

マイクロブーディン応力計の理論概要

メタデータ	言語: ja 出版者: 静岡大学地球科学教室 公開日: 2016-09-26 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 松村, 太郎次郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00009817

マイクロブーディン応力計の理論概要

松村太郎次郎

A theoretical outline of the microboudin palaeo-piezometer

Tarojiro MATSUMURA

Abstract This paper describes a theoretical outline of the microboudin palaeo-piezometer. The microboudin palaeo-piezometer was recently developed as a practical method for differential stress analysis of metamorphic tectonites. It estimates the far-field differential stress (σ_0) on the basis of a theoretical analysis of the proportion of microboudinaged columnar grains in terms of the aspect ratio. We introduce the application of the microboudin palaeo-piezometer with an example from Masuda *et al.* (2011).

Keywords: microboudin structure, palaeostress analysis, strain analysis, columnar mineral, metamorphic rock

はじめに

応力は岩石の変形を記述する上で基本的な物理量の一つである (e.g. Hobbs *et al.*, 1976; Nicolas & Poirier, 1976; Means, 1976). 岩石に記録された応力の情報は地球内部の物理現象, 例えばプレート運動, 造山運動, 断層運動などの力学を理解するのに重要な役割を果たすと考えられている (e.g. Engelder, 1993; Scholz, 2002; Turcotte & Schubert, 2002; Lacombe, 2007; Karato, 2008; Hobbs & Ord, 2014). したがって, どのようにして岩石から応力の情報を得るのかという問題は地球科学において重要なテーマの一つである.

岩石に記録された応力を読み解く方法論のことを応力計と呼ぶことにする. 代表的な応力計としては例えば, 再結晶粒径応力計や転位密度応力計があり, 長年にわたって広く利用されている (e.g. Twiss, 1977, 1986; Mercier *et al.*, 1977; Weathers *et al.*, 1979; Kohlstedt & Weathers, 1980; Ord & Christie, 1984; Küster & Stöckhert, 1999; Stipp & Tullis, 2003; Bürgmann & Dresen, 2008; Behr & Platt, 2011; Johannesen & Platt, 2015). これらの応力計は高温高圧下での岩石変形実験によって経験的に導かれたもので, 変形が定常状態である事, 変形構造が焼き鈍しなどによって改変されていない事を仮定して利用されている (e.g. Küster & Stöckhert, 1999). しかし, 実際の岩石変形過程

は非常に複雑であるため, このような仮定はあまり現実的ではない (Kimura *et al.*, 2010).

実験的手法に代わる応力計として柱状鉱物 (例えば, 角閃石, 電気石, 緑れん石) のマイクロブーディン構造を応力の手がかりとした応力計をマイクロブーディン応力計と呼ぶ. この応力計ではマイクロブーディン構造形成に関する理論式から岩石が経験した応力を求める. その概略を振り返ると, Masuda & Kuriyama (1988) ではメタチャート中の紅簾石のマイクロブーディン構造が応力および歪の定量的指標として利用できる可能性を示し, Masuda *et al.* (1989) では紅簾石のマイクロブーディン構造の存在比と縦横比の関係を記述する理論式を提唱した. その後, マイクロブーディン応力計はいくつかの議論 (Table. 1) を経て, Masuda *et al.* (2003) 及び, Kimura *et al.* (2006, 2010) による改良で実用的な応力計として一定の水準に達したと言ってよいだろう (e.g. Masuda *et al.*, 2011).

しかしながら, マイクロブーディン応力計の原理が理解され, 広く利用されているとは言い難いのが現状である. その原因の一つとして, マイクロブーディン応力計は度重なる改良を経ているにも関わらず, 理論概説の取りまとめが行われていないことが挙げられる. そこで, 本報告ではマイクロブーディン応力計の理論概説をとりまとめることにする. 本報告の構成としては始めに, マイクロブーディン構造と岩石に生じた差応力との関係について

表1. マイクロブーディン応力計に関する研究のまとめ.

Table 1. Summary of publications for the microboudin palaeo-piezometer.

Contents	Reference
マイクロブーディン構造が応力-歪履歴の定量的指標であることの提案	Masuda and Kuriyama (1988)
マイクロブーディン応力計の提案	Masuda <i>et al.</i> (1989)
マイクロブーディン構造を利用した応力-歪履歴の推定	Masuda <i>et al.</i> (1990)
B値とブーディン率のデータ安定性の議論	Masuda <i>et al.</i> (1995a)
マイクロブーディン構造が後退変作用下の温度降下のもとで形成されることの発見	Masuda <i>et al.</i> (1995b)
鉱物線構造の定量化法の提唱	Masuda <i>et al.</i> (1999)
λ 値を用いた理論式の改良	Masuda <i>et al.</i> (2003)
マイクロブーディン理論式の天然への適用検証	Masuda <i>et al.</i> (2004a)
簡易測定法による三波川地域の応力解析	Masuda <i>et al.</i> (2004b)
マイクロブーディン解析による応力比 $(\sigma_1 - \sigma_2)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ の推定	Masuda <i>et al.</i> (2004c)
弾性理論モデルと粘性理論モデルの定性的比較	Masuda and Kimura (2004)
三点曲げ実験による柱状鉱物破壊強度の測定	Kimura <i>et al.</i> (2006)
応力-歪履歴と塑性変形終了時の応力状態の関係の考察	Masuda <i>et al.</i> (2007)
主応力成分 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ の推定と疲労破壊項の導入	Masuda <i>et al.</i> (2008)
現行のマイクロブーディン応力計の提案	Kimura <i>et al.</i> (2010)
マイクロブーディン応力計と粒径および双晶古応力計との比較	Masuda <i>et al.</i> (2011)

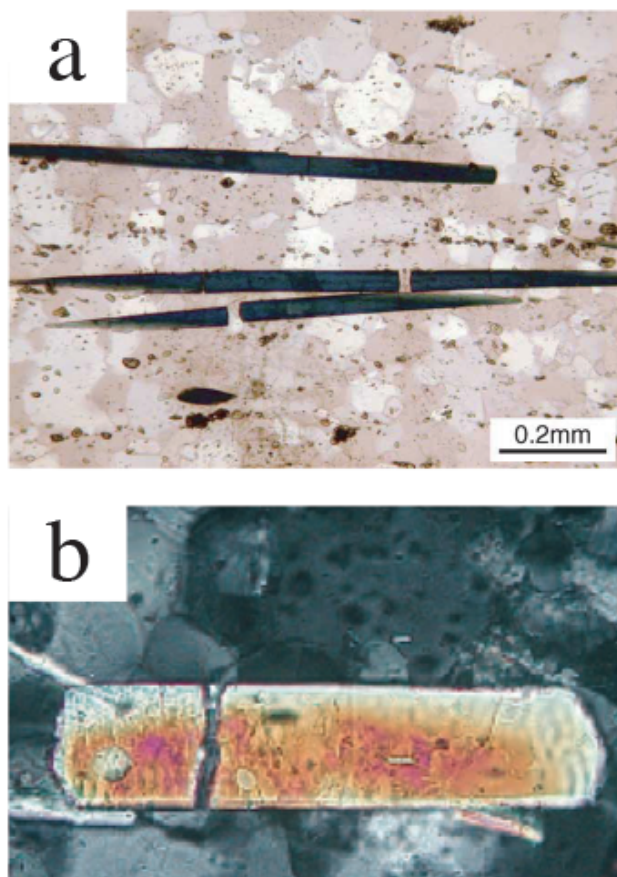


図1. 柱状鉱物のマイクロブーディン構造。(a)アルカリ角閃石, 中国Aksu産, オープンニコル(Masuda & Kimura, 2004). (b)電気石, オマーンWadi Tayin産, クロスニコル(Masuda & Kimura, 2004).

Fig. 1. Photomicrograph of the microboudinage columnar mineral grains embedded within quartz matrix. (a) Sodic amphibole microboudins from Aksu region, China, plane polarized light (Masuda & Kimura, 2004). (b) Tourmaline microboudin from Wadi Tayin, Sultanate of Oman, crossed polarized light (Masuda & Kimura, 2004).

述べる. 次にマイクロブーディン応力計の基本理論について解説し, マイクロブーディン理論式を導出する. その後, マイクロブーディン理論式と差応力の関係式を導出し, 歪指標としてマイクロブーディン構造を利用する方法について説明する. 最後に天然への適用例としてMasuda *et al.* (2011)よりギリシャSyros島に産する大理石中の藍閃石に対してマイクロブーディン応力計を用いた事例を紹介する.

マイクロブーディン構造と岩石に生じた差応力

マイクロブーディン構造とは, 元々一つの粒子であった柱状鉱物が破壊され, それぞれ引き離されることで形成される(Fig. 1). したがって, マイクロブーディン構造の存在は粒子を破壊するに足る差応力が岩石の変形時に生じた証拠であるとみなせる. 我々が知りたいのは岩石全体に生じた差応力なので, 測定データからいかにして岩石全体に生じた差応力を推定するのかが問題となる. マイクロブーディン応力計では二つの基本理論に基づいて, マイクロブーディン構造を呈する粒子の存在比データを利用して両者の関係を結びつけ, 定量的に岩石全体に生じた差応力を求められるようにした.

基本理論

マイクロブーディン応力計は二つの基本理論から構成されている. 一つはShear-lag model (Zhao & Ji, 1997)で, もう一つはWeakest link theory (Weibull, 1939a,b)である. Shear-lag modelは無限遠方より生じた差応力と柱状鉱物に生じた差応力の関係を記述し, Weakest link theoryは柱状鉱物の破壊強度を確率密度関数で記述する. また, Masuda *et al.* (2003)以前ではShear-lag modelではなくFiber loading theory (Kelly, 1973; Lloyd *et al.*, 1982)を用いていた. 本章では各基本理論についてFiber loading theory, Shear-lag

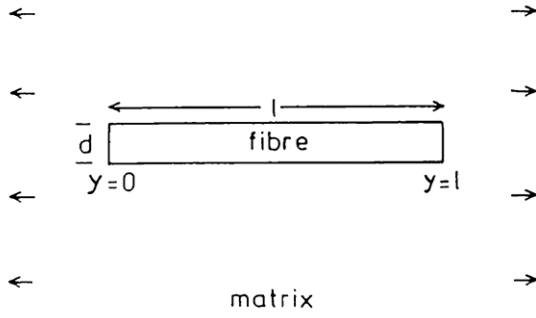


図2. Fiber loading theory (Lloyd *et al.*, 1982) におけるマトリックス中に存在するファイバーの模式図 (Masuda *et al.*, 1989).

Fig. 2. Conceptual illustration of fiber loading theory. Setting of fiber deformation surrounded by a homogeneous elastic matrix after Lloyd *et al.* (1982) from Masuda *et al.* (1989).

model, Weakest link theory の順で説明する.

Fiber loading theory

実際の岩石の変形過程は非常に複雑であるため、そのままでは基本理論を適用できない。そこで、基本理論を適用するにあたってマイクロブーディン構造の形成過程をモデル化する (Fig. 2)。ここで、天然のマイクロブーディン構造と区別するために材料科学の用語を使って、柱状鉱物をファイバー、周囲の鉱物をマトリックスと呼ぶ。このとき、ファイバーは円筒形で、直径を d 、長さを l とする。このファイバーは等方的な連続体マトリックスの中に埋め込まれており、マイクロブーディン構造の発達にはファイバーの長軸に直行する応力場において進行すると仮定する (Fig. 2)。Masuda *et al.* (1989) ではファイバーとマトリックスが共に弾性体であるとみなして、ファイバーに生じる差応力 σ_f を記述するのに Fiber loading theory (Kelly, 1973; Lloyd *et al.*, 1982) を採用した。この時、 σ_f は

$$\sigma_f = E_f \varepsilon \left[1 - \frac{\cosh \left\{ \beta \left(\frac{l}{2} - y \right) \right\}}{\cosh \left(\beta \frac{l}{2} \right)} \right] \quad (1)$$

と記述され、

$$\beta = \left\{ \frac{2\pi G_m}{E_f A_f \ln(R_0/R)} \right\}^{1/2} \quad (2)$$

である。ここで、 E_f はファイバーのヤング率、 ε はマトリックスの弾性歪、 l はファイバーの長さ、 y はファイバーの端点からの距離 ($0 \leq y \leq l$)、 G_m はマトリックスの剪断弾性係数、 A_f はファイバーの断面積、 R_0 は隣接したファイバー間の距離の平均、 R はファイバーの半径である。ファイバーの中心 ($y = l/2$) で破壊が起こるとすると、そこに生じる差応力 σ_c は次の式で表される。

$$\sigma_c = E_f \varepsilon \left[1 - \frac{1}{\cosh(\beta l/2)} \right] \quad (3)$$

また、柱状鉱物が四角柱であると仮定すると、断面積 A_f は $A_f = w^2$ (w は柱状鉱物の幅) となり、(2)式に代入する

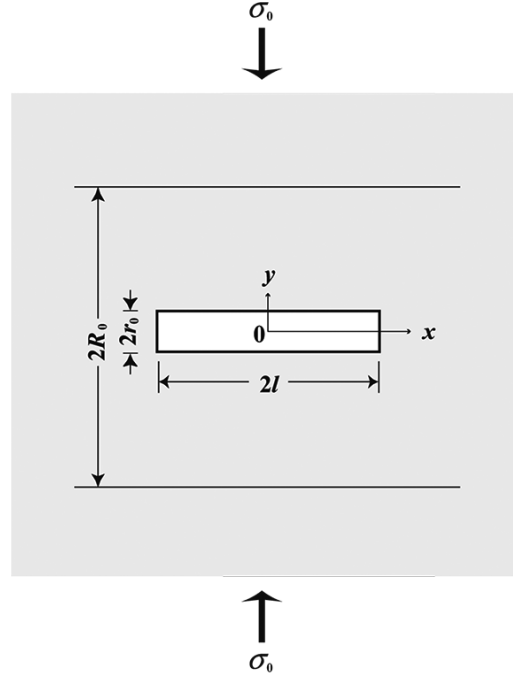


図3. Shear-lag model (Zhao & Ji, 1997) におけるマトリックス中に存在するファイバーの模式図 (Masuda *et al.*, 2003).

Fig. 3. Conceptual illustration of Shear-lag model. Setting of fiber deformation surrounded by a homogeneous elastic matrix after Zhao & Ji (1997) from Masuda *et al.* (2003).

と次の関係が成り立つ。

$$\beta = \left\{ \frac{2\pi G_m}{E_f \ln(R_0/R)} \right\}^{1/2} \frac{1}{w} = \frac{P}{w} \quad (4)$$

ここで P は定数である。また、無限遠方からの差応力 (σ_0) は $\sigma_0 = E_m \varepsilon$ (E_m はマトリックスのヤング率) の関係がある。これを(3)式に代入すると、ファイバーに生じる差応力 (σ_c) は σ_0 を用いて次のように表される。

$$\sigma_c = \frac{E_f}{E_m} \sigma_0 \left[1 - \frac{1}{\cosh(Ar)} \right] \quad (5)$$

ここで、 r はファイバーの縦横比であり、 $A = P/2$ である。

Shear-lag model

Shear-lag model (Zhao & Ji, 1997) は Masuda *et al.* (2003) において無限遠方より生じた差応力と柱状鉱物に生じる差応力の関係を記述する理論として Fiber loading theory に変わって採用された理論である。実は Fiber loading theory は境界条件に問題があり、マトリックスとファイバーが同じ物質である場合 ($E_f = E_m$)、 $\sigma_c : \sigma_{bulk} = 1:1$ とならない。このことを解決したのが Shear-lag model である。Shear-lag model ではファイバーとマトリックスが共に十分に弾性的であると仮定し、円筒形の連続体マトリックス (半径 R_0) の中心に円筒形のファイバー (半径 r_0 、長さ $2l$) が一本内包されたものを一単位 (unit cell) と定義した。ここで、マトリックスに無限遠方からの差応力 σ_0 が生じたとき、マトリックス中にあるファイバー (Fig. 3) に生じる差応力 σ は以下に表される。

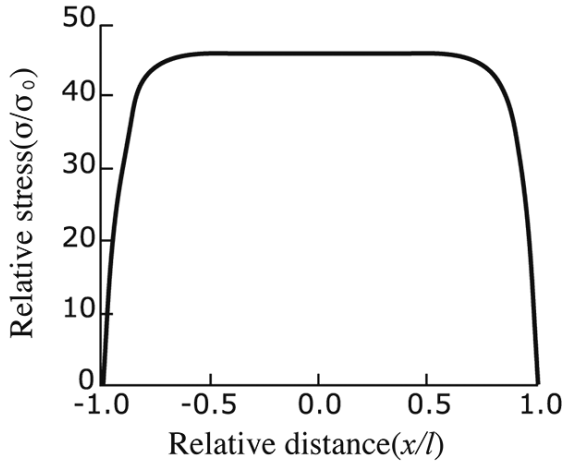


図4. Shear-lag model (Zhao & Ji, 1997)によって計算されるファイバーに働く差応力の大きさ. σ_{bulk} は無限遠方からの差応力, l は粒子の長さ, x は粒子上の任意の位置. 最大の差応力は粒子の中心で生じ, ファイバーの中心から3/4程度は最大値とほとんど同じ大きさの差応力が生じる (Kimura *et al.*, 2010).

Fig. 4. Distribution of differential stress in fibers according to the Shear-lag model (Zhao & Ji, 1997). σ_{bulk} is equivalent to the far-field stress, l is the grain length, and x is a variable that denotes the location in the grain. The maximum stress occurs at the center of the grain, but the stress around the central three-quarters of the grain is almost equivalent to the maximum value (Kimura *et al.*, 2010).

$$\sigma = E_f \varepsilon \left[1 - \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) \frac{\cosh(\beta x)}{\cosh(\beta l)} \right] \quad (6)$$

ここで,

$$\beta = \frac{r}{l} \left[\frac{E_m}{E_f (1 + \nu_m) \ln(R_0/r_0)} \right]^{1/2} \quad (7)$$

であり, r はファイバーの縦横比, E_m はマトリックスのヤング率, E_f はファイバーのヤング率, ε はマトリックスの弾性歪, σ はファイバーに生じる差応力, x はファイバーの中心からの長さ ($-l \leq x \leq l$), ν_m はマトリックスのポワソン比, r_0 はファイバーの半径, R_0 は一単位あたりのマトリックスの半径, $2l$ はファイバーの長さである. (6)式を用いてファイバーに生じる差応力を計算すると, ファイバーの中心から約3/4で生じる差応力にほとんど差が無いことが分かる (Fig. 4). したがって, ファイバーの破壊現象はファイバーの中心 ($x = 0$) で起こると仮定して問題ない. このとき, マトリックスが十分弾性的に振る舞い, かつ無限遠方からの差応力 σ_0 と歪 ε の間に $\varepsilon = \sigma_0/E_m$ なる比例関係が成立すると考えると (6), (7)式は次のように書き換えられる.

$$\sigma = \frac{E_f}{E_m} \sigma_0 \left[1 - \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) \frac{1}{\cosh(Ar)} \right] \quad (8)$$

ここで,

$$A = \frac{\beta r}{l} = \left[\frac{E_m}{E_f (1 + \nu_m) \ln(R_0/r_0)} \right] \quad (9)$$

である. マトリックスとファイバーが同じ物質である場合 ($E_f = E_m$), $\sigma_0 : \sigma = 1 : 1$ が成立するので σ_0 と σ における境界条件における問題は Shear-lag model によって解決されたことになる (Masuda *et al.*, 2003).

Weakest link theory

ここからは柱状鉱物の破壊強度について考える. 物質の破壊強度はそれ自身がどんなに均一であったとしても (例えば金属), その内部には微小な亀裂や転位といったいわゆる欠陥がいたるところに存在しているためにその破壊強度には統計的なバラつきが生じると考えられる. したがって, 材料強度学においては物質の破壊現象というのは確率論的に扱われる (e.g. 横堀, 1955). これを踏まえて, Masuda *et al.* (1989) では, マイクロブーディン応力計においてファイバーの破壊強度は縦横比にのみ依存していると仮定して Weakest link theory を導入した.

Weakest link theory とは次のような考えである. 物体には「欠陥 (imperfection)」がいたるところに存在しており, 外部からの応力が増加したときには欠陥に応力集中がおこる. このとき, 物体の破壊は欠陥のうち最弱の欠陥において亀裂が拡大することで起こるという考えである. つまり, 物体の破壊強度を知るには最弱部分の破壊強度に関する確率密度関数 $f(x)$ が与えられれば十分である. この時, 確率密度関数 $f(x)$ は Weibull (1939a,b) より以下の Weibull 分布として表される.

$$f(x) = amx^{m-1} \exp(-ax^m) \quad (10)$$

ここで, x = 試料の破壊強度, a = 平均破壊強度に関する定数, m = 分布の標準偏差に関する定数 (Weibull パラメータと呼ぶ) である. 全部で n 個ある欠陥のうちただ一つだけ欠陥が開く場合に生じた差応力を σ とすると, その時の確率密度関数 $g(n, \sigma)$ は

$$g(n, \sigma) = nf(\sigma) \left[1 - \int_0^{\sigma} f(x) dx \right]^{n-1} = anm\sigma^{m-1} \exp(-an\sigma^m) \quad (11)$$

となり, この時の残りの $n-1$ 個の欠陥の破壊強度は σ よりも大きい. さて, 欠陥の数 (n) は結晶の縦横比 (r) に比例すると仮定しているため, 欠陥の数 (n) とファイバーの縦横比 (r) の関係を比例定数 k を用いて $n = kr$ とすると式 (11) は次のように書き換えられる.

$$g(r, \sigma) = a' r m \sigma^{m-1} \exp(-a' r \sigma^m) \quad (12)$$

ここで, $a' = ka$ である. これを積分して得られる累積確率密度関数 $G(r, \sigma)$ は以下に表される.

$$G(r, \sigma) = \int_0^{\sigma} g(r, \sigma) d\sigma = 1 - \exp(-a' r \sigma^m) \quad (13)$$

ここで, ファイバーの縦横比 (r) が増加するにしたがって σ の値は減少し, $G(r, \sigma)$ は大きくなっていく (Fig. 5). 破壊強度のモード $S(r)$ は以下に表される.

$$S(r) = \left(\frac{m-1}{a' r m} \right)^{1/m} \quad (14)$$

これは $dg(r, \sigma)/d\sigma = 0$ となる σ の値によって定められる

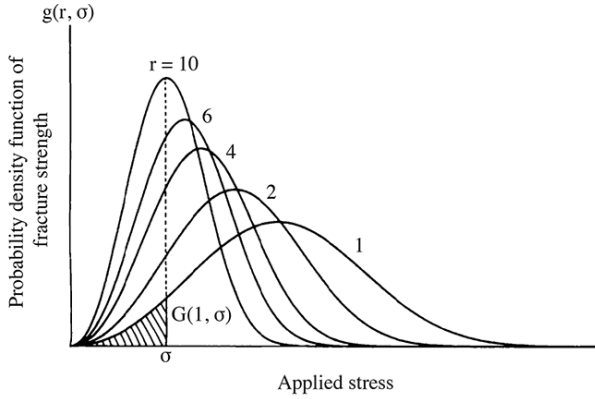


図5. Masuda *et al.* (1989) による破壊強度の確率密度関数 $g(r, \sigma)$ のグラフ. $G(r, \sigma)$ は累積密度分布. ファイバーの縦横比 (r) を変化したときの確率密度関数 $g(r, \sigma)$ の様子.

Fig. 5. Probability distribution function of the fracture strength of fiber $g(r, \sigma)$, which was proposed by Masuda *et al.* (1989). $G(r, \sigma)$ is the cumulative distribution function of $g(r, \sigma)$. r is aspect ratio of fiber.

関数であり, $g(r, \sigma)$ が最大となる値でもある. (14)式から $r = 1$ の時の平均破壊強度 (S^*) とすると

$$S^* = \left(\frac{m-1}{a'm} \right)^{1/m} \quad (15)$$

となる. これを a' について表すと

$$a' = \frac{m-1}{m} (S^*)^{-m} \quad (16)$$

となる. (12), (13), 及び(14)式は(15)と(16)式から以下のようなになる.

$$g(r, \sigma) = \frac{m-1}{m} (S^*)^{-m} r m \sigma^{m-1} \exp \left[-\frac{m-1}{m} r \left(\frac{\sigma}{S^*} \right)^m \right] \quad (17)$$

$$G(r, \sigma) = 1 - \exp \left[-\frac{m-1}{m} r \left(\frac{\sigma}{S^*} \right)^m \right] \quad (18)$$

$$S(r) = \left(\frac{1}{r} \right)^{1/m} S^* \quad (19)$$

これらの式はファイバーの縦横比に依存しているため, ファイバーの大きさとは無関係に当てはまる.

マイクロブーディン解析への適用

ここからは前章の基本理論を組み合わせてマイクロブーディン構造の理論式を求める. 本章ではまず, Masuda *et al.* (1989) が提唱した理論式について紹介し, その後 Masuda *et al.* (2003) が提唱した理論式を紹介する.

マイクロブーディン理論式 (Masuda *et al.*, 1989)

Masuda *et al.* (1989) では基本理論に Weakest link theory と Fiber-loading theory を採用し, ブーディン率 (= 割れた粒子の数/全測定粒子数) と縦横比 (r) の関係を累積分布

関数 $G(r, \sigma)$ を用いて記述した. 以下にこれの導出過程を示す.

まず, (18)式の σ を σ_{bulk} として(18)式に(5)式を代入すると,

$$G(r, \sigma_{bulk}) = 1 - \exp \left[-\frac{m-1}{m} r \left(\frac{E_f \sigma_{bulk}}{E_m S^*} \right)^m \times \left(1 - \frac{1}{\cosh(Ar)} \right)^m \right] \quad (20)$$

を得る. ここで応力パラメータを B として,

$$B = \frac{E_f \sigma_{bulk}}{E_m S^*} \quad (21)$$

と定義すると(20)式は

$$G(r, B) = 1 - \exp \left[-\frac{m-1}{m} r B^m \times \left(1 - \frac{1}{\cosh(Ar)} \right)^m \right] \quad (22)$$

となる. 応力パラメータ (B) は無次元であり, 縦横比ごとのブーディン率のデータがあれば, B を決定することが出来る. Masuda *et al.* (1989) では最小二乗法によって B を決定している. 前述にあるように Fiber-loading theory は境界条件に問題があるのでこの理論式は Masuda *et al.* (2003) で改良される. しかし, B 値を用いれば差応力の定性的な比較は可能である (Masuda *et al.*, 1989, 1990, 1995a, b).

改良版マイクロブーディン理論式 (Masuda *et al.*, 2003)

続いて改良版マイクロブーディン理論式について説明する. これは現在我々がマイクロブーディン理論式と呼んでいるものである. Masuda *et al.* (2003) では基本理論に Weakest link theory と Shear-lag model を採用して Masuda *et al.* (1989) の理論式を改良した. この時, 基本理論を変更したことを明確にするために応力パラメータを B から λ に改めた. 以下に改良版マイクロブーディン理論式の導出過程を示す.

まず, (18)式に(8)式を代入すると,

$$G(r, \sigma) = 1 - \exp \left[-\frac{m-1}{m} r \left(\frac{E_f \sigma_0}{E_q S^*} \right)^m \left\{ 1 - \left(1 - \frac{E_q}{E_f} \right) \frac{1}{\cosh(Ar)} \right\}^m \right] \quad (23)$$

を得る. ここで, $\lambda = \sigma_0/S^*$ となる応力パラメータ λ を(22)式へ代入すると,

$$G(r, \sigma) = 1 - \exp \left[-\frac{m-1}{m} r \lambda^m \left(\frac{E_f}{E_q} \right)^m \left\{ 1 - \left(1 - \frac{E_q}{E_f} \right) \frac{1}{\cosh(Ar)} \right\}^m \right] \quad (24)$$

となる. また E_f と E_q の値は (Simmons & Wang, 1971) より, A はファイバーごとの定数で Simmons & Wang (1971) のデータに基づいて決められる. Masuda *et al.* (2008) 以降は A ではなく A_0 と表記されているが意味は同じである. Weibull パラメータは Kimura *et al.* (2004) より $m = 2$ を用いる. 以上より $G(r, \lambda)$ はファイバーの縦横比 (r) と応力パラメータ (λ) の関数になるので $G(r, \lambda)$ と r を与えてやれば, λ を得ることが出来る.

応力パラメータ (λ) の推定と誤差

λ は重み付け最小二乗法によって決定される (Masuda *et al.*, 2008, 2011). 測定より得られたマイクロブーディン構造を持つ粒子の縦横比ごとの存在率を $M(r)$ とする. 先ほ

と示した $G(r, \lambda)$ はマイクロブーディン構造を持つ粒子の累積分布関数であり、 r は粒子の縦横比である。 r は連続値であるが、実際の測定データは有限である。そのため、ありとあらゆる縦横比 r においてブーディン率データを取得することは不可能である。そこで、 $r_i = i - 0.5$ ($i = 1 \dots N$, N は整数) となる縦横比 r_i をおく。縦横比が $i-1 < r_i \leq i$ の範囲におさまる粒子はひとまとめにして r_i ごとのブーディン率のデータセットを得る。これによって、縦横比ごとのブーディン率を離散的に取り扱えるようにしている。ここで、 r_i が i 刻みなのはブーディン率を取得するのに十分な粒子数を確保するために経験的に定められたものである。この時 $M(r_i)$ と $G(r_i, \lambda)$ の差を二乗したものの総和は λ の関数として以下ようになる。

$$T(\lambda) = \sum_{i=1}^N h(r_i) [M(r_i) - G(r_i, \lambda)]^2 \quad (25)$$

ここで $h(r_i)$ は各縦横比 r_i において計測した全粒子数である。 N は計測点の総数である。求める λ は縦横比ごとの粒子数 $h(r_i)$ の重みをつけて、 $T(\lambda)$ を最小にする λ が選ばれる。

λ の誤差 $\Delta\lambda$ は Cruickshank (1967; p. 330) より、(23)式を用いて次のように与えられる。

$$\Delta\lambda = \sqrt{\frac{1}{N-1} \frac{\sum_{i=1}^N h(r_i) [M(r_i) - G(r_i, \lambda)]^2}{\sum_{i=1}^N h(r_i) \left(\frac{\partial G(r_i, \lambda)}{\partial \lambda}\right)^2}} \quad (26)$$

ここで

$$\frac{\partial G(r_i, \lambda)}{\partial \lambda} = 2C(r_i) \lambda \exp(C(r_i) \lambda^2) \quad (27)$$

かつ、

$$C(r_i) = -\frac{1}{2} r_i \left(\frac{E_f}{E_q}\right)^2 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{E_q}{E_f}\right) \frac{1}{\cosh(Ar_i)} \right\} \quad (28)$$

である。

λと差応力の関係

理論式で求めた λ を使って応力を定量的に決定する過程を示す。Masuda *et al.* (2003) で提唱された理論式から求められた λ と無限遠方からの差応力 σ_0 の関係は次の式で表される。

$$\sigma_0 = \lambda S^* \quad (29)$$

ここで、 σ_0 は無限遠方からの差応力、 S^* は縦横比1の時の破壊強度、 λ は無次元の応力パラメータである。つまり、ファイバーである柱状鉱物の破壊強度 (S^*) が得られれば、差応力 σ_0 を求める事ができる。しかし、破壊強度 (S^*) は直接求めることが出来ないため、Masuda *et al.* (2003) で提唱されたこの関係式だけでは実際に差応力を推定することはできない。

破壊強度 (S^*) の推定

どうすれば破壊強度 (S^*) が推定できるのかを考える。物体の強度はたとえ相似形であっても物体の寸法が大きくなると相対的に強度が低くなることが知られている (e.g. Davidge, 1979; Matsuo *et al.*, 1987; 淡路, 2001; Kimura *et al.*, 2006)。これを寸法効果という。したがって、破壊強度 (S^*) を求めるに際しても寸法効果を考慮する必要がある。この問題にとりくんだのが Kimura *et al.* (2006, 2010) である。寸法効果を考えるにあたってまず、同じ岩石から産した二つのサイズの異なる柱状鉱物のグループAとグループBを考える。このとき、それぞれのグループの応力パラメータと破壊強度を $\lambda_A, \lambda_B, S_A^*, S_B^*$ として(29)式に代入すると

$$\sigma_0 = \lambda_A S_A^* \quad (30)$$

$$\sigma_0 = \lambda_B S_B^* \quad (31)$$

となる。グループAとグループBの柱状鉱物はどちらも同じ岩石中に存在しているので経験した差応力 (σ_0) の大きさは同じであると仮定すると(30)と(31)式を用いて以下の関係が成り立つ。

$$\sigma_0 = \lambda_A S_A^* = \lambda_B S_B^* \quad (32)$$

ここから

$$\frac{S_B^*}{S_A^*} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \quad (33)$$

を得る。(29)式の関係を利用して柱状鉱物の寸法効果について考える。Weakest link theoryでは破壊強度の寸法効果について三種類のモデルがある (Weibull, 1951)。それぞれ体積効果、面積効果、長さ効果と呼ばれ、それぞれ破壊が開始される欠陥が存在している場所と関係がある。欠陥を粒子内部全体に存在している場合、その破壊現象には体積効果のモデルを適用する。また、欠陥を粒子の表面に存在している場合、面積効果のモデルを適用することが出来る。同様に、欠陥を粒子の稜線に存在している場合、長さ効果を適用することが出来る。

柱状鉱物がマイクロブーディン構造を呈する時の寸法効果のモデルとして三つのうちどれが一番ふさわしいのかを考える。まず、幅の異なる二つの立方体を仮定し、それぞれの立方体の幅を (w_1, w_2) とする。この時の破壊強度 $S_{w_1}^*$ と $S_{w_2}^*$ とおくと体積効果は以下ようになる。

$$\frac{S_{w_2}^*}{S_{w_1}^*} = \left(\frac{V_{w_1}}{V_{w_2}}\right)^{\frac{1}{m}} \quad (34)$$

この時の m は Weibull パラメータ、 V_{w_1} と V_{w_2} は各粒子の幅 w_1, w_2 における体積効果の項である。幅 w_1 における体積効果は以下のように算出される。

$$V_{w_1} = \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\max}}\right)^{\frac{1}{m}} dV \quad (35)$$

ここで、 σ_{\max} は粒子中に生じた最大差応力。 σ は粒子中の場の関数として与えられる差応力。 V は体積のダミーパラメータである。さらに σ は Shear-lag model によって次

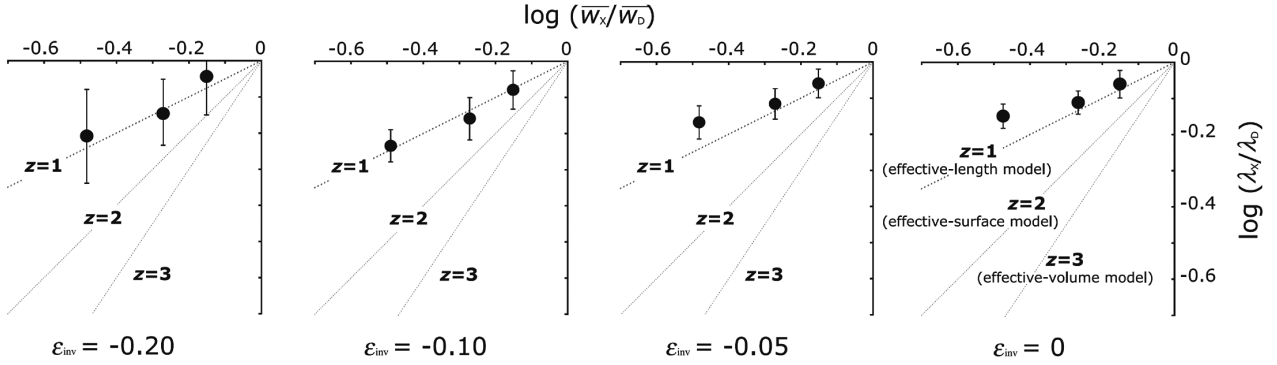


図6. トルコ Eskisehir 産のメタチャート中に含まれるアルカリ角閃石のより求められた $\log(\lambda_X/\lambda_D)$ と $\log(\overline{w_X}/\overline{w_D})$ を各伸長歪 ($\varepsilon_{inv} = 0, -0.05, -0.10$, 及び -0.20) においてプロットしたダイアグラム (Kimura *et al.*, 2010). 伸長歪は Ferguson (1981) による歪戻し法によって求められた. 図中の斜破線は(46)式の各 z ($z = 3, 2$, 及び 1) について求められる. すなわち, 各斜線は体積効果モデル ($z = 3$), 面積効果モデル ($z = 2$), 長さ効果モデル ($z = 1$) にそれぞれ対応している. 各モデルの内, $z = 1$ の長さ効果モデルがプロットしたデータに一番良くフィットしている (Kimura *et al.*, 2010).

Fig. 6. Diagram of $\log(\lambda_X/\lambda_D)$ versus $\log(\overline{w_X}/\overline{w_D})$ for sodic amphibole grains at $\varepsilon_{inv} = 0, -0.05, -0.10$, and -0.20 from Kimura *et al.* (2010). ε_{inv} was obtained by the strain reversal method (Ferguson, 1981). The slope in the figure is equivalent to each z ($z = 3, 2$, and 1) of Eq. (46). Thus, the lines for $z = 3, 2$, and 1 correspond to the effective-volume, effective-surface, and effective-length models for fracturing, respectively. The effective-length model is the most suitable for the plotted data

のように与えられる.

$$\sigma = E_f \varepsilon \left[1 - \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) \frac{\cosh(\delta x)}{\cosh(\delta l)} \right] \quad (36)$$

E_q と E_f はマトリックスとファイバーの弾性係数, ε は無限遠方の歪, l は粒子の長さ, x は粒子中の位置の変数であり, δ は以下に表される.

$$\delta = \frac{2}{w} \left[\frac{E_q}{E_f(1+\nu_q) \ln(R/r_0)} \right]^{1/2} \quad (37)$$

ν_q はマトリックスのポワソン比, R は隣接した粒子との平均距離, r_0 は粒子の直径である. Fig. 3 より σ と σ_{max} はファイバーの中心から4分の3ほどでは同じぐらいの値を示す. そこで, $\sigma/\sigma_{max} = 1$ と近似して扱う (Masuda *et al.*, 2004; Kimura *et al.*, 2010). 今, 我々が考えているのは立方体についてなので,

$$V_{w_1} = \int_V dv = w_1^3 \quad (38)$$

であり, 同様に

$$V_{w_2} = w_2^3 \quad (39)$$

である. つまり式(29)は,

$$\frac{S_{w_2}^*}{S_{w_1}^*} = \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^{3/m} \quad (40)$$

と表せる. 実際のグループA, グループBは数百粒の粒子から構成されるので幅にはバラつきがある. そこで $S_{w_1}^*$, $S_{w_2}^*$, w_1 , w_2 はそれぞれ S_A^* , S_B^* , $\overline{w_A}$, $\overline{w_B}$ に置き換わって, 次の式で表される.

$$\frac{S_B^*}{S_A^*} = \left(\frac{\overline{w_A}}{\overline{w_B}} \right)^{3/m} \quad (41)$$

S_A^* と S_B^* はグループAとグループBの破壊強度, $\overline{w_A}$ と $\overline{w_B}$

はグループA, グループBの幅の相乗平均である. この関係は面積効果, 長さ効果についても同様に当てはまり次のようになる.

$$\frac{S_B^*}{S_A^*} = \left(\frac{\overline{w_A}}{\overline{w_B}} \right)^{2/m} \quad (42)$$

$$\frac{S_B^*}{S_A^*} = \left(\frac{\overline{w_A}}{\overline{w_B}} \right)^{1/m} \quad (43)$$

以上の式をまとめると,

$$\frac{S_B^*}{S_A^*} = \left(\frac{\overline{w_A}}{\overline{w_B}} \right)^{z/m} \quad (44)$$

を得る. ここで, $z = 1, 2, 3$ である. さらにこれを変形して,

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \left(\frac{\overline{w_A}}{\overline{w_B}} \right)^{z/m} \quad (45)$$

を得る. ここで A を X , B を D とおいて対数を取ると

$$\log \left(\frac{\lambda_X}{\lambda_D} \right) = \frac{z}{m} \log \left(\frac{\overline{w_X}}{\overline{w_D}} \right) \quad (46)$$

を得る. $\log(\lambda_X/\lambda_D)$ と $\log(\overline{w_X}/\overline{w_D})$ の関係を歪 (ε_{inv}) に対してグラフをとったのが Fig. 6 である. ε_{inv} とはマイクロブーディン構造発達時のマトリックスの伸長歪を表しており, 歪戻し法によって計算される (後述). ここでプロットされているデータは Kimura *et al.* (2006) においてアルカリ角閃石と電気石に対して三点曲げ実験を行った結果得られたデータである. これによると3つの寸法効果のモデルの内, 長さ効果, つまり $z = 1$ が最も良くフィットしている. また, この時の Weibull パラメータ (m) は Masuda *et al.* (2004b) 及び Kimura *et al.* (2006) において角閃石, 電気石, 緑れん石については $m = 2$ とされている. このことから式(42)は以下のように一般化される.

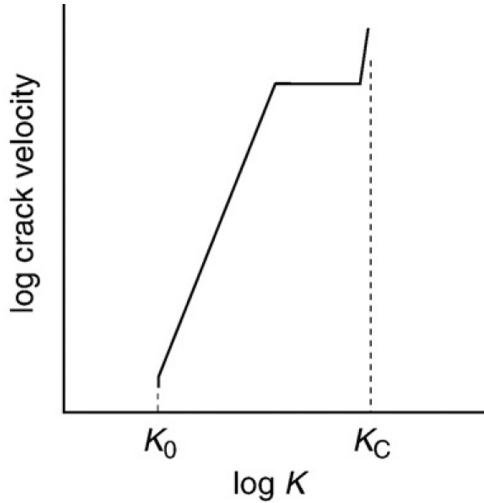


図7. 亀裂の伸長速度と応力拡大係数(K)の関係を表す模式図 (Masuda *et al.*, 2008). ここで K_C は破壊靱性, K_0 は疲労限界をあらわしている.

Fig. 7. Schematic diagram of crack velocity versus stress intensity factor, K . K_C is the fracture toughness and K_0 is the fatigue limit (Masuda *et al.*, 2008).

$$S^* = S_0^* \left(\frac{1}{w} \right)^{1/2} \quad (47)$$

\bar{w} は幅の相乗平均のことでミリメートルスケールである (Kimura *et al.*, 2010). S^* は \bar{w} における粒子の集合の破壊強度で, S_0^* は S^* の標準化された値で鉱物種毎に定まる. 式(27)を式(45)に代入すると,

$$\sigma_0 = \lambda S_0^* \left(\frac{1}{w} \right)^{1/2} \quad (48)$$

を得る. 以上より, S_0^* が明らかになれば測定データを用いて差応力 σ_0 を推定することが出来る.

S_0^* の決定と疲労破壊項の導入

天然の岩石の変形は非常に長い時間をかけて進行するものである. マイクロブーディン構造形成に伴う柱状鉱物の破壊も長時間にわたって岩石が変形する中で生じるものであると考えるべきである. この時, 重要になるのは物体の疲労破壊である. 疲労破壊とは長時間にわたって応力を受けることで物体の静的破壊強度以下で破壊が起こる現象を指す言葉である (e.g. 横堀, 1955). 疲労破壊を考える上で重要なのは応力拡大係数(K)であり, これは亀裂先端の応力分布及び, 伝搬速度に深く関係する. Atkinson (1987)より, 応力拡大係数(K)は以下のように定義される.

$$K = Y \sigma_r \sqrt{\pi c} \quad (49)$$

ここで, σ_r は遠方から生じる応力で, 本文では σ_0 として扱っている. Y は補正係数で, $Y = 1$ であると想定されている (e.g. Lawn, 1993), c は亀裂の長さである. K の値を考える上で重要なのは K_C (破壊靱性)と K_0 (疲労限界)である (Fig. 7). 応力拡大係数が K_C を超えると亀裂の伸長速

度が極めて早くなり, ほとんど瞬間的に破壊が起こると考えられる. 一方, 応力拡大係数が K_0 を下回ると亀裂の伸長が停止する. この場合, どんなに時間をかけても破壊は起こらないと考えられる. つまり, 地殻内部のような長時間にわたって応力が生じている場合は応力拡大係数が K_C に達しなくとも K_0 を上回ってさえいれば, 破壊が起きると考えるほうが自然である. 地質学的時間スケールにおいて破壊現象を考える場合, このことを考慮しないと実際よりも応力を過大評価してしまう危険がある (Masuda *et al.*, 2008). したがって, マイクロブーディン応力計においても疲労破壊を考慮する必要がある. そこで, 亀裂の長さを c_S と仮定し, 破壊が瞬間的に起こる場合($K = K_C$)の柱状鉱物の破壊強度 S_0^* を $S_{C,0}^*$ とした時, K_C との関係は

$$K_C = S_{C,0}^* \sqrt{\pi c_S} \quad (50)$$

となる. 一方, 亀裂の伸長がはじまるとき($K = K_0$)の柱状鉱物の破壊強度 S_0^* を $S_{0,0}^*$ とした時, K_0 との関係は

$$K_0 = S_{0,0}^* \sqrt{\pi c_S} \quad (51)$$

となる. 先程述べたように地質学的時間スケールを考慮すると柱状鉱物の破壊強度として $S_{0,0}^*$ を採用する方が妥当なので, (46)式に代入すると,

$$\sigma_0 = \lambda S_{0,0}^* \left(\frac{1}{w} \right)^{1/2} \quad (52)$$

を得る. さらに(50)式と(51)式より

$$S_{0,0}^* = \frac{K_0}{K_C} S_{C,0}^* \quad (53)$$

となり, (52)に(53)を代入すると,

$$\sigma_0 = S_{C,0}^* \lambda \frac{K_0}{K_C} \left(\frac{1}{w} \right)^{1/2} \quad (54)$$

を得る. ここで, $S_{C,0}^*$ は瞬間破壊強度を意味しており, Kimura *et al.* (2010)の記法にあわせて $S_{C,0}^*$ を S_0^{**} と書き換えると, (54)式は

$$\sigma_0 = \lambda S_0^{**} \frac{K_0}{K_C} \left(\frac{1}{w} \right)^{1/2} \quad (55)$$

となる. こうして岩石が経験した差応力 σ_0 と柱状鉱物の破壊強度の関係式に疲労破壊の項を組み込むことができた. Kimura *et al.* (2006)で行われた柱状鉱物の三点曲げ実験において, 電気石と緑れん石の S_0^{**} はそれぞれ39 MPa, 64 MPaと推定されている. そしてMasuda *et al.* (2008)において電気石の $K_0/K_C = 0.1$ と仮定している. さらにKimura *et al.* (2010)では角閃石の S_0^{**} を80MPa, $K_0/K_C = 0.1$ としている. 以上より, 式(21)の応力パラメータ(λ)とあわせて差応力 σ_0 を定量的に求めることができる. このように疲労破壊の概念を導入することで, 地質学的時間スケールのなかで起こった変形現象に対して応力解析を行なえるようになった. ただし, S_0^{**} の値が高温高压においても一定であり, $K_0/K_C = 0.1$ であることの妥当性は十分に検討されていない. したがって, マイクロブーディン応力計で得られた差応力の値を評価する際には注意が必要である.

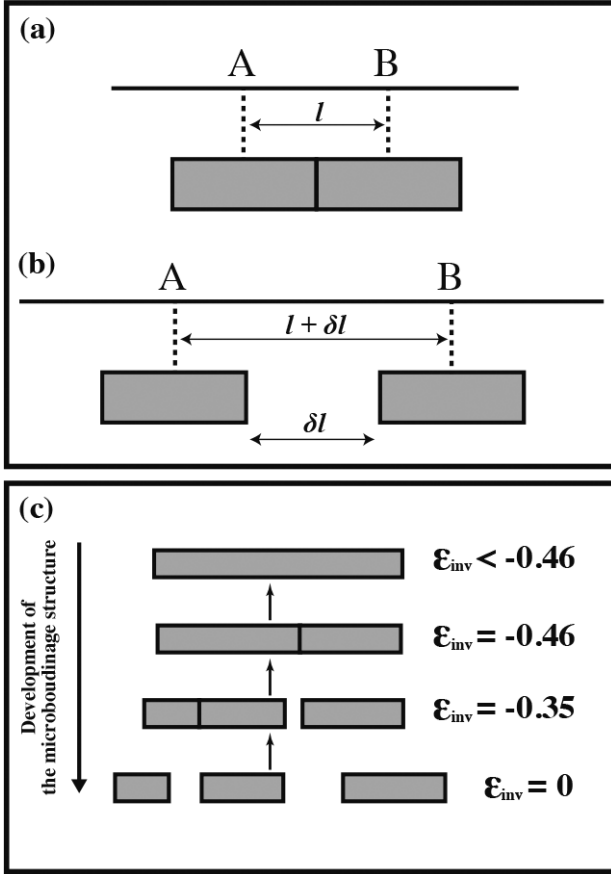


図8. マイクロブーディン構造を用いた歪の求め方の模式図。(a)は変形前の状態、(b)は変形後の状態をそれぞれ表している。割れた粒子は周囲の流動が終了するまで($\epsilon_{inv} = 0$)引き離される。(c)歪戻し法(Ferguson, 1981)によってマイクロブーディン構造の歪を戻した時の模式図(Masuda *et al.*, 2011のFig. 4cを改変)。この図の場合、 $\epsilon_{inv} < -0.46$ において一本の粒子であった柱状鉱物(縦横比 = 8.9)が $-0.46 < \epsilon_{inv} < -0.35$ において、一つのマイクロブーディンした粒子(縦横比 = 8.9)と二つの割れていない粒子(縦横比 = 5.2及び3.7)になる。さらに $-0.35 \leq \epsilon_{inv} \leq 0$ において二つのマイクロブーディン構造を持った粒子(縦横比 = 8.9と5.2)と三つの割れていない粒子(縦横比 = 2.1, 3.1と3.7)になる。

Fig. 8. Schematic illustration of the strain analysis for the microboudinaged columnar grains. (a) Before microboudinage. (b) After microboudinage. The fractured grains were pulled apart during microboudinage until the matrix flow ceased at $\epsilon_{inv} = 0$. (c) Schematic of the restored microboudinaged grain using the strain reversal method (Ferguson, 1981; modified from Fig. 4c in Masuda *et al.*, 2011). In this case, the aspect ratios of the three grains remaining at $\epsilon_{inv} = 0$ are 2.1, 3.1 and 3.7. Hence, overall, we have one intact grain (aspect ratio = 8.9) at $\epsilon_{inv} < -0.46$; one microboudinaged grain (aspect ratio = 8.9) and two intact grains (aspect ratios = 5.2 and 3.7) at $-0.46 \leq \epsilon_{inv} \leq -0.35$; two microboudinaged grains (aspect ratios = 8.9 and 5.2) and three intact grains (aspect ratios = 2.1, 3.1 and 3.7) at $-0.35 \leq \epsilon_{inv} \leq 0$.

歪指標としてのマイクロブーディン構造

マイクロブーディン構造は応力の指標であると同時に歪指標としても利用でき、割れて離れた物体から歪を計算する原理はFerguson (1981)がstrain reversal methodとして提唱している。Masuda and Kuriyama (1988)やMasuda *et al.* (1989, 1990)ではマイクロブーディン構造から伸長歪を計算している。このマイクロブーディン構造を利用した歪解析法はFerguson (1981)にならって歪戻し法と呼ぶ。以下にその概略を示す。

歪戻し法による歪解析に際して、岩石の変形は純粋剪断変形であり、マイクロブーディン構造をとる物質はマトリックスに対して十分に剛体的に振る舞い、変形の際に形を変えずに単に切り離されるだけであると仮定する(Fig. 8)。本報告においては柱状鉱物のマイクロブーディン構造を取り扱うが、原理的には板状鉱物であろうが化石であろうと同じように扱える。

変形前に長さが l であった長さが変形により長さが $l + \delta l$ になったとする。その時の対数歪(ϵ)は

$$\epsilon = \ln\left(\frac{l + \delta l}{l}\right) \quad (56)$$

で表される。ここではもともとの長さが微小歪($d\epsilon$)を受けた後の長さの変化(dl)を考えると

$$d\epsilon = \frac{dl}{l} \quad (57)$$

となり、これを積分してやると(56)式から ϵ を求めることができるが、歪戻し法では $d\epsilon$ の代わりに微小ではあるが有限の歪量 $\Delta\epsilon$ を導入し、歪を近似的に求めることを考える。ここで $\Delta\epsilon$ は

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (58)$$

と表現できる。ここで l は $\Delta\epsilon$ だけ変形する前の長さ、 Δl は $\Delta\epsilon$ だけ変形する間に変形した長さである。 $\Delta\epsilon$ だけ変形した後の長さは $l + \Delta l$ となる。この式を書き換えて、変形後の長さで変形前の長さを表すと、

$$l = \frac{(l + \Delta l)}{1 + \Delta\epsilon} \quad (59)$$

となる。この式は $l + \Delta l$ の長さのものが $\Delta\epsilon$ だけ歪む前には長さが l であったことを意味する。今、マイクロブーディン構造について $\Delta\epsilon$ ずつ歪を仮想的に戻すことを考える。 $l + \delta l$ が歪を戻す前の長さで、 $\Delta\epsilon$ だけ歪を戻した時の長さ l_1 は

$$l_1 = \frac{(l + \delta l)}{(1 + \Delta\epsilon)} \quad (60)$$

となる。さらにまた $\Delta\epsilon$ だけ戻した時の長さ l_2 は

$$l_2 = \frac{l_1}{(1 + \Delta\epsilon)} \quad (61)$$

である。以下同様に歪を $\Delta\epsilon$ ずつ戻していくと、ブーディ

ンの間は徐々に短くなっていき、 n 回目で完全にくっついてしまい間がなくなってしまう。すなわちブーディング化が起こる前の状態に戻ったことになる。この状態に戻すまでに必要な歪は

$$\varepsilon = n\Delta\varepsilon \quad (62)$$

となる。現在の歪量を0とすると、我々が計算した歪量 ε は過去へ遡って歪を測っていることになるのでこれを ε_{inv} と表す。 ε_{inv} は負の値をとり、過去へ遡るほど大きな負の値をとる。 $\Delta\varepsilon$ の値は大きな値にすると誤差が大きくなりすぎて対数歪の近似とならない。一方で、あまりに小さな値にすると計算回数が膨大になってしまう。 $\Delta\varepsilon = 0.0001$ であればその誤差は0.01%以下であり、実用上ほとんど問題ない時間で計算できる(増田ほか, 1994)。

マイクロブーディング応力計との併用

マイクロブーディング応力計は柱状鉱物の縦横比とマイクロブーディング構造の存在率の関係から応力を推定するものである。歪戻し法によって仮想的に歪を戻しながらその都度の差応力を推定することが可能である。歪ごとの差応力を繋いでやれば、応力—歪曲線を描くことが出来る(Masuda & Kuriyama, 1988, Masuda *et al.*, 1990, 2007, 2011)。マイクロブーディング構造の形成が後退変成時の脆性—延性遷移領域近傍で起こると考えられること(Masuda *et al.*, 1995b)を利用して脆性—延性遷移領域近傍の応力—歪履歴を定性的に議論することができる(Masuda *et al.*, 2007)。このような歪に関連した差応力の情報は今のところマイクロブーディング応力計でのみ得られる情報であり、他の応力計に対してマイクロブーディング応力計が優れている点の一つである。

適用例

最後にマイクロブーディング法を用いて差応力を推定する過程をMasuda *et al.* (2011)から紹介する。解析に用いるサンプルはギリシャSyros島より採取された二つの大理石中(Delfini, Kampos)の藍閃石について行う。解析に用いた大理石はCycladic blueschist-eclogite帯より採取され、始新世頃の青石片岩—エクロジャイト相に達する変成作用を経験し(e.g. Forster & Lister, 2005), 最大変成温度圧力はそれぞれ450-520°C, 1.2-2.0 GPaであったと見積もられている(e.g. Bröcker & Enders, 1999)。サンプルの面構造は白雲母と藍閃石の結晶が配列してできた明瞭な片理面が認められたのでこれを面構造と定義した。線構造は面構造上で観察される藍閃石の長軸方向の平均を線構造と定義した。

サンプル中に褶曲構造が見られず、ブーディングした粒子は長軸に対してまっすぐに離れてブーディング後に回転した形跡が観察されなかった。これら観察結果を踏まえて、マイクロブーディング構造が形成された時の歪場は共軸で主応力軸の向きは安定していた仮定する。この時の変形の基準系はFig. 9aのようなになる。この基準系に基づいてマイクロブーディング応力計を適用した。

今、我々が知りたいのは差応力(σ_1 - σ_3)である。基準系

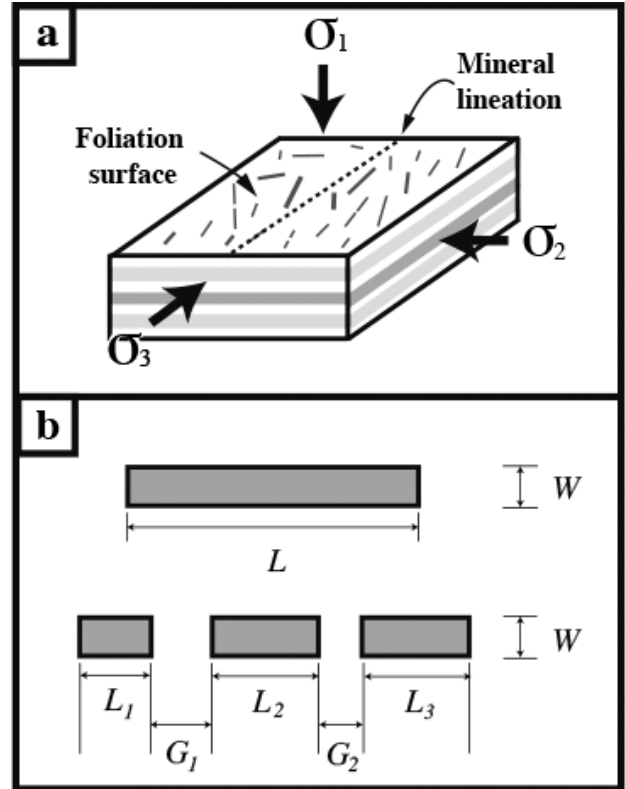


図9. (a)マイクロブーディング構造形成時の変形の基準系。主応力軸(σ_1 , σ_2 , 及び σ_3)の向きを仮定する。 σ_1 は最大主応力軸で面構造に垂直。 σ_2 は中間主応力軸で線構造方向に垂直。 σ_3 は最小主応力軸で線構造方向に平行。(b)柱状鉱物の測定方法。図はMasuda *et al.* (2011)のFig. 4a,bを改変したものである。

Fig. 9. (a) Reference frame during microboudinage. Assumed orientations of σ_1 , σ_2 and σ_3 during microboudinage are considered in this study. σ_1 is the maximum principal stress, which is perpendicular to the foliation. σ_2 is the intermediate principal stress, which is perpendicular to the mineral lineation on the foliation surface. σ_3 is the minimum principal stress, which is parallel to the lineation on the foliation surface. (b) Measurements of the columnar grain length, width and interboudin distance. These figures were modified from Fig. 4a,b in Masuda *et al.* (2011).

から、最大主応力軸は鉱物線構造方向と一致すると仮定しているので、鉱物線構造 $\pm 15^\circ$ の範囲に長軸が向いている藍閃石に注目する。測定粒子を鉱物線構造 $\pm 15^\circ$ の範囲にしたのは解析に十分な粒子数を確保するためである。マイクロブーディング応力計では縦横比ごとのブーディング率データが必要なので、各粒子について幅(W)、長さ(L)、マイクロブーディング構造の有無、マイクロブーディングによって離れた長さ(G)についてそれぞれ計測を行った(Fig. 9b)。ここで注意すべき点は全体の粒子数はマイクロブーディング構造の発達にともなって増加することである。例えば、Fig. 8cでは一本の粒子が $\varepsilon_{inv} = 0$ では二つのマイクロブーディング構造を持った粒子と三つの割れていない粒子になる。したがって、幅の相乗平均 \bar{w} はマイクロブーディング構造の発達に伴って変化する。任意の ε_{inv} における \bar{w} は歪戻し法を利用することによって求める事ができる(Masuda *et al.*, 2011)。これは応力パラメータ(λ)においても同様で

ある (Masuda *et al.*, 2011 の Fig. 7 及び Fig. 8 を見よ). この時, 応力パラメータ (λ) は測定データに対して, 粒子数の重み付けをした最小二乗法 (式 25) によって (23) 式から求めることができる.

ここで, $\varepsilon_{inv} = 0$ における差応力に注目する. 応力パラメータ (λ) の値は測定データに対して, 粒子数の重み付けをした最小二乗法 (式 25) によって (23) 式から求めることができる. 得られた応力パラメータの値は 0.50 及び 0.53 であった. さらに幅の相乗平均 \bar{w} は 0.412 と 0.126 mm (Masuda *et al.*, 2011), $S_0^{**} = 80$ MPa (Kimura *et al.*, 2010) なので, それぞれの値を (54) 式に代入すると差応力 (σ_0) は 6.3 MPa と 12 MPa になる. 以上のようにしてメタチャート中の藍閃石のマイクロブーディン構造を利用して差応力を定量的に求めることができる.

まとめ

本報告ではマイクロブーディン応力計の概要を紹介した. 紹介にあたってはできる限り数式を省略しないように心がけた. しかし, マイクロブーディン応力計を構成する理論はたったの二つで, 非常にシンプルである. マイクロブーディン応力計の本質は測定データから理論式 $G(r, \lambda)$ の応力パラメータ (λ) を推定する点にあり, これには地道なサンプル収集と柱状鉱物形体データの蓄積が必要不可欠である.

謝辞

本報告を執筆するにあたって指導教官である増田俊明教授に大変助けていただいた. また星野健太氏, 川畑早紀氏を始めとする増田研究室の方々には原稿に対して非常に有益なコメントをしていただいた. 本原稿は佐藤慎一教授と三井雄太助教に査読していただいた. 両氏の査読によって本報告は大きく改善された. この場を借りてお礼申し上げる.

引用文献

- Atkinson B. K. (1987), *Fracture Mechanics of Rock*. Academic Press, London, 534p.
- 淡路英夫 (2001), セラミックス材料強度学. コロナ社, 東京, 176p.
- Behr W. M. & Platt J. P. (2011), A naturally constrained stress profile through the middle crust in an extensional terrane. *Earth and Planetary Science Letters*, **303**, 181–192.
- Bröcker M. & Enders M. (1999), U-Pb zircon geochronology of unusual eclogite-facies rocks from Syros and Tinos (Cyclades, Greece). *Geological Magazine*, **136**, 111–118.
- Bürgmann R. & Dresen G. (2008), Rheology of the lower crust and upper mantle: Evidence from rock mechanics, geodesy, and field observations. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **36**, 531.
- Cruickshank D. W. J. (1967), International tables for X-ray crystallography. In: Kasper J. S. & Lonsdale K. (eds.) *Mathematical Tables, Second Ed., Vol. II*. Kynoch Press, Birmingham, 439p.
- Davidge R. W. (1979), *Mechanical Behaviour of Ceramics*. Cambridge University Press, London, 174p.
- Engelder T. (1993), *Stress Regimes in the Lithosphere*. Princeton Univ. Press, Princeton, 492p.
- Epstein B. (1948), Statistical aspects of fracture problems. *Journal of Applied Physics*, **19**, 140–147.
- Ferguson C. C. (1981), A strain reversal method for estimating extension from fragmented rigid inclusions. *Tectonophysics*, **79**, T43–T52.
- Forster M. A. & Lister G. S. (2005), Several distinct tectono-metamorphic slices in the Cycladic eclogite-blueschist belt, Greece. *Contributions to Mineralogy and Petrology*, **150**, 523–545.
- Hobbs B. E., Means W. D. & Williams P. F. (1976), *An Outline of Structural Geology*. John Wiley & Sons, New York, 571p.
- Hobbs B. E. & Ord A. (2014), *Structural Geology: The Mechanics of Deforming Metamorphic Rocks*. Elsevier, Amsterdam, 680p.
- Karato S. I. (2008), *Deformation of Earth Materials: An Introduction to the Rheology of Solid Earth*. Cambridge University Press, Cambridge, 482p.
- Kelly A. (1973), *Strong Solid (Monographs on the Physics & Chemistry of Materials)*. Clarendon Press, Oxford, 302p.
- Kimura N., Awaji H., Okamoto M., Matsumura Y. & Masuda T. (2006), Fracture strength of tourmaline and epidote by three-point bending test: application to microboudin method for estimating absolute magnitude of palaeodifferential stress. *Journal of Structural Geology*, **28**, 1093–1102.
- Kimura N., Nakayama S., Tsukimura K., Miwa S., Okamoto A. & Masuda T. (2010), Determination of amphibole fracture strength for quantitative palaeostress analysis using microboudinage structures. *Journal of Structural Geology*, **32**, 136–150.
- Kohlstedt D. L. & Weathers M. S. (1980), Deformation – induced microstructures, paleopiezometers, and differential stresses in deeply eroded fault zones. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **85**, 6269–6285.
- Küster M. & Stöckhert B. (1999), High differential stress and sublithostatic pore fluid pressure in the ductile regime-microstructural evidence for short-term post-seismic creep in the Sesia zone, Western Alps. *Tectonophysics*, **303**, 263–277.
- Johannesen K. E. & Platt J. P. (2015), Rheology, microstructure, and fabric in a large scale mantle shear zone, Ronda Peridotite, southern Spain. *Journal of Structural Geology*, **73**, 1–17.

- Lacombe O. (2007), Comparison of paleostress magnitudes from calcite twins with contemporary stress magnitudes and frictional sliding criteria in the continental crust: Mechanical implications. *Journal of Structural Geology*, **29**, 86–99.
- Lawn B. (1993), *Fracture of Brittle Solids, 2nd Ed.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 398p.
- Lloyd G. E., Ferguson C. C. & Reading K. (1982), A stress-transfer model for the development of extension fracture boudinage. *Journal of Structural Geology*, **4**, 355–372.
- Masuda T. & Kimura N. (2004), Can a Newtonian viscous-matrix model be applied to microboudinage of columnar grains in quartzose tectonites? *Journal of Structural Geology*, **26**, 1749–1754.
- Masuda T., Kimura N., Fu B. & Li X. (2004a), Validity of the microboudin method for palaeo-stress analysis of metamorphic tectonites: application to extraordinarily long sodic amphibole grains in a metachert from Aksu, China. *Journal of Structural Geology*, **26**, 203–206.
- Masuda T., Kimura N. & Hara Y. (2003), Progress in microboudin method for palaeostress analysis of metamorphic tectonites: application of mathematically refined expression. *Tectonophysics*, **364**, 1–8.
- Masuda T., Kimura N., Okamoto A., Miyake T. & Omori Y. (2007), Cessation of plastic deformation during exhumation of metamorphic tectonites revealed by microboudinage structures. *Journal of Structural Geology*, **29**, 159–165.
- Masuda T., Kugimiya Y., Aoshima I., Hara Y. & Ikei H. (1999), A statistical approach to determination of a mineral lineation. *Journal of Structural Geology*, **21**, 467–472.
- Masuda T. & Kuriyama M. (1988), Successive “mid-point” fracturing during microboudinage: an estimate of the stress-strain relation during a natural deformation. *Tectonophysics*, **147**, 171–177.
- Masuda T., Miyake T., Kimura N. & Okamoto A. (2011), Application of the microboudin method to palaeodifferential stress analysis of deformed impure marbles from Syros, Greece: Implications for grain-size and calcite-twin palaeopiezometers. *Journal of structural geology*, **33**, 20–31.
- Masuda T., Nakayama S., Kimura N. & Okamoto A. (2008), Magnitude of σ_1 , σ_2 , and σ_3 at mid-crustal levels in an orogenic belt: microboudin method applied to an impure metachert from Turkey. *Tectonophysics*, **460**, 230–236.
- Masuda T., Nakayama S., Kimura N., Onodera K. & Okamoto A. (2004b), Triaxial stress state deep in orogenic belts: an example from Turkey. *Journal of Structural Geology*, **26**, 2203–2209.
- Masuda T., Shibutani T., Igarashi T. & Kuriyama M. (1989), Microboudin structure of piemontite in quartz schists: a proposal for a new indicator of relative palaeodifferential stress. *Tectonophysics*, **163**, 169–180.
- Masuda T., Shibutani T., Kuriyama M. & Igarashi T. (1990), Development of microboudinage: an estimate of changing differential stress with increasing strain. *Tectonophysics*, **178**, 379–387.
- 増田俊明・渋谷朝紀・森川知行・大浦坂勝利 (1994), ブーデイン構造から伸長歪を求めるプログラム (鮫島輝彦先生追悼論文集). 静岡大学地球科学研究報告, **20**, 203–208.
- Masuda T., Shibutani T., Ochiai T., Akagi S., Yamaguchi H., Kugimiya Y., Kimura N. & Miyake T. (2004c), Microboudin structures of piemontite along the Sambagawa metamorphic belt, Japan: implications for lateral variation of differential stress during regional metamorphism. *Journal of Metamorphic Geology*, **22**, 199–205.
- Masuda T., Shibutani T. & Yamaguchi H. (1995a), Comparative rheological behaviour of albite and quartz in siliceous schists revealed by the microboudinage of piedmontite. *Journal of Structural Geology*, **17**, 1523–1533.
- Masuda T., Shibutani T. & Yamaguchi H. (1995b), Practical stress analysis using piedmontite microboudinage structures. *Journal of Structural Geology*, **17**, 1793–1795.
- Matsuo Y., Ogasawara T., Kimura S. & Yasuda E. (1987), Statistical analysis of the effect of surface grinding on the strength of alumina using Weibull’s multimodal function. *Journal of Materials Science*, **22**, 1482–1488.
- Means W. D. (1976), *Stress and Strain: Basic Concepts of Continuum Mechanics for Geologists*. Springer-Verlag, New York, 339p.
- Mercier J. C. C., Anderson D. A. & Carter N. L. (1977), Stress in the lithosphere: inferences from steady state flow of rocks. *Pure and Applied Geophysics*, **115**, 199–226.
- Nicolas A. & Poirier J. P. (1976), *Crystalline Plasticity and Solid State Flow in Metamorphic Rocks*. John Wiley & Sons, New York, 462p.
- Ord A. & Christie J. M. (1984), Flow stresses from microstructures in mylonitic quartzites of the Moine Thrust Zone, Assynt area, Scotland. *Journal of Structural Geology*, **6**, 639–654.
- Scholz C. H. (2002), *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge university press, Cambridge, 504p.
- Simmons G. & Wang H. (1971), *Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties: a Handbook*. MIT Press, Cambridge, 370p.
- Stipp M. & Tullis J. (2003), The recrystallized grain size piezometer for quartz. *Geophysical Research Letters*,

- 30, 2088, doi: 10.1029/2003GL018444.
- Turcotte D. L. & Schubert G. (2002), *Geodynamics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge. 456p.
- Twiss R. J. (1977), Theory and applicability of a recrystallized grain size palaeopiezometer. *Pure and Applied Geophysics*, **115**, 227–244.
- Twiss R. J. (1986), Variable sensitivity piezometric equations for dislocation density and subgrain diameter and their relevance to olivine and quartz. In: Hobbs B. E. and Heard H. C. (eds.) *Mineral and Rock Deformation: Laboratory Studies. Geophysical Monograph*, Vol. 36, American Geophysical Union, Washington, D.C., 247–261.
- Weathers M. S., Bird J. M., Cooper R. F. & Kohlstedt D. L. (1979), Differential stress determined from deformation-induced microstructures of the Moine thrust zone. *Journal of Geophysical Research*, **84**, 7495–7509.
- Weibull W. (1939a), Statistical theory of the strength of materials. Ing. Vetenskaps Akad. Handl., No. 151 (cited in Epstein, 1948).
- Weibull W. (1939b), The phenomenon of rupture in solids. Ing. Vetenskaps Akad. Handl., No. 151 (cited in Epstein, 1948).
- Weibull W. (1951), A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, **22**, 293–297.
- 横堀武夫 (1955), 材料強度学: 強度・破壊および疲労. 技報堂, 東京, 300p.
- Zhao P. & Ji S. (1997), Refinements of shear-lag model and its applications. *Tectonophysics*, **279**, 37–53.