SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

シンガポールの中等教育における数学教科書の分析：統計領域と現実世界の文脈の問題分析に焦点を当てて

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 静岡大学教育学部附属教育実践総合センター 公開日: 2018-02-28 キーワード (Ja): シンガポール, 中等教育, 数学教育, 教科書 キーワード (En): 作成者: 佐野, 弘一, 内田, 大貴, 杉山, 大路, 藤田, 祐之介, 森上, 崇人, 杉山, 千春, 髙橋, 快, 西方, 竜太郎, 好川, 康平, 松永, 元輝, 柗元, 新一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00024665

シンガポールの中等教育における数学教科書の分析
ー統計領域と現実世界の文脈の問題分析に焦点を当ててー

佐野弘一*，内田大貴*，杉山大路*，藤田祐ノ介*，森上崇人*，
杉山千春*，髙橋快*，西方竜太郎*，好川康平*，松永元輝*，松元新一郎**

Mathematics Textbooks of Secondary Education in Singapore
An Analysis of Statistics Contents and the Real-World Contexts

Sano Koichi, Uchida Daiki, Sugiyama Daiji, Fujita Yuinosuke, Morikami Takato, Sugiyama Chiharu,
Takahasi Kai, Nishikata Ryutaro, Yoshikawa Kohei, Matsunaga Genki, Matsumoto Shinichiro

Abstract

The purpose of this study is to get suggestions for mathematics education in Japan through investigating the characteristics of mathematics textbooks of secondary education in Singapore. First, we set up statistics as one of fields that were difficult to teach and learn in Japanese mathematics education and analyzed the description of statistics contents in textbooks. Second, we analyzed the description of the problem of the real-world contexts in textbooks. We got the characteristics of mathematics textbooks in Singapore and suggestions for mathematics education in Japan as follows;

In teaching statistics,

l) They deal with cumulative frequency curve in the introduction of Box-and-Whisker Plots. This has the merit of being able to have systematicity of learning, being able to realize the significance of learning Box-and-Whisker Plots, and knowing various ways of expressing data,

2) They deal with critical thinking. In order to nurture this ability, it is effective to learn to judge statistical data and figures made by others through discussing whether they are correct or not.

In the problem of real world contexts,

3) They deal with the problems such as law, crime, social problem and future. Through learning these problems, students can develop the ability to think mathematically about social system and life problems. Also, these problems are valuable in collaboration with other subjects, alerting attention to personal threats and improving preventive awareness,

4) They often deal with pictures as graphical expressions. It is important for students that have real images,

5) There are few problems utilizing ICT. It is important to deal with problems using generic software such as spreadsheets and GeoGebra,

6) They deal with questions to investigate facts to be compared in the problem and compare with them. Through these learning, students can think their own ideas more objectively.

キーワード：　シンガポール　中等教育　数学教育　教科書

1　はじめに

シンガポールは，PISA2015 および TIMSS2015 において，算数・数学で全参加国中 1 位の好成績を修めるとともに，日本よりも算数・数学の学習が好きな児童・生徒の割合が高い国である(I.V.S. Mullis 他,2016, OECD,2016)．また，勝野(2013)は，諸外国の教育課程について 10 カ国の 1 つとしてシンガポールを取り上げ，教育課程の基準の概要や教育課程の評価の方法等を紹介している．このように，日本でも注目されているシンガポールの数学教育について研究することには価値がある．

意図したカリキュラム（国立教育研究所,1996）を検討する上で，カリキュラムとともに重要であるのが教科書である．そこで，筆者らは，シンガポールの教育制度と算数・数学カリキュラムに関する研究(金井他,2017)の継続研究として，シンガポール教育省認定の中等教育の数学教科書の分析を行うことを通して，日本の数学教育への示唆を得ることとした．

2　本研究の目的と方法

本研究の目的は，シンガポールにおける中等教育の数学教科書の特徴を探り，日本の数学教育への示唆を得ることである．

上記の目的のために，まず，シンガポールの教育制度（ストリーム制度・数学カリキュラム・教科書制度，第 3 章参照），及び、分析の対象となる教科書を概観（第 4 章参照）した上で，教科書分析を次の 2 段階に分けて行う．

第 1 段階では，日本の数学教育で学習および指導上の困難がみられる領域を特定分野として設定し，特

*静岡大学教育学研究科 学校教育研究専攻
数学教育専修
**静岡大学学術院教育学領域

定分野におけるシンガポール数学教科書の記述内容を分析する．筆者らは，全国学力・学習状況調査で特に得点率が低かった関数領域において基礎となる「比例・反比例，一次関数」，合同・相似条件は理解しているものの証明を記述できない生徒が多いことなどの問題点が指摘されている「合同・相似」，平成 29 年告示学習指導要領で指導内容が増えている「統計」の 3 分野を特定分野と定めた．本稿では紙幅の関係から，「統計」の分析結果のみを示す（第 5 章参照）．

第 2 段階では，シンガポール数学教科書で扱われている現実世界の文脈の問題（特に，数学的モデリングの問題）の記述内容を分析する．筆者らは，現実世界の文脈の問題の分析について，「問題場面」「数学的内容」「図的表現」「ICT の活用」「解答の方法」の 5 つの観点を設定した．本稿においては紙幅の関係から，「問題場面」「図的表現」「ICT の活用」「解答の方法」の 4 観点の分析結果を示す（第 6 章参照）．

以上の教科書分析から考察を行い，日本の数学教育への示唆を得る．

3　シンガポールの教育制度

（1）ストリーム制度

シンガポールは 4 つの公用語（英語，中国語，マレー語，タミール語）をもつ多民族・多文化国家である．そのため，建国当初よりシンガポールの教育では英語と母語の 2 種類を学ぶ二言語教育という特徴があった．このような背景から，効率的な言語習得のために，Secondary では 1969 年から習熟度によってコースを振り分ける「ストリーム制度」が運用されるようになる．2008 年以降は小学校の成績や初等教育終了試験の結果によって，「エクスプレス・コース(以下，O コース)」，「ノーマル・アカデミック・コース(以下，N(A)コース)」，「ノーマル・テクニカル・コース(以下，N(T)コース)」の 3 つに振り分ける制度をとっている(岡本,2014)．これら 3 コースはメインストリームと呼ばれ，ほとんどの生徒がこれらのいずれかに進学する(シンガポール統計局,2017)．これらの他に，成績が優秀な生徒やスポーツ・芸術に秀でた生徒が進学できる独立専門学校，より実用的・実践的な学習プログラムを組む特殊専門学校，日本の特別支援学校に相当する特別教育学校，私立学校が存在する(シンガポール教育省,2017)．なお，2016 年時点で，メインストリームに在籍する生徒の割合は，O コースが約 63.3%，N(A)コースが約 23.6%，N(T)コースが約 13.0%になっている(金井ら,2017)．

（2）シンガポールの数学カリキュラム

シンガポールの Secondary における数学カリキュラムは，教育省が発行するシラバスによって定められている．Secondary 数学シラバスには「Secondary1～4 年用 O/N(A)コース・シラバス」，「Scondary1～4 年用 N(T)コース・シラバス」，「Secondary3～4 年用 O/N(A)コース・追加シラバス」の 3 種類がある．日本とは異なり，シンガポールではコースによって異なるシラバスがあること、シラバスごとに数学の領域が異なることが特徴的である(表 1)．さらにシラバスでは，これらの領域にまたがって，数学の知識を獲得したり応用したりするときに必要とされる技能として「数学的プロセス」を位置づけている(シンガポール教育省,2017)．また，学習内容の中に「現実世界の文脈の問題」という項目があり，シンガポールが日常生活と数学学習を結びつけることを重視していることが読み取れる．これは，シラバスの「数学的プロセス」の項で，定式化，解決，解釈，反映という 4 つの過程からなる数学的モデリングの図式(図 1)を掲載し，その重要性について記述していることからも裏付けられる．

表 1　各数学シラバスの領域

シラバス	領域	
O/N(A)-Secondary 1-4	数と代数	数学的プロセス
	幾何と測定	
	統計と確率	
N(T)-Secondary 1-4	数と代数	
	幾何と測定	
	統計と確率	
	現実世界の問題	
O/N(A)-Secondary 3-4 追加	代数	
	幾何と三角法	
	微分積分	

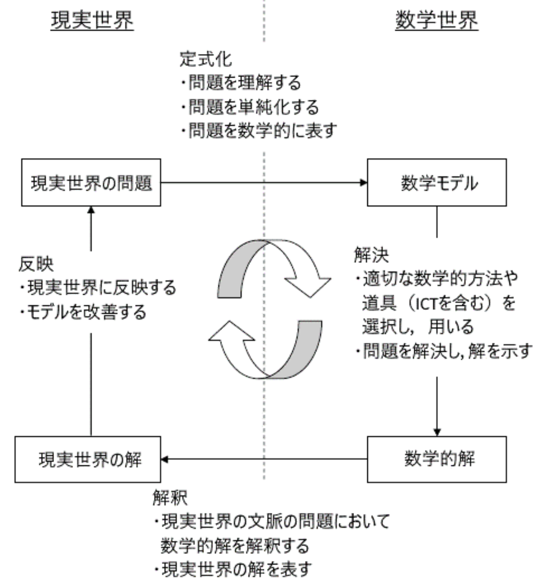


図 1　シンガポールシラバスの数学的モデリングプロセス（金井 他，2017 を参考に筆者らが再翻訳）

（3）**教科書の位置づけ**

シンガポールの教科書は，以前は国定教科書制度であった(黒田,2008)が，2000 年以降中等教育においては「社会科，シンガポール史，公民・道徳教育および母語は国定であり，その他の教科は教育省の認定」である(教育再生懇談会,2008)．教科書の使用は，初等教育終了試験や GCE といった国家試験によって共通の基準で学習到達度を測れるため，学校の教師の裁量に任されている(自治体国際化協会,2015)．毎年 8 月に教育省が「認定教科書リスト」を公表しており，これを基に各学校の校長および教科や学年の担当主任が教科書を採択する(シンガポール教育省,2017)．認定された教科書には承認印が捺されている．

4　分析対象の教科書

（1）**分析対象の教科書**

本研究で分析する教科書は，教育省の認定教科書で入手できた Shing Lee Publishers Pte Ltd 発行の教科書のうち，シンガポールで最も多くの生徒が学習する O コース用教科書「New Syllabus Mathematics Textbook O Secondary 1-4 7TH Edition(以下，NSMT)」である(図 2)．N(A)，N(T)および O/N(A)追加シラバス用教科書は分析の対象から除外した．

（2）**分析対象の教科書の体裁**

NSMT の大きさは，縦 27.5cm，横 21.5cm で日本の一般的な中学校数学教科書よりも一回り大きい．厚さは学年によって異なり，およそ 2.0~2.5cm で，ページ数は 400 ページ前後である（図 2）．教科書には貸出票のようなものは付随していないため，生徒は教科書を購入していると考えられる．NSMT は日本の教科書と同様，挿絵や写真，図表が多く色彩に富んでいる．文字のサイズは日本の教科書よりも小さく，1 ページ当たりの文字量は日本の教科書よりもかなり多い．教科書のサイズが大きいため，掲載されている図や挿絵は日本と比べて大きく，見やすい．教科書にはところどころ，Web サイトの URL が載っており，その URL にアクセスすると出版社のサイトへつながり，パスワード等を入力することで，学習用 ICT ツールを使用することができるようになっている．

図 2 シンガポールと日本(啓林館)の教科書

（3）**分析対象の教科書の構成**

NSMT は 1 年用が 15 章，2 年用が 13 章，3 年用が 11 章，4 年用が 8 章で構成されている．各章は扉絵，例題，練習問題，演習問題，章の要点，復習問題という流れで一貫しており，練習問題，演習問題，復習問題の正答は巻末にまとめて掲載されている．演習問題の量は日本の教科書よりもはるかに多く，1 回の授業で扱える量ではない．そのため，NSMT が家庭学習用としての利用も想定されていると考えられる．以上の流れに加えて，生徒の学びの経験を促す Investigation，Class Discussion，Thinking time，Journal writing，Performance task という 5 つの活動場面が差し込まれている．Investigation では，重要な数学概念を調べ，発見できるような活動を行う．Class discussion では，数学的思考や推論，コミュニケーション能力を強化するために生徒たちがあるテーマについて議論を行う．Thinking time では，生徒が様々な概念をしっかりと理解したかを確認し，さらに考えを発展させるためのカギとなる質問が提示される．Journal writing では，生徒の学びを向上させるためのフィードバックが行われる．Performance task では，生徒の研究とプレゼンテーション能力を発展させるための課題が提示されている．

5　統計領域の教科書分析

（1）**分析の理由と観点**

平成 24 年度以降の全国学力・学習状況調査の「資料の活用」における正答率は平成 28 年度に至っても，数学 A，数学 B ともに満足な結果が得られているとは言えない(国立教育政策研究所,2017)．国際調査の結果をみると，TIMSS2015「資料と確からしさ」と PISA2015「不確実性とデータ」の両方でシンガポールは日本を上回っている(I.V.S. Mullis 他,2016, OECD,2016)．また，統計の指導では，平成 29 年告示の学習指導要領から箱ひげ図が中学 2 年に位置付けられ，また「批判的に考察し判断すること」という文言が中学校の全学年に加わったことから，指導上の大きな変化が起きると考えられる．

以上のことから，筆者らは統計領域には学習及び指導上の困難があると認められ，統計を特定分野に設定し教科書分析を行うことで，日本の統計教育に対して価値のある示唆を得ることができると考えた．これらを踏まえて，教科書分析は「箱ひげ図の指導」と「批判的に考察する力の育成」の 2 つに着目して行う．

（2）**「箱ひげ図の指導」の分析と考察**

箱ひげ図は 2017 年時点で，日本では高等学校の数学 I，シンガポールでは Secondary4 に位置付けられているため，日本との比較を行うために，NSMT の 4 年（以下，NSMT4）の第 3 章と数学 I の教科書を比較して分析を行った．

ア． NSMTの指導順序とその内容

NSMT4の第3章は表2のような流れになっている．

表 2 NSMT4の第3章の流れ

NSMT4 3章	内容
第1節	累積度数表
	累積度数曲線
第2節	離散データ
	連続データ
	百分位数
第3節	箱ひげ図
	2つの箱ひげ図の比較
第4節	標準偏差

第 1 節の累積度数曲線の学習では，例えば「道路上の特定の地点で計測された 100 台の自動車の瞬間の速度（km/h）を調査した結果」を累積度数表に表し，これを基に累積度数曲線をかくことを行う(図 3).

累積度数曲線の導入後には，累積度数曲線をかくことや，累積度数曲線から中央値や四分位数などの推定値を求める練習問題が続く．その中で 2 つの累積度数曲線を比較する問題も扱っている．

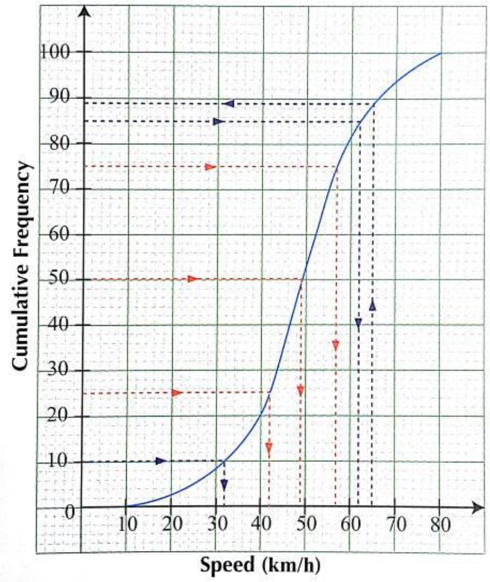


図 3 累積度数曲線(NSMT4 p.84)

第 2 節では，離散データと連続データの特徴の違いを学習する．その中で，累積度数曲線が連続データを表していることから，データの個数を 4 等分することで四分位数を推定できることを確認している．

第 3 節の箱ひげ図では，第 1 節の累積度数曲線の学習で求めた推定値(最大値，最小値，四分位数，中央値)を数直線上に表し直すことを通して，箱ひげ図をかく(図 4)．そして，上記の 5 つの推定値のみに関心がある場合は箱ひげ図，累積度数や百分位数に関心がある場合は累積度数曲線を用いるというように，使い分けについて説明している．

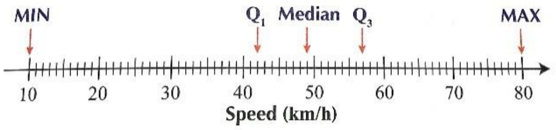


図 4 箱ひげ図の導入(NSMT4 p.92)

イ． 考察

筆者らは，箱ひげ図の導入の際に累積度数曲線を扱うことには 2 つの良さがあると考える．

1 つ目の良さは，累積度数と箱ひげ図の学習に系統性を持たせることができる点である．平成 29 年告示の学習指導要領では中 1 で累積度数を学習し，中 2 で箱ひげ図を学習する．このとき，中 1 の累積度数の学習の直後または，中 2 の箱ひげ図の学習の直前に累積度数曲線をかくことを位置づけることで，データの整理とデータの表現に系統性を持たせることができる．

2 つ目の良さは，データの表現方法として箱ひげ図を用いることの意義を見出しやすい点である．NSMT では，累積度数曲線の中から最小値・第一四分位数・中央値・第三四分位数・最大値の 5 つの値を取り出し，それを基にして箱ひげ図をかいていた(図 4)．このような学習の流れにすることで，箱ひげ図は 5 数要約でつくられることを実感しやすい．また，5 数のみに関心がある場合には箱ひげ図を用い，累積度数や 5 数以外のデータにも関心がある場合には累積度数曲線を用いるといった，目的に応じて統計データの表現方法を選択する力も身につく．

以上の考察から，箱ひげ図の導入の際に累積度数曲線を用いることは，学習の系統性，箱ひげ図の学習意義，データの多彩な表現方法といった視点から，価値があると考えられ，シンガポールの教科書の内容は非常に参考になる．ただし，累積度数曲線のかき方についてその妥当性の議論が予想されるので，たとえば，かつて指導していた累積度数折れ線として扱うことが考えられる．

(3) 「批判的に考察する力の育成」の分析と考察

NSMT では 1 年，2 年，4 年で統計が扱われる．その中で，「批判的に考察する力」の育成に関連する内容は，NSMT 1 の 15 章 6 節「統計の評価」，NSMT 2 の 12 章 4 節「グループ化されていないデータのヒストグラム」，NSMT 2 の 13 章 4 節「平均値と中央値と最頻値」に見られた．以下，これらの内容について順に述べる．

ア． NSMT 1 の 15 章 6 節「統計の評価」

NSMT1 の 15 章では，まず，第 1 節から第 5 節にかけて，「データの収集」「データの整理」「データの表示」「データの解釈」の 4 つの段階を学習する．NSMT では，この 4 つの段階を「ある学校の生徒が

最も好きな果物は何か」という調査を例に説明している（表 3）．このような説明の後， 4 つの段階に関する練習問題が続く．

表 3　統計研究における 4 つの段階の説明

段階	例
データの収集	学校の 2 つのレベル(合計 500 人)の生徒に対して，リンゴ・メロン・ナシ・スイカ・オレンジの中から 1 つの果物を選択するという調査を行う．
データの整理	収集したデータを表に整理する．
データの表示	整理したデータを絵グラフや棒グラフに表す．
データの解釈	表示されたデータから，最も人気な果物はスイカで，最も人気のない果物はナシであると読み取る．

最後の第 6 節「統計の評価」に批判的に考察する活動が見られた．上記の 4 つの段階に関連する新聞記事と，それに関するいくつかの質問を扱う（松元,2017）．

紙幅の都合上，「データの収集」と「データの整理」に関する記事の翻訳を以下に示す．

＜パート 1：データの収集＞

ジダン，過去 50 年間でベストヨーロッパ選手に選出

パリ：2004 年の UEFA（欧州サッカー連盟）ウェブサイト調査で，ジネディーヌ・ジダンは過去 50 年間でヨーロッパ最高のサッカー選手に選ばれた． 彼は 123582 票獲得し，続いてフランツ・ベッケンバウアー 122569 票，ヨハン・クライフ 119332 票となった．

問 1　3 人のサッカー選手が誰であるか知っていますか．あなたの先生は，3 人のサッカー選手を知っている生徒数を調べるために，あなたのクラスで投票を行います．

問 2　UEFA はどのように投票を行ったのですか．投票に参加した人は，すべてのサッカーファンを代表していましたか．説明してください．

問 3　昔のサッカーファンが投票に参加する場合，ジダンが一番だと思いますか．あなたの意見を正当化してください．

ヒント：ジダンは 1990 年代に有名で，1970 年代にはベッケンバウアーとクライフが選手としてのピークに達していました．

問 4　データ収集における標本の選択について，どんな点に気をつけなければならないですか．

（NSMT1,p.405 筆者らが翻訳）

＜パート 2：データの整理＞

史上初めて，「銀行や保険会社」に対して最も多くの苦情が寄せられた

QASVILLE：Qasville の顧客組織は，初めて銀行や保険会社に対して最も多くの苦情を受けたことを明らかにした．2012 年には 1416 件の苦情があった．2 番目には 1238 件の苦情のタイムシェアカンパニー，3 番目は 975 件の苦情の自動車会社が続いた．

問 1　3 種類の業種のうち，どこが最も多くの苦情を受けましたか．

問 2　統計学者は，「タイムシェアカンパニーが最も多くの苦情を受け取る可能性がある」とコメントしました．このコメントが真実かもしれない理由をクラスメートと話し合ってください．

ヒント：データ（苦情件数）はどのように整理されましたか．

問 3　統計データの整理について，どんな点に気をつけなければならないですか．

（NSMT1, p.405 筆者ら翻訳）

「データの収集」に関係する記事では，ジダン選手が 1 位となったが，投票者の年齢層がもっと高かったらそうではなかったかもしれない点，すなわち標本の取り方を議論できる．「データの整理」に関係する記事では，苦情件数が最多であった企業が「銀行や保険会社」という結果だったが，「銀行」と「保険会社」を別々のラベルにして整理をしていたら，結果は異なっていたかもしれない点，すなわち層別の方法を議論できる．また，「銀行や保険会社」と「タイムシェアカンパニー」では顧客数や従業員数などが異なる点，すなわち母集団の大きさも議論できる．

各段階でこのような新聞記事の問題を扱った後，「倫理問題」として，以下の問題を扱う．

＜パート 5：倫理問題＞

パート 1～4 の中で，いくつかの統計的濫用の例が見られました．統計データの貧弱な使用は雑誌や広告等どこにでもあります．あなたはそのような例を見かけたことがありますか．なぜ他人を誤解させるような統計を利用するのか，あなたのクラスメートと議論しましょう．そして，なぜそのような統計の利用が倫理的ではないのでしょうか．

（NSMT1,p.406 筆者らが翻訳）

「倫理問題」で指摘している統計的濫用とは，一見正しいように見える統計データだが，実際とは異なった誤解を与える表現を指す．「倫理問題」では，統計の濫用について，雑誌や広告などで見かけた経験について聞いている．そして，誤解されるような統計データを利用する理由について，クラスで議論をする内容となっている．

イ．NSMT 2 の 12 章 4 節「グループ化されていないデータのヒストグラム」

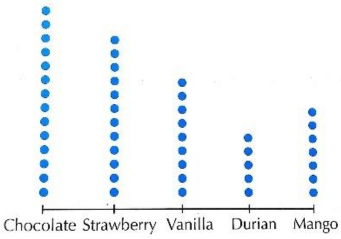
NSMT2 の 12 章では，第 1 節では NSMT1 で学習した統計図（絵グラフ・円グラフ・棒グラフ・折れ線グラフ）を確認し，第 2 節ではドットダイアグラム，第 3 節では幹葉図，第 4 節でグループ化されていないデータのヒストグラム，第 5 節でグループ化されたデータのヒストグラムについて学習する．グループ化されていないデータとは，階級幅が 1（単位量）の生データの集合であり，グループ化されたデータとは任意の階級幅で整理されたデータの集合を指す．このうち，第 4 節の中の Class Discussion に批判的に考察する活動が見られた．以下にその翻訳を示す．

Class Discussion

ペアで活動しなさい．

問 1　Nora はクラスメートの好きなアイスについて調査を行いました．彼女は Fig.12.5 のようにドットダイアグラムを用いてデータをまとめました．

Fig.　12.5

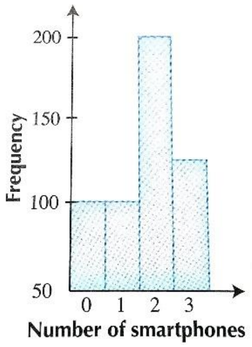


Nora が集めたデータをドットダイアグラムで表したことについて，適切であるかを話し合いましょう．

ヒント：2 種類の主要な統計的データ（定量的データ，定性的データ）についてインターネットで調べてみましょう．そして，2 種類の統計的データを表示するために用いる統計図の種類をそれぞれ調べてみましょう．

問 2　Fig.12.6 は 525 世帯のスマートフォンの所有台数を表しています．

Fig.　12.6



Jun Wei はスマートフォンを 2 台持っている家庭の数は 1 台も持っていない家庭の数の 3 倍であり，3 台所有している家庭の数は 2 台所有している家庭の数の半分であると言いました．彼の主張は正しいでしょうか．あなたの考えを説明しなさい．

（NSMT2 ,p.346-347 筆者らが翻訳）

問 1 は，定量的データと定性的データの違いについて調べ，それぞれのデータを表すときに適切な統計図はどれかを考える問題である．12 章「統計図」の学習では定量的データのみを扱っており，本問題ではじめて「好きなアイス」という定性的データを扱う．これは，定性的データは数直線を表すドットダイアグラムで表すのは不適切であることを判断することをねらいとしていると考えられる．日本では，小 1 で定性的データを絵グラフで表し，小 2 で絵を描くことを簡略化するために「○」などの記号を使った表現でグラフをかく．しかし，これらのグラフと小 6 で学ぶドットプロットとを比較する学習はない．

問 2 は，統計図の読み取りについて Jun Wei の主張が正しいかどうかを判断する問題である．本問題で提示されたヒストグラムは縦軸に 0 が示されていない．ヒストグラムの棒の長さだけを考えれば，Jun Wei の主張は一見正しいように見えるが，縦軸の目盛りに着目すればこの主張がおかしいことに気づく．

ウ．NSMT 2 の 13 章 4 節「平均値と中央値と最頻値」

NSMT2 の 13 章は，まず，第 1 節で平均値，第 2 節で中央値，第 3 節で最頻値について学習する．最後の第 4 節では 3 種類の代表値の特徴をまとめる．このうち，第 4 節の中の Thinking Time に批判的に考察する活動が見られた．以下に，その翻訳を示す．

Thinking Time

従業員 25 人の月給が記録されている．

月給($)	1500	5000	10000	15000	25000	50000
従業員数	12	5	2	4	1	1

Devi：従業員の平均月収は 7920$です．

Khairul：従業員の半分以上が少なくとも 5000$稼いでいます．

Lixin：ほぼ半分の従業員が 1500$稼いでいます．

Devi，Khairul，Lixin はそれぞれ反対のことを述べているように見える．会社の従業員がどれくらいのお金を稼いでいるのかを最も適切に表しているのは誰でしょうか．あなたの考えを説明しなさい．

（NSMT2 , p.382 筆者らが翻訳）

本問題は，表に整理されたデータから読み取れる 3 つの主張が提示されている．Devi は平均値，Khairul は中央値，Lixin は最頻値を用いて表を分析しており，主張の内容はどれも誤りではない．しかし，それぞれの主張が与えるイメージは大きく異なる． 実際には Lixin の主張がもっとも適切に従業員の月給の実態を表しており，Devi と Khairul の主張は実態よりも高い月給のイメージを与える．

エ．　考察

NSMT1 の第 15 章「統計の評価」の中のパート 1 からパート 4 では実際にありそうな新聞記事を題材

にしており，日常生活の中の統計を批判的に考察することを強く意識した内容となっている．そして，パート 5 の「倫理問題」では，なぜ誤解させる表現をするのかについて議論をしており，統計データを意図的に歪曲して使用することで他人を騙そうとする人がいることについて真正面から扱っている．このような，他人が提示した一見正しそうな統計データを，批判的に考察し，確かに納得できるかどうかを見極める力を育成することは重要である．また NSMT2 の第 12 章 4 節「グループ化されていないデータのヒストグラム」も同様に，他人が提示したデータやそれに基づく主張に対して，批判的に考察する内容であった．

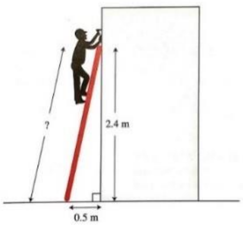
平成 29 年告示の学習指導要領から「批判的に考察する」という文言が中学校の全学年に加わるため，NSMT に見られた批判的に考察する力を育成する問題は非常に参考になる．特に，日常生活にある貧弱な統計データの使用について批判的に考察することは，自分の身を守ることや生きる力を育成するという視点からも重要である．

6 現実世界の文脈の問題の分析

(1) 分析の理由と観点

NSMT では A と B の 2 タイプの現実世界の文脈の問題がある．A タイプは章の最終節で扱われる問題で，場面は現実世界の文脈であるが既に定式化が済んでおり，生徒は数学的に解決するのみという問題である(図 5)．A タイプの問題は日本の教科書でもよく扱われる．一方，B タイプの問題は，図 1 のように，生徒自身で問題を定式化することが必要な数学的モデリングの問題である(図 6)．そこで，本研究では，NSMT の巻末に掲載されている B タイプの問題(全 31 問)に着目し，「問題場面」「図的表現」「ICT の活用」「解答の方法」の 4 つの観点で分析を行った．

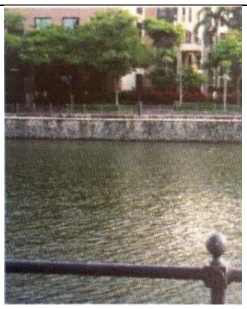
建設の作業員が，垂直な壁に置かれたはしごにのっています．はしごの上端が地面から 2.4m 上にあり，はしごの足が安定性のために壁から 0.5m の位置に置かれたとするとき，はしごの長さを計算しなさい．



(NSMT2, p.219 筆者らが翻訳)

図 5 A タイプの問題の例

写真は，ロバートソンキーからシンガポール川の一部を示しています．あなたはこの川の一部に架ける橋の建設を任されたエンジニアであるとしましょう．あなたの最初の仕事は，この川の幅を決定することです．(先生はあなたにとってその幅を測定するのに適した学校近くの川や運河を選ぶかもしれません．)



考察を促す問い

(a) 橋を建設するために必要な仮定は何かありますか．
(b) 相似な三角形を用いた解法のモデル図を描き，この問題を数学的に表しなさい．川の幅を推定しなさい．
(c) あなたの数学的解法は現実世界の問題の解決策と同じですか．あなたの考えを説明しなさい．
(d) 他の解法はありますか．実現的には不適切な解法について話し合いなさい．

(NSMT2, p.400 筆者らが翻訳)

図 6 B タイプの問題の例

(2) 「問題場面」の分析と考察

「問題場面」は現実世界の文脈を分析する上で重要な観点である．長崎(2000)は児童・生徒の身の回りにある算数・数学を 19 場面 121 項目に分類している．筆者らはこれを参考に，B タイプの問題の問題場面を分類し，分類結果を加除統合して表 4 を得た．なお，分類は重複を許して行っているため，問題数を合計しても 31 問にはならない．例えば，税金に関する問題は，「法律・犯罪」と「将来」の両方に分類している．

表 4 問題場面の分類

分類	分類の説明	問題数
国民意識	シンガポール国民に親しみのある題材や，シンガポールが世界に誇る建築物等に関する問題等	3
法律・犯罪	法律や犯罪に関する問題等	5
身近	学校以外の生徒の私生活で起こる問題等	9
学校	学校生活で起こる問題等	5
社会問題	現代の社会問題を題材とした問題等	3
将来	生徒が将来的に直面すると考えられる問題等	5
外国の建築物	外国の建築物に関する問題	1
数学の話題	数学の話題に関する問題等	2
情報リテラシー	情報活用能力を養うことを目的とした問題等	2

表 4 を見ると，「身近」や「学校」など生徒の身

の回りの問題が多いことがわかる．これらの問題場面は日本の教科書でもよく扱われている．一方で，日本の教科書にはあまり見られない NSMT の特徴的な問題場面には，「法律・犯罪」「社会問題」「将来」の 3 つがあった．「法律・犯罪」では，税金に関する問題として，所得税，自動車の道路税，不動産取引の印紙税等が扱われていた．「社会問題」では，地球温暖化，疫病の流行，詐欺の被害件数等が扱われていた．「将来」では，アパートの賃貸契約をする場面やクレジットカードの債務返済の場面など，生徒が将来日常生活で直面する可能性がある問題が扱われていた．

「法律・犯罪」と「将来」の問題は，生徒にとって真正性やリアリティがあるとは言えない．しかし，生徒が卒業した後や就職した後においては真正性やリアリティがあり，このような問題場面を扱うことで，現実世界の社会制度や生活上の問題を数学的に見たり考えたりする力を養うことができる．また，社会科の内容として扱う租税の仕組みを扱うことで，累進課税の利点や合理性を数学的に考えることができるなど，他教科との連携としての価値も高いと考えられる．「社会問題」の問題は日本の教科書ではあまり扱われていなかったが，最近流行している疫病や詐欺被害を数学教科書で扱うことで，身の回りの脅威に対する注意喚起や予防意識の向上が期待できる．

(3) 「図的表現」の分析と考察

中原(1995)は図的表現を「図，絵，グラフなどによる表現」とした上で，その特性の一つとしてイメージ性を挙げている．そして，イメージは数学的思考の重要な手段であると述べている．そのため，数学学習において図的表現は重要な役割を持つ．本研究では「図的表現」を，「図」「イラスト」「グラフ」「写真」の 4 種類に分類した(表 5)．なお，1 つの問題に 2 種類以上の「図的表現」が含まれる場合もあるため，重複を許して分類を行った．そのため問題数を合計しても 31 問にはならない．

表 5　図的表現の分類

分類	問題数
図	6
イラスト	2
グラフ	4
写真	12
図的表現なし	12

表 5 を見ると，「写真」が多いことがわかる．「写真」は，川の写真や建造物の写真など，実物のイメージを持たせるための手段として用いられていた．「写真」は現実世界の文脈に対するリアリティを高める上で有効な図的表現であると考えられる．

一方，「グラフ」は現実世界の文脈の問題を定式化する際の支援として用いられていた．例えば，関数の考え方を用いて屋内競技場の高さを求める問題では，「写真」に「グラフ」を重ねた図的表現を提示している(図 7)．このような図的表現を与えることで，生徒が定式化でつまずくことが少なくなると考えられる．その他の図的表現である，「図」や「イラスト」は数学の問題設定を簡潔に伝えるための手段として用いられていた(図 8)．このような図的表現の使用方法は日本の教科書でもよく見られる．

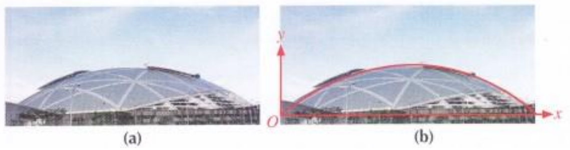


図 7　「写真」に「グラフ」を重ねた図的表現の例

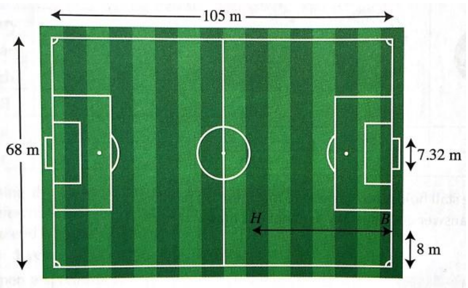


図 8　「図」に分類した図的表現の例

(4) 「ICT の活用」の分析と考察

文部科学省(2010)の「教育の情報化に関する手引」作成検討会では，ICT 活用による効果として「知識・理解」や「技能・表現」の観点で高い効果があり，児童生徒に対して学力向上に有効であるとしている．そのため，Applet や Excel などを用いて学習することをシラバスに明記し(金井ら，2017)，ICT 活用を重視していると考えられるシンガポールの数学教科書について，ICT 活用の観点から分析することには意味があると考えられる．

問題解決の過程でソフトウェアを用いる問題は全 31 問のうち，わずか 4 問しかなかった．その内訳は，表計算ソフトを用いる問題が 3 問，教科書会社独自開発のソフトウェアを用いる問題が 1 問であった．ソフトウェアを用いる問題が少ない理由として，ソフトウェアを利用する現実世界の文脈が極めて限定的であったことと，現実世界の文脈に合わせて個別のソフトウェアのツールを用意することが困難であることがあげられる．実際，表計算ソフトを用いる問題では，グラフを作成する手段としてしかソフトウェアを活用しておらず，極めて限定的な活用方法である．また，教科書会社独自開発のソフトウェアを用いる問題では，画面上の任意の点を移動させることで，ある角度がどのように変化するかを考えるためにソフトウェアを活用しているが，この問題以外では活用できないソフト

ウェアであるといえる．

以上の分析から，問題に合わせて個別のソフトウェアを用意することは困難であるため，様々な問題に対して汎用的に活用可能な，動的幾何環境（例えば Geogebra など）や統計処理ソフト，スプレッドシートなどのソフトウェアを活用する必要があると考える．

（5）「解答の方法」の分析と考察

現実世界の文脈の問題全 31 問には，合計 116 の設問が含まれていた．各設問の解答方法を分析すると，得られた答えのみを解答し，正答は 1 つである「求答型」，短い語句または数値で解答し，正答が複数ある「短答型」，答えを導いた考え方や求め方，理由を説明するなど解答する「自由記述型」，上記以外の解答方法である「その他」という 4 種類に分類することができた(表 6)．「その他」に分類された解答方法には，数学的に証明する方法，グループで討論し解答をする方法，いくつかの選択肢から 1 つを選択する方法，インターネットや書籍等を活用して調べて解答する方法があった．

表 6　解答方法の分類

解答方法	自由記述	求答	短答	その他	合計
設問数	45	54	9	8	116

数学の問題は比較的「求答型」の問題になりやすいが，NSMT にある現実世界の文脈の問題では半数以上が「求答型」以外の問題であった．その内，特に多かったのが「自由記述型」である．「自由記述型」の設問例が図 9 の(iii)と(iv)である．

シンガポールで稼いで受け取ったすべての所得に所得税が課される．所得税が課される収入は課税所得と呼ばれ，

課税所得 ＝ 総所得 － 税金控除

ただし，税金控除 ＝ 個人控除 ＋ 配偶者控除 ＋ 扶養控除 + 社会保険料控除 + CPF 献金 + 慈善団体への寄付 ＋ ･･･　である．

下表は 2012 年のシンガポールの所得税率[1]を表している．

	課税所得	税率	支払うべき総所得税
はじめの	20,000	0	0
次の	10,000	2	200
はじめの	30,000	-	200
次の	10,000	3.5	350
はじめの	40,000	-	550
次の	40,000	7	2,800
はじめの	80,000	-	3,350
次の	40,000	11.5	4,600
はじめの	120,000	-	7,950
次の	40,000	15	6,000
はじめの	160,000	-	13,950
次の	40,000	17	6,800
はじめの	200,000	-	20,750
次の	120,000	18	21,600
はじめの	320,000	-	42,350
それ以上	320,000	20	

(ⅰ)2012 年の Tan 氏の年間総所得は 115,000 ドルでした．彼は 3,000 ドルの個人控除，2,000 ドルの配偶者控除，4,000 ドルの扶養控除を受けることができます．彼の CPF 献金は 23,000 ドルで，慈善団体には 1,500 ドルの寄付を行っています．表の課税比率を基に，彼の支払うべき所得税を調べなさい．

(ⅱ)Lee 氏は 2012 年の年間総所得が 156,000 ドルでした．彼女は 3,000 ドルの個人控除，5,000 ドルの扶養（両親）控除を受けることができます．また，第 1 子に対する控除を総所得の 15%，第 2 子に対する控除を総所得の 20%受けることができます．彼女の CPF 献金は 31,000 ドルです．表の課税比率を基に，彼女の支払うべき所得税を調べなさい．

(ⅲ)シンガポールの所得税率は，例えばはじめの 20,000 ドルは 0％，次の 10,000 ドルは 2.0%，さらに次の 10,000 ドルの 3.5%というように，なぜずれているのですか．

(ⅳ)外国の所得税制について調べ，シンガポールの所得税制と比較しなさい．どの国の所得税制がより平等ですか．どの制度がよりよいですか．あなたの考えを説明しなさい．

（NSMT1 p.414 筆者らが翻訳）

図 9　「自由記述型」の例

図 9 の(iii)のような自分の考えを説明する設問は日本の教科書でもよく見られる設問である．しかし，図 9 の(iv)のような，ある事実の比較対象となる事実について調査し，その結果を踏まえて自分の考えを説明する設問は日本の教科書では見られない．図 9 の(iv)のような設問は合計 9 問あり，そのすべてが最終設問であった．現実世界の文脈の問題の最後の設問として比較して考えを説明する設問を用意することで，生徒が自分自身の考えをより客観的に捉えることができたり，多面的・多角的な視点で考えたりすることができるようになると考えられる．

[1] たとえば，35,000SGD(シンガポール・ドル)の課税所得がある場合，30,000SGD+5,000SGD に分けて考える．はじめの 30,000SGD には 200SGD が課税される．次の 5,000SGD には 3.5%，すなわち 175SGD が課税される．そのため 35,000SGD の課税所得がある場合は，375SGD が課税される．

7　研究のまとめと今後の課題

筆者らは，シンガポールにおける中等教育の数学教科書の特徴を 2 段階に分けて分析し，日本の数学教育への示唆として以下を得た．

＜第 1 段階＞

・箱ひげ図の導入で累積度数曲線を扱うことには，学習の系統性を持たせられること，箱ひげ図の学習意義を実感できること，データの多彩な表現方法を知れることといった良さがある．

・統計教育において，批判的に考察する力を育成するには，他者が作った統計データや図について正しいかどうか議論しながら判断する学習が有効である．

＜第 2 段階＞

・現実世界の文脈の問題で日本ではあまり扱われない「法律・犯罪」「社会問題」「将来」といった問題場面を扱うことで，現実世界の社会制度や生活上の問題を数学的に考える力が養える．また，他教科との連携，身の回りの脅威に対する注意喚起及び予防意識の向上などにおいても価値がある．

・図的表現として「写真」を用いることは，実物のイメージをもつために重要な役割を持つ．

・ICT を活用できる現実世界の文脈の問題は極めて限定的であるため，スプレッドシートや GeoGebra などの汎用的なソフトウェアを用いる問題を扱うことが重要である．

・ある現実世界の文脈の問題について，その比較対象となる事実について調査し，比較する問いを扱うことで，生徒が自分自身の考えをより客観的に捉えることができる．

以上の研究成果を踏まえて，今後の課題として以下を挙げる．

・本研究で分析をしなかった領域における O コース用教科書の分析や．O コース以外の N(A)，N(T)，O/N(A)追加コース用の教科書の分析を行うこと．

・教育省に承認された小学校算数教科書を分析すること．

・授業観察やインタビューを行い，教科書の使用の実態について明らかにすること．

・PSLE や GCE といったシンガポールの国家試験の内容について明らかにし，教科書の内容と比較を行うこと．

引用・参考文献

Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin, Pierre Foy, Martin Hooper (2016),*TIMSS 2015 International Results in Mathematics*, Performance at the International Benchmarks of Mathematics Achievement, http://timss2015.org/download-center/

Ivy Chow Yin Peng, Joseph Yeo Boon Wooi, Liew Meiqi Jacinth, Loh Cheng Yee, Neo Chai Meng, Teh Keng Seng, Yeap Ban Har (2013), New Syllabus Mathematics Textbook Secondary 1 Express, Shing Lee Publishers Pte Ltd,445p.

Ivy Chow Yin Peng, Joseph Yeo Boon Wooi, Liew Meiqi Jacinth, Loh Cheng Yee, Neo Chai Meng, Ong Chan Hong, Teh Keng Seng, Yeap Ban Har (2014), New Syllabus Mathematics Textbook Secondary 2 Express, Shing Lee Publishers Pte Ltd,420p.

Ivy Chow Yin Peng, Joseph Yeo Boon Wooi, Liew Meiqi Jacinth, Loh Cheng Yee, Ong Chan Hong, Teh Keng Seng (2015), New Syllabus Mathematics Textbook Secondary 3 Express, Shing Lee Publishers Pte Ltd,431p.

Ivy Chow Yin Peng, Joseph Yeo Boon Wooi, Loh Cheng Yee, Teh Keng Seng (2016), New Syllabus Mathematics Textbook Secondary 4 Express, Shing Lee Publishers Pte Ltd,371p.

金井弘明，田開伯幸，大溝孝太，渡部和馬，藤田祐ノ介，森上崇人，佐野弘一，杉山大路，内田大貴，柗元新一郎(2017)「シンガポールの初等・中等教育における数学教育－教育制度と算数･数学のカリキュラム分析を通して－」静岡大学教育実践総合センター紀要，No.26，pp.65-76.

勝野頼彦(2013)「諸外国における教育課程の基準－近年の動向を踏まえて－」,教育課程の編成に関する基礎的研究報告書 4 , pp.131-145.

国立教育研究所(1996)「小・中学生の算数・数学，理科の成績－第 3 回国際数学・理科教育国内中間報告－」東洋館，pp.8-10.

国立教育政策研究所(2017)「平成 28 年度全国学力・学習状況調査報告書中学校数学」,pp.10-13

黒田恭史(2008)「シンガポールにおける数学教育－教科書分析を通して－」数学教育学会誌, Vol.49, No.1･2, pp. 67-74.

教育再生懇談会(2008)「教科書の充実に関する提言（第二次報告）」p.5.

柗元新一郎(2017)「『批判的に考察し判断する』ための教材研究のポイント」（「データの活用」の授業づくり第 2 回）数学教育,明治図書, no.719,pp.84-89.

文部科学省(2010)「教育の情報化に関する手引き」, pp.46-48.

長崎栄三(2000)「算数・数学科における総合的な学習」,国立教育政策研究所,pp.231-232.

中原忠男(1995)「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」，聖文社，pp.232-249.

OECD (2016), PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education, p.386, p.390.

岡本佐智子(2014)「シンガポールの教育システムとマンパワー政策」北海道文教大学論集第 15 号, pp.114-115.

シンガポール教育省(2017),EDUCATION, https://www.moe.gov.sg/education.

シンガポール統計局(2017),YEARBOOK OF STATISTICS SINGAPORE2017,pp.283-284.

自治体国際化協会(2015)「シンガポールの教育制度改革について」CLAIR REPORT No.420，pp.2-10.

(URL は，平成 29 年 12 月 31 日現在)