算数・数学教育における協調的問題解決を実現する学習に関する研究

メタデータ	言語: ja
	出版者: 静岡大学
	公開日: 2017-04-12
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 松島, 充
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00010020

算数・数学教育における協調的問題解決を実現する学習に関する研究

2014 年 11 月

愛知教育大学・静岡大学　教育学研究科

共同教科開発学専攻

松島　充

目次

序章　本研究の目的と方法

第１節　本研究の背景と目的

20 世紀後半からの科学技術の飛躍的な進歩に伴い，人類の文化の蓄積としての知識が爆発的に増え，現代社会はポスト近代社会，知識基盤社会，生涯学習社会と言われるようになった。この動きとともに，21 世紀に入り，地球の持続可能性の危機も叫ばれている。このような現代社会の変化は，時間とともにさらに進行していくと考えられる。またその変化とともに，そこに生きる人間への変革が求められるのは当然の帰結であり，これからの 21 世紀を生きていく現代の子どもたちが，この変化のただ中にある世界を生き抜いていくために必要となる能力も変化しつつあると考えられる。これまでの日本の教育においては，知識量や知識操作の速度等に代表される知識重視の教育とそれを測る仕組みとしての試験がなされてきた（竹内，1995，pp.85-120.；本田，2005，p.22)。現代社会においては，これらの知識を基盤としながらも，新たな能力が付加的に必要とされてきている。例えば，文部科学省の「生きる力」(中央教育審議会，1996)，「人間力」(人間力戦略研究会，2003)，「キー・コンピテンシー」(ライチェン，サルガニク，2006)，「21 世紀型能力」(国立教育政策研究所，2012)，「21 世紀型スキル」(グリフィン，マクゴー，ケア，2014）等，さまざまな立場から多くの能力が提案されている。

算数・数学教育（以下，数学教育とする）においては，教科の知識に付加した形で，どのような子どもの能力育成ができるであろうか。日本の数学教育では数学的な考え方の育成が大切にされ，それは特に算数教育において伝統的に重視されてきた。この日本の数学教育の伝統的な授業展開のよさは，海外の数学教育との対比の中でもたびたび指摘されてきた（例えば，熊倉，2013，p.176)。この伝統的な授業展開の中心には数学的な考え方の育成がある。数学的な考え方の育成のルーツは，1956 年（昭和 31 年)「高等学校学習指導要領数学科編」の中心概念にあり，それは代数的内容と幾何的内容をつなげる数学的な方法として導入された（長崎，2013)。諸外国においても，数学的な方法の指導への重要性が 20 世紀の終わりごろから主張され始めた。例えば，イギリスの「ナショナルカリキュラム」（1999)，アメリカの全米数学教師教会の「スタンダード」(2000)，Council of Chief State of School Officers & National　Governor's Association の「Common Core State Standards」(2010）等である。現在アメリカでは，すべてのアメリカ人生徒のための，科学と数学を基礎とする STEM 教育を用いた学力向上が目指されている（丹沢，2012)。日本においても，伝統的に重視されてきた数学的な考え方をさらに発展させるものとして「算数・数学の力」(長崎・滝井，2007）が主張されてきた。数学的な考え方の育成もこれらの数学的な方法に関する能力の育成も，数学教育においては算数・数学の問題解決を通して目指されてきた。問題解決ではプロセスを重視し，その際に必要となるコミュニケーション，推論，表現等をその能力育成の対象としている。これらは，算数・数学の教科内容というよりも，算数・数学学習を通して培われる能力と言えるものである。数学教育におい

ても，教科内容としての知識の学習を基盤としながらも，算数・数学学習を通した能力育成が重視され始めていると言える。

これらの能力育成の基盤となる日本の問題解決には一般的に，前時の振り返り，本時の問題の提示，生徒の個別またはグループによる取り組み，解決法の練り上げ，要点の強調とまとめ，の 5 段階があることが明らかにされている（スティグラー，ヒーバート，2002，pp.81-82）。これらの段階のうち，グループでの問題解決に本論文では焦点を当てる。グループでの問題解決の必要性は，日本でも古くから現在に至っても強調され続けているが（例えば，島田，1966；清宮，2010），それらの多くは，個人の理解を深めるために他者の力を活用する，という知識理解のための研究である（松島，2014a）。しかし，21 世紀の知識基盤社会を生き抜く子どもたちには，個人の理解を持ち寄って対話し他者と協調して 1 つの新たな理解をつくり上げていく，という協調的問題解決の能力もさらに必要であると考えるからである。

数学教育では，協調的問題解決の能力をどのように育成できるだろうか。日本の数学教育においては，協調的問題解決に視点を当てた研究が数点見られるが（例えば，余田，2001，；杉田他，2006），ICT 利用に関連した研究が多く，ほとんど研究がなされていないのが現状である。世界の数学教育に目を向けてみても，協調的問題解決に関する研究は多くはなく，その研究の量的増加と質的な深化が求められている（松島，2014a）。また，協調的に問題解決する際には，数学的なコミュニケーションが用いられる。数学的コミュニケーションに関しては，数学教育において 1990 年代から活発な研究が行われており，1 つの研究領域を成している（例えば，古藤他，1992；金本，1998；久保，1998；Cobb,P. & Yackel,E.,1998；Cobb, Yackel, & McClain,K.,2000；江森，2003；Sfard,A.,2008；金本，2014）。本研究は，これまでの数学教育における問題解決に関する研究と数学的コミュニケーションに関する研究に依拠し，それらを発展的に活用することにより，対話を視点とした協調的問題解決という新たな視座に立とうとする。しかし，研究を進めるにあたって，大きく次の 2 点が課題として残されていると考えられる。

第 1 に，対話と学習の深化の理論的枠組みについてである。数学的コミュニケーション研究では，数学的コミュニケーションによって数学学習が進化していく様子が克明に記録，考察され（例えば，古藤他，1992；金本，1998；久保，1998；Johanning, D.L., 2000；Gods, M. et al，2002； Pijls,M. et al, 2007），その数学的コミュニケーションの構造への言及がなされている（例えば，Watson,J.M. et al, 2001；江森，2003；Mueller,M., 2012；金本，2014）。また，数学的コミュニケーションが行われる際の個人の態度や，学級の文化に関しても考察されている（例えば，Cobb, & Yackel,1998；Cobb, Yackel, & McClain,K.,2000；Lampert,M.,2001；Mills, J.E., 2004）。しかし，対話と認知の関係に言及する研究は数少ない（例えば，Cobb & Yackel, 1998；Ernest, 1991；1998, Sfard, 2000；2008）。そこで，これらの対話と認知に関する一連の先行研究を重視し，批判的に検討する。

第 2 に，子どもの対話への参加についてである。数学的コミュニケーションが算数・数

学学習の深化に寄与するのであれば，数学的な対話を学級内の子どもに構造的に保障する必要があろう。先行研究には，学級内の子どもを数学的な対話へ参加させるための参加構造への言及が見られない（松島，2013a）。

これらの対話と認知に言及した研究の不足，学級内の子どもの数学的な対話を保障する参加構造への研究の不足という 2 点の課題を乗り越えるために，本研究では哲学，言語学，心理学，学習科学の知見を援用する。前者の課題に対しては，数理哲学，言語学，心理学の知見を援用する。後者の課題に対しては，学習科学の知見を援用する。これらのことは，数学教育学が元来，理論と実践の 2 つを相補的に持ちながらも，他の研究領域との学際的なデザイン科学である（Wittmann，1995）ことと整合性を持つ。また，これらの研究手法は，他研究領域の研究対象を数学教育学の研究方法論として持ち込み，その方法論を基に実践を行い，理論を構築するという研究手法である。このことは，数学教育学の学的整備に必要な「対象－方法」,「実践 vs.理論」という視点（岩崎，2007，p.43）を完備している。

本研究の目的を次のように定める。

算数・ 数学の理解を深める協調的問題解決を行うための理論的背景と，協調的問題解決を実現するための学習理論を提言すること

本研究では，以下の 4 点を研究課題として明らかにしていく。

研究課題(1)　数学教育における協調的問題解決の定義とその実現に関する課題を整理する。
研究課題(2)　算数・数学における対話と学習の深化の関係について哲学的，心理学的，数学教育学的に考察し，その認識論的枠組みを同定する。
研究課題(3)　研究課題に(2)に基づいた，協調的問題解決を実現する学習方法論の考察を深める。
研究課題(4)　研究課題(2)(3)に基づいた，協調的問題解決を実現する学習理論を構築する。

第 2 節　本研究の方法

本研究は，研究課題(1)，(2)，(3)及び(4)に対する考察を深めることで，本研究の目的に迫っていく。以下に研究課題に対する研究方法を述べる。

研究課題(1)は，本研究における協調的問題解決を定義し，その実現に関する課題を整理する文献研究である。数学教育における協調的問題解決を，学習科学の先行研究の文献研究から定義する。そしてその実現への課題の整理を，数学教育における調査，問題解決，協調学習，に関する文献研究によって行う。

研究課題(2)では，対話と学習の深化に関する哲学的，心理学的考察を行う。そのために，数学，数理哲学，数学教育，認知科学，社会学，心理学，言語学における文献研究を行う。その中で，学習対象となる数学そのものを数学教育としてどのようにとらえるかという認

識論的課題に取り組み，その数学と対話との関係について考察し，認識論的枠組みを同定する。

研究課題(3)では，研究課題(2)で同定した協調的問題解決を実現するための学習方法論を，文献研究を用いて同定する。文献研究の範囲は，数学教育に限らず，教育に関わる研究領域一般を対象とする。

研究課題(4)では，研究課題(2)，(3)で同定した，協調的問題解決を実現するための理論的背景と方法論を基に事例研究を行い，その結果を考察，整理し，協調的問題解決を実現する学習理論として提言する。

第 3 節　論文の構成

本論文の構成について述べる。序章では本研究の背景と目的を述べる。本研究の背景として，知識基盤社会の到来に伴い，世界的な能力育成の流れがあることを示し，数学教育における能力育成の 1 つとして，協調的問題解決の能力育成の必要性を示す。その能力育成のための課題として，対話と学習の深化の理論的枠組みの必要性，学級内の子どもを数学的な対話に参加させることの保障，という 2 点を明示する。前者の課題は，第 1 章，第 2 章，第 4 章で対応し，後者の課題は第 3 章で対応する。この 2 点の課題を乗り越えるために，「算数・ 数学の理解を深める協調的問題解決を行うための理論的背景と，協調的問題解決を実現するための学習理論を提言すること」という本研究の目的を定め，その研究課題と研究方法を示す。

第 1 章は，研究課題(1)「数学教育における協調的問題解決の定義とその実現に関する課題を整理する」に対応する。まず，学習科学の領域において先行している協調的問題解決の成果を参考にしながら，本研究における協調的問題解決を定義する。そして協調的問題解決の視点から見た，数学教育現場の課題，数学教育研究の課題を明らかにする。その上で，数学教育における協調学習そのものを対象とした研究の現状と課題について明らかにし，協調的問題解決に関する数学教育の課題を整理する。

第 2 章は，研究課題(2)「算数・数学における対話と学習の深化の関係について哲学的，心理学的，数学教育学的に考察し，その認識論的枠組みを同定する」に対応する。第 1 に対話と学習の関係について，言語学，心理学，哲学の知見を基に考察する。そしてその知見を考察の視点として，数学の認識論と数学教育における認識論を考察する。この考察から得られた知見をさらに次の考察の視点として，数学教育における学習理論を考察し，数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築する。

第 3 章は，研究課題(3)「研究課題に(2)に基づいた，協調的問題解決を実現する学習方法論の考察を深める」に対応する。第 1 に教育学や教育心理学等でこれまでに提案されてきた対話を主要な要素とする学習方法論を概観し，考察する。考察の視点は序章で挙げられた，学級内の子どもを数学的な対話に参加させることの保障である。第 2 に，この考察の結果，選定された学習方法のジグソー学習法について概観し，数学教育以外の教科教育で

の先行研究の現状を概観する。そして，数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の現状についても概観し，数学教育におけるジグソー学習法の構造と研究の可能性を明示する。

第 4 章は，研究課題(4)「研究課題(2)(3)に基づいた，協調的問題解決を実現するための理論的背景と方法論を基に事例研究を行い，その結果を考察，整理し，協調的問題解決を実現する学習理論として提言する」に対応する。 第 2 章で構築した数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを視点として事例研究を分析し，協調的問題解決をしている子どもの事例を確認するとともに，協調的問題解決を実現する学習デザインの規範を導く。その規範と第 2 章で構築した学習理論の基本的枠組みを統合することで，数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論として提言する。

終章では，本研究の成果と課題をまとめる。特に本研究の課題では，本研究の限界を示し，今後取り組むべき方向性を指し示す。

以上の流れを図示すると，図 0.1 となる。

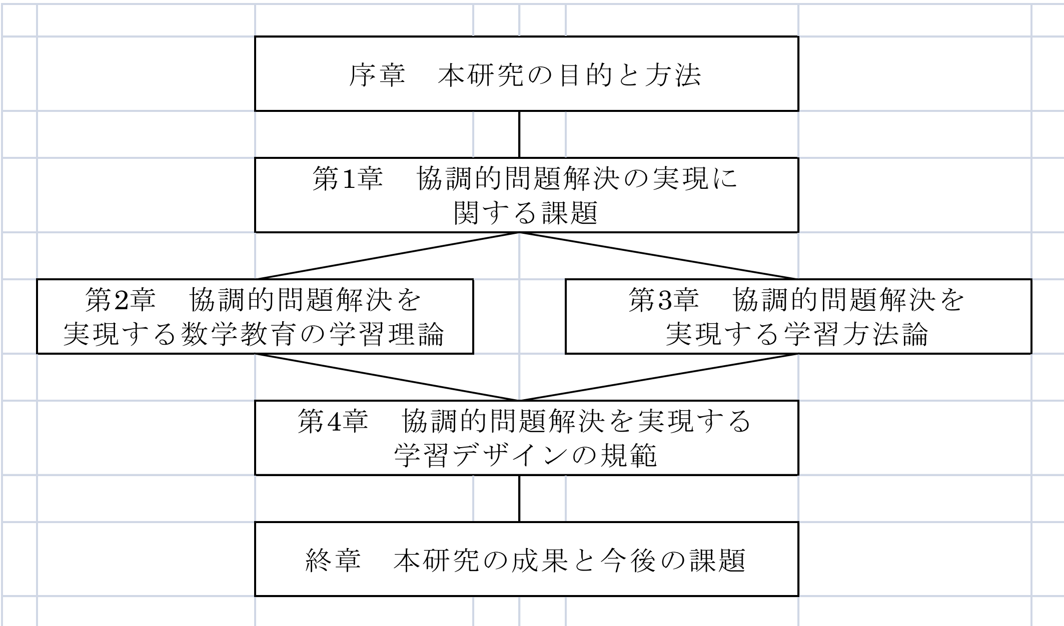


図 0.1　本研究の論文構成図

序章の引用参考文献

・岩崎秀樹（2007）『数学教育学の成立と展望』，ミネルヴァ書房，p.43.
・江森英世（2003）『数学教育におけるコミュニケーション連鎖の研究』博士論文（未刊行）.
・金本良通（1998）『数学的コミュニケーション能力の育成』，明治図書.
・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.

・久保良宏（1998）「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，80(9)，pp.2-9.
・熊倉啓之（2013）『フィンランドの算数・数学教育　「個の自立」と「活用力の育成」を重視した学び」』，明石書店，p.176.
・グリフィン,P.，マクゴー,B.，ケア,E.（2014）『21 世紀型スキル　学びと評価の新たなかたち』，北大路書房（原著版は 2012 年）.
・国立教育政策研究所（2012）『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理』
・古藤怜，新潟算数教育研究会（1992）『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』，東洋館出版社.
・島田喜良（1966）「能力別協同学習 12 年間の経過ならびに授業分析」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』臨時増刊，48，p.207.
・杉田慶也，礒田正美，余田義彦（2006）「学習用グループウェア「スタディノート」を使った，数学における協調学習」，日本科学教育学会，『年会論文集』，30，pp.451-454.
・スティグラー,J.W.，ヒーバート,J.（2002）『日本の算数数学教育に学べ　米国が注目する jugyou　kenkyuu』，教育出版，pp.81-82（原著は 1999 年）.
・清宮悠磨（2010）「中学校数学科におけるジグソー法の一考察　式，表，グラフの活用をテーマとした指導法」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，43(2)，pp.513-518.
・竹内洋（1995）『日本のメリトクラシー　構造と心性』，東京大学出版会，pp.85-120.
・丹沢哲郎（2012）「アメリカにおける科学教育改革の変遷－国家繁栄のために求められる科学の素養とは何か」，応用物理学会，『応用物理』，81(10)，pp.831-836.
・中央教育審議会（1996）「21 世紀を展望した我が国の教育の在り方について」，中央教育審議会第一次答申.
・長崎榮三（2013）「高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後－高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版を中心に－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，95 臨時増刊，pp.249-256.
・長崎榮三，滝井章（2007）『算数の力を育てる①何のための算数教育か』，東洋館出版.
・人間力戦略研究会（2003）「人間力戦略研究会報告書　若者に夢と目標を抱かせ，意欲を高める～信頼と連携の社会システム～」.
・本田由紀（2005）『多元化する「能力」と日本社会　ハイパーメリトクラシー化のなかで』，NTT 出版，p.22.
・松島充（2013a）「数学教育の社会的構成主義と問題解決に関する一考察－Ernest,P.の主張を基にして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，pp.321-328.
・松島充（2014a）「数学教育における Collaborative Learning 研究の現状と課題」，愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻，『教科開発学論集』，

2，pp.239-245.
・余田義彦（2001）「グループウェアを用いた算数教育」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，83(12)，pp.25-34.
・ライチェン,D.S.，サルガニク,L.H.（2006）『キー・コンピテンシー　国際標準の学力をめざして』，明石書店.（原著版は 2003 年）

・Cobb,P. & Yackel,E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. Waschescio,U. (Eds.) *The culture of the mathematics classroom*, Cambridge University Press, pp.158-190.
・Cobb,P. , Yackel,E., & McClain,K.（2000）*Symbolizing and Communicating in Mathematics Classroom　Perspectives on Discourse and Instructional Design*, Routledge.
・Ernest, P.（1991）*Philosophy of Mathematics Education*, Routledge Falmer.
・Ernest, P.（1998）*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press.
・Gods, M.（2002）Socially mediated metacognition：Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving, *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), pp.193-223.
・Johanning, D.L.（2000）An analysis of writing and postwritting group collaboration in middle school pre-algebra, *School Science and Mathematics*, 100(3), pp.151-160.
・Lampert,M.（2001）*Teaching problems and the problems of teaching*, Yale University Press.
・Mills, J.E.（2004）Teaching equivalence relations using collaborative activities, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(4), pp.517-522.
・Mueller, M.（2012）A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency, *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), pp.369-387.
・Pijls, M.（2007）Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), pp.309-329.
・Sfard,A.（2000）Symbolizing mathematical reality into being - Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other, Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K.（Eds.）*Symbolizing and communicating in mathematics classroom*, Routledge, pp.37-98.
・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

・Watson, J.M., Chick,H.L.（2001）Factors influencing the outcomes of collaborative mathematical problem solving：An introduction, *Mathematical Thinking and Learning*, 3(2&3), pp.125-174.
・Wittmann, E.Ch.（1995）Mathematics education as a 'Design Science', *Educational Studies in Mathematics*, 29, pp.355-374.

第 1 章　協調的問題解決の実現に関する課題

本章では，協調的問題解決の実現に関する課題を整理する。第 1 節では，予備的考察として，本研究における協調的問題解決を定義する。第 2 節では，日本における小学校教師と保護者，中・高等学校数学教師と保護者，数学者，数学教育学者等の調査に関する先行研究を概観し，数学教育現場における協調的問題解決の現状や，それを取り巻く現状についての課題を整理する。第 3 節では，数学教育における問題解決についての先行研究を協調的問題解決の視点から概観し，その課題を整理する。第 4 節では，数学教育における協調学習研究の動向について概観し，数学教育における協調的問題解決に関する課題を整理する。

第 1 節　本研究における協調的問題解決

本節では，協調的問題解決の実現に関する課題を明確にするための予備的考察として，協調的問題解決に関する先行研究を概観し，本研究における協調的問題解決を定義する。

学習科学の研究領域では，協調的問題解決を 2 つの次元と 5 つの要素からなる概念として図 1.1 のように定義した（Assessment and Teaching of 21st Century Skills Project, 2014 以後 ATC21S とする）。

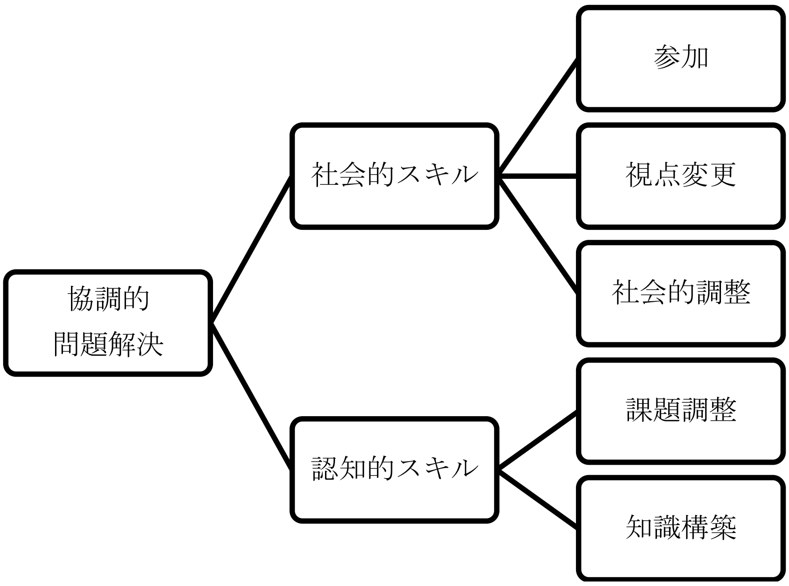


図 1.1　ATC21S による協調的問題解決の 2 次元と 5 要素（ATC21S, 2014）

ATC21S（2014）では，協調的問題解決を，社会的スキルと認知的スキル，つまり社会性と個人性を重視し, その統合体として協調的問題解決を定義していることが図 1.1 から分かる。

同様に，学習科学の研究領域には，学習の社会性と個人性に着目し，学習の主体者は学

習集団全体という立場と，主体者は個人であるという従来からの立場をうまく融合させた協調学習過程の研究も見られる（Stahl，2002 ; 2006）。ここでは，個人の理解と社会的な知識構築をつなげるサイクル図として学習そのものが描かれている。この個人の理解と社会的な知識構築をつないでいるのは，対話と新たな知識の使用であることは注目に値しよう。

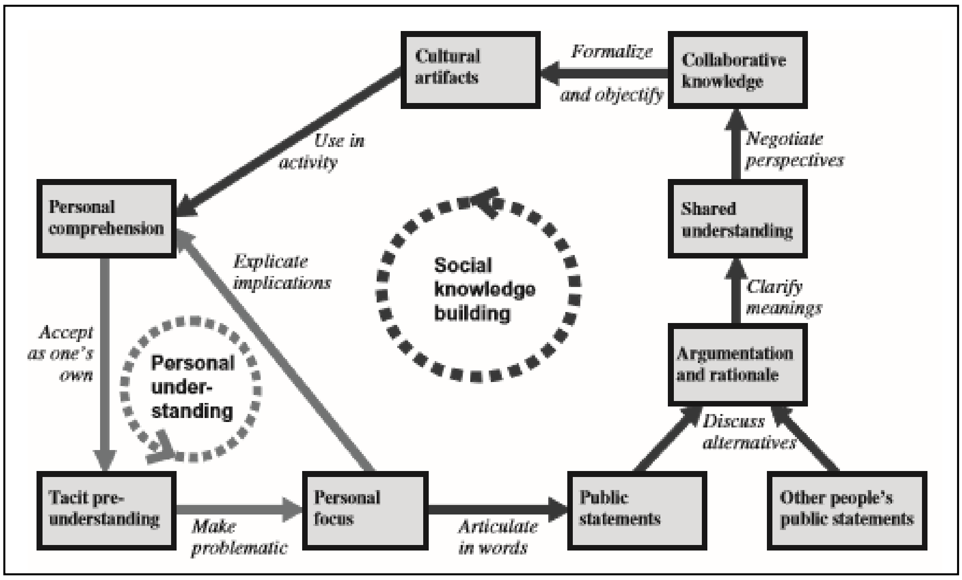


図 1.2　知識構築過程モデル（Stahl，2006，p.203）

本節では，この図 1.1 について考察した後，協調的という用語についてさらに考察を深め，本研究における協調的問題解決を定義する。

（１）ATC21S の協調的問題解決の定義

ATC21S（2014）では，図 1.1 の縦 3 列をそれぞれ左から，第 1 の次元，第 2 の次元，5 つの要素，としている。第 1 の次元は協調的問題解決を社会的スキルと認知的スキルの統合されたものとしてとらえる見方であり，その相は表 1.1 の 6 水準で示される（ATC21S, 2014)。

表 1.1　第 1 の次元の水準表（ATC21S，2014）

水準	水準名	水準の説明
6	協調過程を通した問題へのストラテジー的アプローチ	生徒は問題解決過程で協調的に取り組み，協調的問題解決の課題を解決するためのグループの責任を設定する。生徒は，関連する資源のみ用いて効率的，系統的に問題に取り組む。彼らは，パートナーから，そして矛盾の解決からのフィードバックを統合してコミュニケーションを行う。

5	効果的な協力的取り組み	生徒の行動は，計画的で目的があり，よく考えられているように見える。彼らは，行動の結果を特定し，そして，彼らのストラテジーを計画し，目標を設定するために先行知識を用いる。生徒らは，新たな情報の中に，彼らのオリジナルの考えの過程を追加しうる。生徒は解釈し，違いを解決するのではなく，パートナーの寄与に応える。
4	協同的計画	この水準において，生徒は，課題を遂行することを試みる中で目的を貫き，彼らはともに問題を解決することに寄与する。彼らは，資源を共有し，情報を通してパターンを認識する。彼らは，系統的に課題を探究し，計画を立て，焦点化された目標を設定する。生徒らは，課題におけるパートナーのパフォーマンスに気づき，そして，自身のパフォーマンスにも言及し得る。この水準の生徒らは，単純な協調的問題解決の課題に成功し得る。
3	パートナーと直接的な努力への気づき	生徒は，パートナーの役割と問題を解決するためにともに取り組むことの重要性を認識する。彼らは，必要な情報のすべてを持っているわけではないことを実感し，パートナーと資源と情報の共有を始める。彼らは，自身の活動を報告し，パートナーが課題を理解するのを助ける。
2	問題を調査する	生徒は類似した問題に直接的に取り組むが，大部分は独立して行う。パートナーとの相互作用は，課題を遂行するのに必要な時のみに限られている。生徒はとても広い目標設定と有用な情報のみ用いた問題を解決するための理論を実地で試みる。
1	独立した能率的でない探究	生徒は，課題の最初においてのみパートナーとコミュニケーションをし，独立して問題を探究する。彼らのアプローチは，非系統的で，課題に取り組んでも進歩のない結果という，単発的な情報のみに焦点を当てている。

第 2 の次元は社会的スキルと認知的スキルが並列的に表 1.2 のように，5 つの要素は表 1.3 のように，それぞれ 6 つの水準で示される（ATC21S，2014）。

表 1.2　第 2 の次元の水準表（ATC21S, 2014）

水準	水準名	社会的	水準名	認知的
6	協同と共有化された目標	この水準において，生徒は問題解決過程で協調的に取り組み，協調的問題解決のためのグループの責任を設定する。彼らのパートナーからのフィードバックは，確認するため，もしくは，解決過程を変更するために統合される。彼らは，パートナーのニーズと主張のずれを解決するのを合わせるためのコミュニケーションを適応することにおいて効率的である。生徒らは，自分自身とパートナーのパフォーマンスと課題の理解を評価することができる。	洗練されたストラテジー的な応用と問題解決	この水準において，生徒は，複雑な課題を遂行するのに最も効率的に時間を使う。彼らは開始から問題の十分な理解に導く問題を系統的に探究し，関連する資源のみ用いる。
5	パートナーシップの理解と価値づけ	この水準において，生徒は親しみのない課題を理解することができる。生徒は，彼らのパートナーと相互作用をはじめ，パートナーからの寄与に応える。努力にもかかわらず，主張の違いは，十分には解決されないかもしれない。生徒は課題を通してパートナーのパフォーマンスに言及することができる。	効率的な活動	この水準において，生徒の取り組みは，よく考えているように見える。それは，計画したり，問題の必要な連続的な段階を目的的に明らかにしたりすることである。彼らは，彼らの行動の結果を明らかにし，そして，ストラテジーを計画するための先行知識を用い，目標を設定する。生徒らは，新たな情報のひらめきの中で，オリジナルな思考過程に変更することができる。
4	互いの寄与	この水準において，生徒は課題を解決しようと頑張りとおし，互いに問題解決に寄与するように見える。彼らは，パートナーと資源と情報を共有し，共通の理解を確実にするために必要な場合はコミュニケーションを調整する。生徒らは，課題へのパートナーのパフォーマンスに気づき，自身のパフォーマンスにもコメントできる。	ストラテジー的な計画と遂行	この水準において，生徒は情報の中からパターンを認識し，系統的に課題を探究する。彼らは，ストラテジーを練るためにパートナーとともに活動する。それは，計画を立てたり，焦点化した目標を設定したりすることである。この水準の生徒らは，単純な協調的問題解決の課題を成功的に遂行することができる。
3	パートナーシップへの気づき	この水準において，生徒は問題解決へ向けた努力を示す。生徒はパートナーの役割と共に活動することの重要性を認識する。彼らは課題を理解し，情報を共有するためにパートナーを助ける。生徒は，パートナーに反応し，課題への自身の活動を報告する。	情報の共有と接続	この水準において，生徒は彼らが持っているよりも，より情報を獲得することを実感する。彼らは，ともに情報の断片をより集め，接続する。彼らは，パートナーと資源を共有することによって，ストラテジーを立て始める。
2	補助された活動	生徒らは，親しみはあるが，主に別々に活動し，課題に直接的に参加する。パートナーとの相互作用は，課題を遂行するのに必要な時のみに限定される。そして生徒らは，パートナーからの提案を混ぜようとしない。	情報の確立	この水準において，生徒は課題を理解し，問題解決のために理論を実地で実験する。彼らは，彼らの行動の結果を明らかにし得る。生徒らは，すぐ使用でき，それを超えて追加的情報を探さない資源のみを使用する。生徒は，まさに一般的な目標を作ることにのみに焦点を当てる。
1	独立した活動	この水準において，生徒は教授が与えられたことにのみ焦点を合わせて独立して活動を開始する。パートナーとの相互作用は，課題の最初に限定されており，教授が明確な場合のみにある。彼らは，協調的に活動を始めない。	探究	この水準において，生徒は問題を探究するが，教授に従うこと，唯一の情報の断片に焦点を当てることしかしない。彼らのストラテジーは，組織性を欠いており，課題を通して，成功的進歩の欠如をなした行動の結果を検証する証拠がほとんどない。

表 1.3　5 つの要素の水準表（ATC21S, 2014）

水準	社会的			認知的	
	参加	視点変更	社会的調整	課題調整	知識構築
6		生徒は，パートナーの理解の気づきを基にしたパートナーとのコミュニケーションに合わせることができる。そして，課題の始めから簡単に理解する。生徒は，新たな解決への方法を提案したり，間違った解決を調整したりするパートナーからの寄与を統合する。彼らは，パートナーに与えられた結論を用いる。そして，問題解決過程を通してより協調的に活動する。	生徒は，課題の成功のためのグループの責任を設定する。彼らは，可能な解決方法を続ける前に，違いを成功的に解決するパートナーとの矛盾を調整することができる。生徒は，課題における全体的なパフォーマンスを評価することができる。彼らは，課題にかかる間のパフォーマンスに基づいた，パートナーの長所や短所もまた評価することができる。	課題への生徒のアプローチは，系統的で，彼らは，非常に効率的に活動し，とてもうまい時間の使い方と試みで複雑な課題を成功的に遂行する。彼らは，関連する資源を明らかにするためにパートナーと活動し，過去の試みにおいて有益でないとされたものには注意を払わない。	生徒は，はじめから問題をよく理解している。そして，新たな解決方法を見出すことを試みて，問題を再構成し得る。
5	生徒は親しみのない課題に積極的に参加することができる。生徒は，彼ら自身の答えが浮かぶ前にしばしば彼らのパートナーと相互作用を始めたり，促進したりする。	生徒は，パートナーからの寄与に感謝し応えるが，彼らのオリジナルな計画を変更はしない。	生徒は，パートナーとの理解における違いを解決しようと試みるが，違いの解決には届かない。生徒は，課題にかかる間のパートナーのパフォーマンスについて意見を言うことができる。	課題における生徒の従事は，よく考えられているように見え，計画されたそれぞれの行動は，目的的に見える。生徒は，過去の目標の結果と下位課題の遂行からの知識と経験を基に目標を設定する。彼らは，未来の課題や別の解決方法にも有用であるかもしれない情報を記述する。	生徒は，彼らの行動のいくつかの結果を明らかにし得る。生徒は彼らのオリジナルな仮説を修正したり，選択したりすることができる。それは，新たな情報のひらめきであり，別の仮説をテストしたり，別の思考の方向である。
4	生徒は繰り返し試みたり，多面的なストラテジーを用いたりして課題の解決に取り組み続ける。	生徒は，共通の理解を改良するためのパートナーとのコミュニケーションを調整する。そして，資源と情報を共有する。	生徒は，課題を試みている間の彼ら自身のパフォーマンスに従って彼らのパートナーに意見を言ったり，情報を共有したりできる。生徒は，課題のパートナーのパフォーマンスに気づく。	生徒は連続的な試みと増加する系統的な探究を選択する。彼らは，目標設定を限定し，以前うまくいった下位課題の成功的な遂行に焦点を当てる。生徒は問題を簡素化し，パートナーと段階におけるストラテジーを立て，それを分析する。	生徒は，多面的な情報のかけらの間のつながりとパターンを明らかにし得る。生徒は，下位課題と簡潔な課題を成功的に遂行することができる。
3	生徒は，問題解決に向けた努力を示す。生徒はコミュニケーションのきっかけや要求に応えることによってパートナーと課題について議論する。	生徒はパートナーの理解に寄与する。	彼らは，問題に関してのパートナーとの共通の理解を持つ。生徒は，課題の自身の活動に関してパートナーに報告する。	生徒は，課題に附属するより多くの情報を必要とすることに気づき，可能な限り多くの情報を集め始める。生徒は，すべての要求した資源を持っているわけではないことを実感し，パートナーに自身の資源を割り当てる。	生徒は，情報のかけらを互いにつなげ始める。
2	生徒は，課題が親しみのある時には積極的に参加する。パートナーとの相互作用は，課題を遂行するのに必要な時のみに限定して生じる。	生徒は，パートナーに明白には応えない。それにはしばしば，とても時間がかかったり，パートナーの寄与を全く無視する傾向があったりする。	生徒は，課題にかかる間の彼ら自身の行動の責任を持ちながら，主に個別に活動する。生徒は，課題にかかる間の自身のパフォーマンスのレベルに気づく。	生徒は，彼らが持っている資源と情報を使用することによってのみ問題の分析を限定する。彼らは，自身の資源をうまく使用する。生徒はいまだに，課題遂行のような広い目標設定に限定されている。	生徒は，彼らが持っている情報を基に仮説をテストする。そして，彼らの行動の基本的な結果を明らかにし得る。
1	生徒は，教授で与えられた焦点にのみ独立して課題を始める。パートナーとの相互作用は，課題の始めと教授が明確な場合においてのみに限定している。			生徒は，試行錯誤を通して問題を解決しようと試みたり，課題を通して，何度も不透明な前進を指示する同じアプローチを試みたりする。しかし，生徒が課題を理解するのが難しかった時には，彼らは全く問題の探究を試みない。	生徒は，行動によってもたらされた結果を理解する証拠がほとんどない同じアプローチで継続的に課題解決を試みる。生徒は，個別に情報のそれぞれのかけらに焦点を合わせる。それは，特定の教授が与えられた時のみである。

図 1.1 と表 1.1，表 1.2，表 1.3 から，協調的問題解決には，対話相手との相互交渉への参加の仕方，対話からの情報による学習者自身の視点の変更，対話相手と学習者自身との意見の調整，という社会的スキルの次元と，問題の具体的焦点化と問題解決の方略の立案，他者からの情報をつなげ新たな視点を見出した知識構築の仕方，という認知的スキルの次元の重視が明らかである。なぜならば，これらの用語が 3 種類の表のいたるところにちりばめられているからである。また，ATC21S（2014）の協調的問題解決の協調的とは，学習科学における協調学習を指している。次小節では，学習科学における協調学習の現状について考察する。

なお, 本研究での協調学習とは, 学習科学で用いられることの多い collaborative learning の訳語である。collaborative learning の訳語には，協調学習，協働学習，協同学習があるが，本研究では協調学習を用いる [1.1]。

（２）学習科学における協調学習（collaborative learning）

協調学習は，学習科学の研究領域において盛んに研究されている（例えば，村山，2010；益川，2011）。学習科学とは，1980 年代後半に，多様な研究分野の研究者が学際的に協力することによって新たに生まれた，「認知科学，教育心理学，コンピュータサイエンス，人類学，社会学，情報科学，神経科学，教育学，デザイン研究，教授デザインなどの多様な学問分野を総合する学際科学」（ソーヤー,R.K.，2009，p.v）である。その特徴は，教育改善を目的とした工学的アプローチを用いること，現実場面での学習を対象とすること，デザインされた環境で学習を促進する方法を用いること，学習プロセスや学習成果の質の変化の評価を重視すること，の 4 点とされている（村山，2013)。これまでの学習科学の大きな知見の例としては，米国学術研究推進会議が 1999 年までの 2 年間に渡り，優れた授業を設計する際に重要な点として次の 3 点をまとめたことが挙げられる。子どもたちの素朴概念を重視すること，基礎知識と文脈を関連付けながら知識を体制化すること，メタ認知能力を促進させる教授法ではみずから学習を制御し進めていく能力を高めることができることの 3 点である（米国学術研究推進会議，2002，pp.14-18.)。

学習科学における協調学習とは「ひとりひとりが，共通の問いに対して，それぞれ独自の考え方を，話し手になって深めたり，聞き手になってその適用範囲を広げたり，という学習活動を繰り返している」（三宅，2012，p.201）学習と定義される。この定義には，前小節における ATC21S の 5 つの要素のうち，参加，視点変更，社会的調整の 3 種の社会的スキルが明確に含まれている。認知的スキルの課題調整，知識構築についてはどうであろうか。

協調学習の過程は,「複数の参加者のうちの一名が課題を遂行するとき，ほかの参加者はモニタとしての役割を果たすと考える。モニタは，課題遂行者とは異なるアイディアをもち，しかも課題遂行過程を課題遂行者よりも広い視点から状況を捉えやすいため，より一般的な解釈の導入を可能にする。この課題遂行とモニタの役割が頻繁に交代することによ

り，その場の理解は徐々に一般性，抽象性の高い理解に置き換えられる」（三宅，2008）とされ，建設的相互作用説と呼ばれている。

この協調学習の学習過程においては，従来の学習観の通りに，個人を学習の主体と考える立場から，学習集団全体を「知識構築」を行う主体とみなす立場が現れてきている。その立場では，学習集団全体で「知識構築」を行うことを重視している。ATC21S の協調的問題解決の 5 つの要素のうちの知識構築は，協調学習の過程に明確に含まれている。また，課題調整については，「理解は徐々に一般性，抽象性の高い理解に置き換えられる」ということは，学習者の考察対象が連続的に変容している，つまり課題調整がなされていると考えることができる。したがって，課題調整も協調学習の過程に含まれていると考えられる。つまり，協調学習の定義とその過程には，協調的問題解決の 5 つの要素すべてが含まれており，協調学習と協調的問題解決は同義であるととらえることができる。

なお，このような「知識構築」を行うことが可能な「知識構築環境」を実現するための 12 の原則が提言されている（スカーダマリアら，2010）。

表 1.4　知識構築環境実現のための 12 の原則（スカーダマリアら，2010）

番号	原則
1	真のアイディアと真正性の高い問題
2	向上し続けるアイディア
3	アイディアの多様性
4	俯瞰する行為
5	認識的主体
6	共同体としての知識，そのための責任
7	知識の民主化
8	対称性をもつ知識発展
9	普及する知識構築
10	権威のある資源の建設的な利用
11	知識構築の対話
12	埋め込まれ，変換される評価

このような過程をもつ協調学習（collaborative learning）は，これまでの協同学習（cooperative learning）とどこが異なるのであろうか[1.2]。この問いに対する研究が、2013 年に発刊された「The International Handbook of Collaborative Learning」の中でなされた。この研究では、両者の学習方法と類似した peer learning も提示して考察を進めている。この文献の主張を基に，両者の違いをまとめると，次の 3 点となる（松島，2014a)。

第 1 に，子ども同士の考えが交流されたときの相互依存性の違いである。cooperative learning では，友達に教える者と，教えられる者という立場が発生する。このとき，学習

への依存性は主に一方向的なものとなる。しかし，collaborative learning では，双方向的な依存性が存在する（O'Donnell & Hemelo-Silver, 2013）。

第 2 に，認識論的基盤の違いである。peer learning では，その認識論的基盤を情報処理アプローチと Piaget 派の理論としている（O'Donnell & Hemelo- Silver, 2013）。collaborative learning では，その認識論的基盤として，Piaget 派と Vygotsky 派の両者の理論が重要であるとしながらも「collaboration の中央には，（中 略）文化の役割がある」（O'Donnell & Hemelo-Silver, 2013）と述べ，Vygotsky 派の理論を最重要視する。cooperative learning には明示的な記述はないが，peer learning と cooperative learning を暗黙的に重ね合わせて議論している（O'Donnell & Hemelo- Silver, 2013）ことが伺える。また協調学習の認識論的基盤を，経験主義と構成主義，社会文化アプローチの総体とする考えもある（Golbeck, S.L. & El-Moslimany, H., 2013）。これらのことから collaborative learning では，Vygotsky 派の理論を認識論的基盤として重視しているということができるであろう（松島，2014a）。

第 3 に，知識構築の主体の違いである。このことは，第 2 の認識論面とも大きく関わる。collaborative learning と cooperative learning の知識構築の主体に関して，cooperative learning が「あくまでも個人が学習するためには協同（cooperative）するのが効果的という結論であれば，それは協調学習（collaborative learning）とは一線を画する考え方である」（村山，2005，p.122. ; 括弧内は筆者追記）。つまり，学習によって，個人が知識をつくるのか，それとも学習者全体で知識をつくるのかという違いである。現実的に考えれば，当然両者であろうが，どちらをより重視するかという問題である。collaborative learning では，学習者全体での知識構築を重視する傾向が強いとされる（Golbeck, S.L. & El-Moslimany, H., 2013）。このことは，ATC21S の 1 つの次元の表 1.1 から明らかである。なぜならば，協調的問題解決では学習の社会性と認知的スキルとしての知識構築を統合的に 1 つのものとしてとらえる。つまり両者を重視している。したがって，協調的問題解決と同義である協調学習でも，社会性と知識構築の両者を重視するには，学習者全体での知識構築を重視することになる。このように考えれば，実際の学習では，cooperative learning は学習全体で同一の問題や問題解決の方法を用いて学習が進められることを重視することになり，collaborative learning では，学習集団の中で異なった問題や問題解決の方法を用いて学習を進めることも可能になる（松島，2014a）。

このように，collaborative learning と cooperative learning には，相互依存性の違い，基盤となる認識論の違い，知識構築の主体者の違いの 3 点の相違点が挙げられる。

以上の考察から，協調的問題解決の協調的とは学習科学の協調学習と同義であり，参加，視点変更，社会的調整という社会的側面と課題調整，知識構築という認知的側面を持つことが明らかとなった。また，協調学習の特性，つまり協調的問題解決の特性として，相互依存性の重視，Vygotsky 派の認識論の重視，学級全体での知識構築を重視，という特性が

挙げられた。協調学習では対話が重視される。本研究でも対話を最重要視している。本研究での対話とは，話し言葉による発話であり，他者との言葉のやり取りを通して，他者の「言葉の中に自分の志向とアクセントとを住まわせ，言葉を支配し，言葉を自己の意味と表現の志向性に吸収」（バフチン，1975，p.67）させることとする。これらを基に本研究の協調的問題解決を次のように定義する。

自らの目的に向けた相手との話し言葉のやり取りの中で，自分の主張と相手の主張を交差させることで主張を深めたり，その適用範囲を広げたりしながら，新たな自らの主張をお互いにつくり上げ，目的を達成すること

これは単なる話し合いではなく，志向性のある対話によって問題解決をしていくことである。問題解決にとって，対話は必要な要素である（フレイレ，2011，p.102）。したがって，本研究は，数学教育における対話と数学学習を視点とした考察であるとも言える。

第 2 節　協調的問題解決の視点から見た数学教育現場の課題

本節では，1996 年に小中高校の教師・保護者を対象とした調査（長崎，1998，以後 1996 年調査とする）と，2004 年に数学者，数学教育学者，指導主事，小中高校の教師・保護者，他領域研究者を対象とした調査（長崎，2005，以後 2004 年調査とする）の 2 種類の数学教育にかかわる国内調査を概観し，対話の視座から見た数学教育の課題について考察する。

（１）1996 年調査の概観

1996 年調査は，1996 年 3 月に算数・数学教育についての小中高校の教師や保護者の態度を調べる調査として，全国の小中高校を無作為に 500 校ずつ抽出し，各調査対象校の教師と保護者 2 名ずつを調査対象とし質問紙調査を行っている。なお，教師については，小学校は全科の教師であり，中高校は数学科の教師を対象とし，郵送法によって実施されている。回収率は，教師が 49.8%（1493 名），保護者が 48.4%（1453 名）であった。質問紙調査は，「1.ほんとうにそうです」「2.だいたいそうです」「3.あまりそうではありません」「4.まったくそうではありません」の 4 件法で行った。

小中高校の教師の数学観についての質問紙調査では，全 30 項目で小中高の教師の「1.ほんとうにそうです」「2.だいたいそうです」の反応率の和 80%以上の項目を高い順に並べると 4 項目あり，表 1.5 となる。また，最下行 2 行に対話と数学学習に関わる項目を示す。

表 1.5　算数・数学教育における数学観（反応率：%）

番号	項目	小学校教師	中学校教師	高等学校教師
1	数学は論理的思考力を高める	95.3	95.9	96.7
2	数学は数学的問題解決能力を高める	94.7	93.0	90.0
3	数学は世界中のあらゆるところにいろいろな形で存在した	89.4	92.6	93.7
4	数学は知的好奇心を喚起する	84.7	86.2	80.3
5	数学は個人で学ぶのに適している	60.0	68.9	72.4
6	数学は協力して学ぶのに適している	50.2	48.8	38.9

（長崎，1998，pp.64-65 より一部抜粋，改変）

この中で，対話と数学学習に関する項目である「5.数学は個人で学ぶのに適している」は，数学学習における対話の不必要性に言及している。小中高校教師でいずれも 60%以上であり，高校に上がるにつれてその肯定的反応率も上昇し，高校では 70%を超えている。また，数学学習における対話の必要性に言及している「6.数学は協力して学ぶのに適している」は，逆に高校に上がるにつれてその肯定的反応率は下降している。

小中高校の教師が今後の算数・数学教育に期待することに関する 4 件法での質問紙調査では，全 25 項目の質問で，小中高の教師の「1.ほんとうにそうだ」「2.だいたいそうだ」の反応率の和が 80%以上の項目を高い順に並べると 10 項目あり，表 1.6 となる。また最下行に対話と数学学習に関わる項目を示す。

表 1.6　算数・数学教育への期待（反応率：%）

番号	項目	小学校教師	中学校教師	高等学校教師
1	算数・数学の楽しさを経験させること	98.3	97.1	94.9
2	算数・数学の基本的な内容をわからせること	95.5	95.0	92.6
3	個々の子どもの学習進度にあわせた指導を考えること	95.1	93.9	89.3
4	数学的に考えることを重視すること	90.4	94.7	93.0
5	子どもの活動を重視すること	98.1	93.9	85.8
6	子どもの自主性を育てること	93.9	89.8	89.0
7	個々の子どもの進歩が分かるような評価にすること	95.5	93.0	83.6
8	落ちこぼれをつくらないこと	90.8	88.6	88.8
9	子どものよい面を取り上げる評価にすること	94.7	90.7	80.8

10	計算能力を身につけさせること	89.3	89.3	86.0
11	算数・数学でのコミュニケーションを強調すること	47.0	43.8	41.7

（長崎，1998，pp.66-67 より一部抜粋，改変）

対話と数学学習に関わる項目は,「11.算数・数学でのコミュニケーションを強調すること」で平均反応率 44.2%であり，全 25 項目中もっとも反応率が低かった。

また，小中高校の保護者の数学観についての 4 件法による質問紙調査では，全 10 項目の質問を「1.ほんとうにそうです」「2.だいたいそうです」の反応率の和を高い順に並べると，小中高校の保護者すべてが 70%以上の項目は,「1.数学は日常生活に必要である（76.4%)」,「2.数学はすべての人間にとって必要である（73.1%)」の 2 項目であった（括弧内は，小中高の平均正答率を示す)。この結果の中には，対話と数学学習に関する項目は見られなかった。

以上のことから，1996 年調査からは対話と数学学習に関する示唆として，小中高の教師が数学を学ぶのに他者と協力して学ぶことや，算数・数学でのコミュニケーションを強調することへの意識の薄さを指摘することができる。この傾向は，高校へ上がるにつれて強く見られるようになる。このことは，対話と数学学習に関する数学教育の課題といえるだろう。

（２）2004 年調査の概観

2004 年調査は，2004 年 2 月と 8 月に行われた社会の数学に対する必要性，数学の価値や系統性を研究するための「算数・数学教育の内容とその配列に関する調査」であり，その目的は，社会の数学に対する必要性の調査，数学の価値や系統性の調査である（長崎，2005)。調査対象は，小中高等学校教師とその保護者，指導主事，数学者，数学教育研究者，他領域研究者であり，合計 4691 名から回答を得た調査である。

これらの結果の中で, 対話と数学学習に関わる質問紙調査の内容は, 表 1.7 の通りである。なお，質問紙調査は「1.とても重要である」「2.比較的重要である」「3.あまり重要ではない」「4.まったく重要ではない」の 4 件法で行っており,「1.とても重要である」「2.比較的重要である」の反応率の和を肯定率として示している。なお，2004 年調査では，5 つの領域の研究者に調査をしているが, ここでは他領域研究者としてその 5 領域の平均を示している。また,「算数・数学の指導のあり方」の 2 項目は, 保護者に対しては調査が行われていない。

2004 年調査からは，対話と数学学習に関する示唆として，数学学習の内容を「簡潔に」,「明確に」,「能率的に」，説明することの重要性が挙げられる。また,「少人数で自発的に」考えることの重要性は, 数学者以外で 80%以上の肯定率を示している。しかし「自発的に」学習することを求める一方で，数学者，高等学校教師，高等学校保護者，他領域研究者は,「協同して一緒に考える」ことや「いろいろな考え方を話し合う」ことを重視しないことが分かる。特に，数学者や他領域研究者ではその傾向が顕著である。また教師も保護者も,

小学校から高等学校に移行するにしたがって，他者と対話することへの重要性が薄れてきていることが分かる。これらのことは，数学教育に直接的に関係する教師，間接的に関係する保護者，そして数学教育に影響を与える市民の一員としての研究者に対する，対話と数学学習の実現に向けた数学教育の課題といえるだろう。

表 1.7　対話と数学学習に関わる項目（反応率：%）

大項目	中項目	数学者	教師			指導主事	数学教育学者	保護者			他領域研究者
			小学校	中学校	高等学校			小学校	中学校	高等学校	
算数・数学の姿勢や態度の重要性	(1)　数や図形などを使って，簡潔に考えようとしたり，説明しようとすること	95	97	98	96	99	98	88	84	87	91
	(2)　数や図形などを使って，明確に考えようとしたり，説明しようとすること	97	96	96	95	99	98	86	84	86	89
	(3)　数や図形などを使って，能率的に考えようとしたり，説明しようとすること	89	98	96	93	97	96	86	84	86	88
	(7)　算数・数学の学習を通して，みんなと協同して一緒に考えるようになること	45	84	80	70	84	91	82	80	75	44
算数・数学の指導のあり方	(2)　小人数のセミナー形式で生徒が自発的に考えるようにして欲しい	66	87	84	84	92	81				85
	(3)　学級全体で生徒がいろいろな考え方を話し合うようにしてほしい	40	94	86	62	84	91				58

第 3 節　協調的問題解決の視点から見た数学教育研究の課題

数学教育研究において，問題解決は数多くの先行研究と広大な研究領域を併せ持っている。本節では，数学教育における問題解決研究について海外と国内の研究を概観し，対話と数学学習の視点からその課題を整理する。

（1）海外の数学教育における協調的問題解決に関わる研究の概観

数学教育における問題解決に関連する研究は，世界中で数学教育の主要なテーマの 1 つ

であり，1930 年代，1940 年代の有意味学習（meaningful learning）までさかのぼることができる（English & Sriraman，2010)。また，異なった国では問題解決の用語自体が異なった意味合いで用いられている（Torner，et al，2007)。これらの研究の中でも，Polya（1945）の『いかにして問題を解くか』の研究は，1 つの契機となり，続く数十年間の多くの問題解決研究の原動力となり，問題解決を成功するための特性に関する研究や，発見法やストラテジーの活用に関する研究，熟達化に関する研究，メタ認知，そして，問題解決における社会的文脈の研究など，多くの研究領域を生み出してきた（Lester，1994)。その後，問題解決の過程への着目が始まり（例えば，NCTM，1989)，数学的コミュニケーションや教室内のディスコースに視点を置いた研究がなされ始めた (例えば, Yackel & Cobb, 1996 ; Cobb & Yackel，1998 ; Sfard，2008)。そこでは，協調的問題解決に関連して，子ども同士のコミュニケーションの相互作用に着目し，数学の学習内容をどのような過程で理解していくのかを明らかにしたり，学級という小さな文化の中でつくられる規範についての研究等がなされた。

問題解決ストラテジーや発見法に関する指導法の研究では，その指導法研究が問題固有，もしくは学習者固有であることが指摘され，その研究成果には一般性がないとされた（Schoenfeld，1992)。それは，Polya の発見法が，規範的ではなく，むしろ記述的に示されている点に拠っているからであるとされた（Schoenfeld，1992)。

今後の研究の方向性として，数学的モデリングに関する研究の推奨や（English & Sriraman，2010)，数学的思考と問題解決に重点を置いたカリキュラム開発 (Schoenfeld, 2007)，社会的，政策的，文化的次元での研究，研究領域としての数学教育研究，テクノロジー活用，国際的研究等が挙げられている（Clements et al., 2013)。

この概観からは，問題解決研究のストラテジーや発見法等の学習者個人に関する研究から，問題解決の過程に着目することによって，教室内の相互作用や文化に着目する研究が生じてきたことが分かる。このことから，対話と数学学習に関する示唆として，社会的，文化的次元での研究，つまり，数学的コミュニケーションや教室内のディスコースに視点を置いた研究の重要性が挙げられる。子ども同士，子どもと教師の対話の背景となる教室の文化を考慮に入れた教室内のディスコースを，数学学習の主要な要素として研究していくことの重要性である。

（２）国内の数学教育における協調的問題解決に関わる研究の概観

数学の問題解決に関する研究は，我が国においても伝統があり，現在でも多様な数学教育研究の基盤となり，大きな広がりを見せている（Hino，2007)。我が国の問題解決の学習過程の生成には，デューイ（1950）の『思考の方法』，ウェルトハイマー（1952）の『生産的思考』，ポリア（1975）の『いかにして問題をとくか』が大きな影響を与えている（長崎，2011)。我が国の問題解決研究は，戦後に単元学習の一環として進行し，その後，文章題指導として発展しながらも，数学教育の現代化運動を経て，数学的な考え方にその視点を合

わせるようになる（植田，1983）。そして，1980 年 NCTM の Agenda 以降には，オープンエンドアプローチの研究（島田，1977）をもとにした竹内・沢田（1984）の問題づくりの研究，問題設定の重要性を指摘した平林（1984）の研究，数学的な問題解決と数学的な考え方の関係について考察した片桐ら（1985）の研究等は，我が国の新たな問題解決研究の基盤となった研究であろう（松島，2013a）。

これらの研究に続き，問題解決の過程に着目した研究が数多くなされた。問題解決時のメタ認知の重要性を指摘した重松（1987）の研究，数学的問題解決における問題解決ストラテジーに着目した布川（1988）の研究，社会的相互作用論の立場から数学的な高まりに着目した熊谷（1998）の研究，教室内のディスコースの重要性に着目した関口（1995）の研究，多様な考えを生かしまとめるために数学的コミュニケーションに着目した古藤ら（1992）の研究，教室の文化という状況の重要性に着目した岡本ら（1998）の研究，実世界の問題解決を目指した数学的モデリングに関する長崎（2001），池田（2004）の研究，問題解決を土台とした多様な評価方法に関わる研究（松浦，2007）等である。これらの研究アプローチは，「指導目標としての問題解決」，「指導過程としての問題解決」，「指導内容としての問題解決」の 3 種にまとめられる（長崎，1990）。

問題解決過程における対話と数学学習に焦点を当てた数学的コミュニケーションに関する研究について，多少詳しく概観する。国内の数学的コミュニケーション研究は，数学的コミュニケーションを教育の目標とした研究，数学的コミュニケーションを教育の方法として数学的な考え方の深化を目指した研究，数学的コミュニケーションそのものの促進を目標とした研究，数学的コミュニケーションの構造そのものに関する研究，の 4 種にまとめられる（松島，2013b）。

数学的コミュニケーションを教育の目標とした研究では，数学的コミュニケーションを能力と捉え，その向上を目指した研究が挙げられる（例えば，金本，1998 : 長崎・滝井ら，2008）。

数学的コミュニケーションを方法として用いた研究では，実際の授業を素材とし，研究方法の一環として数学的コミュニケーションを活用している。質的研究法としての事例研究法を一貫して用い，自力解決での自分との対話と，学級全体での対話における他者との対話を関連させながら，個として学びの文脈を組織することを明らかにした研究（日野 1997a ; 1997b ; 2003）や，「発言しながら考える」という教室における数学的コミュニケーションの小さな文化の重要性を指摘した研究（岩崎，2001），数学的コミュニケーションを数学学習にとって必須の要素として，社会的相互作用による数学的意味の発達を主張した研究（大谷，2002）等が挙げられる。

数学的コミュニケーションの促進に関する研究では，多様な考えの生かし方まとめ方に着目し，学級全体で算数を創り上げていく（Do Mathematics）ための適切な手立てに関する研究（古藤ほか，1992 ; 1998），数学的コミュニケーションによる議論の展開に関する子どもの実態調査を基に，議論の発散的展開と収束的展開の必要性に関する研究（久保，

1998；2008）等が挙げられる。

数学的コミュニケーションの構造に関する研究では，一人一人のコード表と一人一人のコンテクストの生成，そしてその内部的構造と学習コミュニティとの外部的構造との関連を数学的コミュニケーション構造とした研究（金本，2004；2012；2014），31 時間の発話プロトコルから，教師主導型，教師介入型，教師支援型の 3 つの数学的コミュニケーションのパターンを見いだし，それらのパターンの特徴を，意味づけ，定式化，精緻化，補足，反省化，妥当化，評価，比較推論という観点から考察した研究（森，2000），数学的コミュニケーションの連鎖を，協応連鎖，共鳴連鎖，超越連鎖，創発連鎖の 4 種類として定式化した研究（江森，2003；2005；2007；2012），創発に関連して学級全体によるコミュニケーションによって，新たな数学的知識を創造していく創造的思考過程モデルを構築した研究（松島，2010），数学的コミュニケーションにおける構造を，ペアによる対話モデルとして示した研究（清水，2007）等が挙げられる。

これらの概観から，問題解決過程における数学的コミュニケーション研究を通して対話と数学学習に関する示唆を得ることができる。第 1 に，主体的な数学的コミュニケーション，つまり数学的な対話を行う場をより多くの子どもに提供することの重要性である。数学的コミュニケーション研究では，実際の授業において数学的コミュニケーションを促進させることが，子どもの数学的理解を促進させることにつながるとの主張があるからである。このことは，数学的コミュニケーション研究の大きな課題でもある（金本，2012;2014）。第 2 に，対話の具体性から理論構築や理論検証が可能であることである。数学的コミュニケーション研究では，研究方法として，具体性の中にこそ豊かな知が潜んでいるという考えに立った質的研究の手法を採っている。教室での実際の子どもたちの数学的コミュニケーションの様相から理論構築・理論検証が可能であるとの立場を採っていると考えられる。第 3 に，対話と数学学習に関する規範的，記述的な学習理論の重要性である。数学的コミュニケーションの構造に関する研究からは，数学的コミュニケーションによって数学学習が高まっていく様相が記述的，規範的に示されている。そこでは，数学学習が高まっていく主体者は，個人と学級全体という相違がある。しかし，数学的コミュニケーション研究の暗黙の前提となっている命題「数学的コミュニケーションを行えば，数学の理解が深まる」という言語と思考の関係について深く言及した研究はほとんど見られない[1.3]。これは対話と数学学習に関する研究のもっとも基盤となる研究内容であり，その理論的考察の充実が一層求められるべきである。

第 4 節　数学教育における協調学習研究の現状と課題

数学教育研究における協調学習に関する研究の現状とその課題について，松島（2014a）を基に述べる。世界の数学教育における collaborative learning 研究の動向を分析するために，1990 年以降の世界的な数学教育学術誌 8 誌を調査し，collaborative learning 研究の現

状について分析を行った。なお，対象としたのは原著論文であり，論文タイトルにcollaborative，もしくは collaboration が使用されているものを対象とした。調査対象とした数学教育学術誌とその調査対象期間は次の通りである。なお，括弧内は調査対象期間を示している。

1）Educational Studies in Mathematics　（1990～2013, 83(2)まで）
2）International Journal of Mathematical Education in Science and Technology　（1990～2013, 44(4)まで）
3）Journal for Research in Mathematics Education　（1990～2013, 44(3)まで）
4）Journal of Mathematics Teacher Education　（1990～2013, 16(3)まで）
5）Mathematical Thinking and Learning　（1990～2013, 15(2)まで）
6）School Science and Mathematics　（1990～2013, 113(5)まで）
7）The Journal of Mathematical Behavior　（1990～2013, 32(2)まで）
8）ZDM–The International Journal on Mathematics Education　（1990～2013, 45(3)まで）

調査対象期間を1990年以降としたのは，世界と我が国の数学教育界の動向によっている。アメリカでは，1989年に全米数学教師協議会（NCTM）がスタンダード（Curriculum and Evaluation Standards）を公表し，イギリスでも1989年にナショナルカリキュラムが策定された。我が国でも平成元年（1989年）に学習指導要領が改訂された。我が国における数学教育は，多少の時期の違いはあっても，世界の数学教育の大きな流れに沿っている。例えば小学校の学習指導要領は昭和43年（1968年）数学教育の現代化，昭和52年（1977年） 基礎基本の重視，という流れの後，平成元年（1989年）情報化など社会の変化への対応，平成10年（1998年）生きる力の育成，平成20年（2008年）知識基盤社会に生きる子どもの育成へと改訂されてきた。平成元年以降の学習指導要領のキーワードとなる，情報化，生きる力，知識基盤社会は，他者の存在とその関わりをより重視した子どもの育成を目指しているとも言える。つまり，collaborative learning という学習方法研究の深まりがこれらの時代から見られる可能性があるからである。そこで，学術誌調査を1990年以降とした。

その結果，数学教育文献において，collaborative に関する研究論文は，総数で34件であった[1,4]。collaborative に関する研究は，1996年より表れ，2000年，2002年，2004年は複数の論文が発表され，2010年から再び，論文数が増えてきている。

次に，総計34件の collaborative に関する研究の内容を分析すると，大きく2つのカテゴリーに分類できた。授業実践に関する collaborative の研究20件，現職教育に関する collaborative の研究14件である。授業実践の collaborative に関する論文数は，2004年に増え，現職教育の collaborative に関する論文数は2010年に増えていた。本節では，学習

者である子どもの collaborative learning 研究の世界的な動向について考察することを目的としているため，現職教育の collaborative に関する研究については言及しない。なお，本節では「日々児童生徒と接している現職教員の実態や彼らの研修の在り方」（崎谷，2010）に関する研究を現職教育とした。

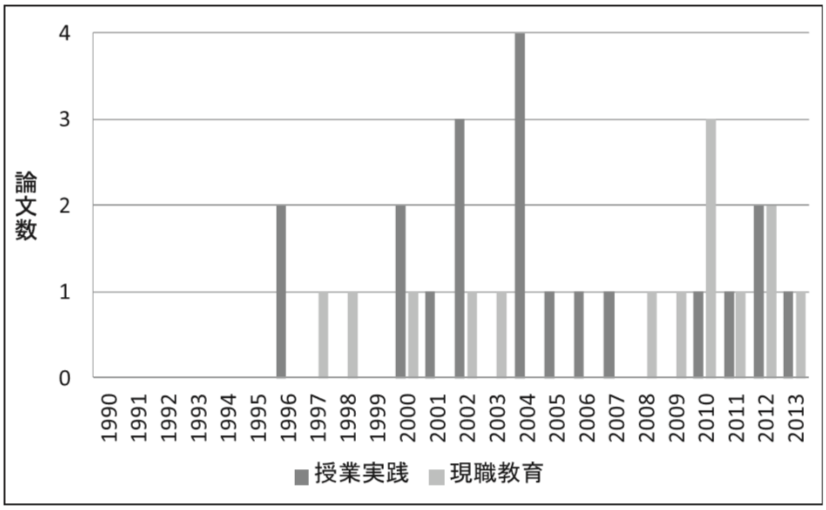


図 1.3　collaborative に関する論文の分類別論文数の変遷

授業実践の collaborative に関する論文 20 件のすべての研究が，実際の授業実践の授業記録や子どもの筆記物から子どもの変容を解釈し，論を展開している。さらにそのうちの 18 件は，授業における具体的な発話記録から論を展開している。20 件の研究をさらに細かく分類すると，次の 4 つの小さなカテゴリーに分類できた。なお，括弧内は論文数である。

1）collaborative learning を通して深化，育成できる知識，能力に関する研究（7 件）
2）collaborative learning を生じさせるための研究（5 件）
3）collaborative learning の構造に関する研究（4 件）
4）collaborative learning と ICT 機器との関連に関する研究（4 件）

collaborative learning を通して深化，育成できる知識，能力に関する研究では，8 歳の子どもの数学的理解の深化（Dekker, R.et al., 2006）や，問題解決のストラテジーの発達（例えば，Gods, M., 1996；White, T., 2012），平等な人間関係の構築（Mills, J.E., 2004）等がある。collaborative learning を生じさせるための研究には，メタ認知の役割の重要性（Gods, M., 2002），小集団での議論の前に自分の考えを記述しておくことの重要性（Johanning, D.L., 2000），自分の考えを示し，説明し，正当化し，それらを再構造化することの重要性（Pijls, M. et al, 2007）等を主張する研究がある。collaborative learning の構造に関する研究には，collaborative learning の要因として，認知的要因，社会的・対人的要因，外的

要因の大きな 3 つの要因からなる 17 の小さな要因の実証に関する研究（例えば，Watson, J.M. et al, 2001），相互構成，統合，修正という 3 種の collaborative learning の構造を示した研究（Mueller, M., 2012）がある。collaborative learning と ICT 機器との関連に関する研究には，数学学習の社会的理論を背景に，ICT 機器と collaborative learning の実現を重ね合わせていこうとする研究（Gadanidis, G.et al , 2010）等がある。

約四半世紀をさかのぼり，数学教育における collaborative learning 研究を整理した。第 1 に問題となるのは，その研究論文数の少なさである。約四半世紀の間に，授業実践における collaborative learning 研究の論文数が 20 本というのは，まだ研究が始まって間もない領域であると言えるだろう。この領域における研究論文の量の拡大と質の深化が求められる。この研究の質の深化の課題に伴って，第 2 の課題が生じる。それは，次の 3 種の問いによって示される。

1)　collaborative learning はどのように生じるのか。
2)　collaboration からどのように知識が生じるのか。
3)　子どもたちのどのような collaboration が数学的な知識の質に影響するのか。

（Francisco, J.M., 2013）

collaborative learning を生じさせるための条件，知識の発生とその発展については，認識論的基盤を明確にし，理論と実践の往還を経ながら，継続的・長期的なデザイン研究によって，数学教育における collaborative learning の規範性と記述性のある説明モデルを構築していく必要があるだろう。松島（2014）での国際的な学術誌調査からは，現在は 17 の要因からなる collaborative learning の要因モデル（Watson & Chick, 2001 ; Chick & Watson, 2002 ; Watson & Chick, 2005）と，3 種の collaborative learning の構造を示したモデル（Mueller, M., 2012）の 2 種類があるのみである。前者のモデルは，表 1.8 のような 17 の要因が羅列されており，後者のモデルは，図 1.4 の 3 種類の構造で示されている。

表 1.8　Collaboration に関連する結果と要素（Watson & Chick, 2005, p.576 より筆者訳）

認知的要素	認知的能力（COG） 先行経験（PE） 認知的不一致（CDIS） 疑問（DT） 誤理解（MU） 考えの固執（TEN） 大きな目標（BP） 最も簡単な考えの選択（EI） 系統的協調（ORG）
社会的，対人的要素	リーダー性（LA） 社会的不一致（SDIS）

	自己中心主義（EGO） 社会的協調（SOC） 他の社会的要素（OSF）
外的要素	課題要素（TF） 部外者（OUT） 環境（ENV）

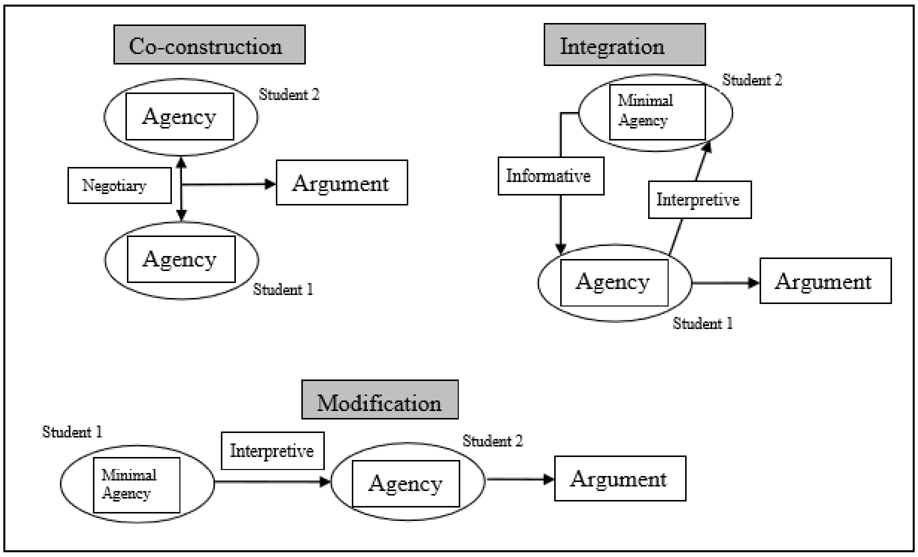


図 1.4　Collaboration の 3 つの様相（Mueller et al., 2012, p.379）

また国内では，本章 1 節で述べた Stahl（2006）を基にした「協同的な算数学習過程の理論的モデル」（河野，2012）が図 1.5 のように提案されている。この河野（2012）での「協同的」とは，本論文における協調的（collaborative）と同義である。

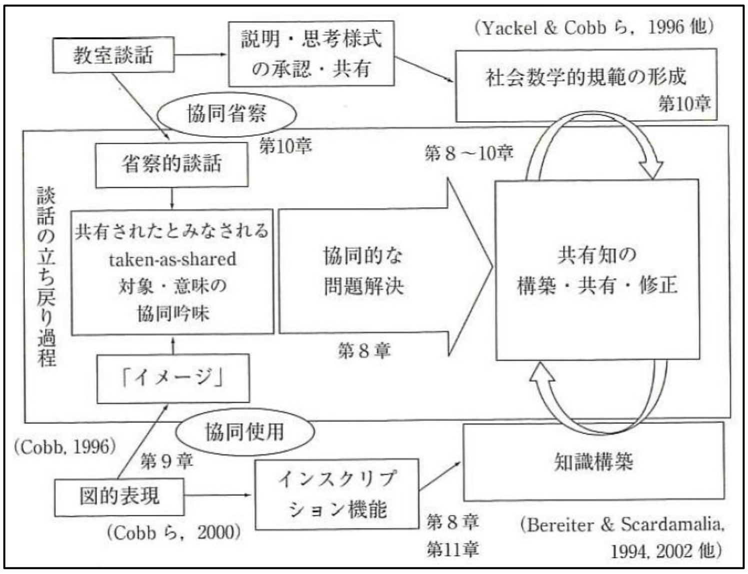


図 1.5　「協同的な算数学習過程モデル」（河野，2012，p.292）

これらの 3 種の数学教育における協調学習の過程に関するモデルには，どれも学習者個人の側面，学習者間の社会性の側面が重視されていることが分かる。このことは，本章 1 節図 1.2 の Stahl（2006）の知識構築過程モデルにも当てはまる。これは，学習への参加と知識の個人的獲得の両者のどちらか一方のみを重視するのではなく，両者を相補的に捉えていくことの重視である（Cobb, 1994 ; Sfard, 1998 ; 佐々木，1998)。どの研究も，学習科学の研究領域を軸足とした研究であるが，数学教育研究における数学的コミュニケーション研究の構造に関する研究（例えば，古藤他，1992； 江森，2012）との関係性の中で論じられるとさらに発展する可能性があるだろう。また，Watoson & Chick（2005），Stahl（2006)，そして河野（2012）に共通するのが学習環境の重視である。ここでの学習環境とは，単なる物理的環境のみではなく学級の文化的環境にその主眼を置いており，創発的な成果を生み出そうとする，つまり，子どもたちが学級全体で学習をつくり上げていこうとする知識構築環境（グリフィン他，2014）である。協調学習過程に関わる，学習者個人の側面，学習者間の社会性の側面，知識構築環境の 3 種は，注目に値しよう。

第 5 節　第 1 章のまとめ

第 1 章では，数学教育における協調的問題解決に関する課題を整理した。そのための予備的考察として，先行研究を基に，本論文における協調的問題解決を「自らの目的に向けた相手との話し言葉のやり取りの中で，自分の主張と相手の主張を交差させることで主張を深めたり，その適用範囲を広げたりしながら，新たな自らの主張をお互いにつくり上げ，目的を達成すること」と定義した。

協調的問題解決の視点から見た数学教育現場における課題としては，2 種の調査から，小中高の教師や保護者が数学を学ぶのに他者と協力して学ぶことや，算数・数学でのコミュニケーションを強調することへの意識が低いという課題，他者とともに考え合うことへの意識が低いという課題を指摘した。したがって，対話を重視した算数・数学学習は，まだ一般的に実現されているとは言いがたい現状があることが指摘できるだろう。

協調的問題解決の視点から見た数学教育研究における課題としては，数学的な対話を行う場をより多くの子どもに提供することが挙げられた。この課題は，数学的コミュニケーション研究の大きな課題の 1 つとなっている。つまり，学級内の子どもに対話を保障する数学学習に関する研究が不十分であることを指摘できる。また実践への示唆として，子ども同士，子どもと教師の対話の背景となる教室の文化を考慮に入れた教室内のディスコースを数学学習の主要な要素とすることの重要性，対話の具体性から理論構築や理論検証を行うことの可能性が挙げられた。そして，対話と数学学習に関する規範的，記述的な学習理論の重要性，とりわけ，言語と思考の関係に関する命題「数学的コミュニケーションを行えば，数学の理解が深まる」に関する理論的考察の充実の必要性が挙げられた。

数学教育における協調学習研究の課題は，研究論文数の量的少なさが挙げられた。また，次の 3 点についての研究の充実が求められている。協調学習の生起の様相，協調学習と知

識構築の関連，対話の質と知識の質の関連，である。つまり，規範的，記述的な協調学習過程のモデルが求められているといえるだろう。そのモデルには，学習者個人の側面，学習者間の社会性の側面，知識構築環境の側面の 3 種の側面が必要となるであろう。

註 1.1

collaborative learning と cooperative learning の定義とその訳語は一定しているわけではない。本節で論じた collaborative learning の立場に立ちながらも，協同学習の用語を用いる研究も見られるなど（佐藤，秋田他，2009），混乱が生じている。

註 1.2

1985 年から 1995 年のアメリカにおける cooperative learning の動向については，加治佐・金本（1996）に詳しい。加治佐・金本（1996）では，cooperative learning の条件として，様々な能力をもった異なるメンバーが皆それぞれに役割を持ってグループに参加すること，教師が「教える」指導から生徒を「援助する」指導へ転換していること，の 2 点を挙げている。また 1990 年を境に，それまでの cooperative learning そのものについての研究から，問題解決やコミュニケーションをテーマとする研究の 1 つの手法として cooperative learning が用いられ始めたことを明らかにしている。

註 1.3

言語と思考の関係に関する命題「数学的コミュニケーションを行えば，数学の理解が深まる」は，数学教育現場では教員の経験的・感覚的立場から容易に受け入れられる命題であろう。しかしこのことを理論的に追求した数学教育研究は数少ない。江森（2003）では，Skemp, R. R.の認知理論を基盤とした個人の認知構造に言及した。Sfard, A.（2008）では，Wittgenstein, L.と Vygotsky, L.を基盤として言語と思考の関係に深く言及した。金本（2014）では，哲学における Wittgenstein, L.の言語哲学とサピア・ウォーフ仮説に言及した。

註 1.4

collaborative に関する研究論文の国際的な学術誌調査の結果は，巻末資料として挙げる。

第 1 章の引用参考文献

・池田敏和（2004）「数学的モデリングを促進する考え方に焦点を当てた指導目標の系列と授業構成に関する研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，81・82，pp.3-32.
・岩崎浩（2001）「数学の授業における相互作用と学習との間の関係に関する考察――人の生徒から見た授業がもつ社会的側面の意味」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，7，pp.51-67.
・植田敦三（1983）「わが国の算数教育における「問題解決」の捉え方」，広島大学大学院教育学研究科，『広島大学大学院教育学研究科博士課程論文集』，9，pp.135-141.
・ウェルトハイマー, M.（1952）『生産的思考』，岩波現代叢書.（原著版は 1943 年）
・江森英世（2003）『数学教育におけるコミュニケーション連鎖の研究』博士論文（未刊行）.
・江森英世（2005）「数学学習におけるコミュニケーション連鎖の研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，86，pp.29-37.
・江森英世（2007）「無作為の創造 - 数学学習におけるコミュニケーションの創発連鎖 - 」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，89(6)，pp.12-23.
・江森英世（2012）『算数・数学授業のための数学的コミュニケーション論序説』，明治図書.
・岡本光司，静岡大学教育学部附属中学校数学科（1998）『生徒が「数学する」数学の授業－わたしも「論文」を書いた』，明治図書.
・大谷実（2002）『学校数学の一斉授業における数学的活動の社会的構成』，風間書房.
・加治佐英樹，金本良通（1996）「アメリカにおける協同学習（Cooperative Learning）の動向」，数学教育学会，『数学教育学会発表論文集』，1996(2)，pp.130-135.
・片桐重男，古藤怜，平岡忠（1985）『最新中学校数学科指導法講座(2)問題解決の能力を伸ばす指導』，明治図書.
・金本良通（1998）『数学的コミュニケーション能力の育成』，明治図書.
・金本良通（2004）「授業でのコミュニケーションを捉えるモデルについて－推論モデルの拡張とその活用について－」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，86(8)，pp.14-23.
・金本良通（2012）「数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理の研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，97・98，pp.33-42.
・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.
・河野麻沙美（2012）『算数授業における協同的な学習過程の検討』，風間書房.
・久保良宏（1998）「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，80(9)，pp.2-9.
・久保良宏（2008）「中学校数学科における数学的コミュニケーション能力の育成と授業改善」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，90(9)，pp.65-71.
・熊谷光一（1998）「小学校 5 年生の算数の授業における 正当化に関する研究－社会的相

互作用論の立場からー」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，70，　pp.3-38.
・グリフィン,P.，マクゴー,B.，ケア,E.（2014）『21 世紀型スキル　学びと評価の新たなかたち』，北大路書房（原著版は 2012 年）.
・古藤怜，新潟算数教育研究会（1992）『算数科　多様な考えの生かし方まとめ方』，東洋館出版.
・古藤怜，新潟算数教育研究会（1998）『コミュニケーションで創る新しい算数学習 - 多様な考えの生かし方まとめ方 - 』，東洋館出版，pp.11-52.
・佐々木徹郎（1998）「数学教育における構成主義と社会文化主義ー相補か還元かー」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，pp.11-17.
・佐藤学，秋田喜代美他（2009）「学びにおける協同(collaboration)の意義：「学びの共同体」の場合」，日本教育学会，『日本教育学会大会研究発表要綱』，68，p.432.
・﨑谷眞也（2010）「数学教師論・教員養成論」，日本数学教育学会編，『数学教育学研究ハンドブック』，東洋館出版社，pp.450-455.
・重松敬一（1987）「数学教育におけるメタ認知の研究(2)ー問題解決行動における「内なる教師」の役割ー」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，28，pp.279-284.
・島田茂（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチー授業改善への新しい提案』，みずうみ書房.
・清水美憲（2007）『算数・数学教育における思考指導の方法』，東洋館出版.
・スカーダマリア　マリーン，ベライター　カール，大島純（2010）「知識創造実践のための「知識構築共同体」学習環境」，日本教育工学会，『日本教育工学会誌』33(3)，pp.197-208.
・関口靖広（1995）「ある論証指導に関する民族誌的研究：教室内ディスコースの分析から」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，28，pp.279-284.
・ソーヤー，R.K.（2009）「まえがき」，ソーヤー,R.K.編，森敏昭，秋田喜代美監訳『学習科学ハンドブック』，培風館，p.ｖ.（原著版は 2006 年）
・竹内芳男，沢田利夫（1984）『問題から問題へ　問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善』，東洋館出版.
・デューイ，J.（1950）『思考の方法』，春秋社.（原著版は 1933 年）
・長崎榮三（1990）「問題解決」，新算数教育研究会 編，『算数教育の基礎理論』，東洋館出版，pp.134-146.
・長崎榮三（1998）『算数・数学教育に対する教師・保護者の態度』，国立教育研究所科研成果報告書.
・長崎榮三（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり - 小・中・高校の算数・数学教育の改善を目指して - 』，明治図書.
・長崎榮三（2005）『算数・数学では何をいつ教えるのかー算数・数学教育の内容とその配列に関する調査報告書ー』，文部科学省科学研究費補助金報告書.

・長崎榮三（2011）「算数の授業の型の変遷－問題解決に注目して－」，筑波大学附属小学校算数研究部，『算数授業論究』，Ⅰ，pp.34-37.
・長崎榮三・滝井章編（2008）『算数の力を育てる授業』，東洋館出版.
・布川和彦（1988）「算数・数学における問題解決ストラテジーの二つの型について：問題解決活動とのかかわりから」，筑波大学，『筑波数学教育研究』，7，pp.183-193.
・バフチン, M.（1996）『小説の言葉』，平凡社，p.67.（原著版は 1975 年）
・日野圭子（1997a）「一人の児童を通してみた数学的表記の内化の過程の分析－比例的推論との関わりにおいて－（Ⅰ）」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，79(2)，pp.2-10.
・日野圭子（1997b）「一人の児童を通してみた数学的表記の内化の過程の分析－比例的推論との関わりにおいて－（Ⅱ）」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，79(4)，pp.2-10.
・日野圭子（2003）「授業における個の認知的変容と数学的表記の役割－「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究 を通して－」，日本数学教育学会,『数学教育学論究』，79，pp.2-10.
・平林一榮（1984）「問題解決から問題設定へ」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，17，pp.69-72.
・フレイレ, P.（2011）『新訳被抑圧者の教育学』，亜紀書房，p.102.（原著版は 1970 年）
・米国学術研究推進会議（2002）『授業を変える 認知心理学のさらなる挑戦』，北大路書房，pp.14-18.（原著版は 2000 年）
・ポリア, G.（1975）『いかにして問題を解くか』，丸善株式会社.（原著版は 1945 年）
・益川弘如（2011）「小中学校へのジグソー学習法導入の試みと成果」，日本教育工学会，『日本教育工学会研究報告集』，2，pp.101-104.
・松浦武人（2007）「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習剤の開発」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，39，pp.981-986.
・松島充（2010）「学級全体による創造的思考の質の高まりについての研究－創造的思考過程モデルの構築－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，16(2)，pp.29-37.
・松島充（2013a）「数学教育の社会的構成主義と問題解決に関する一考察－Ernest,P.の主張を基にして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，pp.321-328.
・松島充（2013b）「数学教育におけるジグソー学習法に関する研究と数学的コミュニケーション研究との比較」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，19(2)，pp.117-126.
・松島充（2014a）「数学教育における Collaborative Learning 研究の現状と課題」，愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻，『教科開発学論集』，2，pp.239-245.
・三宅なほみ（2008）「協調的な学習と AI」，『人工知能学会誌』，人工知能学会，23(2)，pp.174-183.

・三宅なほみ（2012）「協調的な学習」，三宅芳雄編『教育心理学特論』，放送大学教育振興会，pp.187-204.
・村山功（2005）「学びの共同体と協調学習支援環境」，山本順一，村山功，岸田和明『情報メディアの活用』，放送大学教育振興会，p.122.
・村山功（2010）「協調学習に対するデザイン実験アプローチ　小学校における長期的な実践研究からの知見」，日本科学教育学会，『科学教育研究』，34(2)，pp. 61-70.
・村山功（2013）「学習科学－時代の要請に応える新しい教育研究－」，日本科学教育学会，『日本科学教育学会年会論文集』，37，pp.2-3.
・森清美（2000）「算数科におけるコミュニケーションパターン活動の実践的研究－3 つのコミュニケーションパターンについて－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，6，pp.89-95.

・ATC21S（2014）Collaborative problem solving emprical progressions, http://atc21s.org/index.php/empirical-progressions-2/.（2014 年 8 月 1 日現在）
・Chick, H.L., Watson, J.M.,（2002）Collaborative influences on emergent statistical thinking－a case study, *Journal of Mathematical Bhavior*, 21, pp.371-400
・Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel,C., Kilpatrick, J., Leumg, F. K. S.(Eds.)（2013）*Third International Handbook of Mathematics Education*, Springer.
・Cobb, P.（1994）Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Reasearcher*, 23(7), pp.13-20.
・Cobb, P. & Yackel, E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. Waschescio,U. (Eds.) *The culture of the mathematics classroom*, Cambridge University Press, pp.158-190.
・Dekker, R. et al（2006）How children regulate their own collaborative learning, *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), pp.57-79.
・English, L. & Sriraman, B.（2010）Problem Solving for the 21st Century, *Theories of Mathematics Education,* Sriraman,B. & English,L.（ed.）, Springer，pp.263-290.
・Francisco, J.M.（2013）Learning in collaborative settings: students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding, *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), pp.417-438.
・Gadanidis, G. et al（2010）A social perspective on technology-enhanced mathematical learning：From collaboration to performance, *ZDM*, 42(1), pp.91-104.
・Gods, M. (1996) Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving， *Educational Studies in Mathematics*, 30, (3), pp.229-260.
・Gods, M.（2002）Socially mediated metacognition：Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving, *Educational Studies in*

Mathematics, 49(2), pp.193-223.
・Golbeck, S.L. et al.（2013）Developmental approaches to collaborative learning, Hmelo-Silver, C.E. et al.(ed.) *The International Handbook of Collaborative Learning*, Routledge, pp.41-56.
・Hino, K.（2007）Toward the problem-centered class- room : trends in mathematical problem solving in Japan, *ZDM Mathematics Education*,39,pp.503-514.
・Johanning, D.L.（2000）An analysis of writing and postwritting group collaboration in middle school pre-algebra, *School Science and Mathematics,* 100(3), pp.151-160.
・Lester, F.（1994）Musings about mathematical problem-solving research: The first 25 years in JRME, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), pp.660-675.
・Mills, J.E.（2004）Teaching equivalence relations using collaborative activities, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(4), pp.517-522.
・Mueller, M.（2012）A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency, *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), pp.369-387.
・O'Donnell, A.M. & Hmelo-Silver, C.E.（2013）Introduction:What is collaborative learning?, Hmelo-Silver, C.E. et al.(ed.) *The International Handbook of Collaborative Learning*, Routledge, pp.1-15.
・Pijls, M.（2007）Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), pp.309-329.
・Schoenfeld, A. H.,（1992）Learning to think mathematically : Problem solving, metacognition, sense-making in mathematics, Grouws, D.(Ed.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, pp.334-370.
・Schoenfeld, A. H.（2007）Problem solving in the United States, 1970-2008 : research and theory, practice and politics, *ZDM,* 39, pp.537-551.
・Sfard,A.（1998）On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One, *Educational Researcher*, 27(4), pp.4-13.
・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.
・Stahl, G.（2002）*Group Cognition : computer support for building collaborative knowledge*, MIT Press, p.203.
・Stahl, G.（2006）A model of collaborative knowledge-building, Fishman, B. & O'Connor-Divelbiss, F. (Eds.) *Fourth International Conference of the Learning Sciences*, Psychology Press, pp. 70-77.
・Torner. G, et al. (2007) Problem solving around the world : summing up the state of the

art, *ZDM*, 39, p.353.

・Watson, J.M., Chick, H.L.（2001）Factors influencing the outcomes of collaborative mathematical problem solving：An introduction, *Mathematical Thinking and Learning*, Ⅰ, 3(2&3), pp.125-174.

・Watson, J.M., Chick, H.L.（2005）Collaborative statistical inevestigations in diverse settings, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 36(6), pp.573-600.

・White, T.（2012）Graphing in groups：Learning about lines in a collaborative classroom network environment, *Mathematical Thinking and Learning,* 14(2), pp.149- 172.

・Yackel E. & Cobb, P.（1996）Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), pp.458-477.

第 2 章　協調的問題解決を実現する数学教育の学習理論

第 1 章では，協調的問題解決を定義し，数学教育研究の視点から見て協調的問題解決を実現する数学教育はいまだ完全に具現化されているとは言い難い状況にあることが明らかとなった。そして協調学習の過程モデル，つまり，対話と数学学習の過程モデルの構築の重要性が示された。対話と数学学習の過程モデルには，規範性と記述性が求められ，しかも，学習者個人の側面，学習者間の社会性の側面，知識構築環境の側面の 3 種の側面が必要であるとの示唆が得られた。

本章では，対話と数学学習の過程モデルの考察，構築を行う。この構築には認識論と学習理論の両者が関わることになる。認識論と学習理論はどのように異なるのだろうか。認識論は，形而上学と並び，古代より哲学の中心的課題であり（戸田山，2002，p.i），知識の「妥当，可能性，根拠，起源，限界などを検察する学問である」（小原，1980，p.193）。それに対して学習理論は，人間の認識のうち，学習の部分にのみ焦点を合わせる。学習理論は，心理学や社会学等の方法論を用いて，1 人の人間の学習の様相から，人間全般の学習に関する共通性を抽出した体系的なモデルである [2.1]。したがって，「（学習）理論は，常識的なモデルよりも抽象的で一般的な心的モデルである。（学習）理論は目に見える出来事の後ろにある目に見えない原因を理解する能力を増加させる」（スケンプ，1992，p.59.）。以上のことから，学習理論は認識論の一部を含み，個別の人間の具体的様相から推論して人間そのものの学習について考えたモデルであると言える。また，認識論は推論によって人間の知識そのものを対象として考察を深める学問領域であると言える。しかし，社会文化主義のように，学習理論の中でも，個別の実験から出発してはいるものの，推論によって思索を深め，学習に関する人間の認識の可能性や限界等を論じるものもあり，学習理論と認識論の明確な区別がしにくいものもある。

本章では，この認識論と学習理論の違いを踏まえて，対話と数学学習に関する学習理論の規範的・記述的モデルの考察を行う。第 1 節では，対話に着目した数学教育に限定されない認識論・学習理論について言語学，哲学，心理学から示唆を得て，学習理論を分析するための視点を抽出する。第 2 節では，数学の認識論，数学教育における認識論について先行研究を概観し，対話を重視する認識論を明らかにする。それらの認識論を，本章第 1 節で得られた視点を基に分析することで，数学教育における学習理論を分析するための視点を抽出する。第 3 節では，第 2 節で得られた視点を基に，数学教育における対話に着目した学習理論を批判的に考察し，本論文で依拠する学習理論を構築する。なお，理論の具体的な学習方法論については，第 3 章で述べる。

第 1 節　対話に着目した認識論・学習理論

（1）言語学からの視座－概念の学習順序と変容

学習とは何か。この問いに答えることは容易ではない。しかし学習の対象は，未知の内容や手続き，方法等のある新たな概念であることには異論はないであろう。この概念という考え方は，私たちの思考そのものを思考する際に非常に有効に働く。なぜならば，われわれが生きているこの世界に，概念という実体が存在するかのように扱うことを可能にするからである。

この概念そのものを記号として扱ったのが Saussure, F.である。Saussure は，記号をシーニュとして，意味を表すシニフィエと，表現を表すシニフィアンとに区別しながらも，その結合によって 1 つの形相を生み出すことを主張した（ソシュール，1972)。さらに，シーニュの伝達にかかわる要素をラングとし，このラングに，時間の経過とともに変化する通時態と, ある特定の時点におけるラングの状態を共時態と規定した（ソシュール, 1972)。

この Saussure の考え方から, 対話に着目した学習理論への示唆を 2 点得ることができる。第 1 に，概念の内容を学習してからその概念を使用する，という学習順序である。ある概念を授業で学習する際には，その意味であるシニフィエとその表現であるシニフィアンをともに学習することになる。その学習する対象である概念は，主体者である学習者が生きているこの授業内に存在するかのように扱われる。なぜなら授業のコーディネーターである授業者にとって，対象となる概念はすでに学習済みの概念であり，具象化の段階にあるからである（Sfard, 1991)。実際に存在するかのような概念であるからこそ，授業者の授業デザインは，概念の内容の理解を経てから，その概念の名前やその概念の実際の使用へと移行していくのが通常であり，このような学習順序は伝統的視点でもある（Sfard, 2000, p.92)。この概念の内容から使用へという学習順序の根底には，概念の内容を理解しなければ概念は使用できないという命題が横たわっている。この命題を真とし，認識論的基盤とすると，対話は数学の概念を理解した後にのみ成立することになる。本研究での対話は，数学の概念を理解するための方法論的使用がその目的である。そのため，この命題以外の仮説に立つ認識論を模索する必要がある。

第 2 に，概念自体は変容する，という概念の変容性である。Saussure の共時態と通時態の考え方は，学習者の意識的，無意識的な時間経過に伴う概念の変容の可能性を示している（立川・山田，1990)。つまり概念には社会性があり，時間経過に伴って概念そのものが変化する可能性があるということである。ここでの時間経過とは，もともと古代と現代の言語比較を対象とするような長い期間としての時間経過である。しかし，授業という短い時間のスパンであっても，子どもたちの概念が変容していくことを経験的に認められる実践者は数多くいるだろう。短い時間でも概念は変容していくことを許容する認識論の模索が求められる。

（２）心理学からの視座－Vygotsky の文化－歴史的理論

学習の順序性，そして，概念の変容の議論は，心理学における Vygotsky, L.の文化－歴史的理論にも見出すことができる。この文化－歴史的理論の文化－歴史的とは，人間が長い時間をかけてつくり出してきた言語のことを主に指している（中村，1998，p.3)。Vygotsky は，人間の言語を内言と外言に区別した。内言とは，声に出されない内面化された言葉であり，外言とは，他人への話し言葉である。Vygotsky が主著『思考と言語』の出版準備をしていた 1930 年台前半のころ，Piaget，J.の子どもの言葉や思考に関する心理学説は当時最も有力な支配学説であった（柴田，2001，p.435)。Piaget は一見，外言の形をとっている 3 歳から 7 歳の子どもに見られるひとりごとを自己中心的言語と定義した。そして自己中心的言語は，内言から外言へと向かう子どもの論理性発達の中間点で生じるもので，いずれ消え去るものであるとした。しかし，Vygotsky は，Piaget と同様な実験を子どもたちに行い，次の結果を得た。実験全体としては Piaget と同様に，3 歳から 5 歳の子どもよりも 5 歳から 7 歳の子どもの方が自己中心的言語の発生率は低いのだが，実験課題に困難が生じると自己中心的言語の割合が増大するとの結果である（ヴィゴツキー, 2001, pp.51-70.)。この結果から「子どもの思考の発達過程の真の運動は，個人的なものから社会化されたものへではなく，社会的なものから個人的なものへと進む」（ヴィゴツキー，2001，p.70.）という仮説を Vygotsky は導き出した。これは，社会性から個人性へと進む学習の順序性に関する主張に他ならない。また Vygotsky は，思考と言語の発達の過程を丹念に調べ，もともとは独立的に発達していた両者が「ある時点で交差し，あるときは合流しながらも，また分岐していくような複雑な関係にある」（神谷，2010，p.122）ことを明らかにした。そして，言葉の意味を一般化もしくは概念と同義であるとし，「言葉の意味は発達する」（ヴィゴツキー，2001，p.357）ことの発見を研究の主要な発見とした。つまり，概念の意味は発達すると述べているのである。その発達の過程は，社会的な外化から個人的な内化へと進行する。したがって，概念には個別性が生じることになる。

このような Vygotsky の文化－歴史理論は，対話に着目した学習理論に 2 つの示唆をもたらす。学習は社会性から個別性へという過程を踏んで深まっていくこと，そして，学習対象たる概念は個別化して発達していくことである。

（３）哲学からの視座－Wittgenstein の言語ゲーム論

概念の内容とその使用に関する学習順序，そして，学習対象となる概念の変容性について考察する際に，Wittegenstein, L.の主張は見逃せない。なぜなら，学習の順序，そして学習対象そのものについて大きな転換を図っているからである。

前期 Wittgenstein は，言語とその指し示す内容を一種の関数と見なしていた（ウィトゲンシュタイン，2003）が，後期 Wittegenstein は前期の理論とは異なった視点を持っていた。言語ゲーム論である。言語ゲームとは「言語と言語の折り込まれた諸活動との総体」（ウィトゲンシュタイン，1976，p.20）と定義される考え方である。我々が新たな概念につい

て学習するときには，言語を用いて学習が行われる。この言語ゲーム論の視座に立つと，我々が生まれ出でたときには，我々が生きる共同体に言語ゲームが既に存在していることは自明である。なぜならそこには，すでに任意の言語とその言語が織り込まれた諸活動が存在するからである。この言語ゲームには，我々の身の回りにあるゲーム，例えばスポーツ，かくれんぼ等と同様にゲームの規約が存在する。我々は，先人たちが築いてきたこの言語ゲームの規約の中に言語を用いて飛び込んでいくことになる。この言語ゲームの規約は，通常具体化されていない。なぜならば，任意の言語ゲームの規約は，無限に近い規約が存在するからである。例えばかくれんぼの規約を考えてみる，まず思いつく規約は，鬼役と逃げる役に分かれる，鬼役に見つかったら鬼役に捕まる等であろう。さらに，鬼役に見つかるということは鬼役に目視されることである，鬼役に目視されたかどうかの基準は鬼役の主観によって決まる，鬼役は実際に目視したものだけを「見つけた」と述べ虚偽を述べてはならない，鬼役が虚偽を述べているかいないかは…，というようにこれらの規約は無限に続く。それはこのような規約や概念を具体化，つまり説明するには言語を用いるしかなく，その説明に用いられた言語について説明するのも言語であり，このことは無限後退に陥るからである。しかし我々はどこかで規約や概念を理解している。この理解はどのような契機によってなされるのであろうか。言語ゲーム論はこの問いに「語の意味とは，言語内におけるその慣用である」（ウィトゲンシュタイン，1976，p.49）と明快に答える。つまり，概念の意味を「内容主義的意味概念から機能主義的意味概念へ」（鬼界，2003，p.246）と転換させたのである。この「内容主義的意味概念から機能主義的意味概念へ」の転換は，概念の意味はその概念の使用である，ということを意味している。つまり，概念の使用によって，言語ゲームの規約そのものを推論し，その規約に徐々に慣れていくのである。ここで重要なのは，概念の使用と言語ゲームの規約の 2 種類の区別である。これは 2 種類の概念とも言える。概念の使用とは，個別の学習者がある瞬間に有する概念に基づいてなされる行為である。言語ゲームの規約は，ある瞬間に学習者が属する「共同体に有するとされる」ある概念[2.2]についての規約である。ここでの「共同体に有するとされる」とは，共同体が持っている概念という意味である。しかし実際には，共同体が概念を持っているわけではなく，「共同体で了解されている」と学習者が感じる，ある概念の使用方法についての規約を学習者が推論した内容のことを指している。極論すれば，両者はともに学習者の概念ではあるが，この 2 種の概念を区別することによって，概念の発達の議論が可能となる。この個人の概念と，共同体の概念の 2 種類を相補的に論じるのが言語ゲーム論の大きな特徴である。

以上のことから，対話に着目した学習理論に 2 つの示唆が得られる。

第 1 に，概念の内容から使用への学習順序から，使用から内容への学習順序への大きな転換である。先の Saussure の知見からは，学習とは一般的に，学習対象の概念の内容を言語によって学習した後，その対象概念の使用へと移行していくと考えられた。しかし，言語ゲーム論においては，学習対象となる概念の意味はその使用によってもたらされるので

あるから，学習の順序としては，Vygotsky の理論と同様に，最初に概念の使用があり，その後，概念の意味理解が追随するという形になる。学習者は，言語ゲームの規約の中に飛び込んで学習対象となる概念について使用する，つまりその概念について他者と話しながら，その概念の使用の仕方が他者と適合しているかどうかを推論することで，概念そのものの意味を理解したりこれまでの理解を修正したりしていくと考えられる。換言すれば，言語ゲーム論の立場では，学習は他者との対話における概念の使用という社会的な行為に始まり，概念の個別的な理解もしくは修正という個人的な行為へという順序を踏むと言える。

第 2 に，言語ゲーム論における概念には，個別性と共同性があり，そしてそれら両者の自己再生的な動的な特性があることである。先の Saussure，Vygotsky の知見と同様に，言語ゲーム論でも概念の変容は可能である。言語ゲームに参加する際には，最初は先人たちがつくりあげた規約に慣れていくこと，すなわち共同体が持つとされる概念の意味について慣れていくことが先行する。ここで重要なことは，唯一の概念の意味が伝達されるのではなく，先人のつくり上げた規約にほぼ準じて，学習者が概念を類似的に使用できるようになるということである。そしてその使用の仕方は，後続の学習者にも影響を与える。つまり言語ゲームの規約は，言語ゲームの参加者によって類似的に学ばれ，個別的な概念となりながらも，その規約自体が変容させられる可能性を持つ。これは，言語ゲームにおける概念の自己再生的な動的特性である。この自己再生的特性は，共同体の概念にも個別的概念にも当てはまる特性である [2.3]。また，この特性は学習における個別的な理解と結びつく。それは，ある概念の学習に参加した学習者は，その共同体の先人の概念の使用方法に自分なりの仕方で慣れていくが，その際，使用方法に慣れていく一般的な方法など存在しないからである。この個別的な理解は，共同体によって個人によって，個別的ものとなる [2.4]。

Wittgenstein の言語ゲーム論から得られた 2 点の示唆は，学習の順序性，概念の個別的・共同的特性，概念の自己再生的特性に関するものであった。学習の順序性は，学習の社会性と個別性に関わる。概念の個別性は，任意の概念の一般性の否定（黒崎，1997，p.75）を導くことになる。

（4）得られた知見と視点の抽出

言語学，心理学，哲学のそれぞれの視座から，対話に着目した学習理論について考察した。その結果，Saussure のシニフィアンとシニフィエの議論からは，学習対象である概念の内容とその名前の学習順序について，概念の内容を理解しなければ概念は使用できないという命題の存在から，他の命題を基盤とする認識論の必要性を指摘した。また，共時態と通時態の考え方からは，授業という短い時間のスパンであっても，概念の変容性を許容する認識論の必要性を指摘した。Vygotsky の文化－歴史理論からは，概念の学習過程は，外化から内化，つまり，社会的な学習から個別的な学習へ進むことが指摘された。また，

概念の変容も可能であることが示唆された。Wittgenstein の言語ゲーム論からは，「語の意味とは，言語内におけるその慣用である」との命題が提示された。この言語ゲーム論を基礎理論とすると，概念の変容性は授業という短い時間でも可能であり，個別の概念の変容も，共同体の概念の変容も可能となる。またその両者の変容は，学習の進行に伴って自己再生化する動的特性を持つことが明らかとなった。

本節で得られた知見は，次の 3 点に要約される。第 1 に，概念の学習過程は，外化から内化，つまり，社会的な学習から個別的な学習へ進むことである。第 2 に，学習対象となる概念は，個別的であるとともに共同体にも分かち持たれていることである。そして第 3 に，社会的概念と個別的概念の両者には自己再生的特性があることである。

本研究では，これからの 21 世紀を生きる子どもたちにとって重要な協調的問題解決の力を育成するための学習方法論，学習デザインの具体的方法の模索を主目的としている。本節で得られた第 1 の知見からは，元来，学習にとって対話は学習を推進させる必須の条件であることが帰結される。つまり，本研究で目指す協調的問題解決の力を育成するための学習方法論は，学習の本質的な姿への回帰ともいえるかもしれない。

第 2 節　対話に着目した数学の認識論，数学教育における認識論

前節からは，概念の学習過程は，社会的な学習から個別的な学習へ進むこと，概念は個別的であるとともに共同体にも分かち持たれていること，その両者の概念は自己再生的特性を持つこと，の 3 点が指摘された。本小節では数学の認識論について考察する。このことは，数学とは何かと問うことである。この問いは，シンプルな問いではあるが，答えることが非常に難しい。なぜなら数学の 1 研究領域としての数学基礎論や哲学の研究領域の 1 つとしての科学哲学等の領域にまたがる問題だからである。現在もこの議論は続いており，日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013）では，数学と関連する学問分野の名称を「数理科学（Mathematical Science）」とし，その主要な構成分野を，「数学（Mathematics）」，「統計学（Statistics）」，「応用数理（Industrial and Applied Mathematics）」としている。旧来の「純粋数学（Pure Mathematics）」と「応用数学（Applied Mathematics）」の枠組みを超えた議論が進められている。

本節では，数学とは何かという問いに対し，数学の認識論ではどのような議論が行われてきたのか，数学教育における認識論では，どのような議論が行われてきたのかを概観し，対話を重視する認識論を明らかにする。そして対話を重視する認識論を対象に，概念の社会的学習の先行性，概念の個別性と共同性，2 種の概念の自己再生的特性の視点を基に考察する。なお本節では，これまでの数理哲学での議論をまとめた Ernest, P.（1991）*The Philosophy of Mathematics Education,* Falmer Press を主な参考文献とし，論を進める。

（1）数学の認識論

数学の認識論を考察する上で，数学の認識論と数学教育における認識論の区別は重要で

ある（Sierpinska & Lerman，1996）。数学の認識論とは，数学の哲学の 1 つの領域であり，その本性を問う，つまり，数学とは何か，数学とはどのように理解されるか等を問うものである。これに対し，数学教育の認識論とは，数学教育とは何か，数学教育とはどのように理解されるか等を問うものである。これらは，数学教育の目的論に部分的に関連するが，数学教育にとって重要な認識論とはならない。数学教育にとって重要な認識論とは，数学の認識論が数学教育においてどのような役割を果たしているかという数学の認識論の活用に焦点が当たるべきだからである（Sierpinska & Lerman，1996）。

数学の認識論は，大きく絶対主義と可謬主義に類別することができ，絶対主義には，論理主義，形式主義，直観主義，そして構造主義が含まれる（Ernest，1991）。論理主義は，数学を論理学の概念に究極的に還元しようとする認識論である（Ernest，1991）。しかし，無限の取り扱いの困難性と，ゲーデルの不完全性定理によって，すべての数学を論理学の対象とすることができないという弱点を持っている（Ernest，1991）。

形式主義は，数学の実在論の立場には立たず，形式的な体系と論理で数学を構築しようとする認識論である（Ernest，1991）。しかし，ゲーデルの不完全性定理によって，形式的体系の無矛盾が保障されないという弱点を持っている（Ernest，1991）。

直観主義は構成主義に含まれ，その数学的対象は構成的方法によって構成されない限りそれが存在するとはみなさないという，数学的な存在をその構成の可能性と同義と捉える限定的な実在論である（バーカー，1968 ; ルザービン，1977）。人間が関わるという点において，構成主義は，論理主義と形式主義とは大きく異なるが，直観主義での直観は，数えることの直観だけを意味していた等の理由から，それまでの数学の知識と論理的な整合性を持てないという弱点を持っている（デービス，ヘルシュ，1986）。

構成主義では，人間が心的に数学的対象を構成していくのに対し，構造主義では対象に存在する構造を発見していく立場をとる。構造主義においては，数学的対象の真偽は明確であると主張し，その存在においては，存在か非存在かの意見が分かれており，数学的対象に対する実在論と観念論が混在している（シャピロ，2012）。構造主義においては，互いにある関係を伴った対象の集まりをシステムと定義し，そのシステム内における，他の対象との関係に影響を及ぼさない特徴をすべて無視することで得られるシステムの抽象的な形式を構造と定義している（シャピロ，2012）。この他との関係に影響を及ぼさない要素の排除という点において，数学における構造主義には人間という要素が入り込まない認識論である。

可謬主義には，規約主義，経験主義，準経験主義，社会的構成主義，文化人類学主義が含まれる（松島，2013c）。数学の規約主義者の見方は，数学的知識と真理は，言語の規約に基づくものであるとする（Ernest, 1991）。規約主義での数学的な知識の究極的な源泉は，我々の社会的言語の実践の中に埋め込まれている言語的な規約であり，この言語的な規約をスタート地点として，演繹的推論によって確実な数学がつくられると主張する（Ernest, 1991）。従って規約主義では，人間がつくり，使用し，現在も変化しつつある自然言語の使

用の中に数学的知識の基礎を定めるため，数学的知識の可謬性を認めることになる。

経験主義は，数学の概念は経験的な起源を持ち，数学の真理は経験的な正当化を持つと主張する (Ernest, 1991)。しかし, 無限に関する計算や群論等の抽象代数の非経験性から, 弱点を持っている（Ernest，1991)。

準経験主義は，Lakatos, I によって展開された数学の認識論（ラカトシュ，1980）に与えられた名称である（Ernest，1991)。準経験主義は，次の 5 つの主張を持つ。

①数学の知識は可謬である。
②数学は仮説・演繹的である。
③歴史が中心にある。
④非形式的数学の卓越性が断言される。
⑤知識創造の理論が含まれている。

（Ernest，1991，pp.35-36.より筆者訳）

この Lakatos の数学の認識論は，数学的知識の客観性に対する説明の欠如，応用数学の本性の説明の欠如等の部分的な弱点を持っている（Ernest，1991)。

社会的構成主義は，規約主義と準経験主義を精緻化し総合した数学の認識論であり，社会的構成主義の背景には，次の 3 つの要素があるとされる（Ernest，1991)。

①数学的知識の基盤は，言語的知識，規約，規則であり，言語は社会的構成物である。
②個人間の社会的過程は，個人の主観的な数学的知識を，公表の後で受容された客観的な数学的知識に変えることが求められている。
③客観性そのものは社会的に理解される。

（Ernest，1991，p.42 より筆者訳）

社会的構成主義における知識の基盤は，言語を基にした社会的合意形成であるといえる。この言語を基にした社会的合意形成の理論的基盤は，後期 Wittgenstein の言語ゲーム論と Vygotsky の内化に関する理論，発達の最近接領域の理論である。社会的構成主義には，その基礎理論として Vygotsky の理論を採用する学派と，Piaget の理論を採用する学派，状況論を採用する学派がある（佐々木，1996 ; 松島，2013d)。本論文では，Vygotsky の理論をその基礎理論として採用する社会的構成主義に視点を当てる。それは，対話と数学学習に視点を当てた本研究の理念に沿うと考えられるからである。ここで，Vygotsky の理論を基礎理論として採用した社会的構成主義での学習における記号の専有と使用について図 2.1 のモデルを提示する。

			社会的状況	
		個別的		集合的
	公的	個人的な意味を表現するための，記号の個別的な公的利用	規約化 →	規約化され，社会的に交渉された記号使用（批判的反応と受容を通して）
所有権		公表↑		↓専有
	私的	記号とその使用のための個人的意味の個別的発達	← 変容	個別それぞれの新たな記号発声への，オウム返しと模倣的使用

図 2.1　記号の専有と使用のモデル（Ernest, 2010, p.44 より筆者訳）

この図 2.1 では，概念の学習が，個別的で私的な数学の意味の公表からどのように始まるのかを示している。個別的な意味での数学の概念の使用，つまり記号の使用の公表は，その記号の使用の仕方を公的なものとする。そして，その使用の仕方について公的な場面での議論を通して規約化され，その規約化された記号の使用の仕方が再び個別的なものとなる。そして最終的には，私的な数学の記号の使用方法，つまり数学の概念が変容するというサイクルを示している。なお Ernest（2010）は，個人（personal）と個別（individual），利用（utilization）と使用（use）を区別して用いている。個人（personal）は「1 人の人間内における」という意味で，個別（individual）は「1 人 1 人固有の」という意味で用いられている。また，利用（utilization）は「使用方法を理解し，その有用性を活用」という意味で，使用（use）は「概念の用い方を試す」という意味で用いられていると考えられる。本論文でもこの意味に沿ってこれらの用語を用いる。

文化人類学主義では，数学を文化の 1 つとして人類学的に考察する。従って任意の地域によってさまざまな数学が存在することになり可謬主義である。これらの複数の数学の共通性から数学とは何かについて考察する認識論である。文化人類学主義では，複数の地域での複数の数学の発生とその発展の過程を基に，数学の発展において認められる主な力を定義している（ワイルダー，1980；クライン，2011）。 また，さらに子どもたちと数学文化の関係について考察する必要性を主張した研究もある（ビショップ，2011）。

ここまでの数学の認識論の概観から，協調的問題解決を重視，つまり，対話を重視する認識論を明らかにする。

絶対主義に含まれる 4 種の数学の認識論のうち，論理主義は論理学を，形式主義は論理の形式を，構造主義は数学のシステムを認識論の基盤としている。認識論の基盤に，対話が関連するのは直観主義のみである。このことは，他の 3 種の数学の認識論自体が，数学の成立に人間を必要としないことから明らかである。数学が，数学自身の成立に人間を必要とするのであれば，数学学習と認識論は深いかかわりを持つことになり，認識論を踏まえた数学教育への示唆を得られる可能性が生じる。絶対主義の認識論の中では，直観主義のみが数学の成立に人間を必要とし，その基礎を数学の心的な構成に求める。そしてその

心的構成には多かれ少なかれ対話が関係する。しかし，直観主義の認識論においては，対話は重要な地位を与えられていない。従って，数学の認識論の絶対主義の学派には，対話に着目した認識論，つまり，協調的な学習の観点を持った数学の認識論は見られないと言える（松島，2013c）。

可謬主義に含まれる 5 種の数学の認識論のうち, 5 種すべての認識論が数学の成立に人間を必要とする。規約主義では，数学的知識の究極的な源泉を人間の自然言語に求める（Ernest，1991)。従って数学と対話を強く結びつけることになる。しかし数学と対話の結びつきが強調はされていても，そこに数学学習における理解との関係についての視点は見出されない。そのため，規約主義は対話には着目しても，数学学習における理解との関係については言及していない認識論であると考えられる。経験主義では，数学そのものの起源を人間の直接的な経験に求める（Ernest，1991)。経験に基礎を求めるということは，当然そこには対話が関わってくる。しかし，規約主義と同様に，そこには対話と数学学習における理解との関係についての視点は見出されない。そのため経験主義も対話には着目しても，数学学習における理解との関係については言及していない認識論であると考えられる。 準経験主義は，オイラーの多面体定理に関わるケーススタディの形をとって詳説されている（ラカトシュ，1980)。そこでは子どもと教師の対話による議論によって，数学的な内容が深められていく様子が克明に記述されている。従って準経験主義は，対話と数学学習における理解に深く関連した認識論であるということができる。しかし，特定の子どもの数学の理解が深まっていく様子は記述的に明瞭でも，対話と数学学習における理解の規範的な関係については述べられていない。社会的構成主義は，規約主義と準経験主義を精緻化し，総合した認識論である（Ernest，1991)。そのため，数学と対話の結びつきが明瞭であり，対話と子どもの数学学習における理解の深まりの関係も明瞭である。そして特筆すべきは，数学学習における記号の専有と使用のモデルの図 2.1 である。この図 2.1 は，次のサイクルを示している。第 1 に，個別的な数学の概念を使用することによって，数学の概念の意味が社会的な規約となる。第 2 に，その社会的な規約が集約され，その規約に個別的に慣れながら数学の概念を再度使用する。第 3 に，数学の概念の使用によって社会的な規約に慣れ，数学の概念が変容し，さらに次なる概念の使用につながっていく，というサイクルである。このサイクルモデルは，対話を通した数学の意味の発生と発達を記述的・規範的に示したモデルである。つまり，社会的構成主義は，対話と数学学習における理解の関係について深く関連した認識論であると言える。文化人類学主義は，複数の地域に固有に存在する数学から，数学の認識論について考察する（ワイルダー，1980)。ここでは，共同体で固有の数学が形作られる。さまざまな地域の子どもたちが数学を認識する特徴の 1 つとして「説明する」を挙げた研究（ビショップ， 2011）から，対話に関連した認識論であると言える。しかし，対話と数学学習における理解の深まりの関係については述べられていない。

以上の考察をまとめると，表 2.1 となる。数学の認識論における 5 種の可謬主義の学派で

は，どれも数学学習において対話が関わっていると言える。そのうち，社会的構成主義のみが，対話と数学学習の理解の深まりの関係について深く言及している認識論であるということができる（松島，2013c)。

表 2.1　対話と数学学習の視座から見た数学の認識論

	絶対主義	可謬主義
数学の認識論	論理主義 形式主義 直観主義 構造主義	規約主義 経験主義 準経験主義 社会的構成主義 文化人類学主義
対話を主要素とする認識論		規約主義 経験主義 準経験主義 社会的構成主義 文化人類学主義
対話と数学学習の深まりについて言及した認識論		社会的構成主義

次に，対話をその主な要素とした可謬主義の 5 種の認識論を，概念の社会的学習の先行性，概念の個別性と共同性，自己再生的特性の視点から考察する。

概念の社会的学習の先行性を明示しているのは，社会的構成主義のみである。図 2.1 は「記号の公的な使用を経験することを通した個人によって，どのように記号が専有化され始めるかを示している」（Ernest，2010，p.44）モデルだからである。

概念の個別性と共同性を有しているのは，準経験主義と社会的構成主義，文化人類学主義である。準経験主義は，ケーススタディの形で書かれた数学の認識論の主張であるが（ラカトシュ，1980)，その理論は科学哲学における科学的研究プログラム（ラカトシュ，1985）と深い関連を持つ（大谷，2002，p.162；真野，2010，p.54)。科学的研究プログラムでは，理論自体を理論の核となる部分としての「堅固な核」（hard core）と，それを周囲で守るための「防御帯」（protective belt）の部分に分け，何か「堅固な核」をおびやかすようなデータが発見されると，「防御帯」が変容しながら「堅固な核」を守るような構造となっている（ラカトシュ，1985)。Lakatos は，数学の認識論における準経験主義と同じ方法論で，科学的研究プログラムを主張したと考えられる（大谷，2002，p.162；真野，2010，p.54)。この「堅固な核」を脅かす事態の生起は，数学の哲学（ラカトシュ，1980）においては，大局的反例に関する生徒同士の対話で描かれ，有罪補題を見出し原推測を改良することで，一人一人の個別の概念変容を促すと同時に，対話をしている共同体自体の概念の変容をも

迫っている。つまり，準経験主義には概念の個別的・共同的特性が見られる。しかし，概念は変容していても，その契機は大局的反例の提示であるため，そこに自己再生的特性は見出すことができない。一方，社会的構成主義は図 2.1 で一見して分かるように，概念の個別的・共同的特性をもつ。また，個別の概念の使用によって，個別の概念の使用の仕方は，共同体の規範と照らし合わせながら修正され，それとともに共同体の規範も修正されていくという自己再生的サイクルである。したがって，社会的構成主義は，概念の個別的・共同的特性と自己再生的特性をもつ。文化人類学主義は，地域に固有な数学をもつ。つまり，各地域の共同体で固有の数学概念が共有化されており，個別的に学習されているということになる。この点から，文化人類学主義は，概念の個別的・共同的特性を持っていると言える。しかし，自己再生的特性は見出すことができない。

（２）数学教育における認識論

数学教育における認識論は，発生的認識論，社会・文化的認識論，文化人類学的認識論の 3 種に分けられ，さらに，構成主義的アプローチ，社会・文化的アプローチ，相互作用主義的アプローチ，文化人類学的アプローチに分けられ論じられている（小山，2010）。本節では，我が国における数学教育史も加味しながら，数学教育における認識論を，行動主義，構造主義，急進的構成主義，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義，社会的構成主義，多世界パラダイムの 8 種に分類し概観し [2.5]，対話を重視する認識論を明らかにする。その後，概念の社会的学習の先行性，概念の個別的・共同的特性，自己再生的特性を視点として考察する。

なお，数学の認識論と数学教育における認識論の両者でともに取り上げる認識論は，構造主義，社会的構成主義，文化人類学主義である。つまりこの 3 種の認識論は，数学そのものの妥当性や可能性，根拠，限界等を論じる認識論としても，子どもたちの学習において数学を理解する際に有用となりうる認識論としても用いられ得ることを示している。

行動主義の認識論は，どんな学習過程も刺激－反応の型とその結合によって記述でき，学習過程は適切な刺激－反応プログラムを作ることによって始められ，学習の過程の結果は，行動における観察可能な変化として客観的に捉えることができるというものである（ハウスン他，1987）。つまりどのような難しい問題も，スモールステップの原理に従って細分化し，繰り返し学習することで，問題を解決できるようになるという考え方である。

構造主義の前提としている認識論は，Piaget, J の発生的認識論である。発生的認識論は，学習を既有の知識との同化と調節によって説明し，子どもの発達段階を考慮した学習方法を強調する。数学教育における構造主義は，数学自身の構造主義による発展に伴って発展した。そのために数学教育においては，数学的構造の代表とも言える群構造を用いた研究が見られる（ディーンズ，1977）。

急進的構成主義は，次の 4 点の主張をする認識論である。

①知覚は感覚やコミュニケーションを経由して受動的に受け取られるものではない。
②知識とは認知主体によって能動的に構築される。
③認知の機能は，生物学的な意味で適応的なものであり，適合や実行可能性への傾向性を有している。
④認知は主体による経験世界の組織化の役目を果たすのであって，客観的な存在論的実在を発見しているのではない。

（グレーザーズフェルド，2010，p.124，番号は筆者改変）

これらの主張のうち，最後の④には，数学的知識の客観性までも否定するゆえに根源的ではあるが過激なため批判が多い（中原，1995）。また，急進的構成主義と発生的認識論との相違点について，発生的認識論では区別される論理－数学的知識と物理的知識の区別が，急進的構成主義にはないと指摘されている（小山，1989）。

社会文化主義は，Vygotsky と Bahtin の理論にその基盤がある（田島，2003）。Vygotsky は，人間活動を「主体—媒介—対象」の三項関係で捉え，心理的道具としての言語・記号の媒介を重視した（田島，2003）。Bahtin も，言語の媒介を重視し，個人の学習にどのように言語が関わっていくのかという具体的メカニズムを提供している（ワーチ，2004）。このように学習の社会性，特にその言語における媒介過程を分析し，個人の学習への影響を分析するのが社会文化主義の特徴である。

相互作用主義では，Blumer, H.が，Mead の思想に基づき，次の 3 つの主張をした。

①人間は，ものごとが自分に対して持つ意味にのっとって，そのものごとに対して行為する。
②ものごとの意味は，個人がその仲間と一緒に参加する社会的相互作用から導き出され，発生する。
③このような意味は，個人が，自分の出会ったものごとに対処するなかで，その個人が用いる解釈の過程によってあつかわれたり，修正されたりする。

（ブルーマー，1991，p.2，番号は筆者追記）

相互作用主義は，個々の子どもの知識の内的な成長よりも，子ども同士，教師と子どもの相互作用に研究の焦点があてられる（小山，2010）。その際には，あるシンボルについて行為者が意図する考えと，そのシンボルを解釈する解釈者の考えという両者が関連し，行為者と解釈者の新たな行為が発生することを重視していく。この新たな行為は，連携的な行為として重要視される（ブルーマー，1991）。従って相互作用主義では，自らが最初に感じる意味にのっとって行為し，その行為によってまた新たな意味が発生し，次の行為を導くという，意味の個別的・共同的・自己再生的な特性があることになる。

文化人類学主義では，数学の認識論で述べたように，子どもたちが行うさまざまな地域

におけるさまざまな数学の特徴を挙げている（ビショップ，2011)。数学教育においてさまざまな地域とは，算数・数学科の各授業のことであり，それらの 1 つ 1 つが固有の文化である。1 つ 1 つの算数・数学授業の中に入り込み，子どもたちが数学をどのように認識しているかを授業の内側から考察しようとする認識論である。

社会的構成主義では，認識主体である子ども個人と社会を相互関連していると考える。その相互関連の中で，数学的知識を能動的かつ心的に構成していくと考える。この知識構成の枠組みについては，図 1.1 の記号の専有と使用のモデルとして端的に表される。社会的構成主義には幾つかの流派があり，その代表的なものは，Piaget の発生的認識論をその理論的基盤とした流派（Ernest，1991）と， Vygotsky の社会文化理論をその理論的基盤とした流派（Ernest，1998 ; Ernest，2010)，そして状況論を理論的基盤とした流派がある（Ernest，1994 ; 佐々木，1996 ; 松島，2013d)。

多世界パラダイムは，急進的構成主義，相互作用主義，社会文化主義の 3 つの主義を比較検討し，これらの 3 つの主義は理論的には矛盾すると考えるが，その 3 つの主義を重要な要素とする。その上で子どもの複雑多岐で多様な算数・数学学習の実態を最もうまく説明しようとする認識論である（中原，1999)。つまり，1 つの子どもの学習の現象を説明するために，最もうまくその学習の過程を説明できるように 3 つの認識論を組み合わせていく認識論である。この多世界パライムの背景には，量子力学におけるハイゼンベルグの不確定性原理の考え方がある。なお，この多世界パラダイムの包含する認識論に，文化人類学主義も包含すべきだという主張や（中西，1998)，他世界パラダイムと同様に，1 つの認識論に固執せず相補的に複数の認識論的対場に立つべきであるとする主張（Sfard，1998）もある。

ここまでに概観した数学教育の哲学における 8 種の数学教育における数学の認識論から，対話を重視する認識論を特定する。

行動主義は，どのような難しい問題もスモールステップの原理に従って細分化し，繰り返し学習することで問題を解決できるようになるとする認識論である（ハウスン他, 1987)。このスモールステップの過程には，対話も関連する可能性はあるが，対話は行動主義の認識論で重視する主な要素ではない。

構造主義と急進的構成主義は，Piaget の発生的認識論を基にしており，その認識論の中心は同化と調節である。発生的認識論には，他者との議論である対話もその認識論的な要素として組み込まれてはいるがその主要な要素ではない。このことは急進的構成主義も同様で, 対話はその認識論的要素として組み込まれてはいるが（グレーザーズフェルド, 2010)，中心的ではない。

社会文化主義は，認識主体と媒介物，対象物の三項関係で人間の認識を捉え，心理的道具としての言語・記号の媒介を重視した（田島，2003)。そして，子どもの文化的発達は，心理間諸機能から心理内諸機能へ移行する，つまり，社会的学習から個別的学習に移行す

ると主張した（神谷，2010，p.115）。また，単語の意味は単語の語義に優越するとされる（ヴィゴツキー，2001，p.414）。これは，単語の語義が一定であるのに対し，単語の意味は，その文脈によって拡大したり縮小したりというように変化することを示している。つまり，個別的な概念の動的な特性が認められる。従って社会文化主義では，対話が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの理解が深まっていく様子が示される（ワーチ，2004）。しかし，特定の子どもの理解が深まっていく様子は明瞭でも，対話と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

相互作用主義は，個々の子どもの知識の内的な成長よりも，子ども同士，教師と子どもの相互作用に研究の焦点があてられる（小山，2010）。従って，対話が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの数学学習の理解が深まっていく様子が示される（例えば，熊谷，1998）。しかし対話と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

文化人類学主義では，1 つ 1 つの算数・数学授業の中に入り込み，子どもたちが数学をどのように認識しているかを授業の内側から考察しようとする。従って対話が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，具体的な子どもの数学学習の理解が深まっていく様子が示される（例えば，日野，2003）。しかし，対話と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

社会的構成主義では，認識主体である子ども個人と社会を相互関連していると考える。その相互関連の仕組みは図 2.1 のように, 数学の個人的知識とその使用のサイクル図として端的に表される（Ernest，2010）。図 2.1 においては，対話が新たな数学の知識の使用方法の生成と意味の深化に大きな役割を担っている。従って，対話が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっており，対話と数学学習における理解の一般的な関係についても図 2.1 に表されている。

多世界パラダイムは，急進的構成主義，社会文化主義，相互作用主義を状況に応じて相補的に用いようとする認識論である（中原，1999）。従って，対話が数学学習における認識の中心的な要素の 1 つとなっている。しかし，対話と数学学習における理解の一般的な関係については述べられていない。

以上の考察から，8 種の数学教育における認識論のうち，社会文化主義，相互作用主義，文化人類学主義，社会的構成主義，そして多世界パラダイムが対話に関連した数学教育における認識論であるといえる。その中でも，社会的構成主義が，対話と数学学習の理解の深まりの関係について深く言及している認識論であるということができる (松島, 2013c)。

表 2.2　対話と数学学習の視座から見た数学教育における認識論

	対話を重視しない認識論	対話を重視する認識論
数学教育における認識論	行動主義 構造主義 急進的構成主義	社会文化主義 相互作用主義 社会的構成主義 文化人類学主義 多世界パラダイム
対話と数学学習の深まりについて言及した認識論		社会的構成主義

以上の考察を基に，概念の社会的学習の先行性，概念の個別的・共同的特性，自己再生的特性の視点から考察する。なお，多世界パラダイムはその認識論的特性上，考察対象から除外する。また，社会的構成主義は前小節での考察と同様，2 つの特性を併せ持つ。

概念の社会的学習の先行性を有する認識論は，社会文化主義，相互作用主義，社会的構成主義の 3 種である。社会文化主義は，Vygotsky 理論をその根幹としており，心理間諸機能から心理内諸機能への移行が媒介発達理論の 1 つの核である。そのため，概念の社会的学習の先行性を有する。相互作用主義は，子ども個人よりも，子ども同士の相互作用に焦点が当てられているため，学習の大前提として相互作用が存在する。そのため概念の社会的学習の先行性を有する。

概念の個別的・共同的特性，自己再生的特性の両者を有する認識論は，社会文化主義，相互作用主義，社会的構成主義，文化人類学主義である。社会文化主義では，その媒介発達理論の特性から概念は個別的であり，その概念は動的である。しかし，概念が共同的特性を有するかどうか，自己再生的特性を有するかどうかは明らかでない。相互作用主義では，その特性から概念は個別的・共同的特性，自己再生的特性を有する。文化人類学主義は，前小節と同様に，概念の個別的・共同的特性を持っていると言える。しかし，自己再生的特性は見出すことができない。

（３）得られた知見

前節において抽出した，概念の社会的学習の先行性，概念の個別的・共同的特性，2 種類の概念の自己再生的特性の視点を持つ数学の認識論, 数学教育における認識論を表 2.3 にまとめる。

数学の認識論では，社会的構成主義が概念の社会的学習の先行性，概念の個別的・共同的特性，両者の自己再生的特性を持つ。また，準経験主義と文化人類学主義は，概念の個別的・共同的特性を持つことが明らかとなった。

次に数学教育における対話を重視する 5 種の認識論については，社会文化主義，相互作用主義，社会的構成主義が，概念の社会的学習の先行性を有する認識論であることが明ら

かとなった。また相互作用主義と社会的構成主義が，概念の個別的・共同的特性と自己再生的特性を有する認識論であることが明らかとなった。なお，社会文化主義は，概念の個別的・動的特性を持ち，文化人類学主義は，概念の個別的・共同的特性を持つことが明らかとなった。

表 2.3　3 種の視点を持った認識論

	概念の社会的学習の先行性	概念の個別的・共同的特性	概念の自己再生的特性
数学の認識論	社会的構成主義	社会的構成主義 準経験主義 文化人類学主義	社会的構成主義
数学教育における認識論	社会文化主義 相互作用主義 社会的構成主義	(社会文化主義※) 相互作用主義 社会的構成主義 文化人類学主義	(社会文化主義※) 相互作用主義 社会的構成主義

※社会文化主義は，概念の個別的特性と個別的な自己再生的特性のみを持つ。

第 3 節　対話に着目した数学教育における学習理論

第 2 章第 1 節から，数学の認識論においては社会的構成主義が，数学教育における認識論では，相互作用主義と社会的構成主義が，概念の社会的学習の先行性，概念の個別的・共同的特性，2 種類の概念の自己再生的特性を有していることが明らかとなった。

本節では，この相互作用主義と社会的構成主義の 2 種の認識論を基にした数学教育における学習理論を概観し，本論文における学習理論の立場を明確にする。学習理論を考察する視点は，学習理論の記述性と規範性の両者を併せもっているかどうかである。この視点は，第 1 章第 4 節の数学教育における協調学習研究の課題から抽出された視点である。なお，社会文化主義を発展させた学習理論で，概念の共同的特性，2 種類の概念の自己再生的特性を持つ学習理論も模索するものとする。

（1）学習理論としての社会的構成主義

Ernest の社会的構成主義は，数学の認識論としての社会的構成主義であり（Ernest, 1991 ; 1998），数学教育における数学の認識論としての社会的構成主義の役割を主張したもの（Ernest, 1991）である。Ernest の数学の認識論としての社会的構成主義の主張は，1994 年あたりを契機に質的に変容した（松島，2013d）。1994 年以前は，社会的構成主義の主観的知識の構成に，Piaget 派の急進的構成主義の理論をその基礎理論としたが，1994 年以降は，Vygotsky の理論をその基礎理論としている。この変容は，単なる基礎理論の変容ではなく，Ernest 自身の重大な概念的変化とされている（Ernest, 1998, p.xiv）。本論文では，

基礎理論変容後の数学の認識論としての社会的構成主義（Ernest，2010）を基にする。しかし，数学教育における社会的構成主義の役割については，Ernest（1991）で述べられているのみである。したがって，Ernest（1991 ; 2010）の両論考を基に論じる。

Ernest（1991）は，数学教育に携わる集団を 5 種のイデオロギーをもつ社会的集団に分類した [2.6]。これらのイデオロギーは，数学教育や他領域の研究を基に，イギリスの文脈において同定されたものである。そしてこの数学教育のイデオロギーの個々の目的を達成するのに必要な手段を見い出すため，数学教育のイデオロギーの構成要素モデルを提案した。それは認識論，数学の哲学，道徳的価値の集合，子どもの理論，社会の理論，教育目的の要素からなる全体的な認識論的・倫理的立場としての第 1 水準と，数学教育の目的，学校数学の知識の理論，数学の学習の理論，数学の指導の理論，数学の学習の評価の理論，数学教育の資源の理論，数学的能力の理論，数学教育における社会的多様性の理論という数学教育に関して引き出された要素からなる第 2 水準から構成された（Ernest，1991，pp.131-136）。これらの 13 の構成要素を簡略化し，第 1 水準を，数学の見方（認識論，数学の哲学），道徳的価値，社会の理論，子どもの理論の 4 要素，第 2 水準を，能力の理論，数学的目的（数学教育の目的），学習の理論（学校数学の知識の理論，数学の学習の理論），数学指導の理論，資源の理論，数学の評価の理論，社会的多様性の理論の 7 要素としてまとめると表 2.4 となる。

表 2.4　5 種類の教育的イデオロギーとその構成要素

社会的集団	産業的訓練者	技術的実用主義者	古典的人間主義者	進歩的教育者	公教育者
政治的イデオロギー	急進的右派，「新右派」	能力主義，保守主義	保守主義／自由主義	自由主義	民主社会主義者
数学の見方	真理と規約の集合	有用な知識の疑問の余地がない体系	構造化された純粋な知識の体系	過程的な見方：個人化された数学	社会的構成主義
道徳的価値	権威主義的，「ビクトリア朝」の価値，選択，努力，自助，仕事，道徳的弱点，我々は良い，彼らは悪	功利主義的，実用主義，利己主義，「富の創造」，技術的発展	「盲目的な」正義，客観性，規約中心の構造，階層，父性的「古典的」見方	人間中心，世話，共感，人間の価値，養育，母性的，「空想的」見方	社会的正義，自由，平等，友愛，社会意識，参加と市民性
社会の理論	硬直した階層市場	能力主義による階層	エリート主義者，層化された階級	柔軟な階層福祉国家	改革を必要とする不公平な階層
子どもの理論	小学校の伝統：子ども「堕落した天使」や「空の容器」	子ども「空の容器」と「なまくらな道具」，未来の労働者か管理者	小学校の見方を薄めたもの，性格形成，文化が飼いならす	子ども中心，進歩的見方，子ども：「成長する花」や「無邪気な未開人」	社会的条件の見方：「環境によって作られた資質」と「眠れる巨人」
能力の理論	固定され，遺伝された努力によって実現される	遺伝された能力	遺伝された心の鋳型	さまざまであるが，かわいがる必要がある	文化的生産物：固定していない
数学的目的	「基礎に戻れ」：ニューメラシーと従順に社会的訓練	適切な水準と資格への有用な数学（産業中心）	数学的知識の体系の伝達（数学中心）	創造性，数学による自己実現（子ども中心）	数学を通した批判的意識と民主的市民性
学習の理論	勤勉，努力，練習，機械的手順	技能獲得，実際的経験	理解と応用	活動，遊び，探究	質問，意思決定，交渉
数学指導の理論	権威主義者伝達，ドリル，「余分なもの」なし	技能指導者仕事の関連による動機づけ	説明，動機づけ構造に移る	個人的な探究の促進失敗を防ぐ	話し合い，衝突内容や教授法への質問
資源の理論	チョークと話だけ反電卓	ハンズオンとマイクロコンピュータ	動機づけるための視覚教具	探究するための豊かな環境	社会的に適切な真正の
数学の評価の理論	簡単な基本の外部試験	カンニングを避ける外部試験と資格スキル・プロファイリング	階層に基づいた外部試験	教師に導かれた内部評価失敗を避ける	多様な様態，社会的な論点や内容の使用
社会的多様性の理論	学級による分化された学校教育隠れた人種差別主義者，単一文化主義者	将来の職業によってカリキュラムを変える	能力のみによってカリキュラムを変える（数学は中立）	中立な数学をすべての人のために人間化する：地方の文化を使う	社会的・文化的多様性を 1 つの必要性へ調節

（Ernest，1991，pp.138-139 より筆者訳）

表 2.4 では，社会的構成主義は，公教育者のイデオロギーの集団における数学の見方で用いられている。公教育者は，すべての人のための教育を目的とし（Ernest，1991，p.126），表 2.4 の構成要素の総体として表される。公教育者の数学の見方，つまり公教育者の数学の認識論では，数学的知識はその変化を指向し，その起源と正当化は社会的であり，人間生活の現実とは切り離せないものと見なされている（Ernest，1991，p.197）。この数学の認識論から，数学教育における学習理論が構築されている。数学教育における Ernest の社会的構成主義の学習理論は，表 2.4 の公教育者のイデオロギーの 11 種の構成要素そのものである（Wilding-Martin，2009，pp.63-110）。なぜなら，社会的構成主義という数学の認識論を認識論的基盤とし，学習共同体の文化における道徳的価値，社会の状況，学習資源，社会的多様性の理論を学習環境とし，数学を通した市民育成と民主的市民性の育成を目標として，子どもの実態や学習方法とその評価について提案しているからである。そしてその学習の過程モデルとして記号の専有と使用モデルが適合すると考えられる。ここで再度，記号の専有と使用モデルを提示する。

			社会的状況	
		個別的		集合的
	公的	個人的な意味を表現するための，記号の個別的な公的利用	規約化 →	規約化され，社会的に交渉された記号使用（批判的反応と受容を通して）
所有権		公表↑		↓専有
	私的	記号とその使用のための個人的意味の個別的発達	← 変容	個別それぞれの新たな記号発声への，オウム返しと模倣的使用

図 2.2　記号の専有と使用のモデル（Ernest，2010，p.44 より筆者訳，再掲）

記号の専有と使用のモデルには，実際の子どもの学習過程を説明する記述性と目指すべき学習過程を示す規範性の両者が備わっていると考えられる。なぜなら，どのように記号の，つまり，ここでは数学の概念が深まっていくかがサイクリックに示されているからである。子どもの学習の状況を説明するには，子どもたちの対話の記録と記号の専有と使用のモデルを対応させれば説明が可能である。また，数学的概念がうまく深まらなかった場合には，授業者が記号の専有と使用のモデルのサイクルをうまく回す具体的方法を探すことになろう。しかし規範性については，この記号の専有と使用のモデルだけでは実際の授業をデザインするのは難しい。実際の授業をデザインするには，表 2.4 の公教育者のイデオロギーの 11 種の構成要素がその規範となるが，十分ではない。したがって，Ernest（1991；2010）の数学の認識論としての社会的構成主義を，数学教育における学習理論としての社会的構成主義とするためには，公教育者のイデオロギーの 11 種の構成要素と記号の専有と使用のモデルの両者が必要であり，主に前者が理論の規範性を，後者が記述性を有することになるが，その規範性は十分ではないと言える。

（２）「社会数学的規範」の理論

Cobb は，Glasaersfeld のもとで急進的構成主義の理論構築に寄与しており（グレーザーズフェルド，2010），元々は急進的構成主義者であった。しかし，急進的構成主義への社会性の視座の問題点等の指摘から，その克服を試みた。そして，教師と子供が教具を用いて解釈し，働きかけ，共有された（taken as shared）数学という考え方を用い（Cobb, et al., 1993），学習の個別性と社会性の相補性を主張するようになった（Cobb，1994）。このことは，急進的構成主義の学習の個別性に，学習の社会性の理論を付加することで理論的統合を試みたと考えられる。Cobb らはこの統合を，学習の心理学的側面と社会学的側面に区別することで論じ, そのつながりからどのように数学的知識が生まれ発展するのかを図 2.3 のように論じた（Cobb et al., 1993）。この図 2.3 には，学習の社会性と個別性を統合的に論じているところに特徴がある。またディスコースの水準として，数学についてのディスコースと，ディスコースについてのディスコースの水準というメタディスコースの水準が設定されていることは，本研究の視点から見て注目に値しよう。

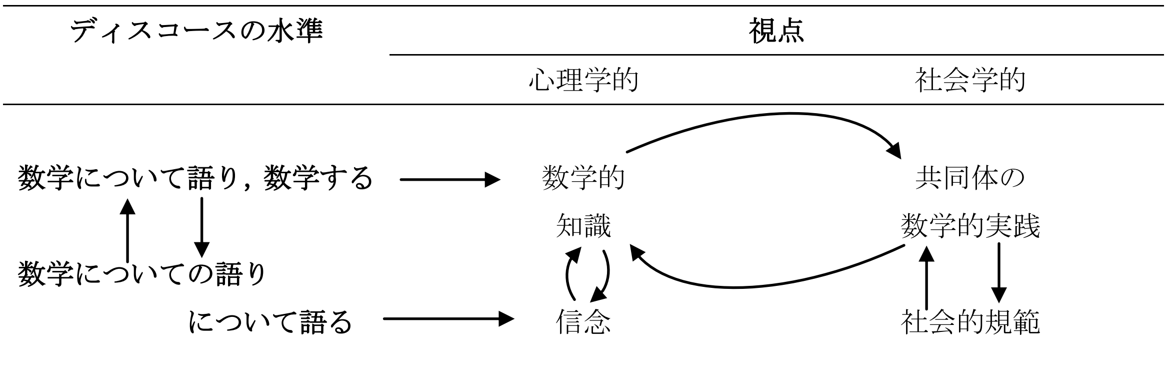


図 2.3　観察者の視点とディスコースの水準の間の部分的関連

（Cobb et al., 1993, p.32, 筆者訳）

そして，Cobb ら（Yackel & Cobb, 1996；Cobb & Yackel, 1998）は，メタディスコースに関する理論をさらに洗練し，社会数学的規範の理論を構築する。社会数学的規範の理論は，伝統的な講義型の数学学習ではなく探究的な数学学習を対象としており，その理論的基盤は, 急進的構成主義, 相互作用主義, エスノメソドロジーである（Yackel & Cobb, 1996, p.459）。社会数学的規範の理論では, 次の 3 つの主要概念が示される（Cobb & Yackel, 1998）。

１）社会的規範（classroom social norms）

学級全体における議論の明快な焦点，つまり，議論を洗練するための規範である。例えば，解き方の説明，解き方の正当化，他者による説明，同意か否かを明確にする，矛盾が明らかになった解釈や解決方法に別の質問をするなどの規範が挙げられる。

２）社会数学的規範（sociomathematical norms）

子どもの数学的活動を特定する学級全体の議論の標準的視点，つまり，算数・数学の教科の特質に応じた活動に関わる議論の際の規範である。例えば，多様な解き方，洗練された解き方，効果的な解き方，分かりやすい説明などの規範が挙げられる。

３）数学的実践（classroom mathematical practices）

学級全体で数学的な考えについて議論している実践である。ここでは，個別の子どもの数学的活動と学級全体の数学的実践の間の再帰的な関連が最も重視される。そして，この実践を通して，個別の子どもの概念と学級全体での概念は，共有はされないが，適合（fit）もしくは，共存（compatible）するとされる。

そして,社会的側面と心理的側面のつながりについて表 2.5 のように示す（Cobb & Yackel, 1998, p.166）。

表 2.5　学級における個別的活動と集約的活動を分析する枠組み

（Cobb & Yackel, 1998, p.166, 筆者訳改変）

心理的視点	社会的視点
自己の役割，他者の役割の信念 数学的活動の一般的本性	社会的規範
明確な数学的信念と数学的価値	社会数学的規範
数学的概念と数学的活動	数学的実践

社会数学的規範の理論からは，学習の社会的側面と個別的側面（心理的側面）を統一的に考察し，それらが再帰的に相互に構成され高まっていくという，相互的な自己再生的特性に目を向けることの重要性が再確認できる。また，ディスコースに関するディスコースであるメタディスコースについての着目は重要であろう。このディスコースの対象に関する階層性への着目は，Bateson,G.の学習の階型論（ベイトソン，2000）に通じるものがある。

社会数学的規範の理論における記述性と規範性について考察する。社会数学的規範の理論には，その理論的前提に相互作用主義，エスノメソドロジーが位置づくことからも明らかであるが，記述性がある。つまり，実際の子どもたちの発話記録やその際の行動等から，子どもの理解について解釈し，記述することが可能である。しかし，規範性については，かなり大まかな規範性しか見いだせない。例えば，「数学について語り，その語りについてまた語る」や「社会的規範以外の社会数学的規範を重視する」等の規範である。しかし，これだけでは，実際の授業デザインの際の規範とはなりえない。そのため，社会数学的規範の理論は，記述性はあるが，規範性については十分ではない理論であると言える。

（３）Commognition 論

Sfard は，1990 年台初頭まで，数学の概念の発達を数学史的，心理学的に考察し，内面化，凝縮化，具象化の連鎖からなる具象化理論を構築した（Sfard，1991；1992)。そこでは，操作的概念と構造的概念に焦点があてられる。しかし 1990 年台後半から，主な考察の視点をコミュニケーションに絞った考察に変容してきた。それが commognition 論である（Sfard, 2008)。

commognition とは communication と cognition を組み合わせた Sfard 自身の造語であり，この commognition を 1 つの分析単位とした人間発達の理論である。具体的には，教室内のディスコースそのものを学習の分析の単位とする。つまり人間の認知を communication という社会的側面から分析し始めようとする理論的枠組みである。commognition 論における思考とは,「(対人関係の）コミュニケーションの 1 つの個別化された形式」(Sfard, 2008, p.91）と定義される。この定義を基にすると，コミュニケーションには大きな特性が生じる。それは，個人の思考と集団のコミュニケーションにおける規則をつなげるという特性である。換言すれば，集団におけるコミュニケーションで承認された規則の個別化された形として個人の思考を存在させるという特性である。そのため学習の順序性として，集団で社会的にコミュニケーションの規則を構築していく活動が，個人の学習よりも先行することになる（Sfard, 2008, p.92)。

話し言葉によるディスコースにおける思考の分析対象は, 共同体における言語使用（word use)，視覚的媒介物（visual mediator)，物語（narrative)，そして規約（routine）である。言語使用は，使用者がその言語に関する世界をどのように見て，それをもとに話すかという，言語の意味と同等のものである。視覚的媒介物は，コミュニケーションの過程で部分的に扱われる視覚的な対象物である。物語は，対象の説明や対象間の関係の説明，対象の過程の説明として形作られた発話の連続である。それは，ディスコースに固有の方法によって支持されたり，拒否されたりするものである（Sfard, 2008, p.133-134)。そして規約は「循環する推理的なパターンを記述するための推理的な規則の集まり」(Sfard, 2008, p.220）である。この規約には，探究（explorations)，行為（deeds)，そして儀式（rituals）の 3 種があり，それぞれ次のように定義される。行為と探究はそれぞれ推論するための物理的実体があり，行為は「(具体化した対象を変容させる）世界の変化」，探究とは「(支持する物語を作ることを）知っていくこと」である（Sfard, 2008, p.259)。儀式とは「社会的に方向づけられる，共同行為での一致した行動である」(Sfard, 2008, p.259)。

これらのディスコースによる分析の最も大きな特徴は，その分析のための単位の 1 つ 1 つが話し言葉や行動，筆記物等の視覚的，聴覚的に観察可能な具体物であるため，分析のための研究操作が可能であるということである。これらの分析単位創出のための理論的基盤は， Vygotsky の社会文化主義と Wittgensteinn の言語ゲーム論であり，単なる行動主義や認知主義とは一線を画している。その違いは表 2.6 のように示される。

表 2.6　人間発達研究における行動主義者，認知主義者，コモグニション主義者

（Sfard，2008，p.281 より筆者訳）

	行動主義者	認知主義者	コモグニション主義者
研究のディスコース	独白的	独白的	対話的
思考と振る舞いの問題の状況	（研究の対象としての思考の排除による）縮小による非二元論論者；かくれた二元論者？	二元論者	非二元論者（思考と振る舞いの間をこれ以上分離させない）
人間の変化の視点	獲得主義者（発達的変化の対象：個別的）	獲得主義者（発達的変化の対象：個別的）	参加主義者（発達的変化の対象：人間の活動）
分析の単位	技能	概念（心理的スキーマ），技能	ディスコース（あるコミュニティによって実践されたものとしての）
データ	（カテゴライズされた）個別的な刺激―反応の組の研究者の解釈；非常に低い分析データ	（カテゴライズされた）個別的行動者による言ったり，したりしたことの研究者の解釈；低い分析データ	個別的行動者を含むディスコースの逐語的解釈；高い分析データ
データ作成における研究者の役割	観察者	観察者	参加者と観察者
データ分析における研究者の視点	外部者	1 人の外部者として自分自身をみなす内部者	断続する内部者と外部者

commognition 論における理論の記述性と規範性について考察する。commognition 論は，表 2.6 の「データ」の行が示すように，学習者の学習内容の変容について非常に高い分析を可能にしている。これは学習者が表出した話し言葉，行動，記述そのものを学習者の認知と見なすことによって可能となる。しかし，子どもの学習をデザインする際には，その規範性への示唆が少ない。commognition 論自体からは，子どもの学習自体に，学習対象に関する言語使用の重要性，視覚的媒介物の重要性，学習対象を形成する物語の構築の重要性，そして物語構築の際の規範の意識化の重要性が示唆されるが，それらをどのようにデザインしていくかという視点が希薄である。そのため commognition 論は，記述性はあるが，規範性については十分ではない理論であると言える。

（４）「社会数学的活動論」の理論

大谷（2002）は，数学の認識論における Lakatos の準経験主義と，心理学における Vygotsky の理論を基に，学級での一斉授業における数学的活動の社会的構成を目指し，社会数学的活動論を構築した。社会数学的活動論は，教室における社会学的側面と個人の心

理学的側面の結びつきを重視した理論である。したがって社会数学的活動論は，社会文化主義をその主要な理論の 1 つとして発展させた学習理論であり，なおかつ，概念の共同的特性，個別的な概念と共同体の概念の自己再生的特性を持つ学習理論であるため，考察の対象とする。

社会数学的活動論では第 1 に，数理哲学における Lakatos の可謬主義的数学観と科学哲学における Lakatos の科学的研究プログラム論との対比から，数学そのものの真理の相対性と社会共同体的特性，数学的活動の社会性と個別性を描き出す。第 2 に，Vygotsky の理論から，学習に「周辺的に参加し，数学的道具の使用に堪能になるとともに，教室共同体の自立した成員になっていく」（大谷，2002，p.23）ことを示す。そして第 3 に，Lakatos の理論と Vygotsky の理論の共通点から，社会数学的活動論を構築する。その共通点は「歴史－発生的アプローチ」，「質的変革と弁証法的発展」，「個人と社会の相互作用」の 3 種である。社会数学的活動論は，2 種の研究対象と 1 つの研究方法から成っている。研究対象は「大局的数学的活動への局所的参加」，「社会的相互作用による数学的意味の発達」である。研究方法は「数学的条件と定義の機能的変化」であり，表 2.7 のように示される。

表 2.7　「社会数学的活動論」の分析方法（大谷，2002，p.35）

社会数学的活動論の側面 ／ 分析の単位	大局的数学的活動への局所的参加	社会的相互作用による数学的意味の発達
数学的条件・定義の機能的変化	数学的知識を発展させる方法として数学的条件や定義を検討することへの子どもの側の責任性（関与）の増大	教師により明確に定義され条件づけられた数学的道具の使用に基づく子どもの側の意味（一般化）の発達

大局的数学的活動とは，歴史的な数学の構成に関する活動のことであり，局所的参加とは，その歴史的な数学の概念を部分的に使用していくことである。つまり，Lakatos の知見から，授業全体は数学史を重視した授業デザインとなるが，その学習の実態は Vygotsky の知見から，数学の概念を使用することに慣れていくことで，学習を深めていくデザインとなる。このことは一見相反する理論を基にしているが，数学理解の弁証法的発展を意図した学習理論である。このような授業デザインの下では，個別的な子どものもつ経験やインフォーマルな知識を基に相互作用をしていくことで，学級という共同体のフォーマルな知識，つまり，数学の意味が発達していくことになる。この意味の発達が，研究対象の後者そのものである。これら 2 種の研究対象を意図した授業デザインによって，学習対象となる数学の概念について子どもがもともと持っているイメージや知識が社会的相互作用を経て，どのように個別的に内化されていくかという，数学的条件と定義の変容そのものが，分析単位となっている。

社会数学的活動論の記述性と規範性について考察する。社会数学的活動論は，子どもの数学的理解の変容について，数学的条件や数学的定義の変容という分析単位を用いて考察を行う。この分析単位は Sfard 同様，観察可能である。そのため，理論的深まりが可能であり，子どもの変容を記述することができる。しかし，実際の授業デザインに関しては，大局的活動の中に局所的参加を組み込んだデザインをすること，社会的相互作用を重視すること，という大まかな示唆しか得られない。そのため社会数学的活動論は，記述性はあるが，規範性については十分でない学習理論であると言える。

（５）数学的コミュニケーション能力育成の理論

金本 (2014) は，それまでの自身の数学的コミュニケーション研究 (例えば，金本，1998) を基に，数学的コミュニケーション能力を次の 4 つの構成要素からなるものとして規定した（金本，2014，pp.54-55）。

１）算数数学の表現が使用できる
２）数学的な考えや考え方についての話し合い活動などの交流ができる
３）数学の記述的な表記としての表現のよさが理解できる
４）数学的な考えや考え方についての話し合い活動への適切な価値意識と態度が形成されている

これらの構成要素は，その第 1 と第 2 のものが実際の授業において観察可能な理解や技能に関する要素であり，第 3 と第 4 の要素が前者のメタレベルに対応する要素である。ここには学習とコミュニケーションに関する階層性（ベイトソン，2000，pp.382-419）への着目がある。つまりメタ学習の重要性である。ここでのメタ学習とは，当初の問題解決活動の過程や解決それ自体を，考察の対象として学習していく学習のことを指している。

数学的コミュニケーション能力育成の理論は，これらの構成要素から成る数学的コミュニケーション能力を育成するために，数学的コミュニケーションの内部的構造と外部的構造，そして両者の統合について構造的に明らかにし，その授業構成の在り方について明らかにした理論である（金本，2014）。この理論は子どもの理解を分析するために，コミュニケーションの前提として存在するコンテクストを重視する。コンテクストには，コミュニケーションの際の言語的な内容以外にも，それまでの学級の文化や学級に暗黙的に存在する規範も含まれている。

数学的コミュニケーションの内部的構造では，先行研究として Sfard（2000）を重視する。Sfard（2000）は，commognition 論へと移行中の論ではあるが，commognition 論の意図をくみ取ることができる論文である。そのため，数学的コミュニケーション能力育成の理論も，その理論的前提を Vygotsky の心理学と Wittgenstein の哲学に依拠していると考えられる。数学的コミュニケーションの内部的構造では，他者との相互作用を通して，

学習者個人の言語的コンテクストが形成され，深化すること，そして，個人の言語的コンテクストが学習集団全体に相互作用を通して提示され，公共化していくことが明らかにされた。

数学的コミュニケーションの外部的構造では，先行研究として Cobb & Yackel（1998）の社会数学的規範の理論を重視する。数学的コミュニケーションの外部的構造では，学習者が所属する学級集団自体もコンテクストを保持していると規定した。そして，そのコンテクストには，数学の内容に関わる言語的コンテクストや，数学の内容そのものの構成に関わる社会的コンテクストの両者が含まれることを明らかにした。

これらの数学的コミュニケーションの内部的構造と外部的構造は図 2.4 のように統合的に捉えられる（金本，2014，p.144)。

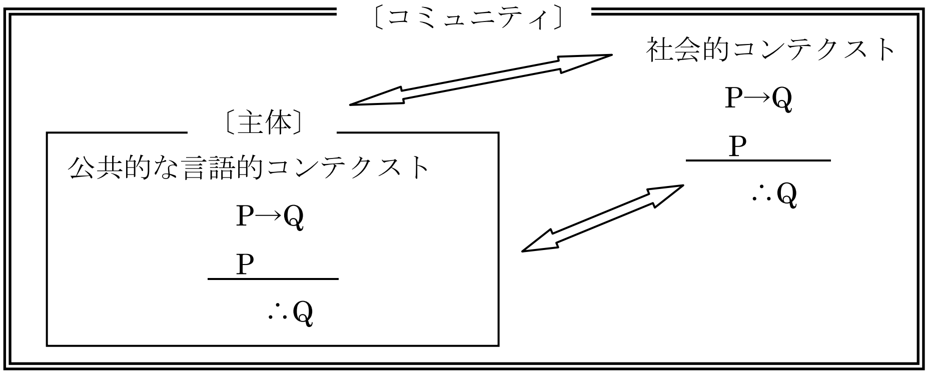


図 2.4　統合的なコミュニケーション構造（金本，2014，p.144）

図 2.4 のように数学的コミュニケーションをとらえることによって，主体としての学習者個別の数学の意味が，社会的相互作用を通して，社会的規範を基準に構成されていくことが明らかとなる。そして，個別的な数学の意味の構成とその発展が，相互作用を通して社会的に共有化され，社会的な規範をも構成していく双方向的な構成性が明らかとなる。このように数学的コミュニケーションを内的，外的，統合的に構造化することによって，数学的コミュニケーションを通した数学学習の様相が，学習者個別の側面からも，学級の側面からも明らかになっている。

また数学的コミュニケーション能力育成の理論は，このような数学学習を基にした数学的コミュニケーション能力の育成を目指した授業の構成原理を明らかにした（金本, 2014, p.166)。

＜個人への働きかけ＞	＜コミュニティへの働きかけ＞
①算数数学の表現の使用	
・活動の経験 ・活動の仕方の理解 ・言語的コンテクストの自己組織の明確化・広がり	・公共化されている算数数学表現の使用 ・活動の仕方の明確化と価値づけ ・公共的なコンテクストの意識化・構成 ・価値意識及び態度形成
・言語的コンテクストの共有そして公共化 ・公共的な言語的コンテクストの意識化 ・活動の仕方の理解の共有そして公共化 ・活動の自覚とコントロール	・公共的なコンテクストの意識化・構成 ・規範などの社会的コンテクストの構成 ・多層的なコンテクスト構造の構成 ・価値意識及び態度形成 ・参加構造の構築
②話し合い活動などの交流活動 共有そして公共化	

図 2.5　数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理（金本, 2014, p.166）

この授業構成原理の背景には，学習の個別性と社会性への意識がある。それが図 2.5 の左右に配置されている「個人への働きかけ」と「コミュニティへの働きかけ」である。この「働きかけ」の主体者は，コンテクストであると考えられる。正確には，人間がどのようにコンテクストを解釈するのかであるが，それを図 2.5 では，コンテクストが人間に働きかけると捉えている。そして学習活動としての「表現の使用」と「交流活動，共有そして共有化」が上下に配置されている。「表現の使用」は個別的になされるものであるが，それが誰に対して使用されるかという対象によって，図 2.5 における左右の配置が決定する。学習者が自身の個別的学習のために表現を使用するのであれば，図 2.5 の左上の領域に位置し，学習者が自身の所属する学級全体に自分の考えを公表する際に表現を使用するのであれば，図 2.5 の右上の領域に位置することになる。また，使用された表現の内容が，学級全体に保持されるのであれば図 2.5 の右下の領域に，個別的に保持されるのであれば左下の領域に位置することになる。図 2.5 の 4 領域には，それぞれの領域で行われる学習者の活動や認知の

＜個人への働きかけ＞	＜コミュニティへの働きかけ＞
①算数数学の表現の使用	
・活動の経験	・公共化されている算数数学表現の使用
・活動の仕方の理解	・活動の仕方の明確化と価値づけ
・言語的コンテクストの自己組織の明確化・広がり	・公共的なコンテクストの意識化・構成 ・価値意識及び態度形成
・言語的コンテクストの共有そして公共化 ・公共的な言語的コンテクストの意識化 ・活動の仕方の理解の共有そして公共化 ・活動の自覚とコントロール	・公共的なコンテクストの意識化・構成 ・規範などの社会的コンテクストの構成 ・多層的なコンテクスト構造の構成 ・価値意識及び態度形成 ・参加構造の構築
②話し合い活動などの交流活動 共有そして公共化	

図 2.5　数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理（金本，2014，p.166）

この授業構成原理の背景には，学習の個別性と社会性への意識がある。それが図 2.5 の左右に配置されている「個人への働きかけ」と「コミュニティへの働きかけ」である。この「働きかけ」の主体者は，コンテクストであると考えられる。正確には，人間がどのようにコンテクストを解釈するのかであるが，それを図 2.5 では，コンテクストが人間に働きかけると捉えている。そして学習活動としての「表現の使用」と「交流活動，共有そして共有化」が上下に配置されている。「表現の使用」は個別的になされるものであるが，それが誰に対して使用されるかという対象によって，図 2.5 における左右の配置が決定する。学習者が自身の個別的学習のために表現を使用するのであれば，図 2.5 の左上の領域に位置し，学習者が自身の所属する学級全体に自分の考えを公表する際に表現を使用するのであれば，図 2.5 の右上の領域に位置することになる。また，使用された表現の内容が，学級全体に保持されるのであれば図 2.5 の右下の領域に，個別的に保持されるのであれば左下の領域に位置することになる。図 2.5 の 4 領域には，それぞれの領域で行われる学習者の活動や認知の

様相が描かれている。

また, 上記の授業構成原理に加え, 授業実践への提言が 4 点付加されている（金本, 2014, p.173）。

１）多様な算数数学の表現を関連付けて用いたり，発展的に用いたりして，思考過程とその結果を表現し交流する授業展開
２）話し合い活動を通じて考えと表現を共有し，さらに共有化すること，また，公共的なものを基にみんなで創っていくことを強調した授業展開
３）算数数学を創っていくことを支え，また，協同的に創っていく活動を進めるコミュニティの構成を意識した授業展開
４）これらを発達的に配置し，ある水準を目標にすえた数学的コミュニケーションの展開と数学的コミュニケーション能力のカリキュラム化

この 4 点の提言と，図 2.5 をあわせたものが，数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理であると考えられる。

数学的コミュニケーション能力育成の理論の記述性と規範性について考察する。数学的コミュニケーション能力育成の理論は，数学的な意味の構成活動，つまり数学的コミュニケーション活動と不可分である数学を理解することに関して，内部的，外部的，その両者の統合的視点から構造的に捉えることによって，学習者の理解の変容をとらえることが可能である。また，図 2.5 と 4 点の提言による構成原理は，数学的コミュニケーション能力を育成する授業，つまり，数学的コミュニケーションによって数学を理解する授業を実際にデザインする際に有効に機能すると考えられる。したがって，数学的コミュニケーション能力育成の理論は，記述性も規範性も備えた理論であるということができる。

（６）協調的問題解決を実現する学習理論

ここまでの数学教育における学習理論の概観から，対話による数学学習の深まりについての記述性と規範性の両者の特性を持った学習理論は，学習理論としての社会的構成主義，数学的コミュニケーション能力育成の理論が挙げられた。本小節では，これらの 2 種の学習理論を批判的に考察し，協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築する（松島，2014c）。

第 1 に学習理論の記述性について考察する。記述性について考察する際には, Sfard (2008) の commognition 論からの知見として，観察可能な子どもの姿を理論的考察の分析単位とすることの重要性を理論構築の視点とする。なぜならば，学習理論としての継続性と広がりを持つためには，誰もが認める前提に立った上での議論が必要であるからである。このことは単なる行動主義への回帰ではない。子どもの行動の結果のみに着目し，子どもの思考内容をブラックボックス化するのではなく，人工物を媒介とした思考の変容について認

知科学的に考察を加えるからである。

学習理論としての社会的構成主義において，数学の理解に関するのは数学の認識論としての社会的構成主義である。それは図 2.1 のサイクル図で端的に描かれる。このサイクル図は，概念の個別性と社会性，そして概念の使用と所有という 4 領域で描かれ，非常に分かりやすいサイクルとなっている。そのため，学習者の数学の理解の様相を記述する記述性が高いと考えられる。なぜならば，実際の学習場面において，個別的・私的領域以外は，観察可能な子どもの活動だからである。そのため子どもの発言，行動，筆記物から数学の理解の状況を観察者が解釈することが可能である。対して，数学的コミュニケーション能力育成の理論では，数学そのものの理解は，個別的な数学の理解が共同体の数学の規約に慣れていく過程としての数学的コミュニケーションを育成する授業構成原理の図 2.5 として示される。この図 2.5 には，観察可能な学習者としての子どもの実際の活動と，観察不可能な子どもの認知の様相が混在して列挙されている。例えば「活動の仕方の理解」という項目は，活動の仕方そのものに関する内容を子どもが話したり書いたりすれば観察可能であるが，そうでなければ観察不能である。「活動の仕方」そのものについての考察は，活動の仕方の理解につながる観察可能な子どもの活動を基にしたものでなければならないと考える。

第 2 に学習理論の規範性について考察する。ここでの規範性とは，協調的問題解決を実現する学習デザインの規範性である。考察の視点として，規範性の抽象度を用いる。一般に，学習デザインの規範そのものと授業の具体との距離が近ければ近いほど，規範の効力は強まり学習デザインがしやすくなるが，規範自身の一般性は低くなる。逆に，規範と授業の具体との距離が遠ければ遠いほど規範の効力は弱まり実際の授業デザインがしにくいが，規範そのものの一般性は高まる。授業デザインの規範には，授業の具体とのほどよい距離感が必要となる。

数学教育における社会的構成主義における表 2.4 の 11 種の構成要素は，授業をデザインする上で非常に重要で根本的な視点を提示している。例えば授業デザインにおいて，授業の根本として社会的正義を重視すること，子ども自身を「環境によって作られた資質」と見ること，数学教育の目的を数学を通した批判的意識と民主的市民性に定めること等は，授業デザインの規範そのものである。しかしこの規範は，実際に授業デザインをする際には抽象度が高すぎ，具体的な授業デザインへの示唆が少ないと考えられる。つまり，授業の具体との距離が遠すぎるのである。学習デザインのための規範性として，規範の距離感が適正でないといえる。対して，数学的コミュニケーション能力育成の理論では，図 2.5 内の項目や，4 点の提言が規範となる。これらの規範は，算数・数学の特定の学習内容に固有なものではなく，算数・数学の学習に一般的に使用できる規範であり，授業デザインに有効な規範となっている。例えば，「公共化されている算数数学表現の使用」という規範では，学習デザインに，学級で公共化された数学的表現を使用する機会を盛り込むというデザインが直接的に導かれる。また，「話し合い活動を通じて考えと表現を共有し，さらに共有化

すること，また，公共的なものを基にみんなで創っていくことを強調した授業展開」という規範からは，単なる話し合い活動だけではなく，その結果を基にさらに話し合い，その過程と結果を共有化すること，そして学級全体で数学を創っていく過程を重視するというデザインが直接的に導かれる。さらに注目すべきは，「多層的なコンテクスト構造の構成」である。これは，学習とコミュニケーションの階型論（ベイトソン，2000，pp.382-419）に関する規範でありメタ学習の重要性を訴えている。この規範からは，学習活動当初の問題解決の過程や結果そのものを対象とした思考を要する学習を学習デザインに組み込むこと，というデザインへの指針が得られる。メタ学習への着目は「数学についての語りについての語り」（Cobb et al., 1993, p.32）や，社会的規範，社会数学的規範（Cobb & Yackel, 1998, p.166），ディスコースにおける規範の生成の重視（Sfard，2008）への着目そのものである。

以上の考察から，学習理論の記述性については，数学の社会的構成主義の個別的，私的領域以外の有効性が明らかとなった。規範性については，数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理と 4 点の提言のような，授業の具体とのほどよい距離感をもつ規範が必要なことが明らかとなった。また，授業デザインの規範性にメタ学習を盛り込むことも重要であることが明らかとなった。これらをもとに協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築する。

新たな学習理論構築の考察に関して，まず理論の枠組みの記述性について考察する。図 2.1 の数学の社会的構成主義のサイクル図においては，左下の個別的・私的な領域が観察可能ではない領域であった。この個別的・私的な領域とは，数学の概念が個人の中でどのように発達するのかという状態を示す領域である。そのため必然的にその様相は観察不可能となる。この個別的な概念の様相を明らかにするには，子どもの観察可能な行動から推論するしかない。それは，子どもの発話や筆記物，仕草，表情等の子どもの行動である。ここで個別的・私的領域の前後の領域，つまり集合的・私的領域，個別的・公的領域に視点を移してみる。集合的・私的領域では，公的に受容された概念を学習者個人が単に発声したり，状況に合わせて模倣的に使用したりする段階である。個別的・公的領域では，学習者のその時点での概念理解に基づいて，概念を公的に利用する段階である。つまり，個別的・私的領域は，新たな概念の使用方法について慣れ始める段階と，新たな概念の使用方法を公表する段階との間に存在する段階である。この段階では学習者にどのような行動が生じるであろうか。それは，新たな概念の使用方法に慣れるための概念の個別的使用であると考えられる。その使用方法は，公的に支持された使用方法とはまだ異なる可能性もあるが，徐々に公的な使用方法に近くなっていく使用方法であろう。この学習者の表れは，観察可能な学習者の行動としては，集合的・私的領域での表れとほとんど差がないと考えられる。差がある場合，その差は公的に支持された概念の使用方法への接近度合であろう。したがって，協調的問題解決を実現する学習理論における学習者の様相を，次の図 2.6 の 3

側面で示す。この 3 側面はすべて観察可能な子どもの表れをその根拠とすることができる。つまり，子どもの学習の状況を説明する記述性を有することになる。本論文では，この 3 側面を「数学学習の言語使用サイクル」として規定する。

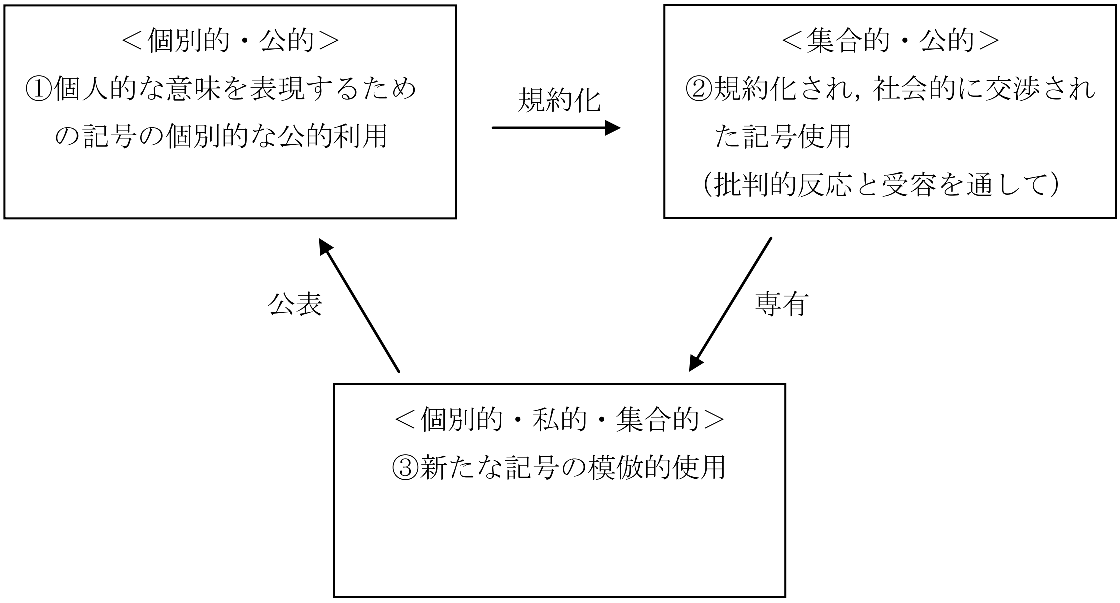


図 2.6　協調的問題解決を実現する「数学学習の言語使用サイクル」

この 3 側面からなる「数学学習の言語使用サイクル」は，①個別的・公的→②集合的・公的→③個別的・私的・集合的→①個別的・公的→…というような順で子どもの表れが見出せたときに，学習対象としての数学の概念の理解が深まっている可能性があることを示唆している。つまり，数学の概念の使用を私的と公的な場面で往還させることで，協調的問題解決が社会的にも個別的にも成され得ると判断するモデルである。この「数学学習の言語使用サイクル」は，任意の子どもの学習が，現在サイクルのどの側面にあるのかを示すことができる。しかし，ここで 1 つ留意点がある。それは右上の集合的・公的領域についてである。この「数学学習の言語使用サイクル」では，任意の学習者の学習の状況を解釈する際に，その学習者の言語使用を基に考察をする。しかし，右上の集合的・公的領域では，任意の学習者が発話や筆記等の言語使用を行わず，他者の言語使用を聴いたり見たりした場合でも，「数学学習の言語使用サイクル」が進行する状況も十分に考えられる。したがって，集合的・公的領域では，任意の学習者自身が言語使用を行った場合と，他者の言語使用を聴いたり見たりしたのみの場合があることに留意する必要がある。

次に，協調的問題解決を実現する学習理論の学習デザインの規範性について考察する。規範性には，学習者としての子どもたちが数学を深く理解していくうえで必要となる学習そのものの規範性と，教師が学校教育における数学学習を構成する際に指針となる教師のための学習デザインの規範性があると考えられる。例えば，前者には社会的規範や社会数

学的規範（Cobb & Yackel, 1998）が，後者には，教師教育における学習指導案立案のためのポイント等があろう。これらのうち，本研究では後者に視点を当てる。それは，後者を実現すれば，つまり，よりよい学習デザインを基にしたよりよい数学的活動があれば，学習内容や学習そのものの規範を子どもたちが学習することができると考えれらるからである。後者の規範の実現は，前者の規範の実現を含む可能性が高いと言える。

教師のための学習デザインの規範性は，学習集団や教師の特性等によって，その適用範囲が変動すると考えられる。そのため，規範性そのものが一般性を持つことは難しい。規範は，学習デザインを実際に行う担当者，つまり授業者が学習内容や子どもの実態，授業者自身の特性に応じて，複数の規範から柔軟に選択していくべきものであると考える。これらの教師の学習デザインの規範の選択や柔軟な実施という学習環境によって協調的問題解決は支えられていると考えられる。したがって，協調的問題解決を実現する学習理論の規範性は，数学を理解する本質となる「数学学習の言語使用サイクル」を円滑に動かすための学習環境そのものとなる。この学習デザインの規範性を「数学学習の言語使用サイクル」を円滑にサイクルさせる動力源として，図 2.6 の中央に配置する。

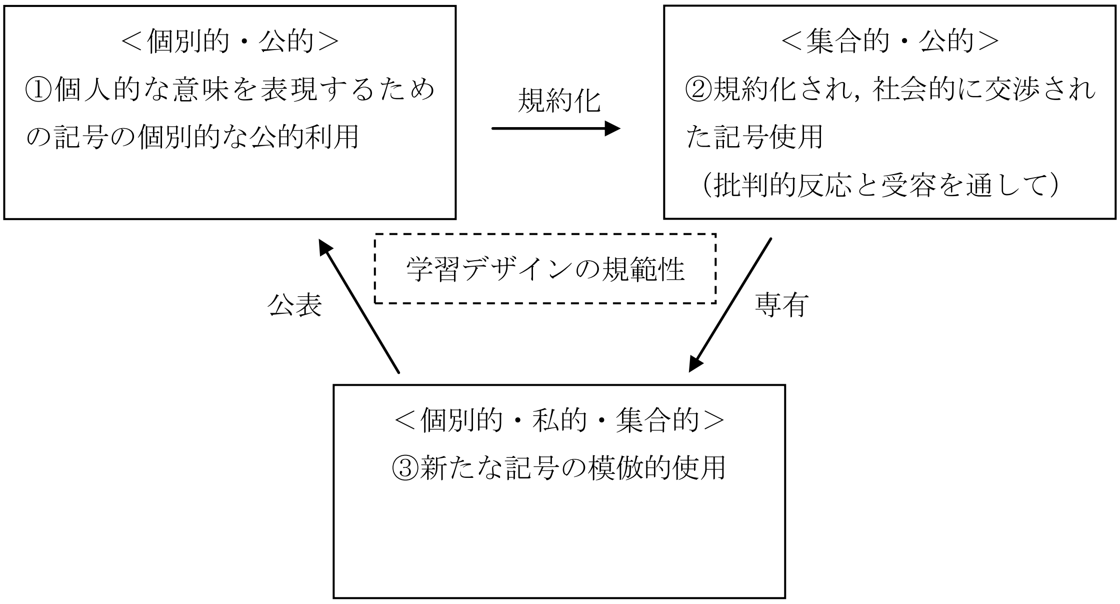


図 2.7　学習デザインの規範性の位置が追記された「数学学習の言語使用サイクル」

また，より深まりのある数学学習のためには，その学習対象を対象とする学習，つまりメタ学習を位置付ける必要があることが明らかとなった。メタ学習によって，学習者の学習対象は多層的となる。「数学学習の言語使用サイクル」は任意の数学の概念の深まりを言語使用のサイクルという視点から分析する枠組みである。学習対象，つまり数学の概念が多層的になるということは，「数学学習の言語使用サイクル」自身も多層的になると考えられる。したがって，「数学学習の言語使用サイクル」自身が多層的となる。この多層性と「数

学学習の言語使用サイクル」を円滑に動かす動力源となっている学習デザインの規範性の関係はどのようになるのであろうか。もともと，より深まりのある数学学習のためにメタ学習の存在が重視されてきたことを本章では論じた。そのため，メタ学習を発生させること自身も学習デザインの規範性に含まれる。そして，メタ学習自身も学習対象はメタではあるが，1 つの学習であることに変わりはなく，「数学学習の言語使用サイクル」にそって学習が深まっていくと考えられる。そのため，学習デザインの規範性には変化はないと考えられる。したがって，多層的な「数学学習の言語使用サイクル」を 3 次元的に貫いた軸として学習デザインの規範性が位置する。デザインという言葉は，ある目的を達成するための計画を立案・適用し，その過程と結果を評価し，よりよい結果を求めて代替案を探索し，再度適用する，という連続性を意味しており（サイモン，1999，pp.133-165），「技術の中核をなす活動」（桜井，2006，p.37）である。本論文での授業デザインの規範の「デザイン」の意味には，指導の計画のみならず，実際の教師の指導とその過程と結果の評価が含まれている。これらの過程のうち，授業デザインの規範には，指導計画立案のための規範，授業実践時の具体的な指導方法の規範，次なる指導での改善案立案のための規範，という 3 種の規範が含まれている。このことを模式的に表したのが図 2.8 となる。

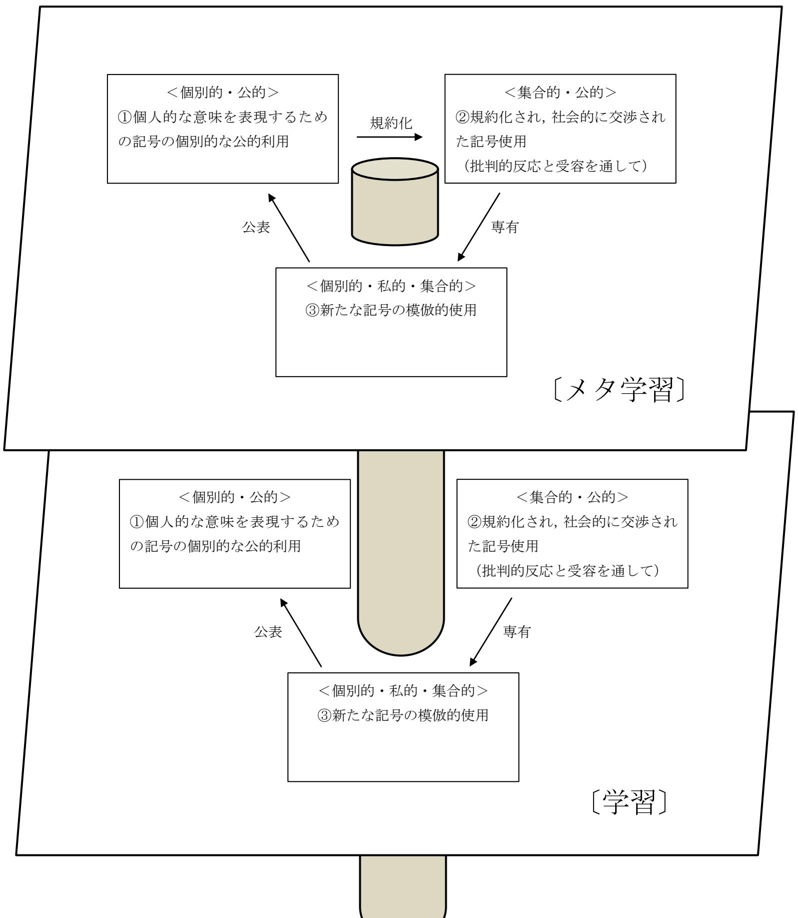


図 2.8　協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組み

図 2.8 における学習の層では，「数学学習の言語使用サイクル」に沿って，主に数学の学習内容が学習対象となる。そして，学習対象が一段階抽象的であるメタ学習の層では，数学の学習内容の過程とその結果を対象とした学習となる。つまりメタ学習では，数学の学習内容がなぜ学級全体から支持されるのか，その根拠や価値についての学習がなされる。換言すれば，社会的規範や社会数学的規範，ディスコースにおける規約の学習である。このメタ学習の層は，学習の実態に応じて複数の層にもなることも考えられるが，構造的には図 2.8 の場合と等しいものであると考えられるので，ここでは図 2.8 の 2 層のみ示す。

また，数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理のように，ある程度具体的な規範を学習環境として示していくことが必要となる。この規範については，数学的コミュニケーション能力を育成する授業構成原理を参考としながらも，本研究における事例研究を基に構築していく必要があると考える [2.7]。そのため，第 4 章でもう一度，協調的問題解決を実現する学習理論について論じ，理論構築を行う。その際，この協調的問題解決を実現する数学教育の学習理論の基本的枠組みは，子どもたちが目指すべき協調的問題解決の姿を示しているかどうかの視点となる。つまり，本学習理論の観察可能な記述性である図 2.6 の「数学学習の言語使用サイクル」で分析することになる。また，「数学学習の言語使用サイクル」図の対象となる概念が，1 層上のメタ学習へと移行しているかも，協調的問題解決を実現しているかの重要な分析の視点となる。

第 4 節　第 2 章のまとめ

本章では，数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築した。第 1 節において，対話と学習そのものの関係について考察した。Vygotsky 心理学からは，社会的学習から個別的学習へという学習の順序性，学習対象である概念の個別的変容性が示された。Wittgenstein の言語哲学からは，社会的学習から個別的学習へという学習の順序性，概念の個別性と共同性，そしてそれらの概念の自己再生的特性が指摘された。学習そのものに対して，これらの学習の順序性，概念の個別性と共同性，概念の自己再生的特性という学習に関する 3 種の特性を認めることは，学習そのものに対話が必要不可欠な要素となる。

第 2 節では，学習の 3 種の特性に適合する数学の認識論，数学教育における認識論について考察した。その結果，3 種の特性すべてを併せ持つ数学の認識論は，社会的構成主義のみであった。数学教育における認識論では，社会的構成主義と相互作用主義であった。

第 3 節では，第 2 節で選定された認識論を基盤とした数学教育の学習理論を理論の規範性と記述性という視点で考察した。その結果，学習理論としての社会的構成主義，数学的コミュニケーション能力育成の理論が挙げられた。これら両者の批判的考察を基に，図 2.8 に示す協調的問題解決を実現する学習理論の枠組みを構築した。この理論は現段階ではまだ枠組みであり，学習の記述性は有しているが，授業デザインのための規範性は有してい

ない。第 4 章での事例研究によってその規範を構築していく。それとともに，この協調的問題解決を実現する学習理論の枠組みは，事例研究での協調的問題解決の目指す姿を規定しており，事例研究の分析の視点ともなっている。

註 2.1

フランスに端を発する「数学教授学」のように，学習理論から規範的特性を排除し，数学学習のメカニズムを記述的に説明することに焦点化している理論（宮川，2011）もある。

註 2.2

「共同体に有するとされる」ある概念について，Cobb ら（1993）は，’taken-as-shared’と示し，個人間の解釈を通して一致や適合を要しない間主観的な存在としている。

註 2.3

共同体の概念と，個別的な概念の自己再生的な動的特性について，金本（2014）は，「相互構成性（reflexivity）」とし，個人における意味と，その意味概念が構成され共有される共同体が，相互に構成される関係であると述べる（金本，2014，p.136）。ここでの意味とは本研究における概念と同義である。また，意味構成における言語的コンテクストと社会的コンテクストの区別は非常に有益である。これは Cobb ら（1998）の社会数学的規範，社会的規範に対応していると考えられる。

註 2.4

概念の個別的な理解の基盤は，共同体の規約や共同体で用いられる言語そのものである。そのため，自分のみの理解，いわゆる私的言語の問題は否定される。したがって，どのような子どもの個別的な理解も，属する共同体が同じであれば，他者が理解することが可能であることが示唆される。

註 2.5

社会文化主義は，sociocultural approach と表記され，社会文化的アプローチと表記される場合が多いが，本論文では表記の統一のため，すべて「主義」という用語で統一した。社会文化主義は，approach を名称に用いたり，心理学に端を発していることからも分かるように，本来学習理論であるが，認識論の領域にも多分に踏み込んでいると考えられる。

註 2.6

イデオロギーとは，社会や社会集団，利益，正当化等の多様な概念を含み，さまざまな定義を有する概念であるが（イーグルトン，1999，pp.20-81），Ernest は，イデオロギーを「全体的で価値豊かな哲学，もしくは，世界観であり，考えと信念が広く連結した信念

体系である」（Ernest，1991，p.111）とした。

註 2.7

三宅・益川（2014，p.199）は，協調学習の生起のために web が提供できるものとして次の 3 点を挙げている。

(1)参加する学習者一人ひとりの考え方の「違い」の可視化

(2)違う考え方を統合して答えを作る「問い」の共有

(3)問いへの答えを作る過程で考えたことの外化履歴とその表示

本研究における規範構築に非常に参考となる知見である。

第 2 章の引用参考文献

・イーグルトン,T.（大橋洋一訳）（1999）『イデオロギーとは何か』，平凡社，pp.20-81.
・ウィトゲンシュタイン, L（2003）『論理哲学論考』，岩波文庫.（原著版は 1918 年）
・ウィトゲンシュタイン, L.（1976）『ウィトゲンシュタイン全集 8　哲学探究』，大修館書店，p.20，p.49.（原著版は 1953 年）
・ヴィゴツキー, L.（2001）『新訳版　思考と言語』，新読書社，pp.51-70，p.357.（原著版は 1934 年）
・小原國芳（1980）『教育の根本問題としての哲学』，玉川大学出版部，p.193.
・大谷実（2002）『学校数学の一斉授業における数学的活動の社会的構成』，風間書房.
・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.
・神谷栄司（2010）『未完のヴィゴツキー理論　甦る心理学のスピノザ』，三学出版，p.122.
・鬼界彰夫（2003）『ウィトゲンシュタインはこう考えた　哲学的思考の全軌跡 1912-1951』，講談社現代新書，p.246.
・熊谷光一（1998）「小学校 5 年生の算数の授業における 正当化に関する研究－社会的相互作用論の立場からー」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，70，　pp.3-38.
・クライン, M.（2011）『数学の文化史』，河出書房新社.（原著版は 1953 年）
・グレーザーズフェルド,E.V.（2010）『ラディカル構成主義』，NTT 出版.（原著版は 1995 年）
・黒崎宏（1997）『言語ゲーム一元論　後期ウィトゲンシュタインの帰結』，勁草書房，p.75.
・小山正孝（1989）「数学教育における構成主義の哲学的及び認 識論的側面について」，日本数学教育学会，『第 22 回数学教育論文発表会論文集』，pp.257-262.
・小山正孝（2010）『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』，聖文新社.
・サイモン，H.A.（1999）『システムの科学　第 3 版』，パーソナルメディア，pp.133-165.（原著版初版は，1978 年）
・桜井宏（2006）『社会教養のための技術リテラシー』，東海大学出版会，p.37.
・佐々木徹郎（1996）「数学教育における社会的構成主義の基礎理論について」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，2，pp.23-30.
・柴田義松（2001）「訳者注解」，ヴィゴツキー，『新訳版　思考と言語』，新読書社，p.435.
・シャピロ, S.（2012）『数学を哲学する』，筑摩書房，pp.341-385.（原著版は 2000 年）
・真野祐輔（2010）『算数・数学学習における概念変容に関する基礎的研究』，広島大学，学位論文（未公刊），p.54.
・スケンプ, R. R.（1992）『新しい学習理論にもとづく算数教育－小学校の数学－』，東洋館出版社，p.59.（原著版は 1989 年）
・ソシュール,F.（1972）『一般言語学講義』，岩波書店.（原著版は 1916 年）
・田島信元（2003）『共同行為としての学習・発達』，金子書房.
・立川健二，山田広昭（1990）『現代言語論　ソシュール　フロイト　ウィトゲンシュタイ

ン』，新曜社，pp.40-47.
・ディーンズ, Z.D.（1977）『構造的思考』，新数社.（原著版は 1965 年）
・デービス, P. J.，ヘルシュ, R.（1986）『数学的経験』，森北出版.（原著版は 1982 年）
・戸田山和久（2002）『知識の哲学』，産業図書，p.i.
・中原忠男（1995）『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社.
・中原忠男（1999）「数学教育における構成主義的授業論の研究（Ⅱ）－「数学学習の多世界パラダイム」の提唱－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，5，pp.1-8.
・中西隆（1998）「「数学教授学における認識論への文化人類学的アプローチ」についての考察」，日本数学教育学会，『第 31 回数学教育論文発表会論文集』，pp.341-346.
・中村和夫（1998）『ヴィゴーツキーの発達論　文化－歴史的理論の形成と展開』，東京大学出版会，p.3.
・日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013）「大学教育の分野別質保障のための教育課程編成上の参照基準数理科学分野」.
・バーカー, S.F.著，赤摂也訳（1968）『数学の哲学』，培風館.（原著版は 1964 年）
・ハウスン, G.，カイテル, C.，キルパトリック, J.（1987）『算数・数学科のカリキュラム開発』，共立出版.
・ビショップ, A. J.（2011）『数学的文化化－算数・数学教育を文化の立場から眺望する－』，教育出版.（原著版は 1988 年）
・日野圭子（2003）「授業における個の認知的変容と数学的表記の役割－「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究 を通して－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，79，pp.2-10.
・ブルーマー, H.（1991）『シンボリック相互作用論 パースペクティヴと方法』，勁草書房.（原著版は 1969 年）
・ベイトソン,G.（2000）『精神の生態学　改訂第 2 版』，新思索社，pp.382-418.（原著版は 1972 年）
・松島充（2013c）「数学教育研究における学習者の外化と議論の重要性－数学の認識論，数学教育における認識論を基に－」，愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻，『教科開発学論集』，1，pp.183-193.
・松島充（2013d）「数学教育における社会的構成主義の基礎理論に関する一考察－Ernest,P.の変容を基に－」，全国数学教育学会，第 38 回研究発表会配布資料.
・松島充（2014c）「協調的問題解決を実現する学習の研究の枠組み-「数学学習の言語使用サイクル」の構築-」，日本数学教育学会，『秋季研究大会発表集録』，47，pp.21-24.
・宮川健（2011）「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格－わが国における「学」としての数学教育研究をめざして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，91，pp.37-68.
・三宅なほみ，益川弘如（2014）「インターネットを活用した協調学習の未来へ向けて」，

平木典子他編『児童心理学の進歩 2014 年版 53 巻』，金子書房，pp.189-213.
・ラカトシュ, I.著，佐々木力訳（1980）『数学的発見の論理 - 証明と論駁 - 』，共立出版.（原著版は 1976 年）
・ラカトシュ, I.（1985）「反証と科学的研究プログラムの方法論」，ラカトシュ, I.，マスグレーヴ, A.，『批判と知識の成長』，木鐸社.（原著版は 1970 年）
・ルザービン, G.I.著，山﨑三郎・柴岡泰光訳（1977）『数学論 - 数学的認識の本性 - 』，岩波書店.（原著版は 1968 年）
・ワーチ, J.V.（2004）『心の声』，福村出版.（原著版は 1991 年）
・ワイルダー, R.L.（1980）『数学の文化人類学』，　海鳴社.（原著版は 1968 年）

・Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T.（1993）Teoretical orientation, *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph*, 6, pp.21-32, 115-122.
・Cobb, P.（1994）Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Reasearcher*, 23(7), pp.13-20.
・Cobb, P. & Yackel, E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. & Waschescio,U.,（Eds.）*The culture of the mathematics classroom*, Cambridge University Press, pp.158-190.
・Ernest, P.（1991）*Philosophy of Mathematics Education*, Routledge Falmer.
・Ernest, P.（1994）Social Constructivism and the Psychology of Mathematics Education, Ernest,P.(ed.) *Constructing Mathematical Knowledge ,* Routledge Falmer Press.
・Ernest, P.（1998）*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press.
・Ernest, P.（2010）Reflections on Theories of Learning, *Theories of Mathematics Education*, Sriraman, B. & English, L.（ed.）, Springer, pp.39-47.
・Sierpinska, A. & Lerman, S.（1996）Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education, Bishop, A.J. et al.(ed.), *International Handbook of Mathematics Education*, pp.827-876.
・Sfard, A.（1991）On the dual nature of mathematical conceptions：reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, 22,pp.1-36.
・Sfard, A.（1992）Operational origins of mathematical obejects and quandary of reification：The case of function, Dubinsky, E. & Harel, G.（ed.）*The concept of function：Aspect of epistemology and pedagogy*, MAA Note, 25, pp.59-84.
・Sfard,A.（1998）On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one, *Educational Researcher*, 27(4), pp.4-13.
・Sfard,A.（2000）Symbolizing mathematical reality into being - Or how mathematical

discourse and mathematical objects create each other, Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K.（Eds.）*Symbolizing and communicating in mathematics classroom*, Routledge, pp.37-98.

・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

・Yackel,E. & Cobb,P.（1996）Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics, *Journal for Reasearch in Mathematics Education*, 27(4), pp.458-477.

・Wilding-Martin,E.C.(2009)*Paul Ernest's social constructivist philosophy of mathematics education*,UMI,pp.63-110.

第 3 章　協調的問題解決を実現する学習方法論

第 2 章において，数学教育における学習理論の先行研究の中からは，学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法論を見出すことができなかった。本章では，学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法論を教育学，心理学，学習科学等の先行研究に求める。そして，数学教育において協調的問題解決を実現する学習方法論を同定することを目的とする。

第 1 節　対話に着目した学習方法論

教育学や心理学，教育心理学の研究分野では，対話に着目した学習方法論は古くから実践されてきた。我が国では，例えば及川平治が戦前に実践と理論化をした「分団式動的教育法」（及川，1972）がある。この学習方法は明治 40 年以後にすでに行われ，大正 4 年から大正 5 年ごろに明石女子師範学校附属小学校や，奈良女子高等師範学校附属小学校という特別の学校でその最盛期を迎え，一般の公立学校で広く実践されたのは戦後になってからとされる（中野，1959)。この学習方法は，小集団（分団）に教室の子どもをグルーピングし，その中での対話と協力に価値を置いていたが，学級内のすべての子どもの対話の保障という観点は見出せない。

バズ学習は，塩田芳久がバズ・セッションの実践を整理し理論化した学習指導論であり，3 つの基本仮定と 3 つの留意点と 1 つの構えが明らかにされている（杉江，1998)。それは人間関係の重視，動機づけの重視，一貫性・統合性の重視という 3 つの基本仮定，参加を企図した授業計画，協同による学習指導過程，成就を確認する評価活動という 3 つの留意点，研究的実践の構えを大切にするというものである。これらの特性から，すべての子どもに対する対話への重視は伺えるが，その保障という観点は見出せない。

日本においても影響を及ぼした集団主義教育は，マカレンコ,A.S.（1960）の実践と考え方に大きく影響された学習指導理論であり（熊谷，1971)，子ども個人の成長よりも，集団としての子どもの成長を目標とすることに特色がある。我が国における実践例としては，例えば，吉本（1983）や大西（1990）が挙げられる。これは個人の教育を軽視しているのではなく，個人の教育を行うための手立てとして集団の教育があり，個人に対して正しい影響力をもつ集団をつくることを教育の目的としているということである（横田，1956)。集団主義教育では，学習集団としての複数の子どもが重視されているが，学級内のすべての子どもの対話の保障という観点は見出せない。

海外の教育学，心理学，教育心理学の研究分野では，cooeprative learning（協同学習）の研究が継続的になされている。cooperative learning は一般的に，課題を協力しながら達成するための仕事とアイデアを共有する小グループでの学習方法（Davidson & Kroll, 1991）とされ，この用語が使われ始めたのは，1970 年台になってから（ジェイコブズ他，2005）である。協同学習は学習理論であり，その具体的方法論として多くの方法が提案されてい

る。ジェイコブズ他（2005）では 37 の方法が，バークレイ他（2009）では 30 の方法が提案されている。これらの技法には重複もあるが，その中でも学級内のすべての子どもの対話の機会が保障されていると考えられる学習方法は，延べ 40 方法が挙げられる（例えば，ジグソー学習法，STAD，Talking Chips など)。

学習科学の研究分野では，これまでの心理学等の多くの知見を基に，人の学びの原則を大切にした学習方法論の研究がなされている。これらの中でも，学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法についての研究として，相互教授法（Palincsar & Brown，1984）とジグソー学習法（Brown，1997；三宅他，2011）が挙げられる。相互教授法は，中学 1 年生の生徒 2 名と教師の 3 人組で，文章読解において用いられた。先生役と生徒役に分かれ，先生役が重要な内容について質問し，生徒役がそれに答え，役割を交代していくという方法である。ジグソー学習法は，学習対象に対して，全員が部分的にしか分かっていない状況をつくり，学習者一人一人に学習への責任を持たせることで，学習の相互依存性を発生させ，学級全体で知識構築をするとともに学習者個人の深い理解を促す方法である。これらの学習方法では，学級内のすべての子どもに対話の機会が保障されている。

我が国と海外における教育学，心理学，教育心理学，そして学習科学の研究分野を概観すると，学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法は，協同学習や学習科学の知見に見いだせる。これらの中でも，ジグソー学習法に本研究では焦点を当てる。それは，次の 2 つの理由に依る。第 1 に，ジグソー学習法が 3，4 人程度のグループ学習と，学級全体での学習を組み合わせた学習形態を基本としており，我が国の伝統的な問題解決学習の流れに比較的組み込みやすい形であるからである。比較的に組み込みやすいということは，本研究の成果を一般に広げる可能性を示唆している。第 2 に，学級全体で知識構築を目指していくという社会的構成主義を理論的背景とするジグソー学習法が（三宅，2012)，本論文で重視する，対話と数学学習に着目した社会的構成主義の理論と一致するからである。

第 2 節　ジグソー学習法の歴史と基本的な学習過程

（1）ジグソー学習法の歴史

ジグソー学習法は，アメリカの社会心理学者である Aronson, E.らの 1978 年の著書『The Jigsaw Classroom』で発表された学習方法である。Aronson らは，ジグソー学習法の開発の目的について，「私たちの希望するところは，ジグソー（学習法を用いた）経験の結果として，彼（学習者）らがある一つの事柄を失うことである。つまりそれは，競争するという傾向性であり，協同がより道理にかなった方略である状況においてでさえ，他の人を打ち負かそうとする傾向である。…（中略）…率直に言って私たちの究極の目的は，子供が実際に知っているよりももっと多くの状況において，協同が適切で，機能的で，刺激的で，そして人間性のあるものであるということを子供に分からせることである」（アロンソン他，

1986；括弧内は筆者追記）と述べている。つまり，Aronson らのジグソー学習法の開発と実践は，アメリカ合衆国における文化を背景とした，教室内での人種融合政策，つまり，教室内での人間関係の改善に焦点を合わせた学習方法であった。

このような経緯をもつジグソー学習法を，学習科学研究の先駆者である Brown,A.L.が，「知的な統合作業の促進方法として」（三宅，2003，p.74）利用を始めることで，ジグソー学習法を用いる目的は知識の構成へと変化した。現在では，学習科学の研究領域において「知識構成型ジグソー法」として盛んに研究されている（三宅ら，2011）。本研究でのジグソー学習法も Brown や三宅らの提唱する知識の構成を目的としたジグソー学習法である。

（２）ジグソー学習法の基本的な学習過程

Aronson の提唱したジグソー学習法も，現在の学習科学で研究されている「知識構成型ジグソー法」も，その本質は学級内のすべての子どもに対話の機会を保障することである。この対話の機会の保障によって，より良い人間関係も知識の構築も可能となる。

ジグソー学習法は原問題を解決することを当初の目的とし，エキスパートグループ，ジグソーグループという 2 種類のグループ活動と，最後に学級全体で話し合うという 3 つの活動から成る学習方法である。

第 1 の活動は，エキスパートグループでの活動である。ここでは，原問題につながる部分的な問題についてエキスパート，即ち専門家になる。この部分的な問題はエキスパート問題と呼ばれる。ジグソー学習法では，複数のエキスパート問題が準備されており，子どもたちは自分でエキスパート問題を選択する。エキスパートグループの活動では，この同じエキスパート問題を担当した子ども同士で集まって学習を行う。エキスパートグループでは，選択したエキスパート問題のエキスパート（専門家）となるために，複数人で問題解決に取り組む。

第 2 の活動は，ジグソーグループでの活動である。ここでは，エキスパートグループで考えたそれぞれが担当したエキスパート問題の小片をジグソーパズルのように組み合わせる。このグループは，それぞれ異なったエキスパート問題を担当した子どもたちから構成される。その際，同じエキスパート問題を選択した子どもがジグソーグループのメンバーにはいないようにする。そのため，すべての子どもが自分の担当したエキスパート問題について説明しなければならない状況が発生する。そして，本時の原問題の解決に向けた視点に沿って個々のエキスパート問題をつなぎ合わせながら対話することで，ジグソーパズルのように新たな統合された考えが見えてくるようになる。

2 つのグループ学習を順に行った後で，最後に学級全体で話し合う。ジグソーグループで対話した各エキスパート問題について確認し，ジグソーグループで新たに見えてきた考えについて学級全体で話し合う。

ジグソー学習法では，原問題を分割する複数のエキスパート問題の設定と，ジグソーグループと学級全体での話し合いで取り組む，各エキスパート問題を統合して原問題を解決

するためのジグソー問題の設定が重要である。なお，この複数のエキスパート問題の設定について，ジグソー学習法の生みの親である Aronson は「ジグソーの学習形式に（社会科以外の）他の教科を適合させるのが一般に困難である…（中略）…教材の性質のために，第一部と第二部をまず読んだり理解したりすることなしに，第三部を理解することは困難であろう」（アロンソン他，1986，p.134，括弧内筆者追記）と述べている。このことは，本研究の学習方法論としてジグソー学習法を採用し，論を進めるにあたって，社会科以外の教科への適用困難性，系統性のある教科教材でのエキスパート問題の構成困難性，という 2 点の課題を示している。

第 3 節　他教科におけるジグソー学習法の先行研究

本節では，数学教育以外の教科教育におけるジグソー学習法に関する国内の先行研究を概観し，その現状と課題について考察する。これは前節の最後に述べた，社会科以外の教科への適用困難性，系統性のある教科教材のエキスパート問題の構成困難性について考察し，本研究への示唆を得るためである。前者について筒井（1999）は，6 年間の研究と実践の成果をまとめ，社会科以外の全教科での実践事例を紹介している。また後者については「どんな教材であれ，協同して学習することは可能である。ただし，アロンソンらの考えたジグソー学習の形をすべての教材に適応させるのは無理かもしれない。特に，系統だったものを分担するといったことは，始めと終わりに系統的な内容の差があるわけで，教え合うといってもうまくいかない可能性がある。ジグソー学習は，並列的な教材内容のときに，より効果を発揮すると考えている」（筒井，1999，pp.23-24.）と述べている。Aronson も筒井も系統性のある教材のエキスパート問題の構成困難性に言及しているが，ジグソー学習法の適用範囲については主張が異なる。そのため，本節では次の 2 点を考察の視点とする。第 1 に，ジグソー学習法の社会科以外への適用性，第 2 に，エキスパート問題の設定状況の考察，である。特に後者の視点につていは，エキスパート問題と原問題の関係性について考察を行う。

なお先行研究の選定には，関連著書や国立情報学研究所の NII 学術情報ナビゲータ CiNII（http://ci.nii.ac.jp/　以下，CiNII とする）を用いて，平成 26 年 7 月 31 日に「ジグソー　教科名」で検索した結果を主な選定根拠とした。これは，正式な形で論文化もしくは書籍化されている先行研究を根拠とするためである。

（1）社会科における先行研究

CiNII で検索した結果，社会科におけるジグソー学習法の先行研究は 10 件であった。

田尻・荒屋（2010）では，地球市民的資質の育成を目的に小学校 6 年社会科「世界の中の日本」の単元でジグソー学習の実践研究を単元内で 2 度行っている。原問題とエキスパート問題を表 3.1 に示す。

表 3.1　小 6「世界の中の日本」の原問題とエキスパート問題

原問題①	日本とつながりの深い国とどう付き合っていけばよいのだろう。
エキスパート問題 ①	A：アメリカ B：ブラジル C：サウジアラビア D：中国
原問題②	地球規模で解決に当たるべき問題にはどんなものがあるだろう。そして，解決するために何ができるだろう。
エキスパート問題 ②	A：地球環境の問題 B：地球温暖化の問題 C：貧困の問題 D：戦争や紛争の問題

2 度の実践研究の結果，日本とかかわりの深い国々に対して親近感を覚える子どもが増えたり，地球規模の問題に対して日本が果たすべき役割への理解が高まり，自分自身ができることから取り組もうとする姿勢が増えたことが明らかとなった。

ここでの 2 度のエキスパート問題は，それぞれ独立・並列した問題として設定されている。ここでの独立・並列とは，個々のエキスパート問題に学習する順序性がないことを示している。2 度のエキスパート問題は，原問題について考察するために 4 種のエキスパート問題の場合に原問題を分割し，最後にジグソーグループで統合的に考える構造となっている。ここでの統合的な考え方とは，「ある事柄が分かってるとき，これを含むより広い範囲にまで，それが言えるようにするために，条件を少し変えてより包括的なものにする。すなわち，新しいものを次々と取り入れてまとめていこうとする考え方」(片桐，2004，p.49)である。また，本実践でのジグソーグループ以後の対話においては，原問題の解決はただ 1 つの結論に収束せずオープンエンドとなる。エキスパート問題で学んだ学習内容と原問題の解決の間に，学習者個人の価値観が入るためである。つまりエキスパート問題は，原問題で学習する概念を分割し，最後に統合的にその概念について考察するための小片としての問題であるが，その統合的な考察には，学習者の価値観が関与する構造となる。

CoREF（2012）では，東アジアの人，物，文化の交流を通して形作られた日本古代国家の様相をとらえることを目的に，中学 1 年の古墳時代の単元での実践を分析している。原問題とエキスパート問題を表 3.2 に示す。

表 3.2　中 1　古墳時代の原問題とエキスパート問題

原問題	「なぜ和歌山大谷古墳からこのような馬に着ける冑が出土したのか」馬冑誕生から，古墳に納められるまでのストーリーを書いてみよう。
エキスパート問題	A：古墳は豪族の墓であり，様々な副葬品が納められるが，馬具は特

	に位の高い人物しか所有できない（大和政権） B：古墳時代に中国や朝鮮から移り住んできた渡来人は金属加工の高い技術を持っていた（渡来人） C：4，5 世紀の日本は朝鮮半島の国々と交渉を持っており，交易を通じて日本にはない大量の鉄がもたらされた（東アジア）

実践研究の結果，授業実践前は 3 つの視点から多面的に馬冑出土の謎について記述できた学習者は 1 人もいなかったが，授業実践後には歴史的事実を探究し事実に基づいた仮説を自分なりに組み立てることによって，学級の 3 分の 2 の生徒が 3 つのエキスパート問題の内容を組み合わせて記述できたことが明らかとなった。

3 種類のエキスパート問題は，それぞれ独立・並列した問題として設定されている。3 種のエキスパート問題は，原問題について考察するために原問題に関する謎を 3 種の立場から分割し，最後にジグソーグループで統合的に考えるための問題となっている。つまり，原問題で学習する概念を分割し，最後に統合的にその概念を考察するための小片としてのエキスパート問題である。

三宅・益川（2014）では，子どもの協調的な知識構築を目的に高校 2 年世界史「宗教改革と当時の国際状況」の単元での実践研究を紹介している。原問題とエキスパート問題を表 3.3 に示す。

表 3.3　高 2「宗教改革と当時の国際状況」の原問題とエキスパート問題

原問題	カール 5 世はなぜルター派を容認したか。
エキスパート問題	A：聖書のみに従い神のみによって救われると説いたルター派と，教皇や教皇の権威としてのカール 5 世の対立（国内問題） B：オスマン帝国のスレイマン 1 世の動向（東側の国際問題） C：フランス王フランソワ 1 世とカール 5 世のイタリア政策をめぐる対立（西側の国際問題）

本実践では，あるジグソーグループの 3 人の発言プロトコルから，自分なりの表現の機会を保障しながら自分なりの理解をつくり出していく様子が見られた。

ここでのエキスパート問題は，原問題について考察するために，3 種のエキスパート問題の場合に分割して原問題について考察をし，最後にジグソーグループで統合的に考えるための問題となっている。つまり，原問題で学習する概念を分割し，最後に統合的にその概念を考察するための小片としてのエキスパート問題である。

（2）国語科における先行研究

CiNII で検索した結果，国語科におけるジグソー学習法の先行研究は 4 件であった。

難波ら（2010）は，登場人物の関係を考えながら読む力を育成することを目的に，小学 4 年の国語科「ごんぎつね」の単元で実践研究を行っている。原問題とエキスパート問題を表 3.4 に示す。

表 3.4　小 4「ごんぎつね」の原問題とエキスパート問題

原問題	ごんと兵十はわかり合えたのだろうか。
エキスパート問題	A：ごんの視点で関係を考える B：作者の視点で関係を考える C：兵十の視点で関係を考える

研究の結果，根拠と理由を区別して考えたり，他者の考えを取り入れて自分の読みを確かにしたり広げたりする子どもの姿が明らかとなった。

エキスパート問題は，同じ物語文を違う立場から読むという，ある程度他のエキスパート問題と関連を持ちながらも独立・並列した問題として設定された。ここでのエキスパート問題は，原問題について考察するために，3 種のエキスパート問題の場合に分割して原問題について考察をし，最後にジグソーグループで統合的に考えるための問題となっている。つまり，原問題で学習する概念を分割し，最後に統合的にその概念について考察するための小片としてのエキスパート問題である。なお，ここでの統合的な考察の際には，子どもの価値観自身も作用するため，原問題についての解答がオープンエンドとなる可能性がある。

渡辺（2011）では，物語文の主題に迫るとことを目的に，中学 1 年の国語科の物語文「少年の日の思い出」の読解で実践研究を行っている。原問題とエキスパート問題を表 3.5 に示す。

表 3.5　中 1「少年の日の思い出」の原問題とエキスパート問題

原問題	「僕」がちょうを粉々に押しつぶしたのはなぜか。
エキスパート問題	A：「客」は，話すのが恥ずかしいと言っておきながら，なぜ話したのか。 B：「僕」と「エーミール」はそれぞれ，「ちょう」・「ちょう集め」というものをどのように捉えていたのだろうか。 C：「僕」は「エーミール」の部屋に入る時からクジャクヤママユを盗むつもりだったのだろうか。 D:「エーミール」はなぜこのような態度をとったのだろうか（なぜ「僕」を軽蔑したのか）。 E：「母」はなぜ，根掘り葉掘りきこうとしなかったのか。

エキスパート問題は，物語文の主題に迫るという原問題を解決するために，最終場面を除いた 5 種類の場面に本文を分け，その 5 種類の場面の確実な読み取りの問題として設定された。その結果，単元途中での教師の介入の効果とも併せて，物語文の主題の読み取りに有効に作用したことが明らかとなった。

これらのエキスパート問題は，物語の一部分であるため連続性があるが，読み取りの視点を明確に示したため，ある程度独立・並列したエキスパート問題として構成されている。5 種のエキスパート問題は，原問題について考察するための問題ではあるが，5 種それぞれのエキスパート問題は原問題について直接考察することを要求していない。ジグソーグループ以降の対話では，5 種のエキスパート問題を合わせて考察することで，原問題の考察を行う構造となっている。つまり，エキスパート問題そのものは，原問題で学習する概念を分割し，最後に統合的にその概念について考察するための小片としてのエキスパート問題である。

三宅ら（2011）では，三大和歌集の特徴を理解することを目的に，高校 1 年の古典で実践研究を行っている。原問題とエキスパート問題を表 3.6 に示す。

表 3.6　高 1 古典　三大和歌集の原問題とエキスパート問題

原問題	三大和歌集の作風の特徴は何か。
エキスパート問題	A :『万葉集』の恋の歌を鑑賞 B :『古今和歌集』の恋の歌を鑑賞 C :『新古今和歌集』の恋の歌を鑑賞

実践の結果，三大和歌集のそれぞれの特徴について，表現技法と印象の視点から答えた生徒の大幅な増加，書誌情報について答えた生徒の大幅な減少，特徴についての考えの質的向上が見られた。

エキスパート問題は，独立・並列した 3 種の和歌集の恋の歌を鑑賞する問題として設定された。ここでの 3 種のエキスパート問題は，原問題について考察するために 3 種の和歌集の場合に関した問題となっている。つまり，3 種それぞれのエキスパート問題は原問題について考察するための間接的な問題である。ジグソーグループでは，原問題の考察を統合的に行う。しかし，これまでの実践例と異なるのは，ジグソーグループ以降での統合的な考察の方法である。単に複数のエキスパート問題を包括的，発展的に捉えなおしていくのではなく，複数のエキスパート問題を同時に考察することで，一段階高い観点からそれらに共通な性質を抽出していこうとする考え方である。これは一般化の考え方である。つまり，エキスパート問題そのものは，原問題で学習する概念を特殊化した間接的な問題であり，最後に一般化してその概念について考察するための小片としてのエキスパート問題である。

（3）理科における先行研究

CiNII で検索した結果，理科におけるジグソー学習法の先行研究は 16 件であった。

山下ら（2003）は，ジグソー学習法を用いるとなぜ学力達成度が向上するのか，なぜ学習態度が良い方向に影響を受けるのかという課題意識をもち，その解決を目的として，中学 1 年の火山の単元で実践研究を行った。単元内で 2 度のジグソー学習法を用い，1 度目は火山について，2 度目は火成岩について行った。原問題とエキスパート問題を表 3.7 に示す。

表 3.7　中 1「火山」と「火成岩」の原問題とエキスパート問題

原問題①	1　火山の形と溶岩の性質との関係は 2　溶岩の性質と噴火の様子との関係は
エキスパート問題 ①	A：富士山 B：伊豆大島 C：有珠山 D：雲仙普賢岳 E：桜島 F：マウナロア
原問題②	1　粘り気の強いのはどの火成岩か 2　どのような鉱物が含まれていると粘り気が強くなるのか 3　同じような鉱物が含まれている火成岩はどれか
エキスパート問題 ②	A：流紋岩 B：安山岩 C：玄武岩 D：花崗岩 E：閃緑岩 F：斑れい岩

実践の結果，ジグソー学習法を取り入れた実験群とそうでない統制群との間に，事後テストでは有意な差は見られなかった。しかし，発話内容の分析から，実験群の方が，自信を持って他者の意見に修正を加えたり理由を追及したりしていたこと，他のメンバーの気づきが生じること，説明するうちに自らの誤りに気づくこと，という子どもの表れが生じることを明らかにした。

2 度のジグソー学習法において，それぞれ 6 種類ずつの独立・並列したエキスパート問題を設定した。エキスパート問題①の 5 種は，原問題について 5 種の場合に分割して直接的に考察し，ジグソーグループ以降では，統合的に原問題について考察する。しかし，これまでの実践例と異なるのは，ジグソーグループ以降での統合的な考察の方法である。高校古典の実践例では，3 種の和歌集という限られた対象すべてに共通する性質について考察し

一般化したが，本実践では 6 種の火山を素材として，一般的な火山の性質について推論する考察である。これは帰納的な考え方である。高校古典の実践例と同様のエキスパート問題の構造であるが，その考察対象の数には違いがある。したがって，エキスパート問題①そのものは，原問題で学習する概念を考察するために特殊化された直接的な問題であり，最後に帰納的な考え方を用いてその概念について考察し一般化していくための小片としてのエキスパート問題である。エキスパート問題②も同様であるが，原問題②−2「どのような鉱物が含まれていると粘り気が強くなるのか」のみは，性質が多少異なる。それは，この原問題②−2 に対しては，6 種のエキスパート問題②そのものは，直接的には考察し得ないからである。つまり，原問題②−1，3 は，原問題で学習する概念を考察するために特殊化された直接的な問題であり，最後にその概念を帰納的に考察し，一般化するための小片としてのエキスパート問題であるが，原問題②−2 は，間接的で帰納的なエキスパート問題であると言える。

出口ら（2011）は，ジグソー学習と Johnson 兄弟らが提唱した協同学習の方法（ジョンソンら，2010）の 2 つの学習方法の長所を取り入れた新たな協同学習の手法の提案と，その実践を目的とした。実践は中学 2 年「化学変化と質量の保存」の単元で行った。原問題とエキスパート問題を表 3.8 に示す。

表 3.8　中 2「化学変化と質量の保存」の原問題とエキスパート問題

原問題	化学変化が起きるときに物質の質量は変化するのだろうか。
エキスパート問題	A：密閉されている状態で銅を加熱する実験 B：密閉されていない状態で銅を加熱する実験 C：密閉されている状態で石灰石と塩酸を反応させる実験 D：密閉されていない状態で石灰石と塩酸を反応させる実験

本実践では，ジグソー学習を行った後に Johnson らの相互協力関係を取り入れた学習活動を新たな協同学習の手法として実践した。実践前後のプレテスト，ポストテストでは，ジグソー学習法を用いた実験群とジグソー学習法を用いなかった統制群の知識・理解に有意な差は見られなかった。しかし，授業終了 1 か月後のポストテストと同様の保持テストにおいて，実験群は統制群よりも長期に渡って知識・理解を保持できていたことが明らかとなった。

エキスパート問題は，A，B と C，D が一対となった対照実験であり，独立・並列した 4 種の実験を行うエキスパート問題として設定された。エキスパート問題の 4 種は，原問題について 4 種の場合に特殊化して直接的に考察し，ジグソーグループ以降では，帰納的に原問題について考察する。この実践例では，ジグソーグループ以降の対話で，A，B の対照実験と C，D の対照実験のそれぞれで演繹的に考察した結果を出し合い，帰納的に考察する構造となっている。したがって，エキスパート問題は，原問題で学習する概念を考察す

るために特殊化された直接的な問題であり，演繹的に考察した後に帰納的にその概念について一般的な考察をするための小片としてのエキスパート問題である。

三崎ら（2005）は，科学的能力を育成する理科学習の実現を目的に，中学 2 年「霧と雲」，中学 3 年「エネルギーの利用」の単元で実践研究を行った。2 つの実践の原問題とエキスパート問題を表 3.9 に示す。

表 3.9　中 2「霧と雲」，中 3「エネルギーの利用」の原問題とエキスパート問題

中 2　原問題	霧はどのようにしてできるのか。
中 2 エキスパート問題	A：海の霧のでき方を調べよう（移流霧） B：川の霧のでき方を調べよう（蒸発霧） C：山の霧のでき方を調べよう（滑昇霧） D：陸地の霧のでき方を調べよう（放射霧）
中 3　原問題	地球に優しい発電方法はどれだろうか。
中 3 エキスパート問題	A：火力発電 B：水力発電 C：風力発電 D：燃料電池

実践研究の結果，エキスパートグループにおいて，科学的に考えながら探究する子どもの姿が確認された。

2 種類のエキスパート問題は，独立・並列した問題として設定された。中 2 のエキスパート問題の 4 種は，原問題について 4 種の場合に特殊化して直接的に考察し，ジグソーグループ以降では，帰納的に原問題について考察する。したがって，中 2 のエキスパート問題は，原問題で学習する概念を考察するために特殊化された直接的な問題であり，最終的に帰納的にその概念について考察するための小片としてのエキスパート問題である。中 3 のエキスパート問題の 4 種は，原問題について考察するための問題ではあるが，原問題について直接考察することを要求していないように見える。しかし原問題を解決するために，4 種の場合の発電等の方法に特殊化しているとも考えられる。ジグソーグループ以後の対話においては，原問題の解決はただ 1 つの結論に収束せずオープンエンドとなる。エキスパート問題で学んだ学習内容と原問題の解決の間に，学習者個人の価値観が入るためである。つまり，エキスパート問題そのものは，原問題で学習する概念を考察するために特殊化された直接的な問題であり，最後に統合的にその概念について一般的に考察するための小片としてのエキスパート問題であるが，その統合的な考察には，学習者の価値観が関与している。

（４）英語科における先行研究

CiNII で検索した結果，英語科におけるジグソー学習法の先行研究は 7 件であった。

山本ら（2004）は，子どものコミュニカティヴな活動の経験と作文力を高めることを目的に，中学 2 年で外国の子どもたちの様子に関する実践研究を行った。原問題とエキスパート問題を表 3.10 に示す。

表 3.10　中 2　外国の子どもたちの様子の原問題とエキスパート問題

原問題	外国の子どもたちは家でどのように過ごしているのだろう。
エキスパート問題	A：韓国 B：ケニア C：スリランカ D：ホンジュラス

実践の結果，英語を苦手とする子どもたちが，英文カードに書かれている内容を必死に読み取ろうとする姿が見られたり，同じテーブルの友達に何度も質問する姿が見られた。

3 種類のエキスパート問題は，独立・並列した問題として設定された。3 種類のエキスパート問題は，原問題を解決するために原問題を分割した問題である。つまり，原問題で学習する概念を分割して考察し，最後にその概念を統合的に考察するためのエキスパート問題である。

前田ら（2004）は，単元導入として英文章全体のあら筋をつかみ，「聞く・話す」力を育成するために，高校 2 年の英語Ⅱで実践研究を行った。その結果，最後まで自分の担当問題について伝えようとする姿勢や，未知語に出会ったときの聞き返しの姿が数多く見られた。また，英文章全体の理解も高まったことが明らかとなった。エキスパート問題は明示されていないが，英文章そのものを 4 種の場面に分割し，どの場面からでも学習可能なように，独立・並列した問題として設定された。この 4 種類のエキスパート問題は，英文章のあら筋をつかむという原問題を解決するために原問題を分割した問題である。つまり，原問題で学習する概念を分割して考察し，最後にその概念を統合的に考察するためのエキスパート問題である。

シェレン・キース, A.（2007）は，よりよい第 2 言語学習の姿を求めて，短期大学において実践研究を行った。原問題とエキスパート問題を表 3.11 に示す。

表 3.11　短大　第 2 言語学習での原問題とエキスパート問題

原問題	美容整形についてどのように感じるか。
エキスパート問題	A：美容整形をした本人によるこれまで持っていた願望 B：高校の同級生による本人が美容整形をした理由とその内容，そして，そのよい影響と悪い影響

	C：美容整形をした本人の母親による意見 D：美容整形執刀医による美容整形のよい点と悪い点

実践の結果，学生が積極的に話したり，学習により集中したり，問題解決への責任感を感じたりする姿が見られるようになった。

4 種類のエキスパート問題は，独立・並列した問題として設定された。原問題に関する 4 種の情報をエキスパート問題として設定している。つまり，原問題で学習する概念を分割して考察し，最後にその概念を統合的に考察するためのエキスパート問題である。なお，ここでの統合的な考察の際には，学習者自身の価値観も作用するため，原問題についての解答がオープンエンドとなる可能性が高い。

（５）他教科の先行研究から得られる知見

本節での先行研究の概観から，ジグソー学習法が各教科で目的とする教科内容，もしくは教科内容の学習を通した能力育成に寄与できることが示されている。このことから，社会科以外でのジグソー学習法の適用も可能であることは明らかであり，数学教育においても実践とその効果の可能性が残されることになる。

エキスパート問題の設定状況については，本節で挙げた 4 教科 12 種の先行研究のすべてのエキスパート問題は，学習する順序性のない，独立・並列したエキスパート問題となっていた。このことは，他教科と比べ，系統性の強い学校数学にとっては，実践が難しい状況にあることを示唆しているといえよう。

次に，エキスパート問題と原問題の関係性を考察してみる。エキスパート問題と原問題の関係性は，12 種の先行研究のすべてが，原問題で学習対象となる概念を分割して考察し，そして最後に，個々の考察を基に原問題での対象となる概念について統合的に考察するという構造となっている。しかし 12 種の中で，分割・統合の仕方に差異がみられる。原問題を分割した複数のエキスパート問題を，包括的・発展的に統合しながら原問題で学習する概念について捉え直していくタイプと，原問題で学習する概念を単なる分割ではなく，特殊化して分割したエキスパート問題とし，それらのエキスパート問題の結果を抽象化したり，帰納的に考えたりして一般化して，原問題で学習する概念について捉え直していくタイプの 2 種である。両者ともに，原問題に関する概念を分割して考察し，その考察を基に原問題で学習する概念について統合的に捉え直していくタイプであるが，その分割・統合の仕方に違いがあるため，前者を分割・統合型，後者を特殊化・一般化型とする。なお，分割・統合型の中には，学習者の価値感が問題解決過程に含まれるため，原問題で学習する概念がオープンエンドとなるものがある。これらを一覧にすると表 3.10 となり，その関係性を図示すると図 3.1，図 3.2 となる。なお，P は原問題，EP はエキスパート問題を示している。

表 3.12　原問題とエキスパート問題の関係性

分割・統合型	社会（小 6※，中 1，高 2） 国語（小 4※，中 1） 英語（中 2，高 2，短大※）
特殊化・一般化型	国語（高 1） 理科（中 1，中 2 化学変化，中 2 霧，中 3※）

※…原問題の解決がオープンエンドとなる可能性の高いもの

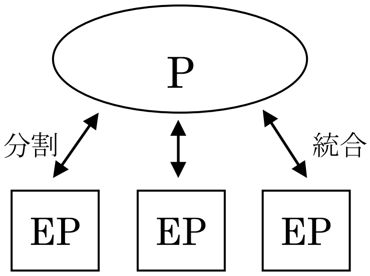


図 3.1　分割・統合型

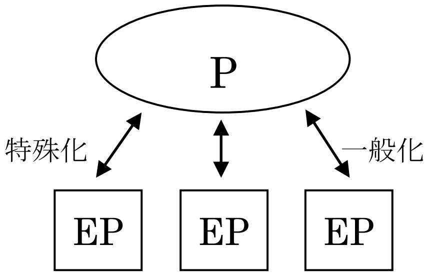


図 3.2　特殊化・一般化型

第 4 節　数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の現状と可能性

本節では，数学教育におけるジグソー学習法の先行研究の現状と今後の可能性について考察する。第 1 に，数学教育における先行研究の現状を概観する。第 2 に，前節で明らかになった他教科での知見や数学教育におけるジグソー学習法における知見を基に，数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の可能性を見出す。

（１）数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の現状

前節同様に，CiNII で「ジグソー　数学（もしくは算数）」と検索すると，筆者の研究以外には 5 件であり，参考にした。また，2012 年に開催された数学教育研究の国際会議 International Congress on Mathematics Education 12（以後，ICME12 とする）において，デンマークの数学教育研究者によるジグソー学習法に関する研究発表（Kjeldsen & Peterson，2012）を参考にした。さらに，東京大学での大学発教育支援コンソーシアム推進機構（以下，CoREF とする）の web サイト（http://coref.u-tokyo.ac.jp/archives/5661）で公開されている算数・数学の実践事例 93 例（2014 年 8 月 1 日現在）も参考にした。本小節では，この 6 件の先行研究の目的，成果と課題，エキスパート問題と原問題の関係性について年代順に考察する。エキスパート問題と原問題の関係性については，前節の表 3.12 の分類に基づいて考察をする。なお，CoREF の 93 の実践事例は参考事例としてまとめて論じる [3.1]。

西川（1993）では，数学教育の学力の 1 つとして「社会的学力」を提言することを目的とし，その育成方法の 1 つとして中 3「三平方の定理」の単元でジグソー学習法を採り上げ

た。原問題とエキスパート問題，そしてそれらの関連を表 3.13 に示す。

表 3.13　中 3「三平方の定理」の原問題とエキスパート問題

原問題	三平方の定理はなぜ成り立つのだろうか。
エキスパート問題	A：直角三角形の 3 辺それぞれを 1 辺とする正方形について調べる B：直角三角形の 3 辺それぞれを 1 辺とする正三角形について調べる C：直角三角形の 3 辺それぞれを直径とする半円について調べる
2 つの問題の関連	特殊化・一般化型

この研究の成果として，すべての子どもの対話の機会を保障するため，子どもの「社会的学力」を育成するのに有効であるとしている。なお，課題については書かれていない。

原問題とエキスパート問題の関連は，特殊化・一般化型であると言える。なぜなら，3 種のエキスパート問題はそれぞれの場合において三平方の定理を演繹的に証明し，そしてこれらの 3 種の証明について対話することを通して，教師が準備したエキスパート問題の 3 種の図形以外でも，相似な図形ならば同様なことを証明できると帰納的に推論していく流れとなっているからである。

守藤（2003）では，誰もが主役になれる授業，誰もが 1 つは問題解決ができる授業の実現を目的として実践研究が行われた。ジグソー学習法の実践は細かく記されてはいないが，中学数学において，一次方程式，連立方程式，円の単元で実践を行ったことが記されている。実践研究の成果として，自分が説明できなければ，グループのメンバーに迷惑がかかるという気持ちから子どもの学習への積極性が挙げられている。課題としては，対話する仲間づくりと年間指導計画における授業時数の確保が挙げられている。

成田（2009）では，協同学習を指導法として高校数学に取り入れ，その際にテクノロジーを使用することの可能性と意義を検討することを目的として実践研究がすすめられた。ジグソー学習法の実践前には，自然数の和，2 乗の和，3 乗の和の公式を確認した。原問題とエキスパート問題，そしてそれらの関連を表 3.14 に示す。

表 3.14　高校「数列」の原問題とエキスパート問題

原問題	数列の和をグラフを用いて探究する
エキスパート問題	A：グラフ電卓の機能を学習する （リスト機能，グラフ機能，ファイル転送機能） B：次の 2 問について問題解決を行う ①自然数の和，2 乗の和，3 乗の和の公式の n と左辺の値の関係及び右辺の値をそれぞれグラフにプロットして結果を比較する ②4 乗の和，5 乗の和について，グラフを活用して式を予測し，代数的に解いた結果と比較する

2 つの問題の関連	分割・統合型（順序性あり）

この実践研究の結果としては，子どもの学習への積極性，多様な視点・考え方への気づき，他者への尊敬等の表れが確認されたとしている。課題は挙げられていない。

原問題とエキスパート問題の関連は，分割・統合型である。エキスパート問題 B を担当した子どもは，エキスパート問題 A を担当した子どもの寄与がなくても，原問題を解決できる可能性がある。つまり，学級内の子どもの対話の機会の保障がなされていない。しかし，グラフ電卓でのグラフ表示を見れば，原問題について統合的に考えることが可能となり，より理解が深まると考えられる。つまり，エキスパート問題 A はエキスパート問題 B にとって補助的問題である。逆に，エキスパート問題 A はエキスパート問題 B がなくては，その必然性を失う。つまり，エキスパート問題 B はエキスパート問題 A の存在的根拠となっている。したがって，これらのエキスパート問題には順序性があると考えられる。エキスパート問題 B が根底となって初めて，エキスパート問題 A が活きてくると考えられる。

三戸（2010）では，説明しようとする意欲，数学的思考力・表現力の育成を目的として，中学 2 年「一次関数」の単元において，単元末の活用の段階で 3 時間のジグソー学習法の実践研究を行った。1 時間目は 2 種類のろうそくの問題，2 時間目は秋田県の人口の統計問題，3 時間目は携帯電話の利用料金である。実践研究の成果として，すべての子どもが対話の機会を保障されるため，説明のために思考を構成し直して表現力を高めている姿や，筋道立てて説明する必要性を感じたり，よりよい説明をしようとしたりする意欲の高まりがみられたとされる。課題は挙げられていない。すべての子どもが，表，式，グラフを 1 時間ずつ用いて発表できるような設定とした。ジグソー学習法の実践の詳細は述べられていないが，この実践研究のエキスパート問題は，1 つの原問題に対して直接的に取り組み，異なったアプローチを用いた解決方法での説明として設定されている。つまり，エキスパート問題を統合的に捉えて原問題を考察する流れとなっている。したがって，原問題とエキスパート問題の関連は，分割・統合型となる。

清宮（2010）では，ジグソー学習法のもたらす効果についての理論的検討と，実践的検討を目的としている。理論的検討では，数学学習におけるジグソー学習法を次の 3 種類のタイプに分類し考察している。タイプ 1 は，異なるエキスパート問題を行い，それをジグソーグループで説明するタイプである。タイプ 2 は，同一の問題に対して異なる解法を用いて解決し，それをジグソーグループで説明するタイプである。タイプ 3 は，異なるエキスパート問題を行い，それを基にジグソーグループで新たな問題に取り組むタイプである。これらの 3 種のタイプには，重要な示唆が含まれている。それは，エキスパートグループで得た知見を基に，ジグソーグループでさらに新たな問題に取り組む場合を設定できることである。しかし，すべての子どもの対話の機会を保障するために必要な「ジグソーグループ内では一人一人が主題に関して固有の情報を持つ」という状況を作り出す視点がこの 3 類型には欠けている。これは，原問題を解決するための対話の欠如ともいえる。清宮（2010）

では，対話の視点を設定したタイプ 3 の教材として，中学 2 年「一次関数」の単元における指導案を提案している。原問題とエキスパート問題，そしてそれらの関連を表 3.15 に示す。

表 3.15　中 2「一次関数」の原問題とエキスパート問題

原問題	携帯電話の通話料金プランはどれが安いだろうか。
エキスパート問題	A：基本料金 5000 円，1 分間で 50 円上昇 B：はじめの 80 分間まで基本料金 5000 円，80 分を超えると 1 分間当たり 200 円上昇 C：はじめの 40 分間まで基本料金 4000 円，40 分を超えて 80 分まで 1 分間当たり 100 円上昇，80 分間を超えると定額 8000 円
2 つの問題の関連	分割・統合型（オープンエンド）

清宮（2010）におけるエキスパート問題と原問題の関連は，分割・総合型となる。エキスパート問題は原問題を分割し，それぞれ原問題の解決に向けて直接的に考察を行っている。これら 3 種のエキスパート問題の解決を土台とし，現在の料金プランと昨年度の月ごとの通話時間を基にした論理的判断をするのが原問題である。しかし，昨年度の月ごとの通話料というデータの何を重視するか，例えば，月ごとの平均なのか，最大値なのか，最頻値なのかという選択は，学習者の価値観に委ねられている。つまり，この原問題の解決はオープン・エンドとなる。このような数学的な根拠に基づく社会的価値観の育成に関する研究は重視され始めており（例えば，島田・馬場，2013；西村，2014），エキスパート問題づくりにとって重要な示唆となる。課題として，理科教育におけるジグソー学習法の知見を数学教育に援用することが挙げられている。

Kjeldsen & Peterson（2012）では，子どものメタ推論的規約の育成を目的に，高校 2 年「関数」の単元で実践研究が行われた。理論的支柱は，Sfard（2008）の Commognition 論であり，関数に関するメタ推論的規約を対象化させようとデザインされた実践である。この実践には，数学史が積極的に用いられており，数学学習における数学史の意義についても論じている。原問題とエキスパート問題，そしてそれらの関連を表 3.16 に示す。

表 3.16　高 2「関数」の原問題とエキスパート問題

原問題	①関数の数学的概念はどのように生じたのか。 ②関数の概念を発達させた隠された原動力は何か。
エキスパート問題	A：関数の歴史的定義 B：振動する弦の議論 [3.2] C：オイラー，ディリクレと彼らの生きた社会 D：関数の現代的概念

2 つの問題の関連	分割・統合型（数学史利用）

研究結果として，数学史を用いるこの方法が，生徒間のメタ規約を正確に指摘し，そのメタ規約を発達させる教授を可能にすることも明らかとなったと述べられている。なお，課題は述べられていない。

Kjeldsen & Peterson（2012）では，ジグソー学習法という名称こそ扱われていないが，実践事例は，ジグソー学習法そのものである。エキスパート問題 A，B は歴史的な関数の概念であり，エキスパート問題 D は現代の関数の概念である。またエキスパート問題 C は，特定の数学者の主張と当時の文化についての情報である。これら 4 種類の情報を統合することによって，関数の概念の深い理解という原問題①へと導く。さらに，4 種類の情報を統合する過程で，関数の概念を発達させる原動力となったフランス革命と教育改革への気づきという原問題②へも導く。つまり，4 種のエキスパート問題は，原問題①，②を分割した形で直接的，統合的に考察される。したがって，原問題とエキスパート問題の関連は，分割・統合型である。エキスパート問題の数学史の利用への着目は，エキスパート問題づくりにとって重要な示唆となる。

CoREF における 93 の実践事例は，小学校算数 39 例，中学校数学 20 例，高校数学 34 例である。原問題とエキスパート問題の関係性のみ考察すると，表 3.12 の分割・統合型，特殊化・一般化型の分類に当てはまらない実践例を 2 種類見出すことができる。第 1 の実践例は，原問題とエキスパート問題の関連は分割・統合型，特殊化・一般化型のどちらかであるが，学習の最終段階に新たな発展的な問題が設定される例である。このようなエキスパートグループでの活動を経て，ジグソーグループでの活動や学級全体での活動で，子どもや教師から現れてくる新たな問題をジグソー問題とする。この発展的なジグソー問題の例は 5 例（小学校 2 例，中学校 1 例，高校 2 例）が確認できる。なおこの実践例には，ジグソーグループでの学習内容を単に適用する問題の場合は含まれていない。新たな発展的なジグソー問題を学習の主な活動としている実践例を対象としている。第 2 の実践例は，原問題とエキスパート問題の関連は分割・統合型，特殊化・一般化型のどちらかであるが，学習の最終段階に原問題を解決する解決方法を対象とした対話の視点が示される例である。つまり，原問題の解決過程や結果が思考対象となるジグソー問題である。5 例（小学校 1 例，中学校 2 例，高等学校 2 例）が確認できる。2 種類の実践の原問題とエキスパート問題，そしてジグソー問題の例を表 3.17 に示す。

表 3.17　2 種類の実践の原問題とエキスパート問題の例

実践例①	小 5「面積のちがい」
原問題①	北公園と南公園の面積のちがいはどうやって求めたらいいかな
エキスパート問題①	A：北公園の形を台形と見て，面積を計算で求める B：南公園の形を台形と見て，面積を計算で求める

ジグソー問題	図を使ってちがいを見つけられないかな
実践例②	小 6「場合を順序よく整理して」
原問題②	バニラ，チョコ，ストロベリー，レモン，ミント，まっ茶の 6 種類のアイスクリームの中から，2 種類を選びます。組み合わせを全部書きましょう。全部で何通りあるでしょうか。
エキスパート問題②	※4 チームのドッジボールの対戦の例で考える。 A：表に整理する B：グラフ化した図で整理する C：樹形図をかき，基準となるチームから順に整理する
ジグソー問題	それぞれの方法の共通点は何か

前者の実践例は，原問題を分割，もしくは特殊化したエキスパート問題の解決を基にして，ジグソー問題に取り組む学習構造である。ここでは学習する概念が，原問題で学習する概念から新たな概念へと発展している。これまでの分割・統合型，特殊化・一般化型では，原問題においてもエキスパート問題においても，ジグソーグループでの活動においても学習する概念は同一であった。この実践例では，学習のスタートとなる原問題と学習の目標とするジグソー問題が異なっている。したがって，この実践例を概念発展型とし，従来の 2 種の型を概念同一型とする。この概念同一型はさらに分割・統合型，特殊化・一般化型の 2 種に分かれることになる。

後者の実践例は，原問題を分割したエキスパート問題の解決での解決過程に焦点を当て，その解決の際に用いた思考方法に視点を当てる学習構造である。つまり，エキスパート問題が内包する概念について学習しながらも，ジグソー問題では学習内容ではなく学習方法に視点を当てていくのである。これまでの概念同一型や概念発展型では，学習内容に視点が当たっていた。そこで，この実践例を概念方法型とする。概念発展型，概念方法型の構造を図 3.3，図 3.4 に示す。なお，概念発展型も概念方法型も，原問題とエキスパート問題の関係は，分割・統合型か特殊化・一般化型のどちらかとなる。また，P’は新たな問題を，M は学習方法を示しておいる。別の視点から考えれば，P，EP，P’，M の図形は学習対象を示しており，それらをつなぐ矢印は思考方法を示しているともいえる。

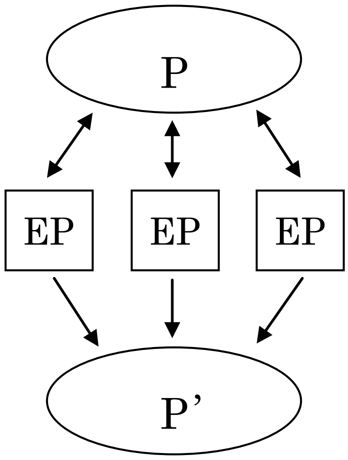


図 3.3　概念発展型

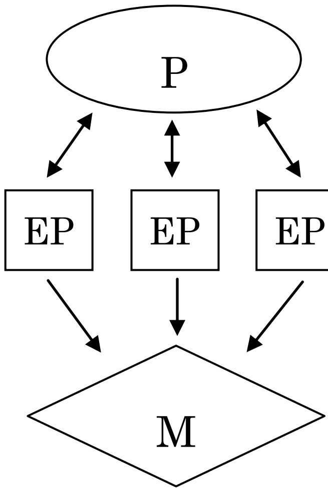


図 3.4　概念方法型

概念同一型は，原問題とジグソー問題が一致しており，概念発展型，概念方法型は原問題とジグソー問題が一致しない問題であるとも言える。

CoREF の 93 の実践例の分析からは，他の示唆も得られた。それは原問題の提示のタイミングについてである。ここまで分析してきた他教科の実践例も数学教育における実践例も，原問題は授業実践の導入時に子どもたちに明示されてきた。しかし，CoREF の実践の中 2「一次関数の利用」では，ジグソーグループでの活動開始時に原問題が提示される例が存在した。また，同じく CoREF の実践の高 3「微分法の方程式への応用」では，原問題が暗黙的に示されてはいるが子どもたちには明示的にはあえて示さないという実践例も見られた。このことは，エキスパート問題の作成に新たな視点をもたらすものであると言える。しかしジグソー学習法の構造としては，原問題とジグソー問題が一致しているかいないか，一致していない場合には，そのジグソー問題が原問題の数学的内容の発展問題を学習対象としているのか，それとも原問題の解法を学習対象としているのかでその構造が決まる。そのため，ジグソー学習法の構造は，大別して 3 種であると考えられる。

以上の数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の現状をまとめると表 3.18 となる。なお，単元名は書籍化・論文化され，ジグソー学習法の実践について詳しく明記されている実践例であり，数字は CoREF の 93 の実践例の内訳である。

表 3.18　数学教育におけるエキスパート問題と原問題の関係性

学習対象 / 思考方法	Ⅰ　概念同一型	Ⅱ　概念発展型	Ⅲ　概念方法型
1　分割・統合型	中 2「一次関数」（三戸） 中 2「一次関数」（清宮） 高校「数列」 高 2「関数」 64	5	2
2　特殊化・一般化型	中 3「三平方」 19	0	3

数学教育におけるジグソー学習法の構造は，学習対象の違いによって 3 種に分類され，さらに思考方法の違いによって 2 種に分類される。Ⅰ－1 概念同一，分割・統合型が最も多い。このことは，ジグソー学習法のオリジナルであるアロンソンら（1986）の事例が，1 つの概念を分割して考察し，それらを統合して最初の 1 つの概念をより深めていくという事例であるためといえるだろう。次に多い事例は，Ⅰ－2 概念同一，特殊化・一般化型である。これは，他教科では理科での実践例が多いことも含めて考えると，自然科学的な思考に沿って発展したジグソー学習法の型であると言えるだろう。他の 4 種の構造の実践例が少ないのは，ジグソー学習法のオリジナル実践例に内包されている，同一の概念について考察し続けるという制約を払拭しにくいからではないかと考えられる。

（2）数学教育におけるジグソー学習法に関する研究の可能性

本小節では第 1 に，ジグソー学習法の構造について，2 つの表 3.12 と表 3.18 を比較考察する。第 2 に，先行研究から得られた示唆について考察する。

第 1 に，ジグソー学習法の構造について考察する。2 つの表 3.12 と表 3.18 の枠組みに着目し，まとめたのが表 3.19 である。

表 3.19　ジグソー学習法の構造

各教科 ジグソー学習法の構造		社会	国語	理科	英語	算数・数学
学習対象	思考方法					
Ⅰ　概念同一型	1　分割・統合型	○	○		○	○
	2　特殊化・一般化型		○	○		○
Ⅱ　概念発展型	1　分割・統合型					○
	2　特殊化・一般化型					
Ⅲ　概念方法型	1　分割・統合型					○
	2　特殊化・一般化型					○

他教科には見られず，数学教育のみに見られるジグソー学習法の構造はⅡ概念発展型とⅢ概念方法型の 2 種である。この 2 種の構造は，数学教育固有のジグソー学習法の構造としてよいであろうか。他教科の先行研究は，論文化・書籍化されているもののみその考察対象とした。そのため，先行研究のレビュー数が多くない。したがってここで，全 6 種の構造をもつ他教科のジグソー学習法の実施可能な実践事例を考察する。考察では，本章第 3 節で用いた先行研究や CoREF の実践事例を基にする。

社会科の実践事例について考察する。例えば，田尻・荒屋（2010）を改変し，日本は先進国とどのように付き合っていけばよいだろう，という原問題を設定し，先進国数か国と日本の現状の付き合い方から類推し，一般的な解答を導き出すという活動は，Ⅰ－2 概念同一，特殊化・一般化型の活動と成り得るだろう。またこの実践の最後に，発展途上国との付き合い方に関する発展的なジグソー問題を設定すれば，Ⅱ－2 概念発展，特殊化・一般化型の活動と成り得るだろう。また，豊臣秀吉の政策について学ぼうという原問題を設定し，太閤検地，身分統制令，刀狩，の 3 種のエキスパート問題を基に，豊臣秀吉はどのような社会を作ろうとしたのかという発展問題に取り組む活動は，Ⅱ－1 概念発展，分割・統合型の活動と成り得るだろう（CoREF の web ページを参照)。概念方法型の 2 種については，考察することが難しい。なぜならば，社会科学習において大切とされる思考方法とは何か，その思考方法は単元や領域固有なのかそれとも一般的思考方法なのか，等の体系的な議論が不明だからである。

国語科の実践事例について考察する。難波ら（2010）の「ごんぎつね」の実践を改変し，ジグソーグループでの学習後，作者は何を訴えたかったのか，という発展的なジグソー問題を設定することで，Ⅱ－1 概念発展，分割・統合型の活動と成り得るだろう。この活動と同様に宮沢賢治の 1 つの作品についてジグソー学習法で学習し，その最後に，他の作品を紹介しながら，作者の共通した主張について類推する活動をジグソー問題として設定することで，Ⅱ－2 概念発展，特殊化・一般化型と成り得るだろう。概念方法型の 2 種については，社会科と同様に考察することが難しい。なぜならば，国語科学習において大切とされ

る思考方法についての議論が不明だからである。

理科の実践事例について考察する。例えば，人工衛星の雲画像，雨雲の位置，アメダスの降水量情報等のエキスパート問題から，明日の天気を予想するという原問題に取り組む活動が，Ⅰ－1 概念同一，分割・統合型として考えられる（CoREF の web ページ参照）。また，少量の水を入れて加熱した空き缶にふたをして冷やすとどうなるか，という原問題を設定し，状態変化，真空，大気圧に関する 3 種のエキスパート問題をもとにジグソーグループで学習した後，お湯を入れたペットボトルを蓋をして冷やすとどうなるかという発展的なジグソー問題に取り組む活動は，Ⅱ－1 概念発展，分割・統合型として考えられる（CoREF の web ページ参照)。さらに，出口ら（2010）の実践を改変し，ジグソーグループ後に，他の金属でも同様に実験をしたらどうなるかという発展的なジグソー問題を設定することで，Ⅱ－2 概念発展，特殊化・一般化型の活動となるだろう。概念方法型の 2 種については，考察することが難しい。なぜならば，理科学習において大切とされる思考方法である科学的思考とは何か，その思考方法は単元や領域固有なのかそれとも普遍的な思考方法なのか，等の体系的な議論が不明だからである。

英語科の実践事例について考察する。三宅ら（2011）の高校古典の実践例を，現代英語版のシェイクスピア 3 作品に変更することで，Ⅰ－2 概念同一，特殊化・一般化型の実践となるだろう。また，このジグソー学習法の終末部分に，作者の主張を問う発展的なジグソー問題を設定することで，Ⅱ－2 概念発展，特殊化・一般化型の活動となるだろう。山本ら（2004）の外国の子どもたちの様子についての実践の終末部分に，日本の子どもとの比較を英語で話してみようという活動をジグソー問題として設定すれば，Ⅱ－1 概念発展，分割・統合型の活動となるだろう。概念方法型の 2 種については，社会科と同様に考察することが難しい。なぜならば，英語科学習において大切とされる思考方法についての議論が不明だからである。

最後に，算数・数学のⅡ－2 概念発展，特殊化・一般化型の活動について考察する。例えば，平行四辺形の求積公式をⅠ－2 概念同一，特殊化・一般化の活動で学習した後，学習終末時に，三角形の求積公式について学習する活動をジグソー問題として設定すれば，Ⅱ－2 概念発展，特殊化・一般化型の活動に成り得るであろう。

したがって，表 3.19 に設定可能な活動を△で追記すると表 3.20 となる。

表 3.20　ジグソー学習法の構造

各教科 ジグソー学習法の構造		社会	国語	理科	英語	算数・数学
学習対象	思考方法					
Ⅰ　概念同一型	1　分割・統合型	○	○	△	○	○
	2　特殊化・一般化型	△	○	○	△	○
Ⅱ　概念発展型	1　分割・統合型	△	△	△	△	○
	2　特殊化・一般化型	△	△	△	△	△
Ⅲ　概念方法型	1　分割・統合型					○
	2　特殊化・一般化型					○

ここで着目したいのは，Ⅲ概念方法型についてである。これは原問題に内包された概念を学習した後，その解決方法に着目したジグソー問題を設定して学習を進める構造である。この構造は，我が国の数学教育が固有にかつ伝統的に大切にしてきた数学的な考え方の育成の重視と軌を一にする。数学教育学には，数学教育固有の思考方法に関する体系的な理論がある（例えば，中島，1981 ; 片桐，2004）。そのため，Ⅲ概念方法型の構造を持ったジグソー学習法を年間指導計画に意図的に位置付けることができる。Ⅲ概念方法型の構造を持ったジグソー学習法の発展の可能性が見込まれる。

第 2 に，先行研究から得られた示唆について検討する。先行研究からは，原問題の解決方法に学習者の価値観を含めていくジグソー学習法の重要性，数学史を活用したジグソー学習法の有効性が示唆された。このタイプの実践事例を積み重ねることは，数学教育においても価値観を育成できることを主張できることになり新たな研究領域となろう。また，数学史をエキスパート問題の作成に活用するのは，新たな視点であり，今後の実践研究への 1 つの可能性を拓くであろう。なお，数学の社会的構成主義の理論的基盤の一部となっている準経験主義の数学史の重視という主張（Ernest, 1991, p.35）にも，このことは合致している。また，先行研究からは，質的に異なる新たな示唆も得ることができた。それは，学習者への原問題の提示時期についてである。提示時期は，ジグソーグループでの活動時であり，この場合の原問題の内容は，エキスパート問題についての問題，つまりエキスパート問題に関するメタ問題となる。このようなメタ問題は，個々のエキスパート問題で解決した結果を基に，学習者個人の価値観と重ね合わせながら思考する学習活動に適しているであろう。前述したように，数学教育では数学的な考え方の育成が伝統的に重視されてきた。これは数学をつくる方法への着目である。したがって，各エキスパート問題を解決する過程に着目し，その解決方法を原問題そのものとする学習活動が考えられる。これは原問題そのものを数学的な考え方に焦点化したⅠ概念同一型のジグソー学習法である。Ⅲ概念方法型との違いは，原問題とジグソー問題が一致するかどうかの違いである。この違いは，学習者である子どもたちの学習への見通しの違いとなって表れるであろう。数学的

な考え方をより効果的に育成するにはどちらの型のジグソー学習法がよいのか，それは単元の違いや子どもの実態の違いによって左右されるものなのか等，今後の課題であろう。

最後に，先行研究での数学教育におけるジグソー学習法の実践に関する課題を挙げておく。「対話する仲間づくりと年間指導計画における授業時数の確保」，「理科教育におけるジグソー学習法の知見を数学教育に援用すること」が挙げられている。特に，学級内に知識構築環境をつくること，ジグソー学習法の年間指導計画における位置づけは大きな課題である。

第 5 節　第 3 章のまとめ

我が国と海外における教育学，心理学，教育心理学，そして学習科学の研究分野を概観すると，学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する学習方法は，協同学習や学習科学の知見に見いだせる。これらの中でも，ジグソー学習法に本研究では焦点を当てる。それは，ジグソー学習法が 3，4 人程度のグループ学習と，学級全体での学習を組み合わせた学習形態を基本としており，我が国の伝統的な問題解決学習の流れに比較的組み込みやすい形であること，学級全体で知識構築を目指していくという社会的構成主義を理論的背景とするジグソー学習法が（三宅，2012），本論文で重視する，対話と数学学習に着目した社会的構成主義の理論と一致すること，という 2 点の理由からである。

ジグソー学習法は，もともとは社会心理学研究の中から生まれた人間関係の改善を主な目的とした学習方法であったが，現在では円滑な知識構築を実現する協調学習の 1 つの技法として考えられている。その学習過程は，エキスパートグループでの学習，ジグソーグループでの学習，そして学級全体での話し合いという流れを踏む。

他教科におけるジグソー学習法の先行研究からは，社会科以外での実践も可能であり，系統性の強い数学教育においても実践の可能性が見出されている。ジグソー学習法の構造は，まず学習対象の違いによって「Ⅰ　概念同一型」，「Ⅱ　概念発展型」，「Ⅲ　概念方法型」の 3 種に分類される。さらに思考方法の違いによって，「1　分割・統合型」，「2　特殊化・一般化型」の 2 種に分類され，計 6 種類の構造をもつ。それらの中でも，「Ⅲ-1　概念方法，分割・統合型」，「Ⅲ-2　概念方法，特殊化・一般化型」の 2 種が数学教育固有の実践例であった。また，原問題の解決に価値観を含めること，エキスパート問題の構成に数学史を利用すること，原問題の提示時期を遅くし，その内容を数学的な考え方にすることの重要性が明らかとなった。数学教育におけるジグソー学習法の実践に関する現状の課題としては，学級内に知識構築環境をつくること，ジグソー学習法の年間指導計画における位置づけを明らかにすることが挙げられた。

註 3.1

CoREF の 93 の実践事例の分析は，巻末資料として示す。

註 3.2

振動する弦の議論とは，19 世紀初頭の関数の定義に関する議論である。1807 年と 1811 年にフランスの数学者 Fourier が提出した論文が契機となっている。この論文で Fourier は，無限余弦級数を関数の事例として挙げた（カッツ, V.，2005，p.817）。

第 3 章の引用参考文献

・アロンソン,E.，ブラニイ,N.，ステファン,C.，サイキス,J.，スナップ,M.（1986）『ジグソー学級　生徒と教師の心を開く協同学習法の教え方と学び方』，原書房.（原著版は 1978 年）
・及川平治（1972）『分団式動的教育法』，明治図書.
・大西忠治（1990）『集団教育入門』，国土社.
・片桐重男（2004）『新版数学的な考え方とその指導　第 1 巻　数学的な考え方の具体化と指導』，明治図書，p.49.
・カッツ, V.（2005）『カッツ　数学の歴史』，共立出版.（原著版は 1998 年）
・熊谷忠泰（1971）「マカレンコ教育学の構造―「指導論」における集団主義教育の意義について―」，長崎大学,『長崎大学教育学部教育科学研究報告』，18，pp.25-45.
・ジェイコブズ,G.，パワー,M.，イン,L.W.（2005）『先生のためのアイディアブック－協同学習の基本原則とテクニック－』，日本協同教育学会，ナカニシヤ出版.（原著版は 2002 年）
・シェレン・キース,A.（2007）「共同学習うぃ用いた英語教育の可能性：ジグソー方式を中心に」，山脇学園短期大学,『山脇学園短期大学紀要』，45，pp.46-50.
・島田功，馬場卓也（2013）「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)－社会的価値観とそれが表出する問題について－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，19(1)，pp.81-88.
・ジョンソン,D.W.，ジョンション,R.T.，ホルベック,E.J.（2010）『改訂新版　学習の輪　学び合いの協同学習入門』，二瓶社.（原著版は 1984 年）
・杉江修治（1998）「バズ学習の意義と展開」，中京大学,『中京大学教養論叢』，39(1)，pp.61-90.
・清宮悠磨（2010）「中学校数学科におけるジグソー法の一考察－式，表，グラフの活用法をテーマとした指導法－」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，43(2)，pp.513-518.
・田尻信壹，荒屋誠（2010）「地球市民的資質を育てる国際理解教育についての考察－小学校 6 年生社会科「世界の中の日本」を事例として－」，富山大学,『富山大学人間発達科学研究実践総合センター紀要』，4，pp.91-105.
・筒井昌博（1999）『ジグソー学習入門－驚異の効果を授業に入れる 24 例－』，明治図書.
・出口明子，吉田茂興（2011）「中学校理科でのグループ学習の実践－ジグソー学習とジョンソンらの協同学習を取り入れた新協同学習－」，宇都宮大学,『宇都宮大学教育学部紀要』，61(2)，pp.21-28.
・東京大学　大学発教育支援コンソーシアム推進機構（2012）『自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト平成 25 年度報告書　協調が生む学びの多様性　第 2 集－新しいゴールへ向けて－』，pp.147-150.
・中島健三（1981）『算数・数学教育と数学的な考え方　その進展のための考察』，金子書

房.
・中野佐三（1959）「分団学習」，日本教育心理学会，『教育心理学研究』，7(3)，pp.46-54.
・成田宏昭（2009）「数学的活動におけるテクノロジーを活用した協同学習の研究」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，42，pp.163-168.
・難波博孝, 尾道市立因北小学校（2010）『ジグソー学習を取り入れた文学を読む力の育成』，明治図書.
・西川芳夫（1993）「数学教育における社会的学力」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，26，pp.401-406.
・西村圭一（2014）「数理科学的意思決定力をはぐくむ数学教育の展望」，日本数学教育学会，『春季研究大会論文集』，2.
・バークレイ,E.，クロス,P.，メジャー,C.（2009）『協同学習の技法　大学教育の手引き』，ナカニシヤ出版.（原著版は 2005 年）
・前田由美子，菅正隆（2004）「ゆかいな仲間たちの「授業見学」　日々是進化－ジグソーリーディングを用いて－」，『英語教育』，52(13)，大修館書店，pp.42-44.
・マカレンコ，A.S.（1960）『集団主義と教育学』，明治図書.
ついて—」，長崎大学，『長崎大学教育学部教育科学研究報告』，18，pp.25-45.
・三崎隆，秋里泰紀，高橋弾（2005）「ジグソー学習を取り入れて科学的能力を育てる理科学習に関する実践研究－釧路中学校理科教育研究会における授業実践を事例に－」，日本理科教育学会，『理科の教育』，54(9)，pp.641-644.
・三戸学（2010）「思考力，表現力を高める指導方法の工夫－ジグソー学習の手法を取り入れて－」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，総会特集号 92，p.289.
・三宅なほみ・白水始（2003）『学習科学とテクノロジ』，放送大学教育振興会，p74.
・三宅なほみ，齋藤萌木，飯窪真也，利根川太郎（2011）「学習者中心型授業へのアプローチ－知識構成型ジグソー法を軸に－」，東京大学，『東京大学大学院教育学研究科紀要』，51，pp.441-458.
・三宅なほみ（2012）「協調的な学習」，三宅芳雄編『教育心理学特論』，放送大学教育振興会，pp.187-204.
・三宅なほみ，益川弘如（2014）「インターネットを活用した協調学習の未来へ向けて」，平木典子他編『児童心理学の進歩 2014 年版 53 巻』，金子書房，pp.189-213.
・守藤敏郎（2003）「一人一人が主役になる授業を目指して－ジグソー学習の実践より」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，総会特集号 85，p.300.
・山下修一，川野治一（2003）「エキスパートの経験がその後のコミュニケーションに及ぼす影響」，日本科学教育学会，『科学教育研究』，27(2)，pp.101-110.
・山本有紀子，中嶋洋一（2004）「ゆかいな仲間たちの「授業見学」「ジグソー学習」が生徒を変える」，『英語教育』，53(10)，大修館書店，pp.40-42.
・横田三郎（1956）「集団主義教育の若干の問題」，大阪市立大学，『人文研究』，7(2)，

pp.129-149.
・吉本均（1983）『中学校学級集団による授業の改造』, 明治図書.
・渡辺博之（2011）「協同的学習によって読み深めを図る一方策－ジグソー学習を活用して「少年の日の思い出」を読む学習指導－」, 広島大学, 論叢国語教育学, 復刊 2, pp.23-37.

・Brown, A.L.(1997)Transforming schools into communities of thinking and learning about serious matters, *American Psychologist*, 52(4), pp.399-413.
・Davidson, N. & Kroll, D.L.（1991）An overview of research on cooperative learning related to mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), pp.362-365.
・Ernest, P.（1991）*The Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press, p.35.
・Kjeldsen, T.M. & Peterson, P.H.（2012）History and the learning of mathematics：Detecting student's meta-discursive rules, 12th International Congress on Mathematical Education, *Pre-proceedings*, pp.4053-4062.
・Palincsar, A.S. & Brown, A.L.（1984）Reciprocal teaching of comprehension － fostering and comprehension － monitoring activities, *Cognition and Instruction*, 1(2), pp.117-175.
・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

第 4 章　協調的問題解決を実現する学習デザインの規範

本章では事例研究を基に，数学教育における協調的問題解決を実現する学習のための学習デザインの規範を抽出する。規範抽出の方法論として，第 2 章で構築した数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の枠組みを用いる。また事例研究をもとに，必要があれば，協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを修正していく。

第 1 節　規範抽出のための枠組み

（1）量的研究と質的研究

一般に，研究方法は量的研究と質的研究に大別される。量的研究は「教育現象のある側面を「変数」としてとらえて数量的データを収集し，統計的分析をすることによって該当の教育現象を理解しようとする」（関口，2013，p.4）研究方法であり，理論仮説の検証が可能である。質的研究は「教育現象を生成・維持・変容させているプロセスの中身（質的側面）を組織的に探究しようとする」（関口，2013，p.5）研究方法であり，「あらかじめ用意された仮説の検証だけにとらわれず，新たな仮説や理論の生成」（関口，2013，p.6）が可能である。そのため，協調的問題解決を実現する学習理論の構築を目指す本研究では，事例研究の分析に質的研究手法を用いる。

量的研究と質的研究では，その研究成果に対する評価基準が異なる。量的基準の研究成果の評価基準に対応させ，次のように整理されている（久保田，2000)。

表 4.1　研究方法の評価の基準（久保田，2000，p.86 を改変）

量的研究	質的研究
内的妥当性	信用性
一般性	転用可能性
信頼性	信憑性
客観性	確認可能性

量的研究の内的妥当性とは研究内における論理の一貫性であり，質的研究においては，研究の信用性がこれに該当する。量的研究の一般性とは研究結果がどこまで適用可能かを示す基準であり，質的研究では研究結果を部分的に改変し，どこまで転用できるかという転用可能性となる。量的研究の信頼性とは，量的研究の「安定性，一貫性，予測性，正確さのこと」（久保田，2000，p.83）であり，質的研究では，時間が経過しても研究結果が揺らがないという信憑性となる。量的研究の客観性とは個人的な先入観のないことを示し，

質的研究ではその研究の根拠となるデータの入手方法や，データ解釈の方法等の過程が公開されることが確認可能性となる。

本節での分析は，一般性を持つものではない。むしろ具体的な事例を，設定された枠組み内において論理的に解釈し，その結果と過程を公開することで他の状況にも適用可能な「ローカルな説明」（関口，2013，p.222）にすることを目指している。

（２）学習デザインの規範と学習理論の関係

第 2 章で構築した数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みは，図 4.1 のように示される。

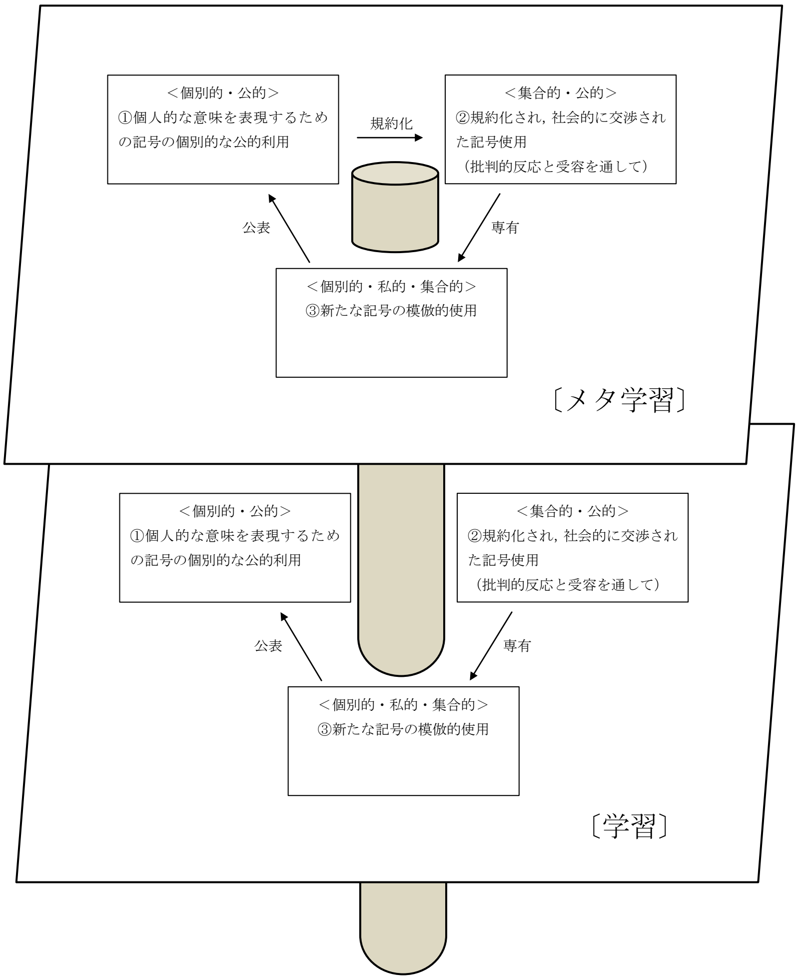


図 4.1　協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組み（再掲）

この図 4.1 の学習理論は記述性を有している。つまり，子どもが現在どのような学習状況にあるのかを解釈できる。この学習理論に，学習デザインを行う際に有用となる規範性を具体的に付加すれば，協調的問題解決を実現し，子どもの学習状況を評価し，そして，子どものよりよい学習のための教師の指導の在り方を評価する学習理論と成り得ると考える。

本章では事例研究を基にし，協調的問題解決が生じている子どもの姿を同定する。そして，なぜ協調的問題解決の姿が生じているのか，その要因を考察する。この要因自体が協調的問題解決を生じさせる学習環境，つまり，学習デザインの際の規範となると考える。

なお，この学習理論には大きな前提が存在する。それは学級内のすべての子どもが対話を行うということである。学級内のすべての子どもに対話の機会を保障する方法論とその実現の上に，この学習理論は成り立っている。

（３）事例研究分析のための枠組み

本研究の研究方法論としてのジグソー学習法には，第 3 章で明らかなように 6 種の構造がある。本来ならば，6 種のジグソー学習法すべてにおいて複数回事例研究を実施し，考察を重ね続けることが重要であるが，本研究では数学教育固有のジグソー学習法の実践である「Ⅲ-2 概念方法，特殊化・一般化型」の 2 例を述べる [4.1]。なぜならば，数学的な考え方の育成を重視してきた日本の数学教育において，6 種のジグソー学習法の構造の中で，もっとも身近に感じられ，実際の実践に移すことが比較的容易だと思われるからである。

具体的な事例研究分析のための枠組みについて述べる。第 1 に，学級内のすべての子どもが対話をしているかどうかを量的に分析する。授業直後にアンケートを実施し，ジグソー学習法の段階に合わせて，友達に自分の考えを話せたかどうかを確認する。第 2 に「数学学習の言語使用サイクル」と数学的理解の相を併用して，協調的問題解決が生じていたかを分析する。「数学学習の言語使用サイクル」は以下の 3 つの過程から成るサイクルであった。

①：個別的公的利用）個人的な意味を表現するための，記号の個別的な公的利用　＜個別的・公的＞

②：社会的使用）規約化され，社会的に交渉された記号使用（批判的反応と受容を通して）　＜集合的・公的＞

③：模倣的使用）新たな記号の模倣的使用　＜集合的・私的・個別的＞

この「数学学習の言語使用サイクル」は，私的な学習と公的な学習の往還を重視しているため，①から③の過程を経るように構成されている。しかし，他者との対話によって理解を深めている学習場面では，③模倣的使用なのか，①個別的公的利用なのかの判断が難しい場合も考えられる。そのような場合には，観察可能な現象で判断することにする。つまり，②社会的使用を経て，新たな記号の使用方法についての発言を公的にしたら①個別的公的利用であり，私的にしたら③模倣的使用であると判断する。その際には，②→①へとサイクルを逆行したのではなく，観察はされなかったが，②→（③）→①のように，③模倣的使用は発話されなかったが，1 サイクル回ったと解釈していく。また「数学学習の言語使用サイクル」は任意の 1 人の学習者の数学的理解の状況を解釈するための枠組みであ

り，理解の状況を解釈しようとしている対象の学習者の発話に基づいて解釈が行われる。しかし，②社会的使用のみは，数学的理解状況を解釈する対象者以外の発話で代替される場合がある。その場合は，他者の批判的反応，もしくは，肯定的受容のどちらかとなる。

なお，第 2 章でも述べたが，Ernest（2010）は，個人（personal）と個別（individual），利用（utilization）と使用（use）を区別して用いている。個人（personal）は「1 人の人間内における」という意味で，個別（individual）は「1 人 1 人固有の」という意味で用いられている。また，利用（utilization）は「使用方法を理解し，その有用性を活用」するという意味で，使用（use）は「概念の用い方を試す」という意味で用いられていると考えられる。本論文でもこの意味に沿ってこれらの用語を用いる。

「数学学習の言語使用サイクル」は，一般的な子どもの数学的概念の使用の状況について説明はするが，具体的な数学的概念の概念の理解状況については説明しない。そのため，具体的な数学的概念の理解の相をあらかじめ設定し，その個別の高まりを時間経過とともに「数学学習の言語使用サイクル」を用いて解釈していく必要がある。以上の子どもの学習状況の具体的分析方法をまとめると図 4.2 となる。

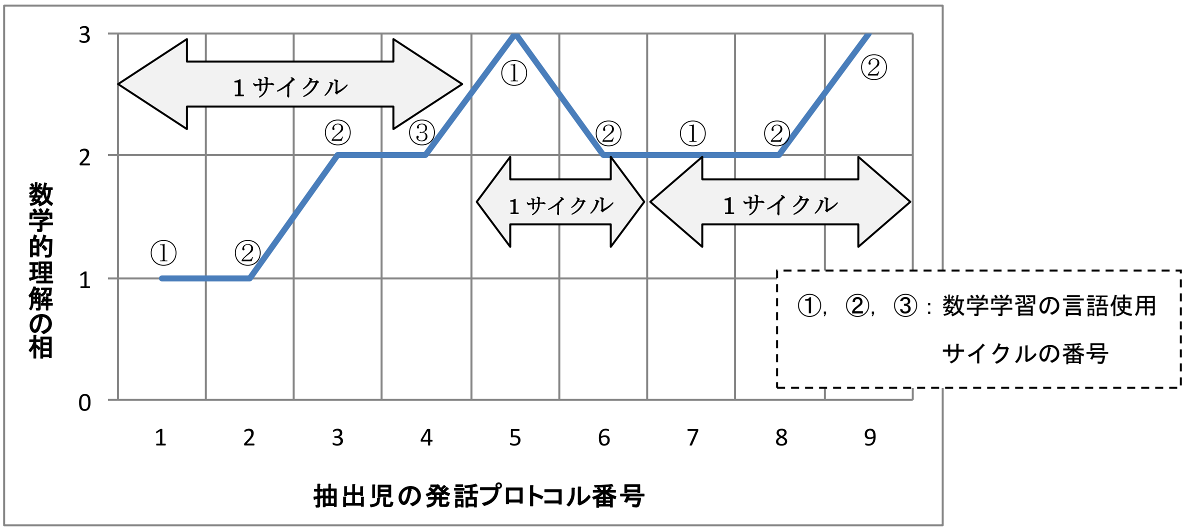


図 4.2　数学的理解の変化グラフ（例）

上記の数学的理解の変化グラフは縦軸を数学的理解の相として，横軸を抽出児の発話プロトコル番号として設定している。この折れ線の契機は，「数学学習の言語使用サイクル」に基づく子どもの発話であり，①，②，③は「数学学習の言語使用サイクル」のどの段階に該当するかを，数字は子どもの発話プロトコル中の発話番号を示している。つまり，観察可能な子どもの言語使用そのものがこの理解グラフの根拠である。本研究の事例研究では，言語使用の中でも子どもの発話に焦点を当てていく。

グラフの解釈方法について述べる。図 4.2 に挙げた例の場合，抽出児の数学的理解の相は

最終的に相 3 に達している。相 3 であると判断する根拠は，抽出児の発話 5 と発話 9 に拠る。最終的には，発話 9 が根拠となるが，そこまでの協調的問題解決はどのような状況だったのかは，「数学学習の言語使用サイクル」の番号から解釈できる。抽出児の「数学学習の言語使用サイクル」の段階は次のように推移している。

　　抽出児の言語使用サイクルの推移…①②②③①②①②②

「数学学習の言語使用サイクル」は，数学的記号の使用方法が新たにできるようになる，もしくは，数学的記号の現在の使用方法が他者から同意されてより自信をもって使用できるようになる，という状況が発生すると言語使用が 1 サイクルするようになっている。つまり，新たな数学的概念が分かる，もしくは，既有の数学的概念に自信をもつようになると，1 サイクルするのである。このことを踏まえて，上記の抽出児の言語使用サイクルの推移をみると，次のように分割できる。

　抽出児の言語使用サイクルの推移…①②②③｜①②｜①②②

　初めの①②②③，つまり発話 1～発話 4 までで新たな数学的概念が分かる，既有の数学的概念に自信をもったことが解釈できる。次の①②，最後の①②②でも同様に解釈できる。なお，発話 5，発話 6 に該当する①②の解釈には注意が必要である。なぜなら，発話 6 の②社会的使用の状況から，発話 7①個別的公的利用へと移行した理由を探る必要があるからである。その理由としては第 1 に，発話 6 と発話 7 の間に③模倣的使用が隠されていることが挙げられる。第 2 の理由としては，発話 6 と発話 7 では対話の対象が全く異なることが挙げられる。どちらの理由によって②社会的使用から①個別的公的利用へと移行したと解釈するかは，その前後の文脈によって判断する必要がある。もし前者の理由によるならば，図 4.2 の例では，「数学学習の言語使用サイクル」が 3 サイクルして，抽出児の数学的理解が相 3 まで高まったと解釈することができる。このことは，他者との対話の中で，お互いの主張を交差させ，新たな理解をつくり上げながら当初の目的達成に近づいていることに他ならない。したがって，図 4.2 の抽出児には協調的問題解決が生じていたと解釈することができる。

　本章では，この数学的理解の変化グラフを各事例研究の抽出児に用いることで，協調的問題解決が抽出児に生じているかどうかを特定する。その特定は，数学的理解の変化グラフの数学的理解の相の高まりと，「数学学習の言語使用サイクル」のサイクルの様相から行う。協調的問題が生じていると判断された場合，その協調的問題解決を可能にしている要因について，授業者の視点から考察し，協調的問題解決を生じさせるための学習規範として抽出する。この学習規範が，協調的問題解決を実現する学習理論の規範性となると考えられる。

第 2 節　小 6「角柱と円柱の体積」での事例ー「Ⅲ-2 概念方法，特殊化・一般化型」

（１）事例の概要

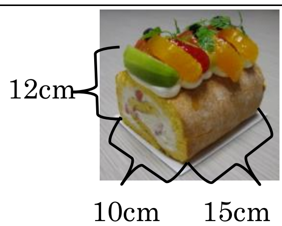
松島（2014b）を基に，事例について述べる。静岡県内の公立小学校 6 年生 20 名を対象に「角柱と円柱の体積」での実践を 2012 年 11 月 13 日・14 日に行った。本事例研究でのそれぞれのエキスパート問題の解決に隠されている数学的な考え方は,「集合 X で発生している問題を解決するのに集合 Y の性質を使う。そのために X を Y に変換する」(松原, 1977, p.175）という変換の考えである。

実践授業の単元計画，本時の目標，原問題，エキスパート問題，ジグソー問題等をまとめると，表 4.2 の通りである。なお，エキスパート問題の詳細を表 4.3 に示す。

表 4.2　実践授業の概要

項　目	内　容
単元名	小学校 6 年「角柱と円柱の体積」
単元計画 全 6 時間	・角柱や円柱の体積を求める方法について問いをもち三角柱の体積を求める（1.5 時間） ・直方体の体積を求める（1 時間） ・円柱の体積を求める（1 時間） ・四角柱の体積を求める（1 時間） **・3 つの具体物の体積を求める（1.5 時間：本時）**
本時の目標	グループごとに体積を求め，その考え方を説明する活動を通して，自分の分かりやすい形に置き換えて考えるという変換の考えのよさに気付くことができる。
原問題	角柱や円柱ではない立体の体積はどうやって求めたらいいのかな。
エキスパート問題	①ロールケーキの体積を概形で求める ②石の体積を水そうに沈めて求める（抽出児 W 子が担当） ③鉄の置き物の体積を鉄の密度を利用して求める
ジグソー問題	3 種類の体積の求め方の共通点は何か
抽出児	W 子（エキスパート問題③を担当）
授業者	事例研究実施学級の担任としての筆者（授業実施当時　教職経験 16 年目）

表 4.3　3 種のエキスパート問題

エキスパート問題	内　容
①	右図のように写真と長さを示して，ロールケーキの体積を求める問題である。「ロールケーキの形を（　）と見て，体積を求めます」という一文が写真とともに示されている。ロールケーキを直方体もしくは円柱と見立て，ロールケーキの体積を，直方体もしくは円柱に変換して解決する問題として設定した。
②	縦 12cm，横 15cm，深さ 15cm の直方体の水槽に，水を 8cm の深さまで入れ、石を沈めたら深さが 10cm になったという条件のもとで,石の体積を求める問題である。石そのものと水槽に石を沈めた際の様子の写真とともに「水そうの（　）を利用して，石の体積を求めます」という一文も示されている。石の体積を，水槽の水深の増加分の水の体積に変換して解決する問題として設定した。

③	600g の鉄の置き物と 7.87g の 1 ㎤の鉄製の立方体の写真を示して，鉄の置き物の体積を求める問題である。「サイコロの（　）を利用して，置き物の体積を求めます」という一文が示されている。置き物の体積を，体積と比例関係にある重さに変換して解決する問題として設定した。

W 子を抽出児として選んだ理由は，ペーパーテストの学力で中位層に属し，自分の考えをつぶやきとしてよく発する子どもだからである。

（２）数学的概念の理解の相の設定

「数学学習の言語使用サイクル」を用いて解釈する数学的理解の相を設定する。本時では，まずエキスパートグループでの活動で，ロールケーキ，石，置き物の 3 種の体積を求める。それらの個々のエキスパート問題について考える段階を相 1 とした。そして，担当したエキスパート問題の解法を手掛かりに，他の 2 種の体積の求め方について理解することを相 2 とした。次に，3 種の解法を基に，3 種の解法の共通した方法である「自分の分かりやすい形に置き換えて考える」という変換の考えの存在に気づき始める段階を相 3 とした。最後に，変換の考えの有用性やその限界について理解する段階を相 4 とした。相 1 との相 2 の差は, 個々のエキスパート問題の状況や解法について話しながら考える段階が相 1 であり，個々のエキスパート問題の解法について説明する段階が相 2 である。相 3 と相 4 の差は，意識的に変換の考えについて話したり，無意識的に変換の考えに向かって話したりしながら考えるのが相 3 であり，変換の考えを用いることで今まで求められなかった体積を求めることができるようになること，変換することで正確な体積ではなくおおよその体積になってしまうこと，等について話し始める段階が相 4 である。この相では，エキスパート問題について考える学習が相 1 と相 2 であり，その解法を対象とするジグソー問題について考える学習の相 3 と相 4 がメタ学習となる。

表 4.4　数学的理解の相

理解の相	理解の内容
相 4	変換の考えの有用性や限界を理解することができる
相 3	変換の考えの存在に気づく
相 2	個々のエキスパート問題の解法を理解することができる
相 1	個々のエキスパート問題の解法について考える

（３）子どもの活動の様子

導入時の学級全体の様子，抽出児 W 子の在籍するエキスパートグループの発話記録の一部，W 子のジグソーグループでの全発話記録，学級全体での話し合いの発話記録の一部を示す。なお発話記録中の数字は発言回数を，T は教師を，括弧内は筆者が追記した内容を示している。

①　導入時の学級全体の様子

導入時には，約 15 分間の時間を要した。あらかじめ男女混合の 3 人組をつくってから授業を開始した。角柱や円柱の体積の学習を振り返り，次の学習の予想をさせた。すると，角柱や円柱ではないものの体積を求めたいという声が上がった。そこで，3 つのエキスパート問題の名前（①ロールケーキ，②石，③置き物）のみを提示した。①から③になるにつれて少しだけ問題解決が難しくなることを伝え，3 人組でどのエキスパート課題を担当するかを相談させて決定させた。なお，この導入部分のみ 2012 年 11 月 13 日に授業を行った。

②エキスパートグループでの活動の様子

エキスパートグループでの活動は約 15 分間の時間を要した。抽出児 W 子のエキスパートグループでは，置き物の体積と重さの関連を，数直線の図をかくことで顕在化させていった。そして，発話記録には示していないが，このグループでは最終的に電卓も併用して 76.2 という商を求めた。W 子らの発話記録を表 4.5 に，W 子のエキスパートグループで作成した説明書を図 4.3 に示す。

表 4.5　W 子のエキスパートグループでの発話

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記
R男1	1gってさあ，1㎤じゃなかったっけ？
S子1	じゃあ，600㎤？
R男2	え？
S子2	600㎤なの？
R男3	え？どうだったっけ？
M子1	置き物の体積は？
S子3	kgは分かんない。重さは？
W子1	えっと，7.8g？
S子4	鉄の重さだからさあ。複線図（数直線の図）をかけばいいんだよ。
W子2	複線図？なんで？
S子5	（数直線の図を書きながら）１で，7.8
R男4	１，ｘ，あ，違う違う。
W子3	え，あってるよ。（左下に）１，（左上に）7.87，（右上に）x。
R男5	ちがう，ここ600だよ。あ，600じゃない。600じゃない。
W子4	あ，そうか。上に600か。上に600だよ。で，下にx。
S子6	結局われないんだよ。7.87で。
M子2	なんで？
S子7	600÷7.87になるんだけど，それが割れない。

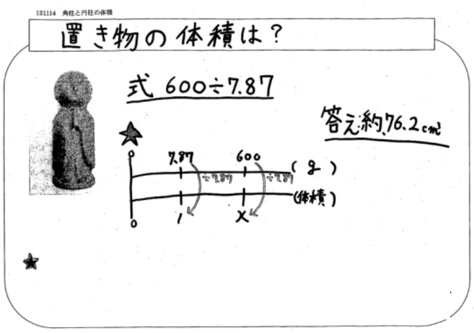


図 4.3　W 子らの作成した説明書

③　ジグソーグループでの活動の様子

ジグソーグループでの活動は約 10 分間の時間を要した。抽出児 W 子のジグソーグループでは，課題①，課題③，課題②という順で相互に説明を行った。その際のジグソー問題として「3 種類の体積の求め方の共通点は何か」が教師から事前に与えられた。それぞれの課題の解決方法を対話によって理解しながら，その解決方法の共通点に W 子 21 で気付くことができた。それに伴い，他の 2 人も，T 男 7 から K 男 14 までの対話によって理解をしていく様子が示された。この対話の様子を表 4.6 に，K 男と T 男の用いた説明書を図 4.4 に示す。

表 4.6　W 子のジグソーグループでの発話

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記
K男1 問題①担当	ロールケーキの体積で，ロールケーキはフルーツが乗っているので，角柱として，普通は円柱だけど，で，縦×横×高さで，12×10×15で約1800㎤になります。普通のロールケーキなら何も乗っていなのいで，円柱で求められるけど，上のフルーツが乗っているので，縦と横の長さが，長さが，違うので円柱とは見られないので，考え方を変えるのがいい。
W子15	終わりますは？
K男2	終わります。(拍手)
T男1	OK。
T14	1人目の説明が終わったら前を向いてください。OK？では説明書をチェンジします。今説明書を持っている人は，自分のグループでつくった仲間とチェンジしてごらん。はいどうぞ。違う番号になるように。
T男2	うわ，(説明書の量が) 少な！
W子16 問題③ 担当	えっと，置き物の体積はで，鉄でできているペーパーウェイトの重さは，600gなので，うんと，この置物と同じ鉄でつくった1㎤のサイコロの重さは，7.87gなので，うんと，600÷7.87で求めることができます。
K男3	この複線図は？
W子17	それで，複線図で，ここが0と0で，えっとこっちがg？（重さ）で，下が体積で，えっと，1㎤で7.87gなので，こっちが，xで600gで何とかでそれで，1がxになることはできないので，こうやって縦で見て，÷7.87とすると，こっちも÷7.87となって，600÷7.87で約78.2となります。
T 男 と K男	（拍手）
W子18	これは，小数第一位までしか計算機で求めてません。
T15	できたところは前を向いてください。
W子19	サイコロと重さを利用して置き物の重さを求めることができます。終わります。分かった？次の人誰だっけ？
T16	共通点分かった？今2つやったけど，共通点分かった？

T男3	あ，考えてなかった。
K男4	㎤。
W子と T男	それ当たり前じゃん。
K男5	全部複線図で求められる。
W子20	違う，全部，約じゃない？
K男6	当たり前じゃん。全部ものにたとえてるんだもん。
K男7	やっぱり複線図だよ。絶対複線図だよ。
T17	終わったグループは前向いて。だいたい3分で説明できるね。
T18	ちょっと聞いてみよう。今2つ終わった段階で，共通点がちょっと見えたよ，という人？誰もいない？あ，ちょっといる。では，最後3つ目行きます。では説明書チェンジ。足りなかったら言ってね。
T男4 問題② 担当	えっとまず，水槽の，水槽が縦12で，ちがう，縦12で…。
K男8	あー。これ水が増えたってことかあ。
T男5	縦12で，横15で深さ15で，水を8cmのところまで入れていて，石を沈めたら2cm上がり，深さが10cmになりました。
K男9	はいはい。
T男6	それだもんで，その増えた，この12×15×10をやって，増えた水の体積を求めて，それで最初の体積を求めて，それでその出た答えをひいて，この体積を求めます。この体積を求めて，ここは増えた分なので，石の体積とわかるので，求めました。
W子と T男	(拍手)
K男10	複線図！あー違う。約かなあ。
W子21	分かった！変える？
K男11	何が？
W子22	だから，これだとしたら，何かを利用する。
T男7	そうだ。あ，そうだ！
W子23	私，冴えてるわ。
K男12	四角柱…。
T男8	これはさあ，あの四角柱とかそういうのを利用して，これは水槽を利用して，これはサイコロを利用しているもんで。
K男13	利用する…。
T男9	何かのものを利用して求めている。
K男14	おおー。
T19	どうですか。では，全員前を向いてください。ここから全員で確認していきましょう。

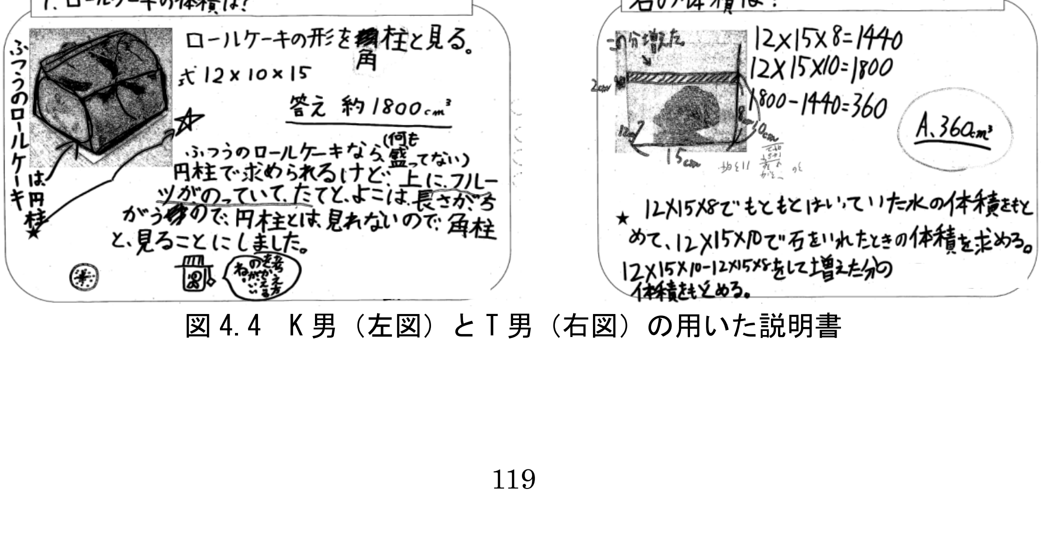


図 4.4　K 男（左図）と T 男（右図）の用いた説明書

④　子どものアンケート結果

W 子のグループに所属していなかった子どもたちの外化の状況はどうだっただろうか。授業を受けた子ども全員 20 人を対象に，授業直後に本授業についてのアンケートを行った。アンケートは，とてもそう思う，少し思う，あまり思わない，全然思わない，の 4 件法で行った。とてもそう思う，少し思う，の合計数を肯定的反応数として表 4.7 に挙げる。

表 4.7　授業後の子どものアンケート結果（N=20）

質　問	肯定的反応（人）
エキスパートグループでの説明作りは，友達と話し合ってできましたか。	20
ジグソーグループでは，自分の考えが話せましたか。	20
３つの体積の求め方がわかりましたか。	18
３つの体積の求め方の共通点がわかりましたか。	18

（４）考察

①　学級内のすべての子どもの対話の実現

表 4.7 よりエキスパートグループ，ジグソーグループでは学級内のすべての子どもが自分の考えを話せたことが分かる。また，W 子のエキスパートグループでの表 4.5 の発話記録からは，W 子 4 回，R 男 5 回，S 子 7 回，M 子 2 回の発話回数，また表 4.6 での発話記録からは，W 子 10 回，K 男 14 回，T 男 9 回の発話回数が示されており，これらのグループ内のすべての子どもが自分の考えを話していることが事例的に明らかである。これは学級内のすべての子どもが自分の考えを話すことを実現させている可能性が高いことを示しており，一人一人の子どもが自らの目的に向けた相手との話し言葉のやり取りの中で，自分の主張と相手の主張を交差させることで主張を深める基となる。協調的問題解決の基盤と言える。

②　W 子のエキスパートグループでの対話の考察

学級内のすべての子どもの考えの表現の量的実現に伴って，抽出児 W 子の数学的理解はどのように変容していったのだろうか。W 子を中心にして，子どもたちの対話を考察する。表 4.5 の W 子のエキスパートグループでの対話では，W 子は計 4 回発言している。これらの発言は，「数学学習の言語使用サイクル」のどの過程に該当し，数学的理解の相ではどの段階に該当するのだろうか。

W 子 1 から W 子 4 までは，エキスパート問題③の問題状況を確認したり，問題そのものの構造，つまり体積と重さの関係について考えたりしている発言であるため，数学的理解は相 1 の段階である。W 子 1 の発言は S 子 3 の質問に個人的に答えたものである。そのため「数学学習の言語使用サイクル」は①個別的公的利用となる。W 子 2 は，S 子 4 の発言に対しての質問である。これは，その瞬間の W 子のエキスパート問題③に関する概念には沿わない発言を S 子 4 がしたために，その真意を問う質問である。したがって，①個別的

公的利用となる。W 子 3 は，置き物の体積と重さの関係について考察を始めたグループ全体の思考を受け入れ始め，これまでの自分の数直線の図に関する概念と重ね合わせながら社会的に発言しているため，②社会的使用となる。W 子 4 は，W 子 3 での数直線の図に関する発言に対する R 男 4 の批判的反応をもとにしている。この R 男 4 の発言から，W 子 4 では，数直線の図の状況について新たに理解できるようになっている。つまり，W 子 3 と W 子 4 の間に，W 子の精神内で③模倣的使用の状況があったと考えると，W 子 3 と W 子 4 の発言が論理的つながりを持つようになる。ここで「数学学習の言語使用サイクル」が 1 サイクル回ったと解釈できる。以上の考察結果を，表 4.5 に付加したのが表 4.8 である。

表 4.8　W 子のエキスパートグループでの発話の考察

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記	数学学習の言語使用サイクル	数学的理解
R男1	1gってさあ，1㎤じゃなかったっけ？		
S子1	じゃあ，600㎤？		
R男2	え？		
S子2	600㎤なの？		
R男3	え？どうだったっけ？		
M子1	置き物の体積は？		
S子3	kgは分かんない。重さは？		
W子1	えっと，7.8g？	①個別的公的利用	相1
S子4	鉄の重さだからさあ。複線図（数直線の図）をかけばいいんだよ。		
W子2	複線図？なんで？	①個別的公的利用	相1
S子5	（数直線の図を書きながら）１で，7.8	1サイクル	
R男4	１，ｘ，あ，違う違う。		
W子3	え，あってるよ。（左下に）１，（左上に）7.87，（右上に）x。	②社会的使用	相1
R男5	ちがう，ここ600だよ。あ，600じゃない。600じゃない。		
W子4	あ，そうか。上に600か。上に600だよ。で，下にx。	①個別的公的利用	相1
S子6	結局われないんだよ。7.87で。		
M子2	なんで？		
S子7	600÷7.87になるんだけど，それが割れない。		

この後 W 子のエキスパートグループは，電卓を用いて 600÷7.87 を計算し，エキスパート問題③を解決していくことになる。

③　W 子のジグソーグループでの対話の考察

W 子のジグソーグループでの発言を考察する。ジグソーグループで W 子は，W 子 15 から，W 子 23 まで計 10 回発言している。

W 子 15 は，数学的概念についてではなく，発表の形式に関する発言であり，本稿での考察の対象とはならない。W 子 16 から W 子 19 までは，担当したエキスパート問題③について発表している。そのため，数学的理解の相は②となる。「数学学習の言語使用サイクル」

の状況については，W 子 16 と W 子 17 は，エキスパート問題③の解法について W 子の現時点での理解を基に説明をしている状況であるため，①個別的公的利用となる。W 子 17 の直後の T 男と K 男の拍手は, その W 子の説明への承認と解釈することができる。そのため，その後の W 子 18 と W 子 19 のエキスパート問題③の補足説明は，②社会的使用と解釈できる。しかしここで着目したいのは，W 子 19 についてである。「サイコロと重さを利用して置き物の重さを求めることができます」と述べている。「サイコロの重さ」と「利用」，そして「置き物の重さ」という用語の使用は，体積の求積に重さを利用していることにはまだ直接的に結びついてはいなくても，変換の考えの存在に気づき始めている証拠であるととらえられる。W 子 18 の計算機についての情報は単なる報告であるが，W 子 19 の内容は，W 子のその時の新たな気づきであると解釈できる。そのため W 子 19 は相 1 と言えるだろう。W 子 19 の発言が出てきた間接的な原因の 1 つに，W 子 17 の直後の T 男と K 男の拍手が挙げられるだろう。つまり，W 子 17 の直後の他者からの肯定的な受容があることで，W 子は自分の数学的概念に自信を持ち始め，W 子 18 で補足の情報を述べ，さらに W 子 19 の新たな気づきの発言につながったと考えられるからである。したがって，W 子 16 から W 子 19 直前までに W 子の数学的概念は変容しており，「数学学習の言語使用サイクル」が 1 サイクル回っていると解釈できる。

その後，ジグソーグループ内での対話は，エキスパート問題②の解法について考えながらも，3 種のエキスパート問題の共通点について視点を絞っていく。その際の，W 子と T 男の発言と W 子 21 は，改めて㎤という「体積」と，「違う，全部，約じゃない？」という概括的な求積方法について発言している。ここで「数学学習の言語使用サイクル」の状況について考察する。W 子と T 男の発言は，体積を求める問題では㎤が関連するという共通概念を基にしているので，②社会的使用だと解釈できる。後者の W 子 21 の発言は，エキスパート問題の解法の共通性について新たな概念を提示しているので，①個別的公的利用と解釈できる。ここで「数学学習の言語使用サイクル」が②から①へと進んでいるのは，単に学習対象が移行したためであると文脈から判断できる。3 種の求積方法の共通点が㎤であるとの対象から，数直線の図の活用であるという対象への移動である。

次に，W 子と T 男，W 子 20 の発言の数学的理解の相について考察する。これらの発言はどちらも共通点について考えてはいるが，変換の考えにつながる発言とは考えにくい。しかし, K 男と T 男との 3 者での発言全体を考察の対象とすると違った状況が見えてくる。表 4.5 のジグソーグループでの活動では，K 男 10 から，3 つの体積を求める方法の共通点についての議論が始まっている。この議論の前には 3 人の説明がそれぞれ行われ，それぞれの説明を他の 2 人が聞いている様子がよく表れている。K 男の説明では，K 男 1 に対して，W 子 15 と T 男 1 の肯定的反応である。W 子の説明では，W 子 16 と W 子 17 に対して，K 男 3 の質問である。T 男の説明では，T 男 4 と T 男 5 そして T 男 6 に対して，K 男 8 の納得と K 男 9 のうなずきである。つまり，3 者それぞれが考えを表現するという行為，それぞれが聞くという行為を交互に繰り返していることが分かる。また，この各自が表現

する，各自が聴くという行為の繰り返しは，本時のジグソー問題「3 種類の体積の求め方の共通点は何か」でも顕著に表れている。表 4.6 における本時のジグソー問題に関する発話を時系列に整理すると，表 4.9 となる。なお，表中の数は表 4.6 内の発言番号を示しており，表中の二重線は，時間的飛躍があることを示している。

表 4.9　ジグソー問題に関する表れの話者別時系列化

T 男	K 男	W 子
3：あ，考えてなかった。		
	4：cm³。	
それ当たり前じゃん。		それ当たり前じゃん。
	5：　全部複線図で求められる。	
		20：違う，全部，約じゃない？
	6：当たり前じゃん。全部ものにたとえてるんだもん。	
	7：やっぱり複線図だよ。絶対複線図だよ。	
	10：複線図！あ—違う。約かなあ。	
		21：分かった！変える？
	11：何が？	
		22：だから，これだとしたら，何かを利用する。
7：そうだ。あ，そうだ！		
		23：私，冴えてるわ。
	12：四角柱…。	
8：これはさあ，あの四角柱とかそういうのを利用して，これは水槽を利用して，これはサイコロを利用しているもんで。		
	13：利用する…。	
9：何かのものを利用して求めている。		
	14：おおー。	

表 4.9 からは，各自が表現する，聴くという活動が繰り返し行われていること，対話がつながっていること，の 2 点を明確に確認することができる。3 者の対話は，3 つの求積方法の共通点について，求積する際の方法としての数直線の図，概括的な求積，そして，変換の考えへと変容している。この変容は突然に生じたものではなく，その変容にはつながりが見られる。数直線の図から概括的な求積へのつながりについては，W 子 20「違う，全部，約じゃない？」に，K 男 5 の考えを受けてさらによい考えを出そうとする気持ちの表れを見い出せる。また変換の考えは，W 子 21 で突然生じたひらめきのようにも解釈できるが，K 男 6「当たり前じゃん。全部ものにたとえてるんだもん。」を W 子が，自分自身の体積の概括的把握の考えと，K 男 6 の「たとえ」を統合的に捉え直した結果の発言であると解釈できる。このように，友達の説明を聴きその内容について考えたり，それ以前の内容を含めて統合的に考えたりすることで，自らが新たな考えの表現者となっていく様子がよく表

れている。つまり, W 子と T 男の発言と W 子 20 の発言は, W 子 21「分かった！変える？」という変換の考えへの気づきの発言を生みだす要因の 1 つであり，数学的理解の相 4 の一歩手前であると考えられる。したがって，数学的理解は相 3 であると解釈できる。

W 子 21 から W 子 23 までは，変換の考えに気づき，その有効性について T 男と K 男と 3 人で対話を始めている。したがって数学的理解は相 4 であると解釈できる。この時の「数学学習の言語使用サイクル」の状況は，W 子 21 と W 子 22 は，自分が新たに気づいた数学的概念を公表する状況にある。したがって①個別的公的利用であると考えられる。W 子 23 は，T 男 7「そうだ。あ，そうだ！」という W 子の所属するジグソーグループでの同意が得られた後の発言である。この T 男 7 の同意は，W 子にとって②社会的使用における同意である。それを聞き W 子 23「私，冴えてるわ。」の発言につながる。これは W 子 21，W 子 22 の発言, つまり自らの数学的概念に自信を持つようになったと解釈できる発言である。この W 子の状況は，①個別的公的利用，②社会的使用，③模倣的使用のどれにも当てはまらない。この直前の状況は，自らの概念を使用した①個別的公的利用に対して，他者が②社会的使用において受容した後の状況である。したがって，③模倣的使用の定義に修正を加える必要性があることが示唆される。ここでは，W 子 23 を暫定的に③模倣的使用と位置付け，W 子 21 から W 子 23 までで「数学学習の言語使用サイクル」が 1 サイクル回ったことになる。以上の考察をまとめると，表 4.10 となる。

表 4.10　W 子のジグソーグループでの発話の考察

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記	数学学習の言語使用サイクル	数学的理解
K男1 問題①担当	ロールケーキの体積で，ロールケーキはフルーツが乗っているので，角柱として，普通は円柱だけど，で，縦×横×高さで，12×10×15で約1800㎤になります。普通のロールケーキなら何も乗っていないのいで，円柱で求められるけど，上のフルーツが乗っているので，縦と横の長さが，長さが，違うので円柱とは見られないので，考え方を変えるのがいい。		
W子15	終わりますは？		
K男2	終わります。（拍手）		
T男1	OK。		
T14	1人目の説明が終わったら前を向いてください。OK？では説明書をチェンジします。今説明書を持っている人は，自分のグループでつくった仲間とチェンジしてごらん。はいどうぞ。違う番号になるように。		
T男2	うわ，（説明書の量が）少な！		
W子16 問題③担当	えっと，置き物の体積はで，鉄でできているペーパーウェイトの重さは，600gなので，うんと，この置物と同じ鉄でつくった1㎤のサイコロの重さは，7.87gなので，うんと，600÷7.87で求めることができます。	①個別的公的利用	相2
K男3	この複線図は？		
W子17	それで，複線図で，ここが0と0で，えっとこっちがg？（重さ）で，下が体積で，えっと，1㎤で7.87gなので，こっちが，xで600gで何とかでそれで，1がxになることはできないので，こうやって縦で見て，÷7.87とすると，こっちも÷7.87となって，600÷7.87で約78.2となります。	①個別的公的利用 1サイクル	相2
T男とK男	（拍手）		
W子18	これは，小数第一位までしか計算機で求めてません。	②社会的使用	相2
T15	できたところは前を向いてください。		
W子19	サイコロと重さを利用して置き物の重さを求めることができます。終わります。分かった？次の人誰だっけ？	②社会的使用	相3
T16	共通点分かった？今2つやったけど，共通点分かった？		
T男3	あ，考えてなかった。		
K男4	㎤。		
W子とT男	それ当たり前じゃん。	②社会的使用	相3
K男5	全部複線図で求められる。		
W子20	違う，全部，約じゃない？	①個別的公的利用	相3
K男6	当たり前じゃん。全部ものにたとえてるんだもん。		
K男7	やっぱり複線図だよ。絶対複線図だよ。		
T17	終わったグループは前向いて。だいたい3分で説明できるね。		
T18	ちょっと聞いてみよう。今2つ終わった段階で，共通点がちょっと見えたよ，という人？誰もいない？あ，ちょっといる。では，最後3つ目行きます。で		

	は説明書チェンジ。足りなかったら言ってね。		
T男4 問題② 担当	えっとまず，水槽の，水槽が縦12で，ちがう，縦12で…。		
K男8	あー。これ水が増えたってことかあ。		
T男5	縦12で，横15で深さ15で，水を8cmのところまで入れていて，石を沈めたら2cm上がり，深さが10cmになりました。		
K男9	はいはい。		
T男6	それだもんで，その増えた，この12×15×10をやって，増えた水の体積を求めて，それで最初の体積を求めて，それでその出た答えをひいて，この体積を求めます。この体積を求めて，ここは増えた分なので，石の体積とわかるので，求めました。		
W子と T男	(拍手)		
K男10	複線図！あー違う。約かなあ。		
W子21	分かった！変える？	①個別的公的利用	相4
K男11	何が？		1サイクル
W子22	だから，これだとしたら，何かを利用する。	①個別的公的利用	相4
T男7	そうだ。あ，そうだ！	（②社会的使用）	
W子23	私，冴えてるわ。	③模倣的使用	相4
K男12	四角柱…。		
T男8	これはさあ，あの四角柱とかそういうのを利用して，これは水槽を利用して，これはサイコロを利用しているもんで。		
K男13	利用する…。		
T男9	何かのものを利用して求めている。		
K男14	おおー。		
T19	どうですか。では，全員前を向いてください。ここから全員で確認していきましょう。		

④　W 子の数学的理解の変化

前小節までの W 子の数学的理解の様相を数学的理解の変化グラフに示すと，図 4.5 となる。

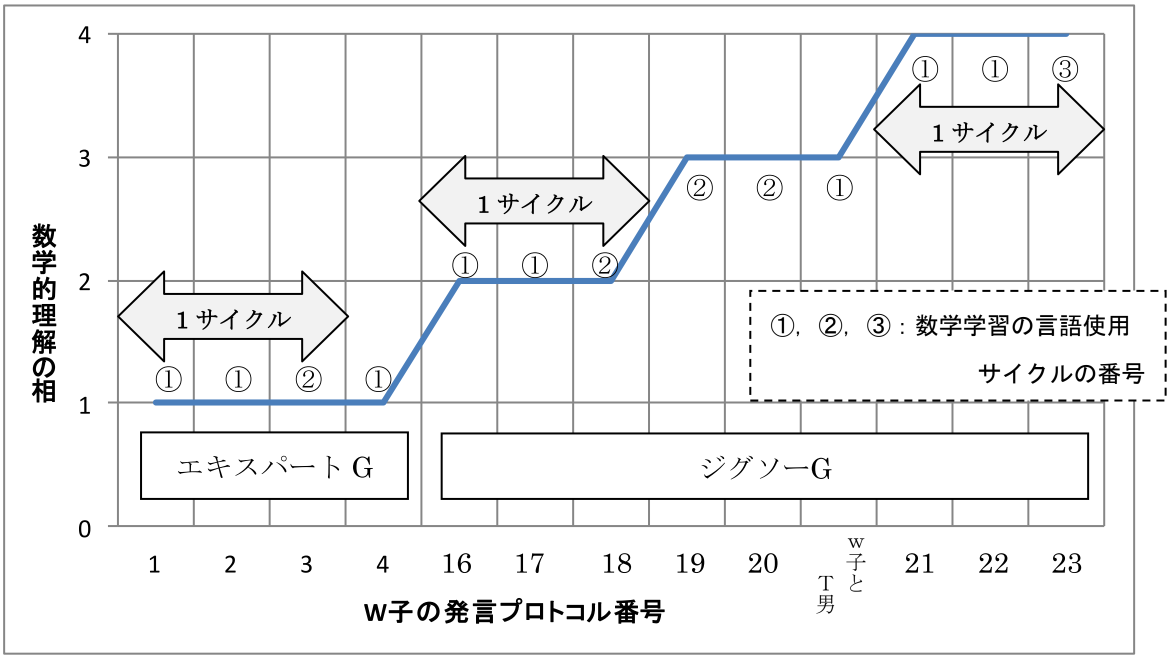


図 4.5　W 子の数学的理解の変化グラフ

図 4.5 から，W 子の数学的理解は，「数学学習の言語使用サイクル」を 3 サイクル回しながら，数学的理解の相が徐々に高まっていることが確認できる。したがって，W 子には協調的問題解決が生じていたと解釈できる。

⑤　協調的問題解決を実現する規範の抽出

W 子に協調的問題解決を実現させていた要素には何があるであろうか。換言すれば，「数学学習の言語使用サイクル」を連続的に何度もサイクルさせる要因は何かということになる。

第 1 に，エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持ち，それを一人一人が説明することが挙げられる。W 子は W 子 1 から W 子 4 までのエキスパートグループでの対話で，自分の担当したエキスパート問題③に関する自分の意見を確実に持てたため，W 子 16 から W 子 19 まで自分の担当したエキスパート問題③について説明することができた。この自分の意見を持つとは，エキスパート問題について解決するということを指してはいない。エキスパート問題について，どこまでが理解できており，どこからが理解できていないのかを自覚し，それを説明できることを意味している。自分の意見を確実に持つことの重要性は，益川（2006，p.21）でも主張されており，これが変換の考えへの理解へのスタート地

点となっていることが事例的に確認できる。

第 2 に，エキスパート問題に関する意見が可視化されていることが挙げられる。エキスパート問題に取り組む際には，各グループで A3 サイズのエキスパート問題の解法の説明書 1 枚とマジックを 1 本渡している。これは，3 人のエキスパートグループにおいて，1 人が説明書を記入しているときには，他の 2 人はその様子を見ながら，記述者よりもより広い立場から問題について思考することを可能にするためである。このような子どもたちの様相は，表 4.5 の W 子のエキスパートグループでの S 子 5 から S 子 7 までの発話プロトコルから明らかであり，エキスパート問題③の問題構造への理解の深まりが確認できる。

第 3 に，グループ内での「話す」，「聴く」という役割を連続的に交替することである。W 子のジグソーグループでは，表 4.9 に示すように，3 者の「話す」と「聴く」という行為が相互に連続して入れ替わりながら生じている。このような協調的問題解決が変換の考えへと導いていることを事例的に確認できる。

第 4 に，グループのメンバーが互恵的に学び合うことである。W 子のジグソーグループの 3 人は，ペーパーテストの学力層上位に T 男，中位に W 子，下位に K 男が属している。表 4.6 全体を通して，K 男は友達との対話から多くを理解し，K 男 14 で変換の考えに気付いていることが容易に読み取れる。また，W 子は T 男と共に K 男の疑問に答えながら，変換の考えに最初に気付いている。そして，注目すべきは T 男である。T 男は W 子 21，K 男 11，W 子 22 の発言によって，T 男 7 で変換の考えに気付いている。その直後から，K 男 12「四角柱…。」でのつぶやきには T 男 8 で，3 つの体積を求める際に用いた変換したものを具体的に答え，K 男 13「利用する…。」のつぶやきには，W 子 22 の発言を補完して T 男 9「何かのものを利用して求めている。」と言い換えて答えている。この T 男の 2 種類の表現は，変換の考えに関する具体例と一般的な表現である。換言すれば，変換の考えという数学的な考え方の外延と内包を表現している。従って，T 男の変換の考えに関する理解は，T 男 7 の気付きからこの 2 種類の表現に伴う思考を通して，さらに深まったと考えることができる。つまり，3 者は互恵的に学び合っていることが事例的に明らかである。

第 5 に，ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的なジグソー問題を提示することである。W 子のジグソーグループでは，3 種のエキスパート問題それぞれの解法の理解には，多くの苦労を要していない。この状況のままでは対話は生じにくい。単なるエキスパート問題の解法の報告会となる可能性がある。そのため，エキスパート問題の解法を対象とした学習を設定するために，ジグソー問題を設定する。これはメタ学習のための視点である。3 者それぞれ，担当したエキスパート問題の解法を自己の理解の土台とし，他者の担当したエキスパート問題の解法を理解して同じ土台に立ったうえで，新たな学習に取り組むのである。そのため「数学学習の言語使用サイクル」がさらに回り出し協調的問題解決を実現していると考えられる。

第 6 に，何でも質問し合い，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成することである。前述のように，W 子のジグソーグループでは，3 者 3 様のペーパーテス

トの学力を有しており，主に K 男が質問し，T 男と W 子がそれに答えるという形をとっている。しかし，表 4.6 のジグソーグループの発話プロトコルからは，この学習形態に何の不自然さもなく，自然に 3 者が学び合っていく様相が明確に浮かび上がっている。このような互恵的で，子どもたちが学習を創造していく学習環境は，協調的問題解決の土台であると考えられる。このような学習環境は，教科教育以外の生徒指導の領域にも多分に関係するが，協調的問題解決にとって非常に重要な要素であろう。

以上の考察をまとめると，本小節では次の 6 点を協調的問題解決を実現する学習の学習デザインの規範として抽出したことになる。

規範 1）エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持たせ，それを一人一人が説明する活動を設定すること
規範 2）エキスパート問題に関する意見を可視化する活動を設定すること
規範 3）グループ内での「話す」,「聴く」という役割を連続的に交替させるような学習デザインをすること
規範 4）グループのメンバーが互恵的に学び合うような学習デザインをすること
規範 5）ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的なジグソー問題を提示すること
規範 6）何でも質問し合い，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること

これらの規範が，実際の個別の学習場面で学習デザイン時に有効な規範性を持つために，さらに事例研究から規範を抽出し，これらの規範自体を洗練し，新たに追加していく必要がある。なお，これらの規範は協調的問題解決の力を育成するためにジグソー学習法を用いた事例研究をもとに抽出した規範である。そのため，これらの規範は，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範となる。

⑥　協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みの修正

本実践事例からは，W 子 23「私，冴えてるわ。」という自分自身に向けた称賛の言葉に関連し，「数学学習の言語使用サイクル」の③模倣的使用の修正への示唆が得られた。

W 子 23 の発言は，その直前の W 子 21，W 子 22 の発言を受けた T 男 7「そうだ。あ，そうだ！」の肯定的受容によって，自らの数学的概念に自信を持つようになった表れであると解釈できる。この W 子 23 の直前の状況は，W 子 22（①個別的公的利用）→T 男 7（②社会的使用での肯定的受容）→W 子 23，という状況である。②社会的使用の段階では，批判的反応もしくは肯定的な受容が生じる。批判的反応の際には新たな数学的概念が生じるため③模倣的使用の段階へと移行する可能性が生じる。しかし，肯定的受容の際には既有の数学的概念への自信が生じるため③模倣的使用の段階が生じる可能性は少ないと考えら

れる。本実践事例では，T 男と K 男（②社会的使用での肯定的受容）→W 子 18（②社会的使用）→W 子 19（①個別的公的利用でのあらたな記号使用）から明らかになったように，②社会的使用での肯定的受容を経てからも数学的概念は深化する場合がある。したがって，「数学学習の言語使用サイクル」に②社会的使用での肯定的受容を経た③での既有の記号使用に自信を持った段階を位置づける必要がある。そこで，③模倣的使用を次のように修正する。

③：模倣的信頼的使用）新たな記号の模倣的使用や既有の記号使用の信頼的使用
＜集合的・私的・個別的＞

次節での事例研究では，この新たな「数学学習の言語使用サイクル」を用いて，協調的問題解決を分析していく。

第 3 節　小 4「面積」での事例ー「Ⅲ-2 概念方法，特殊化・一般化型」

（1）事例の概要

松島（2012）を基に述べる。静岡県内の公立小学校 4 年生 31 名を対象に，2011 年 11 月 18 日に事例研究を行った。本事例研究で目指す数学的な考え方は「既習の図形に帰着させれば，複合図形も面積を求めることができる」である。実践授業の単元計画，本時の目標，エキスパート問題，学級全体での新たな問題等をまとめると，表 4.11 の通りである。エキスパート問題に示した 3 種の複合図形を図 4.6 に示す。

表 4.11　4 年 1 組「面積」での実践の概要

項　目	内　　容
単元名	小学校 4 年「面積」
単元計画 全 14 時間	・面積の意味，単位㎠についての理解（1 時間） ・長方形，正方形の面積の求め方（2 時間） ・長方形，正方形の面積の公式の理解（1 時間） ・面積の単位㎡の理解と単位の関係（2 時間） ・身の回りの長方形や正方形の求積と 1 ㎡の量感の育成（1 時間） ・面積の単位㎢と a，ha の理解とその関係（3 時間） ・辺の長さと面積の関係（1 時間） **・複合図形の面積（2 時間：本時　1 時間目エキスパートグループまで** **2 時間目ジグソーグループ以降）** ・単元のまとめの練習問題（1 時間）
本時の目標	複合図形の面積を説明し合う活動を通して，複合図形も既習の図形をもとにして考えればよいことに気づき，その面積を正しく求めることができる。
原問題	正方形や長方形ではない形はどうやって面積を求めたらよいだろうか。
エキスパート問題	①分割して求積しやすい L 字型の複合図形ア ②長方形の面積の差で求積しやすい凹型の複合図形イ ③倍積して求積しやすい L 字型の複合図形ウ
ジグソー問題	3 種類の面積の求め方の共通点は何か。

抽出児	B 男（エキスパート問題③を担当）
授業者	事例研究実施学級に長期研修で約 60 日間滞在した筆者 （授業実施当時　教職経験 15 年目）

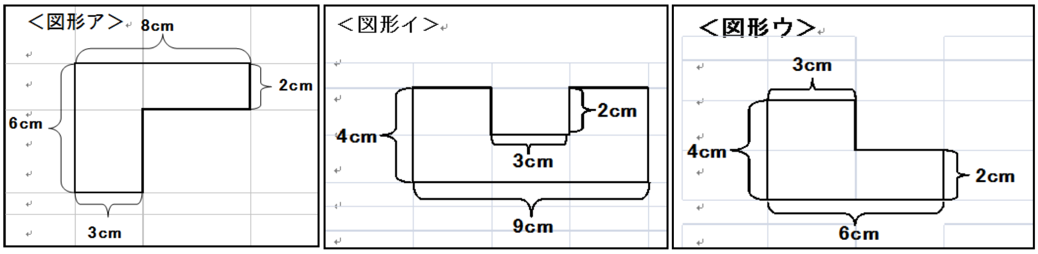


図 4.6　小 4「面積」での 3 種類の複合図形によるエキスパート問題

B 男を抽出児として選んだ理由は，ペーパーテストの学力で上位層に属するが，自分の考えをつぶやきとしてよく発したり，友達に説明したりすることが好きな子どもだからである。なお，図形アの下側の 3cm 辺は，授業当初，4cm として間違って印刷され，子どもたちに配布された。その間違いは，エキスパート活動開始 1 分後に，4cm から 3cm へと学級全体に対し口頭で訂正した。

（２）数学的概念の理解の相の決定

「数学学習の言語使用サイクル」を用いて解釈する数学的理解の相を設定する。本時では，まずエキスパートグループでの活動で，3 種の複合図形の面積を求める。それらの個々のエキスパート問題について考える段階を相 1 とした。そして，担当したエキスパート問題の解法を手掛かりに,他の 2 種の複合図形の求め方について理解することを相 2 とした。次に, 3 種の解法を基に, 3 種の解法の共通した方法である「既習の図形に変形して考える」という考えの存在に気づき始める段階を相 3 とした。最後に，既習を活用する考えの有用性について理解する段階を相 4 とした。相 1 と相 2 の差は，個々のエキスパート問題の状況や解法について話しながら考える段階が相 1 であり，個々のエキスパート問題の解法について説明する段階が相 2 として設定した。相 3 と相 4 の差は，意識的に既習を活用する考えについて話したり，無意識的に既習を活用する考えに向かって話したりしながら，考えるのが相 3 であり，既習の考えを活用する考えを用いることで，今まで求められなかった面積を求めることができるようになること，長方形に帰着させるアイディアが大切なこと等について話し始める段階が相 4 である。この相では，エキスパート問題について考える学習が相 1 と相 2 であり，その解法を対象として考える相 3 と相 4 がメタ学習となる。

表 4.12　数学的理解の相

理解の相	理解の内容
相 4	既習を活用する考えの有用性を理解することができる
相 3	既習を活用する考えの存在に気づく
相 2	個々のエキスパート問題の解法を理解することができる
相 1	個々のエキスパート問題の解法について考える

（3）子どもの活動の様子

抽出児 B 男の在籍するエキスパートグループの発話記録の一部，B 男のジグソーグループでの全発話記録を示す。なお発話記録中の数字は発言回数を，T は教師を，括弧内は筆者が追記した内容を示している。

①　エキスパートグループでの活動の様子

抽出児 B 男のエキスパートグループでは，エキスパート問題③を 3 つの部分の長方形に分割して求積した。そして，グループ全員で書いた説明書を基にエキスパートグループでの活動を振り返り，各自の説明書を作成した。B 男らの発話記録を表 4.13 に，B 男のかいた説明書を図 4.7 に示す。なお，エキスパートグループでの活動後 1 時間目が終了し，10 分間の休憩を取った。

表 4.13　B 男のエキスパートグループでの発話

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記
B 男 1	ここが 3cm か。
J 子 1	だったら，3×4＝12 ってやればいいじゃん。
B 男 2	（2 箇所の長さを書きこみながら）よし。これで全部の長さはわかった。
I 男 1	あ，ここ（横）3cm か。
J 子 2	これさあ，かければいいじゃん。
B 男 3	全部？
I 男 2	うん。
B 男 4	3×2＝6，6×6＝36，36×4？
J 子 3	ここにかけ算書いて，求めればいいじゃん。
B 男 5	えーと，144c ㎡？こんなでっかいと思う？
I 男 3	分からん。
B 男 6	1mよりでっかいじゃん。
B 男 7	これ 1mよりでっかいから，絶対だめだって。
J 子 4	だから・・・
B 男 8	聞いて聞いて。
J 子 5	はい。
B 男 9	正方形や長方形ではないでしょ。この形は。だから，正方形や長方形にすればいいんだよ。
I 男 4	そうか。
J 子 6	だから，これがこうなって・・・。
B 男 10	そうやったりとかさあ。いろんな分け方があるよ。ここで引いたり，こうやったり。
J 子 7	全部一緒のあれじゃん。
B 男 11	1 つの線引けば，ここが長方形で，ここも長方形で，ここに線引けばこれが長方形で，これが長い長方形で。

J 子 8	だから，この 1 個のマスに入っているやつの数をかけてやればいいんじゃないの？
B 男 12	うん。でもさあこれで，3×2 は 6 でしょ。6c ㎡（上側部分)。で，ここ（左下側）は 2cm。縦がね。横が 3cm だから，3×2 が 6 でしょ。で，2×，ああ，3×2 が 6 でしょ。同じのが 3 つあるから，かければいいんだよ。だから，式は，この場合はね。えーとちょっと待ってよ。
B 男 13	2×3×3 と。(計算しながら，説明用紙に記述)
J 子 9	これでいいの？
B 男 14	簡単に終わっちゃた。みんなわかった？
J 子 10	わかった。
I 男 5	分かんない。
I 男 6	ここの面積とここの面積をかけて答えでしょ？
B 男 15	だからね。この，あー。これが，本当の 1 つの図形として，3 つに同じ面積で分けて，3×2 で 6 でしょ。で，他の区切った面積も同じわけ。面積が。それが 3 つあるから，この式になる。分かった？分かってるんですか？
J 子 11	はーい。分かりました。
B 男 16	本当に？まあ分かってるんならいいけどさ。
J 子 12	うんと。これが全部 6 だから，この式になるの？よし OK。
B 男 17	あ。理由書かなきゃ。理由。
J 子 13	理由書いとけばいいの？（説明書に理由記述)
	（沈黙)
J 子 14	（　　）つけるの？
B 男 18	ちがう。これは，6×3 は前に求めた式だから，本当の式とは違うから，こうやって前もって書いてるわけ。
	（沈黙)
T1	グループで 3 人とも，もしくは 4 人とも分かっちゃったよというところは，前へ来て，写す紙，小さな紙持って行っていいですよ。
B 男 19	写す紙。(4 人とも説明書を写す)
B 男 20	ちょっと待って。変える。
J 子 15	え，なんで？え，変えるの？
I 男 7	え？
B 男 21	これはつけなくていいからね。(文頭に)「まず元の面積を」でいいからね。
B 男 22	みんなわかる？この（ワークシートの）向きで。
B 男 23	ちょっと変えよ。おかしいんだよ。文が。えーと「同じ面積に区切ります。次に，その 3 等分した 1 つの面積を求める式が，・・・」(4 人とも説明書記入)
B 男 24	（さっきみんなで書いたワークシートを）写してるんじゃなくて，自分で変えちゃってる。ねえ，これおかしい気がする。(4 人とも説明書記入)
B 男 25	（自分の説明書を音読　2 回)
B 男 26	あ，付け足さなきゃ。「他の求め方もある」当然。よし。
J 子 16	この「6×3（2×3×3)」の（　）って何？
B 男 27	ちがうよ。これは本当は同じ式。だからねえ，聞いて，ちょっと。紙持っててよ。
B 男 28	6×3，ああ，2×3×3 は 6×3 と一緒なんだよ。なぜなら，2×3＝6 でしょ。で 6×3 となるから，同じなの。だから，もしもの式として，（　）で書いてあるわけ。分かった？
I 男 8	うん。
B 男 29	あのさあ，「6×3（2×3×3)」の（　）は，式の（　）ではないですって言っといて。それは，言葉が言い終わってからね。
I 男 9	そういうことね。

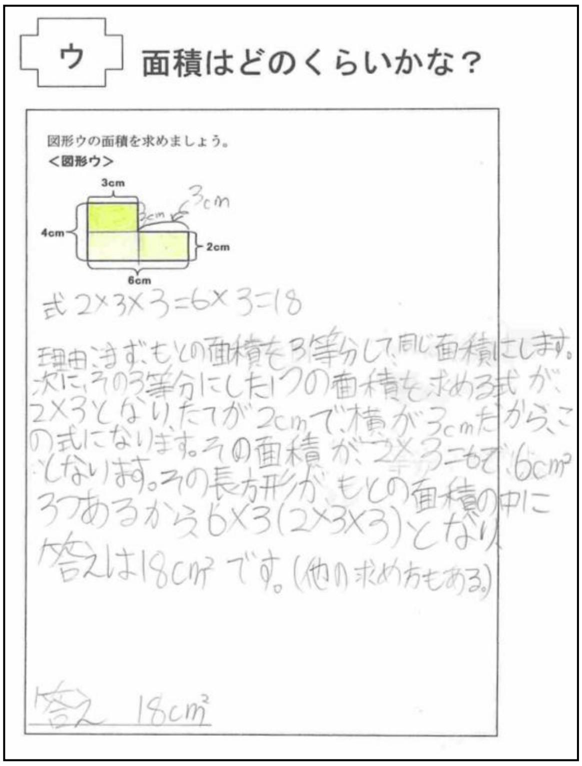


図 4.7　B 男のかいた説明書

②　ジグソーグループでの活動の様子

ジグソーグループでの活動から，2 時間目の授業となった。ジグソーグループでの対話の前に，授業者からジグソーグループでの対話の視点が明示された。3 種の複合図形の面積はいくつか，それらはどのように求めているのか，3 種の面積の求め方の共通点は何か，の 3 点である。抽出児 B 男のジグソーグループでは，エキスパート問題①，②，③の順に説明がなされ，そのあと，3 番目の対話の視点でありジグソー問題である「3 種類の面積の求め方の共通点」について考えた。B 男のジグソーグループでの発話記録を表 4.14 に示す。

表 4.14　B 男のジグソーグループでの発話

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記
Y 男 13 問題① 担当	3ｃｍの空いているところが，4cm と 5cm の長さと分かっているので，空いているところは，4×5 で 20 で，空いているところの，は，20ｃ㎡になる。だから 6×8＝48 になるから，空いているところの 20 をひいて，48－20＝28 になるから，図形アの面積は，28c ㎡になる。
B 男 39	分かりました。
Y 男 14	分かりますか？ここ（図形アの右側）2＋4 だら？たして 6 になる。ここ（上側）8 だら。3＋5 して 8 になる。
B 男 40	これを埋めて，あると考えて，長方形。
S 子 1	長方形
B 男 41	長方形があると考えた。
S 子 2	はい，いいでーす。私言います。
S 子 3 問題② 担当	まず，長方形じゃないので，半分に切って，4×3 は 12 です。それが 2 つあるからそれをたして，12＋12 は 24 で，2×6 は・・・

B 男 42	え？3？
S 子 4	2×3＝6 で，24＋6＝30 で，答えは，30c ㎡になりました。
B 男 43	はい。
B 男 44 問題③ 担当	ぼくは，式が 2×3×3 になります。
S 子 5	2×3×3。
B 男 45	答えは 18 c ㎡になりました。理由は，元の面積を 3 等分して同じ面積にします。その 3 等分にした 1 つの面積を求める式が 2×3 となり，縦が 2cm，横が 3cm だから，この式になります。その面積が，2×3 が 6 で 6c ㎡になります。その長方形がもとの面積の中に 3 つあるから，6×3，（2×3×3）となり，答えは 18c ㎡です。
Y 男 15	はえええー
B 男 46	分かんないよね。普通分かんない気がするけど。
Y 男 16	ここ 3cm なの？
	（沈黙）
T3	もう終わった？
Y 男 17	うん。
B 男 47	きみ分かった？
Y 男 18	うーん。
B 男 48	その言い方は分かってないような？
S 子 6	終わりました。
T4	視点の 3 つ（面積，求め方，3 種類の求め方の共通点）は分かった？
S 子 B 男 1	答えわかった，求め方分かった，共通点？？
T5	相談，相談。
S 子 7	わかった。長方形と正方形でない。そうでしょ。先生そうでしょ？
T6	え？何？
S 子 8	長方形と正方形がない。
T7	ない？
S 子 9	じゃない。なった人と，ならなかった人といる。
T8	共通点だよ。
Y 男 19	同じことだよ。
B 男 49	あ，分かった！長方形や正方形にして求める。
S 子 10	え，してないよ，うち。してない。
Y 男 20	え，でもさ，こう（図形イの凹のへこんだ部分を），うめればいい。
B 男 50	区切ったり，後で考えて，長方形や正方形にしてもとめればいい。
Y 男 21	ここ（図形ウのへこんだ部分）埋まってないよ。ここ埋まってないよ。ここ埋まってないよ。
S 子 11	おなじとこだよ。
S 子 12	これは正方形と長方形でしょ。長方形，長方形，長方形，長方形，長方形，長方形，長方形。
B 男 51	そうですね。
S 子 13	それだし，正方形だと長方形だと思ってるから。切ったりして。分かる？
	（沈黙）
T9	共通点は？
B 男 52	えっと，みんな区切ったり，あると考えたり，えっと・・・
S 子 14	アの人は，ここを埋めていて，イの人はここを半分に切って，長方形にして，ウの人も半分に切って長方形にした。
B 男 53	で，長方形や正方形に，
S 子 15	した。
B 男 54	にして，答えたところが共通点です。
	（沈黙）
S 子 16	アの人の答えは？
Y 男 22	覚えてない。B 男さんは？
B 男 55	28c ㎡。
S 子 17	求め方は？えーと何だ。埋まっていないところを
B 男 56	埋めて

S 子 18	埋めて，それをひいた。
B 男 57	はい，もっと詳しく説明します。長方形でも正方形でもないので，長方形になるように，でっかい 1 つの長方形になるように，する，ところを埋めて，その，あると考えて，その縦と横の長さを測って，そこから，うーんと，考えた部分を減らした。

③　子どものアンケート結果

B 男のグループに所属していなかった子どもたちの外化の状況はどうだっただろうか。授業を受けた子ども全員 31 人を対象に，授業直後に本授業についてのアンケートを行った。アンケートは，とてもそう思う，少し思う，あまり思わない，全然思わない，の 4 件法で行った。とてもそう思う，少し思う，の合計数を肯定的反応数として表 4.15 に挙げる。

表 4.15　授業後の子どものアンケート結果（N=31）

質　問	肯定的反応（人）
エキスパートグループでの説明作りは，友達と話し合ってできましたか。	28
ジグソーグループでは，自分の考えが話せましたか。	28
３つの面積の求め方がわかりましたか。	24
３つの面積の求め方の共通点がわかりましたか。	24

（４）考察

①　学級内のすべての子どもの対話の実現

表 4.15 よりエキスパートグループ，ジグソーグループでは 28 人の子どもが自分の考えを話せたことが分かる。ジグソー学習法は，エキスパートグループでは自分の考えがうまく話せなくとも，エキスパートグループ全体での考えを自分の考えとし，ジグソーグループで自分の考えを話すことを可能にする学習方法である。そのため，ジグソーグループで自分の考えがうまく話せなかった 3 名にインタビューを行うと，3 名ともある程度自分の考えを話せたが「うまくは説明できなかった」という意味でアンケートに答えたことが分かった。そのため，学級内のすべての子どもが自分の考えを話せたことが分かる。しかし，「うまくは話せない」状況をつくり出している要因や，うまく話せないことを問題視する姿勢そのものも今後改善していくべき問題点であろう。

また，B 男のエキスパートグループでの表 4.13 の発話記録からは，B 男 29 回，I 男 9 回，J 子 16 回の発話回数，また表 4.14 での B 男のジグソーグループの発話記録からは，B 男 20 回，Y 男 10 回，S 子 19 回の発話回数が示されており，これらのグループ内のすべての子どもが自分の考えを話していることが事例的に明らかである。これは学級内のすべての子どもが自分の考えを話すことを実現させている可能性が高いことを示しており，一人一人の子どもが自らの目的に向けた相手との話し言葉のやり取りの中で，自分の主張と相手の主張を交差させることで主張を深める基となる。協調的問題解決の基盤と言える。

②　B 男のエキスパートグループでの対話の考察

エキスパート課題③に取り組んだグループは 3 グループあり，B 男のグループは 3 つの合同な長方形へ分割して求積した。他のグループは，図形ウを縦に区切り左右の長方形に分割するグループ, L 字型の右側に出ている部分を図形ウの下側に移動させて 1 つの長方形に等積変形するグループだった。

B 男は, 議論の初めに図形ウに書きこまれていない周囲の長さを 2 か所書きこんでいる。図 4.7 に手書きで記入してある縦 2cm と横 3cm である。このことに関連する発言は B 男 1, B 男 2 である。これらはエキスパート問題③の解法について考えており，数学的理解は相 1 である。また，問題状況から分かる自分の考えを公表しているので，「数学学習の言語使用サイクル」は①個別的公的利用であると解釈できる。

その後，J 子 1，J 子 2，J 子 3 の一連の「かければいい」という趣旨の発言を聞いてから，B 男 3 から B 男 7「これ 1m よりでっかいから絶対だめだって。」という発言までで, B 男が戸惑いを感じている様子がよく分かる。それは，J 子の「面積は長さをかけ合わせれば求められる」という概念に，多少は納得しながらも，違和感があるという戸惑いである。つまり，B 男の面積の求め方に関する概念は，J 子の面積の概念に対して，自らの既有の概念と同じところがありながらも，少し違う部分もあると，違和感を覚えている状況であると言える。また B 男は，100 ㎠と 1m をまだ混同している状態ではあるが，2cm から 6cm の辺の長さで構成された図形ウの面積として，144 ㎠は大きすぎると主張している。この B 男 3 から B 男 7 までの発言は，J 子の面積を求める概念に対しての発言となっており，②社会的使用であると考えられる。また数学的理解は，まだエキスパート問題③の解法そのものについて考えているため，相 1 と解釈できる。次に B 男は，B 男 8 から L 字型の複合図形を長方形に分割する新たな概念について考えを提示し始め，B 男 14「簡単に終わっちゃった。みんな分かった？」で式を書き終え，B 男 16 で I 男と J 子への面積の求め方の説明を終わっている。つまり B 男は，B 男 7 までの J 子の「面積は長さをかければ求められる」概念に関する批判的反応から，一歩前進した言語使用を B 男 8 から始めている。このことは何を意味するのだろうか。このことは, B 男 7 の②社会的使用の批判的反応を経て B 男 8 までの間に, 観察はできなかったが B 男の精神内で③模倣的信頼的使用の段階が生じ, その結果,「数学学習の言語使用サイクル」が 1 サイクルしたことを意味していると解釈できる。つまり，B 男 8 から新たなサイクルに入ったのである。

B 男 8，B 男 9 では，新たな自分の考えを公表している。そのため①個別的公的利用である。ここでの B 男の考えは，I 男 4 や J 子 6 等の肯定的受容によって B 男 10 から B 男 16 までの説明が進行されていく。つまり，B 男 10 から B 男 16 までは②社会的使用の段階である。また，新たな考えを説明し始める B 男 9「正方形や長方形ではないでしょ。この形は。だから，正方形や長方形にすればいいんだよ。」から分かるように，エキスパート問題③の解法について対話しながらも，長方形の面積の求積方法という既習を活用し始めている。したがって，B 男 8 から B 男 16 までの数学的理解は相 3 であると考えられる。

最後に B 男は，説明書に書かれた自分の解決方法を全員に納得してもらおうと，エキスパートグループの他の 2 人に説明を始める。B 男 17 から B 男 29 までである。これは B 男 29 まで，長方形に分割して求積する自分の考えを公表しながら，I 男と J 子の同意を得ようとしていると考えられる。したがって②社会的使用の段階であると解釈できる。数学的理解は，相 3 のままである。B 男 10 から B 男 16 までと，B 男 17 から B 男 29 までの B 男の理解の状況は，ともに②社会的使用の相 3 であると解釈できるが，前者は B 男個人がエキスパート問題③を理解するために友達と対話していた段階であり，後者は B 男の理解を友達に説明し納得してもらう段階である。つまり，前者が解法について思考しながら対話した状況であり，後者が解法について振り返りながら整理して対話している状況であると考えられる。このことは，B 男 14 や B 男 15 の発話内容から解釈することができる。

なお，J 子について言及しておく。J 子の求積に関する最初の概念は「長さをかければよい」であった。J 子はふだん，算数の授業で発言することは年間を通してほとんどなく，算数の内容そのものへの理解度もかなり低い子どもである。その J 子が何度も発言したり，J 子 10「わかった。」と発言したりすることは，特筆に値するであろう。

以上の考察をまとめると，表 4.16 となる。

表 4.16　B 男のエキスパートグループでの発話の考察

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記	数学学習の言語使用サイクル	数学的理解
B 男 1	ここが 3cm か。	①個別的公的利用	相 1
J 子 1	だったら，3×4＝12 ってやればいいじゃん。		
B 男 2	（2 箇所の長さを書きこみながら）よし。これで全部の長さはわかった。	①個別的公的利用	相 1
I 男 1	あ，ここ（横）3cm か。		
J 子 2	これさあ，かければいいじゃん。	1サイクル	
B 男 3	全部？	②社会的使用	相 1
I 男 2	うん。		
B 男 4	3×2＝6，6×6＝36，36×4？	②社会的使用	相 1
J 子 3	ここにかけ算書いて，求めればいいじゃん。		
B 男 5	えーと，144 ㎠？こんなでっかいと思う？	②社会的使用	相 1
I 男 3	分からん。		
B 男 6	1m よりでっかいじゃん。	②社会的使用	相 1
B 男 7	これ 1m よりでっかいから，絶対だめだって。	②社会的使用	相 1
J 子 4	だから・・・		
B 男 8	聞いて聞いて。	①個別的公的利用	相 3
J 子 5	はい。		
B 男 9	正方形や長方形ではないでしょ。この形は。だから，正方形や長方形にすればいいんだよ。	①個別的公的利用	相 3
I 男 4	そうか。		
J 子 6	だから，これがこうなって・・・。		
B 男 10	そうやったりとかさあ。いろんな分け方があるよ。ここで引いたり，こうやったり。	②社会的使用	相 3
J 子 7	全部一緒のあれじゃん。		
B 男 11	1 つの線引けば，ここが長方形で，ここも長方形で，ここに線引けばこれが長方形で，これが長い長方形。	②社会的使用	相 3
J 子 8	だから，この 1 個のマスに入っているやつの数をかけて		

	やればいいんじゃないの？		
B 男 12	うん。でもさあこれで，3×2 は 6 でしょ。6 ㎠（上側部分)。で，ここ（左下側）は 2cm。縦がね。横が 3cm だから，3×2 が 6 でしょ。で，2×，ああ，3×2 が 6 でしょ。同じのが 3 つあるから，かければいいんだよ。だから，式は，この場合はね。えーとちょっと待ってよ。	②社会的使用	相 3
B 男 13	2×3×3 と。(計算しながら，説明用紙に記述)	②社会的使用	相 3
J 子 9	これでいいの？		
B 男 14	簡単に終わっちゃた。みんなわかった？	②社会的使用	相 3
J 子 10	わかった。		
I 男 5	分かんない。		
I 男 6	ここの面積とここの面積をかけて答えでしょ？		
B 男 15	だからね。この，あー。これが，本当の 1 つの図形として，3 つに同じ面積で分けて，3×2 で 6 でしょ。で，他の区切った面積も同じわけ。面積が。それが 3 つあるから，この式になる。分かった？分かってるんですか？	②社会的使用	相 3
J 子 11	はーい。分かりました。		
B 男 16	本当に？まあ分かってるんならいいけどさ。	②社会的使用	相 3
J 子 12	うんと。これが全部 6 だから，この式になるの？よし OK。		
B 男 17	あ。理由書かなきゃ。理由。	②社会的使用	相 3
J 子 13	理由書いとけばいいの？（説明書に理由記述)		
	（沈黙）		
J 子 14	かっこつけるの？		
B 男 18	ちがう。これは，6×3 は前に求めた式だから，本当の式とは違うから，こうやって前もって書いてるわけ。	②社会的使用	相 3
	（沈黙）		
T1	グループで 3 人とも，もしくは 4 人とも分かっちゃったよというところは，前へ来て，写す紙，小さな紙持って行っていいですよ。		
B 男 19	写す紙。(3 人とも説明書を写す)	②社会的使用	相 3
B 男 20	ちょっと待って。変える。	②社会的使用	相 3
J 子 15	え，なんで？え，変えるの？		
I 男 7	え？		
B 男 21	これはつけなくていいからね。(文頭に)「まず元の面積を」でいいからね。	②社会的使用	相 3
B 男 22	みんなわかる？この（ワークシートの）向きで。	②社会的使用	相 3
B 男 23	ちょっと変えよ。おかしいんだよ。文が。えーと「同じ面積に区切ります。次に，その 3 等分した 1 つの面積を求める式が，・・・」(3 人とも説明書記入)	②社会的使用	相 3
B 男 24	（さっきみんなで書いたワークシートを）写してるんじゃなくて，自分で変えちゃってる。ねえ，これおかしい気がする。(3 人とも説明書記入)	②社会的使用	相 3
B 男 25	（自分の説明書を音読　2 回)	②社会的使用	相 3
B 男 26	あ，付け足さなきゃ。「他の求め方もある」当然。よし。	②社会的使用	相 3
J 子 16	この「6×3（2×3×3)」のかっこって何？		
B 男 27	ちがうよ。これは本当は同じ式。だからねえ，聞いて，ちょっと。紙持っててよ。	②社会的使用	相 3
B 男 28	6×3，ああ，2×3×3 は 6×3 と一緒なんだよ。なぜなら，2×3＝6 でしょ。で 6×3 となるから，同じなの。だから，もしもの式として，(　) で書いてあるわけ。分かった？	②社会的使用	相 3
I 男 8	うん。		

B 男 29	あのさあ，「6×3（2×3×3)」の（　）は，式の（　）ではないですって言っといて。それは，言葉が言い終わってからね。	②社会的使用	相 3
I 男 9	そういうことね。		

③　B 男のジグソーグループでの対話の考察

注目すべき点は 3 点ある。第 1 に，エキスパート問題①の図形アとエキスパート問題②の図形イの説明に関してである。まず図形アの説明を Y 男が行った。Y 男の説明の Y 男 13，Y 男 14 に対して，B 男 39「分かりました。」と答える。これは Y 男の考えを受容している表れであり，「数学学習の言語使用サイクル」は②社会的使用の段階であると解釈できる。数学的理解は，個々のエキスパート問題を理解しようとしている段階であるため相 1 である。そして B 男は，B 男 40「これを埋めて，あると考えて，長方形。」，B 男 41「長方形があると考えた。」とつぶやくように発言している。この表れは，エキスパートグループの活動で得た「与えられた図形を長方形に分割して，1 つ 1 つの長方形の面積を求め，それらの面積をたして，与えられた図形の面積を求める」という概念と，「長方形があると考える」という新しい概念と対比しながら考えている表れであると解釈できる。つまりエキスパート問題①に関する新たな概念を用いた解決方法を聞き，それを自分なりに言語表現として試験的に使用しながら考えている状況であると考えられる。したがって，数学的理解は相 1 で，③模倣的信頼的使用の段階であると解釈できる。

次に，S 子がエキスパート問題②の図形イの求積方法に関する説明を行った。その説明に対し B 男は，B 男 42 で一度疑問を投げかけているが，その後の S 子 4 の説明に簡単に納得している。これは，S 子の求積方法が，与えられた図形を長方形に分割して考える，B 男のエキスパートグループでの求積方法に関する概念と等しい概念であったために，簡単に納得できたと考えられる。したがって，数学的理解は相 1 で②社会的使用の段階であると解釈できる。なお，B 男 43「はい。」の発言はエキスパート問題①について理解できたと解釈できる発言であるので，数学的理解は相 2 となる。

第 2 に，B 男 44 からの B 男のエキスパート問題③に関する説明についてである。この説明は B 男 44 から B 男 48「その言い方は分かってないような？」まで続いており，エキスパートグループでの数学的理解を基に説明している。したがって，エキスパート問題③に対する数学的理解は相 3 であり，②社会的使用の段階であると解釈できる。ここで注目しておきたいのは，ジグソーグループ全体の対話の方向性についてである。B 男 48 で B 男自身も気付いているように，B 男の説明した内容について Y 男はまだ理解できていないことが発話記録から分かる。B 男はエキスパートグループでは，J 子に対して，分かるまで何度も語りかけている。しかし，ジグソーグループではその様な姿が生じていない。これは，筆者の T3 から T8 の介入がその原因であろう。T4「視点の 3 つ（面積，求め方，3 種類の求め方の共通点）は分かった？」のジグソー問題に関する発言によって，B 男のジグソーグループは 3 つの面積の求め方の共通点へと対話の中心が移動している。このことは，ジグ

ソーグループでの対話を深めるための手だてとしてはある意味効果的であるが，Y 男の学びから考えると，悪い影響を及ぼしたとも言える。ジグソー学習法における教師介入のタイミングとして，「グループの対話が滞り，無言の状態になっているとき」，「介入時には，なるべく言葉を少なくし，対話のヒントとなるような言葉を投げかける」という 2 つの感覚を筆者は経験的に感じており，この時もその基準に基づいて対応した。しかし，結果としてうまく介入することができなかったことが発話記録から明らかである。協調的問題解決時の教師の介入の難しさは大きな課題の 1 つであろう。

第 3 に，3 つの図形の求積方法の共通点に関するジグソー問題についてである。この対話は S 子 B 男 1 から始まる。この対話は，発話記録の最後の B 男 57 まで続く。初めに S 子が，S 子 7，S 子 8，S 子 9 と連続して，「長方形」，「正方形」がある，ない，という発言を教師に対して繰り返す。この発言を受けて B 男 49「あ，分かった！長方形や正方形にして求める。」という発言が生まれる。B 男は，この B 男 49 の段階で，長方形の求積を利用しているという共通点，つまり，新たな求積方法に関する概念に気付いたと考えられる。この発言は，他の友達に説明しようとしたというよりも，自分自身の内的な気付きが言葉となって表れたと解釈するほうが自然であろう。従って，この B 男 49 は，数学的理解は相 3 であり，①個別的公的利用の段階であると考えられる。

この B 男 49 の発言に対して，反対意見が出る。S 子 10，Y 男 21 である。S 子 10「え，してないよ，うち。してない。」のように，S 子は，長方形や正方形にしていないと主張するが，その主張に対し Y 男 20「え，でもさ，こう（図形イの凹のへこんだ部分を），うめればいい。」（括弧内，筆者が追記）と返答している。また，Y 男 21 の「ここ（図形ウのへこんだ部分）埋まってないよ…。」の反対意見に対しては，S 子 11，S 子 12，S 子 13 が返答するという形でジグソーグループの対話が進行していく。その間 B 男は，B 男 50，B 男 51 のように，長方形に帰着させる考えを説明したり，その考えを承認したりしている。そのため，数学的理解は相 3 であり，②社会的使用の段階であると考えられる。その後も，B 男 52 から B 男 56 まで「長方形や正方形を利用して求める」という求積方法に関する概念について他者に説明を続けている。したがって，数学的理解は相 3 であり，②社会的使用の段階であると解釈できる。

ここで注目すべきは，B 男 55 である。B 男 55 は，S 子と Y 男のエキスパート問題①に関する質問に答えているため，数学的理解は相 2 となる。つまり，S 子 16→Y 男 22→B 男 55 の一連の対話は，3 種の求積方法の共通点という対話の視点から，突然個々のエキスパート問題の解答へと対話の視点が移動し，その後すぐに対話の視点が元通りになっている。子どもたちの思考対象の多層性と複数性を示していると考えられる。また，一連の B 男の説明によって，最初に長方形や正方形がある，ないと答えていた S 子の概念は，S 子 12 を契機に変容していることも注目に値しよう。

最後に，B 男の概念は，S 子と Y 男との議論を経て，B 男 57 のように，B 男 49 よりも洗練された説明を行っている。つまり数学的理解が深化していると言える。これは，B 男

49 から B 男 57 までの間の②社会的使用での批判的反応と肯定的受容を経て，B 男は自分の考えにより自信を持って，B 男 57「はい，もっと詳しく説明します。長方形でも正方形でもないので，長方形になるように，でっかい 1 つの長方形になるように…」のように発言することができたと解釈できる。しかも単に自信を持つのではなく，長方形にすることの必要性を訴えている。これは，長方形に帰着させるという，既習を活用させる考えの有用性を新たに感じている発言だと解釈できる。そのため B 男 57 の発言は，数学的理解は相 4 であり，①個別的公的利用であると考えられる。したがって，B 男 49 から B 男 57 までに「数学学習の言語使用サイクル」が 1 サイクル回ったことになる。なお，B 男 57 の直前には，観察はされなかったが，③模倣的信頼的使用の段階が B 男の精神内で生じたと考えられる。

以上の考察をまとめると，表 4.17 となる。

表 4.17　B 男のジグソーグループでの発話の考察

発言者	発言内容　括弧内は筆者追記	数学学習の言語使用サイクル	数学的理解
Y 男 13 問題① 担当	3ｃｍの空いているところが，4cm と 5cm の長さと分かっているので，空いているところは，4×5 で 20 で，空いているところの，は，20ｃ㎡になる。だから 6×8＝48 になるから，空いているところの 20 をひいて，48－20＝28 になるから，図形アの面積は，28c ㎡になる。		
B 男 39	分かりました。	②社会的使用	相 1
Y 男 14	分かりますか？ここ（図形アの右側）2＋4 だら？たして 6 になる。ここ（上側）8 だら。3＋5 して 8 になる。		
B 男 40	これを埋めて，あると考えて，長方形。	③模倣的信頼的使用	相 1
S 子 1	長方形		
B 男 41	長方形があると考えた。	③模倣的信頼的使用	相 1
S 子 2	はい，いいでーす。私言います。		
S 子 3 問題② 担当	まず，長方形じゃないので，半分に切って，4×3 は 12 です。それが 2 つあるからそれをたして，12＋12 は 24 で，2×6 は・・・		
B 男 42	え？3？	②社会的使用	相 1
S 子 4	2×3＝6 で，24＋6＝30 で，答えは，30c ㎡になりました。		
B 男 43	はい。	②社会的使用	相 2
B 男 44 問題③ 担当	ぼくは，式が 2×3×3 になります。	②社会的使用	相 3
S 子 5	2×3×3。		
B 男 45	答えは 18ｃ㎡になりました。理由は，元の面積を 3 等分して同じ面積にします。その 3 等分にした 1 つの面積を求める式が 2×3 となり，縦が 2cm，横が 3cm だから，この式になります。その面積が，2×3 が 6 で 6c ㎡になります。その長方形がもとの面積の中に 3 つあるから，6×3，（2×3×3）となり，答えは 18c ㎡です。	②社会的使用	相 3
Y 男 15	はええー		
B 男 46	分かんないよね。普通分かんない気がするけど。	②社会的使用	相 3

Y 男 16	ここ 3cm なの？		
	（沈黙）		
T3	もう終わった？		
Y 男 17	うん。		
B 男 47	きみ分かった？	②社会的使用	相 3
Y 男 18	うーん。		
B 男 48	その言い方は分かってないような？	②社会的使用	相 3
S 子 6	終わりました。		
T4	視点の 3 つ（面積，求め方，3 種類の求め方の共通点）は分かった？		
S 子 B 男 1	答えわかった，求め方分かった，共通点？？		
T5	相談，相談。		
S 子 7	わかった。長方形と正方形でない。そうでしょ。先生そうでしょ？		
T6	え？何？		
S 子 8	長方形と正方形がない。		
T7	ない？		
S 子 9	じゃない。なった人と，ならなかった人といる。		
T8	共通点だよ。		
Y 男 19	同じことだよ。		
B 男 49	あ，分かった！長方形や正方形にして求める。	①個別的公的利用	相 3
S 子 10	え，してないよ，うち。してない。		
Y 男 20	え，でもさ，こう（図形イの凹のへこんだ部分を），うめればいい。		
B 男 50	区切ったり，後で考えて，長方形や正方形にしてもとめればいい。	②社会的使用	相 3
Y 男 21	ここ（図形ウのへこんだ部分）埋まってないよ。ここ埋まってないよ。ここ埋まってないよ。		
S 子 11	おなじとこだよ。		
S 子 12	これは正方形と長方形でしょ。長方形，長方形，長方形，長方形，長方形，長方形，長方形。		
B 男 51	そうですね。	②社会的使用	相 3
S 子 13	それだし，正方形だと長方形だと思ってるから。切ったりして。分かる？	1サイクル	
	（沈黙）		
T9	共通点は？		
B 男 52	えっと，みんな区切ったり，あると考えたり，えっと・・・	②社会的使用	相 3
S 子 14	アの人は，ここを埋めていて，イの人はここを半分に切って，長方形にして，ウの人も半分に切って長方形にした。		
B 男 53	で，長方形や正方形に，	②社会的使用	相 3
S 子 15	した。		
B 男 54	にして，答えたところが共通点です。	②社会的使用	相 3
	（沈黙）		
S 子 16	アの人の答えは？		
Y 男 22	覚えてない。B 男さんは？		
B 男 55	28c ㎡。	②社会的使用	相 2
S 子 17	求め方は？えーと何だ。埋まっていないところを		
B 男 56	埋めて	②社会的使用	相 3
S 子 18	埋めて，それをひいた。		
B 男 57	はい，もっと詳しく説明します。長方形でも正方形でもないので，長方形になるように，でっかい 1 つの長	①個別的公的利用	相 4

	方形になるように，する，ところを埋めて，その，あると考えて，その縦と横の長さを測って，そこから，うーんと，考えた部分を減らした。		

④　B 男の数学的理解の変化

前小節までの B 男の数学的理解の様相を数学的理解の変化グラフに示すと，図 4.8 となる。

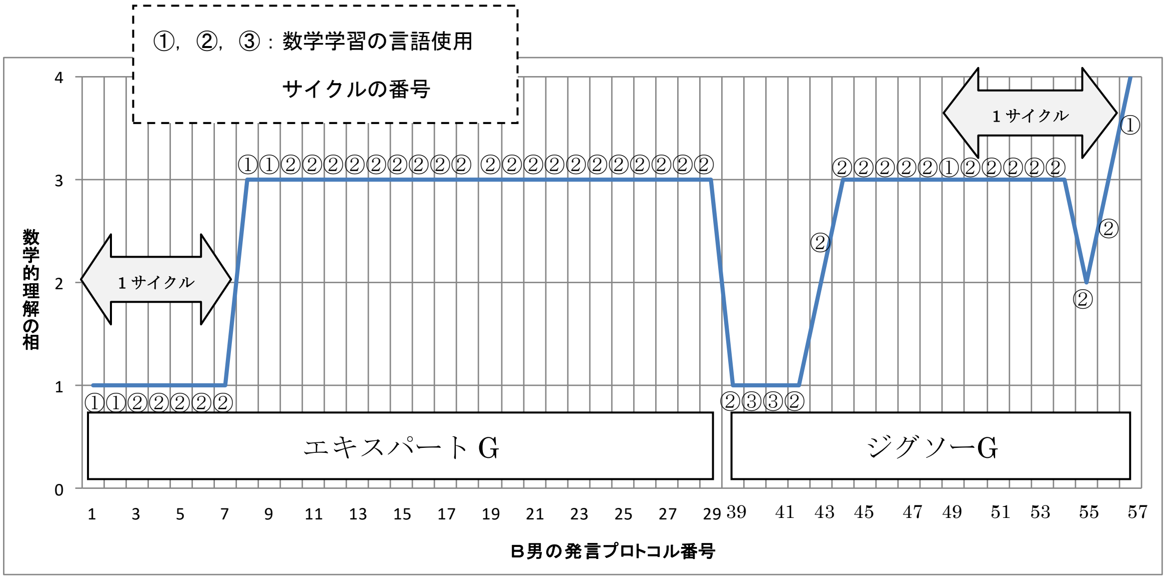


図 4.8　B 男の数学的理解の変化グラフ

図 4.8 から，B 男の数学的理解は「数学学習の言語使用サイクル」の①個別的公的利用，②社会的使用，そして③模倣的信頼的使用という 3 つの段階を 2 サイクル回り，数学的理解の相が徐々に高まっていることが確認できる。つまり，B 男には協調的問題解決が生じていたと解釈できる。なお，本研究ではジグソー学習法の方法論を用い，グループでの対話を分析しているため，「数学学習の言語使用サイクル」は②社会的使用が多くなることは当然である。しかし，その中でも，前小節で見出せなかった③模倣的信頼的使用での B 男 40，B 男 41 の独り言の段階や，エキスパートグループでの自分に言い聞かせるかのような B 男 8 から B 男 14 の発話を見出せたことは，大きな意味があると考えられる。それは，子どもの自己中心的言語について，ヴィゴツキー（2001）の実験と同様に，話すこととで思考する子どもの姿を社会的だけでなく，個別的にも確認できたからである。

また，図 4.8 を一見すると，B 男の理解の相は上昇したり下降したりしているように見える。しかし，発話プロトコルと照合すると，実際はそうではなく，ジグソーグループでの対話の思考の対象が移行するためこのようなグラフになることが分かる。B 男の思考対象の変遷をまとめると，表 4.18 となる。

表 4.18　B 男の思考対象の変遷

グループ	B 男 発話番号	思考対象	理解の相	状況等
エキスパートグループ	B 男 1～B 男 7	エキスパート問題③	相 1	
	B 男 8～B 男 14		相 3	発話しながらの思考
	B 男 15～B 男 29		相 3	他者への説明
ジグソーグループ	B 男 39～B 男 41	エキスパート問題①	相 1	自己中心的言語あり
	B 男 42～B 男 43	エキスパート問題②	相 2	
	B 男 44～B 男 48	エキスパート問題③	相 3	担当問題の説明
	B 男 49～B 男 54	3 種の問題の共通点	相 3	
	B 男 55	エキスパート問題①	相 2	
	B 男 56～B 男 57	3 種の問題の共通点	相3～相4	

複数の問題を統合的に考察していく際には，一段階抽象的な思考が必要となる。その際には，個別の具体的な問題に立ち戻ることが必要なことが B 男 55 から解釈できる。

④　協調的問題解決を実現する規範の抽出

B 男に協調的問題解決を実現させていた要因，つまり B 男に「数学学習の言語使用サイクル」を 2 サイクルさせることを可能にさせていた要素を抽出する。前小節からは次の 6 点が協調的問題解決を実現するための学習デザインの規範として抽出されていた。

規範 1）エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持たせ，それを一人一人が説明する活動を設定すること
規範 2）エキスパート問題に関する意見を可視化する活動を設定すること
規範 3）グループ内での「話す」，「聴く」という役割を連続的に交替させるような学習デザインをすること
規範 4）グループのメンバーが互恵的に学び合うような学習デザインをすること
規範 5）ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的な対話の視点を提示すること
規範 6）何でも質問し合い，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること

本小節では，これらの 6 点の規範が，B 男の事例研究に実現されているかを考察しながら，規範そのものを加除修正していく。

規範 1「エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持ち，それを一人一人が説明すること」が B 男の事例にも実現されていることは明らかである。なぜならジグソーグループ

における B 男 44～B 男 48 において，B 男は自分の担当したエキスパート問題③を説明しているからである。また，Y 男は Y 男 13～Y 男 14 において，S 子は S 子 2～S 子 4 においてもそれぞれ自分の担当したエキスパート問題を説明している。

規範 2「エキスパート問題に関する意見が可視化されていること」は，図 4.7 に示すようにエキスパートグループの説明書として実現されている。本事例においては，エキスパートグループでの活動の前半に，グループ全体で説明書をつくり，後半には個人の説明書づくりを行う時間を設けている。そのため，エキスパートグループでの活動を振り返ることが可能となっている。

規範 3「グループ内での「話す」,「聴く」という役割を連続的に交替すること」は，B 男のエキスパートグループとジグソーグループの発話記録から明らかに実現されている。ここで注目すべき事は，思考する際に「話す」,「聴く」行為を行う主体者の交替のみならず，その思考の対象も変化していることである。エキスパートグループでの B 男は，担当したエキスパート問題のみを思考の対象としていたが，ジグソーグループでは，その思考の対象を，エキスパート問題①→エキスパート問題②→エキスパート問題③→3 種の問題の解法（メタ学習）→エキスパート問題①→3 種の問題の解法（メタ学習），と変化させている。このことは，一段階抽象的な思考を伴うメタ学習を行い，その学習を遂行するには，単にメタ学習のためのジグソー問題を提示するだけでなく，同一層の具体的な複数の学習対象間を行き来しながら抽象的なメタ学習へと移行したり，再び具体的な学習に戻って思考してからメタ学習へと移行したりするという動的な学習対象の変化が必要であることを示唆していると解釈できる。換言すれば，具体的な複数の学習対象間を水平的に移動しながら，一段階抽象的なメタ学習へと垂直的に移行したり，再び具体的な学習対象に垂直的に立ち戻ったりするという，学習対象の水平的・垂直的移行が対話によって生じることにより，より協調的問題解決が充実すると考えられる [4.2]。このような学習対象の水平的，垂直的な相互の移行は，協調的問題解決をより充実させる新たな規範となりうると考えられる。

規範 4「グループのメンバーが互恵的に学び合うこと」は，B 男については実現できていると考えられる。それは，協調的問題解決が実現しているからである。B 男のエキスパートグループのメンバーJ 子と I 男，ジグソーグループのメンバーの Y 男と S 子はどうであろうか。J 子は，エキスパートグループ当初の概念「面積はかけ算をすればよい」から，J 子 12 で，複合図形は長方形に分割しその面積の和を求めればよい，という概念へと変容している。I 男は，I 男 8，I 男 9 においてエキスパート問題③の求め方に明確に同意している。Y 男は，Y 男 20，Y 男 21 で長方形に帰着させる考えについての同意や疑問を発している。そのため長方形に帰着させる考え方に気付き始めていると解釈できる。S 子は，最初に 3 問のエキスパート問題の解法の共通点が，正方形や長方形ではないという問題設定の共通点だと考えていたが，S 子 14，S 子 15，S 子 17，S 子 18 で長方形に帰着させるという考え方を B 男とともに説明できるようになった。これらのことから，B 男のグループのメンバーは全員互恵的に学び合うことを実現できたと考えられる。

規範 5「ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的なジグソー問題を提示すること」は，ジグソーグループでの対話に入る前での学級全体への教師の指示や，表 4.14 での T4 での発問によって実現されている。

規範 6「何でも質問し合い，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること」について考察する。B 男のエキスパートグループでは，当初 J 子の面積はかけ算をすればよいという考えを聞き，その考えに反論するところから始まる。そして B 男がメンバーの J 子と I 男に話しかけながら自らも思考することで，エキスパート問題③を解き，その解法について，もう一度説明をするという流れになっている。ここには，ペーパーテストの学力低位の J 子の意見も大切に聞こうという意思と，友達の意見に疑問を感じたら進んで対立意見を発表し，よりよい解決を求めていこうとする姿勢が見られる。この姿勢は，批判的思考の表れであると考えられる。ジグソーグループでも同様である。S 子 10，Y 男 21 では，B 男の考えに対して疑問を表明している。それらの疑問に対して，前者の疑問には Y 男 20 が，後者の疑問には S 子 11～S 子 13 が答えている。したがって，規範 6 は実現されていると解釈できる。しかし本実践でのエキスパートグループ，ジグソーグループで表れていた子どもたちの批判的思考について，規範 6 は何も述べていない。そのため，規範 6 を「批判的思考をもとに，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること」と修正する。

以上の考察から，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習のための学習デザインの規範を 7 点抽出した。

規範 1）エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持たせ，それを一人一人が説明する活動を設定すること
規範 2）エキスパート問題に関する意見を可視化する活動を設定すること
規範 3）グループ内での「話す」,「聴く」という役割を連続的に交替させるような学習デザインをすること
規範 4）グループのメンバーが互恵的に学び合うような学習デザインをすること
規範 5）ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的なジグソー問題を提示すること
規範 6）批判的思考をもとに，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること
規範 7）学習対象が水平的，垂直的に相互に移行するような学習デザインをすること

規範 1～5 は前小節から受け継ぎ，規範 6 は前小節の規範 6 を部分修正したものである。そして規範 7 は新たに抽出した規範である。これらの規範を，「数学学習の言語使用サイクル」の中央の軸に配置すると，協調的問題解決を実現する学習理論が構築されることになり，図 4.9 となる。

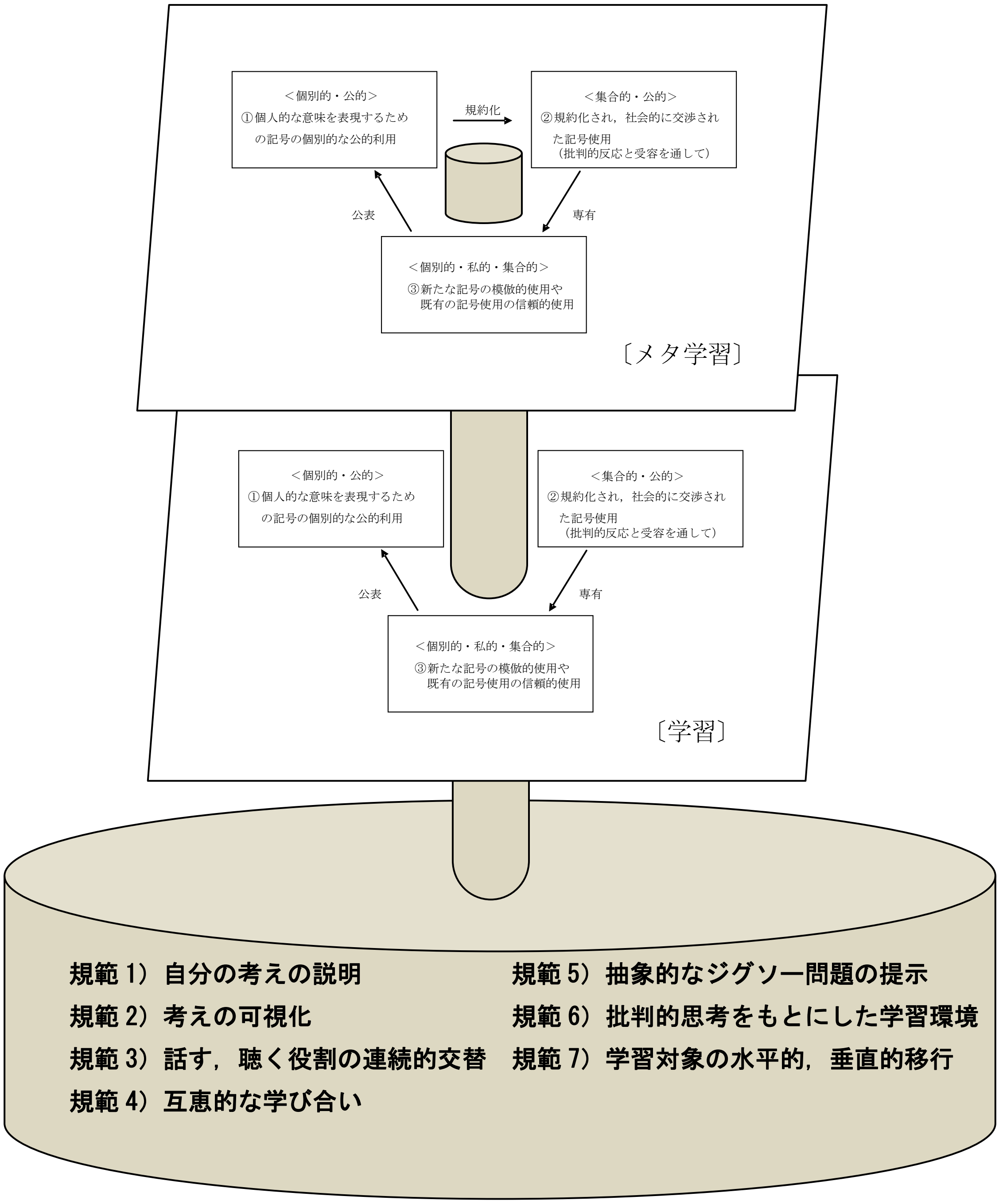


図 4.9　ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論モデル

図 4.9 の土台となっている円柱には，学習デザインの規範を組み入れた。土台の学習デザインの規範は，指導計画立案のための規範，授業実践時の具体的な指導方法の規範，次なる指導での改善案立案のための規範，という 3 種の規範を示している。これらの 3 種の規範に支えられることによって，「数学学習の言語使用サイクル」が回り，協調的問題解決が

実現することをモデル化した図である。この学習理論モデルは，学習デザインの規範をもとにして学習デザインがなされることで，協調的問題解決が実現される構造を示している。

この学習理論モデルは,「数学学習の言語使用モデル」によって理論の記述性を有することになる。また，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範によって理論の規範性も有する。しかし，この学習理論モデルは 2 例の事例研究を経たのみで構築されている。さらなる事例研究の積み重ねによる記述性，規範性の改訂が必要となる。

第 4 節　第 4 章のまとめ

第 1 節では，協調的問題解決を実現する学習デザインの規範性を抽出するための枠組みとしての質的研究手法の目的や限界を論じた。そして,「数学学習の言語使用サイクル」と領域固有の数学的理解の相をもとにした数学的理解の変化グラフを，抽出児に協調的問題解決が生じていたかを分析するための枠組みとして設定した。

第 2 節では，小 6「角柱と円柱の体積」での実践事例を分析した。まず，抽出児を中心とする発話記録をもとに数学的理解の変化グラフを作成して分析し，協調的問題解決が生じていたことを明らかにした。そして，協調的問題解決が生じた要因を 6 点抽出し，それら 6 点をジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範として設定した。

第 3 節では，小 4「面積」での実践事例を分析した。第 2 節と同様に抽出児の数学的理解の変化グラフを作成し，協調的問題解決が生じていたことを明らかにした。そして，第 2 節で抽出した規範と対比させながら考察し，最終的なジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範として次の 7 点を抽出した。

規範 1）エキスパート問題に関する自分の意見を確実に持たせ，それを一人一人が説明する活動を設定すること
規範 2）エキスパート問題に関する意見を可視化する活動を設定すること
規範 3）グループ内での「話す」,「聴く」という役割を連続的に交替させるような学習デザインをすること
規範 4）グループのメンバーが互恵的に学び合うような学習デザインをすること
規範 5）ジグソーグループでの対話時に，一段階抽象的なジグソー問題を提示すること
規範 6）批判的思考をもとに，お互いに学習をつくり上げていこうという学習環境を育成すること
規範 7）学習対象が水平的，垂直的に相互に移行するような学習デザインをすること

以上の 7 点を，協調的問題解決を実現する学習理論の「数学学習の言語使用サイクル」の土台に配置することで，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論モ

デルを構築した。この学習理論モデルは，記述性と規範性を有していると考えられる。

註 4.1

筆者が行ってきた数学教育におけるジグソー学習法の実践は巻末資料として挙げる。

註 4.2

学習対象間の移行は複数の具体的な学習対象間を移動することが考えられる。これはジグソー学習法を用いているために生じやすい特性でもある。第 2 章でも示したように，任意の個人における学習過程には，メタ学習の層が何重にも重なっている場合が考えられる。同様に，同程度の抽象レベルの学習の層が複数に多面的に広がっている場合も考えられる。つまり，ジグソー学習法を用いた学習の場合，学習者の学習対象は多面的，多層的な広がりを持っていると考えられる。

本研究の学習理論では，第 2 章の図 2.8 のように本質的部分のみを取り扱っている。それは，子どもの学習状況をとらえる記述性，そして望ましい学習活動を構成する規範性を有する学習理論を構築する場合，あまりに精緻な理論よりも本質的な部分だけを提示した理論枠組みの方が，より汎用性が高いと考えるからである。

第 4 章の引用参考文献

・ヴィゴツキー, L.（2001）『新訳版　思考と言語』，新読書社，pp.51-70.（原著版は 1934 年）
・久保田賢一（2000）「第 4 章　質的研究の評価基準」，関西大学出版部，『構成主義パラダイムと学習環境デザイン』，　pp.73-96.
・関口靖広（2013）『教育研究のための質的研究法講座』，北大路書房.
・益川弘如（2006）『協調的な知識統合型授業』，中京大学，学位論文（未公刊），p.21.
・松島充（2012）「算数教育におけるすべての子どもの概念変容を目指したジグソー学習法の成立条件-教師の実践力向上への取り組みとともに-」，静岡大学大学院教育学研究科，修士論文（未刊行）.
・松島充（2014b）「算数教育におけるジグソー学習法―「角柱と円柱の体積」の活用を通して―」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，96(4)，pp.16-23.
・松原元一（1977）『数学的見方　考え方』，国土社，pp.165-190.
・Ernest, P.（2010）Reflections on Theories of Learning，*Theories of Mathematics Education*，Sriraman, B. & English, L.（ed.），Springer，pp.39-47.

終章　本研究の成果と今後の課題

第１節　本研究の結論と成果

本研究の目的は「算数・ 数学の理解を深める協調的問題解決を行うための理論的背景と，協調的問題解決を実現するための学習理論を提言すること」であった。学習において，協調的に，つまり，対話を通して問題解決を行うことは，よりよい学習対象の理解を促すことは経験的に実感できるが，そもそもなぜ対話が学習の深化を促進するのだろうか。また，対話が学習の深化を促進するのならば，それを授業で学級内のすべての子どもに意図的に生じさせることはできないか，と考えた。この問いに応えるために，本研究では，次の 4 点の研究課題に取り組んできた。

研究課題(1)　数学教育における協調的問題解決の定義とその実現に関する課題を整理する。
研究課題(2)　算数・数学における対話と学習の深化の関係について哲学的，心理学的，数学教育学的に考察し，その認識論的枠組みを同定する。
研究課題(3)　研究課題(2)に基づいた，協調的問題解決を実現する学習方法論の考察を深める。
研究課題(4)　研究課題(2)(3)に基づいた，協調的問題解決を実現する学習理論を構築する。

これらの研究課題を追究するにあたり，研究課題(1)については第 1 章において，数学教育現場の課題，数学教育研究の課題，数学教育における協調学習研究の現状と課題を指摘し，整理した。研究課題(2)については第 2 章において，対話と認識論・学習理論の関係，対話と数学の認識論・数学教育における認識論の関係について言及した。そして，対話に着目した数学教育における学習理論の概観から，協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築した。研究課題(3)については第 3 章において，対話に着目した学習方法論を概観し，それらの中からジグソー学習法を選択した。そして，国語，算数・数学，理科，社会，英語の各教科教育におけるジグソー学習法を用いた先行研究を概観し，ジグソー学習法の構造を見出し，数学教育におけるジグソー学習法研究の可能性を見出した。研究課題(4)については第 4 章において，2 つの事例研究を通して，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範を抽出し，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論を構築した。

次に，これらの研究課題に即して，具体的な結論を述べる。

（１）研究課題(1)「数学教育における協調的問題解決の定義とその実現に関する課題」

第 1 章において，本論文における協調的問題解決を「自らの目的に向けた相手との話し言葉のやり取りの中で，自分の主張と相手の主張を交差させることで主張を深めたり，その適用範囲を広げたりしながら，新たな自らの主張をお互いにつくり上げ，目的を達成す

ること」と定義した。

協調的問題解決の視点から見た数学教育現場における課題として，2 種の調査から，対話を重視した算数・数学学習は，まだ一般的に実現されているとは言いがたい現状があることを指摘した。

協調的問題解決の視点から見た数学教育研究における課題として，数学的な対話を行う場をより多くの子どもに提供すること，つまり，学級内のすべての子どもに対話を保障する数学学習に関する研究が不十分であることを指摘した。また実践への示唆として，教室の文化を考慮に入れた教室内のディスコースを数学学習の主要な要素とすることの重要性，対話の具体から理論構築や理論検証を行うことの可能性が挙げられた。そして，対話と数学学習に関する規範的，記述的な学習理論研究の重要性を指摘した。

数学教育における協調学習研究の課題は，研究論文数の量的少なさが挙げられ，規範的，記述的な協調学習過程モデルの研究の重要性を指摘した。

（２）研究課題(2)「算数・数学における対話と学習の深化の関係について哲学的，心理学的，数学教育学的考察とその認識論的枠組み」

第 2 章において，数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築した。対話と学習の関係性に関する考察から，社会的学習から個別的学習へという学習の順序性，概念の個別性と共同性，概念の自己再生的特性という学習に関する 3 種の特性を同定し，学習そのものに対話が必要不可欠な要素となることを理論的に明らかにした。そして，これらの学習の 3 種の特性に適合する数学の認識論は社会的構成主義であり，数学教育における認識論は，社会的構成主義と相互作用主義であることを明らかにした。またこれらの認識論に基づいた数学教育における学習理論を，規範性と記述性という視点で考察した結果，学習理論としての社会的構成主義（Ernest, 1991 ; 1998 ; 2010），数学的コミュニケーション能力育成の理論（金本，2014）の有用性が明らかとなった。これら両者の理論の批判的考察を基に，子どもの学習の状況を解釈する記述性を有する，数学教育における協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを構築した。この学習理論は「数学学習の言語使用サイクル」をその核として構築した。

（３）研究課題(3)「協調的問題解決を実現する学習方法論の考察」

第 3 章において，学級内の子どもに対話の機会を保障する学習方法としてジグソー学習法（アロンソン他，1986）に焦点を当てた。ジグソー学習法の歴史や他教科教育における先行研究の概観から，ジグソー学習法が社会科以外での実践も可能であることを明らかにし，ジグソー学習法の構造を学習対象の違いによって「Ⅰ　概念同一型」，「Ⅱ　概念発展型」，「Ⅲ　概念方法型」の 3 種に大別した。さらに思考方法の違いによって，「1　分割・統合型」，「2　特殊化・一般化型」の 2 種に分類し，計 6 種類の構造をもつことを明らかにした。それらの中でも，「Ⅲ-1　概念方法，分割・統合型」，「Ⅲ-2　概念方法，特殊化・一

般化型」の 2 種が数学教育固有のジグソー学習法であることを示した。

表 5.1　ジグソー学習法の構造（再掲）

各教科 ジグソー学習法の構造		社会	国語	理科	英語	算数・数学
学習対象	思考方法					
Ⅰ　概念同一型	1　分割・統合型	○	○	△	○	○
	2　特殊化・一般化型	△	○	○	△	○
Ⅱ　概念発展型	1　分割・統合型	△	△	△	△	○
	2　特殊化・一般化型	△	△	△	△	△
Ⅲ　概念方法型	1　分割・統合型					○
	2　特殊化・一般化型					○

※　○…先行研究に存在する型，　△…先行研究は見当たらないが設定可能な型

（４）研究課題(4)「協調的問題解決を実現する学習理論の構築」

第 4 章において，小 6 と小 4 の 2 つの事例を基に，協調的問題解決を実現する学習理論を構築した。まず，協調的問題解決を実現する学習理論の基本的枠組みを用いて数学的理解の変化グラフを作成し，それを基に抽出児に協調的問題解決が生じていたことを示した。そして，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習デザインの規範を抽出した。第 1 の事例からは，6 種の規範が抽出され，「数学学習の言語使用サイクル」の一部が修正された。第 2 の事例からは，第 1 の事例での 6 種の規範を一部修正，追加した 7 種の規範を抽出した。そしてその 7 点を，第 2 章で構築した協調的問題解決を実現する学習理論の「数学学習の言語使用サイクル」の土台に配置することで，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論モデルを構築した。この学習理論には，理論の規範性と記述性が特性として備わっている。

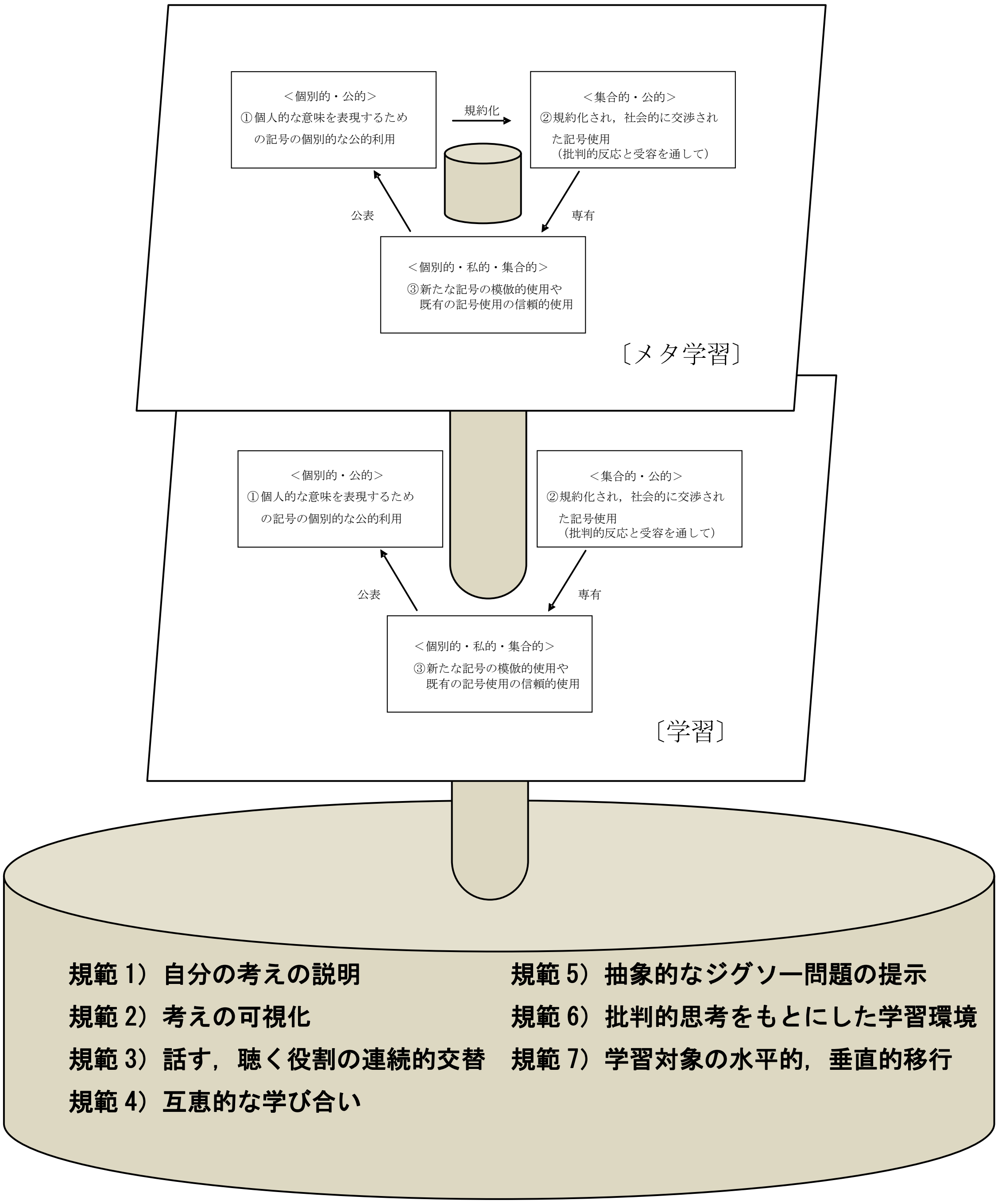


図 5.1　ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論モデル（再掲）

第 2 節　今後の課題

本研究の今後の課題として，大きく次の 3 点が課題として挙げられる。

（1）実証的研究の継続による理論修正とカリキュラム構成

本研究は，理論研究と実証的研究から成っている。第 2 章で検討した理論研究は，第 4

章での実証的研究によって補完，修正されている。このことからも明らかなように，理論と実践のさらなる往還を進め，より実践に活きる理論構築をしていく必要がある。そして，実証的研究を進めながら，既存の数学教育カリキュラムに協調的問題解決の育成をどのように組み込むかを論ずるカリキュラム研究が課題として挙げられる。このカリキュラム研究の推進のためには，数多くの授業実践例の蓄積とその公開が必要となる。多くの実践事例の蓄積と公開は，現在 CoREF で広く行われている（CoREF，2014）。CoREF と連動しながらも，数学教育学固有のカリキュラム研究としても研究する必要があろう。

（２）学習対象の多面的・多層的広がりへの対応

第 4 章での 2 つの実践研究から明らかなように，子どもたちの学習は多面的・多層的な広がりを持っている。本論文で構築した学習理論は，学習の規範を成す土台と軸，そして学習対象を成す学習とメタ学習の 2 層から成る基本的構造のみを示した。しかし，学習の多層性については，社会的規範，社会数学的規範の区別（Cobb & Yackel, 1998）のように，子どもたちの学習対象の違いを明確に論じる理論もある。本論文では，この学習対象の違い自体は指摘したが，それぞれの特性については言及できなかった。今後，学習対象の多面性や多層性の特性を考慮した学習理論構築が課題として挙げられる。また，物語（narrative）や規約（routine）等の区別（Sfard, 2008）のように，子どもたちのディスコースを様々な種類の分析単位として区別する研究もある。本研究では，子どもたちの言語使用としての発話のみに限定して研究を進めたが，今後ディスコースのさまざまな要素への着目も重要な研究の方向性となろう。

（３）学習方法論の選択

第 3 章において，教育学，教育心理学等の先行研究の概観から，本論文では学習方法論としてジグソー学習法を選択した。それは，ジグソー学習法が我が国の伝統的な問題解決学習の流れに比較的組み込みやすい形であること，対話と数学学習に着目した社会的構成主義の理論と一致すること，という 2 点の理由からであった。今後，ジグソー学習法を用いた協調的問題解決を実現する学習理論構築の深化を目指しながらも，ジグソー学習法以外の学習方法論を用いた協調的問題解決を実現する学習理論の構築も目指していく必要があろう。

終章の参考引用文献

・アロンソン,E.，ブラニイ,N.，ステファン,C.，サイキス,J.，スナップ,M.（1986）『ジグソー学級　生徒と教師の心を開く協同学習法の教え方と学び方』，原書房.（原著版は1978 年）

・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.

・東京大学　大学発教育支援コンソーシアム推進機構（2014）『自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト平成 25 年度報告書　協調が生む学びの多様性　第 4 集－私たちの現在地とこれから－』.

・Cobb, P. & Yackel, E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. & Waschescio,U.,（Eds.）*The culture of the mathematics classroom*, Cambridge University Press, pp.158-190.

・Ernest, P.（1991）*Philosophy of Mathematics Education*, Routledge Falmer.

・Ernest, P.（1998）*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*，State University of New York Press.

・Ernest, P.（2010）Reflections on Theories of Learning，*Theories of Mathematics Education*，Sriraman, B. & English, L.（ed.），Springer，pp.39-47.

・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

参考引用文献一覧：和文

・アロンソン,E.，ブラニイ,N.，ステファン,C.，サイキス,J.，スナップ,M.（1986）『ジグソー学級　生徒と教師の心を開く協同学習法の教え方と学び方』，原書房.（原著版は1978 年）

・イーグルトン,T.（大橋洋一訳）（1999）『イデオロギーとは何か』，平凡社，pp.20-81.

・池田敏和（2004）「数学的モデリングを促進する考え方に焦点を当てた指導目標の系列と授業構成に関する研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，81・82，pp.3-32.

・岩崎秀樹（2007）『数学教育学の成立と展望』，ミネルヴァ書房，p.43.

・岩崎浩（2001）「数学の授業における相互作用と学習との間の関係に関する考察－－一人の生徒から見た授業がもつ社会的側面の意味」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，7，pp.51-67.

・ウィトゲンシュタイン, L（2003）『論理哲学論考』，岩波文庫.（原著版は 1918 年）

・ウィトゲンシュタイン, L.（1976）『ウィトゲンシュタイン全集 8　哲学探究』，大修館書店，p.20，p.49.（原著版は 1953 年）

・ヴィゴツキー, L.（2001）『新訳版　思考と言語』，新読書社，pp.51-70，p.357.（原著版は 1934 年）

・植田敦三（1983）「わが国の算数教育における「問題解決」の捉え方」，広島大学大学院教育学研究科，『広島大学大学院教育学研究科博士課程論文集』，9，pp.135-141.

・ウェルトハイマー, M.（1952）『生産的思考』，岩波現代叢書.（原著版は 1943 年）

・江森英世（2003）『数学教育におけるコミュニケーション連鎖の研究』，筑波大学，学位論文.

・江森英世（2005）「数学学習におけるコミュニケーション連鎖の研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，86，pp.29-37.

・江森英世（2007）「無作為の創造 - 数学学習におけるコミュニケーションの創発連鎖 - 」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，89(6)，pp.12-23.

・江森英世（2012）『算数・数学授業のための数学的コミュニケーション論序説』，明治図書.

・及川平治（1972）『分団式動的教育法』，明治図書.

・大谷実（2002）『学校数学の一斉授業における数学的活動の社会的構成』，風間書房.

・大西忠治（1990）『集団教育入門』，国土社.

・岡本光司，静岡大学教育学部附属中学校数学科（1998）『生徒が「数学する」数学の授業－わたしも「論文」を書いた』，明治図書.

・小原國芳（1980）『教育の根本問題としての哲学』，玉川大学出版部，p.193.

・加治佐英樹，金本良通（1996）「アメリカにおける協同学習（Cooperative Learning）の動向」，数学教育学会，『数学教育学会発表論文集』，1996(2)，pp.130-135.

・片桐重男，古藤怜，平岡忠（1985）『最新中学校数学科指導法講座(2)問題解決の能力を伸

ばす指導』，明治図書.
・片桐重男（2004）『新版数学的な考え方とその指導　第 1 巻　数学的な考え方の具体化と指導』，明治図書，p.49.
・カッツ, V.（2005）『カッツ　数学の歴史』，共立出版.（原著版は 1998 年）
・金本良通（1998）『数学的コミュニケーション能力の育成』，明治図書.
・金本良通（2004）「授業でのコミュニケーションを捉えるモデルについて－推論モデルの拡張とその活用について－」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，86(8)，pp.14-23.
・金本良通（2012）「数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理の研究」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，97・98，pp.31-42.
・金本良通（2014）『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』，教育出版.
・神谷栄司（2010）『未完のヴィゴツキー理論　甦る心理学のスピノザ』，三学出版，p.122.
・河野麻沙美（2012）『算数授業における協同的な学習過程の検討』，風間書房.
・鬼界彰夫（2003）『ウィトゲンシュタインはこう考えた　哲学的思考の全軌跡 1912-1951』，講談社現代新書，p.246.
・久保良宏（1998）「中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，80(9)，pp.2-9.
・久保良宏（2008）「中学校数学科における数学的コミュニケーション能力の育成と授業改善」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，90(9)，pp.65-71.
・久保田賢一（2000）「第 4 章　質的研究の評価基準」，関西大学出版部，『構成主義パラダイムと学習環境デザイン』，pp.73-96.
・熊谷光一（1998）「小学校 5 年生の算数の授業における 正当化に関する研究－社会的相互作用論の立場から－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，70，　pp.3-38.
・熊谷忠泰（1971）「マカレンコ教育学の構造―「指導論」における集団主義教育の意義について―」，長崎大学，『長崎大学教育学部教育科学研究報告』，18，pp.25-45.
・熊倉啓之（2013）『フィンランドの算数・数学教育　「個の自立」と「活用力の育成」を重視した学び」』，明石書店，p.176.
・クライン, M.（2011）『数学の文化史』，河出書房新社.（原著版は 1953 年）
・グリフィン,P.，マクゴー,B.，ケア,E.（2014）『21 世紀型スキル　学びと評価の新たなかたち』，北大路書房.（原著版は 2012 年）
・グレーザーズフェルド,E.V.（2010）『ラディカル構成主義』，NTT 出版.（原著版は 1995 年）
・黒崎宏（1997）『言語ゲーム一元論　後期ウィトゲンシュタインの帰結』，勁草書房，p.75.
・国立教育政策研究所（2012）『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理』.
・古藤怜，新潟算数教育研究会（1992）『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』，東洋館

出版社.
・古藤怜，新潟算数教育研究会（1998）『コミュニケーションで創る新しい算数学習 - 多様な考えの生かし方まとめ方 - 』，東洋館出版，pp.11-52.
・小山正孝（1989）「数学教育における構成主義の哲学的及び認 識論的側面について」，日本数学教育学会，『第 22 回数学教育論文発表会論文集』，pp.257-262.
・小山正孝（2010）『算数教育における数学的理解の過程モデルの研究』，聖文新社.
・サイモン，H.A.（1999）『システムの科学　第 3 版』，パーソナルメディア，pp.133-165.（原著版初版は，1978 年）
・崎谷眞也（2010）「数学教師論・教員養成論」，日本数学教育学会編，『数学教育学研究ハンドブック』，東洋館出版社，pp.450-455.
・桜井宏（2006）『社会教養のための技術リテラシー』，東海大学出版会，p.37.
・佐々木徹郎（1996）「数学教育における社会的構成主義の基礎理論について」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，2，pp.23-30.
・佐々木徹郎（1998）「数学教育における構成主義と社会文化主義－相補か還元か－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，5，pp.11-17.
・佐藤学，秋田喜代美他（2009）「学びにおける協同(collaboration)の意義：「学びの共同体」の場合」，日本教育学会，『日本教育学会大会研究発表要綱』，68，p432.
・ジェイコブズ,G.，パワー,M.，イン,L.W.（2005）『先生のためのアイディアブック－協同学習の基本原則とテクニック－』，日本協同教育学会，ナカニシヤ出版.（原著版は 2002 年）
・シェレン・キース,A.（2007）「共同学習うぃ用いた英語教育の可能性：ジグソー方式を中心に」，山脇学園短期大学，『山脇学園短期大学紀要』，45，pp.46-50.
・重松敬一（1987）「数学教育におけるメタ認知の研究(2)－問題解決行動における「内なる教師」の役割－」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，28，pp.279-284.
・柴田義松（2001）「訳者注解」，ヴィゴツキー，『新訳版　思考と言語』，新読書社，p.435.
・島田功，馬場卓也（2013）「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)－社会的価値観とそれが表出する問題について－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，19(1)，pp.81-88.
・島田喜良（1966）「能力別協同学習 12 年間の経過ならびに授業分析」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』臨時増刊，48，p.207.
・島田茂（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ－授業改善への新しい提案』，みずうみ書房.
・清水美憲（2007）『算数・数学教育における思考指導の方法』，東洋館出版.
・シャピロ，S.（2012）『数学を哲学する』，筑摩書房，pp.341-385.（原著版は 2000 年）
・守藤敏郎（2003）「一人一人が主役になる授業を目指して－ジグソー学習の実践より」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，総会特集号 85，p.300.

・ジョンソン,D.W.，ジョンション,R.T.，ホルベック,E.J.（2010）『改訂新版　学習の輪　学び合いの協同学習入門』，二瓶社.（原著版は 1984 年）

・真野祐輔（2010）『算数・数学学習における概念変容に関する基礎的研究』，広島大学, 学位論文（未公刊），p.54.

・スカーダマリア　マリーン，ベライター　カール，大島純（2010）「知識創造実践のための「知識構築共同体」学習環境」，日本教育工学会，『日本教育工学会誌』33(3), pp.197-208.

・杉田慶也，礒田正美，余田義彦（2006）「学習用グループウェア「スタディノート」を使った，数学における協調学習」，日本科学教育学会，『年会論文集』，30，pp.451-454.

・杉江修治（1998）「バズ学習の意義と展開」, 中京大学,『中京大学教養論叢』, 39(1), pp.61-90.

・スケンプ, R. R.（1992）『新しい学習理論にもとづく算数教育－小学校の数学－』，東洋館出版社，p.59.（原著版は 1989 年）

・スティグラー,J.W.，ヒーバート,J.（2002）『日本の算数数学教育に学べ　米国が注目する jugyou　kenkyuu』，教育出版，pp.81-82.（原著は 1999 年）

・清宮悠磨（2010）「中学校数学科におけるジグソー法の一考察　式，表，グラフの活用をテーマとした指導法」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，43(2), pp.513-518.

・関口靖広（1995）「ある論証指導に関する民族誌的研究：教室内ディスコースの分析から」, 日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，28，pp.279-284.

・関口靖広（2013）『教育研究のための質的研究法講座』，北大路書房.

・ソーヤー, R.K.（2009）「まえがき」，ソーヤー,R.K.編，森敏昭，秋田喜代美監訳『学習科学ハンドブック』，培風館，p.ｖ.（原著版は 2006 年）

・ソシュール,F.（1972）『一般言語学講義』，岩波書店.（原著版は 1916 年）

・竹内洋（1995）『日本のメリトクラシー　構造と心性』，東京大学出版会，pp.85-120.

・竹内芳男，沢田利夫（1984）『問題から問題へ　問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善』，東洋館出版.

・田島信元（2003）『共同行為としての学習・発達』，金子書房.

・田尻信壹，荒屋誠（2010）「地球市民的資質を育てる国際理解教育についての考察－小学校 6 年生社会科「世界の中の日本」を事例としてー」，富山大学,『富山大学人間発達科学研究実践総合センター紀要』，4，pp.91-105.

・立川健二，山田広昭（1990）『現代言語論　ソシュール　フロイト　ウィトゲンシュタイン』，新曜社，pp.40-47.

・丹沢哲郎（2012）「アメリカにおける科学教育改革の変遷－国家繁栄のために求められる科学の素養とは何か」，応用物理学会，『応用物理』，81(10)，pp.831-836.

・中央教育審議会（1996）「21 世紀を展望した我が国の教育の在り方について」，中央教育審議会第一次答申.

・筒井昌博（1999）『ジグソー学習入門－驚異の効果を授業に入れる 24 例－』，明治図書.
・ディーンズ, Z.D.（1977）『構造的思考』，新数社.（原著版は 1965 年）
・デービス, P. J.，ヘルシュ, R.（1986）『数学的経験』，森北出版.（原著版は 1982 年）
・出口明子，吉田茂興（2011）「中学校理科でのグループ学習の実践－ジグソー学習とジョンソンらの協同学習を取り入れた新協同学習－」，宇都宮大学,『宇都宮大学教育学部紀要』，61(2)，pp.21-28.
・デューイ, J.（1950）『思考の方法』，春秋社.（原著版は 1933 年）
・東京大学　大学発教育支援コンソーシアム推進機構（2012）『自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト平成 25 年度報告書　協調が生む学びの多様性　第 2 集－新しいゴールへ向けて－』，pp.147-150.
・東京大学　大学発教育支援コンソーシアム推進機構（2014）『自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト平成 25 年度報告書　協調が生む学びの多様性　第 4 集－私たちの現在地とこれから－』.
・戸田山和久（2002）『知識の哲学』，産業図書，p.i.
・中原忠男（1995）『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社.
・中原忠男（1999）「数学教育における構成主義的授業論の研究（Ⅱ）－「数学学習の多世界パラダイム」の提唱－」，全国数学教育学会,『数学教育学研究』，5，pp.1-8.
・長崎榮三（1990）「問題解決」，新算数教育研究会 編,『算数教育の基礎理論』，東洋館出版，pp.134-146.
・長崎榮三（1998）『算数・数学教育に対する教師・保護者の態度』，国立教育研究所科研成果報告書.
・長崎榮三（2001）『算数・数学と社会・文化のつながり - 小・中・高校の算数・数学教育の改善を目指して - 』，明治図書.
・長崎榮三（2005）『算数・数学では何をいつ教えるのかー算数・数学教育の内容とその配列に関する調査報告書－』，文部科学省科学研究費補助金報告書.
・長崎榮三（2011）「算数の授業の型の変遷－問題解決に注目して－」，筑波大学附属小学校算数研究部,『算数授業論究』，Ⅰ，pp.34-37.
・長崎榮三（2013）「高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後－高等学校学習指導要領数学科編昭和 31 年度改訂版を中心にー」，日本数学教育学会,『数学教育学論究』，95 臨時増刊，pp.249-256.
・長崎榮三，滝井章編（2007）『算数の力を育てる①何のための算数教育か』，東洋館出版.
・長崎榮三・滝井章編（2008）『算数の力を育てる④算数の力を育てる授業』，東洋館出版.
・中島健三（1981）『算数・数学教育と数学的な考え方　その進展のための考察』，金子書房.
・中西隆（1998）「「数学教授学における認識論への文化人類学的アプローチ」についての考察」，日本数学教育学会,『第 31 回数学教育論文発表会論文集』，pp.341-346.

・中野佐三（1959）「分団学習」，日本教育心理学会，『教育心理学研究』，7(3)，pp.46-54.
・中村和夫（1998）『ヴィゴーツキーの発達論　文化－歴史的理論の形成と展開』，東京大学出版会，p.3.
・成田宏昭（2009）「数学的活動におけるテクノロジーを活用した協同学習の研究」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，42，pp.163-168.
・難波博孝, 尾道市立因北小学校（2010）『ジグソー学習を取り入れた文学を読む力の育成』，明治図書.
・西川芳夫（1993）「数学教育における社会的学力」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，26，pp.401-406.
・西村圭一（2014）「数理科学的意思決定力をはぐくむ数学教育の展望」，日本数学教育学会，『春季研究大会論文集』，2.
・日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会（2013）「大学教育の分野別質保障のための教育課程編成上の参照基準数理科学分野」.
・人間力戦略研究会（2003）「人間力戦略研究会報告書　若者に夢と目標を抱かせ，意欲を高める～信頼と連携の社会システム～」.
・布川和彦（1988）「算数・数学における問題解決ストラテジーの二つの型について：問題解決活動とのかかわりから」，筑波大学，『筑波数学教育研究』，7，pp.183-193.
・バーカー, S.F.著，赤摂也訳（1968）『数学の哲学』，培風館.（原著版は 1964 年）
・バークレイ,E.，クロス,P.，メジャー,C.（2009）『協同学習の技法　大学教育の手引き』，ナカニシヤ出版.（原著版は 2005 年）
・ハウスン, G.，カイテル, C.，キルパトリック, J.（1987）『算数・数学科のカリキュラム開発』，共立出版.（原著版は 1981 年）
・バフチン, M.（1996）『小説の言葉』，平凡社，p.67.（原著版は 1975 年）
・ビショップ, A. J.（2011）『数学的文化化－算数・数学教育を文化の立場から眺望する－』，教育出版.（原著版は 1988 年）
・日野圭子（1997a）「一人の児童を通してみた数学的表記の内化の過程の分析－比例的推論との関わりにおいて－（Ⅰ）」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，79(2)，pp.2-10.
・日野圭子（1997b）「一人の児童を通してみた数学的表記の内化の過程の分析－比例的推論との関わりにおいて－（Ⅱ）」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，79(4)，pp.2-10.
・日野圭子（2003）「授業における個の認知的変容と数学的表記の役割－「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究 を通して－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，79，pp.2-10.
・平林一榮（1984）「問題解決から問題設定へ」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，17，pp.69-72.

・ブルーマー, H.（1991）『シンボリック相互作用論 パースペクティヴと方法』，勁草書房.（原著版は 1969 年）
・フレイレ, P.（2011）『新訳被抑圧者の教育学』，亜紀書房，p.102.（原著版は 1970 年）
・ベイトソン,G.（2000）『精神の生態学　改訂第 2 版』，新思索社，pp.382-418.（原著版は 1972 年）
・米国学術研究推進会議 (2002)『授業を変える 認知心理学のさらなる挑戦』, 北大路書房, pp.14-18.（原著版は 2000 年）
・ポリア, G.（1975）『いかにして問題を解くか』，丸善株式会社.（原著版は 1945 年）
・本田由紀 (2005)『多元化する「能力」と日本社会　ハイパーメリトクラシー化のなかで』, NTT 出版，p.22.
・前田由美子，菅正隆（2004）「ゆかいな仲間たちの「授業見学」　日々是進化－ジグソーリーディングを用いて－」，『英語教育』，52(13)，大修館書店，pp.42-44.
・マカレンコ，A.S.（1960）『集団主義と教育学』，明治図書.
・益川弘如（2006）『協調的な知識統合型授業』，中京大学，学位論文（未公刊），p.21.
・益川弘如 (2011)「小中学校へのジグソー学習法導入の試みと成果」, 日本教育工学会,『日本教育工学会研究報告集』，2，pp.101-104.
・松浦武人（2007）「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習剤の開発」，日本数学教育学会，『数学教育論文発表会論文集』，39，pp.981-986.
・松島充（2010）「学級全体による創造的思考の質の高まりについての研究－創造的思考過程モデルの構築－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，16(2)，pp.29-37.
・松島充（2012）「算数教育におけるすべての子どもの概念変容を目指したジグソー学習法の成立条件-教師の実践力向上への取り組みとともに-」，静岡大学大学院教育学研究科，修士論文（未刊行）.
・松島充（2013a）「数学教育の社会的構成主義と問題解決に関する一考察－Ernest,P.の主張を基にして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，95，pp.321-328.
・松島充（2013b）「数学教育におけるジグソー学習法に関する研究と数学的コミュニケーション研究との比較」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，19(2)，pp.117-126.
・松島充（2013c）「数学教育研究における学習者の外化と議論の重要性－数学の認識論，数学教育における認識論を基に－」，愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻，『教科開発学論集』，1，pp.183-193.
・松島充 (2013d)「数学教育における社会的構成主義の基礎理論に関する一考察－Ernest,P.の変容を基に－」，全国数学教育学会，第 38 回研究発表会配布資料.
・松島充（2014a）「数学教育における Collaborative Learning 研究の現状と課題」，愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻,『教科開発学論集』, 2，pp.239-245.
・松島充（2014b）「算数教育におけるジグソー学習法―「角柱と円柱の体積」の活用を通

して―」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，96(4)，pp.16-23.
・松島充（2014c）「協調的問題解決を実現する学習の研究の枠組み-「数学学習の言語使用サイクル」の構築-」，日本数学教育学会，『秋季研究大会発表集録』，47，pp.21-24.
・松原元一（1977）『数学的見方　考え方』，国土社，pp.165-190.
・三崎隆，秋里泰紀，高橋弾（2005）「ジグソー学習を取り入れて科学的能力を育てる理科学習に関する実践研究－釧路中学校理科教育研究会における授業実践を事例に－」，日本理科教育学会，『理科の教育』，54(9)，pp.641-644.
・三戸学（2010）「思考力，表現力を高める指導方法の工夫－ジグソー学習の手法を取り入れて－」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，総会特集号 92，p.289.
・宮川健（2011）「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格－わが国における「学」としての数学教育研究をめざして－」，日本数学教育学会，『数学教育学論究』，91，pp.37-68.
・三宅なほみ（2008）「協調的な学習と AI」，『人工知能学会誌』，人工知能学会，23(2)，pp.174-183.
・三宅なほみ（2012）「協調的な学習」，三宅芳雄編『教育心理学特論』，放送大学教育振興会，pp.187-204.
・三宅なほみ・白水始（2003）『学習科学とテクノロジ』，放送大学教育振興会，p74.
・三宅なほみ，齋藤萌木，飯窪真也，利根川太郎（2011）「学習者中心型授業へのアプローチ－知識構成型ジグソー法を軸に－」，東京大学，『東京大学大学院教育学研究科紀要』，51，pp.441-458.
・三宅なほみ，益川弘如（2014）「インターネットを活用した協調学習の未来へ向けて」，平木典子他編『児童心理学の進歩 2014 年版 53 巻』，金子書房，pp.189-213.
・村山功（2005）「学びの共同体と協調学習支援環境」，山本順一，村山功，岸田和明『情報メディアの活用』，放送大学教育振興会，p.122.
・村山功（2010）「協調学習に対するデザイン実験アプローチ　小学校における長期的な実践研究からの知見」，日本科学教育学会，『科学教育研究』，34(2)，pp. 61-70.
・村山功（2013）「学習科学－時代の要請に応える新しい教育研究－」，日本科学教育学会，『日本科学教育学会年会論文集』，37，pp.2-3.
・森清美（2000）「算数科におけるコミュニケーションパターン活動の実践的研究－3 つのコミュニケーションパターンについて－」，全国数学教育学会，『数学教育学研究』，6，pp.89-95.
・山下修一，川野治一（2003）「エキスパートの経験がその後のコミュニケーションに及ぼす影響」，日本科学教育学会，『科学教育研究』，27(2)，pp.101-110.
・山本有紀子，中嶋洋一（2004）「ゆかいな仲間たちの「授業見学」「ジグソー学習」が生徒を変える」，『英語教育』，53(10)，大修館書店，pp.40-42.
・横田三郎（1956）「集団主義教育の若干の問題」，大阪市立大学，『人文研究』，7(2)，

pp.129-149.
・吉本均（1983）『中学校学級集団による授業の改造』，明治図書.
・余田義彦（2001）「グループウェアを用いた算数教育」，日本数学教育学会，『日本数学教育学会誌』，83(12)，pp.25-34.
・ライチェン,D.S.，サルガニク,L.H.（2006）『キー・コンピテンシー　国際標準の学力をめざして』，明石書店.（原著版は 2003 年）
・ラカトシュ, I.（1980）『数学的発見の論理 - 証明と論駁 - 』，共立出版.（原著版は 1976 年）
・ラカトシュ, I.（1985）「反証と科学的研究プログラムの方法論」，ラカトシュ, I.，マスグレーヴ, A.，『批判と知識の成長』，木鐸社.（原著版は 1970 年）
・ルザービン, G.I.著，山﨑三郎・柴岡泰光訳（1977）『数学論 - 数学的認識の本性 - 』，岩波書店.（原著版は 1968 年）
・ワーチ, J.V.（2004）『心の声』，福村出版.（原著版は 1991 年）
・ワイルダー, R.L.（1980）『数学の文化人類学』，　海鳴社.（原著版は 1968 年）
・渡辺博之（2011）「協同的学習によって読み深めを図る一方策－ジグソー学習を活用して「少年の日の思い出」を読む学習指導－」, 広島大学, 論叢国語教育学, 復刊 2, pp.23-37.

参考引用文献一覧：欧文

・ATC21S（2014）Collaborative problem solving emprical progressions, http://atc21s.org/index.php/empirical-progressions-2/.（2014 年 8 月 1 日現在）
・Brown, A.L.（1997）Transforming schools into communities of thinking and learning about serious matters, *American Psychologist*, 52(4), pp.399-413.
・Chick, H.L., Watson, J.M.,（2002）Collaborative influences on emergent statistical thinking－a case study, *Journal of Mathematical Bhavior,* 21, pp.371-400.
・Clements, M. A., Bishop, A. J., Keitel,C., Kilpatrick, J., Leumg, F. K. S.(Eds.)（2013）*Third International Handbook of Mathematics Education*, Springer.
・Cobb, P.（1994）Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Reasearcher*, 23(7), pp.13-20.
・Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T.（1993）Teoretical orientation, J*ournal for Research in Mathematics Education*, Monograph, 6, pp.21-32, 115-122.
・Cobb, P. & Yackel, E.（1998）A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom, Seeger,F., Voigt,J. & Waschescio,U.,（Eds.）*The culture of the mathematics classroom*, Cambridge University Press, pp.158-190.
・Cobb,P. , Yackel,E., & McClain,K.（2000）*Symbolizing and Communicating in Mathematics Classroom　Perspectives on Discourse and Instructional Design*,

Routledge.
・Davidson, N. & Kroll, D.L.（1991）An overview of research on cooperative learning related to mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(5), pp.362-365.
・Dekker, R. et al（2006）How children regulate their own collaborative learning, *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), pp.57-79.
・English, L. & Sriraman, B.（2010）Problem Solving for the 21st Century, Sriraman,B. & English,L.（ed.）, *Theories of Mathematics Education*, Springer, pp.263-290.
・Ernest, P.（1991）*The Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press.
・Ernest, P.（1994）Social Constructivism and the Psychology of Mathematics Education, Ernest,P.(ed.) *Constructing Mathematical Knowledge* , Routledge Falmer Press.
・Ernest, P.（1998）*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press.
・Ernest, P.（2010）Reflections on Theories of Learning, Sriraman, B. & English, L.（ed.）, *Theories of Mathematics Education*, Springer, pp.39-47.
・Francisco, J.M.（2013）Learning in collaborative settings: students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding, *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), pp.417-438.
・Gadanidis, G. et al（2010）A social perspective on technology-enhanced mathematical learning：From collaboration to performance, *ZDM*, 42(1), pp.91-104.
・Gods, M.（1996）Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative mathematical problem solving, *Educational Studies in Mathematics*, 30, (3), pp.229-260.
・Gods, M.（2002）Socially mediated metacognition：Creating collaborative zones of proximal development in small group problem solving, *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), pp.193-223.
・Golbeck, S.L. et al.（2013）Developmental approaches to collaborative learning, Hmelo-Silver, C.E. et al.(ed.) *The International Handbook of Collaborative Learning*, Routledge, pp.41-56.
・Hino, K.（2007）Toward the problem-centered class- room：trends in mathematical problem solving in Japan, *ZDM*, 39,pp.503-514.
・Johanning, D.L.（2000）An analysis of writing and postwritting group collaboration in middle school pre-algebra, *School Science and Mathematics*, 100(3), pp.151-160.
・Kjeldsen, T.M. & Peterson, P.H.（2012）History and the learning of mathematics：Detecting student's meta-discursive rules, 12th International Congress on Mathematical Education, *Pre-proceedings*, pp.4053-4062.
・Lampert,M.（2001）*Teaching problems and the problems of teaching*, Yale University

Press.
・Lester, F.（1994）Musings about mathematical problem-solving research: The first 25 years in JRME, *Journal for Research in Mathematics Education,* 25(6), pp.660-675.
・Mills, J.E.（2004）Teaching equivalence relations using collaborative activities, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(4), pp.517-522.
・Mueller, M.（2012）A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency, *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), pp.369-387.
・O'Donnell, A.M. & Hmelo-Silver, C.E.（2013）Introduction:What is collaborative learning?, Hmelo-Silver, C.E. et al.(ed.) *The International Handbook of Collaborative Learning*, Routledge, pp.1-15.
・Palincsar, A.S. & Brown, A.L.（1984）Reciprocal teaching of comprehension － fostering and comprehension － monitoring activities, *Cognition and Instruction*, 1(2), pp.117-175.
・Pijls, M.（2007）Reconstruction of a collaborative mathematical learning process, *Educational Studies in Mathematics,* 65(3), pp.309-329.
・Schoenfeld, A. H.,（1992）Learning to think mathematically : Problem solving, metacognition, sense-making in mathematics, Grouws, D.(Ed.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, pp.334-370.
・Schoenfeld, A. H.（2007）Problem solving in the United States, 1970-2008 : research and theory, practice and politics, *ZDM*, 39, pp.537-551.
・Sfard, A.（1991）On the dual nature of mathematical conceptions : reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, 22,pp.1-36.
・Sfard, A.（1992）Operational origins of mathematical obejects and quandary of reification : The case of function, Dubinsky, E. & Harel, G.（ed.）*The concept of function : Aspect of epistemology and pedagogy*, MAA Note, 25, pp.59-84.
・Sfard,A.（1998）On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one, *Educational Researcher*, 27(4), pp.4-13.
・Sfard,A.（2000）Symbolizing mathematical reality into being - Or how mathematical discourse and mathematical objects create each other, Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K.（Eds.）*Symbolizing and communicating in mathematics classroom*, Routledge, pp.37-98.
・Sfard,A.（2008）*Thinking as Communicating Human Development, the Growth of Discourse, and Mathematizing*, Cambridge University Press.

・Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996) Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education, Bishop, A.J. et al.(ed.), *International Handbook of Mathematics Education,* pp.827-876.
・Stahl, G.（2002）*Group Cognition : computer support for building collaborative knowledge*, MIT Press, p.203.
・Stahl, G.（2006）A model of collaborative knowledge-building, Fishman, B. & O'Connor-Divelbiss, F. (Eds.) *Fourth International Conference of the Learning Sciences*, Psychology Press, pp. 70-77.
・Torner. G, et al. (2007) Problem solving around the world : summing up the state of the art, *ZDM*, 39, p.353.
・Watson, J.M., Chick, H.L.（2001）Factors influencing the outcomes of collaborative mathematical problem solving : An introduction, *Mathematical Thinking and Learning*, Ⅰ, 3(2&3), pp.125-174.
・Watson, J.M., Chick, H.L.（2005）Collaborative statistical inevestigations in diverse settings, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 36(6), pp.573-600.
・White, T. (2012) Graphing in groups : Learning about lines in a collaborative classroom network environment, *Mathematical Thinking and Learning*, 14(2), pp.149- 172.
・Wilding-Martin,E.C.(2009) *Paul Ernest's social constructivist philosophy of mathematics education*, UMI, pp.63-110.
・Wittmann, E.Ch.（1995）Mathematics education as a 'Design Science', *Educational Studies in Mathematics*, 29, pp.355-374.
・Yackel, E. & Cobb, P. (1996) Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics, *Journal for Reasearch in Mathematics Education*, 27(4), pp.458-477.

＜資料 1＞

数学教育における collaborative 研究の国際的学術誌調査の結果を示す。1990 年以降において 8 誌を調査した結果，総計 34 件が挙げられた。その結果と学術誌ごとの内訳を示す。

国際的学術誌調査の結果

<table>
<tr><th>大分類</th><th>小分類</th><th>論文数</th></tr>
<tr><td rowspan="4">授業実践に関する
collaborative 研究</td><td>collaborative を通して深化，育成できる知識，能力に関する研究　（知識・能力）</td><td>7</td></tr>
<tr><td>collaborative learning を生じさせるための研究　（発生）</td><td>5</td></tr>
<tr><td>collaborative learning の構造に関する研究　（構造）</td><td>4</td></tr>
<tr><td>collaborative learning と ICT 機器との関連に関する研究　（ICT）</td><td>4</td></tr>
<tr><td>現職教育に関する collaborative 研究</td><td></td><td>14</td></tr>
</table>

Educational Studies in Mathematics

番号	著者	論文名	巻	分類
1	M.Gods, P.Galbraith	Do it this way! Metacognitive strategies in collaborative methmetical problem solving	1996,30,(3) pp.229-260.	知識・能力
2	A.M.Raymond, M.Leinenbach	Collaborative action reasearch on the learning and teaching of algebra:a story of one mathematics teache's development	2000,41(3), pp.283-307.	現職教育
3	M.Goos, P.Galbaraith, P.Renshaw	Socially mediated metacognition: Creating collaborative zones of prokimal development in small group problem solving	2002,49(2), pp.193-223.	発生
4	R.Bjuland	Student teacher's reflections on their learning process through collaborative problem solving in geometry	2004,55, (1-3), pp.199-225.	知識・能力
5	R.Dekker, M.Elshout-Mohr	Teacher intervention aimed at mathematical level raising during collaborative learning	2004,56(1), pp.39-65.	発生
6	R.Dekker, M.Elshout-Mohr, T.Wood	How children regulate their own collaborative learning	2006,62(1), pp.57-79.	知識・能力
7	M.Pijls, R.Dekker, B.Hout-Wolters	Reconstruction of a collaborative mathematical learning process	2007,65(3), pp.309-329.	発生
8	M.Mueller, D.Yankelewitz, C.Maher	A framework for analyzing the collaborative construction of arguments and its interplay with agency	2012,80(3), pp.369-387.	構造
9	J.Francisco	Learning in collaborative settings: Students building on each other's ideas to promote their mathematical understanding	2013,82(3), pp.417-438.	知識・能力

International Journal of Mathematical Education in Science and Technology

番号	著者	論文名	巻	分類
10	P.Johnson, M.Harris	A large-scale schools / higher education collaboration to implement systemic change in mathematics teaching and learning	1998,29(5), pp.697-707.	現職教育
11	J.Mills	Teaching equivalence relations using collaborative activities	2004,35(4), pp.517-522.	知識・能力
12	J.Watson, H.Chick	Collaborative statistical inevestigations in deverse settings	2005,36(6), pp.573-600.	構造

Journal for Research in Mathematics Education

番号	著者	論文名	巻	分類
13	A.Ellis	Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations	2011,42(4), pp.308-345.	知識・能力

Journal of Mathematics Teacher Education

番号	著者	論文名	巻	分類
14	M.Staples	Promoting student collaboration in a detracked, heterogeneous secondary mathematics classroom	2008,11(5), pp.349-371.	現職教育
15	M.Penteado, O.Skovsmouse	How to drag with a worn-out mouse? Searcing for social justice through collaboration	2009,12(3), pp.217-230.	現職教育
16	D.Slavit, T.Nelson	Collaborative Teacher inquiry as a tool for building theory on the development and use of rich mathematical tasks	2010,13(3), pp.201-221.	現職教育
17	M.Munoz-Catalan, J.Yanez, N.Rodrigues	Mathematics teacher change in a collaborative environment : To what extent and how	2010,13(5), pp.425-439.	現職教育
18	D.Potari, H.Sakonidis, R.Shantzgoula, A.Manaridis	Teachers' and Reaserchers' collaboration in analysing methematics teaching : A context for professional reflection and development	2010, 13(6), pp.473-485.	現職教育

Mathematical Thinking and Learning

番号	著者	論文名	巻	分類
19	J.Watson, H.Chick	Factors influencing the outcomes of collaborative mathematical problem solving: an introduction	2001,3(2&3), pp.125-174.	構造
20	T.White, M.Wallace, K.Lai	Graphing in groups : Learning about lines in a collaborative classroom network environment	2012,14(2), pp.149-172.	知識・能力

School Science and Mathematics

番号	著者	論文名	巻	分類
21	J.Castellanos	Use of technology for science and mathematics collaborative learning	1996,96(2), pp.58-62.	ICT
22	B.Reys, R.Reys, D.Beem, J.Beem, I.Papick	Collaborative curriculum investigation as a vehicle for teacher enhancement and methematics curriculum reform	1997,97(5), pp.253-259.	現職教育
23	D.Johanning	An analysis of writing and postwritting group collaboration in middle school pre-algebra	2000,100(3), pp.151-160.	発生
24	H.Duncan, T.Dick	Collaborative workshop and student academic performance in introducy college mathematics courses : A study of a treisman model math exel program	2000,100(7), pp.365-373.	ICT
25	D.Goldston, J.Bland	Editorial : Trailing halley's comet : Transforming science,mathematics,and technology education through interdisciplinary collaborative in higher education	2002,102(6), pp.241-313.	現職教育
26	K.Davis A.Feldman C.Irwin, E.Pedevillano, B.Capobianco, P.Bray	Wearing the letter jacket:legitimate participation in a collaborative science,mathematics engineering,and technology education reform project	2003,103(3), pp.121-134.	現職教育
27	N.Davis M.Blanchard	Collaborative teams in a university statistics course : A case study of how differing value structure inhibit change	2004,104(6), pp.279-287.	ICT
28	D.Slavit, A.McDuffie	Self-directed teacher learning in collaborative contexts	2013,113(2), pp.94-105.	現職教育

The Journal of Mathematical Behavior

番号	著者	論文名	巻	分類
29	F.Reynolds, R.Reeve	Gesture in collaborative mathmatics problem-solving	2002,20(4), pp.447-460.	発生
30	H.Chick, J.Watson	Collaborative influences on emergent statistical thinking - A case study	2002,21(3), pp.371-400.	構造
31	J.Neuberger	Benefits of a teacher and coach collaboration : A case study	2012,31(2), pp290-311.	現職教育

ZDM - The International Journal on Mathematics Education

番号	著者	論文名	巻	分類
32	G.Gadanidis, V.Geiger	A social perspective on technology-enhanced mathematical learning：From collaboration to performance	2010,42(1), pp.91-104.	ICT
33	Y.Li, C.Qi	Online study collaboration to improve teacher's expertise in instructional design in mathematics	2011,43(6-7), pp.833-845.	現職教育
34	E.Clay, J.Silverman, D.Fischer	Unpacking online asynchronous collaboration in mathematics teacher education	2012,44(6), pp.761-774.	現職教育

＜資料２＞

CoREF 算数・数学ジグソー学習法実践 分析結果 （2014年8月1日付）

番号	学年	単元名	ジグソー学習法の型
1	1	ひきざん	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
2	1	ひきざん２	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
3	1	たし算	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
4	1	ばしょをあらわそう	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
5	2	かけ算⑵九九をつくろう	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
6	3	おもしろ問題にチャレンジ （10000より大きい数を調べよう） （大きな数の計算を考えよう）	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
7	3	円と球	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
8	3	おもしろ問題にチャレンジ （大きな数の計算の発展問題）	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
9	3	考える力をのばそう 「全体と部分に目をつけて」	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
10	3	かけ算の筆算⑵	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
11	3	ぼうグラフと表	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
12	4	おもしろ問題にチャレンジ 4この数で式を作ろう！	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
13	4	わり算の筆算⑴ わる数が１けた	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
14	4	がい数を使った計算	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
15	4	がい数の表し方	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
16	4	考える力をのばそう 「ちがいに目をつけて」	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
17	4	面積	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
18	4	広さを調べよう	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
19	4	分数	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
20	4	がい数の表し方導入	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
21	5	円周と円の面積	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
22	5	見積もりを使って	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
23	5	合同な図形	Ⅱ-1 概念発展分割・統合型
24	5	合同な図形（形も大きさも同じ図形を調べよう）	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
25	5	面積	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
26	5	三角形と四角形	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
27	5	四角形や三角形の面積 （台形の面積）	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
28	5	面積	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
29	5	比べ方を考えよう	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
30	5	式と計算	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
31	5	算数でよみとこう 「面積のちがい」	Ⅱ-1 概念発展分割・統合型
32	5	面積　平行四辺形	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
33	5・6 複式	5年　図形の角	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
		6年　比例・反比例	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
34	6	立体の体積	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
35	6	比とその利用	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
36	6	分数のかけ算	Ⅰ-1 概念同一分割・統合型
37	6	立体の体積	Ⅰ-2 概念同一特殊化・一般化型
38	6	一筆がき	Ⅱ-1 概念発展分割・統合型
39	6	場合を順序よく整理して	Ⅲ-2 概念方法特殊化・一般化型

番号	学年	単元名	ジグソー学習法の型
40	中1	比例と反比例	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
41	中1	比例と反比例	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
42	中1	比例と反比例	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
43	中1	平面図形	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
44	中1	基本の作図の利用	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
45	中2	一次関数の利用	Ⅱ-1　概念発展分割・統合型
46	中2	図形の性質と合同	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
47	中2	資料の活用	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
48	中2	図形の性質の調べ方	Ⅲ-1　概念方法分割・統合型
49	中3	円の性質	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
50	中3	三平方の定理　導入	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
51	中3	図形の相似	Ⅱ-1　概念発展分割・統合型
52	中3	二次方程式（導入）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
53	中3	二次方程式の利用	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
54	中3	平方根	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
55	中3	平方根	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
56	中3	関数　y=a×2	Ⅲ-1　概念方法分割・統合型
57	中3	2乗に比例する関数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
58	中3	二次方程式の解き方	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
59	中3	相似（相似な立体の体積の比）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
60	高1	平面図形（オイラー線）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
61	高1	2次関数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
62	高1	解と係数の関係	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
63	高1	三角比	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
64	高1	二次関数（二次不等式）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
65	高1	二次方程式	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
66	高1	集合と要素の個数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
67	高1	三角形の面積	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
68	高1	作図	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
69	高1	場合の数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
70	高1	不等式の証明	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
71	高1	2次関数の最大・最少	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
72	高1	関数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
73	高1	データの分析	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
74	高2	数列	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
75	高2	ベクトル（ベクトルのよさや利点）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
76	高2	「逆向きにたどる」よさ	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型
77	高2	三角関数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
78	高2	三角関数のグラフ	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
79	高2	対数の性質	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
80	高2	ベクトル（中線定理）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
81	高2	積分（面積と定積分）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
82	高2	位置ベクトル（ベクトル方程式の導入）	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型
83	高2	数学活用　測定と数学 数学Ⅰ　図形の計量	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
84	高2	2次方程式（解と係数の関係）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
85	高2	「指数・対数」より　常用対数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
86	高3	不定形0/0の謎	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
87	高3	積分の応用	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
88	高3	入試問題演習 （答案の書き方）	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
89	高3	理想の答案	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
90	高3	微分法の方程式への応用	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
91	高3	微分法	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
92	高3	積分法	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型
93	高3	実験の重要性を実感する	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型

＜資料 3＞

筆者による算数・数学ジグソー学習法　実践一覧

番号	実施年月日	学年	単元名	ジグソー学習法の型	ジグソー問題
1	2010年12月	6	拡大図と縮図	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	同じ図形に見える形の共通点は
2	2011年6月	4	がい数	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	概数を使う場面はどう違うのか
3	2011年9月	4	整理のしかた	Ⅱ-2　概念発展特殊化・一般化型	なぜ虫の数が違うのか
4	2011年10月	4	式と計算	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	3つの式はどのように数えたのか
5	2011年11月	4	面積	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	面積の求め方の共通点は
6	2012年4月	6	対称な図形	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	2つの対称な図形の共通点と相違点は
7	2012年4月	6	分数のかけ算	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	小数と帯分数を含む計算の共通点は
8	2012年5月	6	分数のわり算	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型	なぜ逆数をかけるのか
9	2012年9月	中1	文字式	Ⅱ-1　概念発展分割・統合型	次にどのような問題がつくれるか
10	2012年9月	6	円の面積	Ⅰ-2　概念同一特殊化・一般化型	なぜ半径×半径×3.14なのか
11	2012年9月	6	速さ	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	速さ比べの共通点は
12	2012年10月	6	速さ	Ⅱ-1　概念発展分割・統合型	次の問題はどのように解くか
13	2012年10月	中1	方程式	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	2つの方程式の共通点は
14	2012年11月	6	角柱と円柱の体積	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	3つの体積の求め方の共通点は
15	2012年12月	6	拡大図と縮図	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	同じ図形に見える形の共通点は
16	2013年2月	6	資料の調べ方	Ⅱ-2　概念発展特殊化・一般化型	卒業式の日の天気は
17	2013年4月	3	たし算とひき算	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	たし算とひき算の筆算の共通点は
18	2013年9月	3	円と球	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	コンパスを使わずに円をきれいにかくには
19	2013年11月	3	□を使った式	Ⅰ-1　概念同一分割・統合型	等分除と包含除の共通点と相違点は
20	2014年3月	3	大きな数	Ⅲ-2　概念方法特殊化・一般化型	今の数の書き方のよいところは