

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 17 日現在

機関番号：13801

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2014

課題番号：22540223

研究課題名(和文) Delayed Feedback 制御法の解析における理論的枠組みの構築

研究課題名(英文) A construction of the theoretical framework in the analysis of Delayed Feedback Control

研究代表者

宮崎 倫子 (Miyazaki, Rinko)

静岡大学・工学研究科・教授

研究者番号：40244660

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：周期的運動をより安定した頑強なものとして実現するための制御手法のひとつとして、1992年にPyragasによって提案された遅延フィードバック制御法が知られている。手法的な簡便性から、多くの応用が期待され、シミュレーションを用いた多くの結果が報告されている。しかし、その手法および報告されているシミュレーション結果について、数学的に保証する結果はほとんど存在しない。本研究では、この制御法の数学的な保証、特に周期解の安定化に成功するための条件を部分的にはあるが、与えることに成功した。同時に、解析のために必要な数学的事項を整備し直した。

研究成果の概要(英文)：As one of the control techniques for achieving a stable periodic motion, a time delayed feedback control method was proposed by Pyragas in 1992. Since the method consists of a very simple control scheme, many applications are expected. In fact, many results have been reported. However, almost all the results are given by numerical experiments and not guaranteed mathematically. In this study, we succeeded in giving a mathematical guarantee of the controlling method. Moreover, we resummarized the mathematical matter required for the analysis.

研究分野：関数方程式論

キーワード：関数微分方程式 遅延型微分方程式 周期解 安定性 遅延フィードバック制御

1. 研究開始当初の背景

従来、微分方程式における時間遅れ(タイムラグ)は、解の不安定性あるいは振動性をもたらすものとしてとらえられてきていた。特に、Mackey and Glass (Science, Vol. 197, 1977) によって提示された白血球の生成を示す数理モデルは、1次元自励系方程式であっても時間遅れの影響によりカオス的な解挙動が得られる例としてよく知られている。

一方、Pyragas (Physics Letters A, Vol. 170, 1992) は時間遅れを不安定周期軌道の安定化に利用する方法を提案した。これは、Delayed Feedback 制御法(以下DF制御法と呼ぶ)として知られており、現在に至るまで様々な分野で応用されている。しかし、その多くは数値シミュレーションを用いた結果であり、DF制御法の成否を裏付ける理論的な解析は、当時そして現在に至るまで、あまりなされておらず、数少ない解析的な結果についても、数学的には不完全さを残すものである。

研究代表者は、2005年から2008年度における科研費助成により、ゲイン行列として単位行列の実数倍とした特殊な条件下においてではあるが、DF制御が成功するための条件の導出に成功した。なお、その証明を数学的に完結させるにあたり、遅延微分方程式の周期解の安定性理論について、既知の部分とそうでない部分の整理ができていないなど、論文投稿へは継続的研究が必要であった。

2. 研究の目的

Pyragas の提案したDF制御法について、以下の事柄を明らかにすることを目的とする。

- (1) DF制御法成功時の制御前の不安定軌道のFloquet乗数のタイプ。
- (2) DF制御法が成功したかどうかの判定スキーム。
- (3) 遅延微分方程式における周期軌道の安定性定理と使えるFloquet理論。

また、2005年から2008年度における科研費助成により得られた成果に加え、特に遅延微分方程式の周期解の安定性解析の基礎的理論を同時提示する形で論文をまとめる。

3. 研究の方法

数学的解析だけでは、困難な場合が予想されるので、必要に応じて数値シミュレーションによる予測を行う。その結果をもとに、既存の時間遅れをもつ微分方程式の定性的解析手法やあるいは新たに手法を開発して用いる。具体的手順は以下のとおりである。

- (1) 数値シミュレーションにおいては、基本的な数理モデルを抽出する。DF制御項を加えることにより、周期アトラクタが

得られる場合に、その周期と時間遅れの関係を調べる。得られたデータのうち、時間遅れと周期が等しくなるケースが存在するか確認する。このための計算スキームおよびMathematicaによるプログラムは、2008年度までの科研費により既に確立している。

- (2) (1)で得られたケースについて、安定化できるゲインや周期解のFloquet乗数を特定し、そのケースについての解析を試みる。解析手法は、2008年度までの科研費の成果として得られた手法が適用できないかを検討する。
- (3) (2)でうまくいかない場合には、遅延微分方程式の周期解の安定性に関する既存の結果で適用できるものはないか検討を行う。

4. 研究成果

本研究における主な成果は以下のとおりである。

- (1) 2005年から2008年度における科研費助成により得られた成果に加え、特に遅延微分方程式の周期解の安定性解析の基礎的理論を同時提示する形で論文として発表した。
- (2) (1)の論文においては、Pyragasが1992年にDF制御法を提示した際に例として用いたRossler方程式に対し、我々の理論を適用した結果のみならず、数値計算例も提示し、得られた結果が必要十分条件に近いことも示唆している。
- (3) 上記理論を離散系(差分方程式系)に対しても適用することで、従来知られているDF制御法よりも、それを改変した反響型DF制御法がより適切であるという見地を発表した。
- (4) (1)の成果は、不安定軌道のFloquet乗数が実数である場合に対するものであったが、一般に複素数の場合について、安定化可能なFloquet乗数の範囲を予想命題として与えた。

上記(1)は、遅延微分方程式の周期解の安定性解析を変分方程式を用いて行う場合の、必要かつ最低限の基礎的事項を盛り込んでいる。これは、DF制御法の解析のみならず、さまざまな遅延微分方程式の周期解の安定性解析において、特に、遅延微分方程式論を専門としない国内外の応用分野の研究者が手っ取り早く理論や解析手順を理解し利用するのに有用である。

(2)の結果は、PyragasのDF制御が真に目的を達していることの証拠のひとつとして価値ある結果である。DF制御法についての既存研究のほとんどが、シミュレーションにより安定周期解を得、その時の制御項が零に収束しているといったことで、制御が成功し

たかどうか判断するものである。しかし、制御項が零に収束するからと言って得られた安定周期解が元のシステムの不安定軌道かどうかは、直感的には正しそうであるが、数学的には何もわからない。このように、あいまいな議論により、応用分野では制御成功と判断されている。しかし、本成果においては、制御成功の観点を異なる視点で与えている。それは、Rossler 方程式について、1992 年に Pyragas が提示したゲインで得られた安定周期軌道から、制御前の不安定軌道の Floquet 乗数を数値的に求めている。その際、Floquet 乗数のひとつが限りなく 1 に近くなる。これは、得られた安定周期軌道周りで、変分方程式が周期解をもつことを意味しており、もとの非線形方程式の周期解となることを期待させるものである。また、Pyragas とは異なり、単位行列の実数倍のゲインを与えた場合、安定化できるゲインの範囲内での分岐図はほぼ一定値を指名している、つまり、この範囲内において得られる周期軌道の形は変化しないことが推測される。これら事実は、Pyragas による DF 制御法が真に目的を達していることの状態証拠となるであろう。

(3)の結果は、Pyragas が提示した差分方程式に対する DF 制御よりも、連続系の DF 制御により対応した形の新たな制御法を提案するものである。国内外の他の研究においては、離散系の DF 制御とは Pyragas が提示したものを前提としており、これは新たな見地である。

(4)については、まだ予想命題の結果ではあるが、安定化可能な Floquet 乗数のタイプを規定する新たな結果である。

今後の展望および課題として、上記(4)の証明完結以外に、以下のことがあげられる。

- (1) ゲイン行列の制約をはずすこと。
- (2) DF 制御項における時間遅れの摂動を考慮すること。
- (3) 時間遅れをもつ周期系微分方程式のフロク乗数の数値計算スキームの開発。
- (4) DF 制御法の成否を判定するための、数値計算スキームの開発。
- (5) 非自励系に対する DF 制御法の解析。

以上の課題が解決されることにより、科学技術の発展に大きな貢献ができると考えられる。そもそも DF 制御法は周期軌道の安定化手法として非常に簡便な制御法であり、理論的裏づけがなされていない現在でも広く応用されている。そのような中、理論的な裏づけは、その手法の信頼性を保証することにつながり、また、DF 制御法を応用する際、ゲイン行列や時間遅れの設定に試行錯誤が不必要となり、一般的な普及が進む。応用面のみならず、数学的側面においても、時間遅れをもつ微分方程式論の更なる発展が期待できる。また、DF 制御法はカオスアトラクタに内在する不安定な状態を容易に取り出すことができるといえるものなので、その構造

の理論的解明にも役立つことが期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 10 件)

Y. Dong, G. Huang, R. Miyazaki, Y. Takeuchi, Dynamics in a tumor immune system with time delays, 査読有, Applied Mathematics and Computation, Vol. 252, No. 1, 2015, 99-113.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2014.11.096>

R. Miyazaki, D. Kim, T. Naito, J. S. Shin, Fredholm operators, evolution semigroups, and periodic solutions of nonlinear periodic systems, Journal of Differential Equations, 査読有, Vol. 257, No. 11, 2014, 4214-4247.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2014.08.007>

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, 遅延フィードバック制御法の数理解析, 査読有, システム制御学会誌, Vol. 56, No. 11, 2012, 563-568.

G. Huang, Y. Takeuchi, R. Miyazaki, Stability Conditions for a Class of Delay Differential Equations in Single Species Population Dynamics, 査読有, DCDS, Series B, Vol. 17, No. 7, 2012, 2451-2464.

DOI:10.3934/dcddb.2014.19.55

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, Stabilization of unstable periodic orbits with complex characteristic multipliers, 査読なし, RIMS 講究録, No. 1786, 2012, 3-16.

R. Miyazaki, T. Naito, J. S. Shin, Delayed feedback control by commutative gain matrices, 査読有, SIAM Journal on Mathematical Analysis, Vol. 43, No. 3, 2011, 1122-1144.

DOI: 10.1137/090779450

宮崎倫子, 時間遅れをもつ周期系常微分方程式の基礎理論, 査読なし, RIMS 講究録, No. 1768, 2011, 1-10.

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, 可換なゲイン行列をもつ Delayed Feedback 制御法の安定解析, 査読なし, 第 53 回自動制御連合講演会論文集, 2010, 801-805.

宮崎倫子, 時間遅れをもつ微分方程式の基礎理論入門, 査読なし, RIMS 講究録, No. 1713, 2010, 72-87.

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, Commutative gain matrices in delayed

feedback controls, 査読なし, RIMS 講
究録, No. 1702, 51-64.

[学会発表](計 12 件)

R. Miyazaki, D. Kim, T. Naito, J. S. Shin, Fredholm Operators, Evolution Semigroups and Periodic Solutions of Nonlinear Periodic Systems, SEOUL ICM201, Seoul, Korea, 2014/8/15.

J. S. Shin, D. Kim, T. Naito, R. Miyazaki, Existence of periodic solutions of nonlinear periodic differential systems, The Asian Mathematical Conference 2013, Busan, Korea, 2013/7/3.

R. Miyazaki, K. Ashizaw, Asymptotic constancy and convergent speeds of a delay differential system, The Asian Mathematical Conference 2013, Busan, Korea, 2013/7/1.

内藤敏機, 宮崎倫子, 申正善, 非線形振動周期解とその逐次近似, 日本数学会秋季総合分科会 関数方程式論分科会, 愛媛大(愛媛県松山市), 2013/9/24.
宮崎倫子, 時間遅れの周期解への影響について, 関数方程式サマーワークショップ, 裏磐梯高原ホテル(福島県耶麻郡北塩原村), 2012/8/28.

宮崎倫子, 遅れを含む微分方程式の周期解の安定性について, 中央大学共同研究プロジェクト(0981)「空間を含む経済モデルの非線形動学分析およびデータ解析」共同研究集会, IPC 生産性国際交流センター(神奈川県三浦郡葉山町), 2012/3/5.

宮崎倫子, 鈴木拓巳, 強制外力項をもつ微分方程式に対する Delayed feedback 制御法について, 「微分方程式の定性的理論ワークショップ」, 島根大(島根県松江市), 2012/3/3.

宮崎倫子, 強制系方程式に対する Delayed Feedback 制御法について, COE 研究会「生態系モデルと数学的手法」, 岡山大(岡山県岡山市), 2012/2/18.

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, Stabilization of unstable periodic orbits with complex characteristic multipliers via delayed feedback control, RIMS 研究集会「関数方程式の定性的理論の新展開」, 京都大(京都府京都市), 2011/11/9.

宮崎倫子, 遅れを含む微分方程式について, 「空間を含む経済モデルの非線形動学分析およびデータ解析」共同研究集会, IPC 生産性国際交流センター(神奈川県三浦郡葉山町), 2011/3/9

宮崎倫子, 内藤敏機, 申正善, 可換なゲイン行列をもつ Delayed Feedback 制御法の安定解析, 第 53 回自動制御連合

講演会, 高知城ホール(高知県高知市), 2010/11/5.

宮崎倫子, 時間遅れをもつ周期系常微分方程式の基礎理論, RIMS 研究集会「マクロ経済動学の非線形数理」, 京都大(京都府京都市), 2010/9/7.

[図書](計 0 件)

[産業財産権]
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮崎 倫子 (MIYAZAKI RINKO)
静岡大学大学院・工学研究科・教授
研究者番号: 40244660

(2) 研究分担者

内藤 敏機 (NAITO TOSHIKI)
電気通信大学・その他・名誉教授
研究者番号: 60004446

(3) 連携研究者

無し

(4) 研究協力者

申 正善 (SHIN JONG SONG)
法政大学・非常勤講師