

## CFRP 積層板の斜め方向引張り特性と マイクロメカニクス的手法を用いた非線形積層理論\*

東郷 敬一郎\*<sup>1</sup>, 河原 一智\*<sup>2</sup>, 杉山 祐次\*<sup>3</sup>

### Off-Axis Tensile Properties of CFRP Laminates and Non-Linear Lamination Theory Based on Micromechanics Approach

Keiichiro TOHGO\*<sup>4</sup>, Kazutomo KAWAHARA and Yuji SUGIYAMA

\*<sup>4</sup> Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University,  
3-5-1 Johoku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561 Japan

This paper deals with the deformation and damage of CFRP cross-ply laminates under off-axis tension and develops a non-linear lamination theory. Off-axis tensile tests were carried out on five kinds of CFRP cross-ply laminates which were different in stacking lay-up. On the laminates under off-axis tension, the stress-strain response shows the non-linear deformation, while the ply-cracking damage is not remarkable except for the specimen with large fracture strain. Therefore, it is concluded that the non-linear deformation of the laminates under off-axis tension is mainly attributed to the non-linear deformation of the matrix resin. In order to describe the deformation of the laminates, a non-linear lamination theory is developed. An incremental constitutive relation of the unidirectional composite containing elastic long fibers in the elastic-plastic matrix is derived based on Eshelby's equivalent inclusion method and Mori-Tanaka mean field concept. Then, this constitutive relation is introduced into the classical lamination theory. Numerical results by the present theory for off-axis tension of the CFRP unidirectional and cross-ply laminates well described the experimental stress-strain relations.

**Key Words:** Laminated Composites, Off-Axis Tension, Stress-Strain Relation, Ply-Cracking Damage, Non-Linear Lamination Theory, Micromechanics

#### 1. 緒 言

一方向強化CFRPは変形・強度特性に著しい異方性を有するとともに、破断までの変形挙動も繊維方向引張りでは線形弾性変形、斜め方向引張りでは非線形変形を示し、方位に依存する。このような一方向強化プライから成る積層複合材料では、変形初期から層内割れ、層間はく離などの損傷と非線形変形が同時に進行し、その変形・強度特性は複雑になることが知られている。従って、積層複合材料の変形・強度特性の解明とともに予測手法を確立し、複合材料構造物の設計・保守に役立てるためには、異方性弾性論と積層理論による取り扱いだけでは不十分であり、損傷および非線形変形を如何に考慮するかが重要である。この観点より、層間はく離および層内割れの破壊靱性<sup>(1)(5)</sup>、層内割れ損傷挙動<sup>(6)(15)</sup>、非線形変形挙動<sup>(16)(21)</sup>、およびこれらの解析モデル、構成式に関して多くの研究が行われている。

著者ら<sup>(14)(15)</sup>は、面内多軸応力下にあるCFRP直交積層

板の0°層、90°層の層内割れ損傷に対して、その応力-ひずみ関係および損傷密度をエネルギー解放率に基づいて予測する損傷理論を提案し、損傷理論に基づいた有限要素法を開発している。また、その実験的検証として、直交積層板の0°方向の単軸引張試験を行い、90°層の層内割れ損傷の挙動、応力-ひずみ関係は損傷理論により予測できることを報告している。

本研究では、同一のCFRP直交積層板について斜め方向引張試験を行い、層内割れ損傷挙動と非線形変形挙動について調べる。また、マイクロメカニクス的手法により一方向強化材の非線形変形を記述できる構成式を導出し、積層理論を適用することにより、積層複合材料の増分非線形積層理論を提案する。提案した理論に基づいて積層板の斜め方向引張りの解析を行い、実験結果と比較することにより、その理論の有効性について検討する。

#### 2. 供試材料および実験方法

**2.1 供試材料および積層構成** 本実験に用いた材料は、エポキシ系CFRP直交積層板（東レ社製：P/3052-15）である。一方向積層板で得られた材料定数および繊維方向割れの破壊靱性 $G_{IC}$ を表1に示す。直交積層板は、1プライの厚さが約0.15mmで、積層構成が90°層

\* 原稿受付 2000年11月24日。

\*<sup>1</sup> 正員、静岡大学工学部(☎432-8561 浜松市城北3-5-1)。

\*<sup>2</sup> 三ツ星ベルト(株)(☎653-0024 神戸市長田区浜添通4-1-21)(元：静岡大学大学院)。

\*<sup>3</sup> 小泉製作所(株)(☎424-8764 清水市北脇500)(元：静岡大学大学院)。

E-mail: k-tohgo@eng.shizuoka.ac.jp

と  $0^\circ$  層の厚さの比 (層厚比)  $h/b$  が 2 となる ( $0^\circ_n/90^\circ_m/0^\circ_n$ ) において  $n$  を 1, 2, 3 と変えた 3 種類,  $h/b$  が 1 となる ( $0^\circ/90^\circ_2/0^\circ_2/90^\circ_2/0^\circ$ ),  $h/b$  が 6 となる ( $0^\circ/90^\circ_{12}/0^\circ$ ) の計 5 種類である. 以下, 層厚比  $h/b$  と総層数を用いて, それぞれ, 2-6ply, 2-12ply, 2-18ply, 1-8ply, 6-14ply と呼ぶことにする. 図 1 に示すように, これらの積層板において  $0^\circ$  層に対して  $30^\circ$  方向が引張方向となるように, 図 2 に示す短冊状試験片を切り出した. 各層の繊維方向は引張方向に対して  $30^\circ$  および  $60^\circ$  方向となるので, これを  $30^\circ/60^\circ$  試験片と呼ぶ. 試験片には, 試験機つかみ部 (チャック) の食い込みによる破壊を防ぐため, 計 4 枚のアルミニウム補強板 (タブ) を接着剤で貼り付け, さらに応力-ひずみ線図を得るためにゲージ長 30mm のひずみゲージを貼り付けた. 試験片は 5 種類の積層板について 3 本ずつ使用した.

**2.2 斜め方向引張試験** 引張試験は, ミネベア製 AL 型引張圧縮試験機 (最大容量 100kN) によりクロスヘッドスピード 0.5mm/min で行い, 荷重-変位線図および荷重-ひずみ線図を記録した. 層内割れ損傷の観察のためのレプリカの採取は, 各変形段階まで負荷し, レプリカ採取中のき裂の進行を防ぐために, その荷重レベルの約 50% まで除荷したのち, 試験片両端面で行った. なお, 各試験片の 1 本については, 除荷時の残留

ひずみを測定するために, 完全に除荷し, 再負荷した. 採取したレプリカを光学顕微鏡で観察し, 単位長さ当たりのき裂数 (き裂密度) を計測した.

3. 実験結果

**3.1 応力-ひずみ線図**  $30^\circ/60^\circ$  試験片の引張試験により得られた応力-ひずみ線図を, 既に得られている  $0^\circ/90^\circ$  試験片の結果<sup>(4)</sup> とともに図 3 に示す. ただし, 5 種類の試験片について 3 本ずつ実験を行ったが, 応力-ひずみ線図はほぼ同じであったので, それぞれ 1 本の結果のみを示している. 図より  $0^\circ/90^\circ$  試験片と  $30^\circ/60^\circ$  試験片では破壊に至るまでの過程がかなり異なっていることがわかる.  $0^\circ/90^\circ$  試験片の応力-ひずみ線図は,  $90^\circ$  層の層内割れによる僅かな非線形変形を示すものの直線的であり, 高い強度を示すとともに, 積層構成に強く依存している. 一方,  $30^\circ/60^\circ$  試験片は, 低い応力レベルから大きな非線形変形を示し, 破断ひずみは積層構成に依存するものの, 応力-ひずみ関係はほぼ同一の曲線となっている. 表 2 は  $0^\circ/90^\circ$  試験片と  $30^\circ/60^\circ$  試験片の引張強さと破断ひずみを示したものである.  $0^\circ/90^\circ$  試験片では, 破断ひずみは各積層構成でほぼ同程度であり, 引張強さは積層構成に強く依存している. 一方,  $30^\circ/60^\circ$  試験片では, 破断ひずみの積層構成への強い依存性が注目できる. 引張強さは, 両試験片とも, 1-8ply が最も高く, 6-14ply が最も低くなっており, 層厚比が小さいほど ( $90^\circ$  層あるいは  $60^\circ$  層が薄いほど) 高くなる. また, 層厚比が同一の場合は, 2-6ply, 2-12ply, 2-18ply の比較より, 全板厚

Table 1 Elastic moduli and fracture toughness of unidirectional laminate

Elastic moduli	
$E_{11} = 132 \text{ GPa}$	$E_{22} = 7.8 \text{ GPa}$
$G_{12} = 4.0 \text{ GPa}$	$\nu_{12} = 0.3$

Fracture toughness for splitting

$G_{IC} = 250 \sim 300 \text{ J/m}^2$

Subscripts "1" and "2" show the directions parallel and perpendicular to the fibers, respectively

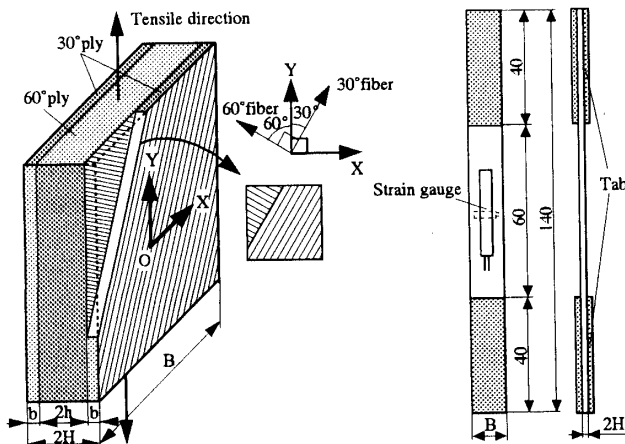


Fig. 1 Off-axis tension of cross-ply laminate

Fig. 2 Specimen configuration (dimensions in mm)

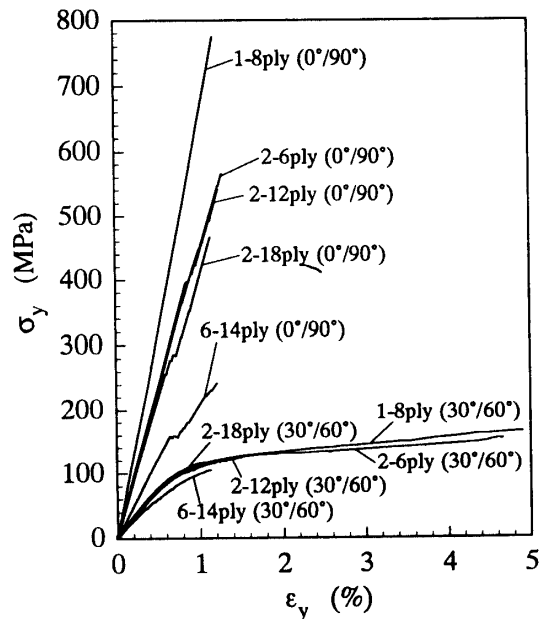


Fig. 3 Stress-strain relations of CFRP cross-ply laminates

Table 2 Tensile strength and fracture strain

Specimen	Tensile strength (MPa)		Fracture strain (%)	
	(0°/90°)	(30°/60°)	(0°/90°)	(30°/60°)
2-6 ply	549.4	144.7	1.14	3.86
2-12 ply	544.4	121.8	1.25	1.68
2-18 ply	465.8	116.7	1.15	1.28
1-8 ply	771.8	162.1	1.12	4.70
6-14 ply	227.8	100.8	1.27	0.99

が小さいほど高くなることわかる。30°/60° 試験片の破断ひずみも同様に、層厚比が小さいほど（60°層が薄いほど）大きく、層厚比が等しい場合は、全板厚が小さいほど大きくなることわかる。

**3.2 層内割れ損傷** 30°/60° 試験片端面のレプリカにより観察された層内割れ損傷の様子を図4に示す。微小な層内割れ損傷は30°層と60°層の境界より両層に発生しており、60°層の方が30°層より繊維に垂直な引張応力成分が大きいため、き裂の数も多いようである。図4(a), (b)に示すように層境界より発生した微小なき裂は全ての積層構成の試験片で観察されたが、図4(a)に示すような層内を貫通するき裂は、大きな破断ひずみとなった1-8ply, 2-6ply以外ではほとんど観察されなかった。このようなレプリカの光学顕微鏡観察により、各層の層内を貫通しているき裂、もしくはほぼ貫通していると見なされるき裂の数を測定し、各層の繊維に垂直方向の単位長さ（1 cm）当たりの数（き裂密度）を求めた。

図5は、1-8plyおよび2-6plyにおけるき裂密度と応力の関係を示したものである。図より両試験片とも引張応力が120MPaで60°層の層内割れが、140MPaで30°層の層内割れが進行するようである。

**3.3 非線形変形挙動** 一般に、積層板の非線形変形は、図6に示すように、損傷による成分と素材の塑性変形等のいわゆる材料非線形による成分の和として表される。0°/90° 試験片では、90°層に層内割れ損傷が発生するまでは線形な変形挙動を保ち、損傷が発生した応力レベルで初めて非線形変形挙動を示しており、

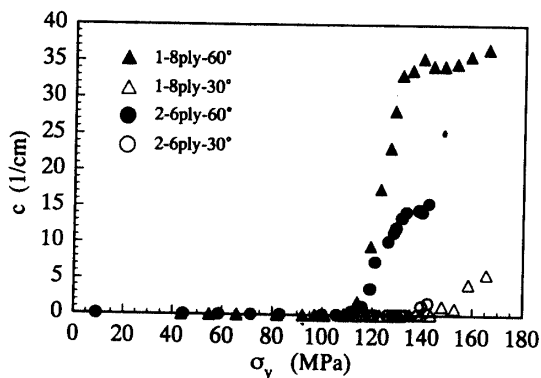


Fig. 5 Ply-cracking density as a function of applied stress

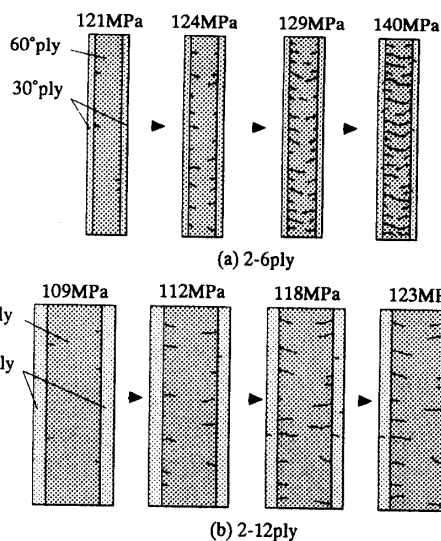


Fig. 4 Evolution of ply-cracking damage

損傷による非線形変形が支配的である。既報<sup>(4)</sup>で、0°/90° 試験片の応力-ひずみ関係は異方性弾性に損傷を考慮した損傷理論により予測できることを報告している。図7は、同様の損傷理論を30°/60° 試験片に適用して得られた応力-ひずみ関係である。各曲線の最初の非線形変形発生は60°層の層内割れ損傷の発生に、続く応力低下は30°層の層内割れ損傷の発生に対応している。図より、損傷理論による応力-ひずみ関係は実験結果よりかなり高くなっており、損傷理論では30°/60° 試験片の応力-ひずみ関係を予測できないことがわかる。実際、30°/60° 試験片では、損傷量は極めて少なく、図3に示すように、損傷が開始する120MPa以前より非線形変形挙動を示し、非線形変形の度合いも大きい。そこで、除荷試験を行った結果より、図6に示す素材の変形特性に起因する非線形ひずみ  $\epsilon_p$ （ここでは非弾性ひずみと呼ぶ）を測定した。図8は応力-非弾性ひずみ関係を示したものである。図より、すべての積層構成で非弾性変形が生じており、ほぼ同一の曲線となっていることがわかる。

以上のことより、直交積層板の斜め方向引張りにお

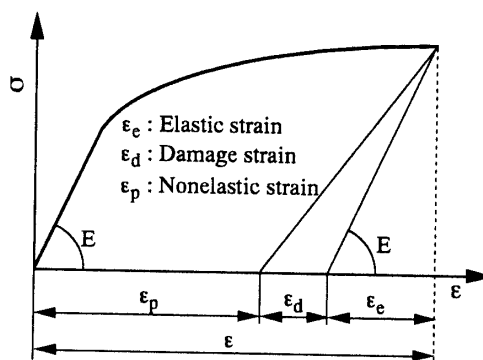


Fig. 6 Strain components in non-linear deformation

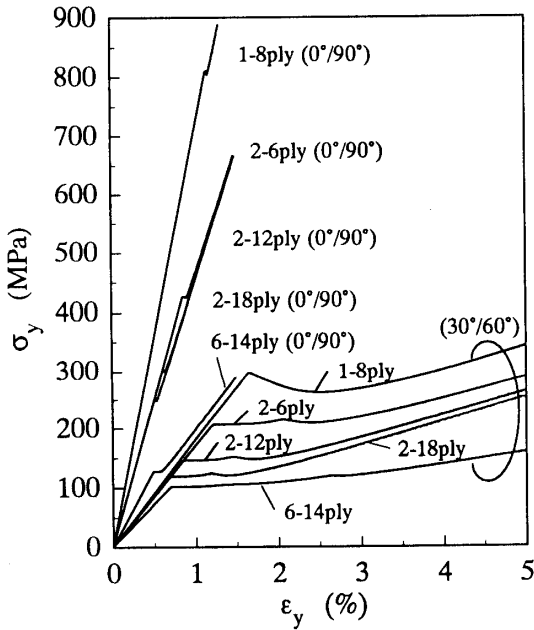


Fig. 7 Stress-strain relations obtained by numerical analysis based on the ply-cracking damage theory

いては、層内割れ損傷が進行する前から、素材の変形特性に起因する非線形変形が生じ、大きな破断ひずみをもたらすことが明らかとなった。

4. 増分形非線形積層理論

3節の実験結果より、CFRP直交積層板の主軸方向引張りでは、層内割れ損傷が進行し、変形、損傷挙動は異方性弾性論に層内割れ損傷を考慮した理論により予測でき、一方、斜め方向引張りでは、素材の変形特性に起因する非線形変形が支配的になることが明らかとなった。そこで、ここでは、マイクロメカニクス的手法<sup>(22)(24)</sup>に基づく増分形非線形積層理論を提案する。

4.1 繊維とマトリックスの変形特性 対象とする繊維強化複合材料の繊維は等方弾性、マトリックスはJ2流れ理論により記述される弾塑性であるとする。繊維の増分形応力-ひずみ関係は等方弾性の式により与えられる。

$$d\sigma^f = L_f(E_f, \nu_f) d\epsilon^f \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 $L_f(E_f, \nu_f)$  は繊維のヤング率 $E_f$ とポアソン比 $\nu_f$ により記述される弾性係数テンソルである。マトリックスの弾性挙動は弾性係数テンソル $L_m(E_m, \nu_m)$ を用いて同様な式で表される。マトリックスの弾塑性挙動を記述するJ2流れ理論(Prandtl-Reussの式)は等方弾性の式と同様な形で近似できる<sup>(25)</sup>。

$$d\sigma^m = L_m(E_m, \nu_m) d\epsilon^m \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $L_m(E_m, \nu_m)$  は、 $L_m(E_m, \nu_m)$  において、 $E_m$ と $\nu_m$

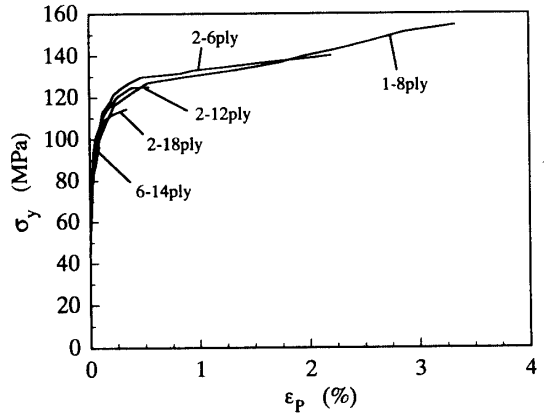


Fig. 8 Stress-nonelastic strain relations of cross-ply laminates under off-axis tension

を $E'_m$ と $\nu'_m$ で置き換えた接線係数テンソルである。 $E'_m$ と $\nu'_m$ は弾塑性変形中のヤング率とポアソン比に対応する係数であり、次式で与えられる。

$$E'_m = \frac{E_m}{1 + \frac{E_m}{H'}} \quad , \quad \nu'_m = \frac{\nu_m + \frac{E_m}{2H'}}{1 + \frac{E_m}{H'}} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 $H'$  はマトリックスの加工硬化率である。

$$H' = \frac{d\sigma_e^m}{d\epsilon_p^m} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$\sigma_e^m$ と $d\epsilon_p^m$ はそれぞれMisesの相当応力と相当塑性ひずみ増分である。(2)式は単調比例負荷の場合は厳密にPrandtl-Reussの式に一致し、本理論ではマトリックスの弾塑性変形に対してこの式を用いる。

4.2 一方向強化材の構成式 図9に示すようなマトリックス中に円形断面の長繊維が一方向に配列した複合材料にEshelbyの等価介在物法<sup>(22)</sup>とMori-Tanakaの平均場理論<sup>(23)</sup>を適用すると、材料主軸に関するひずみ増分-応力増分関係は次式で与えられる<sup>(26)</sup>。

$$d\epsilon = C d\sigma \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$C = A^{-1} \{ (1-f) (L_f - L_m) S + L_m \} L_m^{-1} \quad \dots(6)$$

$$A = (L_f - L_m) \{ (1-f) S + f \} + L_m \quad \dots\dots(7)$$

ここで、 $C$  は繊維とマトリックスの変形特性 $L_f$ と $L_m$ 、繊維体積率 $f$ 、および無限長繊維に対するEshelbyのテンソル $S$  からなる一方向強化材のコンプライアンス・テンソルである。また、繊維およびマトリックスの平均的な微視的応力・ひずみ増分は以下の式により記述される。

$$d\sigma^f = L_m (S - I) A^{-1} L_f (S - I)^{-1} L_m^{-1} d\sigma \quad \dots\dots(8)$$

$$d\epsilon^f = L_f^{-1} d\sigma^f \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$d\sigma^m = L_m (S - I) A^{-1} \{ L_m + (L_f - L_m) S \}$$

$$\times (S - I)^{-1} L_m^{-1} d\sigma \dots\dots\dots (10)$$

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^m = L_m^{-1} d\boldsymbol{\sigma}^m \dots\dots\dots (11)$$

4.3 マトリックスの相当応力 一方向強化材の弾塑性解析を行うためには、一方向強化材中のマトリックスの相当応力の評価が必要である。不均一に変形しているマトリックスの相当応力を評価するためにTohgo-Wengのエネルギー法<sup>(27)</sup>を用いた。マトリックスの初期相当応力は、

$$(\sigma_e^m)^2 = \frac{3 E_m}{2(1-f)(1+\nu_m)} (\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon} - f \boldsymbol{\sigma}^f \boldsymbol{\varepsilon}^f) - \frac{9(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m)} (\sigma_m^m)^2 \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ は複合材料の応力、ひずみ、 $\boldsymbol{\sigma}^f$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^f$ は強化材の応力、ひずみで、 $\sigma_m^m$ はマトリックスの平均静水圧応力である。また、増分変形前の相当応力を $\sigma_e^m$ とすると、増分変形後の相当応力は $\sigma_e^m + d\sigma_e^m$ となり、相当応力増分 $d\sigma_e^m$ は、

$$d\sigma_e^m = \frac{3 E_m}{2(1-f)(1+\nu_m) \sigma_e^m} (\boldsymbol{\sigma} d\boldsymbol{\varepsilon} - f \boldsymbol{\sigma}^f d\boldsymbol{\varepsilon}^f) - \frac{9(1-2\nu_m)}{2(1+\nu_m) \sigma_e^m} \sigma_m^m d\sigma_m^m \dots\dots\dots (13)$$

で与えられる。

4.4 一方向強化材の平面応力状態の構成式 (5)式は一方向強化材の三次元応力状態に対する構成式であるが、図10に示すような繊維方向とそれに垂直方向の座標系O12に関する平面応力状態の構成式は以下ようになる。座標系O12に関する応力増分、ひずみ増分を $d\boldsymbol{\sigma} = [d\sigma_1, d\sigma_2, d\tau_{12}]$ ,  $d\boldsymbol{\varepsilon} = [d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\gamma_{12}]$ とすると、ひずみ増分-応力増分関係は次のようになる。

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = C d\boldsymbol{\sigma} \quad , \quad C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $C$ は式(5)における $C$ の部分マトリックスであ

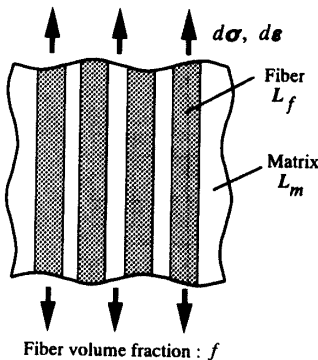


Fig. 9 Unidirectional fiber reinforced composite

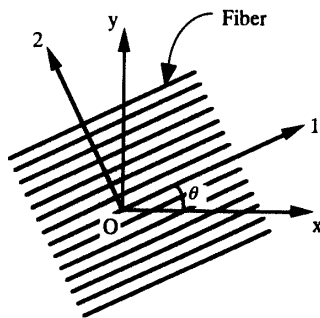


Fig. 10 Coordinate systems in 2D-problem of the composite

る。また、応力増分-ひずみ増分関係は

$$d\boldsymbol{\sigma} = L d\boldsymbol{\varepsilon} \quad , \quad L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 \\ L_{12} & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & L_{66} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

となり、 $L$ は(14)式の $C$ の逆マトリックスである。更に、繊維方向と $\theta$ 傾いた物理座標系Oxyに関する応力増分、ひずみ増分を $d\boldsymbol{\sigma} = [d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}]$ ,  $d\boldsymbol{\varepsilon} = [d\varepsilon_x, d\varepsilon_y, d\gamma_{xy}]$ とし、応力とひずみの座標変換の関係

$$d\boldsymbol{\sigma} = T(\theta) d\boldsymbol{\sigma} \quad , \quad d\boldsymbol{\varepsilon} = R(\theta) d\boldsymbol{\varepsilon} \dots\dots\dots (16)$$

を用いると、物理座標系における増分形構成式が

$$d\boldsymbol{\sigma} = T(\theta) L R(\theta)^{-1} d\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{L}(\theta) d\boldsymbol{\varepsilon} \dots\dots\dots (17)$$

のように得られる。

4.5 積層複合材料の構成式 以上得られた一方向強化材の増分形構成式を積層理論に適用して、図11に示すような積層板の増分形構成式を導出する。

積層板内のひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon} = [d\varepsilon_x, d\varepsilon_y, d\gamma_{xy}]$ は、積層板の中央面でのひずみ増分 $d\boldsymbol{\varepsilon}_0 = [d\varepsilon_x^0, d\varepsilon_y^0, d\gamma_{xy}^0]$ および曲率増分 $d\boldsymbol{\kappa} = [d\kappa_x, d\kappa_y, 2d\kappa_{xy}]$ により、次式で表される。

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}_0 + z d\boldsymbol{\kappa} \dots\dots\dots (18)$$

中央面での変位増分の $x$ 軸、 $y$ 軸、 $z$ 軸方向成分を、それぞれ、 $du^0, dv^0, dw^0$ とすると、 $d\boldsymbol{\varepsilon}_0, d\boldsymbol{\kappa}$ は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_x^0 = \frac{\partial du^0}{\partial x} \quad , \quad d\varepsilon_y^0 = \frac{\partial dv^0}{\partial y} \quad , \quad d\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial du^0}{\partial y} + \frac{\partial dv^0}{\partial x} \dots\dots\dots (19)$$

$$d\kappa_x = -\frac{\partial^2 dw^0}{\partial x^2} \quad , \quad d\kappa_y = -\frac{\partial^2 dw^0}{\partial y^2} \quad , \quad d\kappa_{xy} = -\frac{\partial^2 dw^0}{\partial x \partial y} \dots\dots\dots (20)$$

積層板の合力増分、合モーメント増分は

$$dN = (dN_x, dN_y, dN_{xy}) = \int_{-H}^H (d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}) dz \dots\dots\dots (21)$$

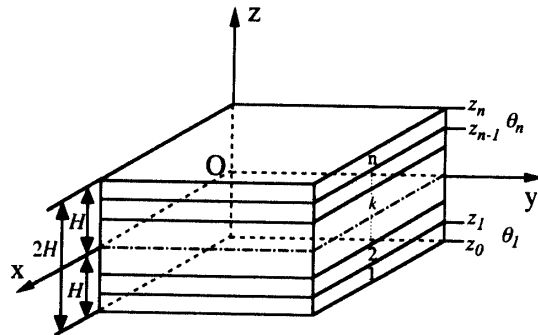


Fig. 11 An n-layered laminate

$$dM = (dM_x, dM_y, dM_{xy}) = \int_{-H}^H (d\sigma_x, d\sigma_y, d\tau_{xy}) z dz \quad (22)$$

となるので, (17)式, (18)式を代入すると

$$dN = A d\epsilon_0 + B d\kappa \quad (23)$$

$$dM = B d\epsilon_0 + D d\kappa \quad (24)$$

$$A = \sum_{k=1}^n \bar{L}(\theta_k) (z_k - z_{k-1}) \quad (25)$$

$$B = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{L}(\theta_k) (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (26)$$

$$D = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{L}(\theta_k) (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (27)$$

となる. 本実験のように, 積層構成が板中央面に関して対称で, 面内力のみが作用する場合は,  $d\kappa = 0$ ,  $B = 0$ ,  $dM = 0$  で,  $d\epsilon_0$  は積層板の平均ひずみ増分  $d\epsilon$  に等しくなる.

$$d\epsilon_0 = d\epsilon \quad (28)$$

また, 合力増分  $dN$  と積層板の平均応力増分  $d\sigma$  との関係は

$$dN = 2H d\sigma \quad (29)$$

であるので, 対称積層板の面内負荷に対する増分構成式は

$$d\sigma = \frac{1}{2H} A d\epsilon \quad (30)$$

で与えられる.

以上の式を用いて, 繰返し計算することにより, マトリックスの弾塑性変形を考慮した積層板の非線形変形挙動を解析することができる.

### 5. 解析結果

5.1 一方向強化材の変形解析 直交積層板の斜め方向引張りの解析に先立ち, 一方向強化材の斜め方向引張りに対する解析を行い, 実験結果と比較することにより, 一方向強化材に対する本非線形構成式の有効性を検討する. 本実験に用いた材料に対して一方向強化材の斜め方向引張試験の結果は得られていないので, 河井ら<sup>(18), (19)</sup>により実験結果の得られているCFRP一方向強化材 (東レ社製: P/2053-17) に対して解析を行った. 解析に用いた材料定数は, 繊維体積率を  $f = 60\%$  とし, この材料の一方向強化材の弾性係数および  $20^\circ$  方向引張りの応力-ひずみ曲線から試行錯誤的に決定した. 繊維とマトリックスのヤング率とポアソン比は

$$E_f = 270 \text{ GPa}, \quad \nu_f = 0.24 \quad (31)$$

$$E_m = 2.75 \text{ GPa}, \quad \nu_m = 0.32 \quad (32)$$

マトリックスの降伏応力と相当応力-相当塑性ひずみ関係は

$$\sigma_{ys}^m = 50 \text{ MPa} \quad (33)$$

$$\sigma_e^m = 50 \left( 1 + \frac{\epsilon_{mp}^m}{0.00042} \right)^{0.13} \quad (34)$$

である.

図12は斜め方向引張りによる応力と軸方向ひずみおよび垂直ひずみの関係について実験結果と解析結果の比較を行ったものである. 解析結果と実験結果は,

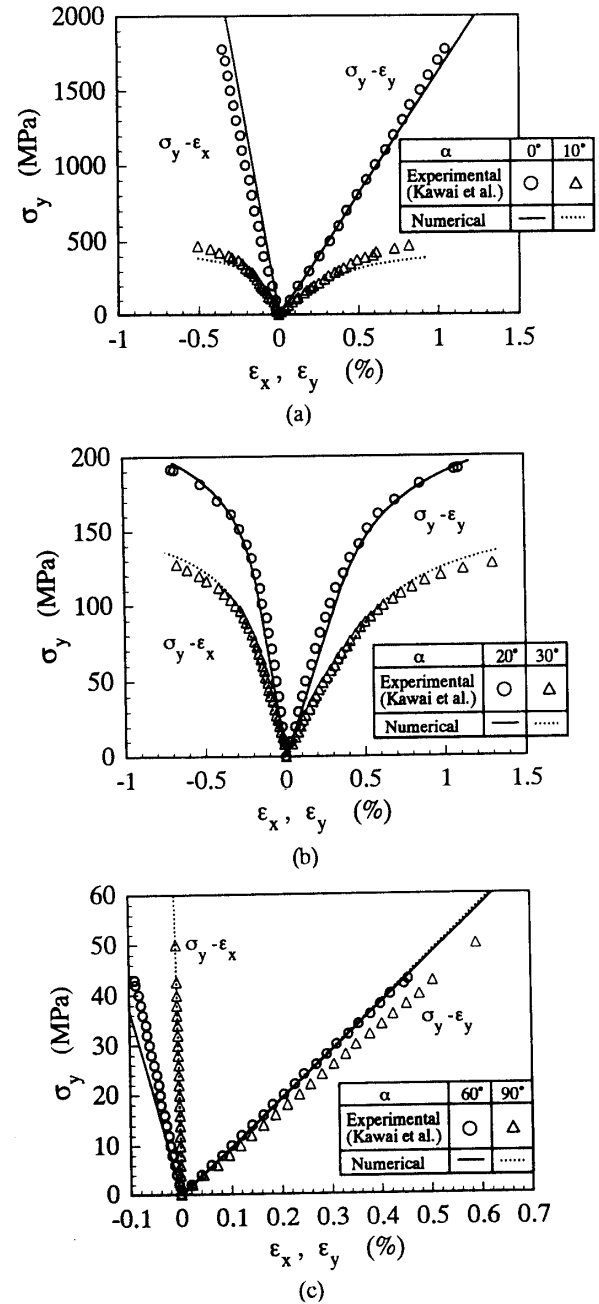


Fig. 12 Comparison between experimental and numerical stress-strain relations of CFRP unidirectional laminate under off-axis tension

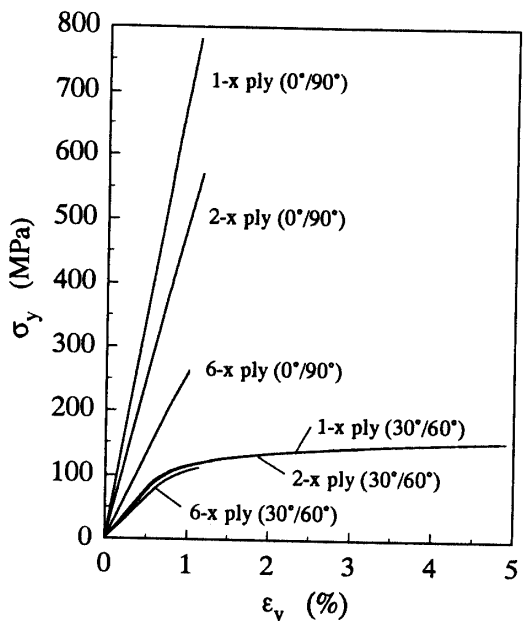


Fig. 13 Numerical stress-strain relations of CFRP cross-ply laminates

90° 方向引張りの  $\sigma_y - \epsilon_y$  関係で若干の差が見られるが、材料定数の決定に用いた20° 方向引張りだけでなく、他の方向の結果においても、よく一致している。以上の結果より、マイクロメカニクスに基づく一方向強化材の非線形構成式は有効であることがわかる。

**5.2 直交積層板の変形解析** 本実験に用いた直交積層板の斜め方向引張りの解析を非線形積層理論により行った。解析に用いた材料定数は、一方向材の弾性係数および2-plyの30° 方向引張りの応力-ひずみ曲線から繊維体積率を  $f = 60\%$  として決定した。繊維とマトリックスのヤング率とポアソン比は

$$E_f = 219 \text{ GPa} \quad , \quad \nu_f = 0.25 \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$E_m = 2.35 \text{ GPa} \quad , \quad \nu_m = 0.35 \quad \dots\dots\dots (36)$$

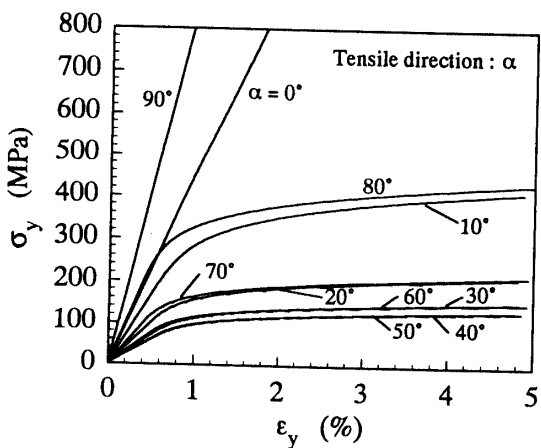


Fig. 14 Numerical stress-strain relations of CFRP cross-ply laminate (2-x ply) under off-axis tension

マトリックスの降伏応力と相当応力-相当塑性ひずみ関係は

$$\sigma_{ys}^m = 51 \text{ MPa} \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\sigma_e^m = 51 \left( 1 + \frac{\epsilon_{ep}^m}{0.00085} \right)^{0.11} \quad \dots\dots\dots (38)$$

である。

図13は0° 方向引張りおよび30° 方向引張りに対する解析結果である。図において、解析結果の応力-ひずみ関係は層厚比のみに依存するので、1-x ply, 2-x ply, 6-x plyと表示している。0° 方向引張りでは、ほぼ線形な変形挙動が得られており、層内割れ損傷が生じないとした場合の各積層板の応力-ひずみ関係が良く予測されている。また、30° 方向引張りにおいても、大きな非線形変形および応力-ひずみ関係が積層構成にあまり依存しないという特徴が良く予測されている。以上の結果より、本非線形積層理論は、積層板の非線形変形解析に対しても有効であることがわかる。

本非線形積層理論による興味ある解析結果を示す。図14は層厚比2の直交積層板に対して、各方向引張りによる応力-ひずみ関係を解析した結果である。図より、0° 方向と90° 方向の引張りでは、応力-ひずみ関係は、ほぼ線形の関係となるが、斜め方向引張りでは非線形変形を示し、引張方向に強く依存することがわかる。図15は、疑似等方積層板(0°/45°/-45°/90°)<sub>sym</sub>の各方向引張りによる応力-ひずみ関係の解析結果を示したものである。図より、応力-ひずみ関係はほぼ一本の直線関係となっており、疑似等方積層板は等方な特性を示すだけでなく、マトリックスの塑性変形の影響が極めて小さくなることがわかる。

本非線形積層理論を実用積層板に適用する際に、繊維体積率が60%と高く、Eshelbyの等価介在物法とMori-Tanakaの平均場理論の適用限界を超えているのではな

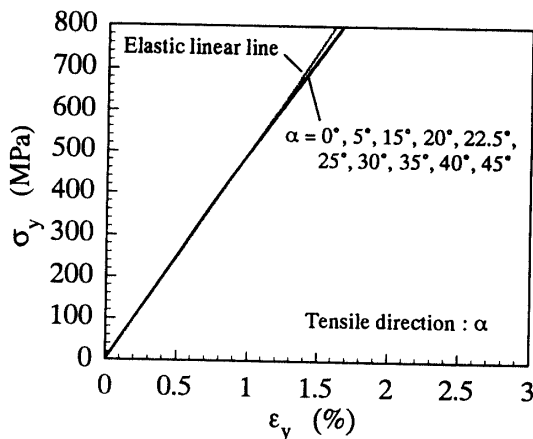


Fig. 15 Numerical stress-strain relations of CFRP quasi-isotropic laminates (0°/45°/-45°/90°)<sub>sym</sub> under off-axis tension

いかということ、繊維とマトリックスの材料定数が必要であること、利用できる材料定数のデータがあったとしても素材単体での特性と複合材料中での in-situ 特性は異なる可能性があることなどが問題となる。それに対して、本解析では、一方向強化材の材料定数より繊維とマトリックスの材料定数を推定し、推定された材料定数を用いて積層板の解析を行い、妥当な結果を得ることができた。このような手法は、理論の適用という観点からは、厳密ではないかもしれないが、工学的な方法論としては許容できるであろうと考えられる。本研究では、繊維は等方弾性として理論を構築し、炭素繊維も等方弾性と仮定して解析を行った。本理論に繊維の異方性を考慮するならば、さらに有効性は高まるものと思われる。

## 6. 結 言

CFRP 直交積層板の斜め方向引張りによる層内割れ損傷・非線形変形挙動について調べ、以下の結論を得た。

(1) 直交積層板の斜め方向引張下での応力-ひずみ関係は線形弾性変形の後大きな非線形変形を示し、主軸方向引張りとは異なる特性となる。

(2) 斜め方向引張下での試験片端面の層内割れ損傷は、 $0^\circ/90^\circ$  試験片に見られた貫通き裂は少なく、層境界から発生した微小き裂が多く観察された。

(3) 直交積層板の斜め方向引張りによる変形挙動は、損傷による非線形性よりも、素材の変形特性に起因する非線形変形が支配的である。

(4) マイクロメカニクス的手法に基づいた積層複合材料の増分非線形積層理論を提案した。

(5) 提案した理論はCFRP一方向強化材および直交積層板の主軸方向および斜め方向引張りの応力-ひずみ関係を良く再現できる。

## 文 献

- (1) Davies, P. and Benzeggagh, M.L., (Friedrich, K. 編), *Compos. Mater. Ser.*, **6** (1989), 81-112, Elsevier.
- (2) Carlsson, L. A. and Gillespie, J. W. Jr, (Friedrich, K. 編), *Compos. Mater. Ser.*, **6** (1989), 113-157, Elsevier.
- (3) Tohgo, K., Wang, A.S.D. and Chou, T.W., *J. Compos. Mater.*, **27** (1993), 1054-1076.
- (4) 東郷・平子・石井, 機論, **61**-585, A(1995), 959-964.
- (5) 東郷・平子・石井・佐野, 機論, **61**-586, A(1995), 1273-1279.
- (6) Nairn, J. A., *J. Compos. Mater.*, **23** (1989), 1106-1129.
- (7) Han, Y. M. and Hahn, H. T., *Compos. Sci. Technol.*, **35** (1989), 377-397.
- (8) Liu, S. and Nairn, J. A., *J. Reinf. Plast. Compos.*, **11** (1992), 158-178.
- (9) Caslini, M., Zanotti, C. and O'Brien, T. K., *J. Comp. Tech. Resear.*, **9** (1987), 121-130.
- (10) Chatterjee, S. N., Wung, E. C. J. and Yen, C. F., *ASTM STP* 1156, (1993), 195-217.
- (11) 神谷・関根, 機論, **56**-524, A(1990), 930-936.
- (12) 荻原・武田・小林・小林, 機論, **62**-602, A (1996), 2250-2255.
- (13) 島村・轟・小林・中村, 機論, **62**-594, A(1996), 328-334.
- (14) 東郷・秋月・杉山, 機論, **64**-621, A (1998), 1160-1167.
- (15) 東郷・杉山・秋月, 機論, **65**-639, A (1999), 2230-2237.
- (16) Hahn, H.T. and Tsai, S.W., *J. Comp. Mat.*, **7** (1973), 102-118.
- (17) Hahn, H.T., *J. Comp. Mat.*, **7** (1973), 257-271.
- (18) 河井・森下・佐藤・戸村, 機論, **62**-601, A (1996), 2080-2087.
- (19) Kawai, M., Morishita, M., Satoh, H., Tomura, S. and Kemmochi, K., *Composites Part A*, **28A** (1997), 267-275.
- (20) 金川・村上・藤井・溝邊, 材料, **46** (1997), 769-774.
- (21) 和田・元木・福田, 日本複合材料学会誌, **24** (1998), 61-68.
- (22) Eshelby, J.D., *Proceedings of the Royal Society*, **A241** (1957), 376-396, London.
- (23) Mori, T. and Tanaka, K., *Acta Metall.*, **21** (1973), 571-574.
- (24) Mura, T., *Micromechanics of Defects in Solids*, (1982), Martinus Nijhoff, The Hague.
- (25) 東郷・Chou, T.W., 機論, **61**-582, A(1995), 382-388.
- (26) 東郷・曹, 機論, **65**-631, A(1999), 514-522.
- (27) Tohgo, K. and Weng, G.J., *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **116** (1994), 414-420.