SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

教育選択と人的資本水準の定常状態均衡に関する一考察

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 静岡大学人文社会科学部 公開日: 2016-12-27 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 村田, 慶 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00009948

論　説

教育選択と人的資本水準の定常状態均衡に関する一考察

村　田　　慶

Ⅰ．はじめに

本稿では，公的・私的教育の選択が人的資本蓄積に及ぼす影響について，世代間重複モデルによる一考察を行うことを目的とする．先行研究において，公的・私的教育の分類は教育投資において行われ，私的教育の下では親からの所得移転，公的教育の下では政府による所得比例課税を財源としている．両教育の人的資本関数の捉え方について，先行研究では，二種類のアプローチが存在する．一つは，例えば，Glomm and Ravikumar (1992)，Gradstein and Justman (1997)，およびSaint Paul and Verdier (1993) で見られるように，両教育について，あくまで比較検討のみに留めるというものである．Benabou (1996)，Eckstein and Zilcha (1994)，およびKaganovich and Zilcha (1999) でも，両教育間の相互補完性について議論しているものの，基本的には同様の分析手法がとられている．もう一つは，Cardak (2004a, b) に見られるように，両教育について，親世代による効用比較に基づく選択を分析するというものである．さらに，村田 (2011) では，Cardak (2004a) において，Glomm and Ravikumar (1992) に倣い，生涯効用の決定要素として余暇時間，人的資本形成の決定要素として学習時間を新たに組み入れ，分析範囲の拡張・修正を行っている．

本稿モデルでは，村田 (2011) について，さらなる詳細な検討を行うことを目的としている．村田 (2011) の特徴として，Cardak (2004a) では，人的資本形成が親世代の人的資本水準と教育投資のみによって決定付けられるため，私的教育の人的資本関数が線形となり，私的教育の下では，人的資本水準は安定的な定常状態均衡を持たず，無限大に発散するのに対し，学習時間を組み入れることによって，公的教育と同様，私的教育の人的資本関数も凹関数となり，安定的な定常状態均衡を持ち，現実的な設定となっていることが挙げられる．しかしながら，公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡の大小関係について，村田 (2011) では，私的教育の下での定常状態均衡値が公的教育の下でのそれを上回るケースのみが想定されている．しかしながら，理論的には，公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡値が同じ，あるいは公的教育の下での人的資本水準の定常状態均衡値が私的教育の下でのそれを上回るケースも考えられる．本稿では，村田 (2011) について，私的教育の下での定常状態均衡値が公的教育の

下でのそれを上回るケースに加えて，公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡値が同じ，あるいは公的教育の下での人的資本水準の定常状態均衡値が私的教育の下でのそれを上回るケースについても検討することによって，さらなる詳細な分析を行う．

本稿の構成として，まずⅡ節で，村田 (2011) の基本モデルを概観する．それを踏まえて，Ⅲ節において，両教育の選択と人的資本水準の定常状態均衡に関する詳細な検討を行う．

Ⅱ．モデル設定

各個人の経済活動は，２期間にわたって行われるとする．本稿モデルでは，２期について，t期と$t+1$期を基準とし，各期に生まれた個人をそれぞれ，t世代，$t+1$世代の個人と呼ぶこととする．また，各世代の子供は，第２期において誕生するとする．

Ⅱ．1　人的資本形成

各世代の個人は，第２期において自身の人的資本を形成するものとする．すなわち，t世代の個人iは，$t+1$期において人的資本を形成する．Glomm and Ravikumar (1992) および村田 (2011) に倣い，人的資本形成は学習時間，親世代の人的資本水準，および教育投資によって決定付けられるとする．t世代の個人iの$t+1$期における人的資本水準は，(1)のように決定付けられる．

$$h_{t+1}^{i}=\left(1-n_{i,t}\right)^{\beta}\left(q_{i,t}\right)^{\gamma}\left(h_{i,t}\right)^{\delta}\ ;\ \beta,\gamma,\delta\in\left(0,1\right),\quad \beta+\gamma+\delta=1 \tag{1}$$

(1)において，iは個人のタイプ，$h_{i,t}$は$t-1$世代の個人iがt期において獲得する人的資本水準，$h_{i,t+1}$はt世代の個人iが$t+1$期において獲得する人的資本水準，$q_{i,t}$はt世代の個人iがt期において$t-1$世代から受け取る教育投資，$n_{i,t}$はt世代の個人iのt期における余暇時間である．Glomm and Ravikumar (1992) および村田 (2011) に倣い，本稿モデルでは，各期における全時間を１とおき，学習時間は余暇時間を全時間から差し引いた残りとして決定付けられるものとする．したがって，$1-n_{i,t}$はt世代の個人iのt期における学習時間を意味する．$q_{i,t}$は公的・私的教育のどちらを選択するかによって区別されるものとし，それは(2)のように表される．

$$q_{i,t}=\begin{cases}E_t & e_{i,t}=0\cdots\text{公的教育}\\ e_{i,t} & e_{i,t}>0\cdots\text{私的教育}\end{cases} \tag{2}$$

ここで，E_tはt期において公的教育を受ける個人一人当たりが受け取る教育投資，$e_{i,t}$は私的教育を受けるt世代の個人iがt期において$t-1$世代から受け取る教育投資である．Glomm and Ravikumar (1992) およびCardak (2004a, b) に倣い，E_tは(3)のように定義されるものとする．

$$E_t \equiv \frac{\tau H_t}{P_t} \equiv \frac{\tau \int_0^{\infty} h_{i,t} \cdot f\left(h_{i,t}\right) dh_{i,t}}{P_t} \text{ ; } 0 < \tau < 1 \tag{3}$$

(3)において，τは各期における所得税率，H_tは$t-1$世代のt期における一国全体の人的資本水準，P_tはt期において公的教育を受ける人口割合，$f_t(h_{i,t})$はt期における$h_{i,t}$についての確率密度関数である．また，各世代の人口規模は一定であり，１に基準化されるとする．したがって，本稿では，H_tが一国全体の効率的労働力となる．

Ⅱ．２　効用最大化

各世代の個々人は，第２期において労働を行うとする．すなわち，t世代の個人iが所得水準を得るのは$t+1$期である．本稿では，遺産贈与は考慮しないものとする．Glomm and Ravikumar (1992) およびCardak (2004a) と同様，本稿モデルでは，生産者の存在を捨象しており，賃金率を考慮しない設定となっているため，人的資本水準がそのまま所得となる．t世代の個人iの$t+1$期における所得水準$y_{i,t+1}$は，(4)のように決定付けられる．

$$y_{i,t+1} = h_{i,t+1} \tag{4}$$

t世代の個人iの$t+1$期における消費水準$c_{i,t+1}$は，(5)のように決定付けられる．

$$c_{i,t+1} = \begin{cases} (1-\tau) y_{i,t+1} & if \;\; e_{i,t+1} = 0 \quad \cdots \text{公的教育} \\ (1-\tau) y_{i,t+1} - e_{i,t+1} & if \;\; e_{i,t+1} > 0 \quad \cdots \text{私的教育} \end{cases} \tag{5}$$

以上を前提とし，各個人は，生涯効用を最大化するように行動するものとする．本稿における生涯効用とは，２期間全体において得られる効用水準を意味する．Glomm and Ravikumar (1992) および村田 (2011) と同様，それは，第１期における余暇時間，第２期における消費水準[1]および

[1] 本稿では，Glomm and Ravikumar (1992) とCardak (2004a, b) と同様，生涯効用の決定要素として，労働所得が得られない若年期における消費水準を考慮していない．この解釈は，若年期における教育投資の中で，その中に生活に必要な消費も含まれているというものである．

次世代への教育投資によって決定付けられるとする．

Ⅱ．2．1　公的教育

公的教育の下でのt世代の個人iの2期間全体の効用水準をV^uとおくと，それは，次のように表される．

$$\underset{c_{i,t+1},n_{i,t}}{Maximize}\ \ V^u=(1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_{i,t}+\alpha_1\log c_{i,t+1}+\alpha_2\log E_{t+1}\ ;\ \alpha_1,\ \alpha_2,\ 1-\alpha_1-\alpha_2\in(0,1)$$

$$subject\ \ to\ \ c_{i,t+1}=(1-\tau)y_{i,t+1},\ y_{i,t+1}=h_{i,t+1}$$

一階条件である$\partial V^u/\partial n_{i,t}=0$より，公的教育の下での$t$世代の個人$i$の$t$期における最適な学習時間$1-n_t^u$は，(6)のように導出される[(2)]．

$$1-n_t^u=\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1} \tag{6}$$

(5)に(1)，(2)，(3)，および(6)を代入すると，公的教育を選択するt世代の個人iの$t+1$期における消費水準c_{t+1}^uは，(7)のように決定付けられる．

$$c_{t+1}^u=(1-\tau)\left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right)^{\beta}\left(\frac{\tau H_t}{P_t}\right)^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta} \tag{7}$$

また，公的教育の下での人的資本関数$h(n_t^u,E_t,h_{i,t})$は，(8)のように求められる．

$$h_{i,t+1}=h(n_t^u,E_t,h_{i,t})=\left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right)^{\beta}\left(\frac{\tau H_t}{P_t}\right)^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta} \tag{8}$$

(8)について，$\delta<1$であるので，Cardak (2004a) および村田 (2011) と同様，公的教育の下では，$h_{i,t+1}$は$h_{i,t}$についての凹関数となる．

(2) (6)の導出過程については，付録1を参照せよ．

Ⅱ．2．2　私的教育

私的教育の下でのt世代の個人iの２期間全体の効用水準をV^rとおくと，それは，次のように表される．

$$\underset{c_{i,t+1},n_{i,t},e_{i,t+1}}{Maximize}\ \ V^u=(1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_{i,t}+\alpha_1\log c_{i,t+1}+\alpha_2\log e_{i,t+1}\ ;\ \alpha_1,\ \alpha_2,\ 1-\alpha_1-\alpha_2\in(0,1)$$

$$subject\ \ to\ \ c_{i,t+1}=(1-\tau)y_{i,t+1}-e_{i,t+1},\ y_{i,t+1}=h_{i,t+1}$$

一階条件である$\partial V^r/\partial c_{i,t+1}=0$および$\partial V^r/\partial e_{i,t+1}=0$より，私的教育の下での$t$世代の個人$i$の$t$＋1期における最適消費$c^r_{t+1}$および最適教育投資$e^r_{t+1}$はそれぞれ，(9)と(10)のように導出される[(3)]．

$$c^r_{t+1}=\frac{\alpha_1(1-\tau)y_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{\alpha_1(1-\tau)h_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{9}$$

$$e^r_{t+1}=\frac{\alpha_2(1-\tau)y_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{\alpha_2(1-\tau)h_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{10}$$

また，一階条件である$\partial V^r/\partial n_{i,t}=0$より，私的教育の下での$t$世代の個人$i$の$t$期における最適な学習時間$1-n^r_t$は，(11)のように導出される[(4)]．

$$1-n^r_t=\frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \tag{11}$$

(10)をt期に読み替えると，$t-1$世代の個人iのt期における最適教育投資e^r_tは，(12)のようになる．

$$e^r_t=\frac{\alpha_2(1-\tau)y_{i,t}}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{\alpha_2(1-\tau)h_{i,t}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{12}$$

(12)において，$y_{i,t}$は$t-1$世代の個人iのt期における所得水準である．(2)，(11)，および(12)を(1)に代入すると，私的教育の下での人的資本関数$h(n^r_t,e_{i,t},h_{i,t})$は，(12)のように求められる．

(3) (9)と(10)の導出過程については，付録２を参照せよ．
(4) (11)の導出過程については，付録３を参照せよ．

$$h_{i,t+1} = h\left(n_t^r, e_{i,t}, h_{i,t}\right) = \left\{\frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}\right\}^{\beta}\left\{\frac{\alpha_2(1-\tau)}{\alpha_1+\alpha_2}\right\}^{\gamma}\left(h_{i,t}\right)^{\gamma+\delta} \tag{13}$$

⑬について，$\gamma+\delta<1$であるので，私的教育の下でも，$h_{i,t+1}$は$h_{i,t}$についての凹関数となる．Cardak (2004a) では，学習時間が組み込まれておらず，私的教育の下での教育投資は$h_{i,t}$によって決定付けられることから，計算結果として，$h_{i,t+1}$は$h_{i,t}$についての線型関数となるのに対し，本稿では，村田 (2011) と同様，学習時間を組み入れている影響から線形とはならない．

Ⅲ．教育選択

Cardak (2004a, b) および村田 (2011) に倣い，各個人による次世代に対する公的・私的教育の選択は，両教育の下での効用比較によって決定付けられるものとする．すなわち，教育選択における人的資本水準の基準値は，⑭のように，$V^u = V^r$を満たす値となる．

$$\begin{aligned}&(1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_t^u + \alpha_1 \log c_{t+1}^u + \alpha_2 \log E_{t+1}\\ =&(1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_t^r + \alpha_1 \log c_{t+1}^r + \alpha_2 \log e_{t+1}\end{aligned} \tag{14}$$

⑭において，E_{t+1}は$t+1$期において公的教育を選択する個人一人当たりが政府から受け取る教育投資である．⑭を満たす$h_{i,t+1}$とE_{t+1}の値をそれぞれ，h_{t+1}^*とE_{t+1}^*とおくと，⑮のような関係式が得られる．

$$h_{t+1}^* = \left\{\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right\}^{\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{\alpha_2}}\left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}\left\{\frac{E_{t+1}^*(\alpha_1+\alpha_2)}{\alpha_2(1-\tau)}\right\} \tag{15}$$

t世代の個人iは$t+1$期において，人的資本水準がh_{t+1}^*以下のとき，$t+1$世代に公的教育を選択させ，h_{t+1}^*を上回るとき，私的教育を選択させる．ところで，本稿では，t期を基準とするので，⑮をt期に読み替える．t期において，$V^u = V^r$を満たす人的資本水準と公的教育の下での教育投資をそれぞれ，h_t^*とE_t^*とおくと，⑯のような関係式となる．

$$h_t^* = \left\{\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right\}^{\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{\alpha_2}}\left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}\left\{\frac{E_t^*(\alpha_1+\alpha_2)}{\alpha_2(1-\tau)}\right\} \tag{16}$$

これは，$t-1$世代の個人iについての関係式であり，⒂と同様，人的資本水準がh_t^*以下のとき，t世代に公的教育を選択させ，h_t^*を上回るとき，私的教育を選択させる．⑻と⒀より，公的・私的教育それぞれの人的資本関数についての定常状態均衡における人的資本水準をそれぞれ，h_t^u，h_s^rとおくと，⒄と⒅のように導出される．

$$h_t^u = \left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right)^{\frac{\beta}{1-\delta}}\left(\frac{\tau H_t}{P_t}\right)^{\frac{\gamma}{1-\delta}} \tag{17}$$

$$h_s^r = \left\{\frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}\right\}^{\frac{\beta}{1-\gamma-\delta}}\left\{\frac{\alpha_2(1-\tau)}{\alpha_1+\alpha_2}\right\}^{\frac{\gamma}{1-\gamma-\delta}} \tag{18}$$

⒄と⒅について，村田 (2011) では，$h_t^u < h_s^r$を仮定している．これは，公的教育を選択する個人は，所得税を差し引かれるものの，教育投資によるリターンがあるのに対し，私的教育を選択する個人は，所得税を差し引かれてもリターンがなく，かつ教育投資も自身の所得によって行わなければならないため，その上，定常状態均衡における人的資本水準について，公的教育を受ける個人が上回るのであれば，私的教育の存在意義が無くなるためとしている．しかしながら，公的教育を受ける個人の人的資本水準が私的教育を受ける個人のそれと同じ，もしくは上回るケースはモデル分析上，起こり得ることである．

本稿では，h_t^uとのh_s^rの大小関係について，村田 (2011) における「$h_t^u < h_s^r$のケース」に加えて，「$h_t^u = h_s^r$のケース」および「$h_t^u > h_s^r$のケース」についても検討する．

Ⅲ．1　$h_t^u < h_s^r$のケース

⒄と⒅より，このケースでは，$E_t = \tau H_t / P_t$ は，⒆の条件を満たすように決定付けられる．

$$E_t = \frac{\tau H_t}{P_t} < \left\{\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}\right\}^{\frac{\beta}{\gamma}}\left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}\right)^{\frac{\beta(1-\delta)}{\gamma(1-\gamma-\delta)}}\left\{\frac{\alpha_2(1-\tau)}{\alpha_1+\alpha_2}\right\}^{\frac{1-\delta}{1-\gamma-\delta}} \tag{19}$$

⒆より，このケースでは，公的教育投資には上限が存在することになる．また，このケースでは，⒇のように，所得税率τには上限が存在することが分かる．

$$\tau < 1-\left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_2}\right)\left\{\frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}\right\}^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{\gamma(1-\delta)}}\left(\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}{\beta\alpha_1}\right)^{\frac{\beta}{\gamma}}\left(\frac{\tau H_t}{P_t}\right)^{\frac{1-\gamma-\delta}{1-\delta}} \tag{20}$$

したがって，このケースでは，公的教育の下で獲得する人的資本水準が低い状況が許容されており，各個人にとっては，所得課税による負担を小さくすることが可能となる．

Ⅲ．2　$h_t^u = h_s^r$のケース

⑰と⑱より，このケースでは，$E_t = \tau H_t / P_t$ は，㉑の条件を満たすように決定付けられる．

$$E_t = \frac{\tau H_t}{P_t} = \left\{ \frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \right\}^{\frac{\beta}{\gamma}} \left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1} \right)^{\frac{\beta(1-\delta)}{\gamma(1-\gamma-\delta)}} \left\{ \frac{\alpha_2(1-\tau)}{\alpha_1+\alpha_2} \right\}^{\frac{1-\delta}{1-\gamma-\delta}} \tag{21}$$

このケースでは，所得税率τは㉒のように，１つの値で決定付けられることが分かる．

$$\tau = 1 - \left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_2} \right) \left\{ \frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \right\}^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{\gamma(1-\delta)}} \left(\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}{\beta\alpha_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} \left(\frac{\tau H_t}{P_t} \right)^{\frac{1-\gamma-\delta}{1-\delta}} \tag{22}$$

したがって，このケースでは，所得税率は㉒の値から上がることはないが，下げることもできないため，この税率では負担が大きい場合も，小さくすることが不可能となる．

Ⅲ．3　$h_t^u > h_s^r$のケース

⑰と⑱より，このケースでは，$E_t = \tau H_t / P_t$ は，㉓の条件を満たすように決定付けられる．

$$E_t = \frac{\tau H_t}{P_t} > \left\{ \frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \right\}^{\frac{\beta}{\gamma}} \left(\frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1} \right)^{\frac{\beta(1-\delta)}{\gamma(1-\gamma-\delta)}} \left\{ \frac{\alpha_2(1-\tau)}{\alpha_1+\alpha_2} \right\}^{\frac{1-\delta}{1-\gamma-\delta}} \tag{23}$$

㉓より，このケースでは，公的教育投資には上限が存在しなくなる．本稿モデルでは，公的教育投資は所得比例課税を財源としているため，所得税率τにも上限が存在しないことになる．㉓より，このケースでは，所得税率τは，㉔の条件を満たすことが分かる．

$$\tau > 1 - \left(\frac{\alpha_1+\alpha_2}{\alpha_2} \right) \left\{ \frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \right\}^{\frac{\beta(1-\gamma-\delta)}{\gamma(1-\delta)}} \left(\frac{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1}{\beta\alpha_1} \right)^{\frac{\beta}{\gamma}} \left(\frac{\tau H_t}{P_t} \right)^{\frac{1-\gamma-\delta}{1-\delta}} \tag{24}$$

したがって，このケースでは，所得税率に上限がないため，公的教育の下で獲得する人的資本水準が私的教育のそれを大幅に上回らなければならないのであれば，各個人にとっては，所得課

税による負担が大きくなってしまうことになる．

Ⅳ．おわりに

本稿では，村田 (2011) における公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡の大小関係について，私的教育の下での定常状態均衡値が公的教育のそれを上回るケースに加えて，公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡値が同じケースおよび公的教育が私的教育を上回るケースを検討することによって，さらなる詳細な分析を行った．

本稿における主要な帰結としては，村田 (2011) で想定されている，私的教育の下での定常状態均衡値が公的教育のそれを上回るケースにおいては，公的教育投資および所得税率に上限が存在するものの，公的・私的教育それぞれの下での人的資本水準の定常状態均衡値が同じケースでは，公的教育投資および所得税率が１つの値で決まり，さらに，公的教育が私的教育を上回るケースについては，公的教育投資と所得税率において上限が存在しなくなることが示された．

本稿の分析について，今後の展望を述べる．本稿モデルでは，公的・私的教育の下での人的資本水準の定常状態均衡値について，大小関係，および公的教育投資と所得税率の決定条件について詳細に検討したが，現実的にも，直観的にも，所得税を課せられつつ，教育投資を自身の所得によって行わなければならないにも関わらず，私的教育の下で獲得できる人的資本水準が公的教育の下でのそれと同じ，もしくは下回る場合，親は子どもに私的教育を選択させないであろう．この内容を確認するためには，公的・私的教育の選択における人的資本水準の基準値と両教育の下での人的資本水準の定常状態均衡値の大小関係を確認しなければならない．この点については，稿を改めて論じたい．

付録１．

制約条件式を V^u の式における $c_{i,t+1}$ に代入すると，次のようになる．

$$V^u = (1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_{i,t} + \alpha_1 \log\left\{(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}\right\} + \alpha_2 \log E_{t+1}$$

一階条件より，

$$\frac{\partial V^u}{\partial n_{i,t}} = \frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{n_{i,t}} - \frac{\beta\alpha_1(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta-1}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}}{(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}} = \frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{n_{i,t}} - \frac{\beta\alpha_1}{1-n_{i,t}} = 0$$

上の式を変形すると，公的教育の下でのt世代の個人iのt期における最適余暇時間n_t^uは，(A-1)のように求められる．

$$n_t^u = \frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1} \tag{A-1}$$

(A-1)より，公的教育の下でのt世代の個人iのt期における最適な学習時間$1-n_t^u$は，(B-2)のように求められる．

$$1-n_t^u = \frac{\beta\alpha_1}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta\alpha_1} \tag{A-2}$$

付録２．

制約条件式をV^rの式における$e_{i,t+1}$に代入すると，次のようになる．

$$V^r = (1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_{i,t} + \alpha_1 \log c_{i,t+1} + \alpha_2 \log\{(1-\tau)y_{i,t+1} - c_{i,t+1}\}$$

一階条件より，

$$\frac{\partial V^r}{\partial c_{i,t+1}} = \frac{\alpha_1}{c_{i,t+1}} - \frac{\alpha_2}{(1-\tau)y_{i,t+1} - c_{i,t+1}} = 0$$

上の式を変形すると，私的教育の下でのt世代の個人iの$t+1$期における最適消費c_{t+1}^rは，(B-1)のように求められる．

$$c_{t+1}^r = \frac{\alpha_1(1-\tau)y_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{B-1}$$

$y_{i,t+1} = h_{i,t+1}$より，私的教育の下でのt世代の個人iの$t+1$期における最適消費c_{t+1}^rは(B-2)のように書き換えられる．

$$c_{t+1}^{r}=\frac{\alpha_1(1-\tau)h_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{B-2}$$

また，⑸より，$e_{i,t+1}=(1-\tau)y_{i,t+1}-c_{i,t+1}$であるので，$c_{i,t+1}$に代入すると，私的教育の下での$t$世代の個人$i$の$t+1$期における最適教育投資は，(B-3)のように求められる．

$$e_{t+1}^{r}=(1-\tau)y_{i,t+1}-\frac{\alpha_1(1-\tau)y_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2}=\frac{\alpha_2(1-\tau)y_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{B-3}$$

$y_{i,t+1}=h_{i,t+1}$より，私的教育の下でのt世代の個人iの$t+1$期における最適教育投資e_{t+1}^{r}は，(B-4)のように書き換えられる．

$$e_{t+1}^{r}=\frac{\alpha_2(1-\tau)h_{i,t+1}}{\alpha_1+\alpha_2} \tag{B-4}$$

付録３．

制約条件式をV^rの式における$c_{i,t+1}$に代入すると，次のようになる．

$$V^r=(1-\alpha_1-\alpha_2)\log n_{i,t}+\alpha_1\log\left\{(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}-e_{i,t+1}\right\}+\alpha_2\log e_{i,t+1}$$

一階条件より，

$$\frac{\partial V^r}{\partial n_{i,t}}=\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{n_{i,t}}-\frac{\beta\alpha_1(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta-1}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}}{(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}-e_{i,t+1}}=0$$

上の式に(B-4)を代入すると，

$$\begin{aligned}&\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{n_{i,t}}-\frac{\beta\alpha_1(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta-1}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}}{(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}-\dfrac{\alpha_2(1-\tau)(1-n_{i,t})^{\beta}(q_{i,t})^{\gamma}(h_{i,t})^{\delta}}{\alpha_1+\alpha_2}}\\&=\frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{n_{i,t}}-\frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-n_{i,t}}=0\end{aligned}$$

上の式を変形すると，私的教育の下でのt世代の個人iのt期における最適余暇時間n_t^rは(C-1)のように求められる．

$$n_t^r = \frac{1-\alpha_1-\alpha_2}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \tag{C-1}$$

(C-1)より，私的教育の下でのt世代の個人iのt期における最適な学習時間$1-n_t^r$は，(C-2)のように求められる．

$$1-n_t^r = \frac{\beta(\alpha_1+\alpha_2)}{1-\alpha_1-\alpha_2+\beta(\alpha_1+\alpha_2)} \tag{C-2}$$

参考文献

［1］ Benabou, R. (1996) “Heterogeneity, Stratification and Growth: Macroeconomics Implications of Community Structure and School Finance”, *American Economic Review*, Vol.86, pp.584-609.

［2］ Cardak, B.A. (2004a) “Education Choice, Endogenous Growth and Income Distribution,” *Economica*, Vol.71, pp.57-81.

［3］ Cardak, B.A. (2004b) “Education Choice, Neoclassical Growth and Class Structure,” *Oxford Economic Papers*, Vol.56, pp.643-666.

［4］ Eckstein, Z. and I. Zilcha (1994) “The Effects of Compulsory Schooling on Growth, Income Distribution and Welfare,” *Journal of Public Economics*, Vol.54, pp.339-359.

［5］ Glomm, G. and B. Ravikumar (1992) “Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality,” *Journal of Political Economy*, Vol.100, pp.818-834.

［6］ Gradstein, M. and M. Justman (1997) “Democratic Choice of an Education System:Implications for Growth and Income Distribution,” *Journal of Economic Growth*, Vol.2, pp.169-183.

［7］ Kaganovich, M. and I. Zilcha (1999) “Education, Social Security, and Growth,” *Journal of Public Economics*, Vol.71, pp.289-309.

［8］ Saint, Paul, G. and T. Verdier (1993) “Education, Democracy and Growth,” *Journal of Development Economics*, Vol.42, pp.399-407.

［9］ 村田 慶 (2011)「教育選択と経済成長」『九州経済学会年報』第49集，pp.75-82.