

## On presentations and a derived equivalence classification of orbit categories

|       |   |
|-------|---|
| メタデータ | 言語: en<br>出版者: Shizuoka University<br>公開日: 2014-11-14<br>キーワード (Ja):<br>キーワード (En):<br>作成者: Kimura, Mayumi<br>メールアドレス:<br>所属: |
| URL   | <a href="https://doi.org/10.14945/00007978">https://doi.org/10.14945/00007978</a>   |

1987年、多元環の傾斜理論の一般化として、Happelは多元環の表現論に、加群圏の導来圏を導入した。その後1989年、Rickardは、2つの多元環が導来同値であるための必要十分条件を、傾複体の存在によって与え、それをを用いてBrouéのアーベル不足群予想を、不足群が巡回群の場合に肯定的に解決した。この肯定解は、Brauer樹木多元環(有限表現型自己入射的多元環の特殊例)全体の導来同値のもとでの分類を与えていた。この結果から、多元環のクラスを導来同値の元で分類するという問題が活発に研究されるようになった。浅芝は、多元環の被覆を用いて、有限表現型自己入射的多元環全体の導来同値分類を与えた。さらにこの方法を無限表現型にも適用して、樹木型区分的遺伝多元環の歪多重拡大全体の導来同値分類も行った。

これらの研究は、群作用の被覆理論を圏作用に一般化し、群作用での軌道圏構成をグロタンディーク構成に一般化することによって拡張される。その際、軌道圏およびグロタンディーク構成をクイバーと関係式で表示することが応用上必要になる。本論文の第1章はこの問題を考察し、次の2つの結果を与えている。以下、 $k$ は代数的閉体、 $I$ は小圏とする。

1.  $C$ を1つの $k$ 小圏とする。 $I$ から $k$ 小圏全体のなす2圏 $k\text{-Cat}$ への対角関手 $\Delta(C)$ に対して、そのグロタンディーク構成のクイバーと関係式による表示を、 $I$ の表示を用いて与えた。

2.  $I$ から $k\text{-Cat}$ への関手 $X$ に対して、そのグロタンディーク構成のクイバーと関係式による表示を、 $I$ の表示と $X(i)$ ( $i$ は $I$ の対象)の表示を用いて与えた。

いずれも、それまでに得られていた結果を拡張している。特に2の結果は全く新しいものである。

本論文の第2章は、歪多重拡大に関する上記の浅芝の結果を、一般多重拡大 $\Lambda := A'/\langle \phi \rangle$ に一般化している。ここで、 $A$ は樹木型区分的遺伝多元環、 $A'$ は $A$ の反復圏、 $\phi$ は $A'$ の自己同型でジャンプ $n$ を持つものである。定義により樹木型区分的遺伝多元環 $A$ は、ある樹木型遺伝多元環 $H$ と導来同値である。本論文でのポイントは、 $\phi$ から $A$ の自己同型 $\phi_0$ を構成し、 $A$ の $\phi_0$ による歪 $n$ 重拡大 $\Lambda_0$ と、もとの $\Lambda$ が導来同値である、という定理を証明するところにある。その証明は、 $A$ に関する問題を $H$ に帰着させて行われる。この定理を用いて、一般多重拡大の導来同値分類の問題を歪多重拡大の導来同値分類に帰着させ、次の主結果を得ている。

3.  $\Lambda, \Lambda'$ を樹木型区分的遺伝多元環の一般多重拡大とすると、次が同値になる：  
(i)  $\Lambda$ と $\Lambda'$ とは導来同値である；  
(ii)  $\Lambda$ と $\Lambda'$ とは安定同値である；  
(iii)  $\text{type}(\Lambda) = \text{type}(\Lambda')$ 。ここに、 $\text{type}(\Lambda)$ とは $\Lambda_0$ に対してすでに定義されている導来不変量 $\text{type}(\Lambda_0)$ である。この結果は、導来同値分類の研究をさらに前進させるものである。以上により、本論文は、博士(理学)の学位を授与するに値するものと認定する。