

## 論 説

# マクロ経済モデルのシステムダイナミックス

山下 隆之

### 概 要

システムダイナミックスのマクロ経済学への適用を試みる。レベル変数やレイト変数の概念を用いて、マクロ経済モデルの構築法を再検討し、コンピュータ・シミュレーションを援用して経済現象を擬似的に再現する方法について検討する。

### I. はじめに

ある経済現象がなぜ生じるのか、そのメカニズムをモデルで明らかにするという手法は、今日の経済学では一般的に行われている。モデル構築には、言語的表現を用いる技法や数学的表現を用いるなどいろいろな方法が考案されてきた。システムダイナミックス (system dynamics) 理論は、こうしたモデル構築のための方法のひとつである。

システムダイナミックスは、1956年にマサチューセッツ工科大学 (Massachusetts Institute of Technology) の J. W. Forrester 教授によって、企業活動の時間変化を研究するための理論として創案された。工学で使用されるシステム分析を応用して、経営のシステムを、物の流れを結ぶネットワーク (network) と、その流れ (rate あるいは flow) を調整する弁 (valve), 物の蓄積 (level あるいは stock) の組合せで記述した。

当初は“Industrial Dynamics”という分析手法が開発されたが、その後、J. W. Forrester 教授らのグループは、都市の荒廃と再開発の問題に目を向け、地域問題を扱う“Urban Dynamics”を開発した。さらに、1970年のローマクラブ会議後に地球全体の成長を天然資源・環境問題との関係から分析するための“World Dynamics”が作成され、その成果は1972年に出版された *The Limits to Growth* (邦訳『成長の限界』) のシミュレーション・モデルの原型となり、注目を集めることとなった。

ネットワークの指示線の組合せによる物の流れは、微分方程式で表現可能になるので、システム

の振る舞いはコンピュータで時間を追ってシミュレーションすることが可能となる。システムダイナミックスと総称されるこの研究方法では、対象とする現象について、構成要素の役割別に特定の名称と記号を決め、要素間の関係を図で表現したモデルによって、システムの時間経過に関する変化や振る舞いを調べる。図を用いた判り易さから、最近では、システムの思考能力開発のツールとしても利用されるようになってきている。

なお、システムダイナミックスの分析手法は、当初より、計算能力の高いコンピュータの利用を前提として展開されてきた。本稿の考察も、こうしたコンピュータ上の分析ツールを使いながら進めることとする<sup>1)</sup>。従来よりシステムダイナミックスは企業経営に必要な分析を中心に展開されてきたが、本稿は、マクロ経済学のモデル構築に応用してみるものである。一般に均衡の存在とその安定条件は、方程式体系の係数パラメータの値を吟味することで示される。これに対して、システムダイナミックスでは、均衡に至る調整過程をとり出してみることが可能である。第Ⅱ節と第Ⅲ節で、基本となるケインジアン<sup>2)</sup>の交差図分析を調べた後、第Ⅳ節では IS-LM 分析、第Ⅴ節では AD-AS 分析におけるそれぞれの調整過程を調べてみる。

## Ⅱ. 財市場と所得決定

ケインズ派のモデルは、いくつかのブロックから組み上げられている。まず、財市場ブロックにおける伝統的なモデルを考えよう。

$$\begin{aligned} C_t &= a + bY_t \\ E_t &= C_t + I_t \\ Y_t &= E_t \end{aligned} \tag{2.1}$$

$C_t$  は  $t$  期の総消費、 $Y_t$  は総生産、 $E_t$  は総支出（最終需要）、 $I_t$  は総投資を表している。総支出と等しいときの  $Y_t$  の水準が短期の均衡国民所得となる。このモデルを動学的に捉えるには、いくつかの構築の方法があるだろう。以下では、単純な動学モデルとして、総支出  $E_t$  と総生産  $Y_t$  との間に 1 期の遅れのあるモデルを考える。すなわち、

1) システムダイナミックスの分析ツールとしては、1950 年代に開発された DYNAMO、1980 年代に開発された STELLA、VENSIM などのコンピュータ言語がある。本稿のモデルは、STELLA と VENSIM を使ってプログラミングされた。STELLA や VENSIM では、ストックに流れ込むフローをパイプで表現するパイプダイアグラムを使っている。

$$\begin{aligned}
 C_t &= a + bY_t \\
 E_t &= C_t + I_t \\
 Y_t &= E_{t-1}
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

である。

均衡条件が成り立つためには、不均衡の場合に均衡へ向かわせるようななんらかの調整メカニズムが必要である。ケインズ派の分析では、不均衡の局面では、総生産が財市場の超過需要に反応して変化すると仮定されることが多い。

システムダイナミクスでは、システムの中である時点 $t$ までに蓄積されている量をレベル変数、ある時点のレベルを次の時点のレベルへ変化させる要因をレート変数と考える<sup>2)</sup>。総生産と超過需要との間には、総生産をレベルとして、次のような関係があるものとする。

$$Y_{t+1} = Y_t + f(E_t - Y_t) \quad t = 0, 1, 2, \dots \tag{2.3}$$

$E_t$ がこのモデルのレート変数であり、産出量 $Y_t$ がレベル変数である。微分方程式の形で示すと次のようになる。

$$\frac{dY}{dt} = f(E_t - Y_t) \quad t = 0, 1, 2, \dots \tag{2.4}$$

(2.3) 式は、レベルの増加はレートを増加させ、それが次の時点のレベルをさらに増加させる正のフィードバックループがシステムに内在していることを意味している。フローダイアグラムとパイプダイアグラムでは次のように示される。図中のボックスがレベル変数を表している。

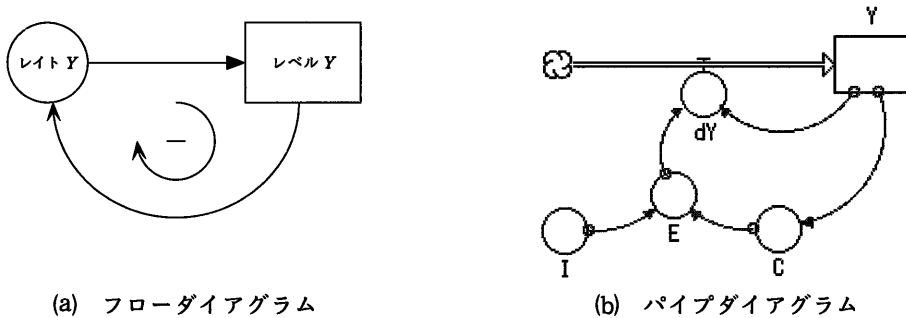


図1 財市場のフィードバック構造

2) 経済学では、レベル変数をストック (stock) 変数、レート変数をフロー (flow) 変数と呼んだ方が馴染みがある。しかし、システムダイナミクスでの各変数の意味付けと扱いは、必ずしも経済学におけるものとは一致しない。そのため、本稿では、レベル変数、レート変数という表現を採用した。

財市場のフィードバックループに関する単純な仮定は、総生産  $Y_t$  が超過需要に比例した形で増加すると仮定することである。財市場での所得決定について、 $(Y, E)$  平面における原点から発する  $45^\circ$  線が総供給を代行し、総供給はつねに総需要に追随するという形での説明がよく行われているが、それと同様の仮定である。すなわち、

$$\frac{dY}{dt} = \alpha(E_t - Y_t), \alpha > 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

と仮定する。これが、財市場における数量調整による調整メカニズムのモデル化である。(2.5) 式の背後には、暗黙に在庫の存在が仮定されている。 $E_t > Y_t$  の超過需要のときには在庫が減少し、企業は在庫を補填するために生産を増大させる。 $E_t < Y_t$  の超過供給のときには在庫が増加し、企業は在庫を減らすために生産を削減する。財市場における在庫の役割に関する研究は、L. A. Metzler (1941) などに遡ることができる。

総投資  $I_t$  を外生的な変数  $\bar{I}$  であると考え、所得の静学的均衡値  $Y^*$  は、 $\frac{dY}{dt} = 0$  のときに得られる。

$$Y^* = \frac{a + \bar{I}}{1 - b} \quad (2.6)$$

シミュレーションのために次のような数値例を考えよう (表 1)。

パラメータ	政策変数
$a = 60$	$\bar{I} = 400$
$b = 0.6$	$Y_0 = 0$
$\alpha = 1$	

表 1 数値例

図 2 は、モデルの実行結果を時系列グラフにプロットしたものである。超過需要が調整されて、均衡国民所得  $Y^* = 1,150$  が実現されていく過程を見出すことができる。

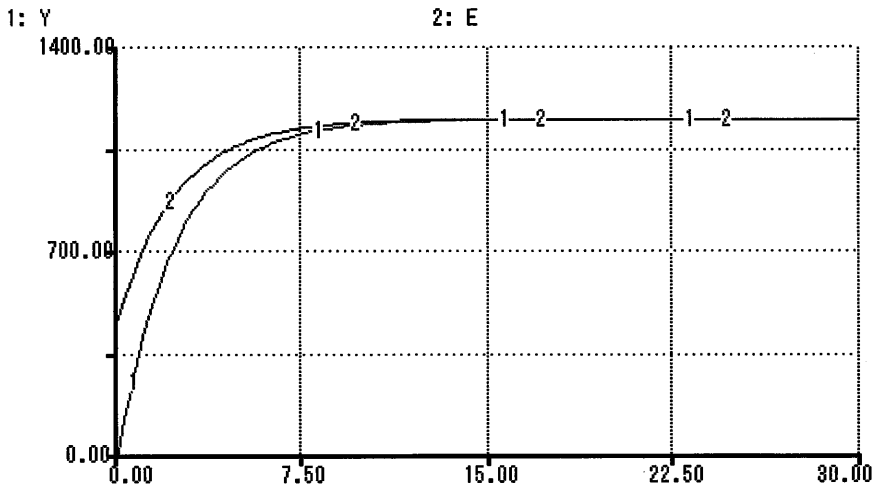


図2 均衡国民所得への収束

### Ⅲ. 乗数効果

ケインズ (J.M.Keynes) の『雇用・利子及び貨幣の一般理論』には「総投資額が増加した場合には、所得は投資の増分の  $k$  倍の大きさだけ増加するであろう」というくだりがある<sup>3)</sup>。独立投資の変化  $\Delta I$  を次のように再現してみよう (図3)。

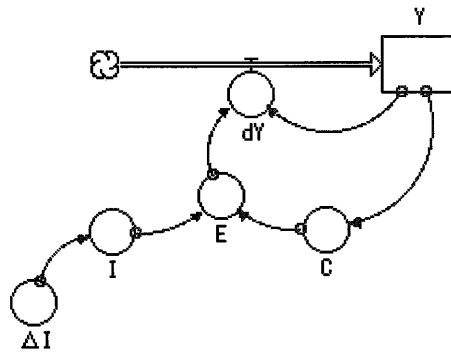


図3 独立投資の変化

表1の数値例に  $\Delta I = 30$  を加えて、シミュレーションを実行した結果が図4のグラフである。

<sup>3)</sup> J. M. ケインズ著、塩野谷九十九訳『雇用・利子及び貨幣の一般理論』東洋経済新報社、1982、130ページ。

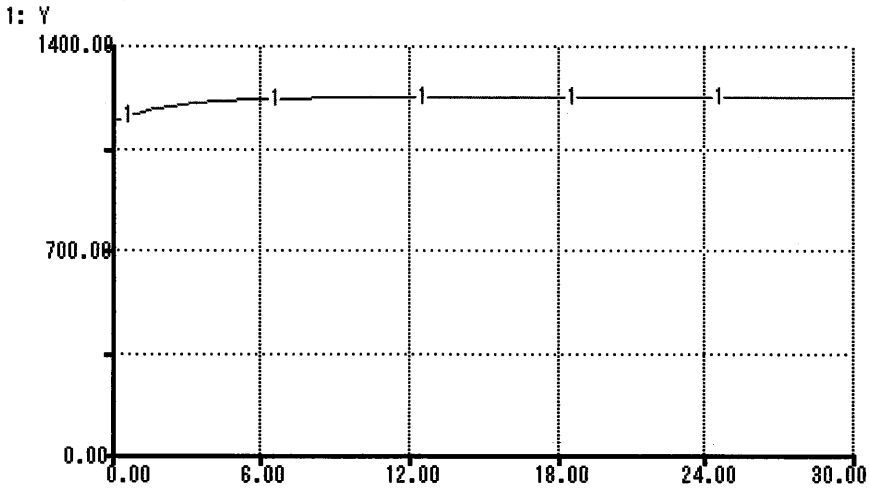


図 4 乗数効果

$Y_1 = 1,150$  から出発して、 $t = 23$  期には、新しい均衡値  $Y_{23} = 1,225$  へと産出量を拡大する。マクロ経済において、独立支出拡大の効果は、経済全体に波のように広がっていく。需要拡大の累積的なプロセスを通じて、波形が消滅するころには、産出量の総増加量は初期の増加分をはるかに上回るものとなる。数値例では、

$$k = \frac{\Delta Y}{\Delta I} = 2.5 \quad (3.1)$$

となる。理論的には、

$$k = \frac{1}{1 - \frac{dC}{dY}} \quad (3.2)$$

であり、 $k$  は投資乗数と呼ばれる<sup>4)</sup>。

4)  $Y = C(Y) + I$  を  $I$  で微分すると、 $\frac{dY}{dI} = \frac{dC}{dY} \cdot \frac{dY}{dI} + 1$  から、 $k = \frac{dY}{dI} = \frac{1}{1 - \frac{dC}{dY}}$  を得る。(2.1) 式の体系では、 $k = \frac{1}{1-b}$  が投資乗数となる

## V. IS-LM モデル

『一般理論』の叙史的展開の内容をめぐって、それぞれの解釈なりモデルが多くの研究者によって展開されてきたが、J. R. Hicks (1937) のモデルは多くの議論にひとつの区切りを打つことになった。これが、IS-LM モデルである<sup>5)</sup>。

IS-LM モデルでは、生産物市場の分析に貨幣市場の分析を追加し、需給モデルに準じた、財・貨幣両市場間の相互依存関係を探る均衡分析的な立場をとる。ケインズが攻撃した(新)古典派経済学では、実物市場を取り扱う部分と貨幣市場を取り扱う部分が完全に独立・分離しているのに対して、ケインズ派の経済学では、両市場の経済変数が同時決定されるモデルとなっている。IS-LM モデルの理論的用具としては、資本の限界効率 (marginal efficiency of capital) と流動性選好 (liquidity preference) が重要な役割を果たしている。

まず、資本の限界効率は、「資本資産から存続期間を通じて得られると期待される収益によって与えられる年金の系列の現在値をその供給価格にちょうど等しくさせる割引率に相当するものである」と定義されている<sup>6)</sup>。投資量は主として資本の限界効率の変動に依存するが、投資が増加するとその資本の限界効率は遞減せざるを得ない。利子率と資本の限界効率の均等するとき、投資の決定が行われるため、投資関数は利子率の関数として表現することができる。

$$I = I(r), \quad I'(r) < 0 \quad (4.1)$$

流動性選好理論は、貨幣そのものの効用を問うもので、貨幣の効用、すなわち、流動性を求めている貨幣需要こそが貨幣選好である。選好の動機は、取引動機、予備的動機、投資的動機に分けられる。もっとも予備的動機は取引動機に含めてもよいから、結局は取引動機と投機的動機とに大別される。貨幣需要を  $L(Y, r)$  で表せば、この動機はそれぞれ以下のような特性をもつ。

$$L_Y = \frac{\partial L}{\partial Y} > 0, \quad L_r = \frac{\partial L}{\partial r} < 0 \quad (4.2)$$

ケインズは、貨幣は経済実態に能動的な働きかけを、利子率を通じて行うという立場をとる。この結果、財市場と貨幣市場においては、需要は2つの要素から形成されることになる。1つは生産物水準の関数(消費関数と貨幣の取引関数)であり、もう1つは利子率の関数(投資関数と貨幣の取引関数)である。そして、両市場において需要と供給は等しく、モデルの均衡媒介変数は物的生産量と利子率である。

5) 数量調節を強調したケインズの立場からすれば、ヒックスの IS-LM モデルはいくぶん価格(利子率)伸縮的なモデルであるとみることにもできる。

6) J. M. ケインズ, 前掲書, 152ページ。

(2.2) 式に貨幣市場ブロックを加えたモデルを考えよう。

$$\begin{aligned}
 C_t &= a + bY_t \\
 I_t &= I_0 - hr \\
 E_t &= C_t + I_t + \bar{G} \\
 Y_t &= E_{t-1} \\
 M_t^d &= ky_t - ur_t \\
 M_t^s &= \bar{M}^s \\
 M_t^d &= M_t^s
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

貨幣市場では、貨幣需要  $M^d$  と等しい貨幣供給量  $M^s$  が要求され、市場が均衡する。資産保有者は、自分の資産を債券と貨幣という形態でのみ保有する。均衡していなければ、ある資産保有者は貨幣の不足を補うために貨幣を保有しようとし、債券を売却するであろう。それによって債券価格は下落し、利率は上昇する。あるいは逆に、資産保有者が貨幣に余裕があれば債券を購入するであろう。それによって債券価格は上昇し、利率は下落する。したがって、貨幣市場では、もしも超過需要が発生すれば利率が上昇し、逆にももしも超過供給が発生すれば利率が下落すると仮定される。具体的には、次のようになる。

$$\frac{dr}{dt} = \beta(M_t^d - M^s), \quad \beta > 0 \quad t = 0, 1, 2 \dots \tag{4.4}$$

(4.5) 式は、次のようなフィードバックループで考えることができる (図5)。

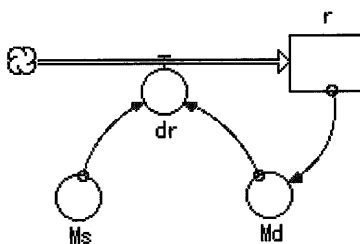


図5 貨幣市場の構造

貨幣市場が利率を決定する力は、利率を貨幣の価格と考えたときの価格調整に他ならない。財市場での調整過程は、(2.5) 式を仮定する。モデルを組上げると、次のようになる (図6)。



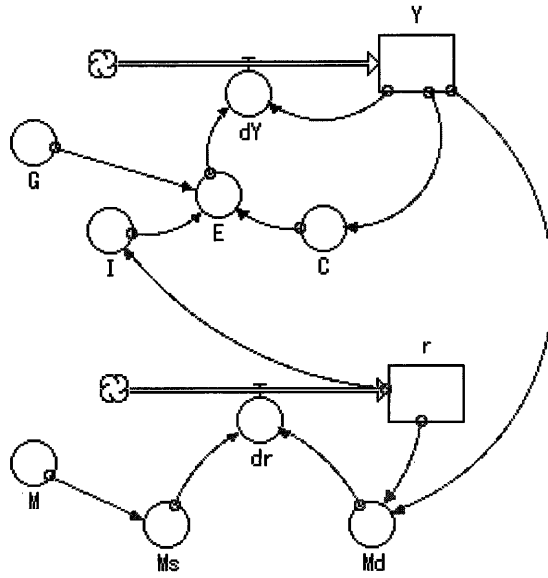


図6 IS-LMモデル

IS-LMモデルのパイプダイアグラムは、明らかに、 $\bar{G}$ と $\bar{M}^s$ の外生変数が存在していることを示している。これは財政政策と金融政策への門が開かれていることを告げている。次の数値例を考えよう(表2)。

パラメータ	政策変数
$a = 60$	$I_0 = 430$
$b = 0.6$	$\bar{G} = 330$
$h = 4$	$\bar{M}^s = 400$
$k = 0.25$	
$u = 10$	
$\alpha = 1$	
$\beta = 1$	

表2 数値例

総生産  $Y_t$  と利子率  $r_t$  の均衡値  $(Y^*, r^*) = (1,944, 10.6)$  へと向かう調整過程を時系列的に捉えると次のようになる(図7)。

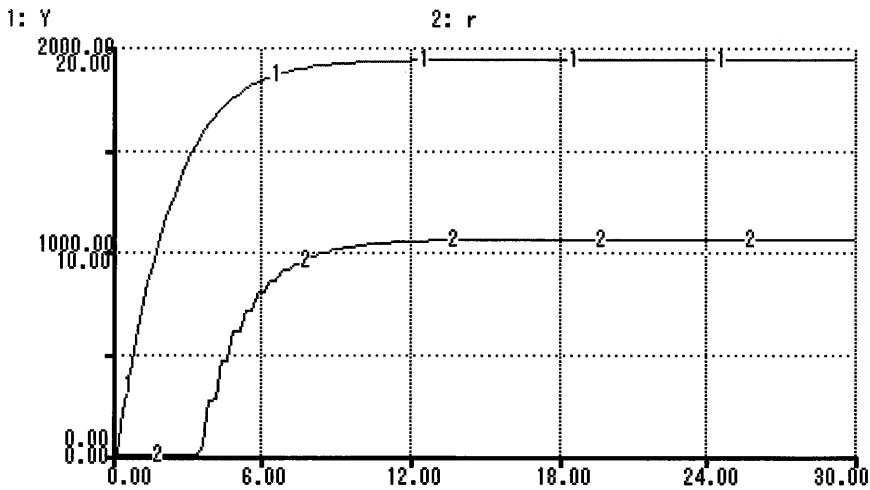


図 7 総生産と利子率の推移

## V. AD-AS モデル

ケインズは経済を分析するための単純化として、社会に存在する財を、「財」、「貨幣」、「債券」、「労働」の 4 つにまとめた。マクロー一般均衡分析はこれら 4 種の財の価格と取引量を分析するための 4 つの市場を考えなければならない。しかし、ワルラスの法則を考慮するならば、3 つの市場を分析するだけで十分である。中でも、財、貨幣、債券の 3 市場にワルラスの法則を適用するのは問題がないため、普通、債券を考察の対象から外す。財、貨幣、労働の 3 つの市場の相互依存性に注目したマクロ・モデルは AD-AS (aggregate demand and aggregate supply) 分析と呼ばれる。

貨幣賃金の硬直性を仮定するケインズ派の労働市場分析では、その市場均衡が外生変数である物価水準に依存する。したがって、AD-AS 分析では、国民所得  $Y$  と物価  $P$  の決定メカニズムを明らかにしなければならない。マクロ経済における価格は、次のような過程を経て決定される。

まず、物価の変化は、

$$P_t = P_{t-1} + \pi_t \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.1)$$

と（対数を用いて）表すことができる。 $\pi_t$  はインフレ率であり、レイト変数  $P_t$  は、レベル変数の増加あるいは減少と与えられ、その増分あるいは減少分は  $\pi_t$  である。微分方程式の形で示すと次のようになる。

$$\frac{dP}{dt} = \pi_t \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

ダイアグラムを用いると次のように示される。



図8 価格の動き

総生産とは異なり、価格のレベルは正負あらゆる値をとるので、双方向のフローとなる。

ところで、 $\pi_t$ はどのように決まるのだろうか。物価の決定を説明する方程式として、期待フィリップス曲線を導入しよう。

$$\pi_t = -\gamma_1(u_t - u_n) + \pi_t^e, \quad \gamma_1 > 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.3)$$

$u_t$ は失業率、 $u_n$ は自然失業率、 $\pi_t^e$ は期待インフレ率である。インフレ率は循環的失業と期待インフレーションに依存すると想定されている。

産出量と失業の間にはオークンの法則と呼ばれる法則が知られている。 $Y_n$ は自然産出量である。

$$u_t - u_n = -\gamma_2(Y - Y_n), \quad \gamma_2 > 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.4)$$

(5.4) 式を (5.3) 式に代入すると、

$$\pi_t = \epsilon(Y_t - Y_n) + \pi_t^e, \quad \epsilon = \gamma_1\gamma_2 > 0 \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.5)$$

を得る。

期待インフレ率の決定に関しては、適応的期待仮説に従うと、

$$\pi_t^e = \pi_{t-1} \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.6)$$

であるから、

$$\frac{\pi_t^e}{dt} = \phi(\pi_t - \pi_{t-1}) = \phi(\pi_t - \pi_t^e) \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (5.7)$$

という調整式を得る。

以上の考察から、次のようなモデルを考えよう<sup>7)</sup>。

$$\begin{aligned} C_t &= a + bY_t \\ I_t &= I_0 - h(r_t - \pi_t^e) \\ E_t &= C_t + I_t + \bar{G} \\ M_t^d &= ky_t - ur_t \\ M_t^s &= \bar{M}^s - P_t \\ \pi &= \epsilon(Y_t - Y_n) + \pi_t^e \\ \frac{\pi_t^e}{dt} &= \phi(\pi_t - \pi_t^e) \end{aligned} \quad (5.8)$$

モデルの前半は IS-LM モデルであり、AD-AS モデルが IS-LM モデルの拡張版であることがわかる。パイプダイアグラムで表すと次のようになる (図 9)。

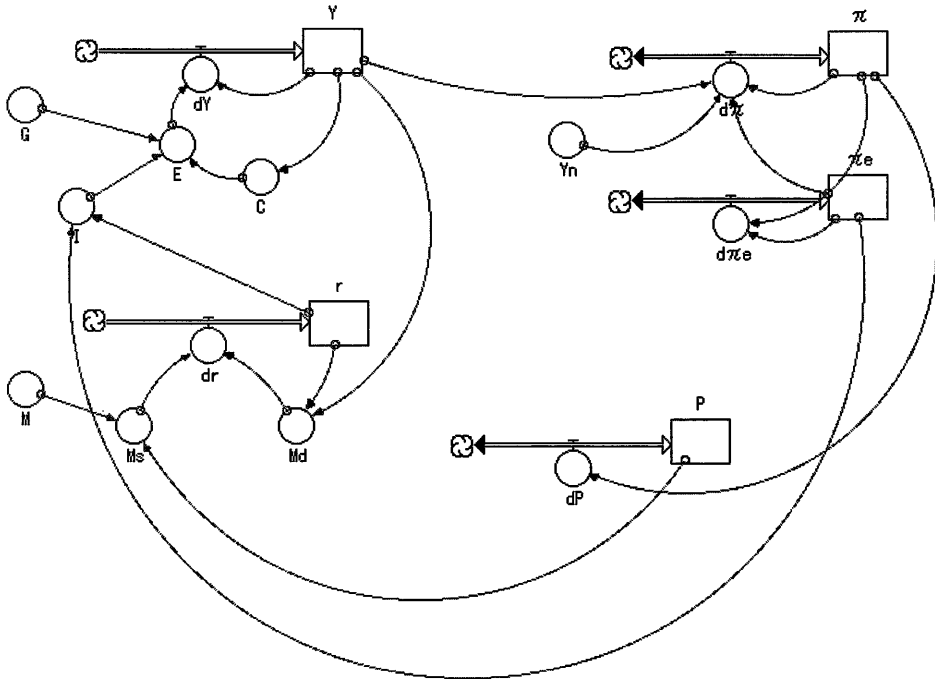


図 9 AD-AS モデル

7) このモデルの動学的特性については、例えば拙稿 (2003) を参照のこと。

表2の数値例に、下記の数値を追加する。

パラメータ	政策変数
$\epsilon = 0.1$	$Y_n = 2000$
$\phi = 0.08$	$P_0 = 10$

表3 数値例

シミュレーションを実行すると、この体系が図10のように均衡に向かって減衰振動を描きながら収束していくことがわかる。

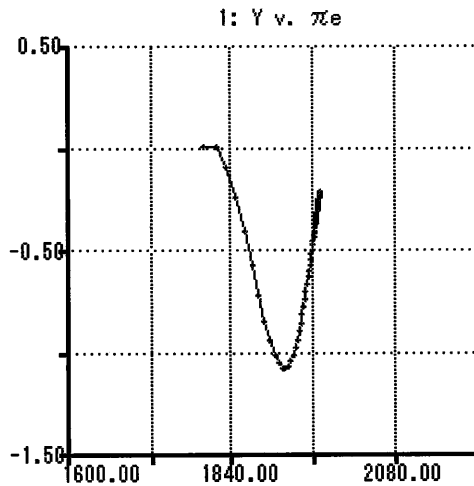


図10 均衡への収束過程

## VI. おわりに

ケインズの『一般理論』は難解な書物として有名である。ケインジアンたちは、その理論をより良く把握するために、いくぶん数学的で単純化されたモデルで表そうと工夫を重ねてきた。システムダイナミックスの思考法は、そうした努力に新しい工夫を追加することができるだろう。マクロ経済学にとって、時間的要素の把握は重要である。システムダイナミックスでモデル化されたマクロ経済モデルから、以下のような点がわかる。

- (1) ケインズ派の体系はブロック化して理解することができるが、システムダイナミックスの視点からは、動的作用を働く変数要素を強調することで、各ブロックの特徴を吟味することができる。また、とくにフィードバック構造の解析には、システムダイナミックスは有力な方法である。

(2) 不均衡の調整過程では、超過需要あるいは在庫がきわめて重要な役割を果たしていることが確認された。在庫水準の変動が経済モデルの体系を振動させる過程をモデル的に復元させることができた。

経済学では、システムダイナミックスの発想に基づくモデル構築とシミュレーションが、工学における実験装置に相当する役割を果たしてくれ、各種の問題解決に大きく貢献できるであろう。

## 参考文献

- [1] Forrester, J. W., *Industrial Dynamics*, Waltham: Pegasus Communications, 1961. (J. W. フォレスター著, 石田晴久・小林秀雄訳『インダストリアル・ダイナミックス』紀伊國屋書店, 1971.)
- [2] \_\_\_\_\_, *Urban Dynamics*, Cambridge Mass.: MIT Press, 1969. (J. W. フォレスター著, 小玉陽一訳『アーバン・ダイナミックス—都市のシステム構造と動的挙動モデル—』日本経営出版会, 1970.)
- [3] \_\_\_\_\_, *World Dynamics*, Cambridge Mass.: Wright-Allen Press, 1971.
- [4] Hicks, J. R., “Mr. Keynes and the ‘Classics’; A Suggested Interpretation,” *Econometrica*, Vol.5, No.2, 1937, pp.147-159.
- [5] Keynes, J. M., *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London: Macmillan, 1936. (J. M. ケインズ著, 塩野谷九十九訳『雇用・利子及び貨幣の一般理論』東洋経済新報社, 1982.)
- [6] Meadows, D. et al., *The Limits to Growth: A Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind*, New York: Universe Books, 1972. (D. メドウズ他著, 大来佐武郎監訳『成長の限界—ローマ・クラブ人類の危機レポート—』ダイヤモンド社, 1972.)
- [7] Metzler, L. A., “The Nature and Stability of Inventory Cycles,” *The Review of Economic Statistics*, Vol. 23, 1941, pp.113-129.
- [8] Ruth, M. and Hannon, B., *Modeling Dynamic Economic Systems*, New York: Springer-Verlag, 1997.
- [9] Shone, R., *Economic Dynamics: Phase Diagrams and Their Economic Application*, 2nd ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [10] Yamaguchi, K., “Stock-Flow Fundamentals, Delta Time (DT) and Feedback Loop — From Dynamics to System Dynamics —,” 大阪産業大学経営論集, 第1巻第2号, 2000, pp.57-76.

- [11] 足立英之著『マクロ動学の理論』有斐閣, 1994.
- [12] 木村憲二著『巨視的経済理論』(改訂版), 日本評論社, 1973.
- [13] 島田俊郎編『システムダイナミックス入門』日科技連, 1994.
- [14] 山下隆之「デフレ・スパイラルのマクロ経済モデル」『経済研究』静岡大学, 第8巻第3号  
2003, pp.19-32.