高等学校数学科における探究活動を促す論証教材の開発

メタデータ	言語: jpn
	出版者:
	公開日: 2018-02-28
	キーワード (Ja):
	キーワード (En):
	作成者: 熊倉, 啓之
	メールアドレス:
	所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00024663

高等学校数学科における探究活動を促す論証教材の開発

熊倉　啓之*

Development Mathematics Materials of Teaching Proof to Promote Inquiring Activities in High School

Hiroyuki KUMAKURA

Abstract

The purpose of this study is to develop mathematics materials of teaching proof to promote inquiring activities in high school, and to suggest teaching method using these materials. First, the author defines inquiring activities of teaching proof in this study based on previous studies. Second, the author analyzed mathematics textbooks used at high school and previous practical studies focused on teaching proof. Third, the author develops the materials about number of right angle in a polygon, and suggests teaching methods using these materials as follows;

1) Inquiring number of right angle in a triangle,
2) Inquiring number of right angle in a quadrangle,
3) Inquiring number of right angle in a pentagon,
4) Inquiring number of right angle in a convex n-polygon (n≧5),
5) Inquiring number of other angles - for example, 60° or 120° - in a convex polygon,
6) Inquiring number of right angle in a concave polygon.

キーワード：探究活動，論証教材，多角形の直角の個数

１．はじめに

数学教育において，「探究活動」は重要である．例えば，Chevallard（2015）は，記念碑を次から次へと見物することかのごとくに，定理や公式等を学んでいくような従来型の指導を「記念碑主義」と批判し，それに代わるパラダイムとして「世界探究」を提案して，自分が一度も出会ったことのない，一度も解いたことのない問題に対しても探究する活動を重視する．「世界探究」パラダイムに基づく日本での実践もいくつか報告されている（例えば，濱中他，2016）．

それにもかかわらず，特に高等学校数学科においては，スーパーサイエンスハイスクールでの一部の取り組みを除くと，「探究活動」がこれまで積極的に行われてこなかったことが推測される．実際，「探究活動」が期待される「数学活用」の履修率はわずか2％（文部科学省，2015）であり，また数学Ⅰ・Aの「課題学習」についても，教科書巻末に掲載されているものの，授業でどの程度扱われているのか，扱われても「探究活動」がどの程度行われているかは不明である（熊倉，2015）．

論証指導に限っていえば，正弦定理等の定理や公式の授業での扱いは，その証明を行わなかったり，扱ったとしても軽く触れたりする程度で，むしろ適用問題の解法に多くの時間を割いて指導する場合が少なくない，という実態をよく耳にする．これは，「受験数学では，ともすると，公式の暗記，入試問題を解くテクニックの習得に傾き，証明をじっくりと理解する余裕がない．（中略）証明をじっくり理解しなくても，大学入試には影響がない」（日比，2011）ことを要因として挙げることができるであろう．

このような現状を改善しようと，2022年度より実施される高等学校数学科の新学習指導要領には，「理数探究」（仮称）「理数探究基礎」（仮称）という探究的科目が新たに設置されることとなった．これらの科目の審議の取りまとめ（文部科学省，2016）には，「探究的な学習は，学習に対する興味・関心・意欲の向上をはじめ，知識・技能の着実な習得や思考力・判断力・表現力等の育成に有効である」と，新しい科目を設置する意義を述べている．この新科目に対して，「探究活動」を取り入れた指導の促進が期待されるところである．

しかし一方で，この科目は「数学活用」と同様に選択科目であるため，果たしてどの程度の高校生が履修するかは不明である．

それゆえに，多くの高校生が履修する内容を学ぶ際に，「探究活動」を促す教材や指導法の開発が望まれる．

*静岡大学学術院教育学領域

２．本研究の目的

１で述べた問題意識のもと，本研究の目的は，高等学校数学科の指導において，「探究活動」を促す教材を開発して指導展開例を示すこととする．特に，多くの高校生が履修する内容であり，これまで「探究活動」が軽視されてきた数学 A の「図形の性質」における論証指導に焦点を当てる．

３．研究の方法

以下の手順にしたがって，研究を進める．

(1) 「探究活動」に関する先行研究をもとに，本研究における，論証指導についての「探究活動」を規定する．

(2) 教科書分析や実践的な先行研究を調査して，「探究活動」を意識した論証指導の実態を探る．

(3) (1)，(2)を踏まえて，「探究活動」を促す具体的な教材を開発して指導展開例を示す提案する．

４．本研究における「探究活動」

(1) 「探究活動」に関する先行研究

「探究活動」とは，どのような活動を指すのであろうか．

例えば，国立教育政策研究所（1997）は，「数学が創造的・発展的であること等の数学の価値を子どもらに実感させる活動」としている．

川上（1997）は，幾何教育に焦点を当てて，「仮定や結論を最初から示さず，図をかき，それを動かしたり，さまざまな検討をくわえることを通して，図形の中にある今まで気づかなかった条件や性質を見つけ出す活動」としている．

重松ら（1999）は，「～であれば，どうなるか」，「～でなければ，どうなるか」などと創造的に数学を考えていったとき，数学的な見方・考え方が深まった活動や，さらにより深く考えようと自ら発展させようとした活動，または，発展させることができた活動」と定義している．

岩田（2002）は，「探究」を，物事の真理や価値，在り方を追究することと捉えた上で，「既存のものの改良，発展による創造的な活動」として考察している．

これらの定義は，いずれも「発展的な考え方」などの数学的な考え方（片桐，1988）に関連していることがわかる．

一方で，前述した科目「理数探究」の審議の取りまとめ（文部科学省，2016）では，探究の過程全体（観察→問題を見出す→課題化→課題解決→分析・考察・推論→表現・伝達）を自ら遂行できるようにすることが重視されている．つまり，1 つの活動のみではなく，複数の連続した一連の活動全体を重視していることがわかる．

(2) 本研究における「探究活動」の規定

(1) で述べたことを参考にして，本研究における，論証指導についての「探究活動」を，次のように捉えることとする．

「統合的な考え方，発展的な考え方などの数学的な考え方を育成することを目指して，生徒自らが図形の性質等を予想し，演繹的に推論して予想の真偽を証明し，その結果を振り返って吟味し，別の証明方法を考えたり，さらに新たな図形の性質等を予想，証明し，振り返ったりする一連の活動」

この活動を図示すると，図 1 の通りである．

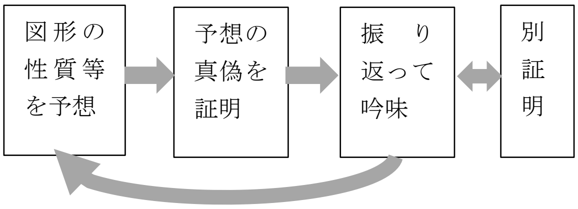


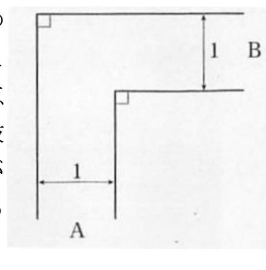
図１　論証指導における「探究活動」

図 1 の規定で，「別の証明方法を考える」活動を組み込んだのは，例えば，古藤（1992）が指摘するように，多様に考える活動は，数学の本質，個性重視の視座，学習意欲の喚起等の視座から，重要であると考えるからである．

５．「探究活動」を意識した指導の実態

(1) 数学 A「図形の性質」における探究活動

「探究活動」の指導の実態を探るために，まず，数学 A「図形の性質」に焦点を当て，現行教科書の記述，問題を分析した．その結果，本研究で規定した「探究活動」を促すような箇所はほとんど見当たらなかった．唯一，1 社の教科書巻末の「課題学習」のページに，次の問題が見られた．

> 右の図のように幅が 1 の通路が L 字状にある．このとき A 地点から B 地点まで，通路の壁を突き抜けることなく通ることができる図形のうち，なるべく面積が大きいものを考えたい．ただし，次の条件をつける．
>
> 
>
>
> ・図形は変形したり分割したりできないものとする．
>
> ・図形を立てたりひっくり返したりすることはできないものとする．すなわち，平面的に考えるものとする．
>
> （問）面積が 1 より大きい図形はあるか考えてみよう．
>
> （平成23年検定済・啓林館数学A，p.195）

この問題で，通ることが可能で面積が 1 より大きい図形は，いくつも考えられる．図形を予想し，実際に通ることができることを証明し，振り返って，もっと面積が大きい図形を予想し，…という「探究活動」が可能である．

(2)　「探究活動」に関する実践研究

次に，CINII で検索できる高校数学の論証に焦点を当てた「探究活動」に関わる実践的な先行研究を分析した．

堅田（2006）は，動的幾何ソフトを使って，交わる 2 円の一方の円周上に 2 点をとり，それらと 2 円の交点を直線で結ぶとき，角や辺について性質を探し，それを証明する，という実践を行った．動的ソフトを使うことで，様々な性質を発見することができるので，「探究活動」を行う上で有効であるといえよう．

横（2009）は，数学的活動を，①数学化，②探究，③一般化，④体系化の 4 つの活動と捉えた上で，図形の単元ではないが，数列の活用場面で，図形に関わる問題として，球面上に大円を 3 個かいたときの球面の分割数を求める問題を扱い，大円の数を 4 個，5 個，…と増やす場合を考えさせる，という実践を行った．4 つの活動で捉えた「数学的活動」は，本研究でいう「探究活動」に含めて考えることができる．

熊倉（2016）は，三角形の 2 つの内角和が他の外角に等しい性質を，四角形，五角形，…に発展させる教材を開発したが，本研究における「探究活動」を取り入れた指導展開が可能である．

上記で挙げた先行研究は，いずれも生徒が「新たな性質を予想し，証明する」という「探究活動」を取り入れた実践，あるいは実践可能な教材開発である．しかし，高校数学の論証に焦点を当てた実践的な先行研究は少ないことがわかった．

以上の結果から，「探究活動」を促す多くの論証教材を開発することが重要であることがわかる．

６．「探究活動」を促す教材開発

「探究活動」を促す教材として，本研究では，多角形の直角の個数に関する性質を考察した．

(1)　直角の個数に関する凸多角形の性質の探究

まず，凸多角形の場合を考える（熊倉，2017）．

①　三角形の場合

直角の個数は，0，1 個の場合がある．

直角が 2 個あるとすると，残りの角は

$$180-90\times 2=0$$

となり不適．直角が 3 個の場合も同様に不適．

②　四角形の場合

直角の個数は，0，1，2，4 個の場合がある．

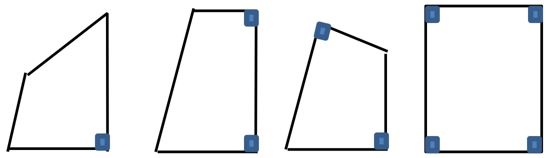


図 2　四角形の直角の個数

直角が 3 個あるとすると，残りの角は

$$360-90\times 3=90$$

となり，直角になるため，結局 4 個の場合に帰着される．

③　五角形の場合

仮に，直角が 5 個ある（すべて直角）とすると，

$$90\times 5=450<540$$

となるので不適．

また，直角が 4 個あるとすると，残りの角は，

$$540-90\times 4=180$$

となるので，五角形でなくなってしまい不適．

直角が 1～3 個の場合は，四角形の場合をもとに，直角をはさまない角の部分に一辺を加えて構成すれば，　次のように存在することがわかる．

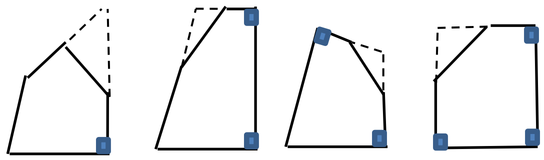


図 3　5 角形の直角の個数

④　n 角形の場合（$n\geqq 5$）

直角が p 個あるとすると，$n\geqq 5$ より $n>p$ である（もし $n=p$ ならば，$180(n-2)=90n$ より $n=4<5$ となり矛盾）．このとき，残り $(n-p)$ 個の角の和は，$180(n-p)°$ 未満でなければならないから，

$$180(n-2)-90p<180(n-p)$$

これを解いて，$p<4$

一方，$p=0$，1，2，3 のときは，五角形の場合と同じように考えて，明らかに存在することがわかる．

n 角形の場合で，外角の和が 360°であることを用いると，次のような別の証明もできる．

（別証）直角が p 個あるとすると，$n\geqq 5$ より $n>p$ で，直角以外の角について，それらの外角の和は 0°より大きく，直角の外角は直角であることから，

$$360-90p>0,\ よって，p<4$$

一方，$p=0$，1，2，3 のときは明らかに存在する．

以上の結果を整理すると，表 1 の通りである．

表 1　凸 n 角形の直角の個数

$n=3$	0 個，1 個
$n=4$	0 個，1 個，2 個，4 個
$n\geqq 5$	0 個，1 個，2 個，3 個

(2)　直角の個数に関する凹多角形の性質の探究

次に，凹多角形の場合を考える．

①　四角形の場合

直角の個数は，0，1 個の場合がある．

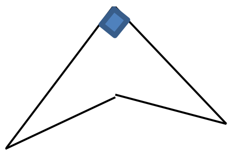


図 4　凹四角形の直角の個数

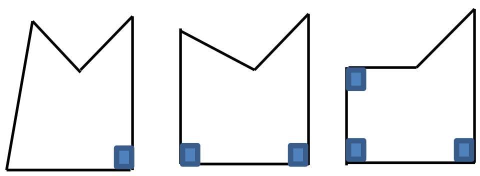
直角が 2 個あるとすると，残り 2 角の和は

$360-90\times 2=180$

となるが，1 つは凹角なので 180°より大きいから不適．直角が 3 個，4 個の場合も同様に不適．

②　五角形の場合

直角の個数は，0，1，2，3 個の場合がある．



1 個　　2 個　　3 個

図 5　凹五角形の直角の個数

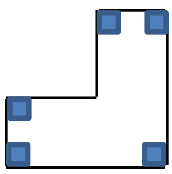
直角が 4 個あるとすると，残りの角は

$540-90\times 4=180$

となり不適．直角が 5 個の場合も同様に不適．

③　六角形の場合

直角の個数は，0，1，2，…，5 個の場合がある．



5 個

図 6　凹六角形の直角の最大個数

直角が 1～4 個の場合は，5 個の場合の図形から，一方の端点の角が直角，他方が直角でない辺を 1 本選び，直角の方の端点を適当な方向にずらして，直角を減らしていけば，4 個，3 個，2 個，1 個の場合が順に構成できる．この方法で，④以下でも同様に構成できる．

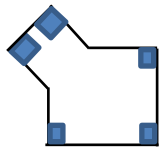
直角が 6 個あるとすると，

$90\times 6=540<720$

となり不適．

④　七角形の場合

直角の個数は，0，1，2，…，5 個の場合がある．



5 個

図 7　凹七角形の直角の最大個数

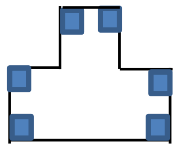
直角が 6 個あるとすると，残りの角は

$900-90\times 6=360$

となり不適．直角が 7 個の場合も同様に不適．

⑤　八角形の場合

直角の個数は，0，1，2，...，6 個の場合がある．



6 個

図 8　凹八角形の直角の最大個数

直角が 7 個あるとすると，残りの角は

$1080-90\times 7=350$

となり不適．

以上の結果を整理すると，表 2 の通りである．

表 2　凹 n 角形の直角の最大個数

$n=4$	1 個
$n=5$	3 個
$n=6$	5 個
$n=7$	5 個
$n=8$	6 個

表 2 を見る限り，凸多角形の場合のように，一般化につながる規則性があるかどうかは判断できない．

⑥　n 角形の場合（$n\geqq 6$）

そこで，n 角形の場合について考える．

直角が p 個あるとすると，凹角は少なくとも 1 つ存在するので $n>p$ である．このとき，残り $(n-p)$ 個の角の和は，$360(n-p)$°未満だから，

$180(n-2)-90p<360(n-p)$

よって，$2(n-2)-p<4(n-p)$

$$p<\frac{2n+4}{3}$$

n を 3 の剰余類で分類すると，$m\geqq 2$ のとき，次の通りである．

ア　$n=3m$ のとき

$2n+4=6m+4=3(2m+1)+1$　より

$$\frac{2n+4}{3}=\frac{3(2m+1)+1}{3}=2m+1+\frac{1}{3}$$

よって，$p\leqq 2m+1$

イ　$n=3m+1$ のとき

$2n+4=6m+6=3(2m+2)$　より

$$\frac{2n+4}{3}=\frac{3(2m+2)}{3}=2m+2$$

よって，$p\leqq 2m+1$

ウ　$n=3m+2$ のとき

$2n+4=6m+8=3(2m+2)+2$　より

$$\frac{2n+4}{3}=\frac{3(2m+2)+2}{3}=2m+2+\frac{2}{3}$$

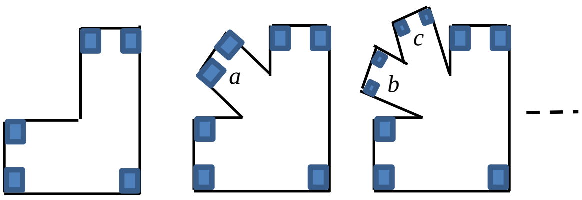
よって，$p\leqq 2m+2$

これは，p の満たすべき必要条件である．

そこで，実際に p の最大値が右辺になることを示す．

ア　$n=3m$ のとき

図 9 のように，辺を 3 辺増やすごとに，左上に突き出た部分 a，b，c，…を 1 つ増やすことができ，直角の個数が 2 個ずつ増える．すなわち，5 → 7 → 9 → … と増えるので，一般に $3m$ 角形の直角の最大個数は $2m+1$ 個である．

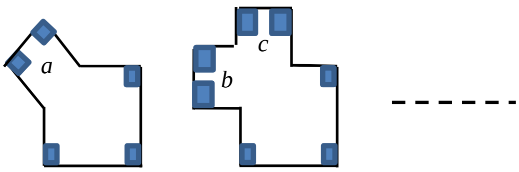


$m=2$：5 個　$m=3$：7 個　$m=4$：9 個

図 9　凹 $3m$ 角形の直角の最大個数

イ　$n=3m+1$ のとき

図 10 のように，辺を 3 辺増やすごとに，左上に突き出た部分 a，b，c，…を 1 つ増やすことができ，直角の個数が 2 個ずつ増える．すなわち，5 → 7 → 9 → … と増えるので，一般に $(3m+1)$ 角形の直角の最大個数は $2m+1$ 個である．

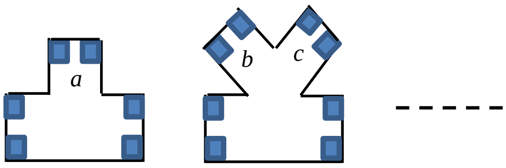


$m=2$：5 個　$m=3$：7 個

図 10　凹 $(3m+1)$ 角形の直角の最大個数

ウ　$n=3m+2$ のとき

図 11 のように，辺を 3 辺増やすごとに，上に突き出た部分 a，b，c，…を 1 つ増やすことができ，直角の個数が 2 個ずつ増える．すなわち，6 → 8 → 10 → … と増えるので，一般に $3m$ 角形の直角の最大個数は $2m+2$ 個である．



$m=2$：6 個　$m=3$：8 個

図 11　凹 $(3m+2)$ 角形の直角の最大個数

以上から，凹 n 角形の直角の個数は，次の表 3 のようにまとめられる．

表 3　凹 n 角形の直角の個数

$n=4$	0 個，1 個
$n=5$	0〜3 個
$n=3m\geqq 6$	0〜$2m+1$ 個
$n=3m+1\geqq 7$	0〜$2m+1$ 個
$n=3m+2\geqq 8$	0〜$2m+2$ 個

$n\geqq 6$ の場合の直角の最大個数 p は，1 つの式にまとめれば次のように表すこともできる．

$$p=\left\lceil\frac{2n+4}{3}\right\rceil-1$$

(3)　別の角度の個数に関する凸多角形の性質の探究

次に，直角ではない別の角度の個数について考察する．ここでも，凸多角形に限定して考える．

①　60°の個数の考察

まず，鋭角として 60°の場合について探究する．90°の場合と同じように調べると，図 12 のように，$n=3$ の場合を確認した上で，表 4 の通り，$n\geqq 4$ の場合について予想できる．

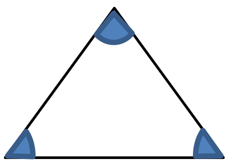


図 12　$n=3$ の 60°の最大個数

表 4　凸 n 角形の 60°の個数

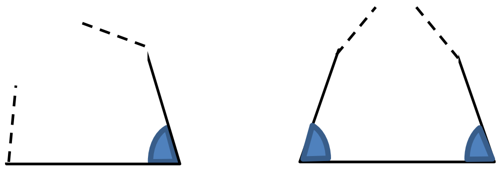
$n=3$	0 個，1 個，3 個
$n\geqq 4$	0〜2 個

$n\geqq 4$ の場合について，例えば，外角の和の考えを用いて，次のように証明することができる．

（証明）60°が p 個あるとすると，$n\geqq 4$ の場合に $n>p$ である（もし，$n=p$ なら，$180(n-2)=60n$ より $n=3<4$ となり矛盾）．60°以外の角について，それらの外角の和は 0°より大きく，60°の外角は 120°であることから，

$360-120p>0$，よって，$p<3$

一方，$p=1$，2 のときは，図 13 のように明らかに存在する．

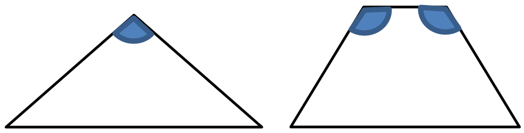


$p=1$ の場合　　$p=2$ の場合

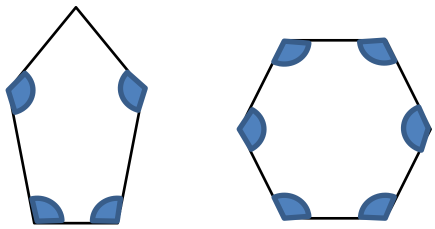
図 13　凸 n 角形の 60°の個数

② 120°の個数の考察

次に，鈍角として 120°の場合について探究する．90°，60°の場合と同じように調べると，図 14 のように $n\leqq 6$ の場合を確認した上で，表 5 の通り，$n\geqq 7$ の場合について予想できる．



$n=3$ の場合の最大個数　$n=4$ の場合の最大個数



$n=5$ の場合の最大個数　$n=6$ の場合の最大個数

図 14　$n\leqq 6$ の場合の 120°の最大個数

表 5　凸 n 角形の 120°の個数

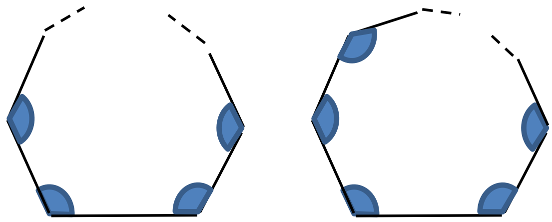
$n=3$	0 個，1 個
$n=4$	0 個，1 個，2 個
$n=5$	0 個，1 個，2 個，3 個，4 個
$n=6$	0 個，1 個，2 個，3 個，4 個，6 個
$n\geqq 7$	0 個，1 個，2 個，3 個，4 個 5 個

$n\geqq 7$ の場合について，例えば，外角の和の考えを用いて次のように証明することができる．

（証明）120°が p 個あるとすると，$n\geqq 7$ の場合に，120°以外の角について外角の和は 0°より大きく，120°の外角は 60°であることから，

$360-60p>0$，よって，$p<6$

一方，$p=1$，2，…，5 のときは，図 15 のように存在することが容易に確認できる．



$p=4$　　$p=5$

図 15　凸 n 角形の 120°の個数

例えば，凸七角形の場合，120°が 5 個あるとすると，残り 2 角の和は，$180(7-2)-120\times 5=300$　となるので，120°が 5 個，150°が 2 個の凸七角形が存在する．

7．教材の価値と指導展開例

(1)　本教材の価値

(1)で考察した多角形の直角の個数についての性質は，次の点で「探究活動」を促す教材として価値があると考える．

①　生徒にとって目新しい性質である．

「直角」については，小 2 で初めて登場し，正方形や長方形，直角二等辺三角形の頂点に存在する角として学習する．しかし，その後の小学校，中学校，高等学校のどの段階においても，図形の中にある直角の個数に焦点を当てた性質や問題は，教科書では一切扱っていない．その意味で，本教材は生徒にとって目新しいものであり，意欲的に取り組むことが期待できる．

②　予備知識を必要としない

この問題解決では，図をかくことで，直角の個数を予想することが容易にできる．一方，その予想の真偽を証明するのに，中学校で学習する多角形の内角の和・外角の和以外の知識は必要としない．そのため，例えば，三角形，四角形，…の場合の直角の個数を探究することは，高校生にとって取り組みやすい課題といえる．

③　発展・一般化が容易にできる

この教材は，三角形の場合，四角形の場合，五角形の場合，…と発展させて考えることができ，最終的には凸 n 角形の場合について，簡単な形に一般化することができるので，「探究活動」を進める上で有効である．証明を考える際には，五角形や六角形の場合の証明を統合して，n 角形の場合の証明を考えることができ，発展的な考え方や統合的な考え方を育成することが期待できる．

また，別の角度に変えた場合も，(3)①，②のように，直角の場合と同じように思考すればよいので，比較的容易に探究できる．さらには，必ずしも探究は容易ではないが，凹 n 角形の場合を考えることも可能であり，生徒の実態に応じて，様々な探究活動が可能である．

③　背理法による論証が使われる

６(1)で示したように，四角形で，直角の個数が 3 個の場合が存在しないことの証明では，簡単な背理法が使われる．一般に，背理法は，濱中（2017）が「背理法の学習では，通常，存在証明や無理数性など，これまでの証明学習とは全く異なる内容の命題が扱われることが多く，そうした題材の違いが，生徒にとってこれは何かまったく違う分野の証明で必要となるといった，これまでの証明学習とは切り離された感覚を引き起こしかねないのではないか」と指摘するように，生徒にとって理解が困難である証明法といえる．しかし，ここでの背理法による証明は初等的なものであり，理解も容易である．ここでの「探究活動」を通して，背理法についての理解を深め，論証能力を高めることが期待できるであろう．

④　別の証明方法が存在する

(1)で示したように，内角の和を用いる証明の他に，外角の和を用いる証明方法がある．すなわち，本研究で規定した論証指導における「探究活動」の中で，別の証明方法を探究する活動が可能であるといえる．

(2)　本教材の指導展開例

本教材は，数学 A の「図形の性質」を活用した課題研究として扱うことが適当であろう．例えば，次のような指導展開例が考えられる．

①　三角形の場合の考察

まず導入として，直角三角形は直角が 1 個であるが，直角が 2 個ある三角形が存在するかを考える．簡単な背理法を使って，2 個，3 個の場合は考えられないことを全体で確認する．

②　四角形の場合の考察

次に，四角形の場合に，直角の個数としてどのような場合が考えられるかを探究する．特に，0 個，1 個，2 個，4 個の場合は存在するが，3 個の場合は存在しない理由を個人で追究した後に，グループや全体で個人の考えを共有する．

③　五角形，六角形，…の場合の考察

五角形，六角形，…の場合を，まずは個人で探究する．このとき，まずは直角の個数は最大何個あるかを予想させるとよい．四角形の最大個数が 4 個だったので，もっと多いと予想する生徒もいるであろう．予想と結論が異なることで，生徒は意欲的に取り組むことが期待できる．また，探究の中で，凹多角形を考えている生徒がいたら，まずは凸の場合に限定して探究するように指示する．次に，グループや全体で個人の考えを共有する．この際，四角形の場合をもとに五角形の場合を予想し，その真偽を演繹的に証明したら，振り返って吟味し，次に六角形の場合を予想し，証明し，振り返って吟味するような「探究活動」を促すようにする．振り返る場面では，内角の和の考えだけではなく，外角の和の考えも扱うようにする．

④　凸 n 角形の場合の考察

③の五角形，六角形，…の場合について探究する中で，n 角形の場合を予想する生徒も出てくるであろう．ここではその予想を全体で共有した上で，その証明を探究する．ここでも，内角の和の考えと外角の和の考えの両方を出させて，比較させる．

⑤　別の角度の個数の考察【発展 1】

時間に応じて，別の角度の個数を探究する活動が考えられる．例えば，鋭角として 60°の場合を最初に探究する．探究の方法も，また結果も，直角の場合と似ていることに気付かせるようにするとよい．

次に，鈍角として 120°の場合を探究する．さらには，生徒が自由な角度を選んで探究してもよいであろう．場合によっては，角度を一般化して探究させてもよいであろう．

⑥　凹多角形の場合の考察【発展 2】

生徒の実態に応じてさらに余力がある場合は，凹多角形の場合を探究させるとよい．凸多角形の場合のように，容易には規則性が見つからず，一般化するのも簡単ではない．それだけに，探究意欲を高めることが期待できるであろう．

なお，⑤や⑥の探究活動は，レポート課題とすることも考えられるであろう。

以上の，本教材を用いた指導展開例を，本研究で規定した「探究活動」に当てはめて図示すると，図 15 の通りである．

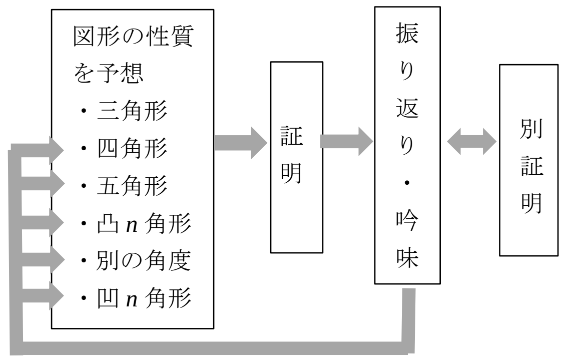


図 15　本教材を用いた「探究活動」

８．今後の課題

今後の課題として，次の 3 点を挙げることができる．

(1)　凹多角形における直角の個数の考察において，凹角の個数を関連付けて考察する．

(2)　本研究で開発した教材を，高校生を対象に実践して，教材の有効性を検証する．

(3)　本教材以外に，高等学校数学科における「探究活動」を促す教材を開発する．

９．おわりに

本研究で開発した教材では扱わなかったが，凹多角形の場合の凹角の個数について，探究する活動も考えられるであろう。

実際，凹 n 角形の場合の凹角の個数を p とすると，180°＜p だから，次の不等式が成り立つ。

$180p < 180(n-2)$

これを解くと，$p < n-2$,

すなわち，$p \leqq n-3$

一方，次の図のように，3 つの鋭角以外が全て凹角になるような凹多角形を考えれば，$n-3$ 個が凹角である凹 n 角形が構成できる。

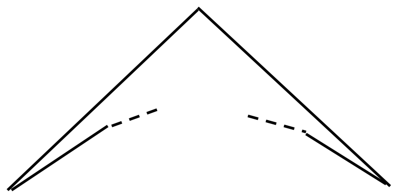


図 16　凹 *n* 角形の凹角の最大個数

このように，凹多角形における凹角の個数の探究も比較的容易であり，本教材に関わる探究活動の奥の深さがわかるであろう。本研究で開発した教材を通して，1 人でも多くの高校生が，探究活動の面白さを実感し，数学のよさを認識することを期待したい。

なお，本論文は，日本数学教育学会第 49 回秋期研究大会にて発表した内容をもとに，大幅に加筆したものである.

＜引用・参考文献＞

Chevallard, Y.（2015）. Teaching mathematics in tomorrow’s society: A case for an oncoming counter paradigm. In S. J. Cho (ed.), The proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges (pp. 173–187). Springer.

濱中裕明・大滝孝治・宮川健（2016）「世界探究パラダイムに基づく SR*P* における論証活動(2)-電卓を用いた実践を通して-」全国数学教育学会誌数学教育学研究，第 22 巻 2 号，pp.59-72.

濱中裕明・熊倉啓之（2017）「平行四辺形になるための条件の真偽判断を通した証明的思考－中等教育を一貫する論証指導の視座からー」日本数学教育学会第 5 回春期研究大会論文集，pp.101-108.

日比孝之（2011）『証明の探究』大阪大学出版会，p.1.

岩田耕司（2002）「数学教育における創造性と探究活動-思考のフレームに着目して-」第 35 回数学教育論文発表会論文集，pp.109-114.

堅田一郎（2006）「探求と証明の授業についての研究」第 39 回数学教育論文発表会論文集，pp.529-534.

片桐重男（1988）「数学的な考え方の具体化」明治図書，pp.159-169.

川上公一（1997）「数学的探求活動を支援する Cabri-Geometry の利用-」第 30 回数学教育論文発表会，pp.373-378.

国立教育研究所・数学教育研究室（1997）「算数・数学科カリキュラムの改善に関する研究」pp.6-8.

古藤怜（1992）『算数科多様な考えの生かし方まとめ方』東洋館出版 pp.16-21.

熊倉啓之（2015）「高等学校学習指導要領実施上の課題とその改善(数学)」中等教育資料，No.950，学事出版，pp.46-51.

熊倉啓之（2016）「高等学校数学科における体系化の理解を促す図形指導-多角形の外角の性質に関する教材-」静岡大学教育学部附属実践総合センター紀要，26 号，pp.27-34.

熊倉啓之（2017）「探究活動を促す論証指導－直角の個数に関する多角形の性質についての教材を通してー」日本数学教育学会第 50 回秋期研究大会発表収録，p.247-250.

文部科学省（2015）「算数・数学に関する資料」教育課程部会算数・数学ワーキンググループ資料 9.p.21.

文部科学省（2016）「高等学校の数学・理科にわたる探究的科目の在り方に関する特別チームにおける審議の取りまとめ」

重松敬一・岩田晴行（1999）「算数・数学教育における問題解決学習の研究(5)-コンピュータ活用による数学学習における「探究活動」について-」奈良教育大学教育実践研究指導センター研究紀要，第 8 巻，pp.89-99.

横弥直浩（2009）「高等学校における数学的活動を重視した授業の提案」日本数学教育学会誌，第 91 巻 3 号，pp.18-23.