

## H $\infty$ -CONTROL FOR DISCRETE TIME SYSTEMS

メタデータ	言語: en 出版者: 静岡大学大学院電子科学研究科 公開日: 2008-03-31 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: Katayama, Hitoshi メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10297/1256">http://hdl.handle.net/10297/1256</a>

氏名・(本籍)	片 山 仁 志 (静岡県)
学位の種類	博 士 (工 学)
学位記番号	工博甲第 93 号
学位授与の日付	平成 6 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
研究科・専攻の名称	電子科学研究科 電子応用工学専攻
学位論文題目	H <sub>∞</sub> - CONTROL FOR DISCRETE TIME SYSTEMS (離散時間H <sub>∞</sub> 制御)

論文審査委員	(委員長)				
	教授	野 飼	享		
	教授	松 井	隆	教授	福 田 明
	教授	市 川	朗		

## 論 文 内 容 の 要 旨

In this thesis, we consider the H<sub>∞</sub>- control problem for discrete time systems. First we state H<sub>∞</sub>- control for time-invariant discrete systems. Consider the system (denoted by  $G$ )

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k)+B_1w(k)+B_2u(k), \\z(k) &= C_1x(k)+D_{11}w(k)+D_{12}u(k), \\y(k) &= C_2x(k)+D_{21}w(k)\end{aligned}$$

where  $x \in \mathbf{R}^n$ ,  $w \in \mathbf{R}^{m_1}$ ,  $u \in \mathbf{R}^{m_2}$ ,  $z \in \mathbf{R}^{p_1}$  and  $y \in \mathbf{R}^{p_2}$  are the state, the disturbance, the control input, the controlled output and the measurement output, respectively. For the system  $G$ , we consider a controller  $K$  of the form

$$\begin{aligned}p(k+1) &= M_1 p(k)+M_2 y(k), \\u(k) &= K_1 p(k)+K_2 y(k).\end{aligned}$$

Then H<sub>∞</sub>- control with measurement feedback is described as follows:

(i) Find necessary and sufficient conditions for the existence of an internally stabilizing controller  $K$  with  $\|G_{zw}(z; K)\|_{\infty} < \gamma$ ,  $\gamma > 0$  where  $G_{zw}$  is the transfer function from the disturbance  $w$  to the controlled output  $z$  and  $\|\cdot\|_{\infty}$  is the H<sub>∞</sub> norm.

(ii) The characterization of all stabilizing controllers  $K$  such that  $\|G_{zw}\|_{\infty} < \gamma$ .

This problem was originally formulated by Zames (1981) in the context of sensitivity reduction in linear systems using the  $H_\infty$  norm. Since it was formulated in the frequency domain, the main tools used at the early stage have been operator and approximation theory, spectral factorization and Youla parametrization. An early state space solution was presented by Francis (1984). But a more convenient form of the solution was given in terms of two Riccati equations by Doyle, Glover, Khargonekar and Francis (1989) for continuous time systems. After publication of their paper,  $H_\infty$ - control has been studied widely in a state space for both continuous and discrete time systems and the relationship between  $H_\infty$ - control and a game theory has been also discussed.

In this thesis we mainly study  $H_\infty$ - control for linear time-varying discrete systems. We assume all matrices in the system  $G$  and the controller  $K$  are bounded function of  $k$ . We use a state space approach and the max-min theory of quadratic games. Contrary to time-invariant cases, we can not get necessary and sufficient conditions in general. We obtain necessary conditions and sufficient conditions in terms of two Riccati equations. However, restricting ourselves to periodic systems, we have necessary and sufficient conditions for the existence of an internally stabilizing controller such that  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ .

We also study two special  $H_\infty$ - control. One is  $H_\infty$ - control with state feedback and the other is full information  $H_\infty$ - control. In  $H_\infty$ - control with state feedback (full information  $H_\infty$ - control), we want to find necessary and sufficient conditions for the existence of a state feedback  $u=Fx$  ( $u=Fx+Gw$ ) such that  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ . The solutions of these problems are given in terms of Riccati equations which are derived from max-min quadratic games.

The outline of this thesis is as follows: In Chapter 1, we state  $H_\infty$ - control for general linear systems and recall its brief history. In Chapter 2, we collect preliminary results which we use later and mainly discuss the properties of time-varying systems. In Chapter 3, we study the relationship between  $H_\infty$ -control and quadratic games and we derive a Riccati equation which gives the solution of  $H_\infty$ -control. In Chapter 4, we study  $H_\infty$ -control with state feedback and full information  $H_\infty$ -control. We discuss both finite and infinite horizon cases and give the solutions in terms of Riccati equations which are obtained in Chapter 3. In Chapter 5, we discuss our main result, i.e., the solution of  $H_\infty$ -control with measurement feedback. In Section 5.2, we give a precise problem formulation and its solution in terms of two Riccati equations. In Section 5.3, we assume the existence of a stabilizing controller  $K$  satisfying  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ . Then we obtain a stabilizing solution to the first Riccati equation using the results in Chapter 3. We then follow the approach of Stoorvogel (1992). Assuming some extra condition, we can transform the original system  $G$  to a new system  $G_X$ . Considering  $H_\infty$ - control for this new system  $G_X$ , we obtain the stabilizing solution to the second Riccati equation. In Section 5.4, considering a system of a special form and a system which is obtained from  $G_X$  using the second Riccati equation, we show the sufficient conditions for the existence of a stabilizing controller such that  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ . In Section 5.5, we consider periodic systems and give necessary and sufficient conditions and the characterization of all controllers. As a special case, we consider time-

invariant systems and recover the result obtained by Stoorvogel (1992). In Chapter 6, we give a simple application. We treat the stabilization of an inverted pendulum positioning system and get  $H_\infty$ - controllers. We then show experimental results and discuss its robustness. In Chapter 7, we give a summary of this thesis.

## 論文審査結果の要旨

与えられた系を安定化し、外乱と系の評価用出力のエネルギー比を指定値未満とする制御器が存在するための条件およびその仕様を満たす制御器を求める問題を $H_\infty$ 制御問題という。線形連続時間時不変系に関して、1989年Doyle等により状態空間表現により解が与えられて以来、この問題の研究は線形連続時間時変系、線形離散時間時不変系へと発展していった。本論文では残された線形離散時間時変系の $H_\infty$ 制御問題を考察している。

論文は7章と付録から構成されている。第1章は序論であり、第2章では系の安定性、安定化制御器の設計法双対系等に関する予備の結果をまとめている。特に時不変系の安定化制御器の設計法として行列のグラフ表現を用いた新しい設計法を提示しており、その詳細が付録に与えられている。第3章では $H_\infty$ 制御と関連のある微分ゲーム問題を紹介し、 $H_\infty$ 制御問題の仕様を満たす制御器が存在するための必要条件を導いている。この微分ゲームは2次形式評価関数により記述され、必要条件はRiccati方程式の解により与えられている。系の安定化に使用できる観測値の形式により状態フィードバックによる場合、出力フィードバックによる場合を考察し、必要条件およびRiccati方程式の差を明らかにしている。この章の主結果は連続時間系の場合と同様にRiccati方程式の安定化解（安定化状態フィードバックを構成する解）の存在を示したことである。第4章では特別な場合として系の状態を観測可能とした状態フィードバックによる $H_\infty$ 制御問題、系の状態および外乱を観測可能とした完全情報下の $H_\infty$ 制御問題を考察し、第3章で得られたRiccati方程式の安定化解により仕様を満たす制御器が構成ができることを示している。第5章では出力フィードバックによる $H_\infty$ 制御問題を考察し、周期係数をもつ系に関して完全解を与えている。第4章の完全情報下で得られたRiccati方程式の解を用いて変換した系に対して再び微分ゲームの結果を適用することにより第2のRiccati方程式を導き必要十分条件を得ている。仕様を満たす制御器の集合に関しては、連続時間系に対するvan Keulen等の手法を適用しパラメータ表現を与えている。また一般時変系に関しては十分条件を与えている。第6章では離散時間系の $H_\infty$ 制御理論の応用として倒立振り子安定化制御器の設計をおこないシミュレーション、実験結果を紹介している。Riccati方程式の解と、外乱と出力のエネルギー比の上限を示すパラメータの関係を調べ $H_\infty$ 制御の特徴をもつ制御器を求めている。第7章は結論であり、本研究の成果がまとめられている。

以上のように本論文は行列のグラフ表現を用いた安定化制御器の設計法、離散時間時変系の状態フィードバックによる $H_\infty$ 制御問題の解、周期系の出力フィードバックによる $H_\infty$ 制御問題の解を与えており、博士（工学）の学位を授与するに値する内容であると認定する。