

数学科授業案(公開授業案II)(各教科の概要・授業案：
数学科)

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-02-07 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 加藤, 健二 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00024625

数学科授業案（公開授業案Ⅱ）

授業者 加藤 健二

- 1 日 時 平成 29 年 11 月 10 日（火） 11:10～12:00
- 2 学 級 3 年 C 組（男子 17 名 女子 22 名 計 39 名）
- 3 単 元 名 相似な図形
- 4 単元目標

（1）各要素と単元目標の関連

意識した要素	単元目標
<p>【要素A】 計算技能 基礎的な数学用語，記号の意味理解 図形の性質の理解</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形の性質についての推論の過程を的確に表現するとともに，条件に合う線分の長さや図形の面積や体積などを求めることができる。 ・相似な図形の性質や平行線の線分の比，相似比と面積比や体積比の関係について理解することができる。 (知識・理解) (技能)
<p>【要素B】 課題解決に向け，多様に考える力 既習事項を利用し，自他の考え方を検証する力 数学的に考察したことを分類，整理，統合，発展，一般化する力 自分の考えを筋道立てて説明する力</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・既習の図形の性質や定理を活用し，観察，操作や実験を通して相似な図形の性質を発見したり，それを論理的に考察したり，その過程を振り返り考えを深めたりすることができる。 (数学的な見方・考え方)
<p>【要素C】 主体的に粘り強く考えようとする態度 多様に考えたり，発展させようとしたりする態度 自分の考えを相手に分かりやすく伝えようとする態度</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・相似な図形の性質や条件に適する図形の作図について関心をもち，それらについて興味をもって考察しようとする。 (関心・意欲・態度)

（2）要素育成の判断基準（特に意識したもの）

- 【要素B】** 数学的に考察したことを分類，整理，統合，発展，一般化する力
自分の考えを筋道立てて説明する力

評価方法：第1時～第2時と第14～第15時において追究用紙と授業での追究の様子	
3	・与えられた課題に対し，多様に考え，それらを既習事項を使って論理的に考え，証明を書き上げる。 ・多様に出た考えを，文字や一般的な言葉などで統合する。また，そこから新たな考えへ発展的に考える。
2	・与えられた課題に対し多様に考え，それらを既習事項を使って論理的に考え，証明を書き上げる。
1	・与えられた課題に対し1つでも自分の考えをもち，それらを既習事項を使って証明しようとする。

- 【要素C】** 多様に考えたり，発展させようとしたりする態度
自分の考えを相手に分かりやすく伝えようとする態度

検証方法：第1時～第2時と第13～第15時において追究用紙と授業での追究の様子	
3	自分の考えを，数学用語を適切に用いながら伝え，そこから新たな問いや発見がないかを考えようとする。
2	自分の考えを，数学用語を適切に用いながら伝え，そこから新たな問いをもつ。
1	自分の考えを，数学用語を適切に用いながら伝え，新たな問いをもとうとする。

5 単元について

(1) 教科テーマと単元との関わり

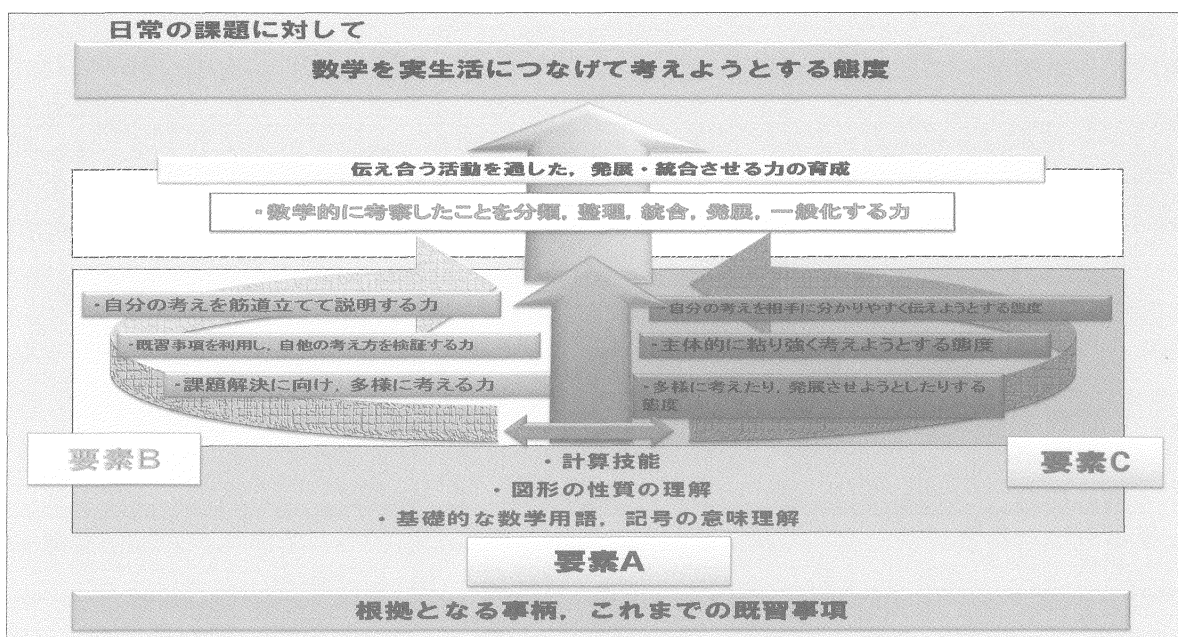
小学校算数科における図形の学習は、操作的な活動を多く取り入れ、直観的に考察する力を養っている。また、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形についての感覚を豊かにし、基本的な平面図形や立体図形について理解できるようにしている。第4学年までに、三角形、四角形、二等辺三角形、正三角形、平行四辺形、台形、ひし形などについて理解し、第5学年では図形の合同、第6学年では縮図や拡大図及び図形の対称性について理解している。

中学校学習指導要領における第3学年「B図形」においては、「図形の性質を三角形の相似条件を基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察できるようにする。」ことを目標にしている。第1学年では、平面図形や空間図形についての図形の性質を調べたり、発見したり、作図したりして直感的な見方や考え方を学習している。第2学年では、論証によって図形の性質を調べる方法を学習している。これらを踏まえて第3学年では図形の関係についての考察を深め、より論理的に考察し、表現することをねらいとしている。

本単元では、三角形の相似条件を、三角形の合同条件と対比させながら理解させ、平行線の性質、三角形の合同条件とともに演繹的な推論の根拠であることとし、図形の基本的な性質を論理的に確かめるために利用していく。また、平行線と線分の比の性質や中点連結定理は、図形をかいたり、測ったりする操作活動を通して具体的に確認しながら進めていく。そして、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて、演繹的な推論によって証明させる。また、中点連結定理の学習を通して、新たな図形の性質を見つけ出す取組もおこなう。単元の中では、縮図を用いて、直接測ることが困難な長さを求めるなど、実生活の中で相似の考えをいかせるような教材を扱い、今まで学習したことが様々な問題の解決において有用であることを実感させたい。

本校の3年生は、数学が好きだったり得意だったりする生徒が多く、さまざまな課題に対して根気強く取り組む姿勢がみられる。また、1つの方法で解決したとしても、違った見方で考えようとする姿も見られる。しかし、自分の考えを全体に伝えることに不安を感じる生徒が多い。小集団活動では活発に発言するものの、全体追究の場面では、特定の生徒の発言が目立つ。自分の考えを全体の場で表現することに苦手意識をもっている生徒が多い。また、小集団活動のように活発に議論する場面においても、相手を意識した説明に欠ける場合がある。数学科の教科テーマは「数学的な思考力・表現力が高まる授業をめざして」としている。本単元では、図形の性質を論理的に考察させることで思考力を高め、演繹的に証明する意義やよさを繰り返し伝え、誰にでもわかりやすい証明を書かせるようにしていきたい。そのためには、多様な証明方法に触れること、多様な証明方法のそれぞれのよさや関連性を全体追究の場面で取り上げていくことが大切である。また、問題解決に向けて考察していく中で新たな見方ができたり、新しい課題を見い出したりできる統合・発展する力の育成にも力を入れていく。単元を通して、このような力を身に付け、身のまわりの事象の解決につなげていこうとする態度が育てられれば、主体性ある人間につながると考える。本時においても、この数学的に推論する力を基にして、統合・発展する力がどのように高まっていくのかを、実践を通して明らかにしたいと考えている。

最後に、本単元の構成については、前半で基礎的な数学用語や基本的な計算技能をおさえた上で、単元の中盤から後半では、多様な考えが出やすい課題を用意し、それぞれに対して筋道を立てて説明する活動を意図的に増やしていく。これらの積み重ねにより、見通しを立てて説明する力が育つと考える。そして、小集団追究や全体追究においても意図的な仕掛けをすることで、問題を解決してもさらに発展させたり、多様な考えを統合させたりしていこうとする力につながると考える。それらのことを踏まえながら、各要素のつながりを構造化したものが図1である。



【図 1 本単元で意識した各要素の構造図】

(2) 指導計画 (20 時間扱い)

時 間	学 習 内 容	主な要素
第 1 時	【相似な図形】 ・拡大図をかく操作を通して、相似な図形の意味および相似な図形の性質を確認する。	【要素 A】
第 2 時 第 3 時	【三角形の相似条件】 ・相似な三角形の作図を通して、三角形の相似条件を考える。 ・相似の位置、相似の中心の意味を多様な考えの共通項を探ることで確認する。	【要素 A】 【要素 B】
第 4 時 第 5 時 第 6 時	【三角形の相似条件の利用】 ・三角形に補助線を引くことによってできる三角形が相似になることを、相似条件を利用して、証明する。 ・三角形の相似条件を利用して、辺や線分の長さを求める。	【要素 B】
第 7 時	【相似の利用 1：縮図の利用】 ・三角形の相似条件を利用して、建物の高さを求める。	【要素 B】 【要素 C】
第 8 時 第 9 時	【平行線と比】 ・三角形の 1 辺に平行な直線が、他の 2 辺と交わるとき、その 2 辺を等しい比に分けることを既習事項を利用し証明する。 ・平行線と比の定理を利用して、線分の長さなどを求める。	【要素 B】 【要素 A】
第 10 時 第 11 時	【相似の利用 2】 ・平行線と比の定理を利用して、線分 AB を 3 等分する点を作図する方法を考察する。 ・三等分点の作図方法を、説明する学習を通して、相似な図形に対する見方・考え方を深める。	【要素 B】 【要素 C】
第 12 時 第 13 時 第 14 時	【比と平行線・中点連結定理】 ・三角形の 2 辺を等しい比に分ける点を結ぶ線分は、他の 1 辺に平行であることを理解する。また、比と平行線の定理をもとに中点連結定理を導き出し、それを活用する。 ・中点を結んでできる四角形には特別な平行四辺形になる場合があることに気づき、自分なりの根拠をもって証明し相手に伝える。 ・もとの四角形の対角線の特徴によって特別な平行四辺形になることを知り、図形に潜む性質を新たに見つけ、図形に対する見方や考え方を深める。	【要素 B】 【要素 C】

第 15 時 (本時)	【相似の利用 3】 ・四角錐の側面の中線を引き、その中線の midpoint を結ぶと平行四辺形となることを既習事項を用いて説明する。	【要素 B】 【要素 C】
第 16 時 第 17 時	【相似の利用 4】 ・三角形の角の二等分線における辺の比の性質を理解し、それまでに学習してきた様々な図形の性質を用いて証明する。	【要素 B】 【要素 C】
第 18 時 第 19 時	【相似な図形の面積比・相似な立体の表面積比と体積比】 ・相似な図形の面積比は、相似比の 2 乗に等しいことを理解する。 ・相似な立体の表面積比は相似比の 2 乗、体積比は相似比の 3 乗に等しいことを理解し、その図形と相似な図形の面積や体積を相似比を使って求める。	【要素 B】 【要素 A】
第 20 時	【単元のまとめ】	

6 本時について

(1) 授業名 どのような四角形になる？ (15/20)

(2) 目標

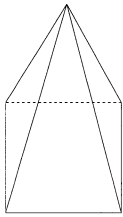
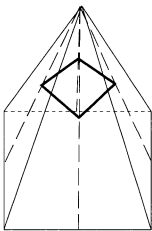
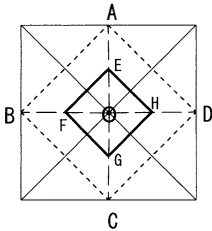
- ・正四角錐の側面について、中線の midpoint を 4 つ結んでできる四角形が正方形になることを、中点連結定理や相似な図形の性質など既習事項を用いて論理的に説明することができる。

【要素 B】 (数学的な見方や考え方)

- ・生徒同士のかかわりを通して、特別な四角形になるための条件を、既習事項を用いて追究し、それを論理的に説明しようとする。

【要素 C】 (関心・意欲・態度)

(3) 授業過程 (第 1 時)

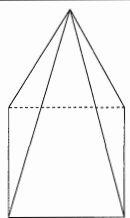
学 習 活 動	・支援及び留意点 ◎評価	形態・時間
<p>【課題 I】</p> <p>右の正四角錐について、それぞれの側面の中線を引きます。次にそれぞれの中線の midpoint をとり、結びます。このとき、中にできた四角形はどのような四角形なのかを説明しなさい。</p>  <p>【生徒の予想】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・たこ型四角形 ・ひし形 ・平行四辺形 ・正方形 ・ただの四角形  <p>○自分の予想を立てて、その説明を考えてみよう。</p> <p>【証明の例】</p> <p>四角形 ABCD は中点連結定理より平行四辺形である。また元の四角形が正方形でもあるので、四角形 ABCD も正方形である。ここで $\triangle OAB$ において、点 E, F は中点をとっているのので、中点連結定理より $EF \parallel AB$, $EF = 1/2AB$</p>  <p>同様にすると、各辺においても同じことが言える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・課題は図形を用いながら丁寧に確認する。(正方形以外の形に見えるような正四角錐を準備する) ・中線の midpoint を、以後は「中中点」と名付ける。 ・追究用紙には予想を書く欄の他、図形を準備し、さまざまな角度から説明できるようにする ・予想は立てたが、説明ができない生徒には、平面図で考えるように促す。 ・各頂点に名前をつける。全体で共通のアルファベットにする ・証明については後に紹介するとして、あくまでも直感を大切に<u>した上で、作成した模型を使って確かめる。</u> 	<p>一斉 7分</p>

このことから
 四角形ABCDと四角形EFGHにおいて、対応している辺の比が全て等しく、それぞれ平行になっているため四角形EFGHは平行四辺形となる。
 ここで平行線の同位角より四角形ABCDと四角形EFGHの対応する角はそれぞれ等しくなる。四角形ABCDが正方形で、それぞれの角が 90° なので四角形EFGHも正方形となる。

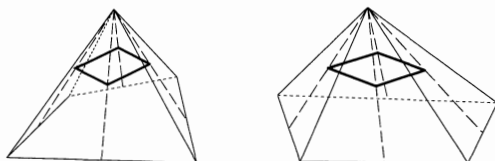
◎正四角錐の側面について、中線の中点を4つ結んでできる四角形が正方形になることを、中点連結定理や相似な図形の性質など既習事項を用いて論理的に説明することができたか。【要素B】（数学的な見方や考え方）

【課題Ⅱ】

右の正四角錐について、底面の形を他の四角形に変えてみると、どのようなことがいえるのかを追究しよう。
 （底面の形は四角形に限定する）



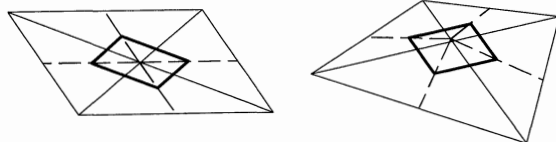
【提示する四角錐の例】



- 平行四辺形になると思います。
- 右の図はひし形っぽいです。
- ただの四角形だと思います。
- 条件によってできる四角形はかわるのでは？

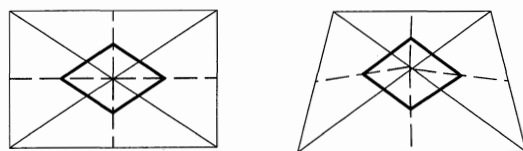
【平行四辺形になる場合】

<底面が平行四辺形> <底面がただの四角形>



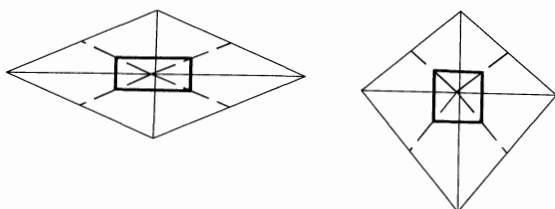
【ひし形になる場合】

<底面が長方形> <底面が等脚台形>



【長方形になる場合】

<底面がひし形> <底面がたこ形>



- 課題を確認する際、いくつかの例を提示して、イメージしやすいようにする。

一斉
5分

- 頂点は底面の対角線の真上とする。

- 提示した図から見た目で予想を立てる。

個人
13分

- 追究用紙には予想を書く欄の他、図形が描ける広さを準備し、さまざまな角度から説明できるようにさせる。（薄い方眼を用意し、作図しやすいようにする）

- 投影図（平面図）で考えている生徒が出てきた頃に小集団にしていく。

- 特別な四角形を追究しはじめた頃に、長方形やひし形、正方形の定義と定理を確認する

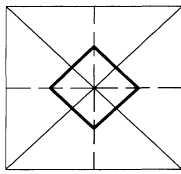
◎正四角錐の側面について、中線の中点を4つ結んでできる四角形が正方形になることを、中点連結定理や相似な図形の性質など既習事項を用いて論理的に説明することができたか。【要素B】（数学的な見方や考え方）

小集団
10分

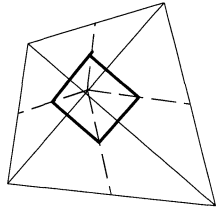
◎生徒同士のかかわりを通して特別な四角形になるための条件を、既習事項を用いて追究し、それを論理的に説明しようとしたか。【要素C】（関心・意欲・態度）

【正方形になる場合】

＜底面が正方形＞



＜底面が下記の四角形＞



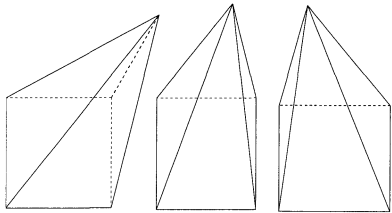
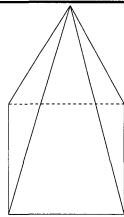
【最終的なまとめ（統合）】

底面の2つの対角線について

- ・ 2つが垂直に交わる → 長方形
- ・ 2つの長さが等しい → ひし形
- ・ 2つが垂直に交わり
長さも等しい → 正方形
- ・ 2つが垂直に交わり
す、長さも違う → 平行四辺形

【課題Ⅲ】（さらに発展的に）

右の正四角錐について、頂点の位置を変えてみると、どのようなことがいえるのかを考えてみよう。



どの位置でも合同な正方形となるということ

- ・ 対角線に注目している生徒(小集団)を中心に指名する。
- ・ 説明シート準備
- ・ 四角形の相似条件を考えている生徒には支援をする。

一斉
15分

- ・ 時間があればさらに発展的に進めていく。はじめに提示した正四角錐から進め、残りはレポート形式にする。課題Ⅱにおいて、頂点にこだわらないことから、直感的に合同となることが予想できる生徒を指名する。