるということです。つまり、評価問題がどんなものであれば丸暗記のほうが勝ちとかいうようなことはあるわけでしてね。ですから学習活動も公式をはっきりきちんと覚えておくほうが勝ちとかいうような、そういうことはあるわけですよ。組合せ効果が、４つ要素があるうちの２つの組合せで考えたものは６つあると、さらに３つの要素が組合さったものは４つ考えなければいけないとか、４つの要素全部が組合さったものは１つしかないということです。わざわざ正四面体で表示しているというのは、この４つの要素が単独にではなくて、組合さっていろいろ学習に影響を与えるということをいうための図なんです。心理学的な話はこれくらいで終わります。

社会的文脈と人間観の関係

それでは、これまでの話と社会的文脈の関係に入りましょう。社会的文脈と人間観の関係では、第１の人間観の立場だったら、社会的文脈というのは得るところがあまりないんじゃないかなというふうに思うんですよね。そこで、数学と社会的文脈という立場から、算数の例を交えてお話しましょう。

２割引と３割引ではどちらが得か

一つは、前の指導要領の小学校３年生の社会科で、自分たちの市町村の商店街の働きを商店街としての販売の工夫や協力、客の利用の様子などから理解させ、なんていうところがありまして、それを真面目にグループ学習で、こっちのグループのお店、こっちのグループのお店というんで準備をしてやってたんです。社会科の学習です。

ところがそこで出てきたのが、客を寄せるための割引です。３年生なんですよ。割引といって、こっちが「さあさあ、いらっしゃい、いらっしゃい、１割引です」とこういうと、こっちが「２割引」、全然資本を投下してないんだから気楽に２割引、そうすると、こっちは「はい、こっちは３割引ですよ」ってやってるわけですね。それでね、３年生でもし割引がわかっているんだったら、苦労はないじゃないかと。あんな元になる量とか難しいことを言わないで、割引の話から入れちゃったほうがいいんじゃないかと思いまして。ところが子どもの言ってる割引はなんだろうと思ったんですね。２割引より３割引のほうが値段が安くなるということは、授業を見てるだけでわかるんです。念のために子どもたちに「割引なんてたいしたことを知ってるね、割引って一体何なんだ」と聞いたんですよ。そうしたら、一人が言ったのが、「割って引くんだ」と。なかなか出てきませんですけど割って引くんだと。そうしたらそれに同調する子どもたちが多くてね。「そうだ、そうだ、割って引きゃあいいんだよ」と。計算法としては。そこで、「それじゃね、わかった、割って引くんだな」と。「300円の品物があるんだけど、そうすると３割引というといくらになるんだ」とこう聞いたんですよ。そうしたら、「うん、それはね」といって、300円を３で割って100円ですね、それを引いてくれたわけです。それは大体偶然合うわけですけどね。よし、「200円か、300円のものが200円になるのか」というわけです。「だいぶ安くなるな、そうすると２割引きのときはどうなるんだろう」とこういったんですよ。大分安くなるな言ってるから

元気よくね、計算にとりかかりまして、２で割って、そしてもうその割ったとこで気がつきましたね。引きすぎだということに。要するに半分になっちゃったんですから、つまり２で割るということはとんでもない、半分にしちゃうことだということをそこで気がつきました。「だめだ、割って引くわけじゃない」と。先生が社会科の授業をやっているときに割り込んで聞いたんですから、私としては満足して引き下がりましたね。

要するに、割引というときに、ｎ割引だったらｎの大きさによって値引きした値段の順序関係は子どもたちにつかめている。子どもにとってはどっちが安いということは非常に大事なことですから、そっちから入っていくというようなことがあり得るんじゃないかなと思っているのが一つです。

円の真ん中は中心か

もう一つ例をあげたいのは、これはわりに最近ですけれども、円の学習のところで小学校でどうも教科書通りに教えるようなところがありまして、なんのためにやっているのか、円の中心だの直径だの、その言葉を教えたくて、あせっているような気がするんですね。ですから直径って何なのかっていうようなことについて、私の見た授業ではあまり熱心ではなかったんですよ。

それを見たときに感じたのは、例えば、私だったらどうするかなと思ったんですが、円と球というんですが、円より先に球を出しちゃってもいいんじゃないかな。サッカーボールとラグビーボールを持ってきて、子どもたちがそれまでにわりに経験しているのは身長を計るという活動はやっている。そうすると直径だのなんだの言わないで、ボールの背の高さを計ろうというようなことをやってもいいんじゃないか。ラグビーボールの場合は置き方によって背の高さは変わるわけですね。つまり寝てるか起きてるかというようなことが問題になるわけで、ですから背の高さは寝ているときに決まってるといわれるとそれがまた問題になっちゃうんだけれども、つまり姿勢によって高さが変わってしまう。初めは高さでいいんじゃないかな、直径などと言わないでボールの高さといっておいてもいいんではないかと。ラグビーボールはラグビーボールの姿勢によって高さが変わる。サッカーボールはどうやってもみんな同じ背の高さだというようなことから入っていって、ラグビーボールのことはそういう具合なんだねと。うまくころころ転がらないのも背の高さが変わってしまうせいだねというようなことを進めて、サッカーボールのときはこう転がしても、こっちに横に転がしてもぜんぜん変わらない。だからうまくボールは転がるんだと。

さて、この背の高さを難しい言葉ではこのボールの直径というんだよというふうに出してもいいんじゃなかろうかと。あと、直径についてはもうちょっと先にいったら別の扱いがほしいなとは思っているんですけれども。中心については教科書のなかにもそういうのがあったんだけれども、円の真ん中の点を中心といいますという、先生は真ん中の点とこういうようにいったって、それはすごく気になりましてね。真ん中というのは中心のことをやさしくいえば真ん中だし、偉そうにいえば中心なんで、何にもなってないじゃないかと。だったら真ん中というのは何なのかということがわからなければしょうがないじゃないかというような感想を抱いてきたんです。

直径

私は、直径というのは大学に入ってからですけど、平野次郎先生でしたかね、直径というのは２点間を結ぶ距離の内で最大のものである、だから正方形にも直径があると、長方形にも直径があるということを聞いてすごくびっくりしたことがあるんですよ。そうすると、扇形だったら直径はどうなのかとかね。だから円の直径に当たる部分はたしかにそれが直径になるんですが、扇形の中心角がちょうど60度だったら直径がたくさんあって、ここにもう１本同じ長さのがあるから、これも直径とかになるし、中

心角が60度より小さい場合だったらこっちはなくなっちゃって、こういうものの円の半径に当たるところが無限に直径がたくさんあるということになりますよね。そういうのはどこで教えるのかなと思いますけれども、一種の知的な楽しみとしてけっこう小学校高学年で入れても大丈夫じゃないかな、面白いんじゃないかなと思います。ただ、そういうのを直径と教えたときに入試からすると、用語の使い方はまるっきり狂ってますから、もし、私がそういう、よく考える子に育つ算数とかいう本を出せば、きっと家人からはそういう世の中を混乱させる本を書いてはいかんと言われるに違いないと思ってます。

線対称と点対称

これまでの系列を小学校のなかで考えると、円の学習を終わってからもう少し上にいってから合同というのが出てくるんです。そのときの合同の扱いをどうするかとか、その先にいって線対称が出てきて、それからその先にいってまた点対称が出てきて、みていると全部ばらばらなんですね。別のものとして扱っているんですが、もし私が全部どの学年も教えるんだったら、ちょっと円のことはあとにして、合同のところでは、線対称も合同としましょうというように教科書で枠で囲ってあったりするから、そういうように無理やりやらない。とにかく裏返さないと重ねられないというところは一応分けて、分けた上でこれも合同と呼んでおこうと。子どものほうには２種類合同があるというのは頭に残しておきたいと。

なぜかというと、先にいって線対称と点対称を習うときにもう一度合同のことを呼び起こして線対称はまさに対称変換があるんですから裏返すと重なるわけなんですよね。点対称の場合には、裏返さないで平面内の移動で重なる。ですからもし合同を２種類にわけておけば、点対称、線対称というのは別の目で見られたんじゃないかなと。さらに点対称をやったら、もう一度、点対称の中心こそ円の中心なんだと。したがってもう一度そこで円を呼び起こしてもらって、そして円を線対称として見ることもできるし、点対称としてみることもできますが、点対称としてみた場合に円の中心はまさに点対称の中心の点なんだというようなこととか。

では、三角形には中心があるのかないのか。この間、ある国立大の附属小学校に行ったら、二等辺三角形の中心とかいうのが出てきて、おやおやどうするかなと思っていたら、先生はなんかあんまりそれには触れずに話を逸らした感じでしたけれども、二等辺三角形には中心がないということもやっぱり、つまり二等辺三角形は線対称の図形ではあるけれども、点対称の図形ではないわけですよね。だから中心はないんだというようなこともやった方がいいんじゃないかなと思っております。

円と合同と線対称と点対称

皆さんはきっとお聞きになっていて、ラグビーボールをもってくるところは日常生活のことを関係づけたから、社会的文脈のほうになるというふうにお考えかもしれないけれども、教室というのも一つの社会的な状況なのです。つまり、数学をする社会というものがないときは、日常生活と結びつけるというのは一つの方法なんですね。つまり学習者の特性ということから言えば、日常生活でどういうふうに使っていることとつながるのかということはやったほうがいい。ですから、円の中心は真ん中なんだというのも、これはそれまでの子どもの予備知識とつなげる点ではいいんだと思うんですよ。ですが、いつまでも真ん中が中心だという言い方をしていたのでは、数学にならないんで、数学をやっている仲間というのは、どういうことを気にするのか。そういう数学をする仲間の付き合いをつくっていかなければいけないんじゃないかと思うんです。円と合同と線対称と点対称がなんの脈絡もなしに何学年は何というんで終わっているというのは、なんか小学校６年間を通じてその系統だけについてみても、数学教育をやってないんじゃないかなという気がしているんですよ。

つまり、数学というのはそこでね、こっちへいったらこっちに戻ってきて、こう見直せるというところがあるのが、数学以外もそうかもしれないけれども、そういうところがないと本当の数学教育にならないと思うのです。だから社会的文脈をどう考えるかですが、日常生活と結びつけるという面もあるけれども、なんか数学の活動というのは一体何なのかということです。日常生活で役に立つ実用的な問題だけやればいいかというと、それではまずいんで、何かいろいろな場面での共通に捉えられるような性質というのが数学の大事な問題なんだということもだんだん誘導していった上で、そういう問題も考えさせるというようなことをしてみたいというのがわたくしの感想です。

長さ

実は、私は幼児でも小学生でも使える新しい幼児向け教材を作りたいと言われて、12月に考えて4月に出すなんて出版として無茶苦茶な話なんですが、あわてていろんなことを言ってね。出たんですね。その本を持ってくるつもりで忘れたんですけれども、一つは「長さ」、つまり月ごとにテーマがあって、「長さ」とか、「穴」とかいうようなへんな題で幼児に配ったけど、小学生のお兄ちゃんが喜んで持っていっちゃうとか、それを見た学校の先生がこういう副教材が小学校にあるといいと言ってくれたとかいうんです。

それで長さのところでこういうことをやったんですね。長さというと、線があるところしか子どもたちは考えない。長さって別に線が長さなんじゃないんで、線じゃなくったって長さだとかいってラグビーボールの話とか、高さも長さで計っているわけで、高さの他に長さがあるわけで、高さも長さだし、幅も長さだといったら、それだけ言っておいたので、あとよし、わかったって言って、やった人が「高さも長さ」なんていうページを作ってね。そんなのがきたらうちの者は、こんな無茶なことを子どもに教えるなんてといって、うちの中で非常に非難されたんですが、皆さんはどう考えるますか。

また、話題として日常的かどうかわからないけれども、あまりにメートル法にこだわらないで、「一寸の虫にも五分の魂」なんていう言葉があるんだから、別に文部省の指導要領準拠じゃないから、一寸というのも入れちゃおうとか、畳の長さとか入れちゃおうとかいうんで一寸法師を出して、一寸法師は大体3センチといって、3センチの背の高さの一寸法師の絵があってね。それをいってから家に帰ってあわてて測ったんですよ。夜、家の者が寝静まってからね。お碗はだいたい深さが何センチか、何センチがおわかりですか。5センチくらいですね。お碗によって違いますけどね。ですから3センチの一寸法師が入れば絶対に外はわからない。おばあさんの箸を借りていたことになっていますが測りましたら女物の箸でだいたい20センチくらいありますね。ですから講談社の絵本にあったのはあれはなんだったんだろうと思ってね。お碗の舟に乗って確か箸で漕いでた絵があったなあというように思ったんですが絶対に駄目なんですね。ですから物差しを使うときにそういうのがいいんじゃないかなとぼくは思ってるんですよ。要するに葉書の長さなんていうようなのよりはね、そういう話のがいいんじゃないかな。そうやってけしかけたものですから、そのあと作ってくれる人が、一寸法師が畳のへりに寝るとだいたい何人くらい寝られることになるかと。だいたい90センチあるから3センチのが寝ると30人、ここに一寸法師が30人寝られる、こっちには60人寝られるとかね。なんかそういうのはやっぱり幼児のときからそういう馬鹿なことをいろいろ考えたほうがいいんじゃないかとね。やってけしかけたらね、わりにそのけしかけが強すぎたのかへんなのができて面白がってくれる人と不真面目でけしからんという人と両方いて、本にしたのはまずかったかな、でも授業ではいろいろ使えるんじゃないかなと思っている。

数学的生活を体験させる

要するに、子どもの生活とかにつなげて、自分の頭でいろいろ考えるということですね。すぐにはわ

かりませんが、高さとか幅とかいってるときの話と長さ、つまり長さという量はあるけれども、高さという量はないということをどこでも習わないような気がするんですよ。それもすこぶる数学的でないなと。円があったら中心から周までとか、周から周までというのはあるけれども、その途中だって長さはあるのに、ここところの長さというのはぜんぜん話に出てこないというのもずいぶん変だしね。

日常生活を大事にというのはあるけれども、数学の方からいったらどうなるのか。その日常生活をつなげて数学的に洗練していかなければいけないんじゃないかなと考えます。そのときには、やっぱり、数学的生活というのを算数・数学の時間に体験させるというのがないといけないんじゃないかなというように思っているのです。

【本稿は、私共の研究会での永野先生のご講演を、その記録テープをもとに、永野先生のご承諾を得て、長崎が整理したもので、全体の標題及び各節の標題も長崎が付しました。従って、文章についての責任は長崎にあります。】

科学教育の立場から見た数学教育

－楽しい数学を－

板倉　聖宣
板倉研究室長・国立教育研究所名誉所員

科学史・科学教育の研究者になったきっかけ

研究者になろうと思ったのは数学教育が元です。高等学校の学生のときに、旧制ですが、１年か２年のときに、たまたま古本屋で小倉金之助さんの『数学教育の根本問題』という本を、もともと教育に少し関心があって、家庭教師の帰りだったと思いますが、それを見つけて読んですごく感動して、教育研究というものが科学研究の対象であるという気がいたしました。もともと数学は好きだったんですが、小学校以来ずっと学校の先生が教えてくださる数学は気に入らなかったということがあります。それで数学教育なら自分でもできそうだという気がいたしまして、それからやっぱり小倉金之助さんの訳された『カジョリ初等数学史』を読んで、またやる気になった。同時に小倉金之助さんという人が気にいった。それから科学史の方に進み、自然科学の特に物理学の歴史のほうに興味をもちました。

数学というものは、なんとなく、道楽の対象にしてはいいが職業にしてはいけないという感じがありました。初めから数学教育はやってもいいなと思いましたけれども、数学研究というものを考えてはございません。それから数学史というのにはいけなくて、物理、物に直結したことでないとおまんまが食えないという感じがいたしました。物理教育とか物理学の歴史、私の物理学の歴史は物理教育と直結しております。あるいは自然科学の歴史学、自然科学の教育と直結しております。初めから科学教育とか数学教育を専攻するつもりで研究者になった。日本ではというか、世界ではといってもいいんではないかと思いますけれども、教師になるつもりで学校を出た人はたくさんいますけれども、科学教育とか数学教育を専攻するつもりで研究者になった人はほとんどいないんじゃないかと思います。

それから、科学の歴史でも、数学の歴史にしても、そのことを研究するのが専門とする研究者という人はほとんどいない。たいがいはどこかで落ちこぼれて、あるいはどこかで年をとって、そして教育学とか歴史学へ。しかし、たいへん幸福なことというか、私が大学に入ったときに東大に科学史のコースができました。そこに入って、そこの第１期生ですが、入ったときから不満で、当時は敗戦直後だったから生意気な学生が多かったんですが、その生意気な学生の中でも、特別に生意気だった。当時はそんなことぜったい思ってませんでしたけれども、いまから考えると、とんでもなく生意気だった学生で、先生方よりもぼくのほうが正しい、ずっとよく知ってるという意識がありました。それは当たり前なんで、東大の教育学科とか科学史科哲学というのは、教授のポストを増やすために作った学科でありますから、専任の科学史家もいなかった。だから、物理学の先生や生物学の先生が、少し科学史が好きだと科学史を教えるという。ぼくは高等学校の学生の時代から科学史家になるつもりで研究してたんですから、これはぜんぜん話にならないです。だから、大学には奨学金をもらうために行っておりました。それでもそういう科学史をやったり、そのころは数学史が一番面白かったですね。ぼくの科学史の大前提は教育史です。普通の人は物理学者だったり数学者だったりする人が物理学史や科学史をやるわけですが、私の場合はそうではなくて、教育が先です。

物理学と物理教育、数学と数学教育

そういう意味で大学の学生の頃から学問的に非常に生意気になってきております。それが尾を引いて、いまでも生意気なんです。科学教育の方も、学会で話をすると、湯川秀樹さんや数学者の末綱如一さんなんかがいて、そういうところで雑談しておりますと、湯川さんはもう功なり名を遂げてますから勝手なことをいいます。「いまの数学はなってないね」とか言います。末綱さんは湯川さんより年上だと思うんですけど、「ああ左様でございますか」です。なんか立ち上がりから勝負が決まってしまうようで、中身の話をしてほしいなと思います。私などは、「湯川さんは物理学を知らないから」と平気で申します。それで物理学をよくわかっている人がものをいうと、物理教育はぜんぜん自信なくなってしまう。物理教育学会へ行ってもそうですね。ほとんど立ち上がる前に勝負になってしまいます。今もなおかつ科学教育も数学教育も、あまり自信のない方がやっているんじゃないかと心配です。

もっとも、自信だけあって実力がないというのはもっと悲惨なことになりますけど。しかし、自信がないと実力も伴わない。だいたい話が怖くてできないような気がするんです。そんなの数学じゃないよなんて誰からか言われると、ああ、左様でございますかというふうな数学教育者はもう話にならない。数学者が数学を知らないというふうに言ったほうがいいと思います。それは当たり前なんです。私のほうが湯川さんより物理学をよく知ってるのに決まってるんです。

これは、湯川さんは素粒子論が専門ですから、素粒子論については詳しく知ってます。私が素粒子論について湯川さんより詳しいなどと一つも考えたことはないんです。ところが、物理学全般を勉強しているのはぼくにかないっこないんです。湯川さんとか朝永さんとか、ああいう大物はね、第一線の研究をやっても、やっぱりかなり基礎的な勉強してますね。それは明らかですが、しかし、ぼくらは物理学を全般的に見る。全般的に見てるというのと、部分的に見てる、深い所から見てますから高い立場から見た数学とかね、傾聴する点が多かったりします。高い立場から見るということと、広い立場から見るということと2つありますね。それで、広い立場から見るのは教育の方がある意味では専門です。それから高いという点では、今まで教育者は研究者らしくなくて、文部省の学習指導要領の立場ばっかり考えて研究するという馬鹿なことをやってて、それで視野が広くなりっこない。立場も高くなりっこない。視野を、数学教育ということで高い立場を取った、その高い立場から見る数学とか、科学とかが見えると、そう思っております。ですから、初めから生意気な議論をいたしますがご勘弁願います。

数学は現実から生まれる

私の知り合いの数学関係の人というのは大体、数学教育協議会の人たちで、日本数学教育学会と対立しております。遠山啓さんとか銀林浩さんとかという方と多少おつきあいがあります。だけども、数教協の人たちの数学教育にも不満があります。特に不満なのは、本日、話題になっている数学と社会的文脈と。文脈というのはどういうことかよくからない、言葉の使い方がよくありません。要するに社会と数学とのつながりといったもの。

数学というものは、社会の中から発生した。これはもう科学史、数学史では定説であって、疑う余地がない。ギリシャの幾何学がエジプトの測量技術から始まったとか、商業数学があって代数が始まったとか。ただ、実用的な数学から抽象化への道という数学自身の面白さというものがあって、数学は実用そのものでは止まってないわけですね。実用から抽象化、それは面白いわけですね。数学そのものの面白さというものを追求した人が数学を作ってきた。それで、現代数学といわれる時代になって、数学は数学のために数学を研究するのだという意識が強くなってしまいます。数学史の上では異常なことです。これこそが本来の数学の姿だと思っている数学者が多いので困るんですが、それはその人たちが数学を

知らないからだと私は思います。

立ち上がりからそういうふうにいってしまうと、ずいぶん発想が違ってくるんですよ。数学者に聞いて、これが本当の数学でございますかというふうに数学教育の関係者がいってたらね。発想が初めから、自分で考えることができないんですから大変なことなんです。例えば、ほとんどすべての数学が現実の中から生まれてきている。それで、リーマン幾何学とかいうあたりからだんだんと、あるいはガウスあたりから抽象数学というのが、生まれてきて、そして、数学教育の近代化で、小倉金之助あたりはギリシャ数学の伝統、ユークリッド幾何学の伝統を断ち切って数学教育を実用的なものにするということに全力を注いでいる。クラインとかペリーとかという人がいますが、そういう人たちが数学教育の実用化をした。これを「数学教育の近代化運動」と言ってるんですけどね。その後、「数学教育の現代化運動」というのが始まって、見事に失敗した。これは文部省も日数教も数教協もみんな同罪であったように思います。つまり、数学教育者が数学者のいうままになって現代数学的な考え方を取り始めた。では現代数学って一体何なんだと。抽象的な数学が現代数学なんだという考え方があるようですけれども、これは数学を知っているかどうか、私は極めて疑問であります。

数学はつくるもの

私は数学はつくるものだと思っております。これは学生の頃から思っています。数学教育の世界で、数学はつくるものだということを強調して教育しようという考え方があるようですけれど、なんかずいぶん無理をして数学をつくるものだといってるなと。わかってないで言ってるなと、誰かわかっている人が何人かいるんだろうけど、ほとんどの人がわかんないで言ってるから、異様に空虚な響きをもつ。

今なお、現代数学は現実の世界から抽象化してくる部分が圧倒的に多いのではないかと、私は気がしておりますけれども、これは本当に気がしてるんです。現代数学史は何も勉強しておりませんので、しかし現代数学史の時間はせいぜい100年ですから、いくら長くてもたった100年ですから、その前の数学ははるか長いんです。現代に生きている人は、物理学者もそうですけれども、この50年とか100年が本当の科学の歴史であって、その前は素人芸だと思ったりしているんですが、私は逆なので、例えば、リーマンとかガウスとかという人がいますけれども、私から見てもちょっと泥くさすぎるほど泥くさい人です。抽象数学というとすごく抽象的な数学だと思って、そういう数学を数学者が書いたりすると、やっぱりすごく抽象的な数学にしますね。フーリエ展開をやったフーリエの数学は非常に抽象的です。現代数学をやっている人が書くと、現実との断ち切りのほうが好きなので断ち切ってしまう。

例えば、ファラデーが電磁気学をつくったとする。電磁気学に合う数学はないんですね。電磁気学に合う数学がないからどうするかというと、数学を知らないほうが電磁気学の研究ができるんです。つまり、数学ができるとどうなるかというと、インチキな数学を使って電磁気学を研究します。リーマンもガウスも、その当時の数学を使って研究しようとする。リーマン、ガウスの仲間にウエーバーという人がいますが、電磁気学というものをつくった。電磁気学をつくったのは、つまり微分積分学。ニュートン力学で成果を上げた微分積分学をそのまま電磁気学に使うわけです。その電磁気学というのは対象が違うんですから、構造が違う可能性がある。力学の枠の中に入るものだったならば、その数学で間に合うんですね。ところが、力学というものは点の運動ですね、基本的に。太陽の周りの惑星の運動だったり原子の運動だったりする。地球も点と考えて運動をする。そういうふうな運動です。だんだんと仕事が増えて弾性体の力学になってくる。弾性体の力学は点の集合体として弾性体を扱う。だから一応ニュートン力学でニュートンの微分積分学。

ところがね、電磁気学というのは連続体です。初めから連続体です。連続体の物理学ですから、点の

数学では扱えないところなんです。だからこれは新しい数学をつくらなきゃならない。ところが新しい数学をつくるほどの有能なガウスとかリーマンという人がいるわけですが、できません。なぜかというと、電磁気学をよく知らないからです。それで、ファラデーさんはたいへん幸せなことに、数学を知りませんでした。どのぐらい知らなかったかというと、三角関数という表を引くことはできたんです。彼の本には三角関数の表が載ってます。あとは数式はゼロです。こんな論文があるんですよ。いまノーベル賞を2つも3つももらってもおかしくないような仕事はしたけれども、数学はいっさい知らない。だから私は、数学というものの発展のことを考えても、数学は落ちこぼれた子どもがいたら、その子どもの数学が落ちこぼれたことを大事にして、あまり教えないようにしてほしい。変な数学で、自信がなくならないようにですね。で、空間の状態をイメージするわけですね。イメージで書くんですね、数学をね。そうするとこんなふうに、こんなふうに書くわけですよ。そして描いたのが本当かうそかというのはどうやって決まるかというと、実験するんでしょ。こんなことがあってもいいんじゃないかと。で、実験すれば当たるんですね。もちろん外れることだってあるんです。外れることはたくさんあるんだけれども、当たったことがいくつかあれば…。科学のいいところはね、大部分はうそいってるんですよ。時々当たればいいんで、当たりが大きければいいですね。1億円の宝くじが当たればいいんで、いくつかね。科学でそうやって空間の電磁気的な状態というものをイメージする。ゴムひもを伸ばしたようなものだとか、いろんなことを考えるんですね。そういうときに一方では、フーリエさんが熱が伝達する、その数学的構造を明らかにしてフーリエ解析やるんですね。だから現実の問題として、ファラデーさんはいっさい数学を使わなかったけれども、マクスウェルさんというのはたいへん数学のできる人で、この人がファラデーさんの物理学はすばらしく面白いというんで、これを数学化するんですよ。それで電磁気学ができるわけです。それで、数学的にいえば、偏微分ができるんです。空間の数学ができるんですね。空間の力学を叙述するための数学なんだと、簡単なんですね。偏微分というと微分がわかったやつがまた偏微分ですごくわからなくなっちゃうんですけどね。不思議で不思議でしょうがないんですけどね。非常に簡単なことです。ただ、空間を記述するということをしなければいけない。それで、偏微分学などが発達するんですね。偏微分学が出ても別に数学的には群だとか環だとかというような現代数学の言葉の世界と比べれば、結果としては応用数学の範囲という、微分学から偏微分学へ入ってという感じですか。

貧困になる創造性

その後の数学は、だんだんと、現実から生み出されて数学ができたようでない話が多いんですが、私はこれを疑っております。疑っている理由は、数学史を勉強したからではなくて、例えば現代物理学者はだんだんと創造性が貧困になっていると思うんですね。数学者は知りませんよ。おそらく数学者も貧困になっているんじゃないかなと私は思うんですが。なぜ物理学者は貧困になったかというと、湯川・朝永ぐらいの世代の人たちは、古典物理学を勉強しているんですよね。古典物理学は現実の世界とくっついているんですね。量子力学というのはね、見えないんですね、初めから。非常に抽象化してるんです。だけどね、量子力学だとか素粒子力学とかいう世界は、考えるときはやっぱりイメージ化しないと考えられないんですよ。どうやってイメージするか。古典物理学をちゃんと勉強していると、そのイメージが使えるでしょ。ちゃんと勉強していないのはどういうのかというとね、粗末な物理学です。質点の力学だけはやるかも知れないけれども、剛体の力学はやらないでいくわけですね。湯川さんの先生で、ほとんど大きな仕事をしなかった有名な人がいるんです。それで、教科書をちょこちょこと書いてる。で、剛体の力学なんていう教科書を書いたりして、そういうものを勉強したんでしょ。そうすると、空

間とかなんとかが見えるんですね。だから、そういうモデルは作れるんですよ。モデルを作れない物理学者というのが多くなった。これではだめだと。おそらく日本の物理学者が大きな仕事をできないのはそのためです。おそらく欧米ではね、アメリカ・イギリスなんかは古典物理学なんかを好きな人がまだたくさんいて、日本の優等生は古典物理学はうるさいとか、古臭いというんで勉強しないで、現代のものだけをやる。モデルが作れないから創造性はぜんぜん湧かないですよ。

熱についての教育学

実は昨日はすごく忙しかったんですが、それは熱がわからなくて、熱についてわかりたくて、やっと熱についての教育学ができたんです。

ここにある、例えば、水をこぼすと水が蒸発しますね。この水が蒸発するのはなぜなんだと。なぜなんだといって、水は蒸発する性質があるから蒸発するんだと。日本の教科書はほとんどそうです。私が学校の子どもときからそうです。それはそうですね。水が蒸発する性質があるから。それでもいいですよ。もっと困るのは、これ撒くでしょ、夏の暑いとき撒くでしょ。そうすると蒸発して涼しくなるのね。なぜだと。これは蒸発して、周りの気化熱を奪ってと言ってる。これはもう許せない。なんで泥棒してまでも蒸発するんだと。泥棒してまでも蒸発するんだったら蒸発するのをやめてだね、じっとしておけというわけですね。なぜ蒸発するのか。これは分子運動でやれば簡単なんです。これは早い分子と遅い分子がいるんですよ。早い分子と遅い分子がいて、早い分子と遅い分子が極端に違うんですよ。ほとんどゼロの分子があるかと思うと、マッハ10ぐらいの分子ですね。こんなのごちゃごちゃにしてるんですからね。早いやつは出ちゃうんですよね。奪って出るんじゃないんですよ、勝手に出ちゃうんですよ。ついつい衝動で出ちゃう。家出しちゃう。そうすると、早いやつが出ると、これが遅くなるでしょ。平均はね。平均が遅くなると温度が下がったというんです。空間に出たやつはね、脱出するんですからね、家出したりなんかするにはエネルギー使いますよね。学校で暴れたやつが社会に出たら元気かというと、学校を飛び出るのに元気を使い果して、あまり元気なくなっちゃう。暴力団なんかではぜんぜん下っぱになっちゃう。だから上も平均速度は減るんですよね。両方減るから温度が下がる。原子分子論のときに説明すればそれで簡単なんですが、原子分子のときに説明するという発想が、呆れたことに日本の科学者にない。私が統計力学を教わったりなんかした先生も、子ども向きの、温度となんとか、という本を書くとね、いっさい分子論的説明をしない。自分も研究したのは分子論なんですよ。ところが今できない。おそらく説明しない。そういうことについてちゃんと書いてある本は、3冊あったんですけど、3冊ともアメリカ人です。日本語の文献ですよ。つまり、物理学的なイメージができてないんですよ。日本で一流という人がぜんぜん駄目なんです。

現実的な感覚

つまり、これは初等熱学かもしれないけれども、例えば、ファインマンなんていう人はちゃんと書いてるんです。ていねいに書いてます。ところがファインマンに近い領域の仕事をした人は書けないんです。なんで書けないのか。学力がないからじゃないですよ。現実的な感覚だと。現実的な問題とすると、日本人はふーっと吹くんですよね。熱くなったらね。熱くて吹くのは当たり前だと。日本人は当たり前だと思ってもね、外人は当たり前じゃないんです。吹くなどというお行儀の悪いことはしてはいけないんです。だから、吹くなどというお行儀の悪いことはしてはいけないから、それは物理の教科書には出ないです。そうすると外国人が書かないから、日本人の科学者も書かないんです。まったく現実から離れてるんですよね。物理学も。なぜ吹いたら下がるのかと。それやるとすぐわかっちゃうんです。吹く

と暴れ者が出ちゃうからね。学校静かにするの簡単なんですよ。高等学校は簡単でしょ。暴れるやつを出しちゃうでしょ。中学校は出せないからね、いつまでたっても暴れてるでしょ。暴れたらふっと吹けばいいんです。また吹くと暴れだすやつが出ますよ。またふーっと吹く。ふーっと吹いて永遠に吹いたらどのくらい下がると思いますか。もちろん、わさわさしてると、このへんが暖かいのがくるかもしれないですよ。ふーっと吹くとね、もしもですよ、完全にこの周りを真空にしちゃうんですね。外から熱が入らないとマイナス10度にもなっちゃうんですよ、吹いてたら。それで分子運動論というのがわかるんです。分子運動論なんていうのは、数学でやって導入するから、マクスウェルの分子運動論というのは難しくてしょうがないから、大学で教えるということなんです。私は小学校で教えろというんです。これがわからないからね、商売やったって金儲けできないんです。経済学者になっても駄目なんだと思うんですね。そういう人たちが物理学や数学をちゃんとわかっていれば、もっとましな経済学者やましな歴史学者がでる。歴史学者という人は、みんな大学まで出て優等生ですよ、一応はね。数学を１をとったんでは駄目なんですよね。歴史学者になるんだってなれないですよね。だから、かなりできるのに全然駄目、小学校程度の数学は。現実感覚が全然ないからです。

一番初めに数学を考えた人は、モデルがあって、ある瞬間に分子がこんな運動をしたから、ぱっと粒になっちゃったんですね。それは数学的構造をやらなきゃだめですよ。私なんかカタストロフィーの数学なんか出たとき、すごくうれしかったですね。私はその数学をつくりだしたくてしょうがなかったんです。革命の理論をやりたかった。どういうときに革命が起こるか。それは数学をモデルにやらなきゃだめだと。こういうことは、現実の世界からたくさん出てくるんですね。

現実の世界から学ぶ

フィールズ賞というのがあって、えらい数学者がもらうそうですが、ノーベル賞をもらうような人たちは、超一流かというと、あれは一流です。そのなかで流行のテーマを作る人ね、新しい学問を作る人。新しい学問を作る人は現実の世界から学ぶんですね。経済学から学んだり、物理学から学んだりしてるはずだと思うんです。そして、そのことは言わない。物理学者は恥ずかしがり屋で、数学者は極端に恥ずかしがり屋やなんです。というか、嘘つきなんです。自分が研究した土台は言わないんです。頭がいいから考えたのといいたいんです。それは嘘です。だから数学者のいうことは信ずるなと。あとからみたら、なんでこんなことを考えたかね。時々、そういう人たちはどうして考えたかというとって話をするんですが、ほとんどの人は話さない。

ヘーゲルの『大論理学』という有名な本があって、難解なので有名なんです。日本語の本も岩波から出てるんですけど、もってるんだけれども、わかんないです。ところがドイツ語でみてわかるんです。いい加減なドイツ語でも、日本語で読むよりわかるんです。ヘーゲルは水車が回ってどうのこうのとイメージして書いてるんですね。論理の問題を。日本語にするとね、水車という言葉が哲学用語になっちゃう。回転物体が…（笑い）となっちゃって、わかんないです。そういうことを発見したのは、私、哲学者で三枝博音という人とちょっとつきあいがあったから。彼は抽象的な弁証法とかなんとかつくったけど、面白くないんですけども、日常で会話すると面白いのです（笑い）。非常に具体的で、とんちんかんでね。きっと、現代数学も、おそらくは下部構造にはいろんな実用的な関係があって、数学ができてるに違いない。それで日本の抽象数学、現代数学をやってる人たちは、外国の超一流の人たちにだまされて、その枠内によってね、それで論文を書いているだけなんだという気がしてなりません。

超一流の学者

ぼくなんか、勝手に威張ったりするのは、ぼくの友達は超一流の学者ばかりなんですね。ファラデーさんとかね。リーマンさんとガウスさんとかね。それ以下のちょっと普通のノーベル賞をとったのは私の友達じゃないです。面白くないもの、それは。じゃそんな、おれたちは大数学者じゃないと思うかも知れないけども、そうではありません。現代数学の後ろにくっついてたりするにはね、社会的文脈なんかしなくたっていいかも知れない。現実の世界の問題は、開拓するんです。歴史学者としても、あるいは経済学者としても、あるいはラーメン屋としてもね。ラーメン屋さんになったらラーメンが売れる法則をつくりたくなるでしょ。経済学読んでね、ラーメン屋が儲かる法則なんか探したってないわね。じゃないから諦めるかというと、そうじゃないでしょ。ラーメン屋が儲かる法則って知ってればすごく儲かるでしょ。

板倉の法則

板倉の法則はほとんどまだないですけれども、いくつか作ろうと思ってますが、ひとつだけ非常に変な法則があります。教育研究集会における本の売上に関する「板倉の法則」です。不思議な法則があります。これすごく当たるんです。

それはどういうのかというと、教育研究集会がある。それで派遣費用に文部省から学会費がでる。だから日本の教育はだめになる。つまり、居候の身なんだね、みんな。ぼくらの研究というのはそうじゃないんです。みんな手弁当です。こういう研究会をやったら1,000円や2,000円の会費は当たり前です。2,000円であれば、20人いれば会費収入40,000円でしょ。そのときに、ここの研究会にふさわしい本が置いてあるとどのくらい本が売れるか。すごく当たるんですよ。本の会費総収入、本の売上を、研究会だと実験器具なんかを含めますが、それで板倉の係数がだいたい1.5 から0.7 ぐらいの間だと。もう少し傲慢になりまして、今はなんといってるかというと、「板倉の原理」です。

法則と原理とどうやって区別するか知ってますか。数学の人が原理というのはかなり便利に使いますけれども、ちょっと私の使い方は違うんです。法則というのは実験によって間違いが指摘される。それで、法則は実験に合わなかったらすぐ捨てる。原理というのは、もしもその原理と違う現象があったとしたら、その現象が間違っている。物質の不滅の法則というのは原理なんですね。物質の不滅の原理なんです。もし物質がなくなったとしたら、おまえどこか見逃してるぞということです。だから、事実は原理を否定しない。例えばエネルギー不滅の法則なんかは原理なんです、法則じゃないんです。エネルギー不滅の原理。浮力の原理なんていいますけど、あれは浮力の根拠がはっきりしなかったものだから原理という名前を使ったんで、いまは法則です。

教育研究集会で、板倉の原理に合わなかったら、原理ですから、教育研究集会としてはおおいに間違っている。ぜんぜん教育研究集会ではないのだと。あるいはその研究会は研究会だったかもしれないけれども、ぜんぜん成果を上げなかった。だからみんな本を買う気がしなかった。あるいは会議がなし。これが悲惨だったんですね。原理とするとこれに合うように事実を変えるわけです。そのくらい有効性があります。

路上の数学

そういう原理をみんな誰でも作るんですよ。作れるのに作ろうとしない。数学教育を受けてない人が作っています。「路上の数学」という研究があります。心理屋さんね。学校にぜんぜん行ってない、だから数学も勉強してない、にもかかわらず彼らは路上でいろんなものを売ることができる。売ることが

できるというのはね、学校とは２個買えば２倍、３個買えば３倍、単純なことやって。社会ではそんなことは成立しないでしょ。10個買えば安くなるんですよ。10個買えば安くなるんですから、複雑なんです。おまけつけなきゃいけないんです。そういう数学はね。学校では教えてくれないんですよね。そこへいろんなものを教える。金科玉条で動きが取れない。

だからものを買うときには、従業員だったら負けてくれません、社長だったら負けてくれます。元値を知ってるから。ふつう買うよりも100倍買ったら、2、3割は引きます。そういう数学は、路上の、学校に行ってない子どもができるんです。学校教育はだめです。従業員にしかだめで、社長になれないんです。そういう数学をやろうと思います。だから数学を作るんだと。

自分の数学をつくる

学校でやるときに数学つくるような気持ちでつくればいいんですよね。だから、ぼくはなんでもいいから未知数をｘとおく、速度をｖとする、電流をｉとするとなんてね。なんでもいいんだ、記号なんてね。なんでもいいですよといいながら記号は決まってるんですね。なんでもいいのならπだと。ちょっと待ったですね。時間をｔとする、タイムですね。英語教育を受けてたらすぐわかるんです。ｉはなんだ。ｉはインテンスです。電流のカレントのｃにしないのか。ｃは高速度で奪われちゃってる。だからそのときに、覚えやすいように決めるようなことを一回でもやれば、覚えやすい。これはアメリカ人的な、イギリス人的なんだ。昔の数学の教科書にも物理の教科書にもｖがなにか、ちゃんと英語が入っていた。敵性言語だからやめちゃった。しかし、ｖという文字を入れたり、ｔという文字をいれる限り、時間、タイムをｔとするとって書けばすぐわかるでしょ。

つまり数学の基本というものは、ぼくらが都合のいいようにつくったんです。教師が採点するのに都合がいいようにね、みんながわからないように都合のいいようにつくったんじゃないんです。私は『暗号と記号』という本を書こうと思って、これさえできれば数学教育は相当救われると思っていたりしているんですが。暗号はわからないからあるんですね。ｘがなんだか、ｉがなんだかわかんないんです。記号はだれでもわかりますね。トイレの標識は人間が２人立ってるとね。外国の方でもわかる。そういうふうに我々がわかりやすいように、いろんなものを工夫することができる。自分がわかりやすいように。それは自分がそば屋であればそば屋の数学をつくる。そうするとどうしますか。1000円のどんぶりと300円のもりと400円のざるとの入れ物を区別する。食べおわってもなにを食べたかすぐわかるようにする。これが飲食店の原則でしょう。そして条件反射的に、どんぶりごとぱっとどんぶり計算、どんぶり計算じゃないちゃんとした計算ができる。それでね、一時期ね、好景気が始まったときに、いちばん初めに困ったのが飲食店の従業員がいないということです。特に町の小さなおそば屋さんは従業員のなり手がいなかったですよ。大変だったですよ。それで学校で数学も全部落ちこぼれ、そういう子どもでもいいからいってくれと。これが１年たつとぼくなんかよりぱっとできるんですね。数学１だったから自分で数学つくるんですよ。数学の式に当てはめて自分の問題を解こうとしないんですよ。それは初めから無駄だと思っているのね。彼は数学できないんだから。中途半端にできるやつは数学の式を使ってそれは難しくてできないということはある。だけど数学の落ちこぼれは数学の問題をつくるんですよ。独特の計算で、どんぶりの計算で、どんぶりをぱっとみるとね。だから暗算する人はそろばんを思い浮かべてやるでしょう。どんぶりを思い浮かべてふっとできちゃうんですね。

社会の問題も理科の問題も数学に入れる

ぼくらは『楽しい授業』という雑誌を出していますが、あの研究会には理科の先生も社会科の先生もいる、英語の先生も、国語の先生もいるんです。ぼくのひとつの狙いは、そういう先生が例えばグラフをちゃんと描けるようにすると。グラフがちゃんと描けるようになれば、自分の問題が解決する糸口になる。それが描けなかったらぜんぜん駄目だ。グラフというものが描けるようになってない。

私がこんなことをいうのは、私はある意味では数学教師からいうと一番よい数学教育を受けることができたから。ぼくは島田先生の間接の教え子でね。戦争中の中学校の数学の教科書、『数学一類、数学二類』ですね。長崎さんが研究してますが、その時代の数学です。しかもすごく乗ってた若い先生に教わった。予習復習は一切ぼくはしませんでしたけれども、楽しかった。その時代の数学は現実の問題とつながりがちゃんとあった。社会的な問題がちゃんと入ってた。半分は幸せなことがあります。なぜかというと、理科教育が数学の話を一切いれなかったんです。昭和10年から出た小学校の算術教科書『緑表紙』のときの『小学理科書』というのはてこや滑車を扱っても、摩擦を扱っても数が出てこない。これは数学教育の領域だと。理科の塩野直道さんというのは物理学者なんですよ。数学の先生じゃないんですよ。物理学科卒業で松本高校の物理の先生なんです。だから彼は数学の教科書を作ったって、物理が出ちゃうんですね。理科の教科書はぜんぜん数がないんですから。だから、『緑表紙』に数を大胆に入れられる。あれは才覚があったこともあるし、理科教育の遅れを逆手にとった。そしてあとで理科教育の中に数学が入ってくると、数学がそういうものよりちょっと退化する。権利がなくなっちゃった。いまはかわいそうですよ、数学もね。壁ができちゃったんだものね。社会科の問題とか物理の問題、どんどん数学に入れちゃえばいいんですね。そうすれば数学も楽しくなるし、物理も楽しくなるんです。

楽しいから勉強する

私は、最近やっと数学教育の問題に立ち返ってまいりました。『2倍、3倍の世界』なんていう授業書、私は大変よくできたと思っておりますが、あるいは『広さと面積』という授業書、あるいはいま『証明の授業』というのができつつありますが、そういうのを私たちの仲間でつくっております。『2倍、3倍の世界』なんていうのは直観と数学が合わないという世界、しかも2倍、3倍という日常生活用語は非常に混乱しているという世界、そういうことで2倍、3倍というものを教えると、すごく面白いですね。ところが数学教育専門の方からは反応がほとんどありません。

なぜ数学で面倒な計算をするかと。面倒な計算をするのは、したほうがいいからです。ところで面倒な計算をするのは試験にいいということだけは本当なんですね。現実の問題を解くためにいいと思わないんですね。コピー器を使うときに下手すると数学の先生ぐらい計算できないでしょう。これを2倍拡大にしてなんていうと面積を2倍にするのか長さを2倍にするのかわからなくなっちゃってね。それで地図の2倍とか、地図の3倍とかね。よくわかんなくなっちゃうし。ちゃんと計算すれば、この枠内に絵を収めたいんだとちょっと計算すればね。私なんか計算する能力がないから電卓という便利なものがあるから、2+3だって電卓を使わないとやらないからね。それほど学力は劣ってるんです。それで2÷3でも、1.5 倍かって。あ、ぴったり合ってるとかね。それが現時点とつながりがあれば面倒な計算もやる気がある。電卓をだすくらいの気はある。いまは電卓さえだす気はしないね。理系の数学をみてもそうなのです。学習能力は衰えていますが、素晴らしいことです。

学習能力が衰えているのはなぜかっていうのは出世願望が衰えたということですよ。つまんない勉強はしなくなったということです。本当に楽しい勉強ならするということです。昔は国立大学を出た連中のほうが優秀でした、明らかに。同じように一生懸命勉強したけれども、そのうちに私立大学のほうが

優秀になってきたと私は思う。私立大学だから勉強しなくていい科目がいっぱいあるんですよね。だから勉強したくないやつは勉強しないという。お金持ちになれば勉強しない権利が買えるんですね。私はけしからんと思ったね。私は貧乏だったから。しかし、楽しくないやつは勉強しなくてもいいということになったら、逆にいえば楽しかったらすごくいい。

私が感動した話のひとつは、小倉金之助さんは初めから、生まれたときから回船問屋の跡取り息子になるために生まれてきた。だから学校に行く必要はなかった。だから出世するために勉強したんじゃなかったんです。ただ勉強したかったんです。だから思い切った勉強してますよ。中学校にいったら高校の教科書買わないんだよ。そんなものいらないと。ぜんぜん親たちも勉強しろといわないから。自分の好きな勉強だけできる。だって試験なんか考えてないんだから。それが本当の人間です。

数学を勉強したい子どもができたら素晴らしいことだと思ってください。そういう子どもたちが魅力のある数学教育をつくるチャンスだと。そうしたらそういう数学者たちがとっても面白い数学をつくるでしょう。

【本稿は、私共の研究会での板倉先生のご講演を、その記録テープをもとに、板倉先生のご承諾を得て、長崎が整理したもので、全体の標題及び各節の標題も長崎が付しました。従って、文章についての責任は長崎にあります。】

学校数学の中での社会との関連 －歴史的回顧－

島田　茂
東京理科大学

1．はじめに

学校数学、とくに小学校や中学校の場合に焦点を当てて、標題のテーマについて、回顧してみようと思う。ただし、史料をチェックした上での研究的な立場からでなく、長い間の個人的な印象をもとにした老人の回顧談としてお読みいただきたい。

関連の様相が大きく変わったのは、どうも1960～1970年代の数学教育現代化運動が一つの境目になっているように思われる。そこで、これを区切りの目安において話を進めることにする。

現代化前の教育での社会的なものの扱いという場合に、これも大きく、黒表紙時代と、それ以降の２つに分けられる。

2．現代化前

（1）黒表紙時代

第一は、明治の学制の始まりから、昭和の初め頃までで、そこでは「生活上必須ノ知識ヲ与ヘ」ということが算術教育の目的の一つにされていた。

ここでの「生活上」の意味は、教科書等からみると、成人の生活で、子どもの教育は、成人生活への準備という感じが強い。しかも、その成人生活は、現実に多くの大人が行っている現実のものというよりは、子どもが成人後に経験するであろう近未来のあるべき姿としての生活であることがしばしばである。

①現実の成人生活とのかかわり

最も典型的な例は、乗法の応用の場としての買い物である。単価×数量＝値段という関係を当然の知識として扱っている。よく考えてみると、これは１個ずつ買うことが問題になるような場合であって、ある程度の数量までの範囲での約束ごとである。数量のけたが違ってくれば、別のモデルが必要になる。買い物をしてお釣りをもらう場合でも、釣銭を出すというための手数料にというのは考えない習慣になっている。このように、当然のことのように行われる計算でも、そこには、買い手と売り手の間に、一種の社会的習慣ないしとりきめが隠れて存在している。しかし、教える場合に、それは当然もらえるものという形で扱い、背後の修正は反省しない。「知識ヲ与ヘ」という言い方には、この行き方を承認する含みがあると思われるのは、私の読みすぎであろうか。

買い物の例は、現実の成人生活をだいたいそのまま写したもの（当時の買い物には、少しまけろという交渉がつきものであったろうが）であるが、もう一つの社会的な背景のもとに立つ例をあげてみよう。商売の場合の有利、不利の目安に、割合を用いることである。利益を割合で比較することは、その背後に同種の取引が何度も繰り返えされることを前提としている。

これを例にするために私が用意してきた一例を示してみよう。

例．ある離島へ旅行して、小遣いが10000円余った。土産を買って、帰ってから売ってもうけたい。

　　品物Ａは島では、6000円するが、帰って売ると7800円で売れる。

　　品物Ｂは島では、10000円、帰って売れば12500円である。

　どちらを買って帰る方がもうかるか。

解. Ａの利益は1800円、Ｂの利益は2500円、Ｂの方がもうかる。しかし、手持ちの金が30000円ならどうか。Ａなら５個買えて9000円の利益、Ｂなら３個買えて7500円の利益、Ａを買う方がもうかる。

Ａの利益率は30%、Ｂの利益率は25%というのは、いくつも買って売りつけることができる場合の総利益を知るための目安である。本来の問題は、総利益の全額である。

割合を用いる場合は、その背景に何らかの意味の繰り返し（あるいは変数）が前提されていると考えてよい。しかし、実際に、利益率など扱う場合に、こうした背景の考慮はしないで、割合で考えるものだと教えているのではなかろうか。

②近未来の社会生活

明治から大正にかけて、日本は社会生活の多くの面で、先進国に追いつくための努力をしており、学校数学もその一翼をになった。西洋数学の採用そして普及が、その最大のものであるが、それより細かいところでいくつかの例をあげてみよう。これらの内容は、当時の普通の人達の社会生活では、あまり普及していなかったものである。

１）暦と年令

太陽暦と、現行の週日制は、行政制度の上では、1870年代から採用されていたが、社会の慣習は、以前のままの状態が長く続いた。しかし、学校数学の上では、早くからこれによっていた。とくに、閏年のおき方については、算数の実用例として一つの教材になっていた。４年ごとに閏年をおくことは、太陽暦導入に伴って実行されていたが、西暦の年数が100の倍数（したがって４の倍数）であっても、400の倍数でないときは、閏年としないということは、1900年に近くなって政府が初めて気づいたようである。これを法令として明示したのは、1900年に近づいた1898年のことであった。そのことの普及のためにも、学校数学は一役を買っていた。

このやり方は太陽年を、365.2524日とするやり方で、実際の値365.242212日にきわめて近い。端数の 0.2524 を4倍すると1より少し大きくなる。そのときの誤差 0.0024 の400倍は、 0.96 で１より小さいが、１にきわめて近い。そこで、400年に1回は、4年ごとにおく閏年を１つやめる。この計算が、小数の計算のよい実例と考えられたのである。私ども、これを教えこまれた一人で、今でも、 365.2524 という数値を記憶している。より正確には、端下は 0.2422 だということは、最近まで知らなかった。

もう一つの例が満年令の計算である。年令を満でいうのが一般に普及したのは、戦後のことで、それまでは、数え年が普通であった。私たちの年代には、早うまれ、遅うまれという法があり、数えで６つの子どもが早うまれとされていた。ところで、４月１日生まれの子どもはどちらになるのかちよっとわかりにくい。４月１日生まれの子どもが満６才に達する日は、３月31日である。その日の翌日以降の最初の入学日に小学校にあがるのだから、４月１日生まれは、早うまれの方にはいるので、４月２日生まれから遅うまれということになる。一般に、期間を年、月、週、日で数える場合、境目をどう考えるかは、ややこしい問題があるので、民法でこれを規定している。

これも、計算に社会の仕組みが入りこんでくる例である。その当時に、年令算という四則の応用問題があったが、これは、２人の人の年令差は、常に一定ということを前提にして考えるものであった。これは、数え年の制度の場合は、適用できるが、満年令になると、誕生日が違うと、一定値にならず１だけ狂いがでてくる。これを考慮すると問題はちよっとややこしくなることもあるのだが、そのことはずっと後まで考えられず、いつしか年令算はあまり取り上げげられないようになった。

２）貯蓄と投資

日本の資本主義制度を発達させていく上で、貯蓄と投資の意義を、一般の人にもよくわかってもらお

うという考えが、20世紀前半で強くなり、大正の末ごろから、預貯金、株式、公社債の利益の計算（利息、利回り等）が、小学校の内容に入り、また中等学校では、積み立て金、年金の計算が級数の応用例として取り上げられ、手形の割り引きなども、内容になった。これらは、みな子ども、一般人の生活からは、縁遠いものであったが、望まれる近未来の姿の一面として、考えられたのであろう。当時の大人の社会生活の上で金融の仕組みからいえば、頼母子講や無盡のほうが一般的だったように思うが、それは、あまり望ましくないものとして学校教育の内容とはならなかった。

3）メートル法

法制的な面でのメートル法への切り替えは、20世紀の前半で行われ、学校数学は、その時点からメートル法主体のものになった。しかし、これを一般社会の人が日常に用いるようになるのは、戦後1960年（1956年計量法として法制的にも再出発）以降である。その間は、学校は社会を先取りしていた。メートル法と呼ばれた国際的な計量単位の制度は、1960年、電磁気その他に関する量も含めたもっと広いシステムに改訂され、キロ、センチ等の補助単位のためにつける接頭辞も新しいものが追加され、国際単位系という名前のものになり、これに応じてわが国の計量法もその趣旨に改正された。しかし、1960年代以降の学校数学の上に、この新しい制度が登場するのは、以前の場合と違い、ずっと遅れていて、現行の学習指導要領や教科書ではメートル法のままであって、国際単位系という名称もないし、新聞記事などに出てくる新しく加わった補助単位のための接頭辞、例えばメガとかナノなど、についての説明もない。時代を先取りしていた以前の考えかたとは大きく違っている。

（2）緑表紙以後

20世紀前半のいわゆる大正デモクラシー時代になると、成人生活のための準備という観点が反省され、児童中心主義という主張が強くなってきて、1930年代からの緑表紙の国定教科書の発行とともに、小学校の算数教育は大きく様がわりした。成人のための教材、例えば、株式、公社債のような内容は姿を消し、子どもの生活の中での社会的な背景が表面に出てきた。一例をあげれば、買い物という場面も家のお使いとしての買い物で責任を果たすという視点が中心となった。中学校の数学も、1940年代になって、この方向を受けて様がわりした。社会とのかかわりの面でいえば、経済的な面よりは、それを支えるものとしての科学技術の根底としての数学という視点に立つようになったといえる。その大きな例は、静力学や機械などが、数学が生まれ、応用される場として取り上げられた。比例や反比例への導入、およびそれの応用としての、テコ、輪軸、歯車が、また、図形の決定条件の導入、応用の場面としての四関節チェーン、測量などが新しい教材として登場した。それは、現実の場面の情況を、一度、数学的な言葉で言い直して数学化するということを数学科の内容であると考えたことになる。現在の言葉でモデル化といわれることに相当する。（しかし、この考えが実際に現場で生かされたのかというと、大勢においては否と言わざるを得ない。）

現実とのかかわりから、数学的なものを工夫して抽出し、これを仕上げていくという考えは、実は戦争後も続いている。その流れを理屈の上で高めて社会と数学との関係を、まともに考えて、カリキュラムの基本におこうと考えたのは、1951年の学習指導要領であった。そこでは、大まかにいえば、社会の必要（当時の最大課題であった日本の民主化であり、平和国家の建設であった。）が数学とどう関わるかということを、

1． 物事を正確にしていく
2． わかりよく、はっきりと人に伝える。
3． 労力を節約して、能率をよくする。

4.　筋道をたてて人にもわからせる。

ということが民主的な社会の運営の上に不可欠で、数学の発展の契機もそこにあるという捉え方であった。これは、いわば、近未来の先取りであり、子どもの生活指導としての算数・数学科であったといえる。これをはっきりした形に述べているのが、小学校の学習指導要領で、その第2章、算数科の一般目標の中で、目標を述べる前に、「1．算数とわれわれの生活」という部の中で、

1．数、2．計算、3．測量、4．図形、5．記号

の5領域について、それらがどう進歩してきており、上記の必要にどのように関わってくるかを説明している。詳しくは、本文を読んでいただきたいが、ここでは、その方向性を示すため、分節の小見出しとして用いた。その分節の要約のいくつかを例示しておこう。

【命数法、記数法について】（以下、下線は筆者がつけたもの）

・十進法が考え出されて、個数がどんなに多くなっても、たやすく数えられるようになった。

・記数法が進歩して、どんなに大きな数でも、かんたんに記録ができ、また簡単に数の大きさを比べることができるようになった。

・命数法や記数法が進歩して、数を他の人々にやさしく伝えることができるようになった。

【計算について】

・肉体的な労力をできるだけ用いないで、個数を知ることができるようになった。

・精神的な労力をできるだけ用いないで、個数を知ることができるようになった。

・計算の使い（？扱い）方が理解でき、また式を用いることができれば、計算に用いることができれば、計算に用いられている思考や資料を、他人に伝えることができたり、また反省したりすることができる。

【測定について】

・単位が統一され、量の大きさを他人に正しく伝えることができるようになった。

・測定が進歩して、量の大きさを、手軽に知ることができるようになった。

・測定が進歩して、量の大きさを、いっそう詳しく知ることができるようになった。

以下、図形について、用法・記号についてと同じような表現が続く。

これらのまとめ方は、いま見てみれば、同じ方向性をとりながら、もっと改善することができるように思われるが、世の中の必要をある意味で数学的にとらえて、これに応ずる教え方を考えようという態度をとったところに、この時点での学習指導要領の哲学があったと思う。

この後の学習指導要領の作り方では、学習指導要領の法的な性格の方が強く意識される（試案という文字が消えた）ようになったためか、必要をどうとらえるかということには、立ち入れず、漠然と「～のよさを知る」という語でそれをカバーする立場をとってきたように思われる。「～のよさを知る」という語に、でき上っているものを眺めるというニュアンスが伴うことは否定できないように思われる。そして、系統学習というモットーから、カリキュラムの構成が、論証的な筋道（当然、子供の立場での）を中軸とし、社会的な文脈は、数学の中味をわからせるための二次的なものとして扱われるようになっていた。その背後には、「数学的な内容を本当によく数学的に理解させておけば、社会に出て必要が起きたら、その社会的必要に応じて上手に対処できる。数字以外の面の考察を必要とする社会的ないし自然科学的なことを数学教育の場に持ち込むことは、手間がかかるだけで望ましくない」という考え方があるように思われる。

内容の精選というモットーのもとに、削られるのは、そのような内容であった。

３．数学教育現代化とそれ以後

1960～1970年代に国際的に活発になった現代化運動は、わが国にも影響を及ぼした。現代化の考えについての議論は、ここでは一応棚上げにして、その方向の改革では、社会とのつながりということが、導入の手段にしかならないという前記の傾向が一層高まったということだけを指導しておこう。

この方向は、結果的に児童生徒の数学離れの傾向に拍車をかけてきた。「なんのためにこれを勉強しなければいけないの」という疑問を、教室ではっきり言ってくれる場合は、まだ対応の方法があろうが、そんな疑問は心の中に秘めたまま、「つまらない」として勉強を捨ててしまう場合の方がむしろ多いのでないかと思われる。

その一方で、社会と数学とのかかわりは、時代とともにずんずん深くなっている。戦後の社会で普及してきたその一例は、紙の規則版の普及である。これは、紙の形に止まらず、まず封筒の形（Ａ４版を３つ折りしたのが、定形封筒の大きい方、Ｂ５版の３つ折りが小さい方）であり、書類鞄、その他の文房具のサイズにも及んでいる。（鞄を買いに行ったら、Ｂ４の用紙を入れるのでしたら、このサイズの手のものでと言われて、ハッとしたのを覚えている。）数学と社会とのかかわりは、20世紀後半にはいって、諸現象のモデル化の手法の発達、コンピュータの進歩に伴い大きく様変わりしている。新しく生活に入ってきて、日常見聞きするその例として、天気予報の降水確率とか、スーパーなどに見られるバーコードなどがある。

現代化の軌道修正とし生まれてきたのが、当初は、基礎・基本に帰れということであったが、基本・基礎の把え方が、問題である。その反省から、さらに新しい傾向として、数学と数学外とのつながりを考えに入れた基本・基礎ということになった。こうして、子どもたちに、数学が、生活に深くかかわることを自覚させて、数学の学習にもっと引き付けるようにしょうとする試みがでてきた。

国際数学委員会（ＩＣＭＩ）とユネスコの協同事業として、一連のシリーズにまとめられた、『数学と他教科との協力』という本や、アメリカでのモデル作りをプロジェクトとして用いるカリキュラム開発、あるいは、わが国の中学校で行われようとしている「課題学習」などは、このような試みの一例と考えられる。これらの流れの中で、私は最近、イギリスの（現在はオーストラリアの） Bishop 教授が著した『Mathematical Enculturation』という本を読んで、強い感銘を受けた。Enculturation という語は、私にはなじみのない語であったが、どうもその意味は、文化になじませるということのようで、Mathematical Enculturation という語の意味するところは、数学を一つの自分から離れた技術的な体系として学ぶのでなく、子どもたちが広義の文化生活を学ぶ中から、その中のある必要を満たしていくものとして数学という下位文化を構築させることの意味で、これこそが数学教育の名に値するものだということである。少し読んでみると、大まかな感じが、この本は、1952年版の学習指導要領の線を、もっと体系的に、もっとスマートにしていったものという感じを受け、「あれ！」という驚きを感じた。

この本では、数学的な活動を、下の６つに分けている。

１．数えること　(counting)

２．位置を示すこと　(locating)

３．測ること　(messuring)

４．デザインすること　(designing)

５．遊ぶこと　(playing)

６．説明すること　(explaining)

５番目の「遊ぶこと」というのがあげてあって、「あっ、1952年版で一番欠けていたのがこれだったな」と思った。ゲームは、一つの約束ごとの諒解の上に立てたことで、数学のある面は、記号のゲームとも

いえる。数学とのかかわりが大きいにもかかわらず、なぜか教室には持ち込みにくいという心情が、当時の私たちの頭の中にあったように思う。（当時、時間さえあれば、仲間と麻雀をしていたくせに）

Bishop 教授は、これらの活動をする中で、考え方の上で、感じ方や態度の上で、人とのつながりの上で、どんな価値を追求しているのかをリストアップし、その取り合わせの上で、カリキュラムの枠組みを、考えている。数学の価値をどう受け止めていくかということを重要な指導内容と見ているわけで、そう考えると、数学の勉強をしっかりやったかということを見るにも、今行われているような答えがあらかじめきまった問題をどう技術的に解くかということだけで、評価するだけではすまなくなる。

以上、現代化の軌道修正後には、数学と、数学外の世界、そこにおける人間の文化的な営みの関係から、数学学習をもっと生徒に意義の実感できるものにしていこうという動きが出ていることを述べた。この動きは、教育的に見て本物であると思う。

しかし、その方向に、教える内容や教え方を進めていくには、これまでにない努力が必要である。その意味でこの研究プロジェクトの進展には大きな期待をもっている。社会に組みこまれた数学的なものを抽出する作業として、一つは、諸法規の調査ということをあげてみたい。計量法、交通法規等には、業者側を規制する規則だけでなく、消費者、運転者に直接かかわる規則もあり、そのあたりのものが、数学的な言葉で表現されている。

国際条約の中には、例えば、領海の定義のような数学的なものが、面白い所にはいっているものもある。

質 疑 応 答

司会　島田先生には歴史的な面と最近のということでお話いただきました。どうもありがとうございました。何か今のお話のなかでご質問ありましたらどうぞご自由にお願いいたします。

質問　昭和26年版の学習指導要領には「試案」と書いてありますが、実際に施行されたのですか。

島田　試案というのは、文部省が命令するのではありません。試みにこういうものを
出してみたのです、皆さん、参考にしてみてくださいという試案なんです。だから文部省も非常に謙虚なんですよ。法的基準であるなんて偉そうなことはいわないのです。だからこのときのぼくら文部省にいた間にでていた話なのですけれど、「法的基準てどういうことだといったら、指導主事や文部省の人はこの本の立場で議論する。相手はそれに逆らった議論をする。こっちの人が議論に負けたら相手は好きなふうにやってよろしい。相手が議論に負けたらこっちの言ったようにやらなければいけない。それが法的基準というので、教育的な意味の法的基準というのはその程度のことなんだ。」ということでした。向こうに立派な理由があってやらないというのならそれだっていいじゃないかと。しかし、教組と文部省が喧嘩しちゃって、そんな呑気なことをいっていられない状態がこの本が出たあとで起きてきました。そのとき以前はまだ教組と文部省はそんな喧嘩するほどの仲じゃなかったのですけどね。勤務評定騒動あたりからですね。勤務評定をやらなければいけないと文部省が考えた時期にはかなり教組は威張ってたのですね。そんな呑気なことをいってられなくなって、法律的なほうに傾いていったのはその後からです。

質問　先生は戦前から現代化前と現代化以降という大きな掌握をしておられますけれども、現代化前の単元学習についてはどうお考えですか。

島田　単元学習からいわゆる系統学習に変わった時期でね。そのときも教える中身についての考え方

はそんなに変わってないのですよ。例えばカレンダーの話だって入っていましたし、確か満年齢の話も入っていた。ですから世の中で使っているものを学校で一応教えておくというのはだいたい入っています。ただ、系統学習になって社会的なものの扱いが軽くなりました。とくに、中学校の数学での扱いが軽くなったのです。ひとつの例は、計量法をそんなに強調しなくなった。確か計量法は昭和26年に正式に強制力をもって土地建物以外のところは計量法で生かしていけということになったのです。そんなことあんまりいうなという空気になって、計量法に言及しなくなりました。それからもうひとつなくなったのが、計算尺かな。また、軽くしていったのは測量でした。要するに、中学校のほうは実際問題にあんまり深くタッチしないでいきましょうという雰囲気が強くなったのです。小学校のほうはだいたい残っているのです。株式とか社債とかがなくしましたが。だけど、やめたすぐあとあたりから池田さんになって所得倍増計画が出てきて、やっとけばよかったというようなもんですよ（笑い）。

質問　単元学習のときは、流れとしては後のモデル化のはしりという面もあるのですが、これはその後、なくなったと考えてよろしいでしょうか。

島田　全体としては非常に軽減されたのです。まず単元学習の時代に数学で扱っていた、やさしい静力学はやめさせられたのです。これはもう理科でやりなさいということでした。それから機構学は少し残ったけれども、難しいところは全部カットされました。やっぱりやめております。このときにいちばん面白い教材だと思ったのは、昔の足踏みミシンでの踏み板を上下に動かして、それを回転運動に変えるからくりです。あれは物理が難しいのではなくて、ただ、機械のつながりが問題なんですよね。だから面白かったのだけれども、ピストンの動きや何かとともにやめになって、測量もうんと軽くなったのです。

質問　全体として社会的なものが題材として軽くなってきた背景には日本特有のなにか考え方というのがあるのでしょうか。

島田　明治期のあれは文明開化ですよ。外国の文化に早く追いつけという態勢が強いのじゃないかと。それでなかったら、算数だけからいったら無盡のほうが郵便貯金よりも面白いですよね。確率は入ってくるしね。利息の計算は入ってくる。だからそういうのをやらずにああいうのをやっていたということは、追いつけ負い越せの姿勢からでしょう。満年齢の計算は子どもに不思議が起きたから入ってきたのかもしれませんね。４月１日までの子は早あがりなんですよね。４月２日は遅あがり、それが子どもには不思議に思えるんですね。そうすると満年齢の計算はどうなるのか、満６歳から入学という話とそのことを一生懸命に考え合わせなきゃできない。満年齢の計算はずっと戦争中からしばらく、お誕生日にひとつ歳をとるんだということと、お誕生日の前の日にひとつ歳を取るのだという両説があってね。４月１日生まれが早生まれだということはお誕生日の前の日に満６歳になるんだという説。満６歳になった日の翌日以降の最初の入学日というのは４月１日になるから４月１日に入れるんだと、そういう解釈なんですよね。これは明治の時代に文部省が通達を入れてる。だからみんなはそういう生徒がいると、あら、不思議だなあということになる。そうすると問題が自然と子どものなかの問題になってくる。いなかったら満年齢なんて本当にぼくらの時代は全部数え年ですからね。なにやってんだ、これという感じです（笑い）。だから要するにもっと開けた世界、科学的な社会機構にあっさりいえば資本主義社会機構に早く馴染ませていこう、それに障害になるものをできるだけ除去していこうという気持ちはあったんじゃないでしょうかね。それがそういういやらしい言い方ではなくて、富国強兵というみんなの納得するモットーで文明開化、富国強兵というモットーで新しいことをやる傾向だったんじゃないかな。

メートル法の学校における位置づけなんていうものは教育史的にみると面白いですよ。国際主義旺盛だった大正末期から昭和初期にかけては学校ではメートル法でなければ駄目という考えで、学校ではメートル法にする大きさの感覚を身につけることに努力が払われていました。大阪の四天王寺、戦後では大阪学芸大学の四天王寺分校で使っていた校舎は前は付属小学校の校舎だったんですね。あそこにはね、この廊下は向こう端まで何メートルですと書いた板が壁に貼ってありました。ここに置いてある庭石は何キログラムだという表示もあったように思います。メートル法を早く身につけろと一生懸命やっていた名残りです。昭和のその後の時期になると復古調が出てまいります。古典的な尺貫法をあんまり軽視してはいかんというようなことで、これも復活してくる。国粋主義的な貴族院議員が「伊勢の皇太神宮はメートル法で建てられると思うか、文部大臣」なんていって、質問が出ていました。建てられるのに決まってるいんだけど（笑い）。それを建てられるなんていったら文部大臣は辞職に追い込まれる。

質問　社会的な課題と関連づけて教えるというのはやはり難しいですね。

島田　難しいですよ。完全に先生がいままでより労苦が多くなるんですよ。だからまたね、基本的にいいますとね、教員養成のシステムからやりかえなければいけない。その教員養成のシステムが入ってくる、学生の勉強もやりかえなければならないといったら、これはグルグル回りの論法になって永久にできないことですね（笑い）。しかし、ひとつは数学の歴史といろんなところにおける民族的な数学の動きとかね。そういうものの知識がかなりこれの元にしてる。だからやっぱりそういうところがわかると、例えば地図が発達するみたいにいま我々の持ってるような地図だけが地図じゃないということですね。これは民族博物館というのが大阪にありますが、あそこへ行ってみるとわかります。ポリネシアの海洋民族の使った地図、海図というのは全然我々の地図とは違っています。しかし、どこの島に行くにはそれをみながら行くとちゃんと行けるようになっている。だから地図の役割を果しているんだけど、地図のとらえ方自身はぜんぜん違うということがあるんで、いろんなとこが同じ目的に対していろんなアプローチをしている。そのなかでヨーロッパの数学だけがいちばんいろいろうまくいく。そのうまくやったときはどこがうまかったのかということをはっきりさせながらやらなければ駄目だということになる。初めからただこうやるもんだと決めこんでしまってやらせたら、それで身につくといったものではないということでしょう。

質問　数学だけじゃなくて、理科でも例えば原子というのがあるから、原子の構造はどうなっているかということは説明をするような学問体系ですね。だけど現実には例えば水素という原子があったときに、それはどうしてそこのところに存在してなぜそれが生じているかという根本原因についての追求はできないんですよね、いまのところ。そういう問題発想をしてはいけないような学問体系ですよね。ですからそこらへんがちょっと学問全体に対して姿勢というか、視点を変えていかないと発展していかないと思うんですけれども。

島田　そのへんがいちばん気にしながら議論しているのがクーンじゃないですか。クーンというのは『科学革命の構造』という本を書いた人ですが、科学の方法論とは別に、科学者がこういう問題に取り組むべきだという学者の間の無自覚な約束がある。それを打ち破ったやつは非常な天才で、学問的革命を起こすのですが、その打ち破る考え方は、そのままじゃ世の中が認めてくれないということと両方あるわけですよ。

質問　システムそのものをマニュアル化するということは非常に簡単で、そこを教えるということはすごく簡単なんですよね。しかし、それがなぜそういうふうになっているのか、そこまで追求できるような姿勢が問題なのですがね。

島田　なぜそうなっているのかを考えてみようという気持ちでみてくるのと、これを早く覚えなきゃいけないと思うのとじゃ、だいぶ違いますね。歴史的なことを背景にしていいますと、例えば、今の連立一次方程式の解法を問題にして、これが解けるようになったとしましょう。そこで解いてプロセスを振り返って、これは結果的に何をやっていたのか、なぜ、一回一回ｘ、ｙ、ｚをかいていかないといけないのか、自分で反省すると、自ずから行列的な扱いの道が見えてくる。中国の数学は逆に行列のほうが先に出てきちゃうのね。未知数は使わないで、行列をいまのはきだし法に近いやり方でもって連立方程式を解くやり方をやってるわけですね。要するに発達という面からいうと、そういう道を通ったという偶然もかなり影響していると思うんですね。だから歴史は要するにどういう時点でどういう要求からどの方向へいけるかという、いった例があるかということを知る上では非常に面白い。特にヨーロッパの数学につながらなかったりするものもあり、ヨーロッパの数学ほどの力を発揮できなかったこともある。ファンデルヴェルデンという方は、オランダの数学の大家ですが、歴史について面白い本を書いていますよ。あの人の書いた歴史の本は２種類あるのですが、両方面白いですよ。ただ、幾何学的なことの歴史を書いた本は少し仮説が大胆すぎて、数学者の先生方からは相手にされていないきらいがあるらしい。しかし、見方は面白いですよ。百五減算の問題が、実は暦の上での、暦の始点を決めるという真面目な問題から始まっていることを示唆する記述があります。しかし、そうしたシリアスな必要と並んで、数学を推し進めたモチーフの一つに、遊びとか謎々といった傾向もあると思うようになりました。例えば、鶴亀算式な問題がずいぶん昔からありますね。『九章算術』からある。だけど鶴亀算くらい馬鹿げた問題は本当の実生活にはありません。そうするとあれはなにからきたかということを想像してみると、「うまく考えればこういうのもできるよ、こういうクイズわかる？」というむしろ呼びかけなのではないか。我々は、ある時期まであれを現実性のないものとして馬鹿にしてたわけですが、だけど最近考えが変わりまして、ミステリーをうまく提示するということも必要なんだと思うようになりました。それは、遊びの要素をかなり持っているんです。ちょっとこれ不思議じゃない？といってなんかそういうアプローチで少なくとも昔の数学にはそれで出てきたという、自分の数学の魅力を発揮する場所としてそれを使ったのかどうか知りませんけれども、そういう意味では数学のいろんな本がクイズやエピソードや出ていますけれども、ああいうのも巧みに使ってもいいんじゃないかと思います。ミステリーを遊びとしてね、時代にあった上手なプレゼンテーションが必要ですが、利用していく。

司会　それではどうもありがとうございました。

「数学と文脈」報告書の正誤表

頁	行	誤	正
2	上4	子ども反応	子どもの反応
3	上23	フロインデタール	フロイデンタール
9	上20	社会や文化をを	社会や文化を
10	下7	Bey-bye	Bye-bye
14	1.1.8	Fours Four	Four fours
14	1.4.1	水位が−38　になる	水位が−38cmになる
16	3.1	1年生70人と2年生60人	1年生7人と2年生6人
16	3.2	面積8　の長方形	面積8m^2の長方形
16	3.3.3	およそ4000kmの赤道	およそ40000kmの赤道
17	4.3.2	1坪って何　ですか	1坪って何m^2ですか
18	4.9	5年生の身長は･･･比べるよう	5年生の身長の･･･比べよう
19	5.2.4	投影図	平面図
19	5.4.2	掃除当番表･･･(全文)	正六角形の掃除当番表を作ろう
		[6つの班で･･･]	[簡単に正確にかく方法はないかな]
22	6.5	時間の速さの関係	時間と速さの関係
23	6.9.2	人間の間隔	人間の感覚
24	7.1.9	どの教科のバランスが	教科のバランスが
25	7.5.2	一回目で3が出たとき	1回目で3が出たとき
29	上12	およその見当がつけられる	およその見当がつけられる。
30	最後	場設定	場面設定
31	上2	大きかったようである	大きかったようである。
33	上25	実際に身の回りの問題	実際の身の回りの問題
34	表1	実際の長さ	実際の長さ(m)
36	要8	素材をもとにさらに	「さらに」を削除
36	要9	日常生活似	日常生活に
38	上6	「OO	「OOと
38	上12	全部写すのはや	全部写すのはやめ
40	上25	問題つくっる･･･問題つくる	問題をつくる･･･問題をつくる
42	上3	長さは何　ですか	長さは何cmですか
44		指導案の帯グラフ	資源ごみと粗大ごみの間に縦線2本
50	下10	80	80cm
50	下8	OO･･･PP	O'O･･･P'P
50	下7	点AA･･･辺OD, OD･･･辺OO	点A'A･･･辺O'D', OD･･･辺O'O
51	上16	半径40　の･･･20π　です。	半径40cmの･･･20πcmです。
62	上5	指導法を工夫して授業を行った。	指導法を工夫して(4)授業を行った。
72	下4	建築物(ビルのもの)	建築物(ビル以外のもの)
80	下15	選数学履修者	選択数学履修者
82		82頁	83頁と入れ替え
83		83頁	82頁と入れ替え
84	上18	研究冊子の作成したり	研究冊子を作成したり
86	下18	社会的文脈軸とした	社会的文脈を軸とした
87	上1	育てる目的	育てるという目的
89	上24	文化系	文科系
94	下17	Addison-Wesly	Addison-Wesley
95	上 8	Addison-Wesly	Addison-Wesley
117	下14	706..考え方を	706.考え方を
118	表1	707　小2列:0.2	707 小4列目:0.2 高2列目:0.2
118	表1	801 なし	801 小2列目:0.2
118	表1	804の上に罫線あり	804の上の罫線を取る
120	下11	1.子どもが自主的に考えられる	1.子どもたちに自分で問題を作らせている
120	下10	1.子どもが自主的に考えられる	1.子どもたちに自分で問題を作らせている
145	下21	小学佼	小学校
145	下12	能カ	能力
160	上16	こういたこと	こういったこと
162	上2	の過程	その過程
163	上6	をまとめて	①、②をまとめて
164	上7	2、5のように	√2、√5のように
164	上10	2の線分に	√2の線分に
165	上5	①、　の観察から	①、②の観察から
167	上21	もし、　の変形が	もし、(イ)の変形が
169	上5	変形するにはで2に	変形するには2に
169	上11	細長いほどほど	細長いほど

数学と社会的文脈との関係に関する研究
ー数学と子どもや社会とのつながりー

平成9年3月24日発行

〒153　目黒区下目黒6ー5ー22
国立教育研究所
研究代表者　長崎栄三

印刷所：株式会社　芳文社