SURE 静岡大学学術リポジトリ
Shizuoka University REpository

RME 理論の日本の数学教育への導入についての考察 : 導入に際しての可能性と問題点

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2018-04-20 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 佐藤, 一 メールアドレス: 所属:
URL	https://doi.org/10.14945/00024950

【 論文 】

RME 理論の日本の数学教育への導入についての考察
－導入に際しての可能性と問題点－

佐　藤　　一

愛知教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科共同教科開発学専攻

要約

本研究の目的は，RME（Realistic Mathematics Education）理論の特徴を明らかにして，具体的な実践例の分析を踏まえ，日本の数学教育への導入の可能性について考察し，示唆を得ることである。そのために，まず，RME のモデリングに近い PISA 調査におけるモデリングの特徴を明らかにした。次に，RME の歴史，中心の考え，RME におけるモデルの役割，および具体的な実践例について分析した。その結果，RME を日本の数学教育に導入することの可能性について考察し，① RME の目指す方向が日本の数学教育の目的に近く，理念の上で導入が容易であること，②数学の概念を深める点で，導入の価値があること，③導入に際しては，指導計画の綿密さと実行力，高等学校における教材開発，アセスメントの検討の必要性があること，という示唆を得た。

キーワード

RME，数学化，湧現モデル，再発見，PISA

1．はじめに

NTCM は Agenda for Action（NTCM，1980）で，「問題解決が数学教育の焦点になるべきである（Problem solving must be the focus of school mathematics in the 1980s.）」を唱えた。そして，池田（2013）が指摘するように，1980 年以降モデルに焦点を当てた数学的活動に関する研究が世界的になされるようになり，2000 年以降，世界各国の国定カリキュラムの中で，モデル，モデリングが重要な構成要素として徐々に位置づけられるようになった。

三輪（1982）は数学教育上のモデリングの重要な意味として，以下の 3 点を挙げている。

ア．数学の応用が広がった状況下で，学校数学を応用可能なものにしようとする－問題解決の重視。

イ．モデル化の過程を通して，数学的考え方を育成できる。

ウ．知識の開発過程に生徒を積極的に参加させる。

そして外的要因として，教室であるいは家庭で使える，数学的モデリングを支える道具の登場と進化があった。数学の内外の世界の問題解決をするためには，近似解あるいは最適解を求め，シミュレーションをすることが必要であり，従前よりも容易に行えるようになった道具の登場が大きい。実際，1985 年世界最初のグラフ機能のついた電卓 CASIO fx-7000G が登場し，1990 年教育用の最初のグラフ電卓 TI-81 が登場した。1995 年には OS Windows95 が登場し，コンピュータの使い易さが大幅に向上した。

これによって，数学的モデリングを用いた教育の環境が整った。

例えば，池田（1998）が示した，「オイルパイプラインの問題」では，グラフ電卓を用い，数学的モデリングが紹介されている。

このように，モデリングの重要性が認められる中，特に本研究では，RME（Realistic Mathematics Education）に焦点を当てることとする。その理由は次に述べる通りである。

Fruedenthal（1968）は，数学を人間の営みと考え，「人が学ぶべきことは，閉じられた系としての数学ではなく，一つの活動としての数学である。現実を数学化する過程，そしてさらに進めてできるならば，数学を数学化する活動である。」とした。Heuvel-panhuizen,（2003）は Freudenthal を引用し，数学化について，「問題を解く，問題を探す，もっと一般に，現実あるいは数学の事柄から組織化すること」であるとした。

ここには，決して，数学の専門家が最後に得た結果を数学教育の出発点とするのではなく，数学は個々の現実の中から人間によって創り出されるものという考えがある。それは，Fruedenthal の「再発見（reinvention）」という言葉に凝縮されていると考えられる。このような考えは，オランダ，広く見てヨーロッパ独自のものかと

いうと，実はそうではない。戦前の初等科算數の教科書の指導書（文部省，1941）の中に，次の記述がある。

「5. 理数科指導上の注意事項　(3) 既成の学問を前提とした知識・技能を教え込もうとする態度を避け，ものごとを正確に考察・処理させ，真実の姿を掴まそうとする精神を涵養するに努め，観念・知識・知能・技能は，その過程に於いておのづから獲得せられるように心掛けること。

理数科の指導では，ややもすると既成の数学・自然科学を絶対的なもののように考え，その系統に従って，知識・技能の注入に陥りがちになる。かくては，単に記憶力と模倣力の修練に止まり，活用創造の能は得られない。そこで，自然界及び日常生活に於ける事象に即して考察・処理させることの修錬をして，物事の本性・本質をつかみ，事象を貫く理法を児童自らが見出すやうに仕向けることが大切である。かやうにすれば，生活に必要な知識・技能もおのづから体得せられると共に，真実なるものを追求する心が盛んとなり，真実なるものに随順する心も養われ，創造の態度も養われるであろう。」

これはFruedenthalの「特定の状況の文脈で（situated context）」「誘導された再発見（guided reinvention）」と軌を同じくするものである。また，同指導書に次の記載がある。

「(4) ものごとを分析的論理的に推究する態度を養うことを重んずると共に，全体的直感的な把握の仕方を重視すること。

ものごとを研究するのに，先ず，ものごとを種々の観点から見たり，或は，幾つかの要素に分けたりして，分析して考察しその結果を綜合する仕方，或は，又，公理とか法則とかを設定して，論理的に推し進める仕方は通常よくとられる方法である。かような方法は，勿論重要なものであって，その修練を軽んじてはならない。しかし，ものごとの真の姿をつかみ，新たなものを創造することは，かような方法だけで出来るものではない。ものごとの真の姿をつかむには，ものごとを全体的に考察しものごと自体のもつ第一義的なものを，くもらない心にうつる第一威として把握しなくてはならない。即ち，ものごとに対して，素直な心で働きかけ，そのありようのままの姿を捉えなくてはならない。かような心の働きは，すべての仕事の基になるものであって，分析的論理的な推究もその過程に絶えずこの働きが伴うことによって，正しい方向に向かうことが出来，又，この心に働きによって発展・創造も可能となるのである。」

これは，理解するということは，逐次論理の世界ではなく，全体を眺め得るところからなされるということであると示している。すなわち，ある数学的内容の学習に際して，学習者に，構成する部分部分の内容の説明が，逐次論理的になされても，その構成部分が最終の内容の中でどのような位置を占め，他の構成する部分と如何なる関係を持っているかを学習者が，目的の内容を全体像として描き把握納得しなければ，学習者の真正の理解に至らないということである。

後述するように，「具体的問題（problem setting）」から始まり，model of，model forと数学化していくRMEの手順は，この道筋に相似である。そして，日本においても，理数教育の歴史の中でFreudenthalの考えと同じ考えの下で，数学教育が行われていた歴史がある。ところが，それが指導法の枠組みを示す理論に構築されたかというと，研究なされたかもしれないが，RMEのような明確な理論としては存在していない。

ところで，日本の数学教育には，次期の学習指導要領の改訂において次の図1に示すように，数学化による問題解決が求められている状況がある。

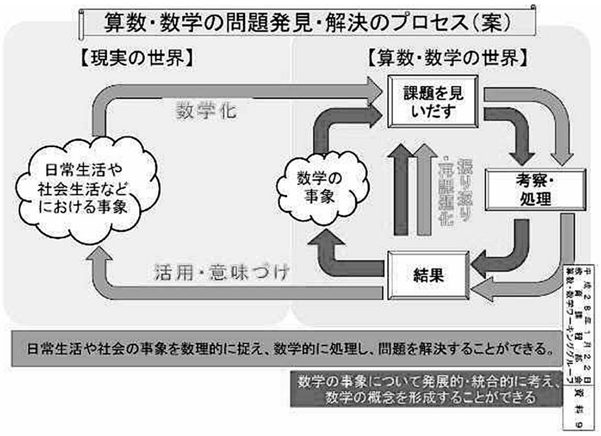


図1　次期学習指導要領における数学化概念図

このような状況にあって，「身近である」あるいは「日常的である」ことは，個々の生徒にとっての「身近である」とか「日常である」ということである。これはRMEの唱える生徒にとって「realistic」という最初の部分と寸分異ならない。前述のように，RMEの考えが非常に日本の数学教育の根にある考えに近いものを持っている上に理論化され，過去半世紀近くの歴史を持ち，オランダを始めこの理論に基づいたあるいは影響を受けた教科書の出版されている段階であることに日本の数学教育に対するRMEからの示唆へ期待を持つからである。

2．研究目的と研究方法

(1) 目的

1章で述べたようにRMEには，日本の数学教育の諸課題の解決に寄与する可能性がある。そこで，本研究の目的は，RME理論の特徴を明らかにして，具体的な実践例の分析を踏まえ，日本の数学教育への導入の可能性について考察し，示唆を得ることとする。

(2) 方法

研究の方法は，文献研究による。

RMEの背景となるモデリング，およびRMEのモデリングに近いものとして，PISA調査におけるモデリングを取り上げ，その特徴を明らかにする。

次に，オランダで生まれた数学の概念形成を目的としたRMEの歴史，中心の考え，特徴，RMEにおけるモデルの役割，および具体的な実践例について分析する。

それらの分析結果を踏まえて，日本の数学教育への導入の可能性について考察し，示唆を得る。

3．モデリング

モデルの定義として多くの研究者の用いるPinker（1981）の定義を用いる。

系Mが系Oのある目的についてモデルであるとは，

ア．Mが目的に対しOの代わりとなる。

イ．Mを研究することがOに対して意味ある結果をもたらす。

池田(2013)は，Kaiser(1991), Kaiser&Sriraman(2006)の研究を紹介し，モデル，モデリングの指導に関する研究に，実用的な傾向と科学的－人間的な傾向の2つの歴史的傾向があるとしている。

ア．実用的な傾向

生徒の身につける能力：

「実世界の問題の解決のために数学を用いることができる生徒の能力」

指導法：

「学際的なアプローチ，あるいは，追加的な活動として数学的モデリングを包含」

生徒の能力：

「数学的モデリング過程の強調し，実世界の問題を解くための生徒の能力」

イ．科学的－人間的な傾向

基本哲学：「営み（活動）としての数学」

指導法：

「実生活生徒の生活のみならず，数学内の世界から発展させて数学を身につけていく」

生徒の能力：「数学化する能力」

池田は，このモデルの違いを「モデル」に対し，「児童・生徒の中に既に構成された数学を総動員して数学モデルを作る能力」への焦点化と「児童・生徒の内的世界に構成されるシェマをモデルとして包括的に表現し，その変容を数学的概念の理解の深化」と表し区別している。

ここには，基本的な何を目的とするのかという哲学の違いがある。実用的な傾向は，今後ますます数学による社会意思の決定等に代表される数学の社会での必要性が増し，求められていることである。これに応えることは数学教育の欠かせぬ一面である。一方，人間が数学を学習していくという観点からは，例えば，創造性というような人間の営み（活動）という観点と哲学が重要である。このことに対応し，学習指導要領解説数学編(2009)は「すべての高校生の人間形成に資する数学教育」という表現が使われていると考えられる。

4．実用的な傾向とPISA調査

モデル，モデリングの指導についての前述の実用的な傾向は，PISA調査における「数学的リテラシー」との関連が見られる。

(1) PISA調査2006における「数学的リテラシー」の定義

PISAの数学的リテラシーは以下のように定義されている。（国立教育政策研究所，2007）

「数学的リテラシーとは，数学が世界で果たす役割を見つけ，理解し，現在及び将来の個人の生活，職業生活，友人や家族や親族との社会生活，建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い，数学に携わる能力である。」

数学を数学という範囲から大きく出て，生きていく上で活用できる広範囲な能力としている。したがって，実用的な傾向は高い。

そして，さらに詳しく3つの要素に分けて構成要素を考えている。（表1）

この構成要素には，個人が社会に関わり参画するために，数学に関連するいかなる素養を身につける必要があるかが示されている。数学の内容ばかりでなく，数学をどのように社会の中で道具とするか手段として用いるかなども示されている。モデル化が明確に能力のひとつに

表1　数学リテラシーの3つの構成要素

1　問題の置かれている状況または文脈	
2　問題解決に用いる数学的内容	大領域 ・空間と形　・変化と関係　・量　・不確実性
3 問題の出る現実の世界を数学に結びつけ，問題解決に働く能力	問題の出る現実の世界を数学に結びつけ，問題解決に働く能力 再現，関連づけ，熟考という3つの段階（クラスター）に分かれる 細かくは，思考と推論・論証・コミュニケーション・モデル化・問題や設定と解決・表現・言語の使用{記号言語，公式（に通ずる論理的）言語，専門言語，演算}・器具や道具の使用

挙げられていることに注目すべきである。

(2) PISA 調査 2006 の枠組みにおける数学化

PISA においては，数学的リテラシーの概念が意味する決定的な能力とは，多様な状況あるいは文脈において，数学を使用して問題を設定し，形式化し，解決し，解釈することのできる能力を指す。そして，PISA はこの過程を数学化（mathematisation あるいは mathematization）と呼んでいる。

このPISA の数学化は 5 つの側面によって特徴づけられる。

ア．現実に存在する問題を数学化する。

イ．数学的概念で問題を構成し，関連する数学を特定する。

ウ．仮説の設定，一般化，定式化等により問題を数学的な問題に変換する。

エ．数学の問題を解く。

オ．数学的な解答を現実の状況に照らして解決する。さらにその限界も明らかにする。

これを図式化すれば次のようになる。（図 2）

PISA の数学化ではこれらの過程は広い意味において，数学者が数学を実行する時，人々が様々な仕事において数学を使用する時，市民が現実の世界と十分に関わるために数学を使用する時に，用いる方法を特徴づけるもの故に，PISA2006 調査は数学化を学ぶことは主要な教育目標となるべきであるとしている。

PISA の数学化は，「数学を使用して問題を設定し，形式化し，解決し，解釈する」という幅の広いものであり，その最終目的は，対象となる問題の解釈あるいは解決である。

日本では，高等学校学習指導要領解説数学編理数編（2009）において，数学化を「日常生活や社会生活などにおける事象の数学的な側面に着目し，数学的に表現（数学化）することが必要である。」（図 3）と PISA の数学化よりは狭い意味で用いている。この場合の数学化も得られた数学的表現が適切であるか否かは，過程の振り返り・再課題化によって検討され，改善されることが行われている。したがって，PISA の数学化と同じ範疇に入るものと考えられる。

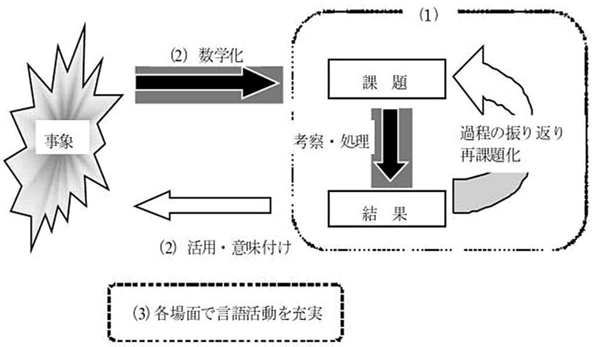
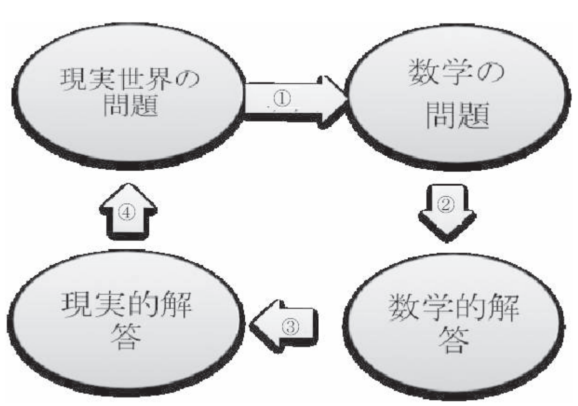


図 3　数学化の概念図

5．科学的－人間的な傾向と RME

科学的－人間的な傾向の代表的な理論に Realistic Mathematics Education theory がある。この理論の根底には Freudenthal の数学を人間の営みととらえる考えがある。

RME は，オランダで発展した数学の特定領域の教授理論である。RME の特性は豊かな，「現実的な」状況



① 問題を現実から数学へ変換する過程
①-1 現実の問題と関連のある数学の特定
①-2 問題を数学的概念によって構成。
適切な仮説の設定。
①-3 問題の言語と，その数学的に理解に必要な記号言語及び公式言語との間の関係の理解。
①-4 関係及びパターンの発見。
①-5 既知の問題と同型である面の認識。
①-6 問題を数学的モデルに翻訳

② 数学的解法の過程（演繹的過程）
②-1 表現方法の変更。
②-2 記号，公式，専門的言語と演算を用いる。
②-3 数学モデルの精緻化と調整。
複数のモデルの結合と統合。
②-4 論証。
②-5 一般化。

③ 数学的解答から現実的解答への移行
④ 現実的解答の現実世界への関連付け
数学化過程全体と結果についての振り返り
④-1 数学的概念と限界の理解。
④-2 結果の説明と正当化。
④-3 過程全体と解答の伝達。
④-4 モデルの限界と批評。

図 2　PISAの数学化

が学習過程の中の卓越した地位として与えられる。状況は，数学的概念，道具，手続きの開発を始める源として，あるいは生徒が後の段階で，次第にずっと形式的に一般的に文脈に特化しないようになる数学的知識を応用する文脈として役目を果たすとしている。

(1)「Realistic」の意味するもの

RME（Realistic Mathematics Education）の「現実的」（realistic）は広い含みを持つ。オランダ語の‘zich REALISEren’の意味することが「想像できる」（to imagine）に遡る。したがって，「realistic」は生徒が想像できる問題状況すべてである。

Realistic は問題の真実性と真正性ではなく生徒が想像できる問題である事である。しかし現実との関係をなくしてはいないので，あくまで現実の問題に限られるのではない。（Van den Heuvel-Panhuizen 2003）

生徒にとって，生徒の心の中で経験的に現実的である状況であれば，それは「realistic（現実的）」である。現実の世界からの問題ばかりでなく，妖精の物語からでも，ファンタジー世界からでも，「realistic」である。数学の世界からでもよい。

(2) RME の始まり

Van den Heuvel-Pauhuizen & Drijvers（2014）は，RME の研究の経緯を表2のように述べている。

表2　RMEの初期の歴史

1960年代	オランダの数学教育は機械的な教え方に支配されていて，数学はその構造から導かれた立場から，生徒に事細かく，機械的に教えられた。
1968年	Wiskobas（小学校での数学）の Edu Wijdeveld と Fred Goffree による設立。すぐに，Adri Treffers が参加した。
1971年	Wiskobas が IOWO 研究所（Hans Freudenthal が最初の所長）の設立と共にその一部となった。
1973年	IOWO が Wiskobas プロジェクトを中等学校数学教育の計画に広げた。このことが数学教育一般的な数学教育を改革する決定的なことになった。この頃，数学教育の現代化はオランダではそれほどでもなかった。Freudenthal は数学教育の現代化の強力な推進者であったが，オランダの数学教育が現代化の形式的な方法に影響されず，RME が開発されたことが彼に有利に働いた。

RME は数学の現代化とそれゆえ行われた機械的な教え込みに対する反省から生まれた。Freudenthal の参画によって大きく前進し，多くの人々が寄与する歴史がその後続くこととなった。

(3) Freudenthal（1991）の考えと数学化

Hans Freudenthal（1905－1990）は1946年にドイツで生まれた数学者で，オランダのユトレヒト大学の数学の教授となった。Freudenthal は数学教育に関心を持ち，生徒に適切な数学教授について，どのように生徒が，数学の誘導された再発明についてのよい機会が与えられるか調べるための思考実験を行い議論した。

Van den Heuvel-Pauhuizen (2003) によれば，Freudenthal は，従前より行われてきた，教科書，教師そして子どもの観察等に加えて，教育現象学の方法を取り入れた。生徒の学習過程の考慮の上で，数学的概念，構造，考えというものが現象に関連して作り出されることを描くことで，彼は，心的な数学対象の構成についての理論的な熟考に達し，そして RME 理論を唱えた。

彼は，当時の数学教育の生徒は既製数学の受取手という方法から脱却し，代わりに，生徒は自ら数学の道具と見通しを開発し，教育過程の積極的な参加者になるべきであると主張した。

また，Freudenthal は数学を人間の営みと考えた。そして，数学は閉じられた系ではなく，現実を数学化する活動，そしてなせるならば数学を数学化 (mathematizing) する活動であるべきであるとした。この数学化は Freudenthal が Treffers（1987）の数学化に賛同したものである。Treffers の考えでは，数学化には2つあり，それは「水平方向の数学化」と「垂直方向の数学化」である。

数学化とは Freudenthal によれば，問題を解く，問題を探す，もっと一般に現実あるいは数学の事柄から事柄を組織化することであるが，「水平方向の数学化」とは，日常の世界（the world of life）から記号の世界に入ることで，「垂直方向の数学化」とは，記号の世界を動くことであるとした。「水平方向の数学化」では，生徒は数学の道具を現実の生活の状況に置かれた問題を組織化し解くことに使う。そこには，生活の世界から記号の世界へ行くことが含まれる。垂直方向の数学化では，概念と方略の間の繋がりを使い近道を見つけることで，数学の体系の中での再組織化の過程に言及する。RME において現実世界という視点が強く言われすぎることは，垂直方向の数学化を無視しかねないが，この2つの形は近接し，同じ価値を持つと考えられている。

Van den Heuvel-Pauhuizen（2003）は Treffers の意見をまとめ，「経験主義者は水平方向の数学化に焦点を当て，構造主義者は垂直方向の数学化に限定し，そして機械的方法ではどちらも失われる」と表現している。

(4) RME の核となる原理

Van den Heuvel-Pauhuizen & Drijvers（2014）によれば，RME は，営々と続く世界的な数学教育の改革運

動のひとつの産物であり，他の運動から孤立してはいない。したがって，RME は他の国の現在の数学教育方法と共通な部分を持っている。そして，RME には RME を特徴付ける核となる原理がある。これらの原理の最初の提唱者は Treffers（1978）である。そして彼を含む人々によって改善されてきた。

原理１　活動原理（Activity principle）

RME においては，生徒は学習過程における積極的な参加者として扱われる。これは，「数学は数学することで学ばれるのが最もよい」ということである。ここには，Freudenthal の「人間の営みとしての数学」という解釈の反映がある。

そして，後述のように「数学化」についての Freudenthal と Treffers の考えは同じである。

原理２　現実原理（Reality principle）

RME 内で現実の果たす役割は次の２つである。

ア．現実の生活の問題を，生徒が数学を応用し解くという能力は，数学教育の目的の一つである。

イ．学習は，生徒が問題を解く過程で作り出す数学構造に意味を与えることとなる問題状況から始まるべきである。RME において，生徒は，数学を抽象的な考えあるいは定義を教えることから始め，後に応用に進むという学び方でなく，日常的な（informal）文脈に関係した解決の方略の手続きに乗り，さらに進んで数学的な組織化を要求する数学化していくという学び方をする。

原理３　水準原理（Level principle）

RME では，生徒が数学を学ぶということは，理解の幾つかの理解水準を通過するということを意味する。

学びは，日常の（informal）の文脈に関係した解から，幾つかの方法と図式化の水準を作ることを経て，概念と方略がどのように関係しているかという洞察の習得に変わる。

モデルには，日常の文脈に関連した数学と形式を整えた（formal）数学の間にある隔たりに橋渡しをする重要性がある。モデルは，Streefland（1993）が呼んだ特別な「状況のモデル」‘model-of’ から他のすべての種類の，しかし同値の状況に対するモデル ‘model-for’ に推移しなければならない。

原理４　織り込み（編み込み）原理（Intertwinement principle）

数，幾何，測定そしてデータを扱うというような数学的内容の領域は，統合して考えられるべきであり，孤立したカリキュラムの部分として考えられるべきではない。この原理はさらにもっと細かいそれぞれの分野でも適応される。生徒は，その中でいくつかの数学の道具と知識を使う豊かな内容の問題をあたえられるべきである。例えば，小学校においては，暗算，見積もり，計算手順は互いに隣接して教えられるということである。

原理５　相互活動原理（Interaction principle）

数学を学ぶということは，個人の活動ばかりでなく，社会的活動である。RME では，生徒は，方略と発明を他の生徒と共有する機会を与えられる。RME では，クラス全体でのディスカッションとグループワークが好まれ，生徒は方略を改善するための考えを得ることができる。相互活動は，生徒を深く考えさせて高い水準の理解に到達に導く。

原理６　誘導原理（Guidance principle）

RME では，Freudenthal が示す数学における生徒の「再発見（re-invention）」が行われる。「再発見」は教師に誘導された生徒による数学上の再発見として解釈される。この生徒の再発見過程の本質は，「生徒が主役であるという感覚を持つことである。モデルの生徒の中での湧き起こりと進化は自然な方法で起こる。教師は生徒の学習における先達の役割を担い，教育プログラムは，生徒の理解における転移に至る梃子として働くシナリオを含むべきである。そのためにプログラムは長期の教授－学習計画に基づかれるべきである。

以上のように，RME は「数学は人間の営み」という哲学に裏打ちされた，生徒にとって日常的な出発点を持つ，誘導された再発見を生徒に体験させる，社会構成的な明確なモデル方略を持った理論である。そして必然的に課題に特化した局所理論を持つこととなる。

(5) RME におけるモデルと再発見

前述の水準原理と誘導原理で述べたモデルについて述べる。

RME では，問題状況に適切な数学的概念と構造の本質面を必要に反映させた，題材，スケッチ，模範的状況，スキーム，図形，そして記号もモデルとする。このモデルの扱いは，Pinker のモデルの定義よりも非常に広いものである。

RME では，現実の中にその源があり，途中作られていくモデルは，より一般的な水準まで応用出来る数学に至る十分な柔軟性をもつことが必要となる。これは，途中方略の原点となる元に戻ることを妨げることなく，垂直方向の数学化をすすめられることを意味する。端的に言えば，より低い水準のモデルに戻れることができるということである。（Van den Heuvel-Panhuizen, 2003）

モデルに求められる実行可能なことは，RME において，生徒は教授－学習過程における参加者であるという

表3　model ofとmodel forの違い

model of なるモデル	model for なるモデル
・informal（日常的）	・formal（その後の処理がはっきりする形式が整った，論理的あるいは数学的）
・身近な問題状況に近い	・関係する新しい問題に組織化することできる ・数学的推論するができる
・問題に使った方略が特定の状況に関連する	・問題に使った方略がもっと一般的観点に反映する
	・より広い応用性への洞察を持つ ・以前に何をしたかの振り返りができる
・何かのモデル（model of something）とは，与えられた現実性のかけらの残像	・何かのモデル（model for something）とは，創造された現実性のかけらの前の像

観点から，生徒が再発見した事柄は，生徒自身の（所有するものとして）のものであるということである。ここでは，「学習者は学習者の獲得した知識を彼ら個人の自分の知識，彼ら自身が責任を持つ知識とみなす」という学習についての規範意識が求められている。教師が心に抱いている（思っている）ことを推測することで，数学を学ばない，自分自身で解き明かす（見つける）というような規範である。（Yackel & Cobb, 1996）

(6) RMEにおける2つの種類のモデル

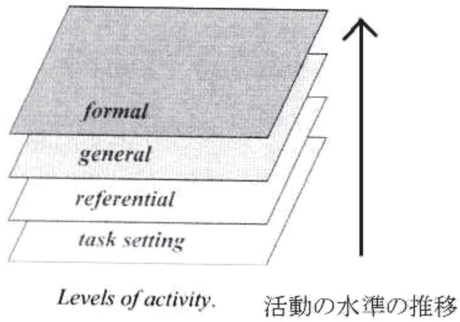
RMEでは，「水平方向の数学化」と「垂直方向の数学化」があり，前述のように，二つのモデルがそれぞれに対応している。（表3）

このように，RMEの数学化は，モデルを用いて最終的に学習者が「数学」を習得・獲得することを目的としている数学教育のためのモデルである。一方，実用的傾向を持つPISA調査における数学化では，「現実の問題の解決を，あるいは，多様な状況あるいは文脈において，数学を使用して問題を設定し，形式化し，解決し，解釈する」ことが目的となっていて，必ずしも，「数学」の習得・獲得が目的ではない。したがって，RMEにおけるmodel forのあたるものが必要であるとは限らない。しかしながら，数学者が数学をするときにも用いるとしており，RMEと重なる部分も持っている。

(7) GravemeijerによるRMEの精緻化

Gravemeijer（2002）は，RMEの数学化について，TreffersとFreudenthalの考えに詳しい検討を加え，深めた。彼は，状況水準と形式水準モデルの間に，参照（referential）水準と一般（general）水準を入れた。彼も，モデルの使用とRMEの再発明原理の関係を強調した。（図4）

この各水準でモデルが自然な形で生徒の心中で起き，現れて来る。この自然に現れるということを指してGravemeijerは「emergent model」と呼んでいる。小林（2007）はこれを「現れ出るモデル」と呼んでいるが，本稿では生徒の心中に自然に出てくる動きを強調し，意訳して「湧現モデル」と表現することとした。実際の例は後述する。



（Koene.Gravemeijer, et al. 2002）

図4　GravemeijerによるRMEの活動水準

(8) モデルの良否と，そしてモデルから導かれる活動

Van den Heuvel-Pauhuizen（2003）は，RMEにおいて，最初に問題状況に要求されるものとしては次の2つを挙げている。

① 問題状況は容易にスキーマ化される（実行可能な計画を立案することができる）こと

② 生徒の目で見て（観点から）モデルを立てることが必要であること。

②は，問題に，例えば「計画を立てること」，「解答に至る段階を実行すること」，「説明を産み出すこと」，「類似点と相違点を明確にできること」，「予想を立てられる」というモデルが引き起こす活動が含まれることを要求する。

モデルの必要性がはっきりしていても，大事なことは，問題状況と活動が，生徒が数学の概念と構造の特定することをさせるかということである。このことのために，Freudenthalは‘phenomenological didactical analysis’と呼んだ分析が必要であるとした。これは「どのように数学的知識と概念が生徒に現れ，どのように構成されるか」を思考実験と仲間との協議（教師とのディスカッションを含む）を道具とする。この協議の中では，生徒についての知識と求められる数学的概念が，原像を導くものとして機能する。しかし，分析上重要なことは，分析が生徒との活動の間になされ，生徒のなしたことの分析で

あるということである。こうしてモデル構成に重要なこと，問題状況に入れるべきこと，すなわち状況に特化した解（それは垂直方向の数学化の見通しをもつ）が導かれるかが見つかる。そして，このことが，スキーマ化されねばならないことであり，垂直方向すなわち抽象的な「数学」への見通しを持つことになる。

6．RME の具体例

RME そして，model of と model for の違いが示される例を挙げる。

(1) 小学校「暗算」

Gravemeijer & Doorman, (1999) は次の題材で model を示している。

題材1	暗算で「35+5+10+10+4」「95－19」を計算する。

学習過程

① 基本単位「1」とその10倍の大きな基本単位「10」の繰り返し使用で，そして10個の基本単位からなる大きな測定単位によって異なる長さを測る。
「10」と「1」による測定は（10と1の単位からなる10達と1達による測定）100単位の物差しでモデル化される。(model of)

② 測定の活動は，増加，減少そして長さの比較に拡張される。
「35+5+10+10+4」→「目盛りのついた定規での移動（定規上の位置の解釈）を考える」
100目盛りのある定規を用いて，35から右側に5ずらして40。次に10ずらして50。さらに10ずらして60。そこから4ずらして64。

③ スキーマ化された物差し上の弧あるいは「空の数値線」によって表された数え上げ戦略を生じさせる。加える・引くという計算は，定規あるいは数直線上の弧で単純化される。(model for)

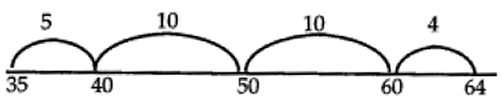


Figure 1. Solving 35 + ... = 64 on the empty number line.

図5　35+5+10+10+4のmodel forとしての数直線

10加えるということを10という数値の入った弧分移動することで表す。

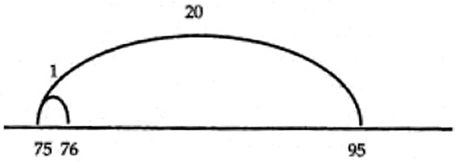


Figure 2. Modeling 95 – 19 = 95 – 20 + 1.

図6　95－19のmodel forとしての数直線

④ 10単位の和に直すことを優先し，過不足分を後から調整する」という方略。

$35+5+10+10+4=35+10+10+(10-1)=59$

$95-19=95-20+1$

この学習過程において，物差しをモデルとする場面と目盛りのない数直線をモデルとする場面がある。

長さを定規で測ることは，子どもには日常的であり。自然な出発点である。そしてモデルとしての登場は，子どもにとって自然である。

上記学習活動を整理すると以下のようになる。

① 課題における活動の設定(task setting)…「10」と「1」という単位による測定

② 関連した活動（referential）…「10」と「1」という測定単位の繰り返しの結果が意味する定規上の位置の解釈

③ 一般的活動（general）…定規あるいは目盛りのない数直線を用いての計算方法の推論

④ 数学的推論（formal）…数学の枠組みの中での推論

目盛のついた定規という身近な問題状況に近いモデルを導入したことが本来の model of に当たる。一方，目盛のない数直線は，model for として数学的推論につながるものになっている。

(2) 高等学校「微分」

Fruedenthal は有文脈問題（context problem）を「生徒にとって，経験的に現実性を持つ問題状況（設定）」の問題として定義している。Doorman & Gravemeijer (2009) は以下の現実性に富んだ問題有文脈問題の中で RME を展開した。そこで，彼らは質的分析を行い，「湧現モデリング（emergent modeling）」によって，微積分の基本原理が，運動についての生徒の推論から発展して得られうるものであることを示した。そこでは，離散グラフ（discrete graph）が生徒の推論を助けている。

通常，微積分において，次のようになされる関数の導関数の指導は問題を含む。(Tall, 1991)

① h が0に限りなく近づくときの，
差 $(f(x+h)-f(x))/h$ の極限をとる。

② ①で固定されていた x を変化させる。

③ ②における x に差 $(f(x+h)-f(x))/h$ の極限が対応する。これを関数 $f(x)$ の導関数とする。

この指導方法は，Tall が指摘するように問題を含んでいる。生徒にとって，極限概念の導入は理由もなく突然行われている。また，固定した x の極限から変化する x への変化も生徒には大きな問題である。なぜなら，1点における極限をとることは，$f(x)$ のグラフの傾きを描く値の関数として $f(x)$ の導関数を見抜くこととは大きく違っている。

これは，Fruedenthal (Gravemeijer & Doorman 1999)

が指摘するように，「数学教育は，数学者の得た最終の結果を出発点とするのではない」ということである。

題材2	ハリケーンが以下に示す経路を通って半島に接近している上陸はいつになるか。（図7）（Doorman & Gravemeijer, 2009）

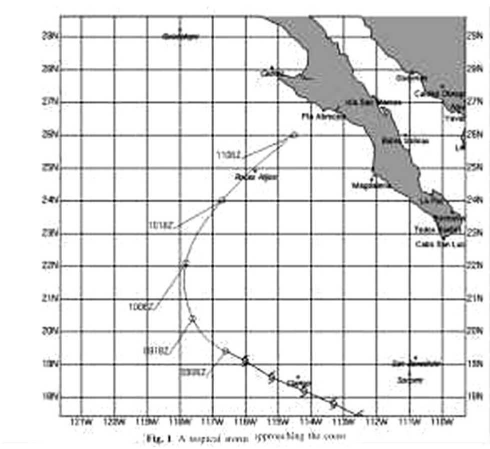


図7　ハリケーンの経路図

この問題の解決に至る過程で生徒は次の推論を行った。

① ハリケーンの経路（気象観測図）から，一定時間ごとのハリケーンの移動量（距離）を求める。

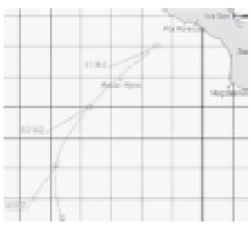
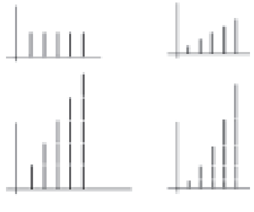
② 一定時間ごとのハリケーンの移動量（距離）から，一定時間における移動量（距離）とある時刻までの総移動量（距離）の変化をグラフ化する。

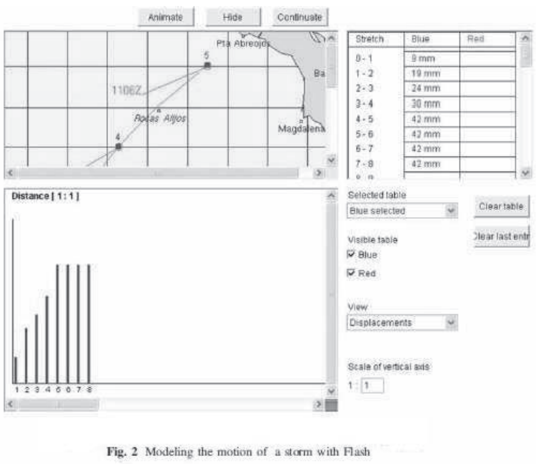
③ ②で得た距離－時間グラフと総移動距離－時間のグラフの上端を結ぶ直線から速度を考える。

これを表にすると以下のようになる。

ここで，着目すべきことは，どの段階であっても，どの段階でも生徒の使うツール，生徒の心象，生徒の活動，生徒の（獲得される）概念が明確に示されていることである。数学的（formal）のレベルになったときにも，人間の営みとしての数学である事が反映されている。湧現モデルの精緻が現れている。

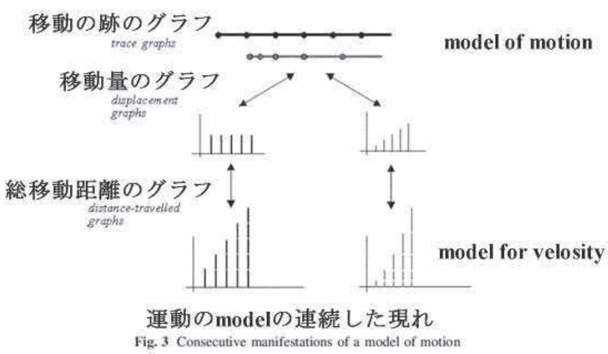
表4　使用された「湧現モデル」

段階	ツール	心象	活動	概念
1	時系列(人工衛星画像あるいはストロボ写真) 図8 	これは実際の世界の状況になっている。有文脈問題である。	予想できる(日常の天気予報と同ように) 離散データを持った運動を予想できるというは重要だという感覚を抱く。	変化を描き予想する手段としての，同じ時間における変位（移動）の違い。
2	連続する場所のトレースグラフ （model of） 図9 	同じ時間の長さに対する連続する移動を表す。	比較し，移動の中のパターンを探し，パターンの推定から予想する。 変位の中にパターンを眺め推定するために，変位を表示する別の方法を見つけようとする。	速度の測度としての，移動距離の変化としての，他から推定が難しいものとしての変位
3	離散2次元グラフ （model for） 図10 	トレースグラフの中にある移動(そしてその累積)の表示の中にあるパターンを意味する	パターンの比較グラフの推論と予想することへのグラフの利用(ある瞬間での：書き入れ) 予想の為の測度の改良：変位の減少 和と差の間の関係について，さらに知る必要性 と速度を決定し描く方法を知る必要性を持つ。	運動の中で移動がパターンを描く すなわち 移動のグラフあるいは総移動距離グラフの頂点をつないだ直線 瞬間の速度を予言する問題



画面上の与えられた2点間距離を表示，
グラフ化する。

図11　ハリケーンの移動図



生徒の推論における モデルの変化が model of から
model for に推移している

図12　移動経路から速度を求める推論の流れ

表5　その他の具体例

Van den Brink(1989)	20までの足し算と引き算につての新しい方法を作り出した。
Streefland(1991)	割合と比を編み込んだ小数を教える前駆的方法（prototype）を開発した。
De Lange（1987)	行列と離散微積分を教える新しい方法を作った。
Drijvers(2003)	生徒の代数概念と操作への理解のデジタルテクノロジー（数式処理機能を伴った電卓）による統合。
Bekker(2004) Doorman(2005)	動的コンピュータソフトを使った
Gravemeijer（1994)	理論に誘導された思考実験の循環過程（cycle process)。 教授順序の計画そして教育実験におけるその教授順序の試験。 デザインの調整を導ける繰り返し解析で把握し，デザイン研究によって形成
De Lange (1987) Van den Heuvel-Pan-huizen（1996)	RMEは数学教育にアセスメントの方法をも導いた。

(3) その他の具体例

（1）（2）以外にも Van den Heuvel-Pauhuizen, (2014) はいくつかのRMEによる教育プログラムが既に開発されていることを紹介している。(表5)

日本でも，たとえば小林（2007, 2010）が実践例を報告している。しかし，その数は少ない。

7．RMEの日本の数学教育への導入の可能性

5，6章で分析したRME理論の中心となる考えや具体的な実践例を踏まえて，日本の数学教育への導入の可能性について，考察する。

(1) 日本の数学教育の目的とRME

日本の数学教育の目的について，中島（2015）は，以下のように指摘した。

① 人間が社会の一員として生活するのに必要な知識や能力を育成する［実用的な目的］
② 人間がこれまで創り上げた学問や文化を,それ自体,人間にとって価値あるものとして，理解し鑑賞することができるようにすること［文化教養的な目的］
③ 人間が本来そなえているべき，また，そなえることが望まれる諸能力を，可能な限り引き出し育てること［陶冶的な価値］
④ 創造的な活動を実践し，体験させ，その過程を通して，文化の創造や問題解決の美しさ楽しさを認め，味わうことができるようにすること［創造的実践の体得と鑑賞］

そしてさらに，中島は②と③について，「人間性の育成と重要なかかわりがある」と指摘し，④には「何かの目的を達成する手段としてでなく，創造的な活動を体験しそれを楽しむこと自体を，教育の目的としてみよう」ということだと指摘している。

この中島が日本の文脈で述べた事柄は，Freudenthalが，数学を人間の営みと捉え，置かれた状況において内的に湧き上がるシェマを発展変容させて数学的概念を獲得していくRMEの考えと通じるものがある。

さらに古く，戦前の緑表紙教科書と言われる小學算術第六學年児童用の中には，次の問題が見いだされる。

或所ニ，一本ノ木ガ生エタ。最初ノ一年ニ高サガ一米トナリ，次ノノ一年ニ50糎ノビ，ソノ次ノノ一年ニ25糎ノビルトイフヨウニ，毎年ソノ前年ニノビタ長サノ半分ダケノビルモノトスルト，コノ木ハドコマデノビルデアロウカ。

この教科書は，問題のみ記された教科書である。それ故教師が，当時の指導書の狙うように，児童・生徒の内面に浮かぶ常識の範囲から出発し，自然に生徒に再発見を経験させるよう指導することができる。これは5章で述べたRMEの主旨と同じである。このように，日本には，RMEと共通する土壌が古くから培養されており，生徒の内的世界に構成されるシェマをモデルとして包括的に表現するところから始まるRMEと根幹を同じくするものがあることが見られる。

以上のことから，RMEの中心となる考えは，日本の数学教育の目指す方向性に通じるものであり，親和性が高く，理念の上では，RME理論は日本の数学教育への導入が容易であると考える。

(2) 日本の数学的モデリングとRME

日本においても数学的モデリングは，従前から考えられ実施されてきたが，実用的な傾向では，重要な問題点が示されてきた。

例えば，島田（1990）は実用的な傾向における数学的モデルの教育上の問題点を次の例を挙げて指摘している。

木がどんどん大きくなれば，幹にかかる重みも大きくなる。重みは幹の断面で支える（物理的な知識），重みは，全体の体積にかかわる。このバランスがいつまでも保てるだろうか。その大きさの関係を数量化するために，つぎのような乱暴な仮定をおいてみる。

1．木の形は相似を保って変わらない。

2．幹が支え得る重み W は，幹の断面積 A に比例する。

3．木全体の平均密度 ρ は変わらない。

木の丈を l とすると，2.，3. から，$W=kA$ であり，幹にかかる重みは ρl^3，A は $k'l^2$ で，$W \geqq \rho l^3$ である。このことから，$kk'/\rho \geqq l$ となり，l に上限があり，自分の重さのため，やたら大きくはなれないことを示している。

また，別のアプローチも可能である。木は表面（葉や根）からエネルギーを吸収し，これを全体の維持と成長に用いていく。成長は，表面の一部で起こる。成長の度合いは，成長部分の時間に対する変化率で表され，そのためのエネルギーはこの変化率に比例するものと仮定する。すると，これは吸収エネルギーから維持エネルギーを引いたものに等しい。相似の仮定をおけば，木の丈を l として，このことから，

$\dfrac{dl}{dt}=kl(a-l)$ の形の微分方程式が得られ，解として

$l=\dfrac{ca}{c+e^{-akt}}$ の解を得る。

$l<a$ で $t\to\infty$ なら，$l\to a$ であることを示す。木が大きくなると，維持にエネルギーを食われて，成長は次第ににぶり，一定の大きさを超えることはできないことを示し，一般的な観察に合う。

$l<a$ で $t\to\infty$ なら，$l\to a$ であることを示す。…

…ここで示した考え方は，筆者は，その方面の専門家と相談することなく書いた。その意味では，基本的な所で考え違いをしているかもしれない。しかし，一応のアプローチにはなっていると思う。ここで一応という語がはいるだけ，こうした問題の解決は，数学の中の問題の解決とは意味が異なる。現実の問題が現場の教育で，あまり歓迎されてこなかった理由の一つは，このような「解けた」という語の意味の相違にあるのであろう。

ここで，島田は大きく2つの問題点を指摘している。

① 数学的モデル化は，モデル構築に際し，現実の対象の背景（専門知識等）の制約を受ける。

② 数学的モデル化は，数学モデルから得られた解の現実の中での評価（解の真正性，有効性）が必要性である。

数学的モデルを実用的な傾向において考える場合，あるいはRMEの水平方向のモデル化の場合には，この2点の問題は大きい。

島田（1990）は，モデル化について「新しいモデル化を考えるときには，既知のモデル化の実例がレパートリーとして利用される，数学教育で応用問題を取り上げるねらいの一つは，このレパートリーを豊かにすることにある」と指摘する。レパートリーを増やすことは，多くの問題に当たらねばならないことを意味する。

ところが，中島（2015）は「数学自体のもつ社会的役割は大きくなりつつあるが，それをカバーするだけのものを学校段階で習得させることは，精神的にも時間的にも限界がある」と述べている。実用的な傾向における数学的モデルは，レパートリー数の確保して，そしてさらに深く数学を学ぶという面に課題を持つことが示される。

また，島田が示すように，専門的な場面を避け，幾何学的な場面に傾斜していたのでは，社会の要請にこたえることはできないし，それを通じて数学の概念を深めることにも繋がらない。

しかしながら，5，6章で示したように，RMEは生徒の内面に湧き現れるモデルをmodel ofあるいはmodel for として原動力にするため，深く数学を体験し学ぶ機会を生徒に与えることが可能である。例えば，6章で紹介した微分・積分等の基本的で重要な数学の概念について RME を行うことで，生徒は深く数学の概念を深めることが期待できる。

以上のことから，RME は，日本の数学的モデリングでの課題として指摘されてきた「数学の概念を深める」点において，日本の数学教育に導入する価値が十分にあると考える。

(3) RME を日本の数学教育に導入する上での課題

一方で，前章までに分析したことから，RME を日本の数学教育に導入する上での課題として，以下の3点を挙げることができる。

① 指導者の高い指導計画の綿密さと実行力の必要性

前章で述べたように RME は，質的研究を伴う領域に特化した理論であるため，長期間の計画的指導と関係者のディスカッションや観察が必要である。実際，ハリケーンの進路予想では，論文の中では，途中に行われた質的研究の説明が長く，最初の問題なった上陸の予想には最後まで触れられず，核心は微分であった。そこに至るまでに多くの時間を費やしている。

Van den Heuvel-Panhuizen（2003）が図13で示すように，高等学校の数学を考えた場合，最初の model of の後に，参照（referential）水準から一般（general）水準に至る図13のようなモデル作りが漸次モデルを作ることが必要になる。そして生徒の学習状況により多様なものができてくる。息の長い地道な研究が個々の場合に必要となる。

以上から，日本の数学教育に導入する場合は，実践しながら研究を積み重ねる計画の綿密さと，生徒が示す多様モデルに対応し指導する実行力が必要であると考える。

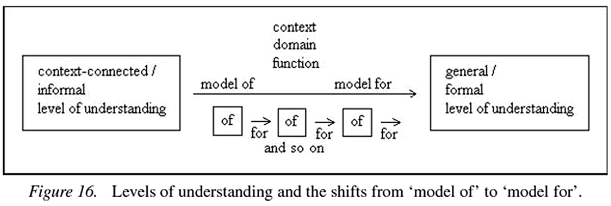


Figure 16. Levels of understanding and the shifts from 'model of' to 'model for'.

図13　model of とmodel forの繰り返し

② 高等学校における新たな教材開発の必要性

池田（2013）は，初等的な内容で成功を収めているという RME ではあるが，中・高等学校段階の事例を基に垂直方向の数学化がいかになされるか具体的に探る必要性を述べている。

6章で述べたように，RME においては，生徒が微分概念の理解に至るまで，己の内面に湧き現われることを次々にモデルとして学習する。すなわち，RME においては，生徒の内面に湧き現れるモデルとなるものが必須である。そのため，数学概念が，深くなる高等学校段階は初等教育段階に比べ，多様なモデルの必要性が高まると考えられる。

この生徒の内面に湧き現れるモデルとなるものを，対象と何らかの関わりとして生徒が経験していれば，生徒は一層適当なモデルを得ることが期待できる。そのような体験を，高校生に増やす方法のひとつは，数学が数学以外の分野と結びつく，あるいは使われていることを数学の授業の中で高校生が体得することである。

ところが，学習指導要領解説数学編理数編（2009）には「数学のよさ」として「数学の実用性や汎用性などの数学の特長」が挙げられてはいるにもかかわらず，積年行われた教科書の精選では，数学を実世界で用いる話題を削除し続けてきた。例えば，数列の応用として，かつて教科書には，生活と関連のある複利，償還などの話題が数学ⅡＢの教科書本文中ににあったが（例えば，日本書院 1972），現行の数学Ｂの教科書では，複利を，1社が巻末に特別のページを設けて，3社が節末の研究・コラム・参考に記載し，返済は，1社が節末で扱っているのみである。いずれも本文中の記載はなく，高校生は授業で，等比数列とその和を具体的な心象として残すまで学習する機会が乏しくなっていると考えられる。

現在，日本における RME の高等学校段階での実践例は，小林（2015）のような報告があるが，絶対数は少なく，具体的な実践事例の蓄積は十分とは言えない。その理由のひとつには，上記のような理由を指摘したい。

以上のことから，日本の数学教育に導入する場合は，特に高等学校において，RME を有効に機能させるような教材の開発が必要であると考える。

③ アセスメントの検討の必要性

RME の授業を実施した場合に，生徒に自分の学習状況や課題を認識させるためのアセスメントは，どのようなものであればよいかという問題が生まれる。図13のような場合，どの時点でそのような評価を与えたらよいのか。生徒によって異なるモデルを挙げてきたときにどのように評価するのかが大事な問題となる。

例えば，生徒の心中に中に湧き出てくるモデルは，きわめて内面的で自由度が高く，また，個々の生徒における再発見の水準も多様である。日本における現行の評価における4つの観点で点検評価できるものとは思えない。

以上から，日本の数学教育に導入する場合，アセスメントについて検討する必要があると考える。

8．研究のまとめと今後の課題

本研究では，RME理論の特徴を分析した上で，日本の数学教育への導入の可能性について考察し，示唆を次の3点に整理した。

① RME理論の中心となる考えは，日本の数学教育の目的と親和性が高く，理念の上で導入しやすい。

② RME理論は，日本の数学的モデリングで課題となっている「数学の概念を深める」ことに寄与することが期待できる。

③ 導入に際しては，指導者の高い指導計画の綿密さと実行力，特に高等学校における教材の開発，アセスメントの検討が必要である。

今後は，以上の3点を踏まえて，高等学校における具体的な教材を開発し，実践を通してその有効性を検証することが課題となる。

9．引用文献

Freudenthal (1991), Revising mathematics Education, Kluwer Academic Publishers

Fruedenthal (1968), Why to teach mathematics so as to be useful? Education Studies in Mathematics1, p.7, 1968

Ikeda, T. (2007). Possibilities for, and Obstacles to Teaching Applications and Modelling in the Lower Secondary Levels, in Werner Blum, Peter L. Galbraith, Hans-Wolfgang Henn and Mogens Niss, Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th ICMI Study, pp.457-462, Springer.

池田敏和（1998），数学の才能を育てる，牧野書店，pp.87-109

池田敏和（2013），モデルに焦点を当てた数学的活動に関する研究の世界的傾向とそれらの関連性，日本数学学会誌，日本数学教育学会，第95巻5号，p.9，pp. 2-12

Kaiser, G. (1991). Application －Orientated Mathematics Teachingr, A Survey of the Theoretical Debate, ln M. Niss et al (eds), Teaching of Mathematical Medelling and A pplications, pp.83-92), Ellis Horwood

Kaiser.G. and Srirarnan.B. (2006). A global survey of international perspectives on modeilling in mathematics educati on, ZDM, VoL 38(3), pp.302-310,

Koeno Gravemeijer & Michiel Doorman (1999), Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as An Exmaple, Education Studies in Mathematics 39, Kluwer Academic Publishers p.5

Koene Gravemeijer, et al., (2002) Symbolizing, Modeling, and Tool Use in Mathematics Education, Kluwer Academic Publishers, p.159,

小林　廉（2007），現実的な文脈を取り入れた数学科授業の設計に関する研究－Realistic Mathematics Educationにおける「モデル」のアイデアを手がかりに－，第40回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.181-186

小林　廉（2010），「数学化」を実現するための授業設計に関する研究－modelの発達」の局所的展開，第43回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.91-96

小林　廉（2015），「数学化」の様相に関する一考察，秋期研究大会発表集録48，日本数学教育学会，pp.135-136,

国立教育政策研究所（2007），PISA2006年調査評価の枠組み－OECD生徒の学習到達度調査，ぎょうせい，p,68

L. M. Doorman & K. P. E., Gravemeijer (2009), Energent modeling: Discrete graphs to support the understanding of change velosity, ZDM, Mathematical Education 41, pp.199-211

Marja van den Heuvel-panhuizen (2003), The didactical use of models in realistic mathematics Education:An example from a longitudial trajctory on percentage Educational studies in Mathematics 54,Kluwer Academic Publisher, p.11

三輪辰郎（1982），数学教育におけるモデル化についての一考察，数学教育論文発表会，分科会A-61-64

文部省（1941），自然の観察　教師用一，日本書籍株式会社，pp.11-12

文部科学省（1999），高等学校学習指導要領解説数学編理数編，実教出版，p.10

文部科学省（2009），高等学校学習指導要領解説数学編理数編，実教出版，p.4, p.5, p.17, p.68, p.82

文部省(1941)尋常小學算術　第六學年児童用　下，p.76

中島健三（2015），算数数学教育と数学的な考え方，東洋館出版社，p.24-30

内閣府，（2017）各都道府県・政令指定都市の公表ページ http://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/sonota/kenmin/todouhukensi/todouhukensi.html

日本書院（1972），高等学校数学ⅡB，日本書院，p.121

NTCM (1980), Agenda for Action, http://www.nctm.org/flipbooks/standards/agendaforaction/index.html , p.1

Pinker, A.(1981), The concept ‘model’ and its potential role in mathematics education, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 12, pp. 693-707

島田　茂（1990），教師のための問題集，共立出版，pp.44–45，p.48
Streefland, L.,(1993) The Design of a mathematics course. A theoretical reflection, Educational Studies in Mathematics 25(1-2)pp.109-135
Tall, D.(1991), Advanced Mathematical Thinking, Kluwer Academic Publisher
Treffers, A.(1987), Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics
Instruction – The Wiskobas Project, Reidel Publishing Company
Van den Heuvel-pauhuizen.M., & Drijvers.P. (2004), Real Mathematics Education, Encyclopedia of Mathematics Education, Springer
Yackel, E., & Cobb, P. Sociomath (1996), Norms, argumentation, and autonomy in mathematics ,Journal for Research in mathematics Education, 27

【連絡先　佐藤　一
E-mail：satosokaku@gmail.com】

Study on Introduction RME Theory into Mathematics Education in Japan

Possibility and problems with Introduction

Hajime Sato

Cooperative Doctoral Course in Subject Development in the Graduate School of Education, Aichi University of Education of Education & Shizuoka University

Abstract

This study has the following two aims. One is to grasp the details of Realistic Mathematics Education (RME); the other is to explore possibilities of applying RME for the current method of teaching mathematics in Japan. For these purposes, I characterize the modeling implemented in PISA that is considered to be analogous to the REM modeling. I analyze RME from the points of history, main ideas, roles of models, and practices in classrooms. The following positive effects are obtained from the survey: 1) the RME modeling and the Japanese mathematical method share similar philosophy and goals, and 2) the REM modeling enables students to understand mathematics in more depth. Some challenges for future education still remain to be developed: careful guidance, feasible plans, suitable teaching materials, and appropriate assessments.

Keywords

RME, Mathematization, Emergent model, Reinvention, PISA