公・私教育の混合モデルにおける児童手当と公教育支出の効果に関する一考察(藤岡光夫教授退任記念号)

論　説

公・私教育の混合モデルにおける児童手当と公教育支出の効果に関する一考察

村　田　　　慶

Ⅰ．はじめに

近年のわが国では，教育政策として，児童手当の支給と高校教育の無償化が実施されている．児童手当とは，各家計に対して，子どもの数に応じて，一定額を補助金として支給するという政策である．また，高校教育の無償化とは，公立高校の授業料を国が全額負担するというものであり，経済学的には公教育支出の増加として捉えられる．内閣府「平成25年版少子化社会対策白書」によれば，わが国の2010年における夫婦の理想的な子どもの数は2.42人と調査開始以降で最低となっており，実際に持つ予定の子どもの数は2.07人と，理想的な子どもの数よりもさらに少ない．また，理想とする子どもの数を持たない理由として最も多いのは，「子育てや教育にお金がかかりすぎるから」であり，全体の60.4％に及んでいる．さらに，この割合は若い世代ほど高くなる傾向にあることから，わが国における少子化は教育費負担が主な原因であることが分かる．以上の観点で捉えると，児童手当や高校教育の無償化は教育費負担を減らす効果が一見期待できる．しかしながら，児童手当および公教育支出の財源は税金であり，子どもの数の変動によっては，家計の負担を増大させる恐れがある．

経済学的に，親世代の教育費負担による影響は出生率のみならず，教育を通じて子どもが獲得する人的資本蓄積に影響を及ぼすと考えられる．本稿では，上記の問題意識に基づき，税金を財源とする児童手当の支給と公教育支出が出生率および人的資本蓄積においてどのような影響を及ぼすかについて，世代間重複モデルによる一考察を行う．

世代間重複モデルによる児童手当と出生率に関する先行研究としては，Groezen，Leers and Mejidam（2003）がある．Groezen, Leers and Mejidam（2003）では，小国開放経済を設定し，各個人の所得水準が賃金率（一定）と等しくなるとした上で，政府が定額税および国民年金保険料を徴収し，前者を財源とする児童手当，後者を財源とする賦課方式年金をモデル化している[(1)]．ま

(1) 子育て支援の出生率への影響，あるいは出生率の変化を通じた年金財政への影響についての分析は，Nishimura and Zhang（1992），Peters（1995），およびKato（1999）においてもなされている．

た，Groezen，Leers and Mejidam（2003）では，各個人の生涯効用は壮年期における消費と子どもの数，および老年期における消費によって決まるとしている．しかしながら，Groezen，Leers and Mejidam（2003）では，児童手当と出生率の関係についてはモデル化されているものの，教育支出と出生率の関係については考慮されておらず，さらに，経済学的に，教育支出による影響を受ける子どもの人的資本蓄積についても分析されていない．

世代間重複モデルによる教育支出と人的資本蓄積に関する先行研究としては，教育支出を公教育と私教育に分類したものが数多く見られ，分析手法としては，二種類のアプローチが存在する．一つは，Glomm and Ravikumar（1992），Gradstein and Justman（1997），およびSaint Paul and Verdier（1993）で見られるように，両教育について，あくまで比較検討のみに留めるというものである．Benabou（1996），Eckstein and Zilcha（1994），およびKaganovich and Zilcha（1999）でも，両教育間の相互補完性について議論しているものの、基本的には同様の分析手法がとられている．もう一つは，Cardak（2004a, b）に見られるように，両教育について，比較検討のみならず，効用比較による選択を分析するというものである．さらに，村田（2011，2013）では，Cardak（2004a）において，Glomm and Ravikumar（1992）に倣い，生涯効用の決定要素として余暇時間，人的資本形成の決定要素として学習時間を新たに組み入れ，分析範囲の拡張・修正を行っている．しかしながら，これらの先行研究では，公・私教育それぞれの下での人的資本蓄積を別関数で捉えており，両教育の同時選択に関しては考慮されていない．

出生率の内生化による人口動態を考慮した教育支出と人的資本蓄積に関しては，村田（2017b）において一つの考察がなされている．村田（2017b）では，Groezen，Leers and Mejidam（2003）における生涯効用の決定要素として，次世代が獲得する人的資本水準を新たに組み入れている[(2)]．村田（2017b）では，教育支出が次世代に均等配分されるという設定を行うことによって，人的資本蓄積における人口動態による影響を考慮した設定となっている．しかしながら，村田（2017b）では，教育支出について，私教育しか組み込まれていない．村田（2017c）では，Glomm and Ravikumar（1992）やCardak（2004a, b）と同様，所得比例課税を財源とする公教育支出を新たに導入し，人的資本関数において，両者が線形結合の形で組み込まれるような公・私教育の混合モデルを設定している．ただし，村田（2017b, c）では，貯蓄および公的年金に関する議論を捨象している点が共通している[(3)]．

[(2)] Glomm and Ravikumar（1992）およびCardak（2004a）では，人的資本蓄積に関わる効用の決定要素として，次世代への教育支出を組み込んでいる．村田（2017b）でも，出生率を内生化しているとはいえ，次世代の一人当たりが受け取る教育支出を導入しており，同じ類の設定がなされている．しかしながら，村田（2017a）で述べているように，人的資本蓄積が教育支出と親世代の人的資本水準のみで決まるというシンプルなタイプの人的資本関数であっても，次世代への教育支出そのものから効用を得ることと，次世代が獲得する人的資本水準から効用を得ることとでは，意味合いが異なってくる点には注意が必要である．

本稿モデルでは，村田（2017c）における公・私教育の混合モデルについて，親世代からの所得移転を均等配分した私教育支出と政府による所得比例課税を財源とする公教育支出を線形結合の形で人的資本関数に組み込むケースに加えて，両教育支出を積結合の形で人的資本関数に組み込むケースを新たに設定する．村田（2017c）では，人口動態を考慮した人的資本関数において，公・私教育支出が線形結合の形で組み込まれ，貯蓄および公的年金をはじめとする老年期における生活に関する議論を捨象した場合，最適な子どもの数および人的資本関数における児童手当と公教育支出による影響が消滅するという驚くべき結果が示されている．それに対し，本稿モデルでは，両教育支出が積結合の形で人的資本関数に組み込まれるケースにおいては，村田（2017c）とは全く対照的な結果が得られることを示す．さらに，両者を比較することによって，公・私教育の混合モデルの下では，児童手当と公教育支出が出生率および人的資本蓄積，ひいては経済成長パターンに影響を及ぼすか否かについては，人的資本関数の設定による影響を受けることを示す．

本稿における構成として，まずⅡ節において，公・私教育の混合モデルについて，村田（2017c）における公・私教育支出を線形結合の形で人的資本関数に組み込むケース，および両教育支出を積結合の形で人的資本関数に組み込むケースに分類し，両ケースについての基本設定を概観する．その上で，Ⅲ節において，両ケースにおける人的資本水準の定常状態均衡および最適な出生率の導出を行い，児童手当と公教育支出が出生率および経済成長に及ぼす影響について，両ケースの比較検討を行う．

Ⅱ．モデル設定

各個人の経済活動は，２期間にわたって行われるとする．本稿では，２期について，t期と$t+1$期を基準とし，各期に生まれた個人をそれぞれ，t世代，$t+1$世代の個人と呼ぶこととする．また，各世代の子供は，第２期に誕生するものとする．

Ⅱ．1．人的資本形成

各世代の個人は，第２期において自身の人的資本を形成するものとする．本稿モデルでは，人的資本の蓄積方程式について，公・私教育支出が「線形結合となるケース」および「積結合となるケース」に分類し，それぞれを(1)のように設定する．

(3) これは老年期における経済活動を考慮しないためである．

$$h_{t+1}=\begin{cases}\theta\left(E+\dfrac{e_t}{n_t}\right)^{\gamma}(h_t)^{1-\gamma} & \cdots\text{線形結合となるケース}\\ \theta(E)^{\gamma_1}\left(\dfrac{e_t}{n_t}\right)^{\gamma_2}(h_t)^{1-\gamma_1-\gamma_2} & \cdots\text{積結合となるケース}\end{cases} \tag{1}$$

(1)において，γと$1-\gamma$はそれぞれ，公・私教育支出が線形結合となるケースにおける教育支出および親世代の能力水準の人的資本蓄積に対する影響力パラメータ，γ_1, γ_2, および $1-\gamma_1-\gamma_2$ はそれぞれ，公・私教育支出が積結合となるケースにおける公教育支出，私教育支出，および親世代の能力水準の人的資本蓄積に対する影響力パラメータである．本稿モデルでは，各パラメータについて，$\gamma\in(0,1)$，$\gamma_1,\gamma_2,1-\gamma_1-\gamma_2\in(0,1)$ を仮定する．また，$\theta>0$ であるとする．さらに，Eは各期における公教育支出，e_tは$t-1$世代の各個人のt期におけるt世代への私教育支出の総額，n_tは$t-1$世代の各個人のt期における子どもの数，h_tは$t-1$世代の各個人がt期において獲得する人的資本水準，h_{t+1}はt世代の各個人が$t+1$期において獲得する人的資本水準である．本稿では，$t+1$期における一国全体の効率的労働力H_{t+1}を(2)のように定義する[(4)]．

$$H_{t+1}=\prod_{j=0}^{t}n_jL_0h_{t+1}=(n_0\times n_1\times\cdots n_t)L_0h_{t+1} \tag{2}$$

(2)において，L_0は初期における人口規模である．

Ⅱ.2. 効用最大化

各世代の個人は，第２期において労働を行うとする．すなわち，t世代の各個人が所得を得るのは$t+1$期である．本稿では，遺産贈与は考慮しないものとする．また，Glomm and Ravikumar（1992）およびCardak（2004a）と同様，生産者の利潤最大化問題を考慮しないので，賃金率に関する議論が存在せず，t世代の各個人の$t+1$期における所得水準y_{t+1}は(3)のように，獲得する人的資本水準と一致するものとする．

$$y_{t+1}=h_{t+1} \tag{3}$$

Glomm and Ravikumar（1992）およびCardak（2004a, b）に倣い，各個人は壮年期における可処分所得を自身の消費と次世代への私教育支出に配分するものとする．t世代の各個人が$t+1$期

(4) Cardak（2004a, b）では，個人に異質性を持たせた上で，一国全体の効率的労働力を確率密度関数で設定している．しかしながら，本研究では，人口動態を組み入れ，さらに同質の個人を仮定しているため，一国全体の効率的を(2)のように捉えることとする．

において直面する予算制約は(4)のようになる．

$$(1-\tau_{t+1})y_{t+1}+(\eta-p)n_{t+1}=c_{t+1}+e_{t+1} \tag{4}$$

(4)において，τ_{t+1}は$t+1$期における所得税率，n_{t+1}はt世代の各個人の$t+1$期における子どもの数，c_{t+1}とe_{t+1}はそれぞれ，t世代の各個人の$t+1$期における消費および$t+1$世代への私教育支出，ηとpはそれぞれ，各期における子ども一人当たりに対する児童手当および子ども一人当たりにかかる育児費用である．

本稿では，児童手当ηと公教育支出Eは所得比例課税を財源として支給され，政府は所得税率τを児童手当と公教育支出の合計額が$\eta+E$で保たれるように調整すると仮定する．したがって，$t+1$期における所得税率τ_{t+1}は，(5)の条件を満たすように決定付けられる．

$$\eta+E=\frac{\tau_{t+1}\prod_{j-1}^{t}n_jL_0h_{t+1}}{\prod_{j=1}^{t+1}n_jL_0}=\frac{\tau_{t+1}h_{t+1}}{n_{t+1}} \Rightarrow \tau_{t+1}=\frac{(\eta+E)n_{t+1}}{h_{t+1}} \tag{5}$$

各個人は，生涯効用を最大化するように行動するものとする．本稿における生涯効用とは，2期間全体において得られる効用水準を意味する．本稿モデルでは，生涯効用について，第2期における消費水準[5]，子どもの数，および次世代が獲得する人的資本水準によって決定付けられるとする．

Ⅱ．２．１．公・私教育支出が線形結合で影響するケース

t世代の各個人の２期間全体における効用水準をV^{1t}とおくと，それは以下のように表される．

$$\underset{c_{t+1},n_{t+1},e_{t+1}}{Maximize} \quad V^{1t}=(1-\alpha)\log c_{t+1}+\alpha\log n_{t+1}+\beta\log h_{t+2}\ ;\ \alpha\in(0,1),\beta>0$$

$$subject\ to \quad (1-\tau_{t+1})y_{t+1}+(\eta-p)n_{t+1}=c_{t+1}+e_{t+1},\ y_{t+1}=h_{t+1},$$

$$h_{t+2}=\theta\left(E+\frac{e_{t+1}}{n_{t+1}}\right)^{\gamma}(h_{t+1})^{1-\gamma},\ \eta+E=\frac{\tau_{t+1}h_{t+1}}{n_{t+1}}$$

---

(5) Glomm and Ravikumar（1992）やCardak（2004a, b）では，第１期における消費は考慮されておらず，本稿でも，同様の設定を行う．この解釈は，若年期における教育支出の中に生活に必要な消費も含まれているというものである．

ここで，h_{t+2}は$t+1$世代の各個人が$t+2$期において獲得する人的資本水準，$1-\alpha$，α，およびβはそれぞれ，第２期における自身の消費，子どもの数，および子どもが獲得する人的資本水準に対する選好パラメータである．一階条件より，t世代の各個人の$t+1$期における最適な子どもの数，最適な私教育支出，および最適消費はそれぞれ，(6)，(7)，および(8)のように導出される[6]．

$$n_{t+1}=\frac{(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}}{p} \tag{6}$$

$$e_{t+1}=\frac{\{\beta\gamma p-(\alpha-\beta\gamma)E\}h_{t+1}}{p} \tag{7}$$

$$c_{t+1}=(1-\alpha)h_{t+1} \tag{8}$$

(6)において，本稿では，$\alpha>\beta\gamma$を仮定する．さらに，本稿モデルでは，育児費用pと公教育支出Eはそれぞれ，(9)および(10)の条件を満たすとする．

$$p>\frac{(\alpha-\beta\gamma)E}{\beta\gamma} \tag{9}$$

$$E<\frac{\beta\gamma p}{\alpha-\beta\gamma} \tag{10}$$

Ⅱ．２．２．公・私教育支出が積結合で影響するケース

t世代の各個人の２期間全体における効用水準をV^{2t}とおくと，それは以下のように表される．人的資本関数を除いて，Ⅱ．２．１と全く同じ設定である．

$$\underset{c_{t+1},n_{t+1},e_{t+1}}{Maximize}\quad V^{2t}=(1-\alpha)\log c_{t+1}+\alpha\log n_{t+1}+\beta\log h_{t+2}\ ;\ \alpha\in(0,1),\beta>0$$

$$subject\ to\quad (1-\tau_{t+1})y_{t+1}+(\eta-p)n_{t+1}=c_{t+1}+e_{t+1},\ y_{t+1}=h_{t+1},$$

$$h_{t+2}=\theta(E)^{\gamma_1}\left(\frac{e_{t+1}}{n_{t+1}}\right)^{\gamma_2}(h_{t+1})^{1-\gamma_1-\gamma_2},\ \eta+E=\frac{\tau_{t+1}h_{t+1}}{n_{t+1}}$$

一階条件より，t世代の各個人の$t+1$期における最適な子どもの数，最適な私教育支出，および最適消費はそれぞれ，(11)，(12)，および(13)のように導出される[7]．

---

[6] (6)，(7)，および(8)の導出過程については，付録１を参照せよ．
[7] (11)，(12)，および(13)の導出過程については，付録２を参照せよ．

$$n_{t+1} = \frac{(\alpha - \beta\gamma_2)h_{t+1}}{p + E} \tag{11}$$

$$e_{t+1} = \beta\gamma_2 h_{t+1} \tag{12}$$

$$c_{t+1} = (1 - \alpha)h_{t+1} \tag{13}$$

⑾において，本稿では，$\alpha > \beta\gamma_2$を仮定する．

Ⅲ．出生率，人的資本蓄積，および経済成長

本稿では，村田（2017c）と同様，物的資本蓄積に関する議論を捨象していることから，経済成長パターンの決定要素は一国全体の効率的労働力のみである．また，⑵より，一国全体の効率的労働力は各個人の子どもの数（出生率）と人的資本水準によって決まる．すなわち，本稿モデルでは，経済成長パターンは出生率と人的資本蓄積によって決定付けられる．

本節では，公・私教育支出が線形結合となるケースおよび積結合となるケース，それぞれについて，児童手当と公教育支出が出生率および人的資本蓄積，ひいては経済成長パターンに及ぼす影響について検討する．その上で，両ケースの比較を行うことによって，児童手当と公教育支出が経済成長に影響を及ぼすか否かについては，人的資本関数において，公・私教育支出が線形結合となるか積結合になるかによって全く対照的な結果となることを示す．

Ⅲ．１．公・私教育支出が線形結合となるケース

⑹と⑺を読み替えると，$t-1$世代の各個人のt期における最適な子どもの数および最適な教育支出はそれぞれ，⒁と⒂のように求められる．

$$n_t = \frac{(\alpha - \beta\gamma)h_t}{p} \tag{14}$$

$$e_t = \frac{\{\beta\gamma p - (\alpha - \beta\gamma)E\}h_t}{p} \tag{15}$$

⒁と⒂を⑴に代入すると，人的資本関数は⒃のように導出される．

$$h_{t+1} = \theta\left(\frac{\beta\gamma p}{\alpha - \beta\gamma}\right)^{\gamma}\left(h_t\right)^{1-\gamma} \tag{16}$$

⒃より，公・私教育支出が線形結合となるケースにおける人的資本水準の定常状態均衡値をh_s^{*1}とおくと，それは⒄のように導出される．

$$h_s^{*1} = \theta^{\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{\beta\gamma p}{\alpha - \beta\gamma}\right) \tag{17}$$

⒄において，$\gamma \in (0,1)$であるので，h_{t+1}はh_tについての凹関数であるため，h_s^{*1}は安定的な定常状態均衡である．

⒁および⒄から分かるように，公・私教育支出が線形結合となるケースでは，驚くべきことに，児童手当と公教育支出は出生率および人的資本蓄積に何ら影響を及ぼさないことが確認できる．

Ⅲ．2．公・私教育支出が積結合となるケース

⑾と⑿を読み替えると，$t-1$世代の各個人のt期における最適な子どもの数および最適な私教育支出はそれぞれ，⒅と⒆のように求められる．

$$n_t = \frac{(\alpha - \beta\gamma_2)h_t}{p + E} \tag{18}$$

$$e_t = \beta\gamma_2 h_t \tag{19}$$

⒅と⒆を(1)に代入すると，人的資本関数は⒇のように導出される．

$$h_{t+1} = \theta(E)^{\gamma_1}\left\{\frac{\beta\gamma_2(p+E)}{\alpha - \beta\gamma_2}\right\}^{\gamma_2}\left(h_t\right)^{1-\gamma_1-\gamma_2} \tag{20}$$

⒇より，公・私教育支出が積結合となるケースにおける人的資本水準の定常状態均衡値をh_s^{*2}とおくと，それは㉑のように導出される．

$$h_s^{*2} = \theta^{\frac{1}{\gamma_1+\gamma_2}}(E)^{\frac{\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_2}}\left\{\frac{\beta_2\gamma_2(p+E)}{\alpha - \beta_2\gamma_2}\right\}^{\frac{\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}} \tag{21}$$

⒇において，$1-\gamma_1-\gamma_2 \in (0,1)$ であるので，h_{t+1}はh_tについての凹関数であるため，h_s^{*2}は安定的な定常状態均衡である．

⒅および㉑から分かるように，公・私教育支出が積結合となるケースでは，児童手当と公教育支出は出生率および人的資本蓄積に影響を及ぼすことが確認できる．

Ⅲ．３．両ケースの比較

Ⅲ．１とⅢ．２より，老年期における生活および遺産贈与を考慮しない公・私教育の混合モデルにおける人的資本関数について，公・私教育支出が線形結合で影響するケースでは，児童手当と公教育支出は経済成長に何ら影響を及ぼさないのに対し，公・私教育支出が積結合で影響するケースでは，児童手当と公教育支出は経済成長にとって確実に影響を及ぼすことが確認できる．したがって，これらの教育政策を実施するにあたっては，人的資本蓄積において，公・私教育支出が線形結合で影響するのか，積結合で影響するのかによって全く対照的な結果となることが示唆された．

Ⅳ．結語

本稿では，公・私教育の混合モデルについて，村田（2017c）における親世代からの所得移転を均等配分した私教育支出と政府による所得比例課税を財源とする公教育支出を線形結合の形で人的資本関数に組み込むケースに加えて，両教育支出を積結合の形で人的資本関数に組み込むケースを新たに設定することによって，両ケースの比較を行った．

分析結果として，貯蓄および公的年金をはじめとする老年期における生活に関する議論を捨象した場合，人口動態を考慮した人的資本関数において，公・私教育支出が線形結合の形で組み込まれるケースでは，児童手当と公教育支出は出生率および人的資本蓄積に何ら影響を及ぼさないのに対し，両教育支出が積結合の形で組み込まれるケースでは，児童手当と公教育支出は出生率および人的資本蓄積に影響を及ぼすことが示された．

本稿モデルでは，両ケースについて，人的資本関数を除いて，全く同じ設定となっている．それにもかかわらず，見事に対照的な結果が得られたことから，本稿モデルが近年のわが国のマクロ経済を一側面でも具体化したものであるならば，わが国における人的資本の蓄積における公・私教育支出の影響がどちらのケースに該当するのかによって，教育政策の有効性が全く対照的なものとなることが示唆された．特に，わが国のマクロ経済が，両教育支出が線形結合のケースに該当する場合，教育政策が全く有効に働かないという悲劇的な結果となる恐れがある．

最後に，本稿における分析内容について，今後の展望を述べる．村田（2017b）でも述べられているが，本稿モデルでは，各個人の老年期における経済活動を考慮していないため，分析範囲がやや限定されている．モデルが複雑化するが，貯蓄や公的年金を組み込むと，公・私教育支出

が線形結合の形で人的資本関数に組み込まれるケースにおける児童手当と公教育支出による影響が消滅するという結果が防がれるかもしれない．現実的にも，わが国では，少子化と同時に，高齢化も深刻化している．わが国における公的年金は基本的に賦課方式で運営されているため，児童手当によって出生率が改善するか否かは，公的年金の財源確保と大きく関わる問題であり，老年期における経済活動を組み込むことが望ましいことは言うまでもない．また，本稿では，同質な個人を仮定したモデル設定が行われているが，個人の異質性を考慮した場合についても考察する必要がある．これらの点については，稿を改めて論じたい．

参考文献

[１] Benabou, R. (1996) “Heterogeneity, Stratification and Growth: Macroeconomics Implications of Community Structure and School Finance”, *The American Economic Review*, Vol.86, pp. 584-609.

[２] Bental, B. (1989) “The Old Age Security Hypothesis and Optimal Population Growth,” *Journal of Population Economics*,Vol.1, pp. 285-301.

[３] Cardak, B.A. (2004a) “Education Choice, Endogenous Growth and Income Distribution,” *Economica*, Vol.71, pp. 57-81.

[４] Cardak, B.A. (2004b) “Education Choice, Neoclassical Growth and Class Structure,” *Oxford Economic Papers*, Vol.56, pp. 643-666.

[５] Eckstein, Z. and I. Zilcha (1994) “The Effects of Compulsory Schooling on Growth, Income Distribution and Welfare,” *Journal of Public Economics*, Vol.54, pp. 339-359.

[６] Glomm, G. and B. Ravikumar (1992) “Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality,” *Journal of Political Economy*, Vol.100, pp. 818-834.

[７] Gradstein, M. and M. Justman (1997) “Democratic Choice of an Education System: Implications for Growth and Income Distribution,” *Journal of Economic Growth*, Vol.2, pp. 169-183.

[８] Groezen, B. van T. Leers and L. Mejidam (2003) “Social Security and Endogenous Fertility:Pension and Child Allowance as Siamese Twins,” *Journal of Public Economics*, Vol.87, pp. 233-251.

[９] Kaganovich, M. and I. Zilcha (1999) “Education, Social Security, and Growth,” *Journal of Public Economics*, Vol.71, pp. 289-309.

[10] Kato, H. (1999) “Overlapping Generations Model with Endogenous Population Growth,” *Journal of Population Problems*, vol.25, pp. 15-24.

[11] Nishimura, K. and J. Zhang (1992) “Pay-As-You-Go Public Pensions with Endogenous Fertility,”

Journal of Public Economics, Vol.48, pp. 239-258.

[12] Peter, W. (1995) “Public Pensions, Family Allowances and Endogenous Demographic Change,” *Journal of Population Economics*, Vol.8, pp. 161-181.

[13] Saint, Paul, G. and T. Verdier (1993) “Education, Democracy and Growth, ” *Journal of Development Economics*, Vol.42, pp. 399-407.

[14] 内閣府「平成25年版少子化社会対策白書」(http://www8. cao. go. jp/shoushi/shoushika/whitepaper/measures/w-2013/25pdfgaiyoh/25g aiyoh. html

[15] 村田　慶（2011）「教育選択と経済成長」『九州経済学会年報』第49集，pp. 75-82.

[16] 村田　慶（2013）「教育選択と内生的経済成長―ゆとり教育による弊害と教育政策の有効性に関する考察―」，『経済政策ジャーナル』第10巻第２号，pp. 3-15.

[17] 村田　慶（2017a）「効用関数と人的資本蓄積に関する一考察」『経済研究』(静岡大学）21巻３号，pp. 1-9.

[18] 村田　慶（2017b）「児童手当と人的資本蓄積に関する一考察」『経済研究』(静岡大学）21巻４号，pp. 31-38.

[19] 村田　慶（2017c）「児童手当と公教育に関する一考察」『経済研究』(静岡大学）22巻２号，pp. 21-31.

付録１

制約条件式を効用関数V^{1t}におけるc_{t+1}に代入すると，次のようになる

$$
\begin{aligned}
V_1^t &= (1-\alpha)\log\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - e_{t+1}\} + \alpha\log n_{t+1} + \beta\log h_{t+2} \\
&= (1-\alpha)\log\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - e_{t+1}\} + \alpha\log n_{t+1} + \beta\log\theta \\
&\qquad + \beta\gamma\log(n_{t+1}E + e_{t+1}) \\
&\qquad - \beta\gamma\log n_{t+1} + \beta(1-\gamma)\log h_{t+1}
\end{aligned}
$$

一階条件である$\partial V^{1t}/\partial e_{t+1} = 0$より，

$$
\frac{\partial V^{1t}}{\partial e_{t+1}} = \frac{-(1-\alpha)}{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - e_{t+1}} + \frac{\beta\gamma}{n_{t+1}E + e_{t+1}} = 0
$$

上の式を変形して整理すると，t世代の各個人の$t+1$期における最適な私教育支出は，次のように求められる．

$$-(1-\alpha)(n_{t+1}E+e_{t+1})+\beta\gamma h_{t+1}-\beta\gamma(p+E)n_{t+1}-\beta\gamma e_{t+1}=0$$

$$\begin{aligned}(1-\alpha+\beta\gamma)e_{t+1}&=\beta\gamma h_{t+1}-\beta\gamma(p+E)n_{t+1}-(1-\alpha)n_{t+1}E\\&=\beta\gamma h_{t+1}-(1-\alpha+\beta\gamma)n_{t+1}E-\beta\gamma pn_{t+1}\\&=\beta\gamma(h_{t+1}-pn_{t+1})-(1-\alpha+\beta\gamma)n_{t+1}E\end{aligned}$$

$$e_{t+1}=\frac{\beta\gamma(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}-n_{t+1}E \qquad (1-1)$$

また，$c_{t+1}=h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}-e_{t+1}$より，$t$世代の各個人の$t+1$期における最適消費は，次のように求められる．

$$\begin{aligned}c_{t+1}&=h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}-\frac{\beta\gamma(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}+n_{t+1}E\\&=h_{t+1}-pn_{t+1}-\frac{\beta\gamma(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}\\&=\frac{(1-\alpha)(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}\end{aligned}$$

$$c_{t+1}=\frac{(1-\alpha)(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma} \qquad (1-2)$$

（1－1）および（1－2）を効用関数に代入すると，次のようになる．

$$\begin{aligned}V^{1t}=(1-\alpha)\log\left\{\frac{(1-\alpha)(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}\right\}+\alpha\log n_{t+1}+\beta\log\theta\\+\beta\gamma\log\left\{\frac{\beta\gamma(h_{t+1}-pn_{t+1})}{1-\alpha+\beta\gamma}\right\}\\-\beta\gamma\log n_{t+1}+\beta(1-\gamma)\log h_{t+1}\end{aligned}$$

一階条件である$\partial V_1^t/\partial n_{t+1}=0$より，

$$\frac{\partial V^{1t}}{\partial n_{t+1}}=\frac{-(1-\alpha)p}{h_{t+1}-pn_{t+1}}+\frac{\alpha}{n_{t+1}}+\frac{-\beta\gamma p}{h_{t+1}-pn_{t+1}}-\frac{\beta\gamma}{n_{t+1}}=0$$

上の式を変形して整理すると，t世代の各個人の$t+1$期における最適な子どもの数は，次のように求められる．

$$-\frac{(1-\alpha+\beta\gamma)p}{h_{t+1}-pn_{t+1}}+\frac{\alpha-\beta\gamma}{n_{t+1}}=0$$

$$-(1-\alpha+\beta\gamma)pn_{t+1}+(\alpha-\beta\gamma)(h_{t+1}-pn_{t+1})=0$$

$$-pn_{t+1}+(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}=0$$

$$n_{t+1}=\frac{(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}}{p} \tag{1-3}$$

（1－3）を（1－1）に代入することによって，t世代の各個人の$t+1$期における最適な私教育支出は次のように求められる．

$$\begin{aligned}e_{t+1}&=\frac{\beta\gamma}{1-\alpha+\beta\gamma}\left[h_{t+1}-(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}\right]-\frac{(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}}{p}\times E\\&=\beta\gamma h_{t+1}-\frac{(\alpha-\beta\gamma)Eh_{t+1}}{p}\\&=\frac{\beta\gamma ph_{t+1}-(\alpha-\beta\gamma)Eh_{t+1}}{p}\\&=\frac{\{\beta\gamma p-(\alpha-\beta\gamma)E\}h_{t+1}}{p}\end{aligned}$$

（1－3）を（1－2）に代入することによって，t世代の各個人の$t+1$期における最適消費は次のように求められる．

$$\begin{aligned}c_{t+1}&=\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\beta\gamma}h_{t+1}-\frac{(1-\alpha)p}{1-\alpha+\beta\gamma}\times\frac{(\alpha-\beta\gamma)h_{t+1}}{p}\\&=\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\beta\gamma}h_{t+1}-\frac{(1-\alpha)(\alpha-\beta\gamma)}{1-\alpha+\beta\gamma}h_{t+1}\\&=(1-\alpha)h_{t+1}\end{aligned}$$

付録2

制約条件式を効用関数V^{2t}におけるc_{t+1}に代入すると，次のようになる．

$$\begin{aligned}V^{2t}&=(1-\alpha)\log\left[h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}-e_{t+1}\right]+\alpha\log n_{t+1}+\beta\log h_{t+2}\\&=(1-\alpha)\log\left[h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}-e_{t+1}\right]+\alpha\log n_{t+1}+\beta\log\theta+\beta\gamma_1\log E\\&\qquad+\beta\gamma_2\log e_{t+1}-\beta\gamma_2\log n_{t+1}\\&\qquad+\beta(1-\gamma_1-\gamma_2)\log h_{t+1}\end{aligned}$$

一階条件である$\partial V^{2t} / \partial e_{t+1} = 0$より，

$$\frac{\partial V^{2t}}{\partial e_{t+1}} = \frac{-(1-\alpha)}{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - e_{t+1}} + \frac{\beta\gamma_2}{e_{t+1}} = 0$$

上の式を変形して整理すると，t世代の各個人の$t+1$期における最適な私教育支出は，次のように求められる．

$$\begin{aligned} -(1-\alpha)e_{t+1} + \beta\gamma_2\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\} - \beta\gamma_2 e_{t+1} = 0 \\ (1-\alpha+\beta\gamma_2)e_{t+1} = \beta\gamma_2\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\} \\ e_{t+1} = \frac{\beta\gamma_2\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\}}{1-\alpha+\beta\gamma_2} \end{aligned} \qquad (2-1)$$

また，$c_{t+1} = h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - e_{t+1}$より，$t$世代の各個人の$t+1$期における最適消費は，次のように求められる．

$$c_{t+1} = h_{t+1} - (p+E)n_{t+1} - \frac{\beta\gamma_2\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\}}{1-\alpha+\beta\gamma_2} = \frac{(1-\alpha)\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\}}{1-\alpha+\beta\gamma_2} \qquad (2-2)$$

（2－1）および（2－2）を効用関数に代入すると，次のようになる．

$$\begin{aligned} V^{2t} = (1-\alpha)\log\frac{(1-\alpha)\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\}}{1-\alpha+\beta\gamma_2} + \alpha\log n_{t+1} + \beta\log\theta + \beta\gamma_1\log E \\ + \beta\gamma_2\log\frac{\beta\gamma_2\{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}\}}{1-\alpha+\beta\gamma_2} \\ - \beta\gamma_2\log n_{t+1} + \beta(1-\gamma_1-\gamma_2)\log h_{t+1} \end{aligned}$$

一階条件である$\partial V^t / \partial n_{t+1} = 0$より，

$$\frac{\partial V^{2t}}{\partial n_{t+1}} = \frac{-(1-\alpha)(p+E)}{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}} + \frac{\alpha}{n_{t+1}} + \frac{-\beta\gamma_2(p+E)}{h_{t+1} - (p+E)n_{t+1}} - \frac{\beta\gamma_2}{n_{t+1}} = 0$$

上の式を変形して整理すると，t世代の各個人の$t+1$期における最適な子どもの数は，次のように求められる．

$$-\frac{\{1-\alpha+\beta\gamma_2\}(p+E)}{h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}}+\frac{\alpha-\beta\gamma_2}{n_{t+1}}=0$$

$$-\{1-\alpha+\beta\gamma_2\}(p+E)n_{t+1}+(\alpha-\beta\gamma_2)\{h_{t+1}-(p+E)n_{t+1}\}=0$$

$$(p+E)n_{t+1}=(\alpha-\beta\gamma_2)h_{t+1}$$

$$n_{t+1}=\frac{(\alpha-\beta\gamma_2)h_{t+1}}{p+E} \tag{2－3}$$

（2－3）を（2－1）に代入することによって，t世代の各個人の$t+1$期における最適な私教育支出は次のように求められる．

$$e_{t+1}=\frac{\beta\gamma_2 h_{t+1}}{1-\alpha+\beta\gamma_2}-\frac{\beta\gamma_2(p+E)}{1-\alpha+\beta\gamma_2}\times\frac{(\alpha-\beta\gamma_2)h_{t+1}}{p+E}=\beta\gamma_2 h_{t+1}$$

（2－3）を（2－2）に代入することによって，t世代の各個人の$t+1$期における最適消費は次のように求められる．

$$c_{t+1}=\frac{(1-\alpha)h_{t+1}}{1-\alpha+\beta\gamma_2}-\frac{(1-\alpha)(p+E)}{1-\alpha+\beta\gamma_2}\times\frac{(\alpha-\beta\gamma_2)h_{t+1}}{p+E}=(1-\alpha)h_{t+1}$$