

## 私の数学教育研究：数学と社会と人間と

メタデータ	言語: ja 出版者: 東京学芸大学数学科教育学研究室 公開日: 2015-10-09 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 長崎, 榮三 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10297/9160">http://hdl.handle.net/10297/9160</a>

学芸大数学教育研究会 (2014年6月14日)

長崎榮三先生 (国立教育政策研究所 名誉所員) 講演記録

### 「私の数学教育研究：数学と社会と人間と」

#### 1. 私の教育と研究の概観

本日はこのような機会を与えていただきまして本当にありがとうございます。自分が数学教育で何をやってきたのか、その振り返りの機会として、この機会を使わさしていただけたらと思います。そして、この時点で終わりではなく、これから先自分で何をやっていくのかということを考える機会としてもお話しさせていただきます。

ざっと振り返ってみますと、意外と単純なものです。この大学院で3年間一生懸命勉強しました。大学院を卒業して、御蔵島の中学校に1年間、そのあと学大附属大泉中学校に5年間、国立教育研究所に29年間おりました。その間に2回ほど、海外での在外研究の機会を与えていただきました。最後が静岡大学の教職大学院の5年間です。それぞれの時代を人を中心に振り返ってみたいと思います。



#### (1) 本大学院にて 1971~74

大学院の時の数学教育の先生は、内海庄三先生、川口延先生、中島健三先生です。松原元一先生は数学の方だったのですが教育学や心理学を自主ゼミでお話しいただきました。院生同士でよく話したのを覚えております。そして、松原元一先生が小中高の先生方とさ

れていた研究会でいろいろと考えました。この頃に子どもが考えるということの面白さを知り、数学教育を一生の仕事としようと思えました。なお、私の研究主題は、変数の意識の発達というようなもので、関数の心理的な側面に関心を持ってピアジェの研究を調べていました。いつの間にか2年間では時間が足りなくなって3年間おりました。

#### (2) 御蔵島の中学校にて 1974~75

大学院を出て、伊豆諸島の御蔵島の中学校に行きました。人口300人くらいで中学校の生徒数は11人。そこで生徒一人ひとりのノートを作って授業後に生徒の発言を記録するようにしました。そして、子どもや先生たちと島の浜辺や山を歩き回ったりしていました。御蔵島では、子ども一人ひとりと地域を大切にすることというのを私の教育の原点とすることができました。私は島の生活が気に入って島にずっといようと思ったのですが、松原先生から何をやっているんだと叱られて、附属に戻りました。

#### (3) 学大附属大泉中学校にて 1975~80

実は、大学院にいたときに大泉中学校で非常勤講師をしていたので、戻ってきたことになります。大泉中学校では、子どもたちとお互いに楽しく学び遊ぶということを心がけて、子どもと学び遊べるような教師になろうと、やっておりました。時間が取れた時に数学教育史の研究を始めました。先輩の先生に大泉

中の研究紀要に毎年1編は何かを書くように勧められ書き始めました。また数学科の先生方と帰国生徒の数学教育の状況分析を書いたり、若い同年代の先生方と帰国子女教育の研究会を作って合宿したりしていました。

#### (4) 国立教育研究所にて 1980~2009

1980年に、国研の科学教育研究センターに移りました。目黒の国研時代には、理数教育の同僚の研究者たちとTIMSSなどを材料に統計の勉強などを自主的にしていました。そして、新たに素晴らしい先生方にお会いしました。

島田茂先生。国研の私の前任者の方です。島田先生には、お亡くなりになるまでの15年間位、原書を読むゼミを二百数十回やっていただきました。ユネスコ、ハウスンら、フロイデンタール、ビショップなど多様な原書を読みました。ハウスンらの『算数・数学科のカリキュラム開発』(共立出版)はその後出版されました。そのゼミが私を育ててくれました。また、晩年は「数学言語の会」、「数学教育の会」という数学者との協働の会にお誘いいただきました。数学教育について、松原先生からは教育学や心理学から見た数学教育を、島田先生からは数学から見た数学教育をお教えいただきました。

中島健三先生。中島先生には「基礎学力研究」で、お世話になりました。そこで数学的な考え方を質問紙で調べることで具体的なご提案をいただいたのが印象的でした。

三輪辰郎先生。三輪先生は筑波大の先生です。国研で行われた会合の後に数学教育研究室にいらしてよくお話をお聞きし、いろいろとお教えいただきました。

ベッカー先生。三輪先生が日本側代表の「日米問題解決研究」(1986~90)を通して大変お世話になりました。その後、ベッカー先生には共著になっていただいて、NCTMの1993年の年報に「*Classroom Assessment in Japanese Mathematics Education*」を書きました。

#### ① ユネスコ教育研究所へ 1981~82

1981年から1982年にかけて1年間ハンブルグのユネスコ教育研究所に出向しました。ここは「生涯教育」のメッカと言われているところです。実は最初は悩みました。数学教育の研究がほとんどできない。でも、一方で教育研究やその研究方法のあり方が勉強できました。その後、生涯学習社会という概念が重要になりましたが、この研究所で生涯教育とか生涯学習の基礎のところを学ばせていただいたと思っています。

#### ② サウサンプトン大学へ 1990(3か月)

その10年後にイギリス南部のサウサンプトン大学に文部省の在外研究で3か月行きました。『算数・数学科のカリキュラム開発』の著者のハウスン先生に手紙を書きましたら、快く受け入れてくれました。ハウスン先生には、イギリスの小中学校やパブリック・スクールや国立教育研究所や「学校数学プロジェクト」(SMP)の本部などに連れて行っていただきました。ハウスン先生は当時、数学科の学部長でお忙しかったんですけど、毎日話し合いをする時間を取っていただきました。ある時、話すのがつらくなって休んだら、あとで叱られました。自分で問題をもって考えて話すことの大切さを経験するとともに、学生と対話するという意味で「教師とは何なの

か」ということを考えさせられました。

#### (5) 静岡大学教職大学院へ 2009~14

本当は国研でそのまま研究者で終わるところでした。でも、教師にあこがれて大学に行つて初めが教育職だったので最後にはやはり教育職の方に行きたかったこともあり、静岡大学に教職大学院ができるということで、そちらに行きました。このことは想像以上に私に大きな影響を与えました。

教職大学院には5年間いたんですけど、私は教育方法開発領域というところに属しておりました。ここには私を含めて6名の教員がいたんですけども、認知科学や学習科学とか教師教育の研究者がおりました。ここでそれらを教えていただきました。教えていただきましたというのはおかしな話なのですが、これには訳があります。

実は大学院に行っていた5年間、我が家では介護をしておりました。そこで特例で東京の自宅から新幹線で静岡大まで通勤しておりました。学会の仕事はお断りして、研究会に少しだけ出ておりました。そんな貴重な時間だったので、大学院に行ったときには、大学院の教育方法の授業に院生と一緒に出ていました。認知科学や学習科学や教師教育などを5年間学ぶことができました。私にとっては、それまでの数学教育だけではなく、認知科学や学習科学や教師教育などを学び、現職教員の院生の方と議論することで、数学教育を考える上でそれまでとは違う視点を得ました。

## 2. 数学教育研究の主体別の概観

これまでは時間軸で見てきたんですけども、では何をやってきたのか。それを研究の

主体、つまり、研究所、公的な機関、個人、という点から考えてみました。

研究所では、仕事として、TIMSSやPISAなどの国際共同研究や、各研究部にわたる分野横断的プロジェクトがありました。

それから、研究所や静岡大学での自分の関心でのプロジェクト研究というのがありました。これは科研費によるものです。

さらに、公的な機関における研究というのがありました。文部省の委員会、日数教や科学教育学会などの学会、科学技術振興機構や教科書研究センターとか。

最後は、個人の楽しみの研究です。数学教育史と諸外国の研究、数学教育史が縦軸の研究、諸外国の研究が横軸の研究ということでやってきました。

### (1) 研究所での仕事としての研究

#### ①国際共同研究

IEAの国際数学教育調査は、第1回(1964年)に始まり、第2回(1981年)、第3回(1995年)、その後、国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)1999、2003、2007、2009、2012と続いています。私は大泉中の時に国内委員となり、その後、第2回調査から国研で担当として関わってきました。

OECDの生徒の学習到達度調査(PISA)は、2000年から始まり、2003、2006、2009、2012と続いております。2000年から関わってきました。

これらでは、教育調査の計画、実施、分析、報告という教育調査の全過程に関わりとても多くのこと、カリキュラム評価論、学力論、統計方法論、公的報告書の書き方などを学びました。同僚とお互いに勉強しながら研究を

するというので、ある意味で職場教育が機能していた時代でした。2000年に国研内で違う部署に移り、それ以降は私はお手伝いとして関わってきました。今も外部の国内委員です。

## ②分野横断的プロジェクト

分野横断的プロジェクトでは、主なものとして、「校内暴力を中心とする少年非行の史的変遷と原因の分析に関する研究」(1983~84)、「国・私立中学校・高等学校の入試問題の分析研究」(1989~92)、「児童・生徒の基礎学力の形成と指導方法との関連に関する総合的研究」(1989~93)、最近では「特定の課題に関する調査(論理的な思考)」(2011~13)に関わって、それぞれで研究報告を作ってきました。

「校内暴力」は若い頃に入って、今でも記憶に鮮明です。教科教育からは私一人だけが呼ばれて、あとは心理学や教育学の専門家でした。調べていくと校内暴力を起こす子どもってというのは、全教科が分からなくなってしまふんですね。ですから、他の教科で頑張っていればいいと思ったら大間違いで、自分の教えている教科つまり数学をちゃんとやっていかないとダメなんだということをしごく思いました。そんな思いを校内暴力の報告書に「問いかけられている数学教育」(1984)として書きました。

「入試問題」では、入試問題のあり方をずいぶん議論しました。どうしてこのような問題を出すのかを議論していたとき、委員の先生から逸脱問題に関するご説明を受けて、入試問題の機能には、履修状況を調べることや選抜だけではなく、その学校のステータスを

示すことが関わっていると聞いて変な納得をしたのが印象的でした。

「基礎学力」では、これは先ほどお話ししました中島先生と三輪先生、それに高校数学の時には茂木勇先生に入ってくださいまして、基礎学力についてその根本から指導や評価や関連要因まで考察しました。この研究では、みんなで議論を重ねて、算数・数学の基礎学力の新しい見方として「3次元の枠組み」を作り出しました。なお、この基礎学力研究は、『算数の基礎学力をどうとらえるか』(東洋館出版社、1995)として公刊されました。この時から学力問題に関心をもってずっとやってきました。

最近、「論理的な思考」ということで、国語の人と一緒にやってみるとすごく面白かったです。国語の方として考える論理的な思考と数学の方が考える論理的な思考を、より汎用的なものとしてどのようにまとめていくかということが課題になってきます。

## (2) 研究所・大学での自分の関心でのプロジェクト研究

### ①探究志向の協働的なアプローチ

小中高大の先生方と研究会を作り、授業研究や調査や議論などを重ねて算数・数学教育の問題を解決しようと実践・研究をしてみんなで報告を作ってきました。科学研究費補助金に採用されて行ってきたものです。このようなタイプの研究としては国研の「発展的な問題づくり」のプロジェクトに大泉中の中から入っていました。

私自身がプロジェクトを作ってやり始めたのが「数学教育における電卓の利用に関する開発研究」(1988~89)です。そして、90年

代には、「数学と社会的文脈の関係に関する研究」(1994~99)、「算数・数学科における総合的な学習の開発研究」(1997~00)と、教材の面から文脈や総合的扱いを大事にするということの研究をしていました。この成果は、『算数・数学と社会・文化のつながり』(明治図書, 2001)となりました。

その後、高校の数学教育・理科教育を何とかしたいという課題意識を持って、「高等学校の科学教育改革に関する総合的研究」(1999~02)を行いました。高校3年生の数学と理科の学力をきちんと測っておこうとしました。あとから見ると、この頃に数学的リテラシーに会っておりました。この成果は、『授業研究に学ぶ 高校新数学科の在り方』(明治図書, 2004)になりました。

21世紀を迎えるころには学力低下論が出てきて、「算数・数学教育の内容とその配列に関する基礎的・実証的研究」(2002~03)と「算数・数学教育の内容とその配列に関する総合的研究」(2003~05)を行いました。算数・数学の内容とその配列をどうしたらよいのかということでした。さらに、高校で離散数学をどう扱うかということで、「高等学校における離散数学を中心とした新たな教材の開発研究」(2004~06)を行いました。実は国際比較から日本の高校数学には離散数学がほとんど入っていないことや、それに関連した社会とつながった内容も入らないということがありました。さらに、内容からその内容で育てる能力へと移り、「算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究」(2005~06)を行いました。その成果が、『何のための算数教育』、『よい算数の授業をつくる』、『算数の力』

(いずれも東洋館出版社, 2007)などとなりました。

最近では、後で述べます「科学技術リテラシー」に関連して、数学的リテラシーの研究として、「数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究」(2008~11)、「数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究」(2012~14)とやり、今もリテラシーの研究をやっています。

算数・数学の教材から内容そして目標や目的を、数学と人間や社会や文化とどのように折り合いを付けるのかということはずっと考えてきたようです。

## ②国内調査：日本の縮図を描く

これまで述べてきたようなプロジェクト研究の中で、数学教育に関するいろいろな国内調査をやっていきました。数学教育現代化調査(1985; 教師, 数学教育者, 数学者), 電卓利用調査(1989; 教師), カリキュラム調査(1996; 教師, 保護者), 社会とのつながり調査(2000; 小中高生), 高校教育課程調査(2000; 高等学校), 高校科学教育調査(2000; 理数: 高校3年生, TIMSSと同一問題), 社会とのつながり調査第2段階調査(2002; 小中高生), 算数達成度調査(2004; 小学校6年生), 数学教育調査(2004; 数学者, 教師, 指導主事, 数学教育研究者, 保護者, 研究者(文系, 理系等))。

国研にいらっしゃるということは一つ有利な条件がありまして、公的機関ということで全国調査の回答に比較的協力していただけるんですね。そんなことから、プロジェクトとともに、できるだけ全国調査を行っていきました。日

本の縮図を描くということで、可能な限り無作為抽出でやっていきました。

もし、皆さんが何かやるときに、昔はどうだったんだろうと考えたら、これらの調査の報告書を見ていただきますと、特に先生方をずいぶん調査してありますので、見ていただくとうろしいと思います。

### ③公的な機関における研究

国研とは別の公的な機関における研究には、90年ぐらいから参加し始めました。国研という立場上、自然と入るというような感じでした。

文科省関係では、中学校数学実施状況調査(93年)、中学校数学学習指導要領(98年)、高校数学評価規準(02年)などが印象的でした。93年の中学校数学実施状況調査では、このとき初めて関心意欲態度の評価問題を作ることになり、私はその担当になって1年ぐらいかけて、トイレットペーパーの問題なるものを作りました。それも印象深いですけど、この調査から全国的な学力調査を無作為抽出でちゃんとやっていくという調査構造を、数人の人たちと作ったのも記憶に残っております。調べていくと文部省の調査はそれまでは、やってくれる県でやっていたんですね

98年の中学校数学学習指導要領に関しては、本日ここには、主査の杉山吉茂先生や委員の方が数名いらっしゃいます。「円周率がなくなった」とか「3割削減」とか、委員会で全然議論していないのに、ある日突然、新聞や山手線の車内広告に出て驚きました。ただ内容の削除に関してとても議論した記憶があります。2000年に入り、評価のことが随分議論され、評価規準など根本から随分と議論し

ました。ただ、その意義などの伝わり方が難しいと思っています。

2002年から3年間、文科省の委嘱研究で「日米理数教育比較研究」を実質的な責任者としてやりました。理科教育、数学教育、技術教育の研究者が一緒になって、教材開発や博物館教育や多様な子どもの教育などを調べました。学校と博物館の連携の重要性を知りました。3年目にアメリカの科学リテラシー論である『すべてのアメリカ人のための科学』を研究会で翻訳し出版しました。とても面白い本です。今でも米国科学振興協会(AAAS)のサイトからダウンロードして読むことができます。

この研究に継続する形で、2005年から「科学技術リテラシー」すなわち、すべての成人に持って欲しい科学技術の知識や技能や考え方などを作成する「科学技術の智プロジェクト」に事務局長として参加しました。これは科学者、技術者、教育者など約150名が参加する壮大なプロジェクトでした。数学や自然科学や技術だけではなく、人間科学や社会科学や情報学も参加しております。私にとって異分野の人たちとの本格的なお付き合いが始まりました。現在も小規模ですが科学技術振興機構でこの運動は続いており、そこに参加しております。

日本数学教育学会とは国研の数学教育の研究者は理事や幹事等の役職で親しくお付き合いしておりました。実は昔の国研の科学教育研究センターの建物や図書は日数教が寄贈したものでした。私は、そのようなこともあり、日数教で『戦後50年の算数・数学教育—われわれは何を目指すか—』(1995)、『ICMI

特集号『21世紀の算数・数学教育をさぐる』(1999)、『学習指導要領改訂への要望(新しい時代の算数・数学教育を目指して)』(2005)などを責任者として日数教の多くの人たちと協働して作りました。また、先輩の仕事を継いで、学習指導要領の英文版(*Mathematics Program in Japan*)を作り日数教から出していました。

また、日本学術会議に連携会員として「数理科学分野の参照基準」(2012年)を作る委員会に入っていました。大学学部の数学会に関わる教育を「数理科学」としてそこには「数学、応用数理、統計学」が入るとして、そこで育てられるジェネリックスキルの議論などをしました。この委員会は、ほとんどの方が数学者で数学教育は私一人でした。今後とも、数学教育について、数学教育者と数学者が絶えず議論をしていくということは不可欠だと思います。

さらに、公益法人の教科書研究センターというところで、算数・数学教科書の研究を行ってきました。随分前に教科書の歴史研究に参加しました。その後、21世紀に入ると、算数・数学教科書の算数・数学の力に基づく開発研究(03~07年)や算数・数学教科書の国際比較研究(08~12年)を責任者として多くの小中大の先生方と協働でやってきました。国際比較では教科書制度や算数・数学教科書の記述の仕方で諸外国と大きな違いがあることが見出されております。なお、今もデジタル教科書の研究に参加しております。

### (3) 個人の楽しみの研究

#### ① 数学教育史の研究

個人の楽しみの研究ということで、まず、

数学教育史の研究があります。主な研究を大きく三つの時期に分けてみました。

まず、学大附属大泉中学校のときに、数学教育改革運動時の人物である教育学者の長田新、広島高師附属小の算術研究者の新宮恒次郎、東京文理大の数学・数学教育研究者の佐藤良一郎について研究しました。もともと松原先生のところで長田新の『教育学』を読み、一方で、数学教育改革運動や小倉金之助は大学院のときからすごく親しんでいて、可能な限り本を集め読みました。ただ、小倉は随分と調べられていたので、その影響を受けた長田新、新宮恒次郎、佐藤良一郎のことを調べていきました。

80年代には、今度は国研で、戦後教育改革時の「暫定教科書」や数学教育現代化の研究を行った後、数学教育改革の歴史の全体像を描こうということで、戦前の中学校数学の大きな改革である数学教育再構成運動と「数学第一類・第二類」の研究を始めました。発端は、島田茂先生からその編纂趣意書の「編纂要旨」を紹介され、それがその時代にとっては斬新的であったことです。そして、その思想、運動、教科書編集、教科書の教材など、戦前から戦後にかけての変化を追っていきました。この教科書の問題はすべて目を通しました。そして、十数年間かけて6編ほどの論文を書き2000年の時に一応戦後のことまで書いたので終えました。本当はその全体像を描くということでもういくつかやりたいことがあったんですが、国研の他の仕事が忙しく時間が取れなくなり終えました。

時間もなかったもので、これでもう歴史研究を終わろうと思ったのですが、未整理の貴重



な資料が残っておりました。90年代に、松岡元久先生、三輪辰郎先生、大木正大先生から戦後の学習指導要領の作成時の配布資料や会合記録などの資料をいただきました。戦後直後の単元学習や数学教育現代化時などの貴重な資料です。そこで、それらを全部A4でコピーをして冊子19冊の『戦後算数・数学科教育課程改訂史料』としてまとめました。現在は国研図書館と筑波大にセットで保管していただいております。

この史料を活用するものとして、ずっと関心があった数学的な考え方と中心概念を生成的に調べることにしました。具体的には、『高等学校学習指導要領数学科編昭和31年度改訂版』の作成過程を当時の一次史料で明らかにすることにしました。これは国研時代の2007年にちょっと時間ができて始めたんですが大変で、そのうちに静大に異動しさらに介護で疲れてたりしたんですけど、これはやらないといけないという使命感みたいなものがあった、やっていきました。そして、昨年2013年の日数教秋期大会で、その分析結果を発表させていただきました。これまでは、中心概念は、数学的な考え方の具体例であるというような言い方がされてきたのですが、この作成過程を詳細に調べていくと、実は、中心概念は「方法論的内容」であり、それ自体が内容なのだという議論をずっとしていたんですね。これは新しい発見でした。つまり、数学的な考え方という目標のためには内容と方法の二つを指導内容とするというものでした。ただ、残念なことに歴史的には中心概念はその数年後に消滅してしまいます。

## ②諸外国（とくにイギリス）の数学教育

諸外国では、90年にサウサンプトンに行きその後数回イギリスに行ったということで、イギリスの教育制度や算数・数学の教科書や教材などいろいろと調べました。特にナショナル・カリキュラムや試験制度や文脈に則した教科書を調べました。このことは各国の数学教育を紹介した書籍や日数教会誌だけではなく、『新しい算数研究』、『楽しい算数の授業』などの雑誌にも書いておりました。日本とイギリスは地理的にも教育的にも対極にあるということで興味を持っていました。ところが、いつの間にかイギリスが日本に近づいて、日本がイギリスに近づいてしまいました。今、イギリス的なものというと、子どもや学校を大切にするというよりもそれらの競争が先に立つ新自由主義とか市場原理の教育に光が当てられていて残念なことです。

なお、諸外国ではアメリカについても少し調べました。一つは、日米問題解決研究で日米で同一問題で調査したことの分析です。このとき、日本はアメリカよりも形式化を早くしてできるようにはするけれどもそれがともすると意味の喪失をもたらすと感じました。もう一つは、日米理数教育比較研究で、アメリカの数学戦争やその後の対応に興味を持ったものです。

## 3. 私の数学教育研究の方法・内容別の概観

これまで私の行ってきた研究についていろいろとお話ししてきたんですけど、もう一度それを方法と内容から振り返ってみたいと思います。

### (1) 研究の方法

私が行ってきた数学教育の研究の方法は、

主として、調査研究法、歴史研究法、比較教育的な研究法、そして、授業研究またはアクションリサーチでしょうか。

研究の量的と質的の研究法の分類では、歴史研究を除くとほとんどが量的です。また、仮説実証型の研究や実験的な研究ではなく、理解深化や開発提案を志向したものでした。後の4(8)で述べる指導と学習の区分を使うと、指導の研究が多く当然開発提案型になっていました。なお、今後は、数学教育が学問として確立するためには、その体系化、理論化を図る努力が必要だと思います。

## (2) 研究の内容

研究の内容については、主として、カリキュラム論、これには目的、目標つまり学力、内容、教材、教具、教科書、指導法、評価が入ります。それに、子どもや教師や保護者などの意識や能力、あと、入試問題や博物館などの教育を取り巻く環境、そして最近では教師教育も考えております。一方で、認知科学的な研究や社会学的な研究は行っておりません。

## (3) 私の数学教育研究の構造化

ここで、今述べました方法や内容を構造化すると、どんなふうになるのかということを考えてみました。

大きく見ると、まず研究方法として、一方で研究所における国際比較や国内調査という「調査研究」があり、他方で個人の「歴史研究」があります。その両者から、「新しい知見」や「新しい課題」が出てきます。そして、「新しい知見」は「新しい課題」へともつながります。この新しい課題に取り組むためにプロジェクト研究である「探究志向の協働的なアプローチ」を取り、そこでは、「小中高

の教師と研究者の授業研究」などが行われ、それが「算数・数学の学習指導」の改善に結び付きます。そして、さらにそれから課題が出てくると、最初の調査研究や歴史研究へと戻り循環します。そして、大きな枠としては、「数学と社会」と「数学と人間」を頭に置いていました。

ところで、これまでの話でお分かりのようにいろいろなことをやってきました。国研という立場上仕方がなかったということもあるのですが、それで随分と先輩方や先生方にお小言をいただきました。「いろいろなことをやりすぎる」、「テーマを決めて一つのことをやれ」と、でも、私の中ではいろいろなことが急に結び付いて大きな構図になったりして面白かったのですが。

それから余談になりますが忘れられないのが、世紀の変わり目にあった学力低下論です。国研にいて、ちょうどこのとき、学力調査の担当ということで文科省の記者会見の雑壇に連なったりしておりました。記者の方の質問が多角的であったのを記憶しています。また、テレビ局や新聞社からの取材も多くありました。ただ、私が調査結果からは学力が下がっているとははっきり言えないと言うと、そのようなことは記事にならず、下がっているとはっきり言う人の方に記者が行ったのが印象的でした。学力低下論についてはいつかゆっくり振り返りたいと思っています。当時の資料を収集・整理しております。これまでの歴史を見ると、学力低下論というのは繰り返し起こっています。その意味を歴史的に見ることができたらと思っています。

なお、このような研究の方法や内容の背後

にある認識論的な考え方の変化についても触れておきたいと思います。私の大学院時代の修士論文はピアジェに沿って行いました。ところが、静岡大学大学院でいろいろと議論したり本を読んだりしていると、ピアジェの認知の発達段階という考え方に疑問を持つようになりました。ピアジェの考え方は、人間には教育とは独立に認知の発達段階があるというものと言われているようでした。それに対して、社会での相互作用的な活動を重視するヴィゴツキーの考え方がありました。それは、認知の発達には前もって固定しているものではなく社会における教育に影響を受けると言われているようです。この様な変化は国研時代に認知心理学者からも示唆されてはいたのですが（『発達とは何か』永野重史，2001），静岡大学大学院で議論し、さらに後で述べますアーネストの『数学教育の哲学』などを読んで明確になってきました。

#### 4. これからの数学教育研究の論点

##### ：私の研究から

最後に、これまでお話ししてきました私の研究をもとにしまして、これからの数学教育研究の重要な論点についてお話ししてみたいと思います。論点は次の十です。

- (1)すべての子どものための算数・数学教育
- (2)算数・数学と実世界のつながり
- (3)数学の方法の指導内容化
- (4)算数・数学における対話
- (5)学習材としての算数・数学教科書
- (6)探究志向の協働的なアプローチ
- (7)生涯の視点から見た学校教育
- (8)数学教育の学習からの理論化

##### (9)数学教育と他分野との研究の連携

##### (10)数学の認識論と数学教育の哲学

これらの論点について、それぞれそのきっかけとなった探究すべき「問題」と、それを考える「出発点」や「作業仮説」になりそうなことを挙げて論じていきたいと思います。数学教育にはまだまだやるべきことがいろいろとあると思っております。

##### (1) すべての子どものための算数・数学教育

1 番目は、すべての子どものための算数・数学教育です。そのきっかけとなった問題は「算数・数学の授業に参加しない子どもがいる。数学嫌いが相変わらず多い」というものです。この問題は潜在的には TIMSS や PISA の結果分析からずっと持っていました。数学的リテラシーの研究の頃から意識的に取り上げ、その後、認知科学や学習科学の研究者との話し合いの中から明示的に出てきたものです。というのは、リテラシーは「すべての」成人が持つことを期待されているからです。そのようなことを、『数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究』（科研，2014）でみんなで考えました。

すべての子どもに目を向けると、つい私たちは算数・数学の授業に参加しない子どもがいる、っていう言い方をするんですね。それで、授業に参加しないことを子どもの責任にしてしまう。そうではなくて、私たちのやり方のどこかに問題があるんじゃないかと。発想の転換を図って授業を変えていこうっていうものです。この発想の転換については、静大で現職教員の院生とずいぶん議論しました。

それではこの論点について考えていきたいと思えます。

①「民主主義社会では国民一人ひとりが数理的思考に基づいた賢い判断を求められる」。私が教育を考えるときの原点は民主主義社会です。民主主義社会ではそれを構成するすべての人間が賢い判断が迫られます。数学教育は、このとき社会から数理的思考による判断力の育成に貢献することが期待され求められます。「すべての」は民主主義を志向するということなのです。

②「人がよりよく生きていく上で算数・数学は必要である」。一方で、それぞれの個人がよりよく生きていくためにも算数・数学は必要です。この①と②については10番目の論点でも触れますが、ここで重要なのは、やはり「すべての」人にとってです。

③「子どもは算数・数学を楽しめる」。すべての人にとって算数・数学が必要だと言われても、それが人間にとって学ぶに値するか、楽しく学べるかということが保証されなければなりません。最近の子どもの研究は、教育の場を上手く工夫すればすべての子どもが算数・数学を楽しく学べることを示しています。工夫次第です。

④「子どもは算数・数学で多様に考える」。すべての子どもが楽しめるということは、子どもが多様に考えるというところに求められると思えます。子どもは多様なものだから、それぞれの子どもが自分の考えでアプローチしていけるようにし、そのことによってすべての子どもが算数・数学に取り組むこととなります。そんな視点から、算数数学を考えていけないかな、と。

幸いにも、わが国の算数・数学には、「多様に考える」、「オープンエンド・アプローチ」、「問題づくり」など、算数・数学の解法や解答や問題の多様性を活かす指導が工夫されています。それらを活かしたいと思えます。なお、多様性というのは、「いろいろな考えが出ましたね」で終わりとするのではなく、それぞれの考えの論拠を明確にして考えることが不可欠ですね。

## (2) 算数・数学と実世界のつながり

2番目は、算数・数学と実世界とのつながりです。そのきっかけとなった問題は、「子どもは(大人も)数学と実世界は離れていると思っている」というものです。

これは、私が90年代から明確に関心を持っているものです。島田茂先生の影響が強かったと思います。島田先生は、実世界とのつながりを非常に重視して数学的モデル化をおっしゃっていました。前にも述べましたが、私たちは研究グループを作ってこの問題に取り組み、その教材化などを図ってきました。

『算数・数学と社会・文化のつながり』(明治図書、2001)はその成果で、その後、この研究メンバーの先生方が社会・文化とつながりの力の発展として、批判的思考や社会的価値や統計や数学的モデル化など個々の内包を深化させる方向に研究を進められていると思えます。それではこの論点について考えていきたいと思えます。

①「実世界の問題は、数学の発展の一つの契機である」。数学は実世界と離れていると思われていますが、実際は数学の理論が生み出されるきっかけとなる問題は実世界にあるということで、これは、数学史でよく言われ

ていることだと思います。例えば、幾何学がエジプトのナイル川の氾濫に起因すると言われるですね。

②「数学は実世界の問題を解くのに有用である」。数学は実世界の問題を解くために生み出されるということからすると、実世界の問題を解くのに有用なのは当然ですね。それで思い出すのが、この世紀の変わり目の学力低下論のときです。有名な作家が数学は無用だとお話しし、算数・数学の授業時数が減らされそうになりました。そんなときに、数学者の方が新聞に数学は無用であるとお書きになり困ったことがあります。ただ数学は無用であるには一理あるのですね。数学というより科学は実用だけではなく、人間の純粋な探究心によっても発展しているのですね、数学や科学の内在的な動機とも言えるものですね。

③「子どもは実世界の問題場面でよりよく学ぶ」。これは、認知科学の知見に見ることができます。子どもたちは実世界の場面で算数・数学の問題解決をすると、概念理解を深めていくと言われております。子どもの認知の立場から実世界の扱いを見直すということも大事ではないかと思えます。

④「子どもは実世界と数学の関係を理解する」。③と同様に、子どもは実世界の場面の学習を通して実世界と数学の関係を理解します。

⑤「子どもは数学が将来の職業に関連していることを理解する」これは、ご存知のように PISA とか最近の TIMSS の結果でも言われているんですが、残念ながら日本の子どもたちのこの意識は非常に低い。

ところで、私たちが数学と実世界の関係を

考え始めた二十数年前は既存のカリキュラムの中に実世界的话题を入れて、それを突破口にしようと考えていました。今ではもう、それでは駄目だと思っております。そうではなく、数式、図形のように、指導内容の一つの領域として「数学と実世界」というような領域が必要だと。つまり領域としてカリキュラムの中にどうやって位置付けていくのかということをもっと議論していかないと、数学がますます実世界と離れていってしまうんじゃないか。そんな危機感をもっています。

### (3) 数学の方法の指導内容化

3 番目は、数学の方法の指導内容化です。そのきっかけとなった問題は、「算数・数学のカリキュラムは数学の概念(対象)を中心に構成されている」というものです。つまり、カリキュラムが数式、図形、関数などの数学の概念(対象)だけでもって構成されているのはいいんでしょうかということの問いかけです。それに対して方法の指導内容化、例えば、数学の方法として、帰納、一般化、特殊化、類推、演繹、モデル化、表現、論議、などを指導内容として明記したらどうかというものです。そのようなことを目指して「算数・数学の力」を議論し構造化してきました。それではこの論点について考えていきたいと思えます。

①「数学の方法で数学は発展・応用させられる」。もし私たちが数学を発展・応用していくならば、方法が必要なんですね。その方法をきちんと身につけていない場合、どうなってしまうのでしょうか。

②「数学の方法は数学の概念間の関係を付ける」。さらに、数学の方法を学んでいくと、

離れている概念が結びついていく。一般化とか特殊化と類推などの形で結びついていく。数学の知識が、概念（対象）と方法とで関係付けられていきます。

③「数学の方法は実世界で使えるジェネリックスキルにつながる」。実世界でより一般的に使えるジェネリックすなわち汎用的な技能と数学の方法は結びつきます。例えば、数学では論理的思考が必要ですが、それは見方を広げていくと、実世界で非常に重要視される批判的思考につながっていきます。数学で身に付けられる方法には、一般性があるものと数学により固有なものがあり、一般性のある数学の方法は社会的な有用性を持つということですね。

④「人間が数学の方法を使って数学を作ってきた」。数学とは何なのかということで、10番目にまた考えたいと思います。ここでの問題提起として、数学とは客観的な真理の体系であるという考え方と人間が作ってきたという考え方があるということです。もし、人間が数学を作ってきたとすると、そこには方法が必要だと思うのです。

ところで昨年まで高校数学の「中心概念」という方法論的内容について歴史的に調べていたとお話ししました。この中心概念の歴史を調べていくと、その学習指導要領作成の委員会の委員の少なからずの人が、方法論的内容に反対しているのです。昭和30年代です。現在でも方法を学ぶことは必要なく、内容をきっちり身につけていけばいいんだという考えは強いと思います。大いに議論したいですね。

なお、ここでの方法というのは、あくまで

も「数学の方法」です。算数・数学の「指導の方法」とは区別しております。例えば、オープンエンド・アプローチ、発展的な問題づくりなどは、指導の方法です。もちろん、これらは数学の方法が自在に使える指導の方法だと思います。

また、方法が大事だと言っても、内容と方法を分けないことですね。内容と方法は目的や目標を念頭に置いて、一体として考えることが大事だと思います。例えば、関数の内容では、規則を帰納で発見し一般化したり比例を一次関数に拡張したり、現実事象を数学的モデル化をしたり、そのような場面を明示的に考えていきたいですね。

#### （４）算数・数学における対話

4番目は、算数・数学における対話です。そのきっかけとなった問題は、「算数・数学の授業では書いていることがほとんどで、話すことが少ない」と「日本の科学者は一般人に向かって話さない」というものです。最初の問題は、先にお話ししました国研の「論理的な思考」の調査に関連します。高校の国語と数学の先生に同じ質問をしました。そうしたら国語の先生は生徒と話をしているのですが、数学の先生はほとんど黒板に書いているようです。どうも、数学というのは一人でじっくり考えて、人と話すものではないと思われるのでしょうか。

もう一つの問題は、特に3.11のときに顕著になったのですが、日本の科学者は一般人に向かってあまり何が起きているのかという話しをしてくれません。どうも、日本の科学者は結果を言えないと話せないと考える傾向があるということです。話し合っ

を共有するということが一般にも科学者にもないようです。教育的に見ると、小中高を通して理科や数学の授業で正答だけを求める授業をやっているのではないかと。それではこれらの論点について考えていきたいと思いません。

①「話すことは人間の本性である。思考を外化する」。これは、「論理的な思考」の調査委員会で一緒になった脳科学の研究者の酒井邦嘉先生のお話を聞き、その後先生がお書きになった『言語の脳科学』(中公新書, 2002)を読んで考えたことです。酒井先生はチョムスキーという言語研究者を評価している方なんですけど。そのチョムスキーは話すことと数えることは人間の本性であると言っております。話すという社会的行為で思考を外化するという事はヴィゴツキーも言っていると思いません。

②「対話とは互いの理解が変わることである」。対話というのはお互いの理解が変わっていく。話し合っている両者が変わっていくのが対話なんだと言われています。日本でもグループで話し合いがされるのですが、分かっている子がそうでない子に伝えるということが多く、その場合は、分かっている子どもは変わっていない。そのような話し合いは対話ではなく会話なのだと。

③「対話を通して概念変容をしていく」。対話を通してそれぞれの持っている概念を変容させていくこと、それが大事なんだということが言われてきました。数学や科学の概念や意味を変えていくには、結果だけではなく過程として考えていくことが必要であり、そのためには対話は欠かせないということでは

よう。この概念変容については8番目でもう一度触れたいと思います。

④「対話によって参加が明示的になる」。静かに黙っていると数学をやっているかどうか分からない。でも、言葉に出して対話をする事で、その社会に参加していることが明示的になります。

コミュニケーション論の研究者に言わせると、人間は話し合えば話し合うほどお互いの違いが分かってくる、大事なことは互いに違いを認め合うことなんだと。KYという言葉を使います。空気が読めない空気を読めと。実はそれは日本の文化的な特徴の一つだそうです。一つの考えに持っていこうとしている。コミュニケーションというのは、単に伝え合うのではなく、互いに変わるのだと。そこで西欧は自由に基づいた批判的思考とか対話を重視するのですね。

#### (5) 学習材としての算数・数学教科書

5番目は、学習材としての算数・数学教科書です。そのきっかけとなった問題は、「算数・数学では薄い教科書をすべて教えることが大事である」というものです。TIMSSなどの国際比較で明らかのように日本の先生方は教科書を重視しています。もちろん、それは日本では教科書は主たる教材として使用義務があるということと関連していると思います。なお、欧米では、教科書の検定も使用義務もほとんどありません。当然ながら、実際においてもすべてをきちんと扱うということはないようです。

ところで、残念ながら日本の教科書研究は少ないです。日本の算数・数学教育の研究者は、ほとんどどこかの教科書会社に関わって

おります。そこで、教科書会社の枠を越えた話し合いはないでしょう。本当は算数・数学教育全体でもって教科書とはどうあるべきなのかをもっと議論すべきなのではないかと思っています。それではこの論点について考えていきたいと思っています。

①「教科書は教材から学習材へ変わっている」。教科書は主たる「教材」と言われてきておりますが、教科書研究を行っている教科書研究センターでは、教科書は今後は「学習材」となるとしております。つまり、教科書の知識を指導して記憶させることだけではなく、教科書を材料として問題解決能力などを身に付けさせるということでしょうか。日本では、教科書「を教える」、「で教える」という言葉があります。教科書は教育にとってどのような意味があるのか、きちんと考える必要があると思います。

②「小中では数学的活動が教科書に入りつつある」。先に述べましたように私は教科書研究センターにおいて小中大の先生方と小中学校の新しい時代に即した算数・数学教科書の開発研究をしてきました。例えば、『新しい時代に即した児童の学ぶ意欲や考える力などを一層高めるための小学校算数教科書の開発研究』（教科書研究センター、2006 年）をご覧ください。最近の小中学校の算数・数学教科書には、数学教育で勧められている数学的活動が入ってきております。ただし、高校の数学教科書にはそのような傾向は見られないようです。

③「ICT が教科書に入りつつある」。ICT も中学校を中心に入りつつあるのですが、欧米諸国に比べると段違いに少ないです。ICT

の教育的、社会的な意義がもっと議論されてよいと思います。

④「カリキュラム開発の視点は乏しい」。教科書開発は欧米では、ある目的・目標を持ったカリキュラム開発の一環として行われ、そこには、新しい教科書を使うための教師教育や新しい教科書に即した評価のあり方の議論などが伴います。教科書研究にはそのような視点も欲しいですね。

⑤「実世界の話題は少ない」。これは教科書の国際比較から見出されたことです。『初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査 調査結果報告書』（教科書研究センター、2014）に詳しいです。最近では、小中学校の教科書では実世界の話題も増えてきました。高校は相変わらず少ないですね。また、算数・数学と職業との関連に関する記述もほとんどありません。

なお、教科書については「最良」の教科書が一つあればという考えが出てきがちですが、多様な教科書の中で選択されることが必要だと思います。それだからこそ、学習材という考え方が重要になると思います。

#### （6）探究志向の協働的なアプローチ

6 番目は、探究志向の協働的なアプローチです。そのきっかけとなった問題は、「現職教育が情報の伝達だけになっている」というものです。私は、大学院にいる時から、松原先生の研究会に入れていただいております。小中高の先生方が毎月 1 回土曜日に集まって授業案や授業記録をもとに議論していただきました。『考えさせる授業—算数・数学』などが残されております。大泉中に入った頃から今度は国研の島田先生の研究会にも入れていただ



きました。ちょうど「オープンエンド・アプローチ」から「発展的な問題づくり」に移る頃でした。そんなこともあり、国研に入ると、自然と小中高大の先生方とプロジェクトチームを作って研究を行うようになっておりました。

そして、静大教職大学院で初めて主体的に現職教育と関わりました。そこで現職教育とはということを考え始めました。さらに、昨年、宇都宮大学での日数教秋期大会で現職教育について部会で話すようにと依頼されました。よい機会だと随分と考えました。そこで、現職教育のあり方として、教師の専門性の向上に寄与するものとして「探究志向の協働的なアプローチ」という言葉を作りました。それではこの論点について考えていきたいと思っています。

①「研究者としての教師、学び続ける教師を目指す」。私は御蔵島で教員になったときから、研究者としての教師という考え方を持っておりました。自分の実践の中から問題を見いだしてそれを探究していくという意味合いです。実は大学院の時に読んだ『教育学』（長田新）で、教師が教師たるゆえんは教師も子どもと同じように学んでいるからだというような趣旨の記述がありました。これがとても気に入っております。今でも、自分で探究し、学び続けていく教師であって欲しいし、そういう教師でありたいと思っております。

②「問題解決のプロジェクト研究を土台にする」。現職教育が情報の伝達だけにならないようにするためには、教師や学校が自己の問題を持ち、それを解決していく努力をすることが必要です。そこである問題を一定の期間

で解決しようとするプロジェクト研究を土台とします。

③「教師と研究者、小中高の教師の協働が求められる」。そこでは、教師と研究者が一緒にやっていく、それから小中高の教師でやっていくことにします。なお、静岡大学でやって面白かったのが他の教科の先生方と一緒にやっていくことでした。算数と国語と社会の人たちが集まって、算数の授業研究をやる。小学校ではよくやっていますが、中学校ではほとんどやらないけれども、やってみると違う視点から意見が飛んできてすごく勉強になります。

④「授業研究、デザイン研究を使う」。このアプローチで中心となるのは、授業研究とかデザイン研究と言われているものになります。私の経験では、授業研究という言い方は教師の指導という立場からで、デザイン研究という言い方は子どもの学習という立場からが多いようです。

現職教育で重要なことは、理論と実践の関係をどのように捉えるかだと思います。実践からどのように理論を作っていくかが鍵だと思います。

### （7）生涯の視点から見た学校教育

7番目は、生涯の視点からみた学校教育です。そのきっかけとなった問題は、「学校で学んだ数学が社会に出ると残らない」というものです。このようなことを明示的に考え始めたのは、2005年から始めた「科学技術リテラシー」の研究でした。その後、「数学的リテラシー」に焦点化して、プロジェクト研究として行ってきました。数学的リテラシーとは成人に持って欲しい数学の知識や技能や考え方

などです。もし、学校教育で指導されたことが、少なくとも必修の高校1年までの数学が社会に出て使えるようになっていれば、それほど問題ないと思います。ところが、いくつかの学力調査が示唆していることは、学校で学んだことがすでに高校3年でもどのくらい保持されているか怪しいということでした。

実は、生涯教育というのは、前に述べたユネスコ研究所で勉強しました。ユネスコ研究所から戻ってきて83年に書いたエッセイ「数学教育と生涯教育」(『教室の窓』No.266)を数年前に読んだら、生涯の中で数学教育を考えるということが書いてありました。自分のどこかには生涯で考えるということがあったのですね。それではこの論点について考えていきたいと思います。

①「人間の生涯を通して指導・学習を考える」。戦後、社会の変化の速度が激しく、知識の陳腐化が進んでいます。学校で指導された知識だけでは足りず、人間は個人にとっても社会にとっても、学校を出てからも学習することが求められています。ましてや学校教育期は、人間の平均寿命が延びることで生涯のほんの一部になってきました。数学的リテラシーとして生涯を通して人間が学ぶ構造を考えるとともに、学校教育は人間の生涯を視野に置くことが求められています。

②「成人に数学的リテラシーを持って欲しい」。学校を出てから一般の成人として数学的に考えて判断すること、すなわち数学的リテラシーがますます求められています。それではその数学的リテラシーとはどのようなもので、それはどのように教育が可能なのでしょうか。最近の地球規模の自然現象や社会現象

から地域での諸現象そして家庭でのいろいろな出来事など数学に関わることが多いと思います。

③「学校期と成人期の指導・学習は違う」。数学的リテラシーの研究をしていると、学校期と成人期の教育は違うということに気が付きます。学校期には、ある程度共通な指導の内容や順序があります。ところが、成人期には、成人に共通な指導の枠組みよりも、個人の学習に任されます。成人は、いろいろな問題に直面をして、そこで必要な数学を使っていくこととなります。そのためには、自分で学習をする必要があります。このことはまた、学校教育が成人期のために何をすべきかを示唆してくれます。

④「長期にわたり転移する指導・学習の方法としての問題解決を重視する」。学校教育で身に付けたことが、長期にわたり、望むらくは学校を出てからも生きるようにすること、つまり、長期にわたり転移することが求められます。そのようなための指導・学習の方法として総合的な場面での問題解決が有効だと言われております。

数学的リテラシーはもっともっと研究が必要な未知の領域だと思うのです。

## (8) 数学教育の学習からの理論化

8番目は、数学教育の学習からの理論化です。そのきっかけとなった問題は、「子どもは本当に学習しているのか」というものです。学習は経験による行動の変容と言われます。認知科学の研究者は、学習がどのように行われているのかを研究し、その一般的な原理を明らかにしてきました。私たちが学生の頃には、ゲシュタルト理論、行動主義、先行オー

ガナイザーなどがあり、最近では構成主義があります。数学教育の研究では、子どもがよりよく概念を身に付けるためにいろいろな工夫をしてきました。そのことを学習という面から考え直したものです。なお、学ぶことについては、『人はいかに学ぶか 日常的認知の世界』（中公新書、1989）があります。それではこの論点について考えていきたいと思えます。

①「意図的な指導と人間の本性としての学習は違う」。私たちの周りには、教育、指導、学習など類似の概念があります。認知科学や生命科学では、このうち学習と教育は明確に区別されています。私は、ここでは、数学教育を、数学指導と数学学習に分けて考えたいと思えます。指導は意図を持って行うことであり、学習は人間の本性として行われるものです。教育は、この指導と学習を総合的に捉えたものとします。

②「これまでは数学「指導」に偏り過ぎていた」。私たちはともすると算数・数学教育ということで、指導と学習をあまり区別せずに使っているのではないのでしょうか。また、「学んでいる」という言葉を安易に使ってきたのではないのでしょうか。教師の指導の意図通りに子どもが従っていることを「学んだ」としてきたのではないのでしょうか。子どもの学ぶことのより一般的な原理的なことはないのでしょうか。よりよい指導とよりよい学習は同義語なのでしょう。

③「子どもの概念形成と概念変容は違う」。ここでの概念形成とは、子どもは白紙のようなもので、その白紙に新たな概念を書き込んでいく、そんなイメージのものを言っており

ます。それに対して、認知を研究している方の中には、概念変化、概念変容とおっしゃる方が出てきております。子どもは白紙ではなく、すでに何かを持っており、それが変わっていくのだということです。

算数・数学は抽象的だから、子どもは何も持っていない白紙だと思いがちですが、そうでしょうか。もし子どもの経験や活動に関係のあるような形ならば何かをすでにもっているのではないのでしょうか。科学教育では素朴概念、ミスコンセプションなどと言われており、ビショップの「数学的文化化」にもつながるのではないのでしょうか。

これまで私たちは子どもは白紙なのだからできるだけ丁寧に分かりやすい方法を考えなければといろいろと工夫してきました。子どもが間違えるのは指導の仕方が悪いのだと考えてきたのではないのでしょうか。そうではなく、子どもが間違えるのは子どもなりに既習のものから何かを考えたのです。その間違っただけを変えていくような指導方法の方が自然なのではないのでしょうか。算数・数学における子どもの素朴概念、ミスコンセプションはもっと研究されてもよいと思えます。そして、その子どもの考え方の原理・原則に着目するわけです。

④「子どもの学びの原理・原則を大切にする」。原理・原則というのは、英語の principle に相当するものです。日本語では自然現象などの場合には原理を、人間が作った場合には原則を使うこともあるようです。学習という立場からすると、子どもの学び方に何か原理・原則があるのではと考えられます。算数・数学では、数学の原理・原則を考えるのは普

通ですが、これまでも、それに加えて、一応子どもの考えを加味してきたと思います。さらに一步踏み込んで、子どもが算数・数学をどのように学ぶのか、教師の指導の意図にあったかどうかではなく、子どもの算数・数学の学びを自然に見ることが必要なのではないのでしょうか。

そして、それらを理論化していきたいですね。私たちは非常に多くの実践研究を持っています。それをもう一度子どもの学びから見直して原理・原則を作りたいですね。

#### (9) 数学教育と他分野との研究の連携

9 番目は、数学教育と他分野との研究の連携です。そのきっかけとなった問題は、「数学教育研究が社会の他分野との関係が希薄である」というものです。数学教育研究というか、一般には教科教育の研究は、他の学問分野との連携が少ないように思います。数学教育研究で言えば、まず、数学者、そして心理学者と教育者の方が思い浮かびます。教科教育では、その関連学問のことを「親学問」と呼ぶ人もおります。実際に、現在でも数学教育研究は数学研究の部分集合だと考える人たちもおります。何よりも、数学教育研究は理論を持っているのかそして学問なのかと問われることがあります。道は少なくとも二つあると思います。一つは数学教育の領域に閉じこもってそこを守る道と、もう一つは関連領域の人達と積極的に関わっていく道です。後者はパラダイムが異なる分野の人とのお付き合いということで非常に大変だと思います。でも、ここでは後者の立場から、この論点について考えていきたいと思っています。

#### ①「数学・科学・技術の教育専門家が一緒

に考える」。まず、身近な理科教育と技術教育の人たちとのお付き合いを続けたいですね。数学教育研究にとっては、それをやっていくことは想像以上に大きな価値があると思っております。数学をより大きな視野の中で捉えられるようになるとともに、数学教育も異なる視点から見るができるようになるからです。そのときに大事なことは、お互いに尊敬しあう、ということではないかなと思います。

②「問題を多面的に捉える」。他分野の人と話合っていると、思いがけない視点が出て来ることがあります。数学に対する見方は、科学や技術では異なります。他分野の人と議論していると、より一段高い所から数学や数学教育が見えるようになることもあります。また、教育研究の立場でも、科学教育と技術教育と数学教育では視点が異なり、そのことから問題を多面的に見ることができるようになります。

③「数学教育を考える基盤を広くする」。数学教育が、科学教育や技術教育と連携するだけではなく、その他の分野の人と連携することでその基盤が広がります。数学を含む自然科学や教育学だけではなく、認知科学、学習科学、そして社会学や言語学など。また最近では記号論などを学ぶ必要性も言われております。数学教育は人間の社会的な諸活動の一つであると考え、いろいろな分野との連携は欠かせません。

④「数学教育の味方を増やす。数学の社会的重要性が認識される」。実は他の学問分野には、数学を大事だと思っている人がたくさんいるんですね。「科学技術の智プロジェクト」

のときにつくづく思いました。数学の持つ言語性、創造性、論理性、応用性など多様な面から評価されております。一方で、一般の人はあまり数学の有用性を自分自身の問題として持っていないようです。入試よりもっと大きな社会的有用性としての数学ということを強調したいですね。

数学教育の先輩研究者の中には、諸学問の研究者とのお付き合いを大事にしている方もおりました。一般の人も含めて、多様な人々とお付き合いを通して、数学教育の味方を増やすことが必要だと思います。

#### (10) 数学の認識論と数学教育の哲学

最後、10番目は、数学の認識論と数学教育の哲学です。そのきっかけとなった問題は、「数学の認識論や数学教育の目的論が話題にされない」というものです。数学の認識論とは、知識としての数学とは何のかを問うものです。認識論は哲学に属しますので、数学の認識論は、数学の哲学の議論となります。ともすると、数学ありきで数学教育を考え始めて、数学教育では数学とはということが問われないことが多いのではないのでしょうか。でも多くの人一度は数学とはということ考えたことがあると思います。しかし、これまでは数学教育のジャンルの中にはそのような文献があまり見られませんでした。私たちは、イギリスの数学教育の研究者のアーネストという人が1991年に公刊した『*The Philosophy of Mathematics Education*』という本を読んできて、改めて、数学の哲学、さらには数学教育の哲学という視点が必要だと思いました。ここではその立場から、この論点について考えていきたいと思ひます。

①「数学の認識論のプラトン主義と社会的構成主義は大きく違う」。日数教会誌に94年に秋田大学の湊三郎先生らのプラトン主義についての論説が載りました。しかし、その後そのことはあまり議論されていません。先程のアーネスト氏は、プラトン主義のような数学の「絶対主義」に対して、社会的構成主義の立場から数学の「可謬主義」に立っています。プラトン主義は、数学は理想的で客観的な存在であり、人間はその真理を追い求めていくという考え方です。多分、多くの人が漠然とこのような考えではないでしょうか。それに対して、社会的構成主義は人間が社会において数学を作っていくものであり、それ故に誤りも起きるのであるとするものです。

②「数学の認識論の違いが数学教育に影響を与える」。数学に対する見方として、絶対の真理があるとするプラトン主義を取るか、人間が社会で作っていくのだとする社会的構成主義を取るかでは、数学教育が大きく変わるのとは明らかです。数学教育は前者では誤りは真理に照らして正されるものと考え、後者では人間ならば必然的に誤ると考えるでしょう。子ども主体と言った時、それは何を考えているのでしょうか。

③「試験や入試が数学教育の主要な目的となっている」。20世紀初頭のイギリスのJ.ペリーの有名な講演で数学教育の目的として最大のものが試験であると言われてから百年たっても状況は変わっていません。「篩としての数学」です。数学教育の哲学を考えるならば、そこに当然目的論が入っております。改めて、目的を考えたいです。

④「目的があって、目標（学力）や内容や

方法が出てくる」。学力低下や学力向上ということが当然のように言われています。『何のための算数教育か』（東洋館出版社、2007）で論じたように、学力は教育目標のことですので、本来ならば、教育目的の話があるはずで、何のための数学教育なのでしょうか。そのような根本から考えていくことが当たり前になるとよいのですが。

先程のアーネスト氏はイギリスの1990年代を背景に民主主義を教育の基盤に置いております。さらに、アーネスト氏の数学教育の哲学の独自性は、同定された六つの社会集団におけるその哲学の違いを論じていることです。社会集団によって数学教育の考え方は異なると言うのです。なお、アーネスト氏は現在は現在翻訳されており来年『数学教育の哲学』（仮称）として東洋館出版社から刊行される予定です。ぜひ、考える材料にさせていただけたらと思います。

21世紀に入り、私たちは民主主義に加えて持続可能な地球を加えたいと思います。

## 5. 先生と友人とともに探究を

最後に本大学院の関係者でお世話になりました松原元一先生と中島健三先生の晩年の頃のお写真をあげさせていただきました（写真略）。こちらの写真は、この3月で終わりました数学的リテラシーの科研の研究会のメンバー全体で20人ほどの集合写真でございます（写真略）。私の研究の非常に大きな部分はこのような研究会での友人たちとの協働的な研究です。一緒に研究をして、一緒に考え論文を書いてきました。

このような方々によって、現在の私がある

ということでございます。

なお、本日のお話しに関連する研究論文や報告書は、静岡大学附属図書館が運営しております「静岡大学学術リポジトリ」にほとんどが登録されており、このサイトを通して無料で見ることができます。

<http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/>

このリポジトリには、私が静岡大学に行く前に学大附属大泉中や国研で書いた論文や報告書も登録させていただきました。大泉中で書いた初期のものから最近のものまで、著作権の許諾が得られた約100件が登録されております。どうぞご覧ください。

改めて、これまで研究や実践を続けられてきたことにつきまして、先生方、友人の皆様、そして私の家族に心より感謝申し上げます。また、本日はこのような機会を与えていただき本当にありがとうございます。

最後になりましたが、いつまでも探究心を持って新しい世界を作り出していきたいと思っております。

長い間、ご清聴ありがとうございました。

---

講演日：2014年6月14日

会場：東京学芸大学 飯島20周年記念会館

記録者：小川功介、高濱良匡、野島淳司、

山田剛史